UNIVERSIDAD DE PIURA

REPOSITORIO INSTITUCIONAL PIRHUA

ESTUDIO DE LA OPTIMIZACIÓN DEL CAUDAL NOMINAL DE DISEÑO DE MINICENTRALES HIDROELÉCTRICAS

Ricardo Muñoz-Cho

Piura, 1988

FACULTAD DE INGENIERÍA

Área Departamental de Ingeniería Industrial

Muñoz, R. (1988). *Estudio de la optimización del caudal nominal de diseño de minicentrales hidroeléctricas* (Tesis para optar el título de Ingeniero Industrial). Universidad de Piura. Facultad de Ingeniería. Programa Académico de Ingeniería Industrial. Piura, Perú.

Esta obra está bajo una licencia
Creative Commons Atribución-NoComercial-SinDerivar 4.0 Internacional

Repositorio institucional PIRHUA – Universidad de Piura

Universidad de Piura

Facultad de Ingeniería

Programa Académico de Ingeniería Industrial

"Estudio de la Optimización del Caudal Nominal de Diseño de Minicentrales Hidroelétricas"

Tesis que presenta el Bachiller en Ciencias de la Ingeniería

Ricardo César Muñoz Cho

Para optar el título de:

INGENIERO INDUSTRIAL

PIURA - PERU

1988

UNIVERSIDAD DE PIURA
BIBLIOTECA

A MIS PADRES

P R O L O G O

El presente trabajo de tesis, pretende llenar un vacío en la literatura actualmente existente para el diseño de minicentrales hidroeléctricas, abandonado el tema en su aspecto más esencial, cual es su tamaño más apropiado.

Para el dimensionamiento de una central hidroeléctrica, una vez definido la ubicación y disposición general, si se fija de alguna manera el caudal máximo turbinable, no existe actualmente ningún problema técnico de diseño, pues existe la experiencia de casi un siglo. El posible problema y la responsabilidad del proyectista estriba en escoger adecuadamente el caudal nominal de la central de entre, el amplio margen que suministra el río a lo largo del tiempo. Es abundante la casuística de minicentrales infradimensionadas o sobredimensionadas, que han arruinado multitud de inversiones hidroeléctricas.

Hasta ahora, el método a seguir para lograr la mejor rentabilidad del salto, era diseñarlo repetidas veces para diversos caudales de los que suministra el cauce del río y calcular la inversión necesaria y la energía producible en cada caso, para determinar su mayor o menor conveniencia.

Pues bien, el presente estudio trata de encontrar unas fórmulas matemáticas que, en función de los diversos parámetros del salto y de los precios actuales del mercado, proporcione inmediatamente el caudal nominal con el que debe diseñarse la central, tanto si se busca la máxima utilidad económica como si se pretende obtener la máxima energía sin superar un costo determinado del kWh.

La reducción del tiempo de diseño y el ahorro de los costos de ingeniería a que estas fórmulas dan lugar, justifica claramente el interés de este estudio.

Sin la amplia y profunda formación recibida en las aulas de la Universidad de Piura, así como el persistente apoyo del profesor asesor, Dr. Miguel Samper, este trabajo no hubiera sido posible, por lo cual el autor desea expresarles públicamente su agradecimiento.

INDICE

Pág.

INTRODUCCION

CAPITULO I

CURVA DE CAUDALES 1

1. Caudales de un Cauce de Agua 1

2. Curva de Caudales Ordenados 4

3. Expresión Algebraica de la Curva de Caudales Ordenados 7

CAPITULO II

SALTOS DE AGUA 12

1. Minicentrales 12

2. Costo de un salto de agua 13

3. Componentes del salto 15

4. Costo de las Conducciones Hidráulicas 17

5. Canal de Aducción 18

6. Tubería de Presión 21

7. Ubicación óptima de la cámara de carga 24

8. Costo Total de las Conducciones 31

9. Obras de Captación 34

10. Casa de Máquinas y Equipamiento 37

11. Costo Total del Salto 39

CAPITULO III

LA REPPESA 64

1. Objeto de la Represa 64

INDICE

Pág.

2. Tipos de Represas 66

3. Costo aproximado de una Represa de Gravedad 69

4. Estabilidad de la Represa 73

5. Represas de Gravedad de Concreto 77

6. Volumen del Reservorio 78

CAPITULO IV

LA ENERGIA 83

1. Tipos de Embalse en una Central 83

2. Tipos Energéticos de Centrales 85

3. Reservorio Estacional 87

4. Regulación diaria 94

5. Energía Primaria 96

6. Energía Secundaria 98

CAPITULO V

EL CAUDAL NOMINAL 103

1. Curva Energía/Costo 103

2. Criterios de Optimización 107

3. Optimización del Excedente Económico 110

4. Caudales ligados 114

5. Maximización de la Energía 116

CAPITULO VI

APLICACION PRACTICA 121

1. Lugar 121

INDICE

	Pág.
2. Registros Hidrométricos	121
3. Hidrograma estimado	129
4. Curva de caudales clasificados, q(T)	130
5. Datos geotopográficos	134
6. Posibilidades energéticas	134
CONCLUSIONES	145
BIBLIOGRAFIA	149
APENDICE	

I N T R O D U C C I O N

El presente estudio, tal como se ha adelantado en el prólogo, pretende deducir unas expresiones matemáticas que proporcionen, en forma inmediata, el caudal más adecuado con el cual debe diseñarse una minicentral hidroeléctrica, de entre la amplia gama de caudales que es capaz de proporcionar el río a lo largo del tiempo, una vez prefijada la ubicación y altura del salto de agua.

Para ello, en el primer capítulo se expone la problemática de la variabilidad del caudal del cauce en aprovechamiento, así como el registro adecuado de tales caudales y la composición de las curvas de caudales ordenados, en este caso, con un 95% de probabilidad de ser superados en el tiempo correspondiente. Asimismo, se escoge la expresión algebraica potencial que parece más adecuada para reflejar en forma matemáticamente sencilla y lo más aproximadamente posible, la aleatoria curva de caudales ordenados o clasificados de un río. Esta expresión analítica de la curva de caudales facilita las operaciones posteriores de diferenciación e integración necesarias para la optimización del salto.

En el segundo capítulo, el más extenso, aunque ello no quiera decir que sea el más importante, se busca hallar una fórmula monomia sencilla que dé el costo de inversión y de operación (capitalizada) del salto de

agua en su totalidad, con la sola exclusión de la opcional represa, que se estudia en capítulo aparte. Esta expresión proporciona el costo en función del caudal, fundamentalmente, y de las otras principales variables del salto, estas últimas ya previamente fijadas para cada salto en particular. Para ello es preciso expresar, en forma algebraicamente sencilla, el costo de los diversos componentes del salto: bocatoma, desarenador, canal de aducción, cámara de carga, tubería de presión, casa de máquinas y equipamiento electromecánico, excluyéndose la línea de transmisión (de muy variable longitud de una central a otra) mediante el empleo del precio de la energía en bornes del generador o patio de la central. Asimismo, se tienen en cuenta otra serie de costos, además de mantenimiento y operaciones, tales como obras provisionales de la construcción y accesos, seguros, impuestos, etc.

Es de destacar en este capítulo, pues pudiera pasar inadvertido entre tantas operaciones matemáticas, el haberse realizado la optimización de la correcta ubicación de la cámara de carga, cuestión de la cual hasta ahora no se trataba en la bibliografía disponible sobre minicentrales. La importancia del tema radica en que la citada cámara o depósito de carga constituye el punto intermedio de enlace entre el canal y la tubería de presión, las dos importantes conducciones que constituyen el mayor porcentaje del costo de una minicentral. Hasta la actualidad, por regla general, solía disponerse la tubería en la línea de máxima pendiente, esto es, con la mínima longitud posible, como si su costo fuera infinitamente superior al canal. Se comprueba en el citado capítulo que, acortando la longitud del canal adecuadamente, aún a costo de un cierto alargamiento de la tubería, se logran costos mucho menores en conjunto, lo cual se espera sea de utilidad en el diseño de futuras centrales.

El capítulo acaba con la obtención de una fórmula general monomia, a modo de ejemplo promedio, del costo del salto de agua propiamente dicho (sin represa ni línea de transmisión), en función del caudal, además de la altura de caída, la pendiente de regata y el talud de la ladera del valle; todo ello mediante una regresión potencial (doblemente logarítmica) multivariable de ajuste por mínimos cuadrados para una multitud de casos posibles, que resulta sencillo con ayuda de un adecuado programa de computación.

El tercer capítulo aborda el cálculo del costo de la represa que podrá ser conveniente en algunos casos, adicionar al salto de agua, a efectos de acumular agua de épocas de lluvias para la temporada seca, o también durante el mismo día, para los momentos de máxima utilización de la central en horas punta. Se estudian de modo especial las represas de gravedad por ser la más utilizada en minicentrales, ya sea de tierra, escollera, concreto o mampostería. Se llega a obtener una expresión relativamente sencilla del costo de la represa en función del volumen de material utilizado, y tal volumen en las represas de concreto y mampostería, en función de las fuerzas externas actuantes sobre las mismas. Finalmente se obtiene una relación muy simple entre el volumen de la masa de la represa y el volumen del embalse del reservorio correspondientemente formado; prácticamente este último es igual al volumen de represa dividido entre la pendiente del río. En resumen, el costo de la represa es posible darlo, así como su altura, en función directa del volumen almacenable de agua.

El cuarto capítulo toca el importante tema de la energía producible por el salto de agua en función del caudal nominal con que se diseñe la

central. Para calcular el valor de dicha energía se tienen en cuenta la posibilidad de distintos precios, según la potencia eléctrica suministrada por la central sea garantizada todos los días del año, en horas punta o no (energía primaria), o bien sólo en las épocas de mayor caudal del cauce (energía secundaria, no garantizada). Asimismo se contempla la posibilidad de adicionar una represa al salto de agua al objeto de almacenar cierta cantidad de agua que permita aumentar la energía primaria garantizada anual durante las posibles horas punta (embalse diario) o también en las épocas de sequía o estiaje (embalse estacional), calculándose el costo de inversión en represa que suponen tales aumentos correspondientes de energía. En definitiva, se dispone de fórmulas sencillas que proporcionen ya el valor del posible ingreso por suministros de energías garantizadas o no, y de sus costos correspondientes en salto y represa, en función, tanto del caudal nominal para el que se diseñe la central, como del caudal permanente que sea posible asegurar todos los días del año mediante la represa correspondiente.

Por último, disponiendo ya de estas fórmulas asequibles para los posibles beneficios económicos por venta de energía y para los costos de inversión correspondiente, todos ellos en función del caudal nominal, máximo turbinable por la central, y del caudal permanente garantizable, se ataca el tema fundamental y objeto de la tesis, y que consiste en determinar los valores óptimos de estos caudales para los que debe diseñarse el salto y la represa, y todo ello, en los más variados casos que pueden presentarse. De los tres posibles criterios de optimización, cuales son, el de máxima utilidad económica anual, el de obtener la mayor cantidad energética posible para un costo determinado de kWh, o el del diseño que proporcione el kWh eléctrico más económico, se estudian sólo los dos pri-

meros, pues el tercero busca una mera eficacia tecnológica que suele tener lugar, además, para una potencia muy baja, y por tanto poco útil económica y socialmente, de la central. Así pues, para los dos criterios de optimización seleccionados, se deducen, por cálculo diferencial de máximos y mínimos, con varias variables, ecuaciones y fórmulas para los caudales nominal y permanente óptimos, tanto en el caso de independencia de ambos como cuando se encuentran ligados entre sí. También se analizan estos resultados para los diversos casos de centrales que pueden presentarse desde el punto de vista energético, cuales son los de centrales base (potencia constante todo el día), centrales para horas punta, centrales de apoyo (para ahorro de combustible a las plantas térmicas), etc.

Finalmente, en el capítulo sexto se realiza una aplicación práctica de las fórmulas y ecuaciones deducidas en la tesis, al caso concreto de un río de la Sierra central peruana del cual se disponen de datos suficientes, más como ejemplo de la utilidad de la tesis que de complementación inmediata, pues en general, es muy difícil disponer en el país de registros suficientemente amplios para realizar un estudio energético serio.

Cierra el estudio, a modo de Conclusión, un capítulo que simplemente recopila, en forma ordenada, el procedimiento matemático y práctico a seguir para el dimensionamiento óptimo del tamaño de una minicentral, esto es, la sistemática de aplicación de las fórmulas, y con el concurso de la nomenclatura utilizada que se expone a continuación.

CAPITULO I

CURVA DE CAUDALES

1. Caudales de un Cauce de Agua

El diseño y dimensionamiento de una central hidroeléctrica que aprovecha un salto de agua en el cauce de un río o arroyo, exige el conocimiento previo del caudal de agua que discurre por dicho cauce, en función del tiempo, generalmente expresadas en forma de tablas y curvas de caudales. Estos datos se recogen en anuarios hidrológicos, donde se muestran las observaciones de caudales efectuados durante muchos años y en diversas estaciones de aforo ubicadas a lo largo del río y que permiten conocer las capacidades hídricas anuales del río.

Para las observaciones de los caudales, se emplean diversos prodecimientos de aforo. El método a emplear depende de la accesibilidad de la estación y de la lectura del registro y de la exactitud requerida, que disminuye al aumentar la cantidad de agua.

En una tubería la medición del caudal se puede hacer con relativa facilidad, generalmente por la diferencia de presiones que se produce al cambiar de una sección a otra, usándose el contador de Venturi o el tubo de Pitot. También puede medirse mediante molinetes hidrométricos.

En cauces abiertos, sin embargo, las mediciones son más difíciles e inexactas. Para ello, se emplean desde flotadores, varillas, molinetes, etc., hasta mediciones con agentes químicos (ejemplo: sal común, agente

fluorescente, etc.). También se puede utilizar, a falta de las anteriores posibilidades, procedimientos indirectos, como por ejemplo, el pluviómetro registrador con sus respectivos cálculos de conversión, según las características de escorrentía de la cuenca.

El método más exacto consiste en determinar la velocidad de la corriente. La velocidad promedio, multiplicada por el área transversal del cauce del río, proporciona el caudal que discurre por dicho cauce.

Dado que la velocidad del agua varía según la profundidad de la misma en cada sección del río, para determinar la velocidad promedio se pueden realizar mediciones con molinetes en un número suficiente de puntos de la sección, a diversas profundidades y distancias de las orillas, según la aproximación requerida. Una vez determinadas las velocidades en cada uno de los puntos escogidos de la sección del río, habitualmente seleccionados equidistantes, así como la sección del río, se calcula el caudal. Si a cada cálculo de caudal se efectúa una medición del nivel de agua del cauce, tras una serie suficiente de determinaciones de niveles-caudales, puede fijarse un limnímetro o regla fija vertical graduada, de tal forma que a cada nivel corresponda el caudal calculado, lo que facilita el cálculo de caudales de todos los registros que se realicen posteriormente.

En aguas poco profundas, menores de 4 m, se puede determinar la velocidad promedio, con suficiente aproximación, midiendo la velocidad del agua en un punto único, a 0.6 de la profundidad total del río, tomados desde la superficie (*).

(*) LINSLEY, Franzini. "Ingeniería de los Recursos Hidráulicos". Editorial CECSA, 1980. pág. 38.

Cuando se emplean flotadores que viajan en la superficie, se considera que lo hacen a una velocidad aproximada de 1.2 veces la velocidad media, pero depende mucho de la sección del cauce.

El método más exacto para arroyos de poco caudal es el de vertederos, que consiste en atajar la corriente del río y obligar a que la corriente pase a través de un vertedero de madera o metal, adecuadamente dimensionado para los caudales a medir.

Las observaciones efectuadas en un tiempo menor de 20 años, sólo se pueden considerar aproximadas, puesto que los valores obtenidos en tiempos menores no son suficientes para exponer con suficiente aproximación las características hidrológicas del río.

Por otra parte, cuando no se dispone de registros de caudales del río o arroyo de exactamente el lugar donde se ubicará la bocatoma de la central y, en cambio, sí de estaciones situadas en otro lugar del cauce, puede obtenerse una aproximación suficiente haciendo una proporción con el área de las cuencas vertientes correspondientes a ambas ubicaciones, corregido con medidas referenciales de caudal en el lugar de la bocatoma, ya que si los puntos no están muy alejados, las condiciones pluviométricas y geológicas no diferirán mucho entre sí.

Con los valores de los caudales obtenidos en diversos períodos de tiempo, se elaboran tablas y/o se trazan diversos tipos de curvas caudal-tiempo, a escoger según el uso que ha de hacerse del agua del río.

2. Curva de Caudales Ordenados

Según el tipo de proyecto que se ha de realizar, se escoge la curva de caudales más apropiada para su diseño. Así, tenemos curvas como:

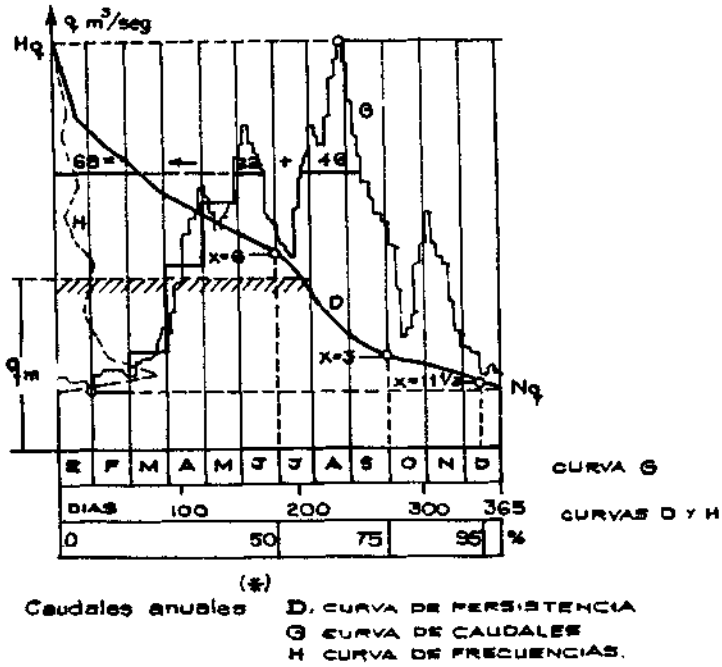
a) La curva de variación de los caudales (G) que proporciona valores de los caudales obtenidos en función de los días, grupos de días, meses, años.

Cuando se tiene información, recogida durante años, de los valores de los caudales diarios, se suele trabajar con los años extremos y con el año característico (aquél que se aproxima más a la media) para estudios de agua potable, irrigaciones, defensas ribereñas, etc. Sin embargo, en estudios energéticos para diseño de centrales hidroeléctricas, interesan los caudales mínimos, para tener la seguridad relativa de que la central no quedará sin agua suficiente. Es frecuente que se utilicen las curvas de 95% de probabilidad, que consiste en que, para cada momento del año, se escoge el caudal que ha sido superado el 95% de las veces que se ha registrado.

Las curvas de caudales, correspondientes a grupos de varios días, proporcionan una información más segura si se trazan a partir de los valores medios de entre 3 y 10 días. Sin embargo, las curvas de caudales medios mensuales son más que suficientes para estudios de embalsamiento y energéticos.

b) La curva de frecuencias (H), informa el intervalo de días, o períodos de tiempo en los que el caudal ha estado comprendido entre ciertos

límites. Dependiendo de la magnitud de los intervalos considerados, se expresan en forma de barras o de una curva continua. Se determinan a partir de la curva anterior de caudales en función del tiempo.



c) La curva de persistencia o curva de caudales ordenados o clasificados (D), clasifica los caudales en función de su duración, expresándolo en número de días, de meses, en porcentaje u otro período. Muestra claramente la duracion en que un determinado caudal ha sido sobrepasado o alcanzado, tal como se necesita en proyectos hidroenergéticos.

En este trabajo se medirán los períodos de tiempo, "T", en tanto por ciento de año, con lo que la unidad de tiempo (1%) equivaldrá a 87.6 horas. Esto se ha adoptado así para evitar toda confusión entre el período de tiempo en que un caudal es superado y el tiempo cronológico real a que corresponden tales caudales.

(*) HÜTTE. "Manual del Ingeniero". Tomo III. 28a. Edición. Editorial Gustavo Gili S.A., Barcelona, 1971. fig. 32, pág. 1197.

Esta curva se puede construir a partir de la curva de frecuencias, tomando como abscisas las sumas de los intervalos de tiempo que corresponden a cada uno de los caudales.

Dada la aplicación energética que ha de darse en este estudio, a esta curva de persistencia o caudales ordenados, ésta debe prepararse a partir de la curva de caudales históricos o de frecuencias, con 95% de probabilidad. De esta forma se tiene, para cada porción "T" % del año, cuál es el caudal mínimo esperable en todo ese período, con un 95% de probabilidad de ser superado.

Considerando que, aunque a un año (365 días) le corresponde el valor de T = 100 (% año), se requiere un período necesario de inactividad de la central para mantenimiento, normalmente el 5%, el caudal mínimo útil que se tomará es el correspondiente al 95% del año, esto es, la ordenada correspondiente a T = 95 (% año). Este caudal mínimo suele escribirse, por convención internacional (*), al ser función del tiempo, q = f (T), en la forma más simple: $q_{95} = f(95)$.

El caudal medio anual, "q_m", o módulo del río, es un dato importante y queda determinado por la expresión que da el valor medio de una función en un intervalo dado de la variable:

$$q_m = \frac{1}{95} \int_0^{95} q \, dT$$

(*) MATAIX, Claudio. "Turbomáquinas Hidráulicas". Editorial ICAI - Madrid, 1975. pág. 283.

El caudal será habitualmente especificado en m^3/s, aunque también puede utilizarse, dentro del Sistema Internacional de Unidades, en l/s cuando los caudales sean pequeños.

3. Expresión Algebraica de la Curva de Caudales Ordenados

La curva de caudales clasificados, $q = f(T)$, no suele tener una expresión analítica sencilla y diversos autores han ensayado aproximar la curva con el de menor número de parámetros posibles.

Se podrían introducir los valores de la curva en un computador y trabajar con éste, pero como uno de los objetivos del presente estudio es determinar fórmulas prácticas de cálculo sencillo, que aporten la suficiente aproximación para tomar una decisión rápida, es conveniente decidirse por utilizar alguna expresión algebraica sencilla suficientemente aproximada a la realidad.

El ajuste potencial modificado sugerido por Contagne (*), proporciona una expresión analítica de la curva de caudales ordenados de la forma:

$$q = q_0 + b\ (T_0 - T)^n$$

para aproximar la curva de caudales ordenados, siendo (T_0, q_0) un punto real de la curva de caudales ordenados. Dado que, para un estudio energético, el caudal mínimo utilizable, q_{95}, es fundamental, la curva potencial aproximativa se hará pasar definitivamente por este punto extremo

(*) REMENIERAS, G. "Tratado de Hidrología Aplicada". 2a. Edición. Editores Técnicos Asociados S.A., 1974. pág. 359.

$(95, q_{95})$. Por tanto se tendría:

$$q = q_{95} + b\,(95 - T)^n$$

Y haciendo que esta curva de ajuste coincida con la real en otro punto intermedio de la curva, por ejemplo, el $(50, q_{50})$, correspondiente al caudal "semipermanente" o caudal que es superado la mitad del año, se puede llegar a especificar el coeficiente "b", pues deberá cumplirse:

$$q_{50} = q_{95} + b\,(95 - 50)^n$$

Y despejando "b" :

$$b = (q_{50} - q_{95}) / 45^n$$

con lo cual la fórmula queda ahora:

$$q = q_{95} + (q_{50} - q_{95})\,(95 - T)^n / 45^n$$

Y, por último, considerando como tercera condición, que tanto el río real como el aproximado proporcionen la misma cantidad total de agua al año, es decir, que tengan el mismo caudal medio o módulo, se puede determinar el exponente "n".

Teniendo en cuenta la definición anterior de caudal medio y sustituyendo en ella la expresión potencial asignada a "q" :

$$q_m = \frac{1}{95} \int_0^{95} q\, dT = \frac{1}{95} \int_0^{95} (q_{95} + b\,(95 - T)^n)\, dT =$$

$$= \frac{1}{95} \left[q_{95}\, T - b\,(95 - T)^{n+1} / (n + 1) \right]_0^{95} =$$

$$= q_{95} + b\, 95^n / (n + 1)$$

Y sustituyendo el valor de "b" encontrado más arriba, resulta:

$$q_m = q_{95} + (q_{50} - q_{95})\ (95/45)^n / (n + 1)$$

de donde resulta la siguiente expresión:

$$\frac{(95/45)^n}{n + 1} = \frac{q_m - q_{95}}{q_{50} - q_{95}}$$

de la cual puede determinarse el valor del exponente "n".

La primera y segunda derivadas de la función adoptada como curva de caudales ordenados, resultan ser:

$$q = q_{95} + b\ (95 - T)^n$$

$$dq / dT = - nb\ (95 - T)^{n-1} \qquad < 0$$

$$d^2q / dT^2 = n\ (n - 1)\ b\ (95 - T)^{n-2}$$

donde se observa que:

a) La primera derivada es negativa con lo que la curva resulta monótona decreciente, tal como corresponde a una curva de caudales clasificados, por definición.

b) Para valores de $n > 1$, la segunda derivada es positiva e indica una concavidad hacia arriba; esto ocurre cuando el módulo del río "q_m" es mayor que el llamado caudal semipermanente, "q_{50}", como puede comprobarse en la expresión que da el valor de "n".

c) Para valores de $n < 1$, la segunda derivada es negativa e indica una concavidad negativa, sucediendo cuando $q_m < q_{50}$.

d) Y para el valor de n = 1, esto es, cuando $q_m \simeq q_{50}$, la segunda derivada se anula; lo que indica que la curva de caudales ordenados puede aproximarse a una recta (expresión lineal en "T"), de ecuación:

$$q = q_{95} + (q_{50} - q_{95})\ (95 - T) / 45$$

Y pendiente: $-(q_{50} - q_{95}) / 45$

Es, pues, sencillamente una recta que pasa por los puntos (50, q_{50}) y (95, q_{95}) tal como se había previsto en las especificaciones del ajuste.

Se puede concluir que cuando el módulo del río "q_m" sea aproximadamente igual al caudal semipermanente "q_{50}", puede ajustarse la curva de caudales ordenados mediante una simple recta de pendiente negativa: $(q_{50} - q_{95})/45$, que pasa por el punto final (95, q_{95}); mientras que para valores de "q_m" y "q_{50}" diferentes, se requiere adoptar el ajuste potencial de la curva con exponente "n".

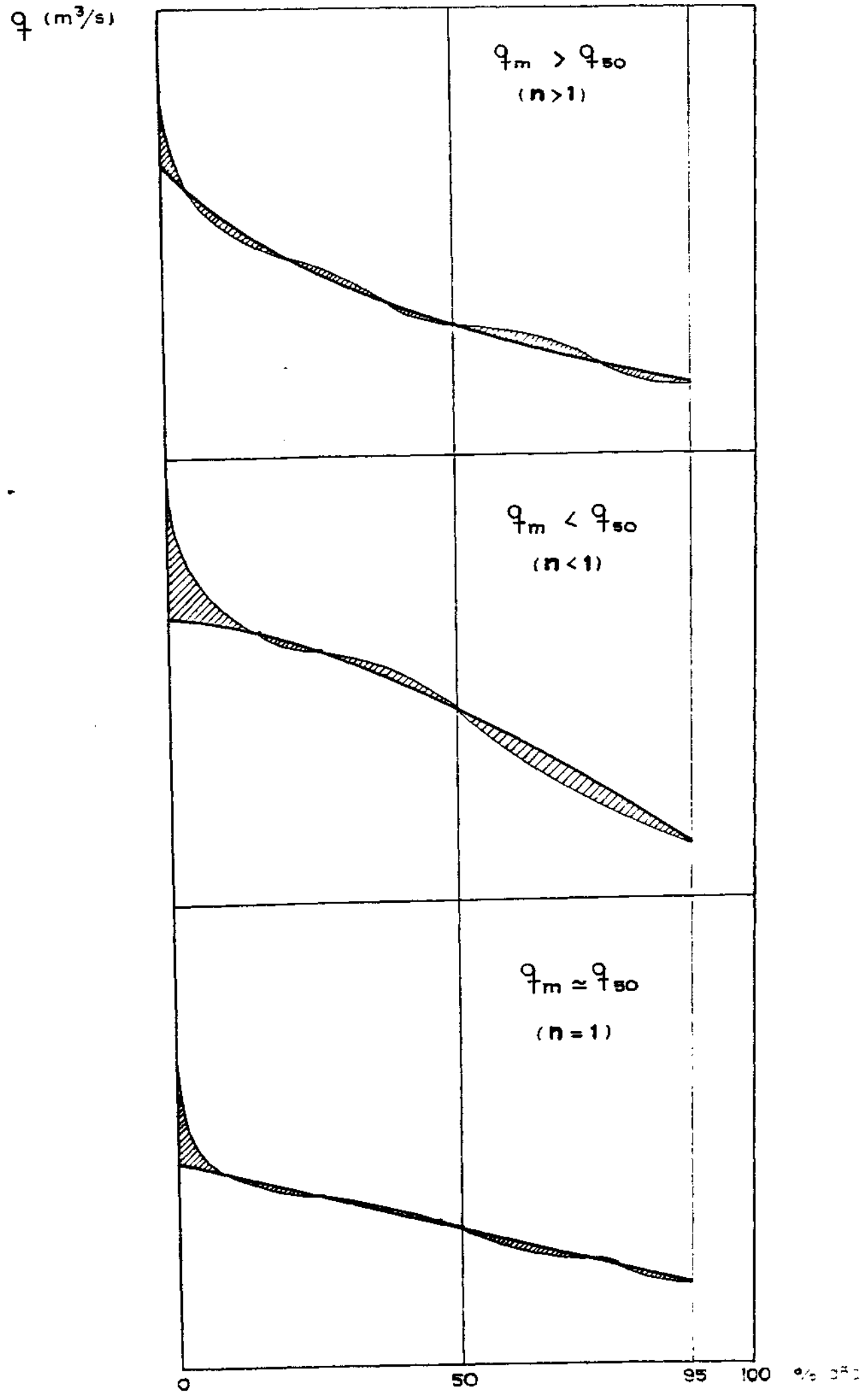
Al objeto de simplificar la escritura y a efectos sólo de este estudio, se representará el caudal mínimo también como "q_0", en que el subíndice se refiere al caudal mínimo y no al correspondiente al 0% del año, pues este último no suele utilizarse en la práctica como máximo, sino el q_5 (5% del año).

Asimismo, las diferencias de caudales correspondientes a distintos porcentajes del año puede simplificarse así:

$$q_{50} - q_{95} = q_{50/95}$$

quedando la expresión para la función potencial del caudal:

$$q = q_0 + q_{50/95}\ (95 - T)^n / 45^n$$


q (m³/s)
qm > qso
(n>1)
qm < qso
(n<1)
qm ≃ qso
(n=1)
0
50
95
100

CAPITULO II

SALTOS DE AGUA

1. Minicentrales

Cuando se ha decidido el aprovechamiento hidroeléctrico de un pequeño salto de agua en un lugar determinado, queda ya determinada la altura bruta disponible y, por tanto, de alguna manera aproximada también, el salto neto.

Para determinar la potencia y, por consiguiente la energía eléctrica producida, se requiere fijar previamente el caudal que se ha de turbinar y cuya optimización constituye el objeto de este estudio. Una vez establecido el caudal, puede procederse al diseño definitivo de todas las conducciones y equipos que constituirán la central.

El presente estudio se limitará a pequeñas centrales, y más en concreto, a minicentrales, dado que las medianas y grandes centrales hidroeléctricas exigen un diseño específico para cada ubicación topográfica y geológica que no admiten un tratamiento generalizado. Algo similar sucede con las centrales muy pequeñas (microcentrales) que también escapan, de alguna manera, del diseño más o menos común adjudicables a las minicentrales.

De modo orientativo, se considerarán como minicentrales en este estudio los pequeños saltos de agua comprendidos entre 500 kW (0.5 MW) y 5 MW, aunque dicho margen sería válidamente ampliable desde 0.1 a 10 MW, sin

problema alguno. Dadas las circunstancias económicas mundiales en la actualidad, las pequeñas centrales tienen que tener, por lo general, una cierta altura de caída para que puedan ser competitivas con los grupos electrógenos diesel. Esto quiere decir que habitualmente requerirán de largos canales de aducción y, quizá, turbinas Pelton, que se adaptan mejor y más económicamente a los saltos altos. Todo lo cual no es óbice para que los resultados de este estudio no puedan aplicarse a cualquier tipo de minicentral con cualesquiera componentes.

2. Costo de un salto de agua

Para proceder a la determinación del caudal óptimo, sea éste el que permite mayor utilidad económica a la explotación, o máxima energía eléctrica rentablemente, o menor costo de producción del kWh, etc., en cualquier caso, es preciso disponer de una expresión algebraica que mida, de modo aproximado naturalmente, el costo del salto de agua en función del caudal nominal, "Q" (m^3/s) para el que se han de diseñar todas las instalaciones de la central.

De este modo, conociendo también la cantidad de energía generable para cada caudal de diseño, podrán compararse los ingresos por venta de energía con los costos correspondientes de producción, y mediante un tratamiento matemático, determinar el caudal o, al menos, el orden de magnitud del caudal óptimo para diseñar el salto de agua.

Sin embargo, la determinación del costo general de construcción de una central hidroeléctrica, no es fácil de conseguir, debido a que está

en función de las características topográficas e hidrológicas del valle en cuestión por el que discurre el río que, a su vez, son distintas para cada zona o región.

Si se quiere tener una idea, aunque general, del costo del salto, se puede acudir a la información sobre centrales hidroeléctricas ya construidas, de tipo y condiciones, lo más semejante a la central en estudio, actualizando apropiadamente los precios de construcción.

Se obtiene una información que, aunque resultaría inadecuada a efectos de financiación del salto, puede ser útil para el proceso de optimización del caudal turbinable de la central.

Sin embargo, si se quiere tener una optimización más precisa es necesario disponer de los diseños específicos de cada elemento de la central, con los cuales se evaluará su costo para distintos tamaños o caudales posibles, con lo que puede deducirse una expresión algebraica potencial sencilla que proporciona aproximadamente el costo de cada componente de un salto en función del caudal, aproximada por mínimos cuadrados mediante una recta de regresión en coordenadas doblemente logarítmicas. Incluso, se puede llegar a obtener una expresión potencial monomia simple aplicando el mismo concepto a la suma de todos los costos de la central, para cada caudal, que resulta más útil para el cálculo del caudal turbinable óptimo de la central, como se tratará más adelante.

3. Componentes del salto

Dado que el estudio se centra en minicentrales hidroeléctricas, se definirán inicialmente los componentes habituales de una central de este tipo, para luego proceder a calcular el costo aproximado de cada una de ellas.

En primer lugar, combinada con la represa o independiente de ella, está la obra de captación del agua del río.

Si se dispone construir una represa de acumulación, la bocatoma de captación puede estar incluida en ella, o más habitualmente, a un lado de la misma.

Si no va a instalarse represa, será necesario sustituirla por un azud o represa de derivación, que tiene por objeto levantar el nivel del agua en la toma, garantizando que la derivación sea fácil, segura y regulable.

La bocatoma permite la regulación gruesa de las aguas, que se llevarán por las conducciones de alimentación hasta la central, mediante la acción de una compuerta de captación. La regulación fina se hace en la cámara de carga, por acción indirecta de la regulación de la turbina. La bocatoma suele disponer también de una rejilla metálica, para evitar el ingreso, a los conductos de alimentación, de materiales flotantes.

El desarenador tiene la función de hacer decantar las arenas y sólidos que traen las aguas del río; su longitud y profundidad está en fun-

ción de la calidad (contenido en sólidos) tanto del agua del río, como de la que se desea turbinar.

El conducto que transporta el agua del río a la cámara de carga, puede ser cerrado (túnel, galería, etc.), o abierto (canal). En pequeñas centrales no se justifica, habitualmente, perforar túneles, y se utilizan canales en ladera del valle.

El canal de aducción suele tener sección trapezoidal, aunque también puede ser rectangular o semicircular; y siempre con pendientes muy pequenas (milésimas), para perder poca altura de salto.

Al final del canal se ubica el depósito o cámara de carga de la tubería, que une el canal y la tubería forzada. Como se tratará más adelante, su ubicación se escogerá para que los costos de las conducciones sean mínimos. La cámara de carga dispone de un aliviadero que, es un canal o tubo que descarga el agua que no es turbinada, al río. Para evitar daños por erosión debe ubicársele convenientemente.

La tubería forzada o de presión, es la que conduce el agua desde la cámara de carga hasta las turbinas, permitiendo la transformación de la energía potencial del agua en energía de presión.

En ríos de mucha pendiente, puede prescindirse del canal de alimentación y tender la tubería paralela al cauce hasta la casa de máquinas. En este caso, la posible represa de acumulación puede también actuar como represa de presión.

La casa de máquinas, además de su estructura propia, está formada básicamente por:

. Turbinas y accesorios, que transforman la energía de presión en energía mecánica.

. Generadores o alternadores, que transforman la energía mecánica en eléctrica.

. Patio de distribución, transformadores e interruptores necesarios para la transmisión eléctrica.

El agua turbinada se descarga, a través de un canal de fuga, al río; suelen ser, por lo general, canales abiertos de corta longitud.

4. Costo de las Conducciones Hidráulicas

Por lo general, en las pequeñas centrales de cierta altura de salto, la mayor proporción del costo total se encuentra en las conducciones hidráulicas, habitualmente canal y tubería forzada. El primero por ser de gran longitud, y la segunda por ser construida de acero, habitualmente, y tener también una cierta longitud. En los saltos de mayor altura puede superar la mitad del costo de inversión, por lo que es preciso disponer de datos, lo más aproximados posibles, para estimar sus costos.

Afortunadamente se dispone ya de sendos estudios recientes realizados en la Universidad de Piura, que no sólo proporcionan los costos de canales y tuberías en general, sino precisamente los costos óptimos de tales conducciones, y en función del caudal nominal de la central y de todos los otros parámetros involucrados en su costo.

Sin perjuicio de que, en cada diseño óptimo de minicentral que haya de realizarse, se utilicen los datos correspondientes para cada caso, en el presente estudio se deducirán unas expresiones concretas de costos del canal y de la tubería, a modo de ejemplo en primer lugar, y también para que pueda servir de estimación promedio de costos durante el resto del presente estudio.

5. Canal de Aducción

En primer lugar, con respecto al costo unitario del canal óptimo, se dispone de la siguiente expresión general (*):

$$C_c = 14.5\ F^{0.21}\ (EP_c)^{0.49}\ P_v^{0.30}\ A^{-0.21}\ (T_1 - T_0)^{-0.07} \qquad (UM/m)$$

en la cual "F" es un factor auxiliar:

$$F = \gamma\ n^2\ U\ Q^3\ P_e$$

y "UM" es la unidad monetaria en la que vienen expresados los diferentes precios, y que en este estudio se adoptará el dólar norteamericano (US$) de utilización mundialmente generalizada.

Las variables que interesan en la fórmula anterior, se explican a continuación, al mismo tiempo que se les asigna, a modo de ejemplo y para el presente estudio, valores arbitrarios promedios (algunos obtenidos de manuales de proyectos y otros de la experiencia ordinaria), al objeto de obtener un costo específico de canal sólo en función del caudal.

(*) VILLAR, Reynaldo. "Estudio Generalizado del Dimensionamiento óptimo de Canales de alimentación de Centrales Hidroeléctricas". Universidad de Piura, 1985. pág. 125.

Los valores promedios para el ejemplo del presente estudio serán:

. Rendimiento (η)		= 76.5%		
. Rugosidad del revestimiento (n)		= 0.015		(*)
. Utilización anual de la central	(U)	= 4,000	(h/año)	
. Talud de la ladera del valle	(T_1)	= 1.5		(*)
. Talud del desmonte	(T_0)	= 0.3		(*)
. Espesor de revestimiento	(E)	= 0.2	(m)	(*)
. Precio del revestimiento	(P_c)	= 248	(US$/m³)	(**)
. Precio de excavación	(P_v)	= 48	(US$/m³)	(**)
. Precio de la electricidad en central	(P_e)	= 0.05	(US$/kWh)	
. Coeficiente del costo anual de inversión	(A)	= 0.1	(1/año)	

Los precios proporcionados por la obra de la referencia, corresponden a 1980, por lo que han sido actualizados a 1988 adecuadamente.

Teniendo en cuenta que la inflación acumulada del dólar americano (US$) en los últimos 8 años, ha sido del 54.5% (***), los precios de construcción anteriores fueron obtenidos previa multiplicación por 1.545 de los datos referenciales.

(*) NOZAKI, Tsuguo. "Elaboración de Proyectos de Centrales Hidráulicas" Japan International Cooperation Agency (JICA). Lima, 1986. págs. A-29, A-30 y A-31.

(**) NOZAKI, Tsuguo. "Guía para la Estimación Preliminar de los Metrados y Costos para la Estructura de una Central Hidráulica". JICA. Lima, 1985. pág. 13.

(***) Banco Central de Reserva del Perú.. Internacional Financial Statistics. "Reseña Económica". Julio de 1987, y Diciembre de 1982. págs. 75 y 85.

Asimismo, con respecto al coeficiente del costo anual "A" de la inversión, se ha utilizado el recomendado por E.L. Grant (*) como coeficiente de recuperación anual de la inversión, y que indica el costo asignable anualmente a la inversión total efectuada, a efectos de contabilidad:

$$A = i\ (1 + i)^N / ((1 + i)^N - 1) \qquad (1/año)$$

en la que "i" es la tasa de interés anual, incluyendo impuestos y otros gastos proporcionales a la inversión, y "N" es el número de años de vida útil estimado para la central.

Suponiendo un valor estimativo promedio para "i" del 10% y N = 30 años, habitual en minicentrales, resultaría:

$$A = 0.1 \times 1.1^{30} / (1.1^{30} - 1) = 0.1 \qquad (1/año)$$

Por lo tanto, para el ejemplo concreto en cuestión, resultará:

$$F = (0.765)(0.015)^2\ (4{,}000)(0.05)\ Q^3 =$$

$$= 0.034\ Q^3$$

$$C_c = 14.5(0.034\ Q^3)^{0.21}\ (0.2 \times 248)^{0.49}\ (48)^{0.3}\ (0.1)^{-0.21}\ (1.2)^{-0.07}$$

$$= 246.9\ Q^{0.63} \qquad (US\$/m)$$

Naturalmente, para calcular el costo total del canal debe multiplicarse por la longitud total del mismo, "L_c", según se analizará más adelante.

(*) LINSLEY y FRANZINI. "Ingeniería de los Recursos ...". pág. 444.

6. Tubería de Presión

Con respecto a la tubería de presión, se dispone también del estudio completo de dimensionamiento óptimo, y sus costos, para los diversos tipos de tuberías forzadas (diámetro variable o constante), así como de sus partes (parte superior, intermedia o inferior), para los diferentes casos posibles.

Para el ejemplo a utilizar en el presente estudio, se ha preferido escoger las fórmulas para tubería de diámetro variable (más económica), con espesor de corrosión entre 3 y 5 mm. En concreto, se elige 3 mm de sobre-espesor, correspondiente al desgaste clásico de una décima de mm por año, para 30 años de vida útil; aunque, en cada caso particular, deberá escogerse tal sobre-espesor según la calidad del agua turbinada.

Asimismo, se escoge la expresión general de diámetro y costo óptimo, despreciando la especial correspondiente a la parte inferior de la tubería que da mayor precisión, pero sólo en tuberías de gran tamaño, que no es el caso de este estudio para minicentrales.

Aunque se dispone de datos de costos para la parte superior de la tubería, que utiliza el espesor constante mínimo admisible para la tubería, se prefiere, para el ejemplo presente, despreciarla, debido a su corta longitud, y tomar el costo de toda la tubería a efectos de simplificación como si toda ésta fuera de espesor variable, siendo el error cometido de escasa importancia.

El costo anual por unidad de longitud de la parte general de la tubería, tiene la siguiente expresión (*) :

$$C_{t_1} = 24500\ P_a\ D\ (g\ \delta\ H_1\ D/2\varphi\sigma + E_c) \qquad (UM/m)$$

siendo las funciones auxiliares:

$$D = 0.7\ W^{0.15}\ Z^{0.13}$$

$$W = \eta\ F\ P_e\ Q^{2.85} / A\ P_a\ K^{1.85} \qquad \text{(constante)}$$

$$Z = \varphi\sigma / H_1 \qquad \text{(variable con la profundidad, "}H_1\text{", de cada tramo de la tubería)}$$

Se tomarán los siguientes valores promedios para el ejemplo del presente estudio:

. Rendimiento (η) = 76.5%

. Coeficiente de utilización (F) = 0.45 (equivalente a 4000 h/año)

. Precio de la energía eléctrica en central (P_e) = 0.05 (US$/kWh)

. Coeficiente del valor anual del costo de inversión (A) = 0.1 (1/año)

. Costo del acero de la tubería (acero promedio SM 58) (P_a) = 5.72 (US$/kg) (**)

. Coeficiente de rugosidad Hazen-William (para acero viejo soldado) (K) = 110

(*) JAVE, Carlos. "Dimensionamiento óptimo de Tuberías de Presión". Ponencia presentada por la Universidad de Piura en el VI Congreso Nacional de Ingeniería Civil. Lima, 1986. pág. 2.

(**) NOZAKI, T. Obra citada: "Guía para la Estimación Preliminar ...". págs. 13 y 88.

. Coeficiente de resistencia de la soldadura (φ) = 1

. Esfuerzo de tracción admisible (para el acero SM 58 escogido) (σ) = 226 x 10^6 (N/m²) (*)

. Densidad del agua (δ) = 1,000 (kg/m³)

. Aceleración normal de la gravedad (g) = 9.806 (m/s²)

. Sobre-espesor de corrosión (E_c) = 0.003 (m)

Y reemplazándolos en las respectivas funciones auxiliares, se tiene:

$$W = (0.765)(0.45)(0.05)\ Q^{2.85} / (0.1)(5.72)(110)^{1.85} =$$
$$= 5 \times 10^{-6}\ Q^{2.85}$$

$$Z = (1)(226 . 10^6) / H_1 =$$
$$= 226 . 10^6\ H_1^{-1}$$

$$D = 0.7\ (5.10^{-6}\ Q^{2.85})^{0.15}\ (226 . 10^6\ H_1^{-1})^{0.13} =$$
$$= 1.4\ Q^{0.43}\ H_1^{-0.13}$$

y el costo anual por unidad de longitud de la tubería:

$$C_{t_1} = 24500(5.72)(1.4Q^{0.43} H_1^{-0.13})(9.806 \times 1.000 H_1 (1.4 Q^{0.43} H_1^{-0.13}) / 2$$
$$(1)\ 226 . 10^6 + 0.003) =$$

$$= 588.6\ Q^{0.43}\ H_1^{-0.13} + 6\ Q^{0.86}\ H_1^{0.74} \quad \text{(US\$/m)}$$

Para obtener el costo específico promedio por unidad de longitud de la tubería (y no el correspondiente a cada profundidad "H_1" de tubería), es preciso calcularlo por integración, según la expresión correspondiente:

(*) NOZAKI, T. Obra citada: "Guía para la Estimación Preliminar ...". págs. 13 y 88.

$$C_t = \frac{1}{H} \int_o^H C_{t_1} \, dH_1 \qquad \text{(US\$/m)}$$

en el cual "H" corresponde a la máxima presión interna, en metros de columna de agua que ha de soportar la tubería, y que resulta igual a la altura topográfica de la misma afectada por un coeficiente por golpe de ariete. El resultado viene a ser muy similar al valor "H" del salto de agua, pues lo aumentado por golpe de ariete, debe disminuirse por la pérdida de altura de salto en el canal y en las obras de captación correspondientes, así como la pérdida de carga en la tubería.

El valor promedio para el costo específico de la tubería resulta:

$$C_t = \frac{1}{H} \int_o^H (588.6 \, Q^{0.43} \, H_1^{-0.13} + 6 \, Q^{0.86} \, H_1^{0.74}) \, dH_1 =$$

$$= \frac{1}{H} (676.6 \, Q^{0.43} \, H^{0.87} + 3.4 \, Q^{0.86} \, H^{1.74}) =$$

$$= 676.6 \, Q^{0.43} \, H^{-0.13} + 3.4 \, Q^{0.86} \, H^{0.74} \qquad \text{(US\$/m)}$$

7. Ubicación óptima de la cámara de carga

Para el cálculo del costo total del canal y de la tubería es preciso multiplicar sus costos específicos promedios por las longitudes respectivas de ambas conducciones; la primera desde la bocatoma a la cámara de carga y la segunda, desde ésta hasta la casa de máquinas.

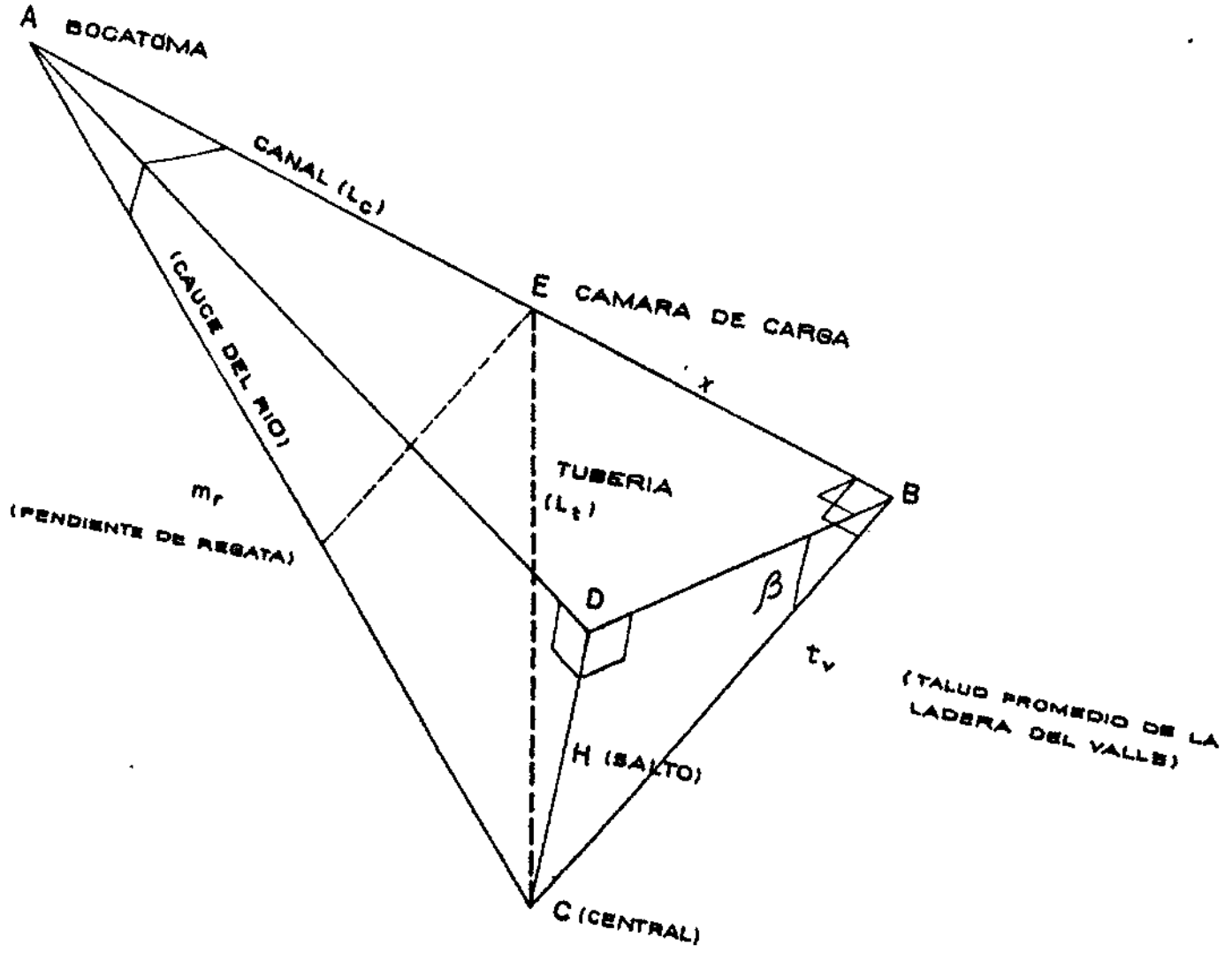
Y para determinar tales longitudes totales habría que definir la ubicación de tal cámara de carga, que corresponde al punto de enlace entre

el canal y la tubería. Y puesto que el costo de la tubería respecto al canal suele ser algo superior (si no fuera así, no se justificaría la existencia del canal), es necesario plantearse la ubicación del depósito de carga en el punto que resulte más económica la totalidad de las conducciones (canal más tubería).

Para facilitar el estudio, se asimilará el valle, por el que discurre el arroyo o río, a la forma de un diedro, la mitad derecha del cual se muestra en la figura, y que corresponde a la forma que adquiriría el valle si pudiera idealmente enderezarse. El cauce constituye la arista inferior y tiene una pendiente de regata "m_r", y uno de sus lados corresponde a la ladera del valle con talud "t_v", por el que discurre el canal.

Dado que el río, en la realidad, serpentea en el fondo del valle y la ladera del valle por la que desciende la tubería no es exactamente plana, tanto la longitud del canal "L_c" como la de la tubería "L_t" deberán afectarse, en su momento, por coeficientes adecuados a la topografía del lugar.

La longitud máxima del canal corresponde al segmento casi horizontal $\overline{AB}$ y la longitud mínima de la tubería a $\overline{BC}$, línea de máxima pendiente de la ladera, por la que, habitualmente solían bajarse antes las tuberías, al objeto de reducir el costo de éstas. Sin embargo, hay que tener en cuenta que hoy día cuesta bastante la construcción de canales y, quizá, resulta preferible acortar un buen trecho éstos aunque se alargue algo la tubería. Sólo tendría sentido hacer seguir a la tubería la máxima pendiente, en el caso de que el costo de ésta sea infinito respecto al del canal, lo cual no sucede en la realidad.


A BOCATOMA
CANAL (L_c)
(CAUCE DEL RIO)
E CAMARA DE CARGA
x
TUBERIA
(L_t)
B
m_r
(PENDIENTE DE REGATA)
D
β
t_v
(TALUD PROMEDIO DE LA LADERA DEL VALLE)
H (SALTO)
C (CENTRAL)

Además, el desplazar la cámara de carga desde "B" hacia "A" (hasta "E", por ejemplo) facilita que el agua no turbinada, que regresa al río por el aliviadero, caiga ya lejos de la tubería y de la central, sin socavar los cimientos de apoyos, anclajes y cimientos de estas construcciones. De la figura, se deducen las siguientes expresiones:

$$\overline{AE} + \overline{EC} < \overline{AB} + \overline{BC}$$

$$m_r = H / \overline{AD}$$

$$tg\,\beta = 1/t_v = H / \overline{BD}$$

$$\overline{AB} = (\overline{AD}^2 - \overline{BD}^2)^{1/2} = H\,(1/m_r^2 - t_v^2)^{1/2} \quad (m)$$

$$\overline{BC} = H / sen\,\beta = H\,(1 + t_v^2)^{1/2} \quad (m)$$

$$L_c = \overline{AB} - \overline{EB} = \overline{AB} - x \quad (m)$$

$$L_t = (\overline{BC}^2 + x^2)^{1/2} \quad (m)$$

De la expresión de $\overline{AB}$, se observa una primera condición: que no tiene sentido la existencia del canal cuando la pendiente de regata del río "m_r" es igual o mayor que la de la ladera del valle "$1/t_v$", correspondiendo a un valor nulo o imaginario del tramo $\overline{AB}$. Por tanto, se deduce que, si no se cumple que la pendiente "m_r" es menor que la pendiente "$1/t_v$" de la ladera del valle, la tubería debería discurrir a lo largo del cauce del río y sin ningún canal.

Debido a la fricción que hay en las paredes de la tubería forzada, se produce una pérdida de carga o de presión en la misma, que supone una disminución del salto bruto. Asimismo, la diferencia de cotas entre el inicio y fin del canal, debido a su pendiente, supone también otra pérdi-

da de salto bruto. Estas pérdidas de altura de salto, suponen pérdidas de la energía potencial hidráulica, que crecen conforme aumentan las longitudes de las conducciones, y suponen energía eléctrica que se deja de producir.

Es preciso, pues, determinar las longitudes de las conducciones más adecuadas (óptimas) que no sólo hagan mínimo los costos unitarios de las mismas, sino que también minimicen conjuntamente las pérdidas en dichas conducciones.

Llamando "P_c" y "P_t" al valor anual de las pérdidas de salto en el canal y tubería, respectivamente, y por unidad de longitud, así como "C_c" y "C_t" a los costos unitarios de construcción (incluyendo mantenimiento capitalizado) de canal y tubería, los costos específicos globales anuales serán:

$$c = P_c + AC_c \qquad \text{(UM/m . año)}$$

$$t = P_t + AC_t \qquad \text{(UM/m . año)}$$

siendo "A" el coeficiente de valor anual de la inversión, normalmente, el coeficiente de amortización o recuperación de capital anteriormente mencionado.

La suma de las pérdidas energéticas hidráulicas, "P", anuales, expresadas en su valor económico, más el costo equivalente anual de la inversión de ambas conducciones, "AC", se puede expresar como la suma de los costos específicos anuales que incluyen las pérdidas energéticas, de cada construcción, multiplicado por sus respectivas longitudes:

$$(P + AC)_{ct} = c\,L_c + t\,L_t \qquad \text{(UM/año)}$$

Las longitudes óptimas serán las que minimicen la suma del costo anual de cada tramo de conducción más las pérdidas en ellas. Y dado que están dichas longitudes en función de la distancia "x" a que se ubica la cámara de carga, tal como se expresa a continuación:

$$c\,L_c + t\,L_t = c\,(\overline{AB} - x) + t\,(\overline{BC}^2 + x^2)^{1/2} \qquad \text{(UM/año)}$$

se puede decir que la mejor ubicación del punto "E" que determina la ubicación de la cámara de carga, será aquella que minimice la suma anterior. El valor mínimo de dicha función corresponderá al valor de "x", que anule la primera derivada de la función con respecto a esta variable a optimizar:

$$d\,(P + AC)_{ct}/dx = -c + tx\,(\overline{BC}^2 + x^2)^{-1/2} = 0$$

De donde se sigue que:

$$x = \overline{BC} \,/\, ((t/c)^2 - 1)^{1/2}\,) \checkmark$$

$$x = H\,(1 + t_v^2)^{1/2} \,/\, ((t/c)^2 - 1)^{1/2}\,) \qquad \text{(m)}$$

La segunda derivada resulta ser:

$$d^2\,(P + AC)_{ct} / dx^2 = t\,\overline{BC}^2 / (\overline{BC}^2 + x^2)^{3/2} > 0 \quad \checkmark$$

Correspondiendo el extremo anteriormente hallado a un mínimo, por ser positiva tal derivada.

La longitud óptima de tubería, "L_t", será pues algo mayor que "$\overline{BC}$", e igual a:

$$L_t = (\overline{BC}^2 + x^2)^{1/2} = (H^2 (1 + t_v^2) + x^2)^{1/2} =$$

$$= H (1 + t_v^2 + (1 + t_v^2) / ((t/c)^2 - 1))^{1/2} =$$

$$= H (1 + t_v^2)^{1/2} (t^2/c^2 / (t^2/c^2 - 1))^{1/2} =$$

$$= H (1 + t_v^2)^{1/2} (1 / (1 - c^2/t^2))^{1/2} \qquad (m)$$

De esta expresión se deduce una segunda condición de existencia del canal, y es que el costo anual específico en pérdidas o inversión, "t", de la tubería debe ser superior al costo anual, "c", para no hacer negativo el segundo de los radicandos anteriores, lo cual corresponde a lo presupuestado para este cálculo de optimización.

Asimismo, la cámara de carga se situará, a una distancia de la bocatoma equivalente a la longitud del canal:

$$L_c = \overline{AB} - x =$$

$$= H ((1/m_r^2 - t_v^2)^{1/2} - (1 + t_v^2)^{1/2} / ((t/c)^2 - 1)^{1/2}) \qquad (m)$$

Para la conveniencia de existencia de canal, además de las dos condiciones elementales anteriores, a saber:

$$m_r < 1/t_v \qquad y \qquad t/c > 1$$

se deduce ahora una tercera condición; hay que tener en cuenta que la longitud óptima de éste, "L_t", ha de ser positiva, lógicamente; de lo cual se deduce el requisito correspondiente para su existencia:

$$L_c > 0$$

$$H\,((1/m_r^2 - t_v^2)^{1/2} - (1 + t_v^2)^{1/2} / ((t/c)^2 - 1)^{1/2}) > 0$$

$$H\,(1/m_r^2 - t_v^2)^{1/2} > H\,(1 + t_v^2)^{1/2} / ((t/c)^2 - 1)^{1/2}$$

$$(t/c)^2 > 1 + (1 + t_v^2) / (1/m_r^2 - t_v^2)$$

$$t/c > ((1 + 1/m_r^2) / (1/m_r^2 - t_v^2))^{1/2}$$

Condición que incluye a las anteriores, por ser, de hecho, el denominador menor que el numerador (y por tanto, el costo "t" mayor que el costo "c") y no imaginario ($m_r < 1/t_v$).

En el caso de no ser conveniente económicamente el canal, la tubería se trazará paralela al cauce del río, desde la represa o bocatoma, hasta la central, cuidando que los apoyos y anclajes de dicha tubería no sufran deterioro en caso de avenidas fuertes del río.

8. Costo Total de las Conducciones

Deducidas ya las longitudes óptimas de canal y tubería, la expresión del costo total de inversión en las conducciones será:

$$C = C_c L_c + C_t L_t =$$

$$= C_c H\,((1/m_r^2 - t_v^2)^{1/2} - (1 + t_v^2)^{1/2} / ((t/c)^2 - 1)^{1/2}) +$$

$$+ C_t H(1 + t_v^2)^{1/2}\,(1/(1 - c^2/t^2))^{1/2} =$$

$$= H(C_c(1/m_r^2 - t_v^2)^{1/2} + (1 + t_v^2)^{1/2}(-C_c/(t^2/c^2 - 1)^{1/2} + C_t/(1 - c^2/t^2)^{1/2}) =$$

$$= H(C_c(1/m_r^2 - t_v^2)^{1/2} + (1 + t_v^2)^{1/2}\,(tC_t - cC_c) / (t^2 - c^2)^{1/2}) \qquad (EM)$$

Como se indicó anteriormente, se disponen ya de estudios recientes de las conducciones (canal y tubería) realizados en la Universidad de Piura y que, precisamente, proporcionan los costos específicos anuales en pérdidas e inversiones óptimas tanto del canal "c", como de la tubería "t", en función de todos los parámetros involucrados en su costo. Con estos valores de "c" y de "t", más los de "C_c" y "C_t" anteriores, resulta posible calcular el costo de inversión (siempre incluyendo la pequeña proporción del mantenimiento capitalizado) del conjunto de conducciones.

Así pues, para el canal de aducción se tiene la siguiente expresión del costo específico anual en pérdidas e inversiones óptimo (*) :

$$c = 19\ F^{0.21}\ (EP_c)^{0.46}\ P_v^{0.32}\ A^{0.78}\ (T_1 - T_0)^{-0.08} \qquad \text{(UM/m . año)}$$

Cuyas variables y sus valores promedios para el ejemplo de cálculo de este estudio han sido ya explicados y asignados al tratar el costo específico del canal; por todo lo cual resulta ahora:

$$c = 19\ (0.034\ Q^3)^{0.21} (0.2 \times 248)^{0.46} (48)^{0.32} (0.1)^{0.78} (1.5 - 0.3)^{-0.08} =$$

$$= 31.8\ Q^{0.63} \qquad \text{(US\$/m . año)}$$

Igualmente, para el costo específico anual en pérdidas e inversiones óptimo de la tubería, se dispone de la siguiente expresión (**) :

$$t_1 = 17150\ A P_a\ (305\ W^{0.28}\ Z^{-0.62} + 3430\ W^{0.30}\ Z^{-0.74} + W^{0.15}\ Z^{0.13}\ E_c) \qquad \text{(UM/m . año)}$$

(*) VILLAR, Reynaldo. Fuente citada: "Estudio Generalizado del Dimensionamiento ...". pág. 125.

(**) JAVE, Carlos. Fuente citada: "Dimensionamiento óptimo ...". pág. 4.

Las funciones auxiliares y valores promedios serían los mismos que se explicaron anteriormente al estudiar el costo específico de la tubería, por lo que resulta:

$$t_1 = 17150\ (0.1)(5.72)(305\,(5 \times 10^{-6}\ Q^{2.85})^{0.28}\ (226 \times 10^6\ H_1^{-1})^{-0.62} +$$

$$+ 3430\ (5 \times 10^{-6}\ Q^{2.85})^{0.30}\ (226 \times 10^6\ H_1^{-1})^{-0.74} +$$

$$+ (5 \times 10^{-6}\ Q^{2.85})^{0.15}\ (226 \times 10^6\ H_1^{-1})^{0.13}\ (0.003) =$$

$$= 0.65\ Q^{0.8}\ H_1^{0.62} + 0.57\ Q^{0.86}\ H_1^{0.74} + 57.5\ Q^{0.43}\ H_1^{-0.13} \quad (US\$/m\,.\,año)$$

Para obtener el costo específico anual en pérdidas e inversiones promedio de la tubería y no el correspondiente a cada profundidad "H_1" de tubería, se calcula el valor medio, por integración. Con las mismas consideraciones del caso anterior:

$$t = 1/H \int_o^H t_1\ dt_1 =$$

$$= 1/H \int_o^H (0.65\ Q^{0.8}\ H_1^{0.62} + 0.57\ Q^{0.86}\ H_1^{0.74} + 57.5\ Q^{0.43}\ H_1^{-0.13})\ dt_1 =$$

$$= 1/H\ (0.4\ Q^{0.8}\ H^{1.62} + 0.3\ Q^{0.86}\ H^{1.74} + 66.1\ Q^{0.43}\ H^{0.87}) =$$

$$= 0.4\ Q^{0.8}\ H^{0.62} + 0.3\ Q^{0.86}\ H^{0.74} + 66.1\ Q^{0.43}\ H^{-0.13} \quad (US\$/m\,.\,año)$$

Y estos valores de ejemplos de costos de tuberías y canales, en función del caudal y de la altura se sustituyen en la expresión obtenida para el costo óptimo del conjunto de conducciones.

9. Obras de captación

Para el cálculo del costo, en función del caudal, de las obras de captación del canal (bocatoma y desarenador) y de la tubería (cámara de carga), es preciso escoger el modelo de diseño correspondiente a cada una de ellas, y calcular su costo para una serie amplia de tamaños para caudales diferentes, al objeto de poder deducir de los diferentes puntos caudal-costo, una ley que los relacione, quizá mediante una recta en coordenadas doblemente logarítmicas de regresión potencial, de ajuste por mínimos cuadrados.

En el presente estudio, sin embargo, en que está tratándose de hacer un ejemplo general de costos en función del caudal, para su posible utilización posterior en la optimización del caudal de un salto de agua, se ha procedido de una manera más simple, aunque naturalmente, menos exacta. Consiste en tener los datos de costo y caudal de una buena cantidad de centrales hidroeléctricas, disponiéndolas en coordenadas doblemente logarítmicas, para ajustarles también una recta de regresión (que corresponde a una función potencial) por mínimos cuadrados; en este caso, se ajustará una recta a una serie diferente de centrales construidas, en lugar de a diferentes tamanos del diseño propuesto para la misma central concreto de que se trate, tal como se acaba de explicar.

Pues bien, para el ejemplo del presente estudio en concreto se utilizan los resultados prácticos que proporciona el Manual anteriormente citado, de Nozaki (*), obteniéndose las siguientes fórmulas para las diversas partes de la central:

(*) NOZAKI, T. Obra citada: "Elaboración de Proyectos ...". págs. C-24, 25, 26 y 31.

1) Bocatoma

a) Volumen de excavación : $V_{eb} = 271\ (rQ)^{0.825}$ (m^3)

b) Volumen de concreto : $V_{cb} = 121\ (rQ)^{0.862}$ (m^3)

c) Peso del fierro : $W_{fb} = 0.04\ V_{cb}$ (t)

d) Peso de la compuerta : $W_{cb} = 3.4\ (rQ)^{0.5}$ (t)

e) Peso de la rejilla : $W_{rb} = 1.3\ (rQ)^{0.5}$ (t)

2) Desarenador

a) Volumen de excavación : $V_{ed} = 1200\ Q^{0.75}$ (m^3)

b) Volumen de concreto : $V_{cd} = 360\ Q^{0.75}$ (m^3)

c) Peso del fierro : $W_{fd} = 0.06\ V_{cd}$ (t)

d) Peso de la compuerta : $W_{cd} = 2\ (rQ)^{0.5}$ (t)

3) Cámara de Carga

a) Volumen de excavación : $V_{ec} = 1320\ Q^{0.75}$ (m^3)

b) Volumen de concreto : $V_{cc} = 270\ Q^{0.75}$ (m^3)

c) Peso del fierro : $W_{fc} = 0.028\ V_{cc}$ (t)

Algunas fórmulas de la bocatoma y desarenador, están, no sólo en función del caudal, sino también del radio hidráulico de la conducción; éste se define como el cociente:

R = Area de la sección transversal / Perímetro mojado

y que, en el caso de conductos circulares llenos, de radio "r", será:

$R = \pi r^2 / 2\pi r = r/2 \quad ; \quad r = 2R$

Sustituyendo "r" en función de "R", quedan las anteriores fórmulas en función del radio hidráulico:

$$V_{eb} = 271\ (2RQ)^{0.825} = 480.09\ (RQ)^{0.825} \qquad (m^3)$$

$$V_{cb} = 121\ (2RQ)^{0.862} = 219.92\ (RQ)^{0.862} \qquad (m^3)$$

$$W_{cb} = 3.4\ (2RQ)^{0.5} = 4.81\ (RQ)^{0.5} \qquad (t)$$

$$W_{rb} = 1.3\ (2RQ)^{0.5} = 1.84\ (RQ)^{0.5} \qquad (t)$$

$$W_{cd} = 2\ (2RQ)^{0.5} = 2.82\ (RQ)^{0.5} \qquad (t)$$

Por otra parte, el radio hidráulico está relacionado con la velocidad del agua conducida, aproximadamente según la expresión de Manning(*):

$$V = 1/n \quad R^{2/3} \quad I^{1/2} \qquad (m/s)$$

Y dado que la velocidad del agua conducida es igual al caudal entre la sección de la conducción:

$$V = Q / A \qquad (m/s)$$

resulta la expresión siguiente que relaciona el radio hidráulico con el caudal:

$$Q = AV = A\ (1/n)\ R^{2/3}\ I^{1/2} \qquad (m^3/s)$$

Tomando valores promedios para canales pequeños (**), para el coeficiente de rugosidad "n", de 0.015, y la pendiente "I", de 1/600, así como el área para las secciones típicas de canales, expuestos en la referencia en función del tirante "a", se tiene que:

$$R = 0.432\ a \qquad (m)$$

$$A = 1.4\ a^2 = 1.4\ (R/0.432)^2 = 7.5\ R^2 \qquad (m^2)$$

(*) SHAMES, Irving. "La Mecánica de los Fluidos". Editorial Mc Graw-Hill 1967. pág. 521.

(**) NOZAKI, T. Obra citada: "Elaboración de Proyectos ...". pág. A-30.

Sustituyendo en la expresión anterior, resulta:

$$Q = 7.5\ R^2\ (1/0.015)\ R^{2/3}\ (1/600)^{1/2} =$$

$$= 20.412\ R^{8/3} \qquad (m^3/s)$$

por lo que el radio hidráulico en función del caudal queda aproximadamente: $R = 0.323\ Q^{3/8}$ (m)

Sustituyendo en la expresión de las fórmulas de la bocatoma y desarenador, que estaban en función del radio hidráulico, resulta:

$$V_{eb} = 480.09\ (0.323\ Q^{3/8}\ Q)^{0.825} = 189\ Q^{1.13} \qquad (m^3)$$

$$V_{cb} = 219.92\ (0.323\ Q^{3/8}\ Q)^{0.862} = 83\ Q^{1.19} \qquad (m^3)$$

$$W_{cb} = 4.81\ (0.323\ Q^{3/8}\ Q)^{0.5} = 2.7\ Q^{0.69} \qquad (t)$$

$$W_{rb} = 1.84\ (0.323\ Q^{3/8}\ Q)^{0.5} = 1.04\ Q^{0.69} \qquad (t)$$

$$W_{cd} = 2.82\ (0.323\ Q^{3/8}\ Q)^{0.5} = 1.6\ Q^{0.69} \qquad (t)$$

Con esto quedan ya establecidas unas fórmulas, exclusivamente en función del caudal, "Q", de todos los elementos componentes de la bocatoma, desarenador y cámara de carga de la central.

10. Casa de Máquinas y Equipamiento

Del mismo modo que las obras de captación, también se dispone en el Manual citado, de los costos de las máquinas y su edificio correspondiente de muchas centrales construidas y su ajuste potencial en función de

las variables del salto, "Q", "H", etc. (*) y para una sola unidad generadora (n = 1):

Casa de Máquinas

a) Volumen de excavación : $V_{em} = 59\ (QH^{2/3})^{0.839}$ (m^3)

b) Volumen de concreto : $V_{cm} = 23\ (QH^{2/3})^{0.839}$ (m^3)

c) Fierro para la base : $W_{fm} = 0.052\ V_{cm}$ (t)

d) Espacio para el edificio: $V_{ee} = 23\ (P/\sqrt{H})^{0.7}$ (m^3)

La fórmula para el espacio del edificio principal "V_{ee}", está en función de la relación potencia-altura, según la expresión: $P/\sqrt{H}$
La potencia eléctrica "P" se puede estimar con la fórmula:

$$P = \eta\ g\ d\ Q\ H \times 10^{-3} \qquad (kW)$$

Tomando los valores correspondientes para la aceleración normal de la gravedad "g" de 9.806 m/s^2, para la densidad del agua "d" de 1,000 kg/m^3 y un valor promedio para el rendimiento "η" de 76.5%, resulta como expresión para la potencia más simplificada:

$$P = 7.5\ Q\ H \qquad (kW)$$

por lo que la anterior relación potencia-altura resulta:

$$P/\sqrt{H} = 7.5\ Q\ H / H^{1/2} = 7.5\ Q\ H^{0.5}$$

Y la fórmula que expresa el volumen del espacio del edificio principal queda en función del caudal y de la altura:

(*) MOZAKI, T. Obra citada: "Elaboración de Proyectos ...". págs. C-35 y 36.

$$V_{ee} = 23\ (P/\sqrt{H})^{0.7} = 23\ (7.5\ Q\ H^{0.5})^{0.7}$$

$$= 94.3\ (Q\ H^{0.5})^{0.7} \qquad (m^3)$$

Asimismo, se dispone de una fórmula para el peso total de los equipos electromecánicos de la casa de máquinas y patio de llaves (*) :

$$W_{em} = 5.56\ Q^{3/4}\ H^{1/2} \qquad (t)$$

11. Costo Total del Salto

Los costos unitarios que proporciona el Manual citado, utilizado para las operaciones de las diversas partes de la central (**) son de 1980; actualizados adecuadamente, teniendo en cuenta que la inflación acumulada del dólar norteamericano (US$) en los últimos 8 años es de 54.5% (***), resultan:

a) Excavación	:	69.5	(US$/m³)
b) Concreto (con encofrado) general	:	247	(US$/m³)
c) Fierro para concreto	:	1,545	(US$/t)
d) Compuerta	:	12,360	(US$/t)
e) Rejilla	:	4,635	(US$/t)
f) Equipos electromecánicos	:	16,995	(US$/t)

(*) NOZAKI, T. Obra citada: "Guía para la Estimación ...". pág. 104.

(**) NOZAKI, T. Obra citada: "Guía para la Estimación ...". págs. 13 y 14.

(***) Banco Central de Reserva del Perú. Fuente citada: "Reseña Económica ...". págs. 75 y 85.

En cuanto al costo unitario de la obra del edificio principal por metro cúbico, tomando como valor promedio el punto (3.5, 34) de la referencia citada (*) y actualizando este precio unitario, resulta un costo de construcción de 263 $/m³ por espacio de edificio. Multiplicando las fórmulas de las diversas partes de la central (bocatoma, desarenador, cámara de carga, etc.) por sus respectivos costos unitarios, se obtienen las expresiones de los costos de las partes, en función del caudal y la altura.

El costo de la bocatoma será:

$$C_b = 189\ Q^{1.13}\ (69.5) + 83\ Q^{1.19}\ (247) + 0.04\ (83\ Q^{1.19})\ (1545) +$$
$$+ 2.7\ Q^{0.69}\ (12{,}360) + 1.04\ Q^{0.69}\ (4{,}635) =$$
$$= 13{,}135.5\ Q^{1.13} + 25{,}630.4\ Q^{1.19} + 38{,}192.4\ Q^{0.69} \qquad \text{(US\$)}$$

El costo del desarenador será:

$$C_d = 1200\ Q^{0.75}\ (69.5) + 360\ Q^{0.75}\ (247) + 0.06\ (360\ Q^{0.75})\ (1545) +$$
$$+ 1.6\ Q^{0.69}\ (12{,}360) =$$
$$= 205{,}692\ Q^{0.75} + 19{,}776\ Q^{0.69} \qquad \text{(US\$)}$$

El costo de la cámara de carga será:

$$C_{cc} = 1320\ Q^{0.75}\ (69.5) + 270\ Q^{0.75}\ (247) + 0.028\ (270\ Q^{0.75})\ (1545) =$$
$$= 170{,}110\ Q^{0.75} \qquad \text{(US\$)}$$

(*) NOZAKI, T. Obra citada: "Elaboración de Proyectos ...". pág. C-37, fig. 41.

El costo de la casa de máquinas y su edificio correspondiente será:

$$C_{cm} = 59\ (QH^{2/3})^{0.839}\ (69.5) + 23\ (QH^{2/3})^{0.839}\ (247) +$$

$$+ 0.052\ (23\ (QH^{2/3})^{0.839})(1545) + 94.3\ (QH^{0.5})^{0.7}\ (263) =$$

$$= 11{,}629.3\ Q^{0.84}\ H^{0.56} + 24{,}801\ Q^{0.7}\ H^{0.35} \qquad \text{(US\$)}$$

El costo del equipo electromecánico será:

$$C_{em} = 5.56\ Q^{3/4}\ H^{1/2}\ (16{,}995) = 94{,}492.2\ Q^{0.75}\ H^{0.5} \qquad \text{(US\$)}$$

Y por último, la expresión deducida anteriormente para el costo óptimo de las conducciones hidráulicas en conjunto (canal más tubería), era:

$$C_{ct} = C_c\ L_c + C_t\ L_c =$$

$$= H\ (C_c\ (1/m_r^2 - t_v^2)^{1/2} + (1 + t_v^2)^{1/2}\ (tC_t - cC_c)/(t^2 - c^2)^{1/2}) \qquad \text{(UM)}$$

siendo los costos de las conducciones:

$$C_c = 246.9\ Q^{0.63} \qquad \text{(US\$/m)}$$

$$c = 31.8\ Q^{0.63} \qquad \text{(US\$/m . año)}$$

$$C_t = 676.6\ Q^{0.43}\ H^{-0.13} + 3.4\ Q^{0.86}\ H^{0.74} \qquad \text{(US\$/m)}$$

$$t = 0.4\ Q^{0.8}\ H^{0.62} + 0.3\ Q^{0.86}\ H^{0.74} + 66.1\ Q^{0.43}\ H^{-0.13} \qquad \text{(US\$/m . año)}$$

A efectos de considerar las irregularidades del valle, que no es un diedro perfecto, debe elevarse, en un cierto tanto por ciento, el costo de las conducciones, porcentaje que engloba también las obras de construcciones auxiliares que requieran dichas conducciones, tales como acueductos, puentes, refuerzos de talud, apoyos y anclajes, etc. Este porcenta-

je oscila alrededor del 20% global, pero puede diferir bastante según las condiciones geográficas y geológicas del lugar.

Por otra parte a la suma total de costos de los componentes de la central, también habrá que añadir otros gastos de construcción y equipos, debidos a las obras provisionales de construcción de la central tales como carreteras de acceso, puentes, desvíos del cauce, energía eléctrica y combustible, etc.; más otros gastos administrativos que también pueden considerarse proporcionales a la inversión, como seguros, costo de intereses de pre-operación, gastos de ingeniería y administración, imprevistos, etc. Así como los gastos anuales de operación y mantenimiento que, capitalizados adecuadamente, pueden asignarse como un porcentaje de la inversión y evitar tener que considerarlos aparte, lo que facilita el cálculo de optimización posterior.

El método para evaluar los costos mediante porcentajes, varía dependiendo del tipo de elemento y concepto a evaluarse. Por lo general, los porcentajes se determinan en base a información estadística de precios y costos, tanto de centrales ya construidas, como de estudios y proyectos nacionales e internacionales. Para centrales pequeñas, estos costos pueden llegar al 30% del costo total de componentes netos del salto, y así se considerará en este estudio.

Por tanto, el costo total del salto, será la suma de las funciones de costo deducidas para las obras de toma (bocatoma, desarenador y cámara de carga), las conducciones hidráulicas (canal y tubería) y la casa de máquinas y auxiliar (incluyendo todo el equipo electromecánico y accesorios), incrementado por el porcentaje anterior:

$$S = 1.3\ (C_b + C_d + C_{cc} + C_{cm} + C_{em} + 1.2\ C_{ct}) \qquad \text{(UM)}$$

Y reemplazando las expresiones deducidas para los diferentes costos, se tiene:

$$S = 1.3\ (13{,}135.5\ Q^{1.13} + 25{,}630.4\ Q^{1.19} + 38{,}192.4\ Q^{0.69} +$$
$$+ 205{,}692\ Q^{0.75} + 19{,}776\ Q^{0.69} + 170{,}110\ Q^{0.75} +$$
$$+ 11{,}629.3\ Q^{0.84}\ H^{0.56} + 24{,}801\ Q^{0.7}\ H^{0.35} +$$
$$+ 94{,}492.2\ Q^{0.75}\ H^{0.5} +$$
$$+ 1.2\ H\ (246.9\ Q^{0.63}\ (1/m_r^2 - t_v^2)^{1/2} + (1 + t_v^2)^{1/2}$$
$$((0.4\ Q^{0.8}\ H^{0.62} + 0.3\ Q^{0.86}\ H^{0.74} + 66.1\ Q^{0.43}\ H^{-0.13})$$
$$(676.6\ Q^{0.43}\ H^{-0.13} + 3.4\ Q^{0.86}\ H^{0.74}) - 31.8\ Q^{063}(246.9\ Q^{0.63}))/$$
$$/((0.4\ Q^{0.8}\ H^{0.62} + 0.3\ Q^{0.86}\ H^{0.74} + 66.1\ Q^{0.43}\ H^{-0.13})^2 -$$
$$- (31.8\ Q^{0.63})^2)^{1/2})) \qquad \text{(US\$)}$$

Suponiendo una expresión potencial para "S", en función de sus parámetros fundamentales, con el fin de obtener una expresión monomia que aproxima el costo total del salto, y a modo de ejemplo:

$$S = a\ m_r^{\ b}\ \ t_v^{\ c}\ Q^d\ H^e$$

Y su función logarítmica correspondiente:

$$\ln S = \ln a + b \ln m_r + c \ln t_v + d \ln Q + e \ln H$$

Mediante el empleo de un programa de computación se ha calculado la recta de regresión multivariable aproximada por mínimos cuadrados, aplicado a una serie de casos típicos, obteniéndose los siguientes valores de

la constante y exponentes, con un coeficiente de correlación superior al 99% :

a = 75,000 ; b = - 0.73 ; c = - 1.47 ; d = 0.7 ; e = 0.62

Y por lo tanto:

$$S = 75{,}000\ m_r^{-0.73}\ t_v^{-1.47}\ Q^{0.7}\ H^{0.62} \qquad \text{(US\$)}$$

Se expone a continuación los resultados obtenidos.

Costo de Inversión $ y sus Parámetros Principales.

$	Mr	Tv	Q	H
776068.139	0.0100	3.3333	0.10	50.0
887766.046	0.0100	3.3333	0.10	60.0
1106657.338	0.0100	3.3333	0.10	80.0
1321342.135	0.0100	3.3333	0.10	100.0
1585644.976	0.0100	3.3333	0.10	125.0
1950440.504	0.0100	3.3333	0.10	160.0
2362244.979	0.0100	3.3333	0.10	200.0
2871854.245	0.0100	3.3333	0.10	250.0
3528705.449	0.0100	3.3333	0.10	315.0
4381634.741	0.0100	3.3333	0.10	400.0
5379966.230	0.0100	3.3333	0.10	500.0
1235140.989	0.0100	3.3333	0.20	50.0
1409216.235	0.0100	3.3333	0.20	60.0
1749961.200	0.0100	3.3333	0.20	80.0
2083825.486	0.0100	3.3333	0.20	100.0
2494573.354	0.0100	3.3333	0.20	125.0
3061206.616	0.0100	3.3333	0.20	160.0
3700672.159	0.0100	3.3333	0.20	200.0
4491954.778	0.0100	3.3333	0.20	250.0
5511992.085	0.0100	3.3333	0.20	315.0
6836968.239	0.0100	3.3333	0.20	400.0
8388630.452	0.0100	3.3333	0.20	500.0
1973157.597	0.0100	3.3333	0.40	50.0
2245115.012	0.0100	3.3333	0.40	60.0
2776837.360	0.0100	3.3333	0.40	80.0
3297297.558	0.0100	3.3333	0.40	100.0
3937185.768	0.0100	3.3333	0.40	125.0
4819504.405	0.0100	3.3333	0.40	160.0
5814987.818	0.0100	3.3333	0.40	200.0
7046775.276	0.0100	3.3333	0.40	250.0
8634923.385	0.0100	3.3333	0.40	315.0
10698596.139	0.0100	3.3333	0.40	400.0
13116649.872	0.0100	3.3333	0.40	500.0
3164551.699	0.0100	3.3333	0.80	50.0
3590490.596	0.0100	3.3333	0.80	60.0
4422299.984	0.0100	3.3333	0.80	80.0
5235694.550	0.0100	3.3333	0.80	100.0
6235111.875	0.0100	3.3333	0.80	125.0
7812580.901	0.0100	3.3333	0.80	160.0
9166389.853	0.0100	3.3333	0.80	200.0
11089003.296	0.0100	3.3333	0.80	250.0
13568230.300	0.0100	3.3333	0.80	315.0
16790921.953	0.0100	3.3333	0.80	400.0
20569058.746	0.0100	3.3333	0.80	500.0
5096786.098	0.0100	3.3333	1.60	50.0
5765624.293	0.0100	3.3333	1.60	60.0
7070329.941	0.0100	3.3333	1.60	80.0
8344978.958	0.0100	3.3333	1.60	100.0
9910221.225	0.0100	3.3333	1.60	125.0
12066648.067	0.0100	3.3333	1.60	160.0
14498564.978	0.0100	3.3333	1.60	200.0

S	Mr	Tv	Q	H
17507535.688	0.0100	3.3333	1.60	250.0
21388065.703	0.0100	3.3333	1.60	315.0
26433879.342	0.0100	3.3333	1.60	400.0
32352532.466	0.0100	3.3333	1.60	500.0
8247308.492	0.0100	3.3333	3.20	50.0
9300520.069	0.0100	3.3333	3.20	60.0
11352888.773	0.0100	3.3333	3.20	80.0
13356204.294	0.0100	3.3333	3.20	100.0
15814739.276	0.0100	3.3333	3.20	125.0
19200208.081	0.0100	3.3333	3.20	160.0
23016946.573	0.0100	3.3333	3.20	200.0
27738670.280	0.0100	3.3333	3.20	250.0
33828374.036	0.0100	3.3333	3.20	315.0
41749106.010	0.0100	3.3333	3.20	400.0
51045274.039	0.0100	3.3333	3.20	500.0
13416837.572	0.0100	3.3333	6.40	50.0
15080530.678	0.0100	3.3333	6.40	60.0
18319196.505	0.0100	3.3333	6.40	80.0
21477411.652	0.0100	3.3333	6.40	100.0
25350446.353	0.0100	3.3333	6.40	125.0
30680365.119	0.0100	3.3333	6.40	160.0
36686562.702	0.0100	3.3333	6.40	200.0
44115244.629	0.0100	3.3333	6.40	250.0
53696363.812	0.0100	3.3333	6.40	315.0
66162339.094	0.0100	3.3333	6.40	400.0
80802630.788	0.0100	3.3333	6.40	500.0
18413478.287	0.0100	3.3333	10.00	50.0
20650679.590	0.0100	3.3333	10.00	60.0
25002545.446	0.0100	3.3333	10.00	80.0
29243182.656	0.0100	3.3333	10.00	100.0
34440657.262	0.0100	3.3333	10.00	125.0
41589706.513	0.0100	3.3333	10.00	160.0
49643081.001	0.0100	3.3333	10.00	200.0
59602151.744	0.0100	3.3333	10.00	250.0
72447123.357	0.0100	3.3333	10.00	315.0
89163892.352	0.0100	3.3333	10.00	400.0
108806119.250	0.0100	3.3333	10.00	500.0
555381.172	0.0200	3.0000	0.10	50.0
623037.577	0.0200	3.0000	0.10	60.0
753873.641	0.0200	3.0000	0.10	80.0
880527.240	0.0200	3.0000	0.10	100.0
1034810.209	0.0200	3.0000	0.10	125.0
1245593.556	0.0200	3.0000	0.10	160.0
1481384.716	0.0200	3.0000	0.10	200.0
1770953.945	0.0200	3.0000	0.10	250.0
2141685.366	0.0200	3.0000	0.10	315.0
2620307.327	0.0200	3.0000	0.10	400.0
3178025.591	0.0200	3.0000	0.10	500.0
894373.347	0.0200	3.0000	0.20	50.0
1000419.157	0.0200	3.0000	0.20	60.0
1205134.800	0.0200	3.0000	0.20	80.0
1402990.818	0.0200	3.0000	0.20	100.0
1643737.375	0.0200	3.0000	0.20	125.0
1972357.963	0.0200	3.0000	0.20	160.0

S	Mr	Tv	Q	H
2339764.460	0.0200	3.0000	0.20	200.0
2790875.583	0.0200	3.0000	0.20	250.0
3368494.016	0.0200	3.0000	0.20	315.0
4114552.547	0.0200	3.0000	0.20	400.0
4984572.663	0.0200	3.0000	0.20	500.0
1446836.187	0.0200	3.0000	0.40	50.0
1613685.129	0.0200	3.0000	0.40	60.0
1935212.970	0.0200	3.0000	0.40	80.0
2245482.431	0.0200	3.0000	0.40	100.0
2622608.880	0.0200	3.0000	0.40	125.0
3136980.802	0.0200	3.0000	0.40	160.0
3711803.398	0.0200	3.0000	0.40	200.0
4417506.048	0.0200	3.0000	0.40	250.0
5321284.879	0.0200	3.0000	0.40	315.0
6489211.795	0.0200	3.0000	0.40	400.0
7852290.040	0.0200	3.0000	0.40	500.0
2351460.221	0.0200	3.0000	0.80	50.0
2614964.403	0.0200	3.0000	0.80	60.0
3121895.591	0.0200	3.0000	0.80	80.0
3610363.665	0.0200	3.0000	0.80	100.0
4203517.632	0.0200	3.0000	0.80	125.0
5011979.338	0.0200	3.0000	0.80	160.0
5915119.812	0.0200	3.0000	0.80	200.0
7023815.398	0.0200	3.0000	0.80	250.0
8443981.752	0.0200	3.0000	0.80	315.0
10280134.488	0.0200	3.0000	0.80	400.0
12424791.603	0.0200	3.0000	0.80	500.0
3840435.426	0.0200	3.0000	1.60	50.0
4258187.379	0.0200	3.0000	1.60	60.0
5060621.603	0.0200	3.0000	1.60	80.0
5832821.745	0.0200	3.0000	1.60	100.0
6769715.039	0.0200	3.0000	1.60	125.0
8045886.901	0.0200	3.0000	1.60	160.0
9470984.172	0.0200	3.0000	1.60	200.0
11220236.362	0.0200	3.0000	1.60	250.0
13461224.214	0.0200	3.0000	1.60	315.0
16359922.546	0.0200	3.0000	1.60	400.0
19748296.011	0.0200	3.0000	1.60	500.0
6305720.590	0.0200	3.0000	3.20	50.0
6970705.461	0.0200	3.0000	3.20	60.0
8248301.979	0.0200	3.0000	3.20	80.0
9472385.691	0.0200	3.0000	3.20	100.0
10958725.767	0.0200	3.0000	3.20	125.0
12981930.405	0.0200	3.0000	3.20	160.0
15240170.346	0.0200	3.0000	3.20	200.0
18011466.096	0.0200	3.0000	3.20	250.0
21562006.489	0.0200	3.0000	3.20	315.0
26156511.587	0.0200	3.0000	3.20	400.0
31531576.601	0.0200	3.0000	3.20	500.0
10415761.802	0.0200	3.0000	6.40	50.0
11478978.261	0.0200	3.0000	6.40	60.0
13515907.358	0.0200	3.0000	6.40	80.0
15471379.259	0.0200	3.0000	6.40	100.0
17839655.550	0.0200	3.0000	6.40	125.0

S	Mr	Tv	Q	H
21060601.231	0.0200	3.0000	6.40	160.0
24653474.415	0.0200	3.0000	6.40	200.0
29061213.931	0.0200	3.0000	6.40	250.0
34708451.386	0.0200	3.0000	6.40	315.0
42019488.548	0.0200	3.0000	6.40	400.0
50580652.172	0.0200	3.0000	6.40	500.0
14440771.439	0.0200	3.0000	10.00	50.0
15882649.402	0.0200	3.0000	10.00	60.0
18642593.881	0.0200	3.0000	10.00	80.0
21289747.042	0.0200	3.0000	10.00	100.0
24493359.522	0.0200	3.0000	10.00	125.0
28847559.893	0.0200	3.0000	10.00	160.0
33702280.835	0.0200	3.0000	10.00	200.0
39656710.147	0.0200	3.0000	10.00	250.0
47285833.260	0.0200	3.0000	10.00	315.0
57166196.869	0.0200	3.0000	10.00	400.0
68744199.938	0.0200	3.0000	10.00	500.0
419781.594	0.0500	2.5000	0.10	50.0
460459.798	0.0500	2.5000	0.10	60.0
537380.509	0.0500	2.5000	0.10	80.0
610154.269	0.0500	2.5000	0.10	100.0
697115.703	0.0500	2.5000	0.10	125.0
813672.015	0.0500	2.5000	0.10	160.0
941776.030	0.0500	2.5000	0.10	200.0
1096701.757	0.0500	2.5000	0.10	250.0
1292296.521	0.0500	2.5000	0.10	315.0
1541670.921	0.0500	2.5000	0.10	400.0
1829314.256	0.0500	2.5000	0.10	500.0
685647.044	0.0500	2.5000	0.20	50.0
750130.985	0.0500	2.5000	0.20	60.0
871766.560	0.0500	2.5000	0.20	80.0
986573.627	0.0500	2.5000	0.20	100.0
1123522.331	0.0500	2.5000	0.20	125.0
1306809.908	0.0500	2.5000	0.20	160.0
1508055.677	0.0500	2.5000	0.20	200.0
1751321.522	0.0500	2.5000	0.20	250.0
2058451.536	0.0500	2.5000	0.20	315.0
2450247.826	0.0500	2.5000	0.20	400.0
2902657.481	0.0500	2.5000	0.20	500.0
1125353.873	0.0500	2.5000	0.40	50.0
1228136.376	0.0500	2.5000	0.40	60.0
1421564.904	0.0500	2.5000	0.40	80.0
1603740.623	0.0500	2.5000	0.40	100.0
1820715.399	0.0500	2.5000	0.40	125.0
2110756.384	0.0500	2.5000	0.40	160.0
2428978.663	0.0500	2.5000	0.40	200.0
2813548.468	0.0500	2.5000	0.40	250.0
3299176.212	0.0500	2.5000	0.40	315.0
3919105.816	0.0500	2.5000	0.40	400.0
4635771.659	0.0500	2.5000	0.40	500.0
1856051.260	0.0500	2.5000	0.80	50.0
2020744.959	0.0500	2.5000	0.80	60.0
2330042.216	0.0500	2.5000	0.80	80.0
2620804.993	0.0500	2.5000	0.80	100.0

S	Mr	Tv	Q	H
2966671.803	0.0500	2.5000	0.80	125.0
3428578.837	0.0500	2.5000	0.80	160.0
3935103.524	0.0500	2.5000	0.80	200.0
4547168.872	0.0500	2.5000	0.80	250.0
5320286.173	0.0500	2.5000	0.80	315.0
6307913.377	0.0500	2.5000	0.80	400.0
7450968.989	0.0500	2.5000	0.80	500.0
3076658.308	0.0500	2.5000	1.60	50.0
3341924.204	0.0500	2.5000	1.60	60.0
3839244.099	0.0500	2.5000	1.60	80.0
4306067.662	0.0500	2.5000	1.60	100.0
4860814.783	0.0500	2.5000	1.60	125.0
5601144.915	0.0500	2.5000	1.60	160.0
6412648.730	0.0500	2.5000	1.60	200.0
7393144.572	0.0500	2.5000	1.60	250.0
8631929.270	0.0500	2.5000	1.60	315.0
10215474.882	0.0500	2.5000	1.60	400.0
12050311.702	0.0500	2.5000	1.60	500.0
5127707.711	0.0500	2.5000	3.20	50.0
5557224.305	0.0500	2.5000	3.20	60.0
6361413.167	0.0500	2.5000	3.20	80.0
7115409.958	0.0500	2.5000	3.20	100.0
8010673.170	0.0500	2.5000	3.20	125.0
9204609.615	0.0500	2.5000	3.20	160.0
10512712.625	0.0500	2.5000	3.20	200.0
12092931.072	0.0500	2.5000	3.20	250.0
14089740.274	0.0500	2.5000	3.20	315.0
16643897.315	0.0500	2.5000	3.20	400.0
19606885.200	0.0500	2.5000	3.20	500.0
8598115.899	0.0500	2.5000	6.40	50.0
9297418.726	0.0500	2.5000	6.40	60.0
10605358.743	0.0500	2.5000	6.40	80.0
11830352.068	0.0500	2.5000	6.40	100.0
13283569.034	0.0500	2.5000	6.40	125.0
15220013.449	0.0500	2.5000	6.40	160.0
17340350.097	0.0500	2.5000	6.40	200.0
19901083.460	0.0500	2.5000	6.40	250.0
23137375.357	0.0500	2.5000	6.40	315.0
27279925.992	0.0500	2.5000	6.40	400.0
32092033.746	0.0500	2.5000	6.40	500.0
12037013.688	0.0500	2.5000	10.00	50.0
12996984.451	0.0500	2.5000	10.00	60.0
14791230.700	0.0500	2.5000	10.00	80.0
16470378.211	0.0500	2.5000	10.00	100.0
18461018.953	0.0500	2.5000	10.00	125.0
21111960.616	0.0500	2.5000	10.00	160.0
24013398.719	0.0500	2.5000	10.00	200.0
27516873.217	0.0500	2.5000	10.00	250.0
31945252.940	0.0500	2.5000	10.00	315.0
37616855.461	0.0500	2.5000	10.00	400.0
44211757.466	0.0500	2.5000	10.00	500.0
371270.687	0.1000	2.0000	0.10	50.0
402384.446	0.1000	2.0000	0.10	60.0
460218.165	0.1000	2.0000	0.10	80.0

S	Mr	Tv	Q	H
513935.451	0.1000	2.0000	0.10	100.0
577106.262	0.1000	2.0000	0.10	125.0
660378.166	0.1000	2.0000	0.10	160.0
750443.730	0.1000	2.0000	0.10	200.0
857787.790	0.1000	2.0000	0.10	250.0
991429.094	0.1000	2.0000	0.10	315.0
1159570.979	0.1000	2.0000	0.10	400.0
1351285.172	0.1000	2.0000	0.10	500.0
611664.603	0.1000	2.0000	0.20	50.0
661530.300	0.1000	2.0000	0.20	60.0
753971.832	0.1000	2.0000	0.20	80.0
839615.098	0.1000	2.0000	0.20	100.0
940122.015	0.1000	2.0000	0.20	125.0
1072375.518	0.1000	2.0000	0.20	160.0
1215232.626	0.1000	2.0000	0.20	200.0
1385372.325	0.1000	2.0000	0.20	250.0
1597156.920	0.1000	2.0000	0.20	315.0
1863739.468	0.1000	2.0000	0.20	400.0
2168030.816	0.1000	2.0000	0.20	500.0
1012352.958	0.1000	2.0000	0.40	50.0
1092759.320	0.1000	2.0000	0.40	60.0
1241467.396	0.1000	2.0000	0.40	80.0
1378928.080	0.1000	2.0000	0.40	100.0
1539975.535	0.1000	2.0000	0.40	125.0
1751603.002	0.1000	2.0000	0.40	160.0
1979993.964	0.1000	2.0000	0.40	200.0
2251902.907	0.1000	2.0000	0.40	250.0
2590412.188	0.1000	2.0000	0.40	315.0
3016804.995	0.1000	2.0000	0.40	400.0
3504118.797	0.1000	2.0000	0.40	500.0
1883222.319	0.1000	2.0000	0.80	50.0
1813613.923	0.1000	2.0000	0.80	60.0
2054294.390	0.1000	2.0000	0.80	80.0
2276371.013	0.1000	2.0000	0.80	100.0
2536228.962	0.1000	2.0000	0.80	125.0
2877380.838	0.1000	2.0000	0.80	160.0
3245361.853	0.1000	2.0000	0.80	200.0
3683411.261	0.1000	2.0000	0.80	250.0
4228918.228	0.1000	2.0000	0.80	315.0
4916583.613	0.1000	2.0000	0.80	400.0
5703500.438	0.1000	2.0000	0.80	500.0
2812009.379	0.1000	2.0000	1.60	50.0
3024612.030	0.1000	2.0000	1.60	60.0
3416459.319	0.1000	2.0000	1.60	80.0
3777555.387	0.1000	2.0000	1.60	100.0
4199729.633	0.1000	2.0000	1.60	125.0
4753644.148	0.1000	2.0000	1.60	160.0
5350932.400	0.1000	2.0000	1.60	200.0
6061943.785	0.1000	2.0000	1.60	250.0
6947657.941	0.1000	2.0000	1.60	315.0
8065045.091	0.1000	2.0000	1.60	400.0
9345338.817	0.1000	2.0000	1.60	500.0
4722022.486	0.1000	2.0000	3.20	50.0
5070532.563	0.1000	2.0000	3.20	60.0

S	Mr	Tv	Q	H
5712250.514	0.1000	2.0000	3.20	80.0
6303116.197	0.1000	2.0000	3.20	100.0
6993524.484	0.1000	2.0000	3.20	125.0
7898952.869	0.1000	2.0000	3.20	160.0
8874997.945	0.1000	2.0000	3.20	200.0
10036833.440	0.1000	2.0000	3.20	250.0
11484563.731	0.1000	2.0000	3.20	315.0
13312388.638	0.1000	2.0000	3.20	400.0
15409527.973	0.1000	2.0000	3.20	500.0
7975543.509	0.1000	2.0000	6.40	50.0
8549956.654	0.1000	2.0000	6.40	60.0
9606991.989	0.1000	2.0000	6.40	80.0
10579636.886	0.1000	2.0000	6.40	100.0
11715505.358	0.1000	2.0000	6.40	125.0
13204344.345	0.1000	2.0000	6.40	160.0
14808721.883	0.1000	2.0000	6.40	200.0
16718348.701	0.1000	2.0000	6.40	250.0
19098640.656	0.1000	2.0000	6.40	315.0
22106536.184	0.1000	2.0000	6.40	400.0
25562938.187	0.1000	2.0000	6.40	500.0
11216219.906	0.1000	2.0000	10.00	50.0
12010908.701	0.1000	2.0000	10.00	60.0
13472760.058	0.1000	2.0000	10.00	80.0
14817266.080	0.1000	2.0000	10.00	100.0
16386720.540	0.1000	2.0000	10.00	125.0
18443069.107	0.1000	2.0000	10.00	160.0
20658441.422	0.1000	2.0000	10.00	200.0
23295253.765	0.1000	2.0000	10.00	250.0
26582872.480	0.1000	2.0000	10.00	315.0
30740187.475	0.1000	2.0000	10.00	400.0
35522844.763	0.1000	2.0000	10.00	500.0
344795.279	0.2000	1.5000	0.10	50.0
370744.687	0.2000	1.5000	0.10	60.0
418285.572	0.2000	1.5000	0.10	80.0
461746.785	0.2000	1.5000	0.10	100.0
512121.078	0.2000	1.5000	0.10	125.0
577499.179	0.2000	1.5000	0.10	160.0
647115.509	0.2000	1.5000	0.10	200.0
728866.134	0.2000	1.5000	0.10	250.0
829143.628	0.2000	1.5000	0.10	315.0
953450.474	0.2000	1.5000	0.10	400.0
1093250.942	0.2000	1.5000	0.10	500.0
571728.016	0.2000	1.5000	0.20	50.0
613775.573	0.2000	1.5000	0.20	60.0
690621.112	0.2000	1.5000	0.20	80.0
760697.088	0.2000	1.5000	0.20	100.0
841757.195	0.2000	1.5000	0.20	125.0
946770.389	0.2000	1.5000	0.20	160.0
1058434.961	0.2000	1.5000	0.20	200.0
1189450.812	0.2000	1.5000	0.20	250.0
1350107.290	0.2000	1.5000	0.20	315.0
1549325.745	0.2000	1.5000	0.20	400.0
1773598.299	0.2000	1.5000	0.20	500.0
951964.526	0.2000	1.5000	0.40	50.0

S	Mr	Tv	Q	H
1020505.618	0.2000	1.5000	0.40	60.0
1145513.749	0.2000	1.5000	0.40	80.0
1259279.627	0.2000	1.5000	0.40	100.0
1390676.753	0.2000	1.5000	0.40	125.0
1560684.356	0.2000	1.5000	0.40	160.0
1741304.871	0.2000	1.5000	0.40	200.0
1953147.948	0.2000	1.5000	0.40	250.0
2212945.797	0.2000	1.5000	0.40	315.0
2535315.712	0.2000	1.5000	0.40	400.0
2898672.473	0.2000	1.5000	0.40	500.0
1591710.179	0.2000	1.5000	0.80	50.0
1704049.635	0.2000	1.5000	0.80	60.0
1908613.848	0.2000	1.5000	0.80	80.0
2094508.381	0.2000	1.5000	0.80	100.0
2308995.237	0.2000	1.5000	0.80	125.0
2586302.266	0.2000	1.5000	0.80	160.0
2880807.319	0.2000	1.5000	0.80	200.0
3226217.969	0.2000	1.5000	0.80	250.0
3649975.621	0.2000	1.5000	0.80	315.0
4176230.714	0.2000	1.5000	0.80	400.0
4770175.487	0.2000	1.5000	0.80	500.0
2673062.190	0.2000	1.5000	1.60	50.0
2858126.106	0.2000	1.5000	1.60	60.0
3194761.042	0.2000	1.5000	1.60	80.0
3500402.834	0.2000	1.5000	1.60	100.0
3852866.761	0.2000	1.5000	1.60	125.0
4308414.623	0.2000	1.5000	1.60	160.0
4792174.168	0.2000	1.5000	1.60	200.0
5359646.907	0.2000	1.5000	1.60	250.0
6056159.486	0.2000	1.5000	1.60	315.0
6921904.758	0.2000	1.5000	1.60	400.0
7900339.219	0.2000	1.5000	1.60	500.0
4510668.763	0.2000	1.5000	3.20	50.0
4817031.985	0.2000	1.5000	3.20	60.0
5374021.639	0.2000	1.5000	3.20	80.0
5879532.409	0.2000	1.5000	3.20	100.0
6462353.882	0.2000	1.5000	3.20	125.0
7215536.606	0.2000	1.5000	3.20	160.0
8015370.949	0.2000	1.5000	3.20	200.0
8953800.888	0.2000	1.5000	3.20	250.0
10106186.431	0.2000	1.5000	3.20	315.0
11539907.909	0.2000	1.5000	3.20	400.0
13162632.832	0.2000	1.5000	3.20	500.0
7653448.504	0.2000	1.5000	6.40	50.0
8163083.749	0.2000	1.5000	6.40	60.0
9089499.209	0.2000	1.5000	6.40	80.0
9930152.027	0.2000	1.5000	6.40	100.0
10899218.066	0.2000	1.5000	6.40	125.0
12151382.586	0.2000	1.5000	6.40	160.0
13481090.382	0.2000	1.5000	6.40	200.0
15041535.585	0.2000	1.5000	6.40	250.0
16958816.367	0.2000	1.5000	6.40	315.0
19346741.944	0.2000	1.5000	6.40	400.0
22054006.212	0.2000	1.5000	6.40	500.0

S	Mr	Tv	Q	H
10793254.600	0.2000	1.5000	10.00	50.0
11502284.256	0.2000	1.5000	10.00	60.0
12791079.515	0.2000	1.5000	10.00	80.0
13960399.018	0.2000	1.5000	10.00	100.0
15308134.052	0.2000	1.5000	10.00	125.0
17049383.005	0.2000	1.5000	10.00	160.0
18898451.261	0.2000	1.5000	10.00	200.0
21068761.208	0.2000	1.5000	10.00	250.0
23736546.302	0.2000	1.5000	10.00	315.0
27061932.188	0.2000	1.5000	10.00	400.0
30836682.507	0.2000	1.5000	10.00	500.0

Aplicación de Regresión Múltiple Exponencial.

Expresión del costo S en función de sus parámetros principales.

SMPL 1 - 440
440 Observations
LS // Dependent Variable is LS

	COEFFICIENT	STANDARD ERROR	T-STATISTIC
C	11.230995	0.0385662	291.21349
LMR	-0.7333160	0.0240984	-30.430115
LTV	-1.4691255	0.0902705	-16.274700
LQ	0.7042078	0.0032886	214.13330
LH	0.6241856	0.0069143	90.275041

R-squared	0.992771	Mean of dependent var	15.44913
Adjusted R-squared	0.992705	S.D. of dependent var	1.245305
S.E. of regression	0.106407	Sum of squared resid	4.925251
Durbin-Watson stat	0.755701	F-statistic	14935.33
Log likelihood	363.9949		

$$S = \exp(11.230995) * m_r^{-0.73} * t_v^{-1.47} * Q^{0.7} * H^{0.62}$$

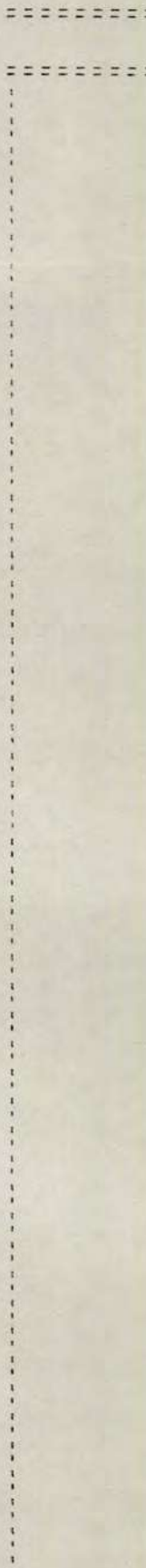
ó

$$S = 75.000 * m_r^{-0.73} * t_v^{-1.47} * Q^{0.7} * H^{0.62}$$

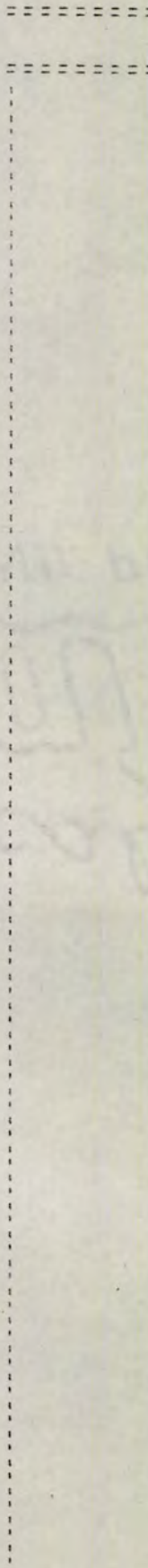
Valores Residuales de la Regresión

Residual Plot	obs	RESIDUAL	ACTUAL	FITTED
	1	-0.09760	13.5620	13.6596
	2	-0.07694	13.6965	13.7734
	3	-0.03611	13.9169	13.9530
	4	0.00191	14.0942	14.0922
	5	0.04497	14.2765	14.2315
	6	0.09795	14.4836	14.3856
	7	0.15022	14.6751	14.5249
	8	0.20628	14.8705	14.6642
	9	0.26800	15.0764	14.8084
	10	0.33538	15.2929	14.9576
	11	0.40136	15.4982	15.0968
	12	-0.12102	14.0267	14.1477
	13	-0.10297	14.1585	14.2615
	14	-0.06598	14.3751	14.4411
	15	-0.03065	14.5497	14.5804
	16	0.00998	14.7296	14.7197
	17	0.06058	14.9343	14.8737

obs	RESIDUAL	ACTUAL	FITTED
18	0.11100	15.1240	15.0130
19	0.16549	15.3178	15.1523
20	0.22588	15.5224	15.2966
21	0.29218	15.7379	15.4457
22	0.35743	15.9424	15.5850
23	-0.14069	14.4951	14.6358
24	-0.12537	14.6243	14.7496
25	-0.09238	14.8368	14.9292
26	-0.05988	15.0086	15.0685
27	-0.02180	15.1860	15.2078
28	0.02632	15.3882	15.3619
29	0.07481	15.5759	15.5011
30	0.12766	15.7681	15.6404
31	0.18664	15.9713	15.7847
32	0.25183	16.1856	15.9338
33	0.31632	16.3894	16.0731
34	-0.15643	14.9675	15.1240
35	-0.14396	15.0938	15.2378
36	-0.11515	15.3022	15.4173
37	-0.08560	15.4710	15.5566
38	-0.05018	15.6457	15.6959
39	-0.00467	15.8453	15.8500
40	0.04179	16.0311	15.9893
41	0.09292	16.2215	16.1285
42	0.15044	16.4232	16.2728
43	0.21444	16.6363	16.4219
44	0.27810	16.8393	16.5612
45	-0.16796	15.4441	15.6121
46	-0.15845	15.5674	15.7259
47	-0.13403	15.7714	15.9054
48	-0.10756	15.9372	16.0447
49	-0.07493	16.1091	16.1840
50	-0.03214	16.3060	16.3381
51	0.01218	16.4896	16.4774
52	0.06148	16.6781	16.6167
53	0.11742	16.8783	16.7609
54	0.18012	17.0902	16.9100
55	0.24289	17.2922	17.0493
56	-0.17480	15.9254	16.1002
57	-0.16842	16.0456	16.2140
58	-0.14858	16.2450	16.3936
59	-0.12536	16.4075	16.5328
60	-0.09568	16.5765	16.6721
61	-0.05579	16.7704	16.8262
62	-0.01376	16.9517	16.9655
63	0.03355	17.1383	17.1048
64	0.08777	17.3368	17.2490
65	0.14903	17.5472	17.3982
66	0.21079	17.7482	17.5374
67	-0.17629	16.4120	16.5883
68	-0.17320	16.5289	16.7021
69	-0.15823	16.7235	16.8817

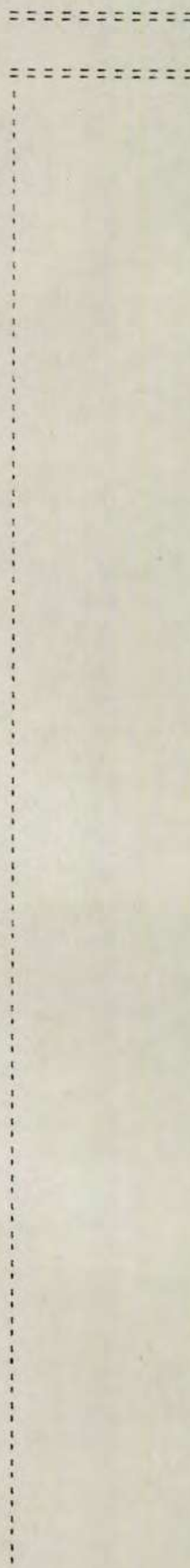


obs	RESIDUAL	ACTUAL	FITTED
70	-0.13845	16.8825	17.0210
71	-0.11194	17.0483	17.1603
72	-0.07520	17.2391	17.3143
73	-0.03570	17.4179	17.4536
74	0.00941	17.6023	17.5929
75	0.06170	17.7989	17.7372
76	0.12135	18.0076	17.8863
77	0.18196	18.2075	18.0256
78	-0.17400	16.7286	16.9026
79	-0.17314	16.8433	17.0164
80	-0.16147	17.0345	17.1960
81	-0.14409	17.1912	17.3352
82	-0.11978	17.3547	17.4745
83	-0.08525	17.5434	17.6286
84	-0.04753	17.7204	17.7679
85	-0.00398	17.9032	17.9072
86	0.04693	18.0984	18.0514
87	0.10543	18.3060	18.2006
88	0.16524	18.5051	18.3398
89	-0.07866	13.2274	13.3061
90	-0.07751	13.3424	13.4199
91	-0.06646	13.5330	13.5994
92	-0.05045	13.6883	13.7387
93	-0.02828	13.8497	13.8780
94	0.00303	14.0351	14.0321
95	0.03711	14.2085	14.1714
96	0.07637	14.3870	14.3107
97	0.12218	14.5771	14.4549
98	0.17477	14.7788	14.6040
99	0.22846	14.9718	14.7433
100	-0.09032	13.7039	13.7942
101	-0.09207	13.8159	13.9080
102	-0.08546	14.0021	14.0876
103	-0.07273	14.1541	14.2268
104	-0.05365	14.3125	14.3661
105	-0.02548	14.4947	14.5202
106	0.00606	14.6656	14.6595
107	0.04308	14.8419	14.7988
108	0.08694	15.0300	14.9430
109	0.13789	15.2300	15.0922
110	0.19042	15.4219	15.2314
111	-0.09742	14.1849	14.2823
112	-0.10209	14.2940	14.3961
113	-0.09996	14.4757	14.5757
114	-0.09054	14.6244	14.7150
115	-0.07457	14.7797	14.8542
116	-0.04956	14.9588	15.0083
117	-0.02059	15.1270	15.1476
118	0.01418	15.3011	15.2869
119	0.05607	15.4872	15.4312
120	0.10538	15.6857	15.5803
121	0.15676	15.8763	15.7196

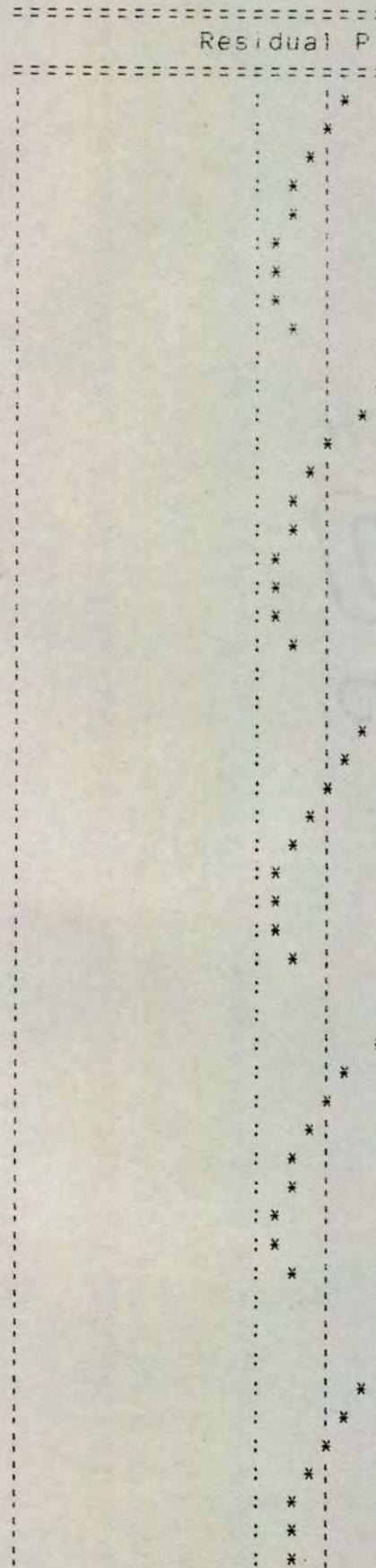


obs	RESIDUAL	ACTUAL	FITTED
122	-0.09989	14.6705	14.7704
123	-0.10747	14.7768	14.8842
124	-0.10985	14.9540	15.0638
125	-0.10377	15.0993	15.2031
126	-0.09094	15.2514	15.3424
127	-0.06911	15.4273	15.4965
128	-0.04272	15.5930	15.6357
129	-0.01020	15.7648	15.7750
130	0.02969	15.9490	15.9193
131	0.07733	16.1457	16.0684
132	0.12753	16.3352	16.2077
133	-0.09746	15.1611	15.2586
134	-0.10800	15.2644	15.3724
135	-0.11492	15.4370	15.5519
136	-0.11219	15.5790	15.6912
137	-0.10252	15.7280	15.8305
138	-0.08390	15.9007	15.9846
139	-0.06011	16.0637	16.1239
140	-0.02991	16.2332	16.2631
141	0.00793	16.4153	16.4074
142	0.05384	16.6103	16.5565
143	0.10278	16.7986	16.6958
144	-0.08970	15.6570	15.7467
145	-0.10325	15.7572	15.8605
146	-0.11477	15.9253	16.0400
147	-0.11543	16.0639	16.1793
148	-0.10896	16.2096	16.3186
149	-0.09363	16.3791	16.4727
150	-0.07253	16.5394	16.6120
151	-0.04474	16.7065	16.7513
152	-0.00907	16.8864	16.8955
153	0.03498	17.0796	17.0446
154	0.08259	17.2665	17.1839
155	-0.07596	16.1588	16.2348
156	-0.09257	16.2560	16.3486
157	-0.10878	16.4194	16.5282
158	-0.11294	16.5545	16.6674
159	-0.10979	16.6969	16.8067
160	-0.09790	16.8629	16.9608
161	-0.07967	17.0204	17.1001
162	-0.05446	17.1849	17.2394
163	-0.02114	17.3625	17.3836
164	0.02089	17.5536	17.5327
165	0.06705	17.7391	17.6720
166	-0.06351	16.4856	16.5491
167	-0.08214	16.5807	16.6629
168	-0.10148	16.7410	16.8424
169	-0.10799	16.8737	16.9817
170	-0.10709	17.0139	17.1210
171	-0.09756	17.1775	17.2751
172	-0.08130	17.3331	17.4144
173	-0.05789	17.4958	17.5537

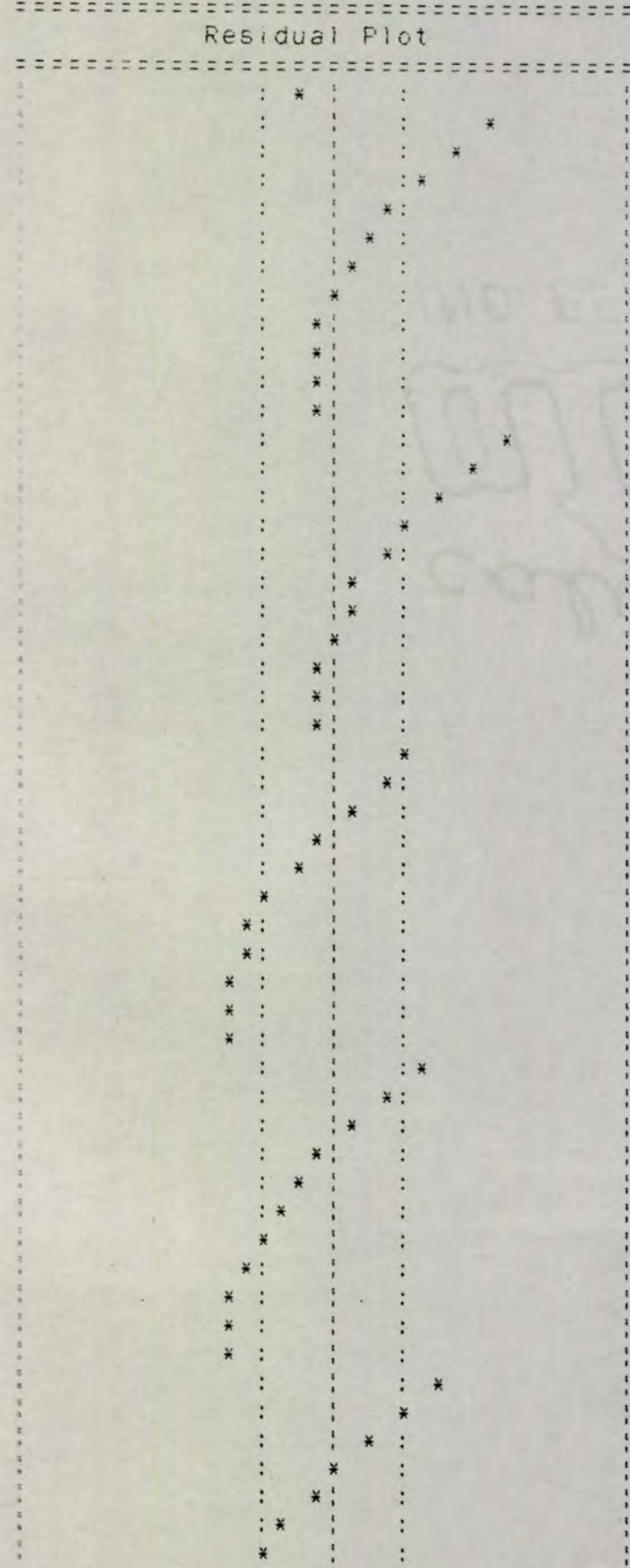
Residual Plot	obs	RESIDUAL	ACTUAL	FITTED
* |	174	-0.02620	17.6717	17.6979
*	175	0.01444	17.8615	17.8470
*	176	0.05959	18.0459	17.9863
*	177	0.04549	12.9475	12.9020
*	178	0.02418	13.0400	13.0158
*	179	-0.00090	13.1945	13.1954
*	180	-0.01318	13.3215	13.3346
* |	181	-0.01923	13.4547	13.4739
* |	182	-0.01871	13.6093	13.6280
*	183	-0.01178	13.7555	13.7673
*	184	0.00123	13.9078	13.9066
*	185	0.02109	14.0719	14.0508
*	186	0.04842	14.2484	14.2000
*	187	0.08021	14.4195	14.3392
*	188	0.04800	13.4381	13.3901
*	189	0.02408	13.5280	13.5039
*	190	-0.00521	13.6783	13.6835
* |	191	-0.02078	13.8020	13.8228
* |	192	-0.03007	13.9320	13.9621
* |	193	-0.03304	14.0831	14.1161
* |	194	-0.02909	14.2263	14.2554
* |	195	-0.01882	14.3759	14.3947
*	196	-0.00150	14.5375	14.5390
*	197	0.02363	14.7117	14.6881
*	198	0.05378	14.8811	14.8274
*	199	0.05537	13.9336	13.8782
*	200	0.02897	14.0210	13.9920
*	201	-0.00434	14.1673	14.1716
* |	202	-0.02304	14.2878	14.3109
* |	203	-0.03543	14.4147	14.4502
* |	204	-0.04170	14.5626	14.6043
* |	205	-0.04056	14.7030	14.7435
* |	206	-0.03287	14.8500	14.8828
* |	207	-0.01790	15.0092	15.0271
*	208	0.00518	15.1814	15.1762
*	209	0.03384	15.3493	15.3155
*	210	0.06761	14.4340	14.3664
*	211	0.03882	14.5190	14.4802
*	212	0.00167	14.6614	14.6597
* |	213	-0.02002	14.7790	14.7990
* |	214	-0.03534	14.9030	14.9383
* |	215	-0.04472	15.0477	15.0924
* |	216	-0.04621	15.1854	15.2317
* |	217	-0.04093	15.3300	15.3709
* |	218	-0.02816	15.4870	15.5152
*	219	-0.00700	15.6573	15.6643
*	220	0.02026	15.8239	15.8036
*	221	0.08488	14.9394	14.8545
*	222	0.05378	15.0221	14.9683
*	223	0.01294	15.1608	15.1478
*	224	-0.01159	15.2755	15.2871
* |	225	-0.02969	15.3967	15.4264



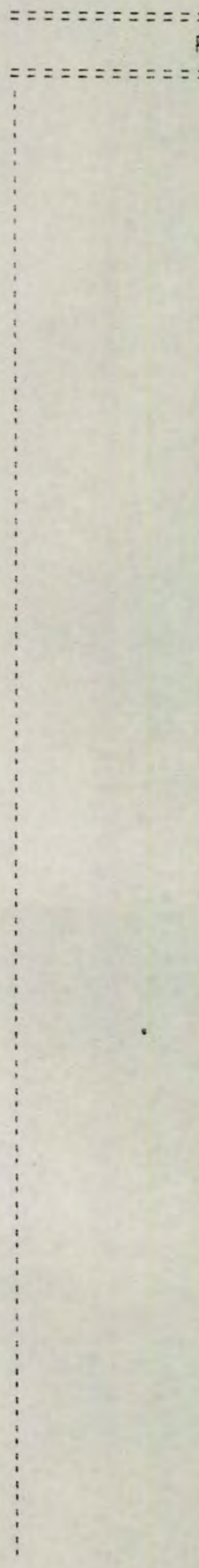
Residual Plot	obs	RESIDUAL	ACTUAL	FITTED
	226	-0.04202	15.5385	15.5805
	227	-0.04600	15.6738	15.7198
	228	-0.04300	15.8161	15.8591
	229	-0.03234	15.9710	16.0033
	230	-0.01302	16.1394	16.1524
	231	0.01289	16.3046	16.2917
	232	0.10757	15.4502	15.3426
	233	0.07421	15.5306	15.4564
	234	0.02980	15.6658	15.6360
	235	0.00253	15.7778	15.7752
	236	-0.01825	15.8963	15.9145
	237	-0.03340	16.0352	16.0686
	238	-0.03980	16.1681	16.2079
	239	-0.03905	16.3081	16.3472
	240	-0.03048	16.4610	16.4914
	241	-0.01300	16.6276	16.6406
	242	0.01156	16.7914	16.7798
	243	0.13634	15.9671	15.8307
	244	0.10073	16.0452	15.9445
	245	0.05279	16.1769	16.1241
	246	0.02281	16.2862	16.2634
	247	-0.00061	16.4020	16.4027
	248	-0.01861	16.5381	16.5567
	249	-0.02747	16.6685	16.6960
	250	-0.02902	16.8063	16.8353
	251	-0.02260	16.9570	16.9796
	252	-0.00701	17.1217	17.1287
	253	0.01616	17.2841	17.2680
	254	0.15850	16.3035	16.1450
	255	0.12143	16.3802	16.2588
	256	0.07118	16.5095	16.4384
	257	0.03943	16.6171	16.5776
	258	0.01424	16.7312	16.7169
	259	-0.00567	16.8654	16.8710
	260	-0.01618	16.9941	17.0103
	261	-0.01927	17.1303	17.1496
	262	-0.01430	17.2795	17.2938
	263	1.1D-05	17.4430	17.4430
	264	0.02227	17.6045	17.5822
	265	0.10316	12.8247	12.7215
	266	0.06983	12.9052	12.8353
	267	0.02456	13.0395	13.0149
	268	-0.00433	13.1499	13.1542
	269	-0.02768	13.2658	13.2935
	270	-0.04698	13.4006	13.4475
	271	-0.05841	13.5284	13.5868
	272	-0.06400	13.6621	13.7261
	273	-0.06347	13.8069	13.8704
	274	-0.05592	13.9636	14.0195
	275	-0.04220	14.1166	14.1588
	276	0.11429	13.3239	13.2096
	277	0.07886	13.4023	13.3234



Residual Plot	obs	RESIDUAL	ACTUAL	FITTED
	278	0.03009	13.5331	13.5030
	279	-0.00160	13.6407	13.6423
	280	-0.02782	13.7538	13.7816
	281	-0.05028	13.8854	13.9357
	282	-0.06451	14.0104	14.0750
	283	-0.07276	14.1415	14.2142
	284	-0.07476	14.2837	14.3585
	285	-0.06951	14.4381	14.5076
	286	-0.05756	14.5893	14.6469
	287	0.13002	13.8278	13.6978
	288	0.09265	13.9042	13.8116
	289	0.04067	14.0318	13.9911
	290	0.00640	14.1368	14.1304
	291	-0.02242	14.2473	14.2697
	292	-0.04775	14.3760	14.4238
	293	-0.06447	14.4986	14.5631
	294	-0.07507	14.6273	14.7024
	295	-0.07928	14.7673	14.8466
	296	-0.07601	14.9197	14.9957
	297	-0.06556	15.0694	15.1350
	298	0.15033	14.3362	14.1859
	299	0.11114	14.4108	14.2997
	300	0.05619	14.5354	14.4793
	301	0.01955	14.6381	14.6185
	302	-0.01163	14.7462	14.7578
	303	-0.03952	14.8724	14.9119
	304	-0.05845	14.9927	15.0512
	305	-0.07112	15.1193	15.1905
	306	-0.07727	15.2575	15.3347
	307	-0.07572	15.4081	15.4838
	308	-0.06654	15.5566	15.6231
	309	0.17540	14.8494	14.6740
	310	0.13449	14.9223	14.7878
	311	0.07674	15.0441	14.9674
	312	0.03793	15.1446	15.1067
	313	0.00459	15.2505	15.2459
	314	-0.02561	15.3744	15.4000
	315	-0.04653	15.4928	15.5393
	316	-0.06105	15.6175	15.6786
	317	-0.06894	15.7539	15.8229
	318	-0.06891	15.9030	15.9720
	319	-0.06086	16.0504	16.1112
	320	0.20562	15.3677	15.1621
	321	0.16303	15.4390	15.2759
	322	0.10263	15.5581	15.4555
	323	0.06178	15.6566	15.5948
	324	0.02643	15.7605	15.7341
	325	-0.00591	15.8822	15.8881
	326	-0.02868	15.9987	16.0274
	327	-0.04494	16.1218	16.1667
	328	-0.05446	16.2565	16.3110
	329	-0.05588	16.4042	16.4601



obs	RESIDUAL	ACTUAL	FITTED
330	-0.04887	16.5505	16.5994
331	0.24165	15.8919	15.6502
332	0.19739	15.9614	15.7640
333	0.13439	16.0780	15.9436
334	0.09154	16.1744	16.0829
335	0.05424	16.2764	16.2222
336	0.01979	16.3961	16.3763
337	-0.00482	16.5107	16.5155
338	-0.02282	16.6320	16.6548
339	-0.03396	16.7651	16.7991
340	-0.03682	16.9114	16.9482
341	-0.03083	17.0567	17.0875
342	0.26835	16.2329	15.9645
343	0.22300	16.3013	16.0783
344	0.15829	16.4162	16.2579
345	0.11413	16.5113	16.3972
346	0.07552	16.6120	16.5365
347	0.03965	16.7302	16.6905
348	0.01381	16.8436	16.8298
349	-0.00535	16.9638	16.9691
350	-0.01759	17.0958	17.1134
351	-0.02140	17.2411	17.2625
352	-0.01608	17.3857	17.4018
353	0.11483	12.7507	12.6359
354	0.07359	12.8233	12.7497
355	0.01468	12.9439	12.9292
356	-0.02575	13.0428	13.0685
357	-0.06149	13.1463	13.2078
358	-0.09543	13.2665	13.3619
359	-0.12090	13.3803	13.5012
360	-0.14121	13.4992	13.6405
361	-0.15657	13.6281	13.7847
362	-0.16599	13.7678	13.9338
363	-0.16845	13.9047	14.0731
364	0.13243	13.2564	13.1240
365	0.08959	13.3274	13.2378
366	0.02799	13.4453	13.4174
367	-0.01465	13.5420	13.5566
368	-0.05268	13.6432	13.6959
369	-0.08920	13.7608	13.8500
370	-0.11699	13.8723	13.9893
371	-0.13958	13.9890	14.1286
372	-0.15714	14.1157	14.2728
373	-0.16862	14.2533	14.4219
374	-0.17271	14.3885	14.5612
375	0.15417	13.7663	13.6121
376	0.10989	13.8358	13.7259
377	0.04588	13.9514	13.9055
378	0.00129	14.0461	14.0448
379	-0.03875	14.1453	14.1840
380	-0.07750	14.2606	14.3381
381	-0.10727	14.3701	14.4774



obs	RESIDUAL	ACTUAL	FITTED
382	-0.13175	14.4850	14.6167
383	-0.15112	14.6098	14.7610
384	-0.16424	14.7458	14.9101
385	-0.16959	14.8798	15.0494
386	0.18009	14.2803	14.1002
387	0.13448	14.3485	14.2140
388	0.06829	14.4619	14.3936
389	0.02195	14.5548	14.5329
390	-0.01984	14.6523	14.6722
391	-0.06051	14.7657	14.8263
392	-0.09196	14.8736	14.9655
393	-0.11800	14.9868	15.1048
394	-0.13884	15.1102	15.2491
395	-0.15327	15.2449	15.3982
396	-0.15958	15.3779	15.5375
397	0.21038	14.7987	14.5884
398	0.16352	14.8657	14.7022
399	0.09530	14.9770	14.8817
400	0.04739	15.0684	15.0210
401	0.00404	15.1643	15.1603
402	-0.03829	15.2761	15.3144
403	-0.07116	15.3825	15.4537
404	-0.09853	15.4944	15.5929
405	-0.12061	15.6166	15.7372
406	-0.13611	15.7502	15.8863
407	-0.14318	15.8824	16.0256
408	0.24549	15.3220	15.0765
409	0.19740	15.3877	15.1903
410	0.12725	15.4971	15.3698
411	0.07786	15.5870	15.5091
412	0.03310	15.6815	15.6484
413	-0.01075	15.7917	15.8025
414	-0.04490	15.8969	15.9418
415	-0.07347	16.0076	16.0811
416	-0.09666	16.1287	16.2253
417	-0.11311	16.2613	16.3744
418	-0.12082	16.3929	16.5137
419	0.28608	15.8507	15.5646
420	0.23674	15.9151	15.6784
421	0.16467	16.0226	15.8580
422	0.11384	16.1111	15.9972
423	0.06768	16.2042	16.1365
424	0.02234	16.3130	16.2906
425	-0.01310	16.4168	16.4299
426	-0.04285	16.5263	16.5692
427	-0.06714	16.6463	16.7134
428	-0.08451	16.7780	16.8625
429	-0.09283	16.9090	17.0018
430	0.31556	16.1944	15.8789
431	0.26539	16.2581	15.9927
432	0.19202	16.3643	16.1722
433	0.14021	16.4517	16.3115

Residual Plot	obs	RESIDUAL	ACTUAL	FITTED
: | *:	434	0.09309	16.5439	16.4508
: | * :	435	0.04673	16.6516	16.6049
: * :	436	0.01042	16.7546	16.7442
: *| :	437	-0.02015	16.8633	16.8835
: * | :	438	-0.04519	16.9825	17.0277
: * | :	439	-0.06319	17.1136	17.1768
:* | :	440	-0.07189	17.2442	17.3161

CAPITULO III

LA REPRESA

1. Objeto de la Represa

El caudal de agua que discurre por un río no es constante a lo largo del año, ni tampoco suele serlo el agua que se turbina, pues depende de la demanda eléctrica en cada momento.

Si al salto de agua se le añade un reservorio mediante una represa, éste permitiría acumular el agua de épocas de avenidas y/o de poco consumo, para utilizarla en períodos de estiaje y/o de mayor demanda energética.

La elección del tipo de represa está condicionado por:

- El precio y facilidad de obtención de los materiales de construcción.
- Las condiciones de solidez y compactación del suelo de fundación.
- La altura de la represa y la seguridad exigida por las regiones habitadas aguas abajo del río.

Estas condiciones determinan el costo de la represa, y el diseño más apropiado de la misma.

Las represas para centrales hidroeléctricas pueden ser, según su finalidad:

a) Azudes o simples represas de derivación, que son unas represas pequeñas, exclusivamente para levantar el nivel del agua del río lo suficiente para alimentar el canal o túnel abierto de derivación. Se les llama precisamente centrales o saltos fluyentes a éstos que no tienen represa de almacenamiento, sino sólo de alimentación del canal o galería sin presión, dejando fluir por el río el caudal sobrante no admitido por el conducto de derivación.

b) Si son más grandes, tal que permiten acumular agua durante un cierto período de tiempo, se llaman represas de acumualción, que puede ser diaria, semanal, estacional, anual, hiperanual, etc., según su capacidad para mantener un suministro de caudal constante más elevado que el mínimo propio del río.

c) Si la central hidroeléctrica no tiene canal ni galería (sin presión) de alimentación, sino sólo tubería forzada, este represamiento permite además aumentar la altura del salto conforme aumente la cantidad y el nivel del agua en el reservorio, y se le llama represa de presión. Si hubiera túnel abierto o canal de derivación, el aumento del nivel de agua en la represa no afecta a la altura del salto, ya que estas conducciones pasan el agua a la presión atmosférica después de la bocatoma. Las represas que son presión, además de almacenamiento, pueden alimentar la central de varias formas: con túnel a presión más tubería forzada; con sólo tubería forzada, sin chimenea de equilibrio; o sin tubería forzada propiamente dicha, por situarse la central al pie de la represa. Dado el mayor costo específico que suponen, por las construcciones en sí y/o por la baja altura del salto, se utilizan muy poco en minicentrales.

2. Tipos de Represas

En cuanto a la estructura en sí de la represa, según la dirección y forma como contrarresta la presión de agua embalsada, se tienen los siguientes tipos de represas:

a) Represas de gravedad: aquellas que por su propio peso transmiten el empuje hidrostático a la cimentación.

b) Represas de contrafuertes: el empuje de agua se reparte entre los contrafuertes que lo transmiten a la cimentación. Se utilizan poco actualmente.

c) Represas de bóveda que, mediante un efecto de arco, transmiten el empuje hidrostático a los flancos del valle. Utilizan muchísimo menos material, pero exigen tantos estudios para su diseño y seguridad que no compensa su costo para los pequeños represamientos que se necesitan en minicentrales.

Por tanto, no se considerarán en este estudio, por su infrecuencia en minicentrales, las represas de bóveda ni las de contrafuertes, reduciéndose el estudio a las más estables y de uso general, que son las represas de gravedad, ya sean fabricadas de tierra, de escollera o de concreto.

Las represas de tierra se emplean cuando la cimentación no es buena y existe en el lugar tierra abundante, de buena calidad y de fácil transporte; pueden ser de tres tipos:

a) De sección homogénea, con un delantal de material impermeable en la parte sumergida (aguas arriba).

b) Con un núcleo de material impermeable, debidamente seleccionado para formar un corazón impermeable, y con capas exteriores de un material más permeable, pero que le da más estabilidad.

c) De diafragma, con una sección central de acero, madera o concreto que sirve de barrera al agua.

Estos tipos de represas de tierra suelen tener taludes muy bajos: los taludes interiores, parte sumergida (aguas arriba), entre 1:3 y 1:2; y los exteriores, aguas abajo, entre 1:2.5 y 1:1.4. Estos valores dependen más bien de las características de las tierras utilizadas que de los cálculos de estabilidad de momentos, los cuales permiten taludes muy superiores a los naturales permisibles.

El volumen y costo de la represa es incrementado por su plataforma de coronación, que debe ser suficiente para evitar deslizamientos. Por lo general oscilan entre 4 y 6 m, y se emplean también como vías de comunicación.

Para protegerse de la erosión de las aguas de las lluvias, se hacen unos escalones o banqueos de 2 a 6 m de ancho, lo que aumenta el volumen y, por consiguiente, el costo de la represa.

En cuanto a las represas de escollera, se emplean cuando, siendo difícil la cimentación de represas de concreto o demasiado costosas, no se

UNIVERSIDAD DE PIURA
BIBLIOTECA

dispone de tierras de buena calidad, pero sí de canteras próximas. Son poco frecuentes, pues requieren de grandes movimientos de tierra y de mucha maquinaria, de la que a veces no se dispone por la economía deseada para la represa o por la inaccesibilidad del lugar.

Requieren que el material a emplear tenga buenas propiedades: que sea resistente a la acción del agua, y de buena resistencia mecánica y que su forma facilite el drenaje para evitar presiones interiores. Los valores de los taludes interiores varían entre 1:1.5 y 1:1; y los exteriores, entre 1:0.7 y 1:0.5.

En este tipo de represa, los taludes están mandados, fundamentalmente, por la disposición de las piedras y su talud natural, pero deberán verificarse los cálculos de esfuerzos y momentos estáticos de estabilidad.

Las represas de concreto, se suelen usar cuando las condiciones de cimentación son buenas y no resulta muy costoso el transporte de material. Es el tipo que, actualmente, más se utiliza para minicentrales por su economía y sencillez de construcción.

Cuando no son muy altas (menores de 20 m), son siempre estables, incluso sobre terrenos movedizos, como por ejemplo, las arenas del río. Y esta altura rara vez se supera en minicentrales inferiores a los 10 MW.

En el caso de represas de gravedad de concreto, tanto la relación entre la base y la altura como los taludes aguas arriba y aguas abajo, se determinan en función de las fuerzas y momentos que actúan sobre la repre

sa, al contrario de las otras represas de gravedad en que estos taludes dependen del material de composición (tierra, piedras, etc.).

El concreto admite talud vertical sin problema. Por ello, estas represas suelen ser verticales o casi verticales aguas arriba, y con talud 1:0.7 aproximadamente aguas abajo, como se determinará posteriormente.

En aquellos lugares en que la mano de obra sea barata, puede pensarse en construir represas de mampostería, que son similares en cuanto al diseño de las anteriores de concreto, pero que emplean bloques de concreto o piedra con morteros de composición diversa, pudiendo resultar más económicas que las homogéneas de mero concreto.

3. Costo aproximado de una Represa de Gravedad

A continuación se calculará el volumen y el costo aproximado de la represa de gravedad, a fin de utilizarlos posteriormente en la optimización del caudal del salto.

Si por diversas razones, el cemento fuera muy costoso de transportar, bien sea por lejanía e inaccesibilidad del lugar, o porque no hubiera buena roca para cimentar a una profundidad adecuada, o resultara difícil preparar el concreto debido a condiciones atmosféricas desfavorables (baja temperatura, por ejemplo), podría recién entonces, pensarse en utilizar las tierras o piedras que hubiera en el lugar en más abundancia, para construir represas de gravedad de tierra o de escollera.

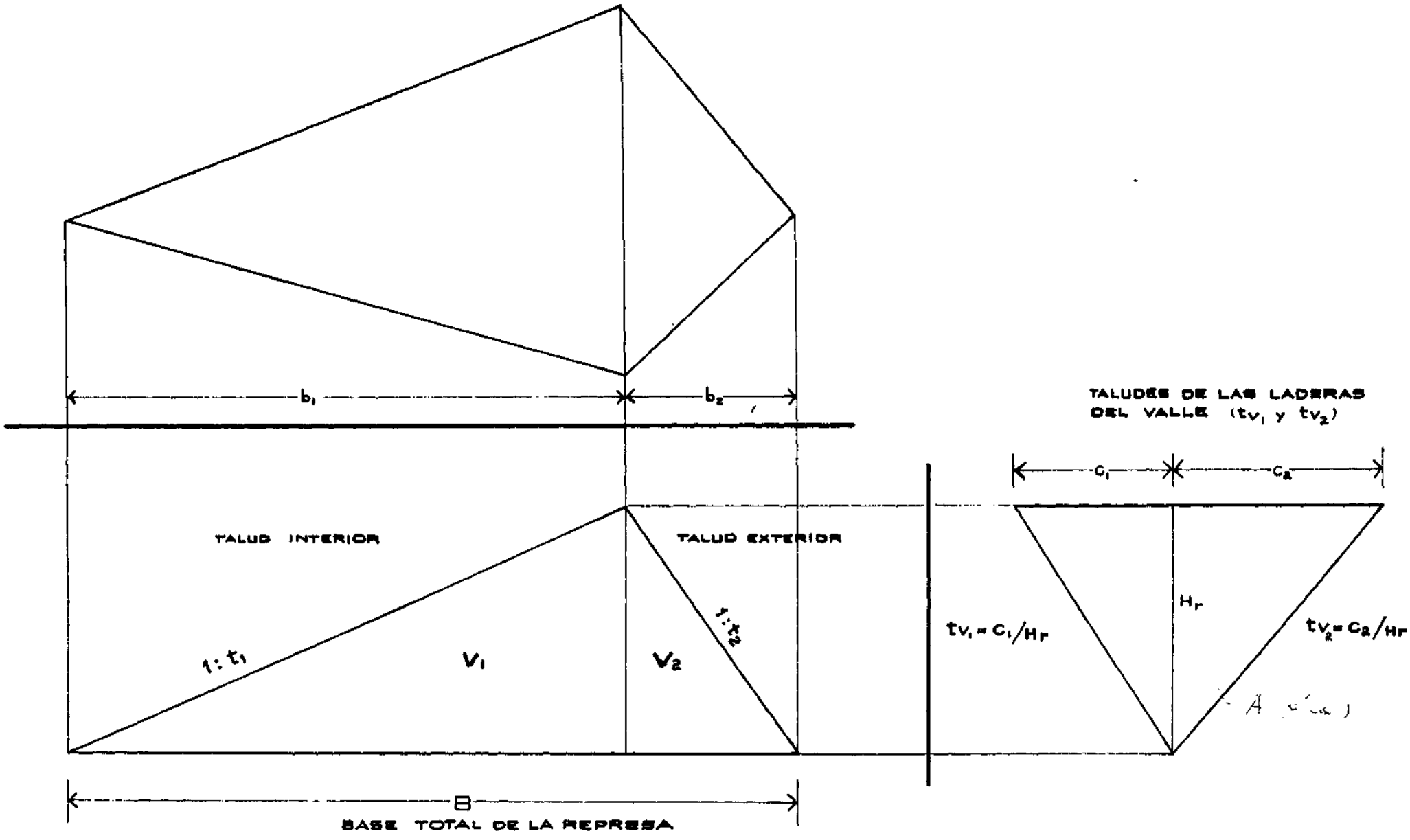
Para efectos de cálculo de su volumen, bastará considerar los taludes que requiere el material disgregado de estas represas, mientras que en las represas de concreto habrá que determinar estos taludes por métodos de la mecánica estática.

Una vez calculado el volumen total de material a emplear, habrá que tener presente las diferentes estimaciones de precios de construcción por metro cúbico del material, para disponer de su costo aproximado.

Para calcular el volumen aproximado de la represa, se puede asimilar en orden a una mayor simplicidad, que el valle y la represa tienen forma de un diedro y poliedro respectivamente, y luego aplicar las correcciones topográficas y de cimentación adecuadas.

La represa se puede asimilar a un poliedro de la forma que muestra la figura.

Supuestos los valores de "t_{v1}", "t_{v2}" para los taludes de las laderas del valle, y para los valores de taludes de la represa aguas arriba (interior), "t_1", y aguas abajo (exterior) "t_2", se puede calcular el volumen del poliedro correspondiente a una represa de altura "H_r" y de base total "B". Este poliedro está constituido por la yuxtaposición de dos tetraedros de volúmenes "V_1" y "V_2", unidos por la cara vertical, uno aguas arriba y otro aguas abajo. En las represas de concreto, por ser el talud vertical aguas arriba, el tetraedro correspondiente deja de existir ($t_1 = b_1 = V_1 = 0$).


b1
b2
TALUD INTERIOR
TALUD EXTERIOR
1: t1
1: t2
V1
V2
B
BASE TOTAL DE LA REPRESA
TALUDES DE LAS LADERAS DEL VALLE (tv1 y tv2)
c1
c2
Hr
tv1 = c1/Hr
tv2 = c2/Hr

El volumen "V" del poliedro será:

$$V = V_1 + V_2 = A \cdot b_1/3 + A \cdot b_2/3 =$$

$$= (b_1 + b_2)\ A/3 = BA\ /\ 3 =$$

$$= B\ (H_r c_1/2 + H_r c_2/2)\ /\ 3 =$$

$$= B\ (H_r^2\ t_{v1}/2 + H_r^2\ t_{v2}/2)\ /\ 3 =$$

$$= B\ H_r^2\ (t_{v1} + t_{v2})\ /\ 6$$

Y llamando al valor medio de los taludes del valle, "t_v" :

$$t_v = (t_{v1} + t_{v2})\ /\ 2$$

resulta:

$$V = B\ H_r^2\ t_v\ /\ 3$$

Y como era:

$$B = b_1 + b_2 = H_r\ (t_1 + t_2)$$

el volumen puede ponerse en función de los taludes de la represa así:

$$V = t_v\ (t_1 + t_2)\ H_r^3\ /\ 3$$

Sin embargo, es también frecuente utilizar la relación base-altura de la represa, "K", en lugar de la suma de taludes anterior y posterior:

$$K = B\ /\ H_r = b_1\ /\ H_r + b_2\ /\ H_r = t_1 + t_2$$

resultando ahora el volumen de represa:

$$V = t_v\ K\ H_r^3\ /\ 3$$

Ahora bien, el volumen de la represa, "V_r", se puede considerar igual al volumen "V" del poliedro afectado de un coeficiente de forma "c", que depende del aumento de volumen del poliedro a causa de la cimentación, así como de la forma de sección, no necesariamente un diedro plano, del valle donde se ubica la represa. Siendo el valor límite del 60% para la relación entre la excavación de cimientos y la masa del muro en las represas de gravedad, el valor de "c" oscilará entre 1.3 y 1.4.

El volumen de una represa de gravedad será:

$$V_r = c\ t_v\ K\ H_r^3 / 3 \qquad (m^3)$$

La expresión del costo de la represa "R", resulta del producto del volumen de la represa "V_r", por el precio volumétrico promedio de construcción "p_m" del material a emplear:

$$R = p_m\ V_r = c\ t_v\ K\ p_m\ H_r^3 / 3 \qquad (UM)$$

Tanto las fórmulas del volumen de represa, de la relación base-altura, como el costo de la represa, son aplicables a cualquier tipo de represa de gravedad (concreto, tierra o escollera). Bastará considerar el precio, "p_m", del material a utilizar para calcular su costo.

4. Estabilidad de la Represa

En las represas de tierra o de escollera, los taludes aguas arriba y abajo están determinados por las características de cohesión del material y son, por lo general, lo suficientemente bajos como para hacer las repre

sas sólidamente estables. Por el contrario, en las represas de concreto o de mampostería, en que su material está totalmente cohesionado, los taludes vienen fijados teniendo en cuenta el estudio estático de las fuerzas que actúan sobre la represa. De todas formas, el estudio de estabilidad debe hacerse para cualquier tipo de represa de gravedad.

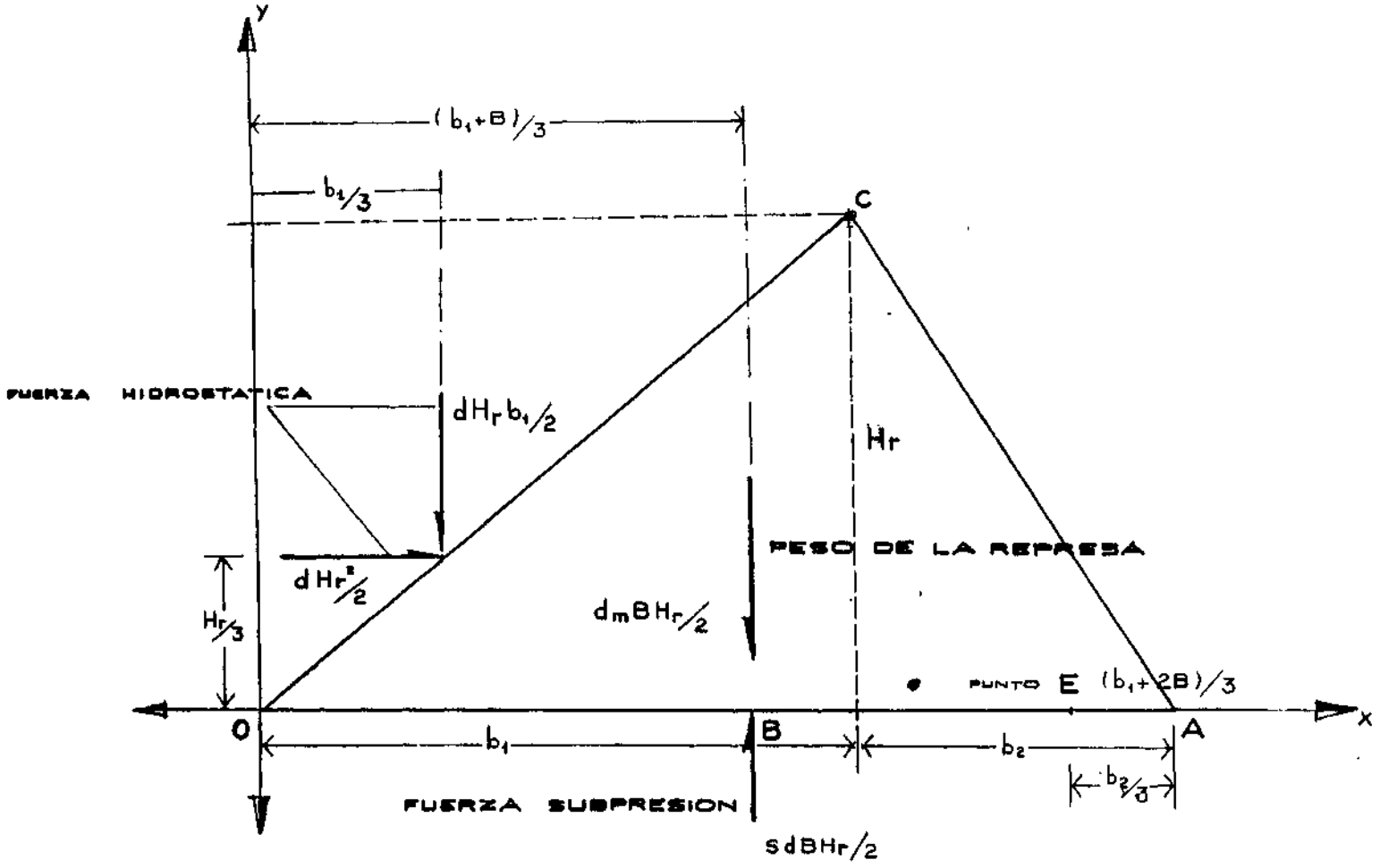
Según muestra el diagrama de fuerzas, el estudio estático se hará tomando el vértice "C" del triángulo como nivel máximo del agua, y para una anchura unitaria de represa.

Las fuerzas, que actúan sobre la represa, son:

a) La presión libre del agua o fuerza hidrostática. Como se sabe, su componente horizontal está aplicada a un tercio de la altura, arriba de la base de la represa, y resulta ser igual a "H_r^2 d/2", siendo "d" la densidad del agua. La componente vertical es igual al peso del agua encima del talud aguas arriba de la represa, "H_r b_1 d/2", aplicada en el centro de gravedad de este volumen de agua, es decir a "$b_1/3$" del origen "O" escogido.

b) El peso de la represa es el producto de su volumen por la densidad específica "dm" del material que se trate, aplicado al centro de gravedad del triángulo "OCA", $((b_1 + B) / 3, H_r/3)$.

c) La fuerza de la subpresión, debida al agua que logra filtrarse por debajo de la represa y que depende del carácter de la cimentación, del terreno y de los métodos de construcción. Produce un empuje vertical igual al volumen de la represa por la densidad "d" del agua, multiplicada


y
$(b_1+B)/3$
$b_1/3$
C
FUERZA HIDROSTATICA
$dH_r b_1/2$
H_r
PESO DE LA REPRESA
$dH_r^2/2$
$H_r/3$
$d_m B H_r/2$
PUNTO E $(b_1+2B)/3$
x
0
b_1
B
b_2
A
$b_2/3$
FUERZA SUBPRESION
$sdBH_r/2$

ésta por un coeficiente "s" de subpresión (que incluye, además, para simplificar el cálculo, las presiones del viento, hielo y oleaje). Para buenas condiciones naturales de la roca del subsuelo, "s" es giual a 0.2; para condiciones naturales medias es de 0.3; y para condiciones deficientes es de 0.4. Naturalmente sería igual a 1 (Arquímedes) si la represa estuviera íntegramente apoyada y sumergida en agua. Esta fuerza de subpresión vertical hacia arriba, también pasa por el centro de gravedad de la represa, restándosele al peso estabilizador de la misma.

La condición básica para la estabilidad y para que no se produzcan esfuerzos de tracción en ningún punto, viene dada por la igualación de momentos respecto al punto del núcleo central (tercio central) más próximo al parámetro de aguas abajo, a la profundidad de "H_r" (*); esto es a "$B_2/3$" del extremo posterior de la represa, por lo que el punto "E" (donde se cumple la condición anterior) estará ubicado en la abscisa:

$$B - b_2/3 = b_1 + b_2 - b_2/3 =$$
$$= (3b_1 + 2b_2)/3 = (b_1 + 2\,(b_1 + b_2))/3 =$$
$$= (b_1 + 2B)/3$$

Calculando la sumatoria de momentos respecto al punto "E", e igualándola a cero, se tiene:

$$\Sigma M = d_m\, BH_r/2\,(B/3) + d\, H_r\, b_1/2\,(2B/3) - d\, H_r^2/2\,(H_r/3) -$$
$$- s\, d\, b\, H_r/2\,(B/3) = 0$$

$$d_m\, B^2 + 2d\, b_1\, B - d\, H_r^2 - s\, d\, B^2 = 0$$

Puesto que "B" y "b_1" resultaban ser:

$$B = (t_1 + t_2)\, H_r \qquad ; \qquad b_1 = t_1\, H_r$$

(*) HÜTTE. Obra citada: "Manual del ...". pág. 1168.

se tiene que:

$$B^2 (d_m - sd) = H_r^2 \, d \, (1 - 2 \, t_1 \, (t_1 + t_2))$$

Haciendo $A = 2 \, t_1 \, (t_1 + t_2)$; la relación base-altura "K" queda:

$$\frac{B^2}{H_r^2} = \frac{d \, (1 - A)}{d_m - sd} = K^2$$

$$K = B / H_r = \sqrt{\frac{d \, (1 - A)}{d_m - sd}}$$

5. Represas de Gravedad de Concreto

Dado que las represas de gravedad de concreto, de peso específico "d_c", suelen ser verticales o casi verticales aguas arriba, es decir, con valor nulo de talud interior, "t_1", y por tanto, la variable "A" es nula ($A = 0$), puede simplificarse la expresión anterior de "K" así:

$$K = (d / (d_c - sd))^{1/2}$$

A modo de ejemplo, los valores de "K" calculados para una densidad de agua (dulce) de $d = 1{,}000$ kg/m³, resultan ser:

d_c (kg/m³)	s = 0.2	0.3	0.4
2,000	0.75	0.77	0.79
2,100	0.73	0.75	0.77
2,200	0.71	0.73	0.75
2,300	0.69	0.71	0.73
2,400	0.68	0.69	0.71
2,500	0.66	0.68	0.69

Las expresiones para el volumen de una represa de gravedad de concreto y su costo, serán respectivamente:

$$V_r = c\ K\ t_v\ H_r^3 / 3 \qquad (m^3)$$

$$R = p_c\ V_r = c\ K\ t_v\ p_c\ H_r^3 / 3 \qquad (UM)$$

6. Volumen del Reservorio

El costo equivalente de la represa por m^3 de volumen de agua embalsada, es de interés para conocer la rentabilidad del represamiento del río, y es igual al cociente entre el volumen embalsado y el volumen de la represa correspondiente.

Para el cálculo del volumen embalsado, se puede emplear la curva hipsométrica, que resulta de poner en abscisas la altura existente entre las distintas líneas de nivel y la parte inferior de la represa, y de llevar a ordenadas los valores de las superficies correspondientes a cada línea de nivel cortadas por la represa y medidas sobre el plano topográfico.

El área bajo la curva, medida con planímetros u otros métodos aproximados (trapecios, Simpson), nos da el volumen de agua acumulada con bastante exactitud.

En orden a obtener una expresión sencilla que relacione el volumen de agua embalsado por la represa, con el volumen y costo de la misma, se puede seguir asimilando el valle a un diedro, quedando el agua embalsada tomando la forma equivalente de un tetraedro prácticamente recto, y des-

preciando el volumen de material aguas arriba de la represa, si ésta es de concreto, como muestran las figuras.

Suponiendo una altura "H_r" para la represa y un talud promedio de las laderas del valle "t_v", así como una pendiente de regata "m_r" para el lecho del río, el volumen del vaso será aproximadamente:

$$V = \frac{1}{3} A \cdot (\overline{AB}) = \frac{1}{3} (2 H_r t_v \cdot H_r/2) (H_r/m_r) =$$

$$= t_v H_r^3 / 3 m_r \qquad (m^3)$$

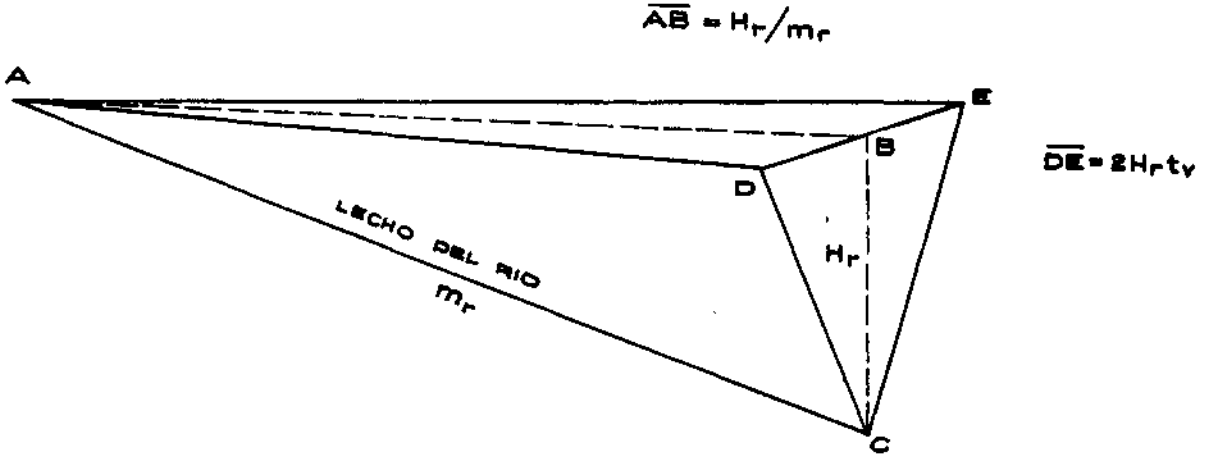
Dado que el valle no es exactamente un diedro, sino que las laderas pueden tener aspecto cóncavo o convexo y el lecho del río puede tener una curvatura, es necesario afectar el volumen calculado por un coeficiente "e" de forma del valle, que oscila según J. Orning (*) entre 0.5 y 1.65, según muestra la tabla:

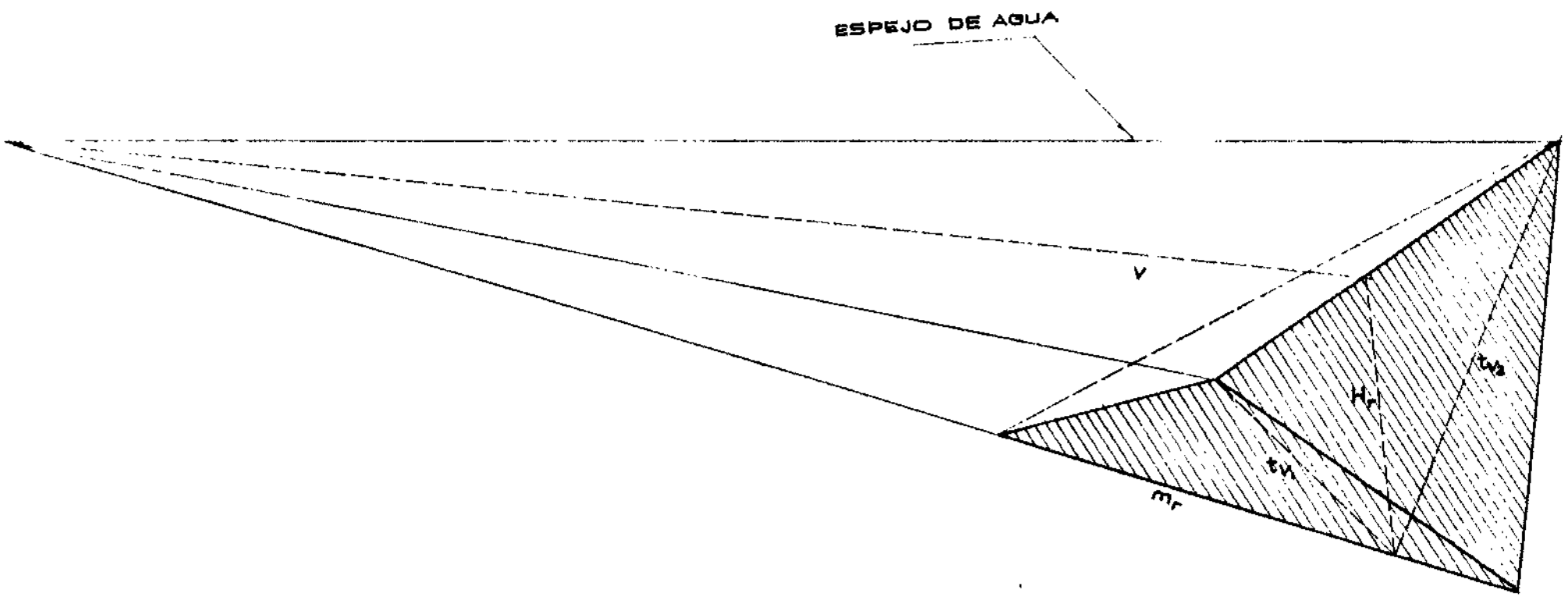
Perfil del lecho :		Convexo	Recto	Cóncavo
Perfil de laderas :	Convexas	0.5	0.65	0.85
	Rectas	0.65	1.00	1.35
	Cóncavas	1.00	1.35	1.65

El volumen del vaso resulta:

$$V = e\, t_v H_r^3 / 3 m_r \qquad (m^3)$$

(*) SCHCKLISTSCH, Armin. "Construcciones Hidráulicas". Tomo II, Editorial Gustavo Gili S.A., Barcelona, 3era. Edición, 1968. pág. 2.


$\overline{AB} = H_r/m_r$
A
E
B
D
$\overline{DE} = 2H_r t_v$
LECHO DEL RIO
m_r
H_r
C



PERSPECTIVA DEL RESERVORIO CON
LA REPRESA

Comparando el volumen de la represa "V_r" con el volumen "V" de agua embalsado:

$$V_r / V = c\ K\ t_v\ H_r^3 / 3\ /\ e\ t_v\ H_r^3 / 3\ m_r$$

$$V_r = c\ K\ m_r\ V / e \qquad (m^3)$$

Y el costo de la represa en función del volumen del vaso, resulta:

$$R = p_m\ V_r = c\ K\ m_r\ p_m\ V / e \qquad (UM)$$

Al objeto de simplificar las fórmulas anteriores, se representa la conjunción de coeficientes "cK/e" como "G", quedando las expresiones:

$$V_r = G\ m_r\ V \qquad (m^3)$$

$$R = p_m\ G\ m_r\ V \qquad (UM)$$

Para el caso de la represa de concreto, la variable "G", tiene un valor muy próximo a la unidad, con lo que el volumen "V_r", de la represa de concreto es, aproximadamente, igual al producto del volumen de embalse, "V", por la pendiente de regata "m_r" :

$$V_r = m_r\ V \qquad (m^3)$$

Y el costo de la represa de concreto será:

$$R = p_c\ G\ m_r\ V \simeq p_c\ m_r\ V \qquad (UM)$$

CAPITULO IV

LA ENERGIA

1. Tipos de Embalse en una Central

Aunque el objetivo general de toda central hidroeléctrica es la transformación de energía hidráulica en energía eléctrica, según como se obtenga o se proporcione dicha energía, existen diversas perspectivas por las que se clasifica a las centrales.

Desde el punto de vista de su represa, por ejemplo, pueden ser:

a) Centrales hidroeléctricas sin embalsamiento, también denominadas centrales fluyentes, que utilizan en cada momento el agua disponible del río, por lo que la única energía constante garantizable durante todo el año sería la correspondiente al caudal mínimo del río.

b) Centrales hidroeléctricas con embalsamiento, en las que se regula el caudal del río para producir más energía en ciertas horas o épocas, de la que correspondería al menor caudal del río en ese momento. Según la magnitud del almacenamiento se tiene:

. Embalses de regulación diaria, que acumulan el agua no utilizable durante las horas de baja o nula producción, para utilizarla como mayor caudal en las horas de mayor demanda.

. Embalses de regulación semanal, que acumulan el agua sobrante durante los fines de semana, en aquellos lugares en que funciona menos o nada la central, debido a la detención de muchas industrias y comercio, para cederla los demás días de la semana, de mayor demanda.

. Embalses estacionales, que acumulan cierta cantidad de agua de épocas de abundancia de caudal del río, para cederla en el tiempo de estiaje y elevar, en esta época, la potencia que naturalmente le correspondería.

. Embalses anuales, de regulación a más largo plazo, pues sirven para compensar las diferencias entre los caudales que se reciben en las distintas épocas del año al objeto de satisfacer a las necesidades del consumo en forma constante a lo largo de todo el año, con el caudal promedio anual sin desperdicio de agua.

. Embalses hiperanuales, que regula los caudales diferentes correspondientes a varios años, para compensar los años lluviosos con los de sequía, resultando ser, por tanto, los más voluminosos y propios sólo para grandes centrales, al igual que los reservorios anuales.

Por ello, en las minicentrales lo más que se llega es a la regulación estacional, para actuar en el estiaje, unas pocas semanas al año.

2. Tipos Energéticos de Centrales

Desde el punto de vista energético, sin embargo, pueden distinguirse centrales con tres funciones fundamentales diferentes, aunque algunas pueden participar de varias de ellas simultáneamente:

a) Centrales hidroeléctricas de base, que dan una potencia constante durante las 24 horas del día. Su coeficiente de utilización "f" es prácticamente del 100%, siendo "f" la relación entre la energía suministrada y la que hubiera suministrado de haber estado todo el tiempo funcionando a la máxima potencia.

Representan un ahorro de inversión en centrales térmicas, igual al de su potencia, cuando estas últimas constituyen el fundamento del sistema eléctrico de un país, como suele suceder en los de amplio desarrollo. En general, las grandes centrales de base son térmicas, de carbón o nucleares, y rara vez hidroeléctricas. Podría justificarse una minicentral de base para la alimentación de centros mineros o industriales aislados.

b) Centrales hidroeléctricas de punta, que dan su potencia máxima y constante sólo en las horas de mayor demanda eléctrica de cada día, llamadas las horas punta. Tienen un coeficiente de utilización "f" muy bajo, entre un 12 y un 25%, pues corresponde a una utilización de unas 3 a 6 horas diarias máximo. Así, por ejemplo, si fueran 6 horas/día de punta, sería: $f = 6/24 = 1/4$ (25%); pero si fueran 3 horas (de 6:30 a las 9:30 pm, ejemplo típico en zonas rurales o ciudades poco industrializadas), el factor de utilización sería: $f = 3/24 = 1/8$ (12.5%).

También suponen un ahorro de inversión en centrales térmicas igual al de su potencia, al mismo tiempo que mejoran el factor de utilización de dichas centrales térmicas; sus puntas de potencia son cubiertas por la central hidroeléctrica, pues de otra forma habría que aumentar la potencia térmica sólo para utilizarla pocas horas al día.

c) Centrales hidroeléctricas de apoyo, cuya potencia proporcionada depende de la cantidad de agua disponible en el cauce, hasta el máximo de capacidad turbinable. Dado que es variable a lo largo del año, no reporta ahorro de inversión en las centrales térmicas, sino exclusivamente ahorro de combustible en las mismas. Es decir, proporciona energía llamada secundaria, para distinguirla de los dos primeros tipos de centrales expuestos que proporcionan energía primaria, esto es, permanente y constante durante todos los días del año.

Evidentemente puede darse el caso de centrales que dan potencia primaria permanentemente y que, en épocas de mayor abundancia de agua, sirvan de apoyo para ahorro de combustible en las térmicas, proporcionando más energía, secundaria, y mejorando su factor anual de utilización y economía.

Esta energía secundaria, dado que no supone ahorro de inversión en centrales térmicas debe tener un precio inferior al de la energía garantizada, firme o primaria; su eliminación no supone necesidad de una mayor inversión en otras centrales térmicas, sino sólo un mayor gasto de combustible en las mismas.

3. Reservorio Estacional

En una central fluyente, la única energía que puede producirse de forma constante, con garantía todo el año, es la que proporciona el caudal mínimo del río, "q_{95}", que es el caudal que es superado el 95% de los días del año, como ya se ha explicado anteriormente, y que viene a ser el 100% de los días que funciona la central, por dedicarse alrededor del 5% de los días del año al mantenimiento de la misma.

Si sólo se turbinara este caudal mínimo (que en adelante se escribirá "q_0" a efectos de simplificación de escritura, como ya se adelantó anteriormente), estaría desperdiciándose el resto del año prácticamente casi todo el caudal que proporciona el río, con excepción del período de máxima sequía, que suele durar unos días o pocas semanas.

La máxima potencia eléctrica firme o garantizada que podría proporcionar este salto será:

$$P = \eta\, g\, d\, H\, q_0 \qquad (W)$$

en donde "η" es el rendimiento global de la central, "g" la aceleración de la gravedad (9.81 m/s²), "d" la densidad del agua turbinada y "H" la altura bruta del salto en m; y supuesto "q_0" en m³/s.

Esta energía primaria de todos los días del año, tiene un precio mucho más alto que el que se paga por la energía secundaria que sólo se proporciona parte del año y en forma variable, dado que exige utilizar unos generadores térmicos sustitutivos el resto del año, que funcionarían muy poco tiempo.

Puede pensarse, por ello, en aumentar la potencia firme de la central al máximo posible con ciertos procedimientos, al objeto de lograr un mayor beneficio económico o la máxima producción de energía sin pérdida económica.

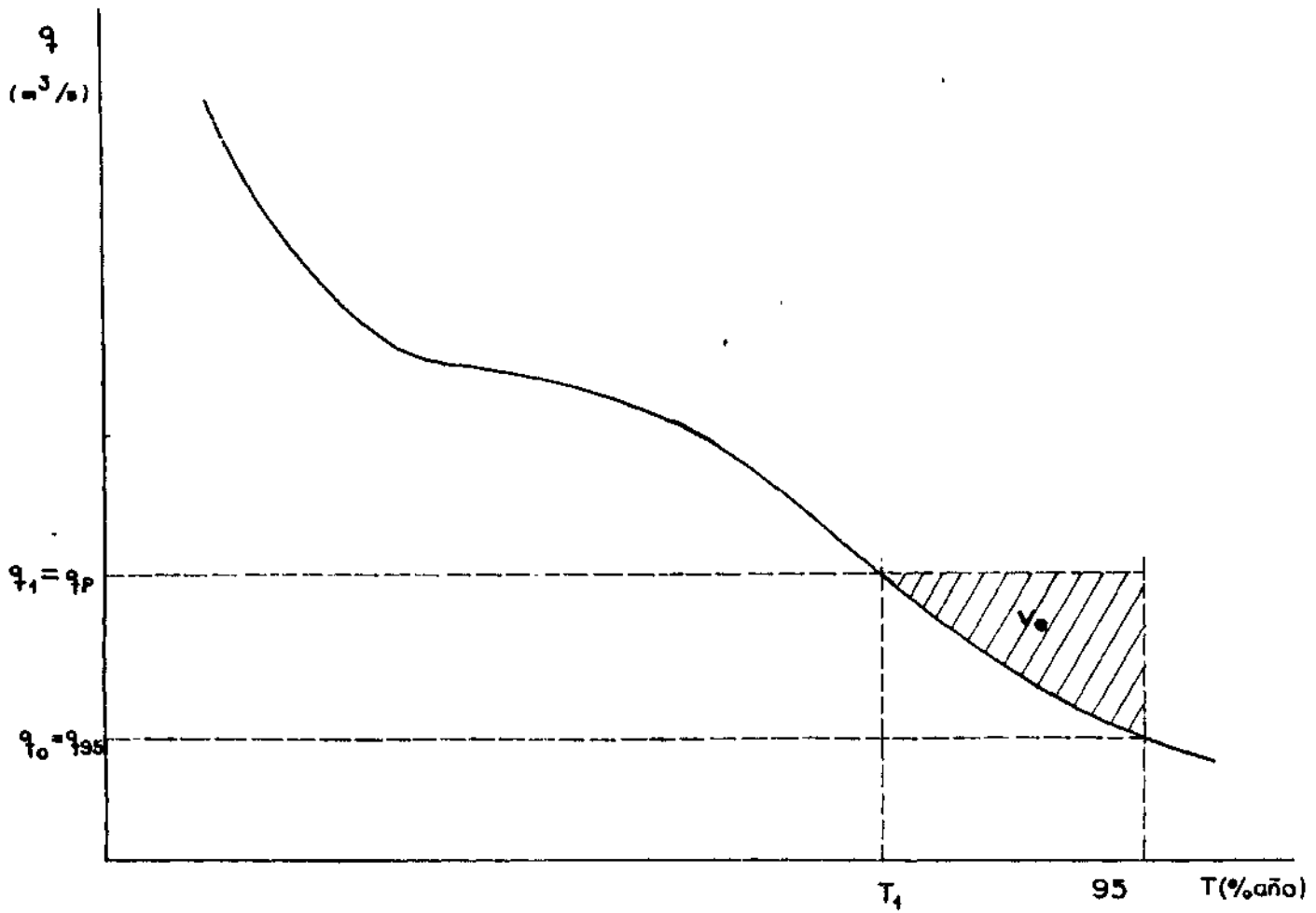
Como se mencionó anteriormente, para mejorar la utilización del caudal del río podría pensarse en almacenar un cierto volumen de agua, proveniente de las avenidas del río, e ir soltándola en la época de estiaje, para mantener así un caudal mínimo "q_0" natural del río, sin represa.

Se tiene entonces una represa de acumulación estacional, para proporcionar un mayor caudal permanente, "q_p", que, en la figura adjunta de la curva de caudales ordenados, correspondería a un intervalo de tiempo "T_1" (en % año). Este caudal permanente sería, entonces el caudal máximo, garantizable todo el año, para producir energía "primaria", por lo que se representará indistintamente como:

$$q_p = q\ (T_1) = q_1 \qquad (m^3/s)$$

Esto quiere decir, en relación a la curva de caudales ordenados, que al menos durante un porcentaje "T_1" del año, como máximo, el caudal del río es superior al permanente, mientras que, en el porcentaje restante, sería menor de no existir el represamiento que lo mantiene constante el resto del año.

Por ello, el volumen almacenado en época de abundancia deberá cubrir la diferencia de caudales, entre el garantizado y el del río, $(q_p - q)$, durante el porcentaje de año restante $(95 - T_1)$. Esta diferencia alcanzará su valor máximo en la época de mayor estiaje:


q
(m³/s)
q₁ = qP
qo = q95
Vo
T₁
95
T(%año)

$$q_p - q_{95} = q_1 - q_0 = q_{1/0}$$

siendo "$q_{1/0}$" la forma simplificada en que se representará esta diferencia máxima de caudales.

Puesto que un año tiene: 365 x 24 x 3600 $\simeq$ 315 . 10^5 s, un intervalo "dT" en % año será equivalente a 315.000 dT (s), y el volumen "dV_e" que se requiere para aumentar el caudal del río, q = q(T), hasta el caudal garantizado, "q_1", durante un período "dT" del año, será:

$$dV_e = 315000\ (q_1 - q)\ dT \qquad (m^3)$$

Por tanto, el volumen total de almacenamiento que se necesita para asegurar dicho caudal permanente "q_1", todo el año sería la integral correspondiente, extendida al período en que el caudal del río es inferior al ahora deseado como permanente:

$$V_e = \int_{T_1}^{95} (q_1 - q)\ (315000\ dT) \qquad (m^3)$$

Reemplazando la función de ajuste potencial de Contagne, que se ha escogido en este trabajo para aproximar la curva de caudales ordenados, y que era:

$$q = q(T) = q_0 + b\ (95 - T)^n$$

siendo : $$b = q_{50/95} \ / \ 45^n$$

se tiene que el volumen necesario del reservorio debe ser:

$$V_e = \int_{T_1}^{95} (q_1 - q_0 - b\ (95 - T)^n)\ (315000\ dT) =$$

$$= 315000\ (q_{1/0}\ (95 - T_1) - \int_{T_1}^{95} b\ (95 - T)^n\ dT) =$$

$$= 315000 \; (q_{1/0} \; (95 - T_1) - b \; (95 - T_1)^{n+1} / (n + 1)) \qquad (m^3)$$

Y sustituyendo "q_1" por su valor analítico aproximado:

$$q_1 = q_0 + b \; (95 - T_1)^n \quad ; \quad q_{1/0} = b \; (95 - T_1)^n \qquad (m^3)$$

resulta ahora el volumen de embalse en función de "T_1" :

$$V_e = 315000 \; (b \; (95 - T_1)^{n+1} - b \; (95 - T_1)^{n+1} / (n + 1)) =$$

$$= 315000 \; n \; b \; (95 - T_1)^{n+1} / (n + 1) \qquad (m^3)$$

Y poniéndola en función del caudal "q_1", como:

$$q_{1/0} = b \; (95 - T_1)^n$$

resulta:

$$(95 - T_1)^{n+1} = (q_{1/0}/b) \; (q_{1/0}/b)^{1/n} =$$

$$= q_{1/0}^{\,1 + 1/n} \; / \; b^{1 + 1/n}$$

quedando el volumen, ahora, en función del caudal:

$$V_e = 315000 \; n \quad q_{1/0}^{\,1 + 1/n} \qquad (m^3)$$

siendo:

$$m = 315000 \; n \; / \; b^{1/n} \; (n + 1)$$

$$b = q_{50/95} \; / \; 45^n$$

y "n" determinado por la ecuación:

$$(19/9)^n \; / \; (n + 1) = q_{m/95} \; / \; q_{50/95}$$

donde "q_m" es el módulo anual del río.

En esta expresión se ve fácilmente la gran influencia del valor de "n" en el volumen de almacenamiento.

Si el valor de "n" es muy elevado, esto es, la curva de caudales tiene mucha concavidad positiva, resultando muy poco descendente al final de la misma, casi plana, para levantar un poco el caudal mínimo "q_{95}" se requerirá un gran reservorio; pero si "n" es inferior a la unidad, curva convexa (concavidad negativa, hacia abajo), que indica períodos muy cortos de estiaje, se elevará rápidamente el caudal permanente o primario con una pequeña represa.

Cuando el reservorio estacional se prevé que no va a ser de gran capacidad, esto es, va a corresponder a no mucho tiempo de la curva de caudales, suele aproximarse linealmente la parte final de esta curva, en lugar de toda ella a forma potencial, ya que sólo se utiliza el último tramo, al objeto de facilitar el cálculo, a la vez que aumenta la exactitud.

En este caso, la ecuación de ajuste suele ser la de la recta de regresión lineal, aproximada por mínimos cuadrados, que pasa por el punto final (95, q_0) :

$$q = q_0 + b'(95 - T) \qquad (m^3/s)$$

y en la que ahora "n" es, naturalmente, la unidad y "b'" la pendiente final, esto es, el coeficiente de regresión y, por lo tanto, posiblemente diferente del anterior, $b = q_{50/95} / 45^n$.

Las fórmulas deducidas quedan, sin embargo, iguales, salvo que $n = 1$:

$$m = 315000 / b^{1/n} (1 + 1/n) = 157500/b' \quad ;$$

$$V_e = m\, q_{1/0}^{1+1/n} = 157500\, q_{1/0}^{2} / b' \qquad (m^3)$$

Es decir que, el volumen de almacenamiento "V_e", es inversamente proporcional a la pendiente del final de la curva de caudales y que, mientras más baja sea la pendiente en dicho tramo final, mayor será el almacenamiento necesario para elevar el caudal mínimo, lo que sucede cuando el período de sequía es muy largo.

El costo de la represa para lograr ese embalse será el producto del precio por metro cúbico del material por el volumen de la represa, cuyo valor aproximado ya se determinó con anterioridad, resultando ser un función del volumen de embalse:

$$R = p_m V_r = p_m G m_r V \qquad (UM)$$

en que "G" era "c K/e", coeficiente de represa y reservorio y "m_r" la pendiente del río.

Reemplazando la expresión determinada para el volumen de almacenamiento:

$$R = m\, p_m\, m_r\, G\, q_{1/0}^{1+1/n} \qquad (UM)$$

Y la altura de la represa correspondiente, deducida ya anteriormente en función del volumen almacenado, sería:

$$H_r = (3\, m_r\, V / e\, t_v)^{1/3} =$$

$$= (3\, m\, m_r\, q_{1/0}^{1+1/n} / e\, t_v)^{1/3} \qquad (m)$$

siendo "t_v" el promedio de taludes de la cañada de cierre.

4. Regulación diaria

En todo sistema de distribución existen las llamadas "horas punta", que corresponden a determinadas horas del día, en las que existe una mayor demanda de energía. Estas horas pueden ser muy diferentes de un país a otro, e incluso, pueden no ser continuadas, sino, parte en las mañanas y otras en la tarde, como sucede en muchos países industrializados. En regiones poco industriales, suelen coincidir con el anochecer, desde que se encienden las luces del alumbrado público, residencial, comercial, etc., hasta las 9 ó 10 de la noche.

Esta energía primaria de horas punta aún tiene un precio más elevado que la energía firme de base, ya que los equipos térmicos que deberían cubrir las puntas funcionarían muy pocas horas al año.

En el caso en que la minicentral sólo funcionara durante las horas punta, podría pensarse, como se comentó anteriormente, en acumular durante el día el agua no utilizada en las horas de parada, para obtener así en las pocas horas de funcionamiento un caudal que, añadido al permanente del río más el almacenado estacional, sea muchísimo mayor.

Siendo "f" el factor de utilización diario de la central, el tiempo de funcionamiento durante las horas punta del día, expresado en segundos, será:

$$24 \times 60 \times 60 \times f = 86{,}400\ f \qquad (s)$$

Y, por lo tanto, el tiempo de parada diaria de la central:

$$86{,}400\ (1 - f) \qquad (s)$$

El aumento de volumen de embalse necesario para la compensación diaria, y que corresponde al tiempo de parada, será el producto del caudal disponible en el cauce por el tiempo de aporte:

$$V_d = 86{,}400\ (1 - f)\ q_1 \qquad (m^3)$$

y que, añadido al volumen de almacenamiento estacional "V_e", da un embalse de:

$$V = V_e + V_d \qquad (m^3)$$

Reemplazando sus respectivos valores:

$$V = m\ q_{1/0}^{\,1+1/n} + 86400\ (1 + f)\ q_1 \qquad (m^3)$$

Naturalmente, si la central funcionara de continuo, todo el día y no sólo en horas punta, esto es, fuera una central de base, se le puede aplicar todas las expresiones que se irán deduciendo a continuación con sólo poner el valor correspondiente de us coeficiente de utilización que, en este caso de central de base, es el 100% (f = 1).

Ahora el embalse adicional proporciona un caudal, en horas punta, que será el volumen de agua "V_d" dividido entre el tiempo total de vaciado en las horas punta: 86400 f (s).

El nuevo caudal turbinable será, pues, la suma de este último más el anterior, proporcionado por el cauce más el reservorio estacional, "q_1" :

$$Q = V_d / 86400\ f + q_1 =$$
$$= 86400\ (1 - f)\ q_1 / 86400\ f + q_1 =$$
$$= q_1 / f \qquad (m^3/s)$$

Por lo general, como el valor del factor "f" de utilización diario de una central de punta, oscila entre 0.125 y 0.25, con un aumento en la altura de la represa, necesaria para la compensación diaria, se consigue aumentar el caudal turbinable permanente, de unas 4 a 8 veces más.

La nueva altura de la represa será ahora:

$$H_r = (3\, m_r\, V / e\, t_v)^{1/3} =$$

$$= (3\, m_r\, (m\, q_{1/0}{}^{1+1/n}\, 86400\, (1-f)\, q_1) / e\, t_v)^{1/3} \qquad (m)$$

Y el costo de la represa correspondiente:

$$R = p_m\, V_r = p_m\, m_r\, G\, V =$$

$$= p_m\, m_r\, G\, (m\, q_{1/0}{}^{1+1/n} + 86400\, (1-f)\, q_1) \qquad (UM)$$

Por lo general, el coeficiente "m" suele ser mucho mayor que el de "q_1", hasta de dos órdenes de magnitud, por lo que el nuevo reservorio apenas supone una altura y costo adicional de unos puntos por ciento.

5. Energía Primaria

El valor de la energía primaria o firme "E_1", suministrada anualmente será el producto de:

1) La potencia eléctrica "P" (kW) del salto proporcionado por el caudal turbinable garantizado "q_1 / f" :

$$P = \eta\, g\, d\, H\, (q_1 / f)\, .\, 10^{-3} \qquad (kW)$$

2) El número de horas de utilización anual "U" supuesta ésta del 95% del año (347 días/año), con un factor de utilización diaria de la central "f" :

$$U = 347 \times 24\ f = 8{,}328\ f \qquad (h/año)$$

3) Y el precio del kWh en el sistema eléctrico, reducido a bornes de alternador, "p_1" (UM/kWh); esto es, rebajándole el sobre costo de la posible línea de transmisión entre la minicentral y el punto de conexión al sistema.

Luego la energía primaria "E_1" suministrable será:

$$E_1 = (\eta\ g\ d\ H\ q_1/f \cdot 10^{-3})(8{,}328\ f)\ (p_1) \qquad (UM/año)$$

$$= 8.328\ \eta\ g\ d\ p_1\ H\ q_1 \qquad (UM/año)$$

$$= k\ p_1\ H\ q_1 \qquad (UM/año)$$

siendo: $k = 8.328\ \eta\ g\ d$ prácticamente constante.

Como se puede comprobar, no interviene el factor "f" en la cantidad de energía firme producida, lo cual era de esperar, pues ésta depende de la cantidad de agua disponible y, si no se desperdicia, lo mismo dará turbinarla en pocas horas punta ($f < 1$), que de forma continua a lo largo de las 24 horas en centrales de base ($f = 1$).

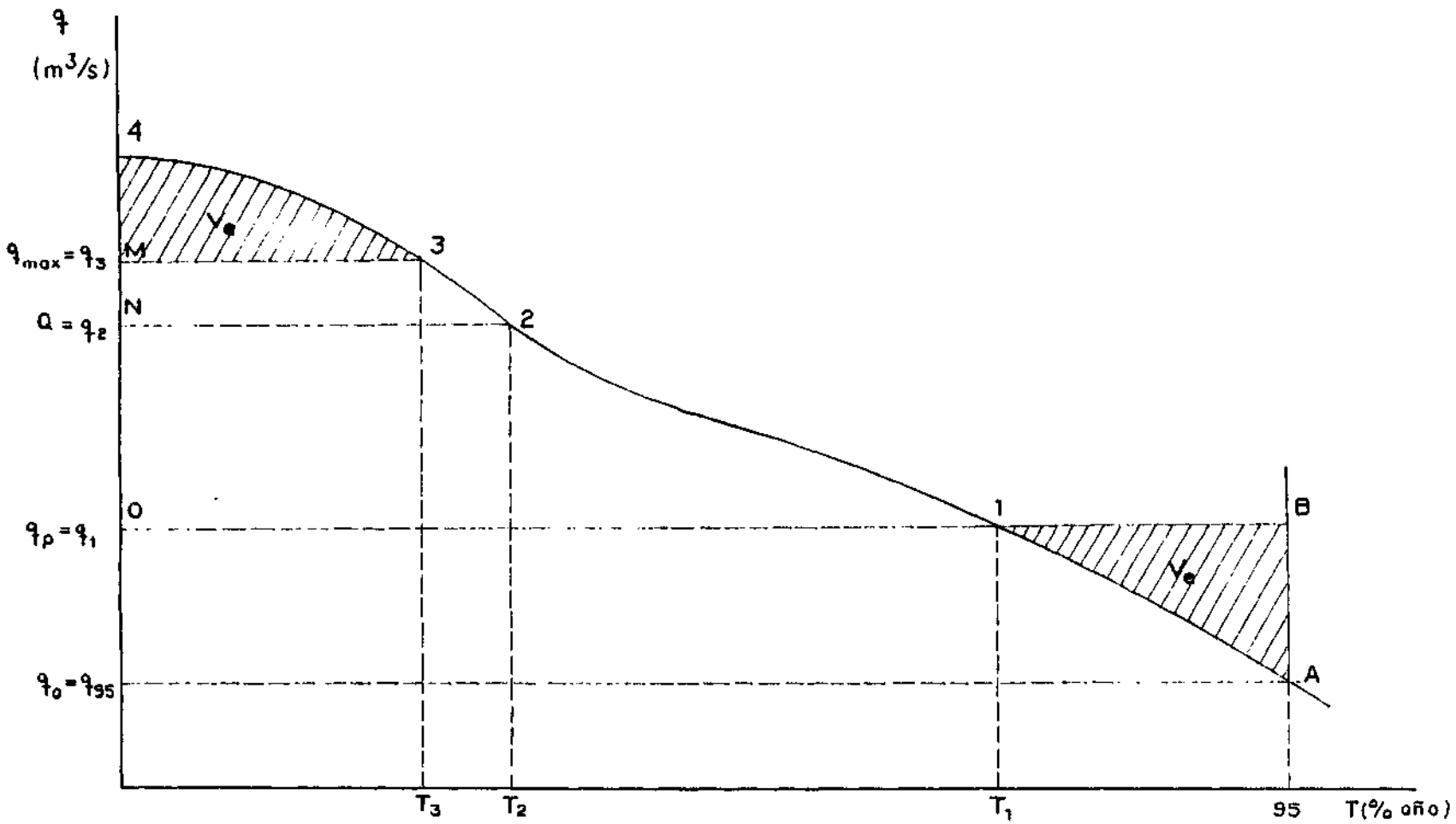
6. Energía Secundaria

Fuera del período de sequía, ampliado a un tiempo (95 - T_1) por la regulación estacional, existe un caudal sobrante del río, así como en los años más lluviosos, y que por la forma en que se obtuvo la curva de caudales, representa casi el 95% de los años. Podría pensarse en aprovechar el caudal excedente y la capacidad instalada para suministrar, aun cuando fuera a un precio "p_2" inferior, energía secundaria o excedente, no garantizada todo el año, sino fuera del período de sequía. De esta manera se aprovecha más la capacidad energética posible del río que si la central proporcionara sólo energía primaria, y la central se convierte en una central de plena utilización.

La máxima potencia que puede suministrar la central depende de su caudal nominal máximo turbinable, "Q", la cual estará funcionando a plena capacidad sólo un tiempo "T_2", que en la curva de caudales ordenados le corresponde al caudal nominal:

$$Q = q(T_2) = q_2 \qquad (m^3/s)$$

El resto del tiempo del año la central podrá cumplir con dar su energía primaria, pero la secundaria será inferior a la máxima posible por las turbinas. Esta energía secundaria suministrada, normalmente, a un precio "p_2" menor que el ofrecido para las horas punta "p_1", elevaría el valor del excedente anual sin aumento apreciable de costos adicionales, llevando a pensar en utilizar dicho excedente para aumentar la represa y conseguir más potencia firme, al mismo tiempo que puede elevarse la capacidad del salto en caudal turbinable, obteniéndose un mayor beneficio, o bien proporcionando una mayor energía, como más adelante se analizará.



q
(m³/s)
4
3
2
1
M
N
O
B
A
Ve
Ve
qmax = q3
Q = q2
qp = q1
q0 = q95
T3
T2
T1
95
T(% año)

La energía secundaria sería la proporcionada por el caudal excedente por encima del caudal "q_1", necesario para cubrir la energía primaria garantizada; y además, el caudal nominal "Q", no podrá ser menor que el caudal que es necesario turbinar en horas punta: q_1 / f. Asimismo, tampoco tendría mucho sentido que el caudal nominal fuera mayor que el correspondiente al tiempo "T_3".

El punto "3" de la curva de caudales ordenados, se define de tal forma que el área del triángulo superior $\overline{3M4}$ sea igual al área del triángulo inferior $\overline{A1B}$ y que corresponde al exceso de caudal necesario para el embalse que eleva el caudal de "q_0" a "q_1", y por lo tanto, no estará disponible en el cauce un caudal mayor que éste, salvo en los años más lluviosos que los de la curva, naturalmente.

Dado que un año tiene 8760 h, un 1% del año corresponde a 87.6 h. Si el precio, en central, del kWh excedente es "p_2", la energía secundaria máxima suministrable corresponderá a la cantidad de agua sobrante del río, una vez utilizada la necesaria para la comprometida energía firme.

En la gráfica de la curva de caudales, será la cantidad de agua anual entre el caudal primario y el del río "q", hasta el tope del caudal nominal de la central, $q_2 = Q$. Por tanto, el valor de dicha energía secundaria será:

$$E_2 = \eta\ g\ d\ .\ 10^{-3}\ H\ (\text{área } \overline{10N2})\ (87.6)\ p_2 =$$

$$= 0.0876\ \eta\ g\ d\ p_2\ h\ (q_{2/1}\ T_2 + \int_{T_2}^{T_1} (q - q_1)\ dT) =$$

$$= k'\ p_2\ H\ (q_{2/1}\ T_2 + \int_{T_2}^{T_1} (q - q_1)\ dT) \qquad (UM/año)$$

siendo:

$$k' = 0.0876\ \eta\ g\ d = k/95\ ,\quad \text{otra constante.}$$

Reemplazando la función de ajuste potencial que aproxima la curva de caudales ordenados, se tiene que:

$$E_2 = k'\ p_2\ H\ (q_{2/1}\ T_2 + \int_{T_2}^{T_1} (q_{95} + b\ (95 - T)^n - q_1)\ dT) =$$

$$= k'\ p_2\ H\ (q_{2/0}\ T_2 - q_{1/0}\ T_1 - b\ ((95 - T_1)^{n+1} - (95 - T_2)^{n+1})/(n+1))$$

(UM/año)

Y puesto que de la función de aproximación se deduce:

$$(95 - T_1)^{n+1} = q_{1/0}^{\,1+1/n} / b^{1+1/n}$$

$$(95 - T_2)^{n+1} = q_{2/0}^{\,1+1/n} / b^{1+1/n}$$

$$T_2 = 95 - (q_{2/0} / b)^{1/n}$$

$$T_1 = 95 - (q_{1/0} / b)^{1/n}$$

la expresión de la energía secundaria se simplifica a:

$$E_2 = k'\ p_2\ H\ (q_{2/0}\ (95 - q_{2/0}^{\,1/n} / b^{1/n}) - q_{1/0}\ (95 - q_{1/0}^{\,1/n} / b^{1/n}) -$$

$$- (q_{1/0}^{\,1+1/n} - q_{2/0}^{\,1+1/n}) / b^{1/n}\ (n+1)) =$$

$$= k'\ p_2\ H\ (95\ q_{2/1} + (q_{1/0}^{\,1+1/n} - q_{2/0}^{\,1+1/n}) / b^{1/n} -$$

$$- (q_{1/0}^{\,1+1/n} - q_{2/0}^{\,1+1/n}) / b^{1/n}\ (n+1)) =$$

$$= k'\ p_2\ H\ (95\ q_{2/1} + n\ (q_{1/0}^{\,1+1/n} - q_{2/0}^{\,1+1/n}) / b^{1/n}\ (n+1)) =$$

$$= k\ p_2\ H\ (q_{2/1} - n\ (q_{2/0}^{\,1+1/n} - q_{1/0}^{\,1+1/n}) / 95\ (n+1)\ b^{1/n})\ \text{(UM/año)}$$

Por tanto, el valor económico de la energía total "E" suministrable, será la suma de la energía primaria "E_1" y la secundaria "E_2", máxima producible:

$$E = E_1 + E_2 =$$

$$= k\, p_1\, H\, q_1 + k\, p_2\, H\, (q_{2/1} + n\, (q_{1/0}{}^{1+1/n} - q_{2/0}{}^{1+1/n})/95\,(n+1)\,b^{1/n}) =$$

$$= kH\,(q_1 p_1 + (q_{2/1} + n\,(q_{1/0}{}^{1+1/n} - q_{2/0}{}^{1+1/n})/95\,(n+1)\,b^{1/n})\; p_2)$$

(UM/año)

Refiriendo todo lo siguiente al año típico menos lluvioso con 95% de probabilidad, al cual está referido la curva de caudales ordenados, se tiene que, fuera de horas punta, y durante un porcentaje "T_2" del año, la energía secundaria será la correspondiente al caudal $(Q - q_1)$, mientras que para otro porcentaje de año, $(T_1 - T_2)$, el caudal disponible será menor $(q - q_1)$, hasta llegar a anularse el resto del año, $(T > T_1)$, en que todo el caudal del río y de la represa está reservado para proporcionar energía primaria. En horas punta (o en centrales de base, todo el día) sólo podrá proporcionarse energía secundaria si "Q" es mayor que "q_1 / f", el caudal permanente garantizado, en cantidad correspondiente a dicha diferencia $(Q - q_1/f)$ durante un tiempo "T_2", mientras que el resto del año sólo podrá turbinarse $(q - q_1/f)$, siempre y cuando sea el caudal del río "q" mayor que q_1/f, naturalmente.

CAPITULO V

EL CAUDAL NOMINAL

1. Curva Energía/Costo

Cuando se busca el mejor aprovechamiento de un salto disponible, se piensa en los factores que influyen en dicho resultado. Así se tiene, por ejemplo, que la potencia suministrada por una central hidroeléctrica depende básicamente del producto del rendimiento de la central por la altura del salto y el caudal; mientras que la inversión depende sobre todo del caudal, afectando menos la altura y demás variables topográficas.

El rendimiento de la central es el producto de los rendimientos del equipo electromecánico y de las conducciones y demás construcciones hidráulicas.

En términos generales, el rendimiento, aunque mejora conforme se incrementa el caudal, se puede considerar casi constante, de muy escasa variación relativa total.

Y como se dijo anteriormente que, cuando ya se dispone de un salto, la altura del mismo queda prácticamente definida, resulta entonces que la única variable efectiva para incrementar la energía suministrada será el caudal.

Por lo tanto, fijado un salto, tanto el valor de la energía proporcionable como el costo de su inversión dependen del caudal nominal asignable a la central.

Para una inversión nula, el caudal es nulo y también lo será la energía. Conforme aumentemos el caudal turbinable y la inversión consiguiente, la energía aumentará, lógicamente. Sin embargo, para centrales muy pequeñas, la inversión específica, por kW, es elevada, pues los costos fijos (accesos, proyecto, construcciones, etc.) influyen excesivamente; conforme aumenta el caudal, la inversión aumenta, pero no proporcionalmente al caudal, sino, a éste elevado a un exponente inferior a la unidad, como se vio anteriormente, por lo que el costo específico, por kW instalado, va disminuyendo paulatinamente conforme aumenta el caudal turbinable del salto. La energía, sin embargo, se mantiene siempre prácticamente proporcional al caudal, por la ínfima influencia de la mejora del rendimiento.

Y esto sigue así, incrementándose más rápidamente la energía suministrable que el costo de inversión, mientras el caudal nominal siga siendo inferior al mínimo del río, "q_{95}", pues por encima no siempre podrá asegurarse que hay suficiente caudal en el río para abastecer la capacidad nominal de la turbina.

Así pues, conforme aumenta el caudal por encima del mínimo, "q_0", la energía producida se incrementa, pero ya no proporcionalmente.

Como muestra la curva de caudales ordenados, para un incremento del caudal nominal de la central, dado que la energía obtenible es proporcional al área bajo la curva de caudales (la integral), dicha energía tam-

bién se incrementa, pero, para cada valor mayor de la potencia suministrable, es menor el tiempo en que se puede mantener dicha potencia máxima, dejándose de aprovechar la plena capacidad instalada de la central durante el resto del año.

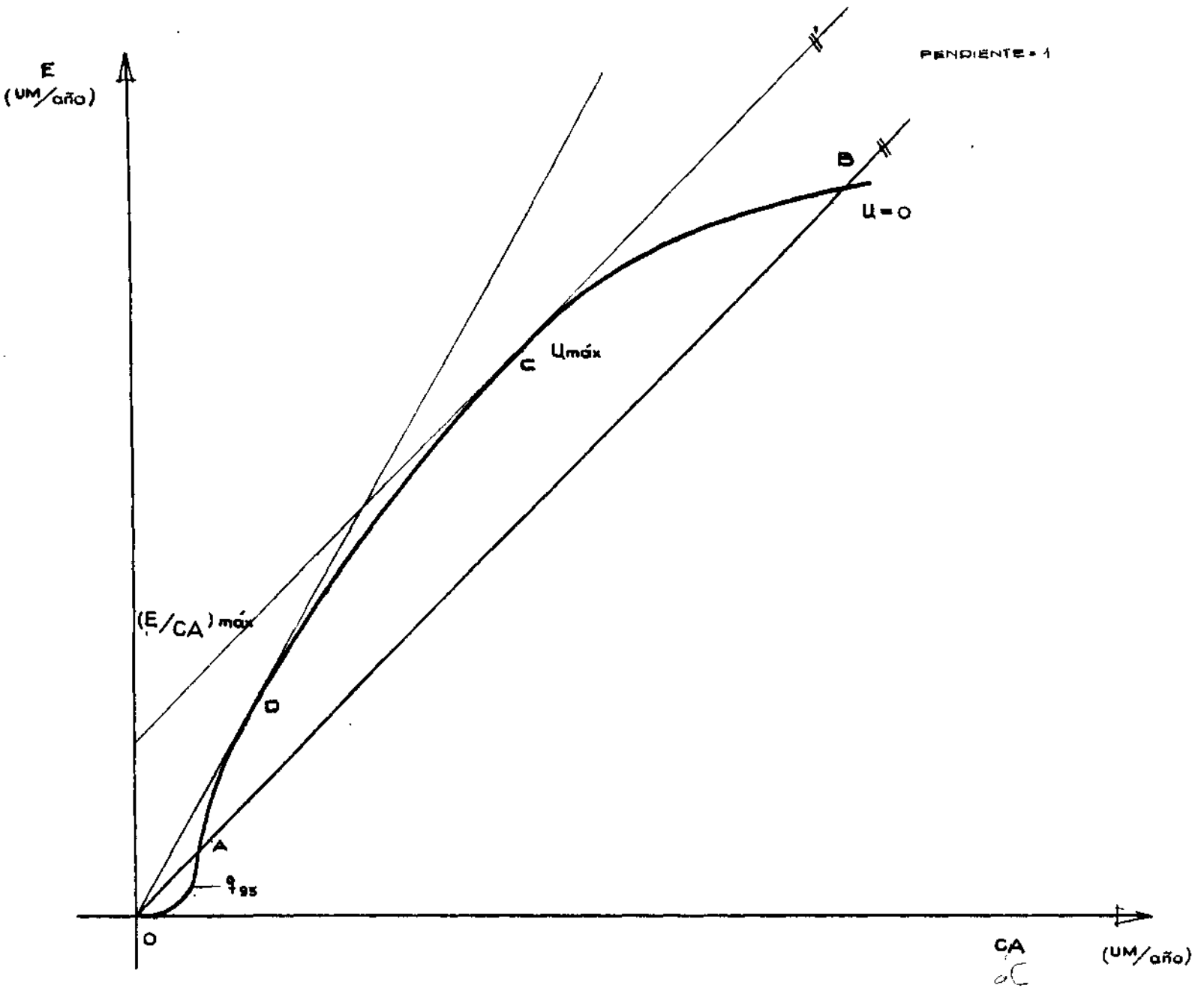
Puesto que tiene un valor "E" la energía producida, para cada inversión "C" en el salto disponible, es lógico buscar cuál debe ser esta inversión, esto es, el caudal o potencia nominal (máxima) que debe tener la central para conseguir el mejor resultado que se desea obtener.

Estas consideraciones, se pueden representar gráficamente en un sistema coordenado, en que en ordenadas se exponga el valor "E" de la energía suministrable por la central, y en abscisas el costo anual equivalente de la central, inversión más operación, este último muy inferior al primero.

Al costo total de inversión en el salto, puede añadirse el costo periódico de operación y mantenimiento previamente capitalizados a la vida útil de la central, obteniéndose así el costo total del salto "C". Para manejar el costo equivalente anualizado, basta multiplicar por el coeficiente "A" de costo anual de la inversión, cuyo valor es el del coeficiente de recuperación del capital, tal como se explicó anteriormente.

En abscisas se representaría el producto "CA" o "AC" y en ordenadas, "E".

La primera parte de la curva, hasta la inversión correspondiente al caudal mínimo del río, "q_0", sería una curva cóncava hacia arriba, de pen


E
(UM/año)
PENDIENTE = 1
B
U = 0
C
Umáx
(E/CA) máx
D
A
q95
O
CA
(UM/año)

diente horizontal, prácticamente, en el origen, que asciende rápidamente hasta el caudal mínimo o poco más allá de él en que se produce un quiebre, con una posible solución de continuidad en su derivada.

A partir de este momento la curva E/AC (valor energía anual/costo anual de inversión) resulta que debe volverse cóncava hacia abajo, pues conforme aumenta el caudal por encima del mínimo, "q_0", aunque el costo por kW va haciéndose algo menor, tal como se dijo anteriormente, es la energía producida la que no sube ahora proporcionalmente al caudal.

Así también se deduce analíticamente de las fórmulas, anteriormente determinadas, que aproximaban tanto el valor de la energía suministrada (primaria y secundaria), como los costos de inversión (salto y represa), que están en función del caudal y afectados de diversos exponentes (igual, menor o mayor que la unidad).

2. Criterios de Optimización

Por otra parte, la función del excedente económico o utilidad anual "U", del salto, estará definida por la expresión:

$$U = E - CA = E_1 + E_2 - A\,(S + R)$$

donde, "A", es el coeficiente del valor anual del costo de la inversión (1/año) y "S", "R", los costos totales del salto y represa, respectivamente. Tendrá sus puntos críticos, llegando a hacerse máxima o bien a anularse dicha función excedente. Al respecto, puede haber diferentes criterios para definir la inversión óptima.

El primer criterio de optimización, y casi se podría decir que el propiamente dicho, es, aquél que hace máximo el excedente económico, y se producirá cuando la diferencia entre los ingresos "E" que proporciona la energía producida y los costos de inversión amortizado anualmente "AC" sea máxima, esto es, en el punto en que se anule la derivada del excedente económico respecto al caudal nominal, que fija la inversión y la energía:

$$dU / dQ = d\,(E - AC) / dQ = 0$$

$$dE / dQ - dCA / dQ = 0$$

$$dE / dCA = 1$$

esto es, el punto en que la pendiente de la curva es la unidad (45°).

Un segundo criterio de optimización podría ser el aumentar la capacidad energética de la central tanto como sea posible, pero sin llegar a producirse pérdida económica alguna. Esto es, el punto donde el beneficio obtenido por la energía producida "E" se iguale a los costos de inversión amortizados. "CA", lo que hará que se anule el excedente económico, y correspondiente a la mayor cantidad de energía producida sin pérdida económica:

$$U = E - CA = 0$$

$$E = CA$$

$$E / CA = 1$$

esto es, el punto en que la bisectriz del primer cuadrante (m = 1) corta a la curva energía/costo, pero por segunda y última vez, donde corresponde la máxima energía sin pérdida.

Podría considerarse un tercer criterio de optimización, que es el buscar la máxima eficiencia de la central, esto es, el punto en que produ

ce la energía más económicamente, esto es, el kWh más barato. Este es un criterio técnicamente muy interesante, aunque no lo sea tanto en la práctica, en la que se busca no tanto el instrumento más perfecto, sino el que proporcione mayor rentabilidad o mayor producción.

De todas formas, el punto de máxima eficiencia será aquel en que el costo del kWh producido sea mínimo.

Si el precio promedio de la venta de energía es "p", la energía anual producida será: "E/p", y por lo tanto el costo unitario a minimizar será:

$$CA / (E/p) = p\ CA / E$$

Dicho mínimo corresponde a su derivada nula:

$$d\ (pCA/E) / dQ = p\ (E\,d\,CA / dQ - CA\,d\,E / dQ) / E^2 = 0$$

$$dE / d\ CA = E / CA$$

esto es, cuando la pendiente de la curva es máxima y coincide con la de su radio vector al origen.

Ahora bien, en su mayor parte la curva es cóncava hacia abajo, y su punto de inflexión, en "q_0", está muy cerca del origen: esto quiere decir que el punto de kWh más barato de producir, corresponderá a una muy baja producción energética, así como su correspondiente escasa utilidad económica anual, y, además, desaprovechando la potencialidad total disponible del río, razón por la que este criterio carece de viabilidad fáctica, y no se desarrollará en este estudio.

3. Optimización del Excedente Económico

En principio, el caudal permanente y el caudal máximo turbinable son relativamente independientes entre sí (con la única condición de que el primero dividido entre "q" no supere al nominal, como es lógico), pues una vez cumplida la obligación de suministrar la potencia firme cada día, la central puede estar sobredimensionada para proporcionar más energía (secundaria), siempre que disponga de caudal sobrante en el río algunas épocas del año.

El caudal permanente, que proporciona la energía primaria, puede ser incrementado aumentando la represa estacional, pero no puede superar al caudal promedio o al módulo del río, correspondiente a la capacidad máxima del río.

El caudal turbinable, relacionado con la máxima energía excedente o secundaria suministrable deberá, pues, ser suficiente para poder suministrar la potencia primaria garantizada (q_1/f), pero no superar el caudal "q_3" máximo, necesario para rellenar el embalse de regulación estacional.

Estas limitaciones de los caudales pueden expresarse como sigue:

$$q_1/f \leq q_2 \leq q_3 \qquad (m^3/s)$$

$$q_{95} \leq q_1 \leq q_m \qquad (m^3/s)$$

Las fórmulas para la energía primaria y secundaria, así como la expresión aproximada para el costo de la represa y la expresión del exceden

te económico anual, en función de las variables "q_1" y "q_2", resultaron ser:

$$E_1 = k\, p_1\, H\, q_1 \qquad \text{(UM/año)}$$

$$E_2 = k p_2 H \left(q_{2/1} - n\left(q_{2/0}^{\,1+1/n} - q_{1/0}^{\,1+1/n}\right)/95\, b^{1/n}\,(n+1)\right) \qquad \text{(UM/año)}$$

$$R = p_m\, G\, m_r \left(m\, q_{1/0}^{\,1+1/n} + 86400\,(1-f)\, q_1\right) \qquad \text{(UM)}$$

$$U = E_1 + E_2 - A\,(S + R) \qquad \text{(UM/año)}$$

La mayor utilidad o excedente máximo económico se producirá, por ser una función de dos variables independientes, en aquellos valores de los caudales que anulen las primeras derivadas parciales de la función:

$$(\partial U / \partial q_1)\, q_2 = (\partial U / \partial q_2)\, q_1 = 0$$

que en forma simplificada se escribirá:

$$U'\, q_1 = U'\, q_2 = 0$$

Sin embargo, para que sea un máximo, además, deberá cumplir que:

$$(\partial^2 U / \partial q_1^2)(\partial^2 U / \partial q_2^2) - (\partial^2 U / \partial q_1\, \partial q_2)^2 > 0$$

$$\partial^2 U / \partial q_1^2 \quad \text{ó} \quad \partial^2 U / \partial q_2^2 \qquad < 0$$

esto es,

$$U''\, q_1^2 \,.\, U''\, q_2^2 - (U''\, q_1 q_2)^2 > 0$$

$$U''\, q_1^2 \quad \text{v} \quad U''\, q_2^2 \qquad < 0$$

Derivando la función de utilidad, en primer lugar respecto a "q" :

$$U'q_1 = kp_1 H + kp_2 H\,(n(1+1/n)\,q_{1/0}^{\,1/n} / 95\,b^{1/n}\,(n+1) - 1)$$

$$- A p_m G m_r\,(m(1+1/n)\,q_{1/0}^{\,1/n} + 86400\,(1-f)) = 0$$

y dado que:

$$m = 315000\,n / b^{1/n}\,(n+1)$$

reemplazándolo en la expresión anterior:

$$kp_1 H + kp_2 H(q_{1/0}^{\,1/n} / 95\,b^{1/n} - 1) -$$

$$- 315000\,A p_m G m_r\,(q_{1/0}^{\,1/n} / b^{1/n} + 0.274\,(1-f)) = 0$$

Y considerando que: $(q_{1/0}/b)^{1/n} = 95 - T_1$, y como el factor de utilización oscila entre $0 \leq f \leq 1$, se puede despreciar el término del costo adicional de la represa para la compensación diaria:

$$0.274\,(1-f) \leq 0.274$$

frente a $(95 - T_1)$, con un error de un pequeño tanto por ciento, simplificándose la expresión a:

$$(315000\,AG\,p_m m_r - k\,p_2 H/95)(q_{1/0}/b)^{1/n} = k\,(p_1 - p_2)\,H$$

$$(q_{1/0}/b)^{1/n} = k\,(p_1 - p_2)\,H / (315000\,AG\,p_m\,m_r - kp_2 H/95) =$$

$$= 95\,(p_1/p_2 - 1) / (3.10^7\,AG\,p_m m_r / k\,p_2 H - 1)$$

$$q_1 = q_0 + b\,(95\,(p_1/p_2 - 1) / (3.10^7\,AG\,p_m m_r / k\,p_2 H - 1))^n \quad (m^3/s)$$

y con la anulación de la otra derivada, se deduce:

$$U'q_2 = kp_2 H\,(1 + n\,(1+1/n)(-\,q_{2/0}^{\,1/n} / 95\,b^{1/n}\,(n+1)) -$$

$$- A\,(dS/dq_2) = 0$$

Siendo $dS/dq_2 = S'q_2 = dS/dQ = S'_Q$, pues $Q = q_2$

$$k p_2 H \left(1 - q_{2/0}^{1/n} / 95\, b^{1/n}\right) - AS'q_2 = 0$$

$$k p_2 H \left(q_{2/0}^{1/n} / 95\, b^{1/n}\right) = k p_2 H - AS'q_2$$

$$(q_{2/0}/b)^{1/n} = 95 \left(1 - AS'q_2 / k p_2 H\right)$$

$$q_2 = q_0 + b \left(95 \left(1 - AS'q_2 / k p_2 H\right)\right)^n$$

ecuación que se resuelve por métodos numéricos iterativos.

Los valores óptimos de "q_1" y "q_2", confirman que los puntos de máxima utilidad son independientes entre sí, pues no interviene ninguno en la fórmula del otro.

Además de la expresión óptima de "q_1", se deduce que si no hay diferentes precios para la energía primaria "p_1" y la secundaria "p_2", esto es: $p_1 = p_2$, resulta $q_1 = q_0$, lo que significa que no interesa asegurar ningún nivel superior de energía ni construir represa de acumulación. Tal es el caso de las centrales hidroeléctricas que se instalan en un sistema termoeléctrico como centrales de apoyo, y que proporcionan energía dentro de sus posibilidades.

Lo mejor será, para este caso, aumentar la potencia instalada hasta el caudal "q_2" que ofrezca el mayor beneficio, sin necesidad de asegurar ninguna potencia firme diaria ni construir represa alguna.

4. Caudales ligados

Dada la independencia analítica considerada para ambas variables, caudal turbinable y permanente, puede resultar que el caudal turbinable óptimo, "q_2", que es el caudal nominal, "Q" de la central, sea inferior al que se necesita para proporcionar energía garantizada: "q_1/f", haciéndose inválidos los resultados anteriores, que presuponían un caudal turbinable suficiente.

En este caso, será necesario hacer: $q_2 = q_1/f$, anulándose la independencia de las variables. Por lo que deberá hacerse un nuevo proceso de optimización con una sola variable "q_1" o "q_2" indistintamente, y la otra condicionada a ella.

Las expresiones para la energía y los costos, resultan después de añadir a las expresiones anteriores, la condición anterior:

$$q_1 = f\, q_2 \qquad (m^3/s)$$

$$E_1 = k\, p_1\, H\, f\, q_2 \qquad (UM/año)$$

$$E_2 = k\, p_2\, H\, (q_2(1-f) - n\,(q_{2/0}{}^{1+1/n} - (f q_2 - q_0)^{1+1/n})/95\, b^{1/n}(n+1)) \qquad (UM/año)$$

$$B = p_m G m_r (m\,(f q_2 - q_0)^{1+1/n} + 86400\, f(1-f)\, q_2) \qquad (UM)$$

Para hallar el valor máximo del excedente, habrá que anular la derivada del excedente respecto al caudal nominal o secundario:

$$d\,U / d\,q_2 = 0$$

$$dU/dq_2 = k p_1 H f + k p_2 H \left(1 - f - n\left(\left(1 + 1/n\right) q_{2/0}^{1/n} - \right.\right.$$

$$\left. - f\,(1 + 1/n)(f q_2 - q_0)^{1/n}\right) / 95\, b^{1/n}\,(n+1)\Big) - AS' q_2 -$$

$$- AG\, p_m m_r \left(m(1 + 1/n) f (f q_2 - q_0)^{1/n} + 86400\, f (1 - f)\right) = 0$$

Despreciando el término de compensación diaria y dado que: $m = 315000\, n / b^{1/n}\,(n+1)$, se tiene que:

$$k p_1 H f + k p_2 H \left(1 - f - q_{2/0}^{1/n} / 95 b^{1/n} + f (f q_2 - q_0)^{1/n} / 95 b^{1/n}\right) -$$

$$- AS' q_2 - 315000\, AG\, p_m m_r f (f q_2 - q_0)^{1/n} / b^{1/n} = 0$$

$$k p_2 H\, q_{2/0}^{1/n} / 95 b^{1/n} = (k p_2 H - 315000\, AG\, p_m m_r) f (f q_2 - q_0)^{1/n} / 95 b^{1/n} -$$

$$- AS' q_2 + k p_2 H + k p_2 H\,(p_1/p_2 - 1) f$$

$$q_{2/0}^{1/n} = (1 - 315000\, AG\, p_m m_r / k p_2 H) f (f q_2 - q_0)^{1/n} +$$

$$+ 95 b^{1/n} (1 + f\,(p_1/p_2 - 1) - AS' q_2 / k p_2 H)$$

Esta ecuación, trascendente, que proporciona el caudal nominal, debe resolverse por los métodos numéricos aproximados que se estimen más adecuados, mientras que el "q_1" óptimo será:

$$q_1 = f\, q_2 \qquad (m^3/s)$$

5. Maximización de la Energía

Si la optimización requerida fuera con el otro criterio, el de obtener la máxima energía factible, se trataría entonces de determinar qué caudal "q_1" hay que asegurar permanentemente con represa para obtener la energía firme diaria con un caudal modulado "q_1/f", y hasta qué caudal máximo "q_2" puede diseñarse la instalación, para obtener el máximo valor de la energía "E" suministrada anualmente, sin pérdida económica.

El caudal turbinable deberá ser $q_2 \geq q_1/f$, para asegurar el turbinado del caudal permanente "q_1/f", y obtener la energía firme diaria con dicho caudal modulado.

La máxima energía conseguible debe ser obtenida sin pérdida económica, por lo que se deberá cumplir la condición de anular la utilidad del salto:

$$U = E - AC = 0$$

Este es un problema de extremos condicionados, pues el valor total de la energía "E" está condicionado a no ser menor que el costo anualizado del salto (E = AC); esto es, operando sin utilidad alguna.

Utilizando el método de multiplicadores de Lagrange, la nueva función a maximizar resulta ser la función "E" más la condición afectada del multiplicador:

$$F(q_1, q_2, \lambda) = E + \lambda (E - AC)$$

estando sus extremos donde se anulen sus derivadas parciales, incluyendo

la nueva variable que es el multiplicador de Lagrange (uno solo, porque una sola es la condición impuesta al problema):

$$F'q_1 = E'q_1 + \lambda (E'q_1 - AC'q_1) = 0$$

$$F'q_2 = E'q_2 + \lambda (E'q_2 - AC'q_2) = 0$$

$$F'_{\lambda} = E - AC = 0 \qquad \text{(la condición)}$$

De donde se tiene que:

$$E'q_1 / C'q_1 = E'q_2 / C'q_2 = \lambda A / (1 + \lambda)$$

Para que exista extremo, al anular las derivadas parciales anteriores, debe cumplirse que los jacobianos de las funciones de condición, "G = 0" sean diferentes de cero en el supuesto extremo (*).

Por lo que exige:

$$E - AC = 0 \; : \; E'q_1 - AC'q_1 \neq 0 \; ; \; E'q_1 / C'q_1 \neq A$$

$$E'q_2 - AC'q_2 \neq 0 \; ; \; E'q_2 / C'q_2 \neq A$$

lo que efectivamente ocurre, para cualquier "λ" no infinito, pues se comprobó inicialmente que:

$$E'q_1 / C'q_1 = E'q_2 / C'q_2 = \lambda a / (1 + \lambda) \neq A$$

La condición de las derivadas parciales en los posibles extremos era:

$$(\partial E / \partial q_1) / (\partial C / \partial q_1) = (\partial E / \partial q_2) / (\partial C / \partial q_2)$$

expresión que significa que la máxima energía se produce cuando la varia-

---

*) APOSTOL. Tom. T. II "Calculus". Editorial Reverté. 1967. pág. 259.

ción de la energía por aumento de inversión, es similar tanto al mantener constante el caudal turbinable como el caudal permanente.

Las ecuaciones a resolver serán, pues:

$$E - AC = 0$$

y $$E'q_1 / C'q_1 = E'q_2 / C'q_2$$

Y sustituyendo los valores de la derivada:

$$E'q_1 = kp_1 H + kp_2 H (n(1+1/n) q_{1/0}^{1/n} / 95\ b^{1/n} (n+1) - 1)$$

$$C'q_1 = dR / dq_1 = p_m G m_r (m(1+1/n) q_{1/0}^{1/n} + 86400 (1 - \epsilon))$$

$$E'q_2 = kp_2 H (1 - n(1+1/n) q_{2/0}^{1/n} / 95\ b^{1/n} (n+1))$$

$$C'q_2 = S'q_2$$

teniendo en cuenta que: $m = 315000\ n/b^{1/n} (n+1)$ y despreciando el término de compensación diaria, se sigue que:

$$kp_2 H(1 - q_{2/0}^{1/n} / 95\ b^{1/n}) / S'q_2 =$$

$$(kp_1 H + kp_2 H(q_{1/0}^{1/n} / 95\ b^{1/n} - 1)) / 315000\, G p_m m_r (q_{1/0} / b)^{1/n}$$

$$(1 - q_{2/0}^{1/n} / 95\ b^{1/n}) / S'q_2 =$$

$$(p_1/p_2 - 1 + q_{1/0}^{1/n} / 95\ b^{1/n}) / 315000\, G p_m m_r (q_{1/0} / b)^{1/n}$$

$$(315000\, G p_m m_r (95 - q_{2/0}^{1/n} / b^{1/n}) / S'q_2 - 1)\ (q_{1/0} / b)^{1/n} =$$

$$95\ (p_1/p_2 - 1)$$

$$(q_{1/0}/b)^{1/n} = 95\,(p_1/p_2 - 1)/(315000\,G\,p_m\,m_r\,(95 - q_{2/0}{}^{1/n}/b^{1/n})/(S'q_2 -)$$

$$q_1 = q_0 + b\,(95\,(p_1/p_2 - 1)/(315000\,G\,p_m\,m_r\,(95 - q_{2/0}{}^{1/n}/b^{1/n})/(S'q_2 - 1)^n$$

Y sustituyendo la expresión de "q_1" en la condición

$$E - AC = 0$$

queda una ecuación trascendente con una sola incógnita, de donde se puede obtener el valor de "q_2" y posteriormente el de "q_1", por sustitución en la expresión anterior correspondiente.

De la expresión de "q_1", también se deduce que si no hay precio especial para la energía garantizada ($p_1 = p_2$), "q_1" toma el valor de "q_0", y equivale a prescindir de represa de acumulación.

Tal y como se dijo anteriormente, el caudal "q_2" puede resultar inferior al necesario para proporcionar energía firme "q_1/f", y será necesario hacer un nuevo proceso de cálculo con la condición: $q_2 = q_1/f$.

Para obtener el valor del caudal turbinable "q_2", económicamente máximo, es necesario resolver la ecuación U = 0, y sustituir la condición: $q_1 = f\,q_2$ en la ecuación:

$$U = E_1 + E_2 - A\,(S + R) = 0$$

Esto es:

$$k\,p_1\,H\,f\,q_2 + k\,p_2\,H((1-f)\,q_2 + n((f\,q_2 - q_0)^{1+1/n} - q_{2/0}{}^{1+1/n})\,/\,95\,b^{1/n}(n+1))$$

$$- AS - AG\,p_m\,m_r\,(m(f\,q_2 - q_0)^{1+1/n} + 86400\,(1-f)\,f\,q_2) = 0$$

Considerando que $m = 315000\ n/b^{1/n}\ (n+1)$, y despreciando el término de compensación diaria, se tiene:

$$f q_2 p_1/p_2 + (1-f)q_2 + n((fq_2 - q_0)^{1+1/n} - q_{2/0}{}^{1+1/n})/(95 b^{1/n}(n+1)$$

$$- AS/k p_2 H - 315000 A G p_m m_r n (f q_2 - q_0)^{1+1/n}/k p_2 H b^{1/n}(n+1) = 0$$

$$q_2 (1 - f(1 - p_1/p_2)) + (n (f q_2 - q_0)^{1+1/n}/95 b^{1/n}(n+1)(1 - 3.10^7 A G p_m m_r/k p_2 H) -$$

$$- AS/k p_2 H - n q_{2/0}{}^{1+1/n} / 95\ b^{1/n}(n+1) = 0$$

$$n(f q_2 - q_0)^{1+1/n}/95 b^{1/n}(n+1) = (n q_{2/0}{}^{1+1/n}/95 b^{1/n}(n+1) -$$

$$- q_2(1 - f(1 - p_1/p_2)) +$$

$$+ AS/k p_2 H)/(1 - 3.10^7 A G p_m m_r/k p_2 H)$$

$$(f q_2 - q_0)^{1+1/n} = (q_{2/0}{}^{1+1/n} - 95 b^{1/n}(n+1)(1 - f(1 - p_1/p_2))q_2/n +$$

$$+ 95 b^{1/n}(n+1) AS/n k p_2 H)/(1 - 3.10^7 A G p_m m_r/k p_2 H)$$

$$q_2 = (q_0 + ((q_{2/0}{}^{1+1/n} - 95 b^{1/n}(n+1)(1 - f(1 - p_1/p_2))q_2/n +$$

$$+ 95 b^{1/n}(n+1) AS/n k p_2 H)/(1 - 3.10^7 A G p_m m_r/k p_2 H))^{n/(n+1)}/f$$

Esta ecuación debe resolverse por los métodos numéricos aproximados que se estimen más adecuados, de donde se elegirá el mayor valor obtenido para "q_2", caudal nominal, y de ahí, inmediatamente, $q_1 = f\ q_2$.

CAPITULO VI

APLICACION PRACTICA

1. Lugar

Se realiza a un posible aprovechamiento de la cabecera del río Conas, afluyente de la cuenca del río Mantaro, en la Cordillera de los Andes, vertiente al Océano Atlántico, a través del río Amazonas. Su ubicación geográfica es la siguiente:

. Longitud : 75° 25' Oeste

. Latitud : 12° 20' Sur

(República del Perú)

2. Registros Hidrométricos

Se disponen de aforos mensuales del propio río Conas, en la estación de Angasmayo, confiables solamente desde el año 1960 hasta 1980. Se dispone también de los registros de aforo mensual del río Mantaro, en la estación de Villena, próxima a la confluencia del río Conas, por un período superior, desde 1954.

Por último, se tienen registros desde 1942 hasta 1980, de la estación de Malpaso, en el propio río Mantaro superior.

Dadas las proximidades de las estaciones hidrométricas y de las semejanzas topográficas de las cuencas vertientes correspondientes, aunque de

diversa magnitud, se ha realizado un ajuste potencial (doble-logarítmico) en sucesivas aproximaciones, siendo:

Q_M : caudal del río Mantaro en Malpaso (m³/s)

Q_V : caudal del río Mantaro en Villena (m³/s)

Q_A : caudal del río Conas en Angasmayo (m³/s)

Las mejores relaciones de extrapolación, deducidas de los registros disponibles, son las siguientes (los datos no registrados, pero sí extrapolados tienen una señal "E"):

$$Q_V = 2.85\ Q_M^{1.1} \quad \text{, para } Q_M > 15.6 \qquad (m^3/s)$$

$$Q_V = 19.00\ Q_M^{0.42} \quad \text{, para } 10 < Q_M < 15.6 \qquad (m^3/s)$$

Para $Q_M < 10$ (m³/s), el ajuste potencial con "Q_V" es deficiente; es preferible obtener el caudal "Q_V" de un mes, por el del mismo río el mes anterior "Q_{V-1}", resultando un coeficiente de regresión óptimo en los siguientes casos:

$$Q_V = 5.00\ Q_{V-1}^{0.58} \quad \text{, para } Q_{V-1} > 58 \qquad (m^3/s)$$

$$Q_V = 0.91\ Q_{V-1} \quad \text{, para } Q_{V-1} < 58 \qquad (m^3/s)$$

La correlación Q_V/Q_A es excelente para todo conjunto de datos naturales comunes (dada la proximidad de las estaciones y cuencas):

$$Q_A = 0.039\ Q_V^{1.21} \quad \text{, para todo } Q_V \qquad (m^3/s)$$

Caudales naturales del río Mantaro en Malpaso

Q_M (m^3/s)

Año	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun
1942	89.5	46.2	57.3	43.4	28.1	14.4
1943	87.1	82.9	64.9	37.2	29.4	34.9
1944	53.4	75.1	72.8	56.3	33.1	14.0
1945	38.5	95.9	76.1	57.2	21.6	17.4
1946	75.1	118.0	104.5	54.7	32.0	15.3
1947	49.1	62.8	96.8	46.5	15.1	12.9
1948	82.0	110.1	125.9	57.7	46.5	18.2
1949	61.3	65.3	84.0	36.8	25.4	18.7
1950	57.7	57.5	57.6	48.1	38.4	25.5
1951	37.3	49.6	66.4	58.1	20.2	16.7
1952	64.3	115.7	62.7	65.1	24.4	15.2
1953	57.0	75.9	115.9	49.1	25.9	13.0
1954	82.9	83.4	95.8	64.7	16.0	11.1
1955	60.7	106.7	102.0	80.7	18.6	11.5
1956	60.5	102.1	109.5	35.7	37.3	25.3
1957	53.3	101.0	125.7	59.5	23.3	12.0
1958	7.0	65.1	64.9	55.5	20.5	8.3
1959	13.7	46.2	37.1	31.6	12.9	10.7
1960	29.7	56.2	86.5	27.6	13.5	8.5
1961	11.2	56.8	119.7	60.7	25.0	14.6
1962	54.6	98.2	44.1	31.5	29.1	10.3
1963	31.3	86.6	80.8	78.3	42.2	21.8
1964	34.1	93.0	84.0	83.5	28.7	15.7
1965	51.3	93.4	93.9	62.9	31.7	11.1
1966	27.7	71.3	64.3	76.2	28.0	15.8
1967	22.5	63.3	78.4	33.5	17.4	9.3
1968	57.2	47.0	68.9	25.5	22.6	10.3
1969	54.6	124.9	96.7	58.7	22.9	20.6
1970	42.9	32.8	71.1	31.3	15.7	10.5
1971	17.3	43.7	42.4	45.0	18.0	11.2
1972	105.7	67.8	46.2	52.5	36.7	16.7
1973	49.8	74.3	70.8	47.9	15.3	11.1
1974	61.4	44.3	120.4	69.9	29.2	18.2
1975	82.5	117.6	144.3	73.3	24.4	13.0
1976	66.3	105.9	75.3	31.0	28.6	8.3
1977	42.1	45.7	34.1	32.2	37.5	22.5
1978	63.1	98.0	83.5	39.1	19.8	9.1
1979	26.5	56.3	63.8	36.5	35.7	9.3
1980	45.7	109.3	63.3	33.4	15.4	8.0

Año	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic
1942	10.9	8.2	12.9	19.5	14.8	10.9
1943	12.2	12.4	10.9	25.5	15.9	23.7
1944	9.5	6.9	10.5	1.6	13.9	15.1
1945	14.9	9.7	10.4	17.6	14.0	24.5
1946	11.7	6.8	8.3	12.6	8.9	7.2
1947	12.8	9.7	6.1	10.5	14.5	41.6
1948	14.0	10.7	6.7	14.4	31.8	75.0
1949	13.5	12.0	8.3	16.8	17.3	13.9
1950	14.2	9.6	10.0	24.8	18.6	13.8
1951	14.1	9.8	10.5	16.2	30.5	10.5
1952	13.5	10.3	11.5	8.1	14.4	52.4
1953	7.9	1.4	0.0	0.0	37.1	23.0
1954	7.0	4.9	10.2	8.1	18.3	41.3
1955	6.4	4.4	3.9	9.9	32.5	42.0
1956	8.4	3.5	7.1	8.5	17.7	21.6
1957	5.7	2.8	4.5	9.3	7.7	9.4
1958	4.3	5.1	8.0	9.3	5.7	4.9
1959	7.3	6.1	0.0	9.7	15.6	10.0
1960	6.4	5.6	6.5	12.0	4.9	5.4
1961	10.5	7.4	8.6	20.4	4.8	17.1
1962	10.3	5.7	9.0	29.2	15.5	15.3
1963	12.5	9.5	8.6	6.7	12.9	28.8
1964	8.5	5.4	8.4	4.5	7.2	4.7
1965	8.6	8.3	15.6	11.7	19.3	45.8
1966	9.7	6.6	8.4	12.1	20.5	12.6
1967	6.7	12.5	11.8	11.6	10.6	18.6
1968	5.0	6.0	16.3	16.4	28.8	51.3
1969	17.6	3.4	13.9	35.2	18.7	27.7
1970	10.3	15.9	18.1	17.7	36.0	19.1
1971	6.0	4.1	7.1	11.2	9.3	36.1
1972	17.2	14.9	15.3	17.4	11.5	34.2
1973	8.1	4.2	7.9	15.7	19.7	24.2
1974	11.8	3.8	9.8	6.9	8.6	25.3
1975	13.3	4.3	15.6	31.1	34.8	51.8
1976	2.1	4.6	6.5	1.1	10.4	13.1
1977	0.0	0.8	3.8	9.0	11.2	14.7
1978	6.6	4.1	7.9	8.2	9.3	9.1
1979	6.7	1.9	4.7	0.4	28.1	37.9
1980	4.1	9.0	4.3	7.9	23.8	26.0

Caudales del río Mantaro en Villena

Q_V (m^3/s)

Año	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun
1942	118.2E	200.7E	254.9E	187.3E	115.6E	58.2E
1943	105.8E	381.1E	292.7E	157.8E	121.5E	75.7E
1944	235.7E	344.2E	332.5E	250.0E	138.6E	57.6E
1945	163.9E	451.5E	319.3E	254.4E	86.3E	67.9E
1946	344.2E	568.4E	496.7E	242.1E	133.5E	59.7E
1947	214.8E	282.2E	456.2E	202.2E	59.4E	55.6E
1948	379.5E	526.3E	610.8E	256.9E	202.2E	71.4E
1949	274.7E	294.7E	389.8E	155.9E	103.3E	73.6E
1950	256.9E	255.9E	256.4E	209.9E	163.5E	103.8E
1951	158.3E	217.2E	300.2E	258.9E	80.1E	64.9E
1952	289.7E	556.1E	281.7E	293.7E	98.8E	59.6E
1953	253.4E	348.3E	557.2E	214.8E	105.6E	55.8E
1954	384.1	386.7	451.0	291.7	61.9	52.2
1955	271.8	508.3	483.5	372.8	73.1	53.0
1956	270.8	484.0	523.1	150.8	158.3	59.7
1957	235.2	478.2	609.7	265.8	93.9	54.0
1958	27.9	293.7	292.7	246.0	81.5	64.2
1959	57.0	200.7	157.3	131.7	55.6	51.4
1960	122.9	249.5	402.7	113.3	56.7	51.6
1961	52.4	252.4	577.5	271.8	101.5	58.6
1962	241.6	463.5	190.6	131.2	120.2	50.6
1963	130.3	403.2	373.3	360.5	181.5	87.2
1964	310.5	324.8	487.8	234.6	113.6	72.9
1965	310.7	383.2	496.7	201.9	95.5	65.7
1966	91.5	188.4	323.3	189.2	106.2	65.1
1967	97.4	302.6	194.6	129.6	78.0	58.7
1968	134.3	132.5	185.4	74.2	64.5	54.1
1969	149.2	448.4	600.5	226.2	120.3	94.6
1970	170.8	199.7	314.2	124.3	73.2	61.3
1971	100.1	88.1	165.5	183.5	68.1	55.5
1972	454.2	339.6	214.5	193.7	128.5	66.3
1973	232.6	379.7	407.3	222.5	84.3	56.9
1974	228.5	347.3	515.5	385.9	145.2	79.8
1975	372.2	384.3	708.9	487.1	177.4	100.5
1976	527.3	804.5	507.5	314.6	117.9	50.8
1977	181.0	198.3	143.3	134.5	159.2	90.3
1978	283.7	462.5	387.2	166.8	78.4	68.1
1979	108.3	250.0	287.2	154.5	150.8	57.8
1980	198.3	522.1	284.7	140.0	59.9	52.6

Año	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic
1942	51.8E	47.2E	55.6E	77.1E	58.9E	51.8E
1943	54.3E	54.7E	51.8E	103.8E	61.4E	95.7E
1944	52.4E	47.7E	51.0E	46.4E	57.4E	59.4E
1945	59.1E	53.3E	50.8E	68.8E	57.6E	99.3E
1946	53.4E	48.6E	44.2E	55.1E	50.1E	45.6E
1947	55.4E	50.4E	45.9E	51.0E	58.4E	178.7E
1948	57.6E	51.4E	46.8E	58.2E	132.6E	343.7E
1949	56.7E	54.0E	49.1E	65.3E	67.5E	57.4E
1950	57.9E	52.7E	50.0E	100.6E	73.1E	57.2E
1951	57.7E	52.5E	51.0E	62.7E	126.6E	51.0E
1952	56.7E	50.6E	53.0E	48.2E	58.2E	230.8E
1953	50.8E	46.2E	42.0E	38.3E	157.3E	92.5E
1954	47.5	43.2	50.4	45.9	71.8	177.2
1955	48.2	43.9	39.9	36.3	135.8	180.6
1956	53.6	48.8	44.4	40.4	69.2	86.3
1957	49.1	44.7	40.7	37.0	33.7	30.6
1958	55.9	50.8	46.3	42.1	38.3	34.9
1959	46.8	42.6	38.7	35.3	60.2	50.0
1960	46.9	42.7	38.9	54.0	49.1	44.7
1961	51.0	46.4	42.2	81.0	64.0	66.6
1962	50.6	46.0	41.9	120.6	60.1	59.7
1963	54.9	49.9	45.5	41.4	55.6	118.8
1964	63.1	56.4	52.9	54.2	58.7	77.2
1965	57.4	48.5	47.2	61.0	76.5	181.3
1966	55.3	49.7	49.4	61.6	77.5	60.3
1967	54.8	43.7	47.1	49.8	45.6	73.0
1968	45.0	43.0	38.7	72.2	96.4	209.7
1969	89.4	70.6	63.5	102.1	64.7	90.1
1970	55.3	53.4	44.8	57.0	86.9	128.2
1971	52.4	53.3	44.8	57.3	54.3	146.3
1972	56.0	48.7	60.4	53.4	54.1	119.0
1973	50.1	47.4	41.2	50.6	40.4	94.5
1974	63.8	57.0	52.0	64.8	59.5	112.7
1975	77.4	59.8	68.4	87.1	83.0	219.0
1976	51.2	35.2	54.7	83.9	50.8	56.0
1977	46.6	32.0	49.8	65.3	52.4	58.8
1978	42.4	29.1	45.3	56.4	47.7	53.1
1979	38.6	26.5	41.2	51.3	115.6	161.1
1980	35.1	24.1	37.5	46.7	96.1	106.0

Caudales del río Conas en Angasmayo

Q_A (m^3/s)

Año	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun
1942	57.9E	23.8E	31.8E	21.9E	12.2E	5.3E
1943	55.9E	52.3E	37.6E	17.8E	13.0E	7.3E
1944	29.0E	45.8E	43.9E	31.1E	15.2E	5.3E
1945	18.7E	63.6E	46.6E	31.8E	8.6E	6.4E
1946	45.8E	84.0E	71.3E	29.9E	14.6E	5.5E
1947	25.9E	36.0E	64.4E	24.0E	5.5E	5.0E
1948	51.5E	76.5E	91.6E	32.1E	24.0E	6.8E
1949	34.8E	37.9E	53.2E	17.6E	10.7E	7.1E
1950	32.1E	32.0E	32.1E	25.2E	18.6E	10.7E
1951	17.9E	26.2E	38.8E	32.4E	7.8E	6.1E
1952	37.2E	81.6E	35.9E	37.8E	10.1E	5.5E
1953	31.6E	46.4E	82.0E	25.9E	11.0E	5.1E
1954	52.3E	52.7E	63.5E	37.5E	5.7E	4.7E
1955	34.4E	73.4E	69.1E	50.4E	7.0E	4.8E
1956	34.2E	69.1E	76.0E	16.9E	17.9E	5.5E
1957	28.9E	68.1E	91.4E	33.5E	9.5E	4.9E
1958	2.2E	37.8E	37.6E	30.5E	8.0E	6.0E
1959	5.2E	23.8E	17.8E	14.3E	5.0E	4.6E
1960	13.2	31.0	55.3	11.9	5.2	4.6
1961	4.7	31.5	85.6	34.4	10.4	5.4
1962	29.8	65.6	22.4	14.2	12.8	4.5
1963	14.1	55.4	50.5	48.4	21.1	8.7
1964	41.4	42.7	69.8	28.8	12.0	7.0
1965	41.4	52.9	71.3	24.0	9.7	6.2
1966	7.1	10.9	39.1	21.1	9.6	6.0
1967	8.2	41.1	38.9	12.8	6.6	5.1
1968	12.5	11.3	19.2	6.8	5.2	3.7
1969	23.3	63.0	71.7	29.8	10.3	6.7
1970	24.2	18.9	36.9	13.7	5.5	4.0
1971	6.8	18.7	21.9	20.3	6.6	4.1
1972	49.4	43.9	25.4	23.3	13.4	7.0
1973	22.3	52.5	52.7	21.8	8.5	5.8
1974	35.8	46.7	72.7	55.6	19.9	9.1
1975	46.3	76.4	78.5	42.9	18.4	10.5
1976	50.9	95.9	48.5	27.7	11.6	7.5
1977	6.7	16.9	67.8	18.7	14.8	6.2
1978	36.2	58.0	46.1	21.1	8.9	7.5
1979	11.8	25.5	50.2	15.7	11.5	5.5
1980	29.2	44.1	30.6	20.2	7.6	5.3

Año	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic
1942	4.6E	4.1E	5.0E	7.5E	5.4E	4.6E
1943	4.9E	4.9E	4.6E	10.7E	5.7E	9.7E
1944	4.7E	4.2E	4.5E	4.1E	5.2E	5.5E
1945	5.4E	4.8E	4.5E	6.5E	5.3E	10.2E
1946	4.8E	4.3E	3.8E	5.0E	4.4E	4.0E
1947	5.0E	4.5E	4.0E	4.5E	5.4E	20.7E
1948	5.3E	4.6E	4.1E	5.3E	14.4E	45.7E
1949	5.2E	4.9E	4.3E	6.1E	6.4E	5.2E
1950	5.3E	4.7E	4.4E	10.3E	7.0E	5.2E
1951	5.3E	4.7E	4.5E	5.8E	13.6E	4.5E
1952	5.2E	4.5E	4.8E	4.2E	5.3E	28.2E
1953	4.5E	4.0E	3.6E	3.2E	17.8E	9.3E
1954	4.2E	3.7E	4.5E	4.0E	6.9E	20.5E
1955	4.2E	3.8E	3.4E	3.0E	14.9E	21.0E
1956	4.8E	4.3E	3.8E	3.4E	6.6E	8.6E
1957	4.3E	3.9E	3.5E	3.1E	2.7E	2.5E
1958	5.1E	4.5E	4.0E	3.6E	3.2E	2.9E
1959	4.1E	3.7E	3.3E	2.9E	5.6E	4.4E
1960	4.1	3.7	3.3	4.9	4.3	3.9
1961	4.5	4.1	3.6	8.0	6.0	6.3
1962	4.5	4.0	3.6	12.9	5.5	5.5
1963	5.0	4.4	4.0	3.5	5.0	12.6
1964	5.9	5.1	4.7	4.9	5.4	7.5
1965	5.2	4.3	4.1	5.6	7.4	21.1
1966	4.0	3.8	3.9	3.9	5.8	4.1
1967	4.0	3.7	3.6	4.1	4.3	5.6
1968	3.0	3.3	4.0	7.4	11.1	33.5
1969	4.9	4.8	7.5	13.0	5.2	7.7
1970	4.5	6.7	4.5	3.5	10.5	11.4
1971	4.8	4.7	4.7	5.1	4.0	19.1
1972	5.8	7.3	7.6	5.7	5.1	11.6
1973	4.6	4.2	3.6	5.5	6.0	15.7
1974	6.9	6.1	9.1	8.9	5.3	11.2
1975	8.2	7.1	7.5	10.0	10.4	22.9
1976	5.8	5.8	4.7	4.7	4.8	4.8
1977	4.6	4.1	4.1	5.0	6.9	13.0
1978	9.8	14.1	7.5	4.2	4.0	4.4
1979	4.1	3.5	6.1	7.8	14.5	10.0
1980	8.6	13.0	9.1	4.3	8.0	10.3

3. Hidrograma estimado

La estación hidrológica de Angasmayo se encuentra a 77 km aguas abajo de la laguna de nacimiento del río Conas, mientras que la cerrada escogida para la bocatoma del salto está situada sólo a 17 km de dicha laguna.

Para la determinación de los caudales esperables en la bocatoma, pueden ser útiles ahora, una serie de registros recientes, aunque incompletos, tanto hidrométricos como pluviométricos, obtenidos de la estación hidrológica de Yanacocha, en el mismo río Conas, aguas arriba de Angasmayo.

Comparando los registros comunes (1977 - 1980), se obtienen los siguientes resultados hidrológicos, con las correspondientes referencias topográficas:

	Estación		
	Yanacocha	Angasmayo	
Número de identificación estación	# 230925	# 230913	
Longitud del río hasta el punto desde la laguna de origen	25	77	(km)
Altura s.n.m. de la estación	3,985	3,400	(m)
Area total, F, de la cuenca vertiente hasta el punto	309.6	1,611.7	(km^2)
Altura media de toda la cuenca vertiente hasta el punto s.n.m.	4,514.5	4,207.6	(m)

	Estación		
	Yanacocha	Angasmayo	
Precipitación media anual, N, estimada para toda la cuenca hasta el punto (1977-1980)	773	729	(mm)
Módulo promedio anual del río, Q_m, registrado en el punto (1977-1980)	2.95	15.90	(m^3/s)
Coeficiente promedio de escorrentía de toda la cuenca hasta el punto $\psi = Q_m / F\,N$	0.39	0.43	
Caudal específico o rendimiento total de la cuenca hasta el punto $q_e = Q_m / F$	9.5	9.9	($l/s\ km^2$)

4. Curva de caudales clasificados, q(T)

El punto donde se ve preferible ubicar la bocatoma se encuentra a una distancia de unos 17 km de la laguna de nacimiento, estimándose un área para la cuenca vertiente hasta la bocatoma de $F = 146\ km^2$.

Aunque todos los indicadores hidrológicos conducen a una elevación del coeficiente de escorrentía y del rendimiento o caudal específico aguas arriba de la estación de Yanacocha, estimándose un rendimiento de valor $q_e = 10$ ($l/s\ km^2$) para el desaguadero de la laguna, origen del río, por razones de seguridad, se extrapola un rendimiento creciente con la longitud del río, asignándosele, al punto elegido para la toma de agua,

un caudal específico suficientemente confiable de q_e = 9.4 (l/s km²), ligeramente inferior al de Yanacocha (9.5).

Por lo tanto, los caudales esperados en la bocatoma estarán en la siguiente relación con los registrados en Angasmayo:

$$q = Q_A (q_e F / q_A F_A) = 9.4 \times 146 / 9.9 \times 1{,}611.7 = 0.086\ Q_A \quad (m^3/s)$$

Los caudales confiables, con 95% de probabilidad, dado que se dispone de registros extrapolados a A = 39 años, serán los que ocupen el lugar:

$$n = 0.95\ (A + 1) = 0.95\ (39 + 1) = 38°$$

esto es, no el menor registrado cada mes, sino el inmediato superior. Sacados de la tabla y extrapolados al punto de toma, resultan los siguientes caudales clasificados:

#	Mes	Q_A (m³/s)	q (m³/s)	(% año)
1°	Mar	19.2	1.651	4.17
2°	Abr	11.9	1.023	12.50
3°	Feb	11.3	0.972	20.83
4°	May	5.2	0.447	29.17
5°	Ene	4.7	0.404	37.50
6°	Jun	4.0	0.344	45.83
7°	Jul	4.0	0.344	54.17
8°	Ago	3.5	0.301	62.50
9°	Set	3.3	0.284	70.83
10°	Nov	3.2	0.275	79.17
11°	Oct	3.0	0.258	87.50
12°	Dic	2.9	0.249	95.83

Los caudales referenciales resultan ser:

$q_{95} = 0.25$ $\quad q_{50} = 0.344$ $\quad q_m = 0.546$ $\quad (m^3/s)$

La aproximación para toda la curva de caudales, con un ajuste potencial, resulta:

$$q = q_{95} + (q_{50} - q_{95} / 45^n) \ (95 - T)^n$$

$$(19/9)^n / (n+1) = (q_m - q_{95}) / (q_{50} - q_{95}) = 3.149$$

de donde resulta $n = 3.57$ y por tanto:

$$q^* = 0.25 + 118 . 10^{-9} \ (95 - T)^{3.57} \qquad (m^3/s)$$

Asimismo, se ha ajustado una recta de regresión por mínimos cuadrados a los cinco meses de menor caudal, al objeto de obtener mayor precisión en el costo de la represa y caudal permanente, siendo el coeficiente de regresión 0.00156, y el caudal aproximado, pasando por el punto final $(95, q_0)$:

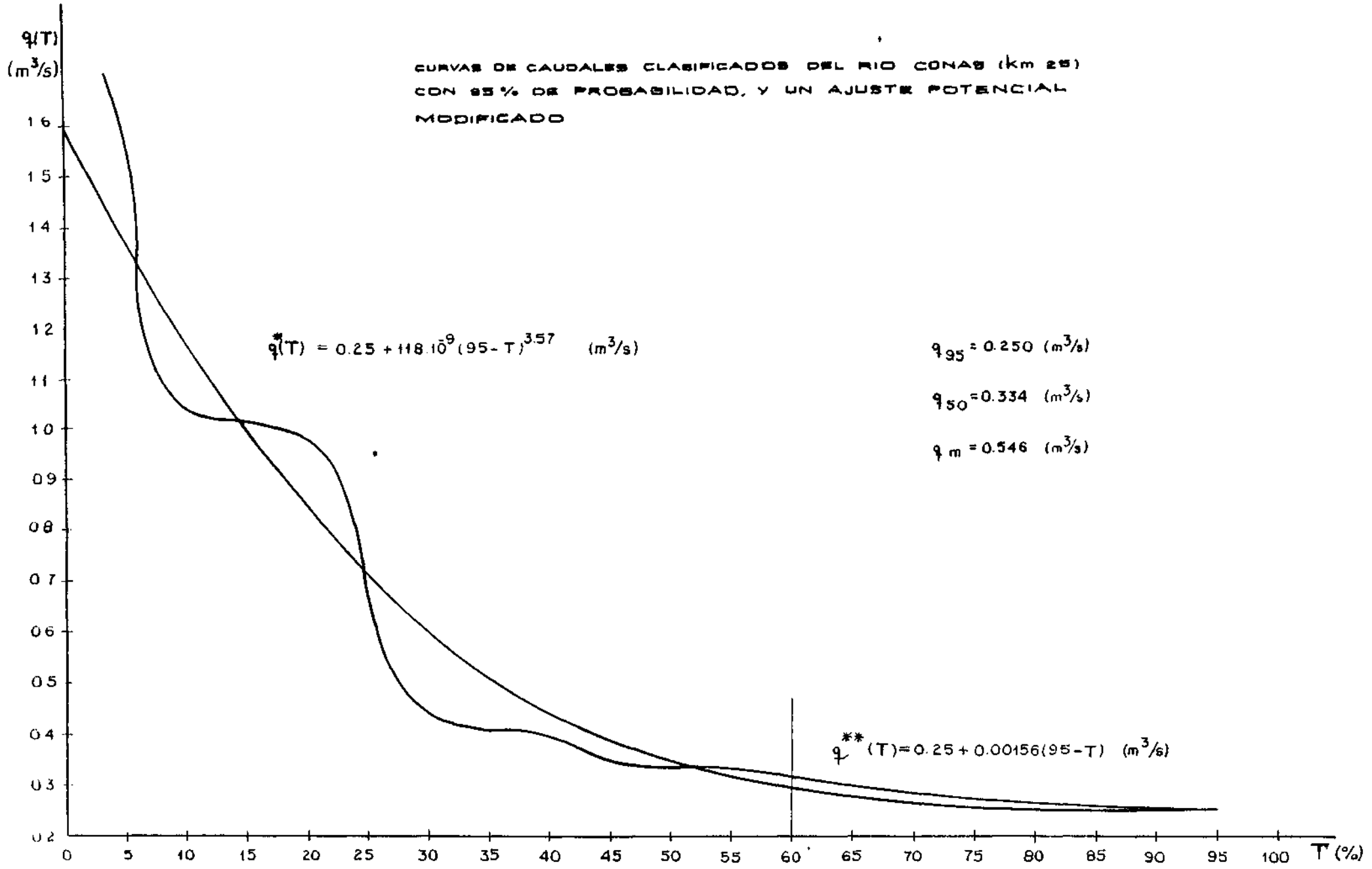
$$q^{**} = 0.25 + 0.00156 \ (95 - T) \qquad (m^3/s)$$

Con los siguientes valores comparados entre caudal real y aproximados:

T	95	87.50	79.17	70.83	62.50	54.17	50
q	(0.250)	0.258	0.275	0.284	0.301	0.344	(0.344)
q**	0.250	0.262	0.275	0.288	0.301	-	-
q*	0.250	0.251	0.252	0.260	0.279	0.317	0.344

T	45.83	37.50	29.17	20.83	12.50	4.17	0
q	0.344	0.404	0.447	0.972	1.023	1.651	-
q*	0.379	0.476	0.616	0.810	1.070	1.406	1.606

CURVAS DE CAUDALES CLASIFICADOS DEL RIO CONAS (km 25) CON 95 % DE PROBABILIDAD, Y UN AJUSTE POTENCIAL MODIFICADO



5. Datos geotopográficos

. Altura de la bocatoma (s.n.m.)	: 4,225	(m)
. Longitud de río en bocatoma	: 17	(km)
. Altura de la sala de máquinas	: 4,020	(m)
. Altura disponible de salto	: H = 205	(m)
. Longitud de río aprovechada	: L_r = 6.7	(km)
. Pendiente promedio del río	: $m_r = H/L_r$ = 0.0306	(3.1%)
. Talud promedio ladera izquierda	: t_{v1} = 3	
. Talud promedio ladera derecha	: t_{v2} = 2.5	
. Talud promedio de ambas laderas del valle (media armónica para embalse)	: t_v = 2.75	
. Proximidad de la sala de máquinas a una línea de transporte de alta tensión	: L_e = 2.8	(km)
. Coeficiente de subpresión de la represa	: s $\angle$ 0.4	(K = 0.71)
. Coeficiente de forma de la represa	: c = 1.4	(40%)
. Coeficiente de forma del vaso	: e = 1	

6. Posibilidades energéticas

Dada la ubicación geográfica del salto disponible, se observa que muy próxima a la central se encuentra una línea de transporte de alta tensión del Sistema Interconectado Centro - Norte del Perú, que a su vez suministra energía a los pueblos de Huancayo (65,000 habitantes), Pilcomayo

(15,000 habitantes), Chupaca (6,000 habitantes) y a otros pueblos pequenos; ubicados a 80, 70 y 100 km respectivamente, de al central. Así también, a unos 30 km se encuentra ubicado un centro minero de una entidad privada.

Suponiendo admisible la expresión del costo de inversión y funcionamiento, deducida anteriormente para valores particulares de topografía:

$$S = 75{,}000\ m_r^{-0.73}\ t_v^{-1.47}\ Q^{0.7}\ H^{0.62} \qquad \text{(US\$)}$$

puede sustituirse en los cálculos siguientes, pero sólo a manera de ejemplo, pues para cada caso particular se deberá determinar su propio y particular costo de inversión en forma similar a la indicada.

El costo del kWh, en horas punta en el sistema eléctrico, reducido a bornes de alternador, viene a ser de p_1 = \$ 0.24/kWh, que es el precio de la energía térmica correspondiente a equipos que se utilizan pocas horas al año. El precio pagado por la energía eléctrica (secundaria), equivalente al simple ahorro de combustible de las centrales térmicas, es de p_2 = \$ 0.08/kWh; el precio del concreto por metro cúbico para una represa de gravedad resulta ser de p_c = \$ 247/m³ (*); y se toma un valor de 0.1 para el coeficiente del valor anual del costo de la inversión correspondiente a un interés real del 10% para una vida útil de 30 años de la central.

A la central propuesta, podrían asignársele alguna o varias finalidades. En primer lugar, de entre otras posibles, se escoge la de ayudar al

(*) NOZAKI, T. Obra citada: "Guía para la Estimación ...". pág. 13.

Sistema Interconectado, proporcionando sólo energía firme en las horas punta, considerando un factor de utilización de la central de: f = 0.25; el cuadal permanente de la central, que proporciona la máxima utilidad económica se obtiene directamente de la expresión deducida anteriormente:

$$q_1 = q_0 + b'(95(p_1/p_2 - 1)/(3.10^7 A G p_c m_r / k p_2 H - 1))^n$$

siendo los valores:

$q_0 = 0.25$ (m^3/s)

n = 1 (ajuste lineal de la parte final de la curva de caudales ordenados, para cálculos de represamientos)

b' = 0.00156 (coeficiente de regresión lineal del ajuste anterior).

$p_1 = 0.24$ ($/kWh)

$p_2 = 0.08$ ($/kWh)

A = 0.1 (1/año)

$p_c = 247$ ($/m^3$)

$m_r = 0.0306$

H = 205 (m)

G = cK/e = 1.4 x 0.71 x 1 = 0.994 (represa de concreto)

k = 8.328 η gd = 8.328 x 0.765 x 9.806 x 1,000 = 62,473.24

Y sustituyendo en la ecuación anterior:

$$q_1 = 0.25 + 0.00156\ (95(0.24/0.08 - 1)/(3.10^7 \times 0.1 \times 0.994 \times 247 \times 0.0306/ 62{,}473.24 \times 0.08 \times 205 - 1)) =$$

$$= 0.25 + 0.013 =$$

$$= 0.263 \quad (m^3/s)$$

que corresponde a un período:

$T_1 = 95 - (0.013)/0.00156 = 86.67\%$ (% año)

Y por tanto, a un tiempo de almacenamiento de aproximadamente 2 meses.

Resulta entonces:

$$E_1 = k p_1 H q_1 = 62{,}473.24 \times 0.24 \times 205 \times 0.263 =$$

$$\simeq 808{,}300 \qquad \text{(US\$/año)}$$

$$S = 75000 m_r^{-0.73} t_v^{-1.47} Q^{0.7} H^{0.62} =$$

$$= 75000\ (0.0306)^{-0.73}\ (2.75)^{-1.47}\ (1.052)^{0.7}\ (205)^{0.62} =$$

$$= 6'072.400 \qquad \text{(US\$)}$$

$$R = p_e G m_r (m q_{1/0}^{1+1/n} + 86400 (1-f) q_1) =$$

$$= 247 \times 0.994 \times 0.0306\ (157500\ (0.013)^2/0.00156 + 86400\ (0.75) 0.263) =$$

$$\simeq 256{,}200 \qquad \text{(US\$)}$$

Y por lo tanto la utilidad máxima obtenible:

$$U = E_1 - A\ (S + R) = 808{,}300 - 0.1\ (6'072{,}400 + 256{,}200) =$$

$$= 175{,}440 \qquad \text{(US\$/año)}$$

El caudal nominal será:

$$Q = q_1/f = 0.263/0.25 = 1.052 \qquad (m^3/s)$$

El salto garantizaría una potencia primaria en horas punta de:

$$P = 7.5\ HQ = 7.5 \times 205 \times 1.052 =$$

$$\simeq 1.615 \qquad \text{(kW)}$$

La altura de la represa, resulta ser:

$$H_r = (3R/2 t_v \rho_e K)^{1/3} = (3 \times 256{,}200/1.4 \times 2.75 \times 247 \times 0.71)^{1/3} =$$

$$\simeq 11 \qquad \text{(m)}$$

Si el criterio de optimización fuera la máxima producción energética a un precio determinado, sin pérdida económica, habría que resolver la ecuación, especificada en su momento:

$$k p_e H q_1 - AS - A G p_c m_r (m q_{1/0}^{1+1/n} + 8640 (1-f) q_1) = 0$$

que resuelta por métodos numéricos, da un caudal permanente de:

$$q_1 = 0.308 \qquad (m^3/s)$$

Y por tanto:

$$E_1 \simeq 947.000 \qquad (US\$/año)$$

$$S \simeq 6'780,000 \qquad (US\$)$$

$$R \simeq 2'700,000 \qquad (US\$)$$

$U \simeq 0$ (como corresponde a este criterio de optimización energética).

Suministrando una potencia máxima de:

$$P = 7.5\ HQ = 7.5 \times 205 \times (0.308/0.25) =$$

$$\simeq 1,890 \qquad (kW)$$

Esta sería la máxima potencia del salto que sería posible proporcionar al precio establecido, sin llegar a tener pérdida económica.

La altura de la represa, necesaria, resulta ser ahora de:

$$H_r = (3R/\sigma t_v p_c K)^{1/3} = (3 \times 2'700,000/1.4 \times 2.75 \times 247 \times 0.71)^{1/3} =$$

$$\simeq 23 \qquad (m)$$

Suponiendo que se quiere proporcionar al Sistema Interconectado, además de una energía firme, cierta energía secundaria (excedente o no garan

tizada) fuera de las horas punta, para aprovechar al máximo el caudal disponible en el cauce; la máxima utilidad se obtendría teóricamente para un valor del caudal nominal de:

$$Q = q_0 + b\,(95\,(1 - AS'_Q / k p_2 H))^n =$$

$$= 0.25 + 118.10^{-9}\,(95\,(1 - 5250\,(0.0306)^{-0.73}(275)^{-1.47}(205)^{0.62}\,Q^{-0.3}/$$

$$(62{,}473.24 \times 0.08 \times 205)))^{3.57} =$$

$$= 0.321 \qquad (m^3/s)$$

Ahora bien, resulta que este caudal nominal óptimo es inferior al caudal turbinable óptimo para horas punta

$$Q = q_2 = 0.325 \qquad < \qquad q_1/f = 1.052$$

por lo que carece de sentido el resultado anterior. En este caso, pues, deberá considerarse la otra ecuación deducida para el caso de caudales ligados, como se requiere en estas circunstancias.

$$q_1 = f\,Q = f\,q_2 \;:$$

$$q_{2/0}{}^{1/n} = (1 - 315{,}000\,AG\,p_c\,m_r / k\,p_2 H)\,f\,(f\,q_2 - q_0)^{1/n} +$$

$$95\,b^{1/n}\,(1 + f\,(p_1/p_2 - 1) - AS'q_2 / k\,p_2 H)$$

Resolviendo la ecuación, por métodos numéricos, se obtiene:

$$q_2 = Q = 1.032 \qquad (m^3/s)$$

$$q_1 = 0.258 \qquad (m^3/s)$$

Y por tanto:

$$E_1 = k\, p_1\, H\, f\, q_2 =$$

$$\simeq 793{,}000 \qquad \text{(US\$/año)}$$

$$E_2 = k p_2 H (q_2 (1-f) - n (q_{2/0}{}^{1+1/n} - f q_2 - q_0)^{1+1/n}) / 95\, b^{1/n} (n+1) =$$

$$\simeq 259{,}000 \qquad \text{(US\$/año)}$$

$$S = 75000\, m_r{}^{-0.73}\, t_v{}^{-1.47}\, Q^{0.7}\, H^{0.62} =$$

$$\simeq 5'991{,}000 \qquad \text{(US\$)}$$

$$R = p_c\, G\, m_r\, (m\, q_{1/0}{}^{1+1/n} + 86400\, (1-f) q_1) =$$

$$\simeq 174{,}000 \qquad \text{(US\$)}$$

Y una utilidad máxima de:

$$U = E_1 + E_2 - A\, (S + R) =$$

$$= 793{,}000 + 259{,}000 - 0.1\, (5'991{,}000 + 174{,}000) =$$

$$= 435{,}000 \qquad \text{(US\$/año)}$$

muy superior a la anterior, pues ahora se está aprovechando al máximo la potencialidad del salto.

La potencia máxima de la central resulta ser ahora sólo de:

$$P = 7.5\, HQ = 7.5 \times 205 \times 1.032 =$$

$$\simeq 1{,}585 \qquad \text{(kW)}$$

La altura de la represa estacional, incluida la compensación diaria será de:

$$H = (3R/c\, t_v\, p_c K)^{1/3} = (3 \times 174{,}000/1.4 \times 2.75 \times 247 \times 0.71)^{1/3} =$$

$$\simeq 9 \qquad \text{(m)}$$

Por otra parte, si se siguiera el segundo criterio de optimización, de obtener la máxima energía factible económicamente, se deduce de resol-

ver la ecuación correspondiente U = 0 :

$$q_2 = Q = 1.336 \quad (m^3/s)$$

$$q_1 = 0.334 \quad (m^3/s)$$

que corresponde a los siguientes valores de:

$$E_1 = k\, p_1\, H\, q_1 =$$

$$\simeq 1'027,000 \quad (US\$/año)$$

$$E_2 = k p_2 H (q_{2/1} - n (q_{2/0}^{1+1/n} - q_{1/0}^{1+1/n}) / 95 b^{1/n} (n+1) =$$

$$\simeq 242,000 \quad (US\$/año)$$

$$S = 75000\, m_r^{-0.73}\, t_v^{-1.47}\, q^{0.7}\, H^{0.62} =$$

$$\simeq 7'178,000 \quad (US\$)$$

$$R = p_c\, G\, m_r\, (m\, q_{1/0}^{1+1/n} + 86400\, (1-f)\, q_1) =$$

$$\simeq 5'515.000 \quad (US\$)$$

$$U = E_1 + E_2 - A\, (S + R) =$$

$$\simeq 0 \qquad \text{(correspondiendo al criterio empleado)}$$

La potencia máxima suministrable será:

$$P = 7.5\, HQ = 7.5 \times 205 \times 1.336 =$$

$$\simeq 2,054 \quad (kW)$$

Para una represa de altura:

$$H_r = (3R/g\, t_v\, p_c\, K)^{1/3} = (3\, (5'515,000)/675.175)^{1/3} =$$

$$\simeq 29 \quad (m)$$

Si se exigiese suministrar solamente energía, sin condición temporal alguna, con el fin de ayudar al Sistema Interconectado, proporcionando la máxima cantidad de energía posible, sería equivalente a igualar los precios de energía garantizada y excedente, esto es: $p_1 = p_2$. Como ya se ha

visto, en estos casos es innecesaria cualquier represa estacional o de compensación diaria.

De la ecuación anterior del caudal nominal que proporciona el excedente económico máximo:

$$Q = q_0 + b\,(95\,(1 - AS'_Q / k p_2 H))^n = 0.321 \qquad (m^3/s)$$

se deduce que la utilidad es máxima, pero negativa; esto es, que no es rentable el suministro de solamente energía secundaria, parece pues que el precio por energía secundaria es muy bajo para este tipo de salto.

Otra posible aplicación, podría ser, dada la proximidad de un centro minero, constituirse en central independiente y suministrar energía firme durante las 24 horas del día, para contribuir a la potencia base del ciclo diario del sistema, en la que el precio de la energía es de 0.12 US$/kWh, correspondiendo sólo al precio pagado por combustible, ya que deben mantenerse los equipos técnicos en reserva para que en el caso de que se detenga la central, pueda continuar la producción con los anteriores grupos electrógenos de la mina. Dado que el factor diario de utilización es f = 1, carece de sentido el represamiento para compensación diaria.

Las expresiones anteriormente deducidas, son aplicables con la salvedad indicada, de hacer f = 1 en este caso. Por tanto, la máxima utilidad resulta para:

$$Q = q_1 = q_0 + b\,(95\,(p_1/p_2 - 1)/(3.10^7\,A\,G\,p_c\,m_r\,/k p_2 H - 1))^n =$$

$$= 0.256 \qquad (m^3/s)$$

Siendo:

$E_1 = k\ p_1\ H\ q_1 =$

$\simeq 393{,}500$ (US$/año)

$S = 75000\ m_r^{-0.73}\ t_v^{-1.47}\ Q^{0.7}\ H^{0.62} =$

$\simeq 2'258{,}000$ (US$)

$R = p_c\ G\ m_r\ (m\ q_{1/0}^{1+1/n}) =$

$\simeq 27{,}200$ (US$)

Y una utilidad máxima de:

$U = E_1 - A\ (S + R) = 393500 - 0.1\ (2'258{,}000 + 27{,}200) =$

$\simeq 164{,}980$ (US$/año)

La potencia suministrada es de:

$P = 7.5\ HQ = 7.5 \times 205 \times 0.256 =$

$\simeq 394$ (kW)

Y la altura de la represa estacional:

$H_r = (3R/c\,t_v\,p_c K)^{1/3} = (3 \times 27{,}200/675.175)^{1/3} =$

$\simeq 5$ (m)

La máxima energía factible se produciría para el caudal que resuelve la ecuación $U = 0$:

$q_1 = Q = 0.303$ (m^3/s)

siendo los respectivos valores:

$E_1 = k\ p_1\ H\ q_1 =$

$\simeq 466{,}000$ (US$/año)

$$S = 75000\ m_r^{-0.73}\ t_v^{-1.47}\ Q^{0.7}\ H^{0.62} =$$

$$\simeq 2'541,000 \qquad \text{(US\$)}$$

$$R = p_c\ G\ m_r\ (m\ q_{1/0}^{1+1/n}) =$$

$$\simeq 2'124,000 \qquad \text{(US\$)}$$

$$U \simeq 0$$

La potencia máxima suministrada será entonces:

$$P = 7.5\ HQ = 7.5 \times 205 \times 0.303 =$$

$$\simeq 465 \qquad \text{(kW)}$$

Y la altura de la represa estacional:

$$H_r = (3R/c\,t_v\,p_c\,K)^{1/3} = (3 \times 2'124,000/675.175)^{1/3} =$$

$$\simeq 21 \qquad \text{(m)}$$

La central permitirá ahorrar combustible por un valor equivalente al valor anual de la energía suministrada.

C O N C L U S I O N E S

El presente estudio, buscando la definición óptima del tamaño de una minicentral hidroeléctrica, una vez fijada su ubicación geográfica y correspondiente altura de salto, ha logrado deducir una serie de expresiones matemáticas que proporcionan las variables fundamentales de tal dimensionamiento óptimo, cuales son el caudal nominal más adecuado para la central (y del cual se derivan las dimensiones de las construcciones, conducciones y equipo hidroelectromecánico), y el caudal permanente, que fija el tamaño apropiado para la posible represa del salto de agua. Ambos caudales fundamentales han sido deducidos, incluso para dos criterios diferentes de optimización: el de obtener la máxima rentabilidad económica anual del salto; y el de conseguir el máximo valor de la energía anual producida, a un precio determinado del kWh.

Se exponen a continuación, las expresiones obtenidas y la sistemática de su utilización.

A. Criterio de máxima Rentabilidad

a)

. Caudal Permanente:

$$q_1 = q_0 + b\,(95(p_1/p_2 - 1)/(3.10^7\, A\, G\, p_m\, m_r / k\, p_2\, H - 1))^n \qquad (m^3/s)$$

. Caudal Nominal:

$$Q = q_0 + b\,(95\,(1 - AS'_Q / k\, p_2 H))^n \qquad (m^3/s)$$

b) Si resultase $Q \prec q_1 / f$, entonces:

. Caudal Permanente: $q_1 = fQ$

. Caudal Nominal ($Q = q_2$) :

$$q_{2/0}{}^{1/n} = (1 - 315000\, A\, G\, p_m\, m_r / k\, p_2\, H)\, f\, (f q_2 - q_0)^{1/n} +$$

$$+ 95\, b^{1/n}\, (1 + f(p_1/p_2 - 1) - AS' q_2 / k\, p_2 H)$$

B. Criterio de máxima Energía

a) Ecuación de Optimización:

$$q_1 = q_0 + b\,(95\,(p_1/p_2 - 1)/315000\,G\,p_m\,m_r\,(95 - q_{2/0}^{\,1/n}/b^{1/n})/S'q_2 - 1)^n$$

(con la condición: E = AC)

b) Si $q_2 \angle q_1 / f$, entonces:

Ecuación para $q_2 = Q$:

$$q_2 = (q_0 + ((q_{2/0}^{\,1+1/n} - 95\,b^{1/n}\,(n+1)(1 - f\,(p_1/p_2 - 1))\,q_2/n + \\ + 95\,b^{1/n}\,(n+1)\,AS/n\,k\,p_2\,H)/(1 - 3.10^7\,A\,G\,p_m\,m_r / k\,p_2\,H))^{n/n+1}/f$$

C. Expresiones Generales

Potencia Eléctrica : $P = \eta\, g\, d.\, 10^{-3}\, Q\, H = 7.5\, QH$ (kW)

Energía Anual : $E = E_1 + E_2$ (UM/año)

Energía Primaria (garnatizada): $E_1 = k\, p_1\, H\, q_1$ (UM/año)

Energía Secundaria (apoyo) :

$$E_2 = k\,p_2\,H\,(q_{2/1} - n\,(q_{2/0}^{\,1+1/n} - q_{1/0}^{\,1+1/n})/95\,(n+1)\,b^{1/n})$$ (UM/año)

Utilidad Económica Anual : $U = E - A\,(S + R)$ (UM/año)

Costos del Salto: Debe calcularse en cada caso particular, según el procedimiento establecido en el Capítulo II; a modo de ejemplo, se obtuvo la siguiente expresión para el costo ac-

tual de una minicentral promedio:

$$S = 75{,}000\ m_r^{-0.73}\ t_v^{-1.47}\ Q^{0.7}\ H^{0.62} \qquad \text{(US\$)}$$

Costo de la Represa:

$$R = p_m\ m_r\ G\ (m\ q_{1/0}^{1+1/n} + 86400\ (1 - f)\ q_1) \qquad \text{(UM)}$$

Altura de la Represa:

$$H_r = (3R / c\ t_v\ p_m K)^{1/3} \qquad \text{(m)}$$

Constantes auxiliares:

$$k = 8.328\ \eta\ g\ d$$

$$m = 315000\ n / b^{1/n}\ (n+1) \quad \text{ó} \quad m = 157500/b'$$

$$b = q_{50/95} / 45^n$$

$$G = c\ K / e$$

$$K = (d\ (1 - 2(t_1 + t_2)\ t_1)/(d_m - sd))^{1/2} \ ;$$

para concreto: $K = (d / (d_c - sd))^{1/2}$

B I B L I O G R A F I A

APOSTOL, Tom. "Calculus". Tomo II. Editorial Reverté, 1967.

Banco Central de Reserva del Perú. Internacional Financial Statistics. "Reseña Económica". Julio 1987 y Diciembre 1982.

HÜTTE, Academia. "Manual del Ingeniero". Tomo III. 28a. Edición. Editorial Gustavo Gili S.A., Barcelona, 1971.

JAVE, Carlos. "Dimensionamiento óptimo de Tuberías de Presión". Ponencia presentada por la Universidad de Piura en el VI Congreso Nacional de Ingeniería Civil. Lima, 1986.

LINSLEY, R.E. y FRANZINI, J.B. "Ingeniería de los Recursos Hidráulicos". Editorial CECSA, México, 1980.

MATAIX, Claudio. "Turbomáquinas Hidráulicas". Editorial ICAI, Madrid, 1975.

NOZAKI, Tsuguo. "Elaboración de Proyectos de Centrales Hidroeléctricas". Japan International Cooperation Agency (JICA). Lima, 1986.

NOZAKI, Tsuguo. "Guía para la estimación preliminar de los metrados y costos para la estructura de una central hidroeléctrica". JICA. Lima, 1985.

REMENEIRAS, G. "Tratado de Hidrología Aplicada". 2a. Edición. Editores Técnicos Asociados S.A. 1974.

SCHOKLISTCH, Armin. "Construcciones Hidráulicas". Tomo II. 3a. Edición. Editorial Gustavo Gili S.A. Barcelona, 1968.

SHAMES, Irving. "La Mecánica de los Fluidos". Editorial Mc Graw-Hill. 1967.

VILLAR, Reynaldo. "Estudio Generalizado del Dimensionamiento óptimo de canales de alimentación de Centrales Hidroeléctricas". Universidad de Piura, 1985.

APENDICE

NOMENCLATURA

A	Coeficiente del valor anual del costo de la inversión	1/año
B	Base total de la represa	m
b	$= (q_{50} - q_{95})/45^n$, constante de la curva de caudales,	
b'	o también coeficiente de regresión de la parte final	
	de la curva de caudales (pendiente)	
C	Costo total de la inversión	UM
c	Factor de forma, por cimentación y forma del valle,	
	de la represa	
d	Densidad del agua	kg/m^3
d_c	Densidad del concreto	kg/m^3
d_m	Densidad del material de la represa de gravedad	kg/m^3
E	Valor de la energía total anual producible	UM/año
E_1	Valor de la energía primaria anual producible	UM/año
E_2	Valor de la energía secundaria anual producible	UM/año
e	Coeficiente de ORNING para la forma del reservorio	
η	Rendimiento de la central	
f	Factor de utilización diario de la central para ener-	
	gía primaria	
G	$= cK/e$, conjunción de coeficientes de la represa y	
	reservorio	
g	= 9.80665, aceleración normal de la gravedad	m/s^2
H	Altura del salto disponible	m
H_r	Altura de la represa	m
K	$= B/H_r$, relación base-altura de la represa	
k	$= 8.328\ \eta\ g\ d$	
λ	Multiplicador de Lagrange	
m	$315000\ n/b^{1/n}\ (n+1)$ ó $157500/b'$	
m_r	Pendiente de regata	

n	Exponente de la expresión potencial de la curva de caudales ordenados	
P	Potencia eléctrica producible por la central	kW
p_1	Precio de la energía primaria en central	UM/kWh
p_2	Precio de la energía secundaria en central	UM/kWh
p_c	Precio promedio de construcción por metro cúbico de concreto	UM/m³
p_m	Precio promedio de construcción de represa por metro cúbico de material	UM/m³
q	= q(T), función caudal de la curva de caudales ordenados	m³/s
Q	Caudal nominal o turbinable de la central	m³/s
q_{50}	Caudal semipermanente	m³/s
q_{95}	= q_0 caudal mínimo en curva de caudales ordenados	m³/s
q_1	= q_p caudal permanente	m³/s
q_2	= Q caudal que proporciona máxima energía secundaria	m³/s
q_m	Caudal medio anual o módulo del río	m³/s
q_e	Caudal específico de la cuenca vertiente del río	l/s-km²
R	Costo de la represa	UM
S	Costo de la inversión del salto	UM
s	Coeficiente de subpresión de la represa	
T	Porcentaje de año	% año
T_1	Porcentaje de año correspondiente al caudal permanente	% año
T_2	Porcentaje de año correspondiente al caudal que proporciona energía secundaria	% año
t_1	Talud aguas arriba o interior de la represa	

t_2	Talud aguas abajo o exterior de la represa	
t_v	Talud promedio de las laderas del valle	
U	Utilidad o excedente económico anual	UM/año
V	Volumen del vaso o reservorio	m^3
V_e	Volumen de embalse estacional	m^3
V_d	Volumen de embalse para la compensación diaria	m^3
V_r	Volumen de material de la represa	m^3