



UNIVERSIDAD
DE PIURA

FACULTAD DE INGENIERÍA

**Estado del arte del método de los elementos aplicados en
la simulación del golpeteo sísmico**

Trabajo de Investigación para optar el Grado de
Bachiller en Ingeniería Civil

**María Laura Rojas Ramos
Andrea Doménica Vásquez Núñez**

**Asesor:
Mgtr. Ing. Juan Carlos Atoche Arce**

Piura, diciembre de 2020



Resumen

En el presente trabajo de investigación se desarrolla el estado del arte del método de elementos aplicados en la simulación de golpeteo sísmico. Se realizó en base a una revisión bibliográfica. Asimismo, se recopilaron los trabajos de investigación más relevantes, realizando una descripción sintetizada de estos. Con el objetivo de resaltar la importancia del comportamiento inelástico en el diseño y análisis de estructuras sometidas a golpeteo sísmico y mejorar la comprensión del método en la simulación avanzada del golpeteo sísmico.





Tabla de contenido

Introducción	11
Capítulo 1	13
Comportamiento inelástico de las estructuras sometidas a golpeteo sísmico	13
1.1. Importancia del comportamiento inelástico en el diseño estructural.....	13
1.2. Importancia del comportamiento inelástico en el análisis de estructuras	15
1.3. Descripción de la inelasticidad del material en los elementos estructurales y no linealidad de los elementos de conectividad	15
Capítulo 2.	21
Simulación avanzada usando Applied Element Method	21
2.1. Formulación del AEM	21
2.1.1. Grados de libertad	21
2.1.2. Matriz de rigidez global.....	21
2.2. Conectividad de los resortes	24
2.3. Colisión de elementos	25
2.4. Ventajas y desventajas del uso del AEM	27
2.5. Modelos constitutivos adoptados por el AEM para el concreto y acero	28
2.5.1. Modelo de compresión de Maekawa.....	29
2.5.2. Modelo de Menegotto-Pinto.....	36
Capítulo 3.	41
Estado del arte de la aplicación del AEM en la simulación del fenómeno de golpeteo sísmico	41
3.1. Limitaciones en la búsqueda de investigaciones.....	41
3.2. Caso de estudio	41
3.2.1. Parámetros que afectan la intensidad de los golpes entre edificios adyacentes causados por movimientos sísmicos	42
3.2.2. Descripción y configuración del modelo numérico	43
3.2.3. Análisis de Resultados	48

Conclusiones.....	59
Referencias bibliográficas	61



Lista de tablas

Tabla 1. Descripción de la elasticidad e inelasticidad del material.....	15
Tabla 2. Descripción de la elasticidad e inelasticidad de los elementos de conectividad.....	16
Tabla 3. Datos del sistema estructural rígido.....	17
Tabla 4. Datos del sistema estructural rígido.....	18
Tabla 5. Máxima respuesta elástica e inelástica de la estructura SDF frente al fenómeno del golpeteo sísmico.....	18
Tabla 6. Características principales de los tipos de resorte.....	24
Tabla 7. Parámetros utilizados para determinar la curva envolvente.....	40
Tabla 8. Descripción de los edificios.....	44
Tabla 9. Discretización del mallado para diferentes elementos estructurales.....	46
Tabla 10. Combinaciones de edificios para su estudio.....	47
Tabla 11. Distancias de separación indicadas para cada caso.....	48
Tabla 12. Efecto del golpeteo sísmico para el caso 1.....	56



Lista de Figuras

Figura 1. Separación de edificios adyacentes	14
Figura 2. Modelo estructural en colisión	17
Figura 3. Esfuerzos en resortes debido a desplazamientos relativos	22
Figura 4. Dimensiones de un elemento de contacto	22
Figura 5. Ensamblado de matriz de rigidez global	23
Figura 6. Matriz de resorte.....	25
Figura 7. Resortes de refuerzo	25
Figura 8. Contacto de esquina a esquina	26
Figura 9. Contacto de borde a borde	26
Figura 10. Contacto de esquina a suelo	27
Figura 11. El concepto del modelo EPF	29
Figura 12. Formulación del EPF y el modelo de histéresis cíclica	30
Figura 13. Criterio de agrietamiento	34
Figura 14. Modelo de compresión uniaxial paralelo a la grieta.....	35
Figura 15. Curva cíclica del acero	37
Figura 16. Curva envolvente del acero.....	39
Figura 17. Terremoto normalizado de KOBE.....	43
Figura 18. (a) Configuración de los edificios 1, 2, 3 y 4; (b) Configuración estructural de los edificios 5 y 6.....	45
Figura 19. Número de golpes para diferentes distancias de separación	49
Figura 20. Fuerza de impacto por piso para diferentes distancias de separación.....	50
Figura 21. Historia de fuerza de impacto – caso 1	51
Figura 22. Historia del momento base - caso 1.....	52

Figura 23. Máxima fuerza de impacto.....	53
Figura 24. Relación de la cortante basal para distintas distancias de separación	54
Figura 25. Relación del momento base para distintas distancias de separación	55
Figura 26. Porcentaje de transferencia de esfuerzo normal y cortante en losas y columnas	56
Figura 27. Daños locales en las columnas del último piso	57



Introducción

Las ciudades metropolitanas como parte de la urbanización se construyen con muchos edificios cercanos entre sí, con muy poca o ninguna brecha de separación; sin tomar en cuenta que se encuentran en regiones de sismicidad activa, como es el caso del Perú. Con lo anterior, el golpeteo entre edificios adyacentes durante la excitación de un terremoto puede plantearse como un problema potencialmente grave.

En la actualidad, la gran mayoría de investigadores estructurales han estudiado la respuesta de las estructuras a los movimientos de terremotos en el rango elástico. Sin embargo, es de conocimiento que las estructuras sujetas a terremotos reales, pueden sufrir fisuraciones, fricciones, aplastamientos, fluencias y otros fenómenos complejos en el rango inelástico.

En el golpeteo sísmico, se producen impactos entre los elementos de las estructuras adyacentes, los cuales provocan los fenómenos complejos en el rango inelástico mencionados anteriormente. Esto conlleva a la degradación progresiva de la estructura, la cual no puede ser simulada mediante procesos automatizados de un software de elementos finitos.

En 1995, en la Universidad de Tokio, el Dr. Hatem Tagel Din, desarrolló un método de simulación avanzada llamado método de elementos aplicados. Años más tarde, este método sería usado como base para el desarrollo de un software llamado *Extreme Loading Structures*, capaz de simular temas referentes a: explosión, corrosión, demolición, impacto (golpeteo sísmico), colapso progresivo y viento, representándolos de una manera más cercana a la realidad.

En este sentido, el presente trabajo de investigación está motivado por la importancia de conocer el estado del arte de la aplicación de una herramienta de simulación avanzada como es el AEM en la simulación del fenómeno de golpeteo sísmico.



Capítulo 1

Comportamiento inelástico de las estructuras sometidas a golpeteo sísmico

En este capítulo se realizará una breve explicación de la importancia de incorporar el comportamiento inelástico de las estructuras en la simulación del fenómeno de golpeteo sísmico. Asimismo, se presentará una descripción sintetizada acerca de la inelasticidad en los elementos estructurales y la no linealidad de los elementos de conectividad.

1.1. Importancia del comportamiento inelástico en el diseño estructural

En el diseño de una estructura de concreto armado existen ciertas interrogantes, que no siempre tienen respuestas sencillas. La gran mayoría de investigadores estructurales han estudiado la respuesta de las estructuras a los movimientos de terremotos en el rango elástico. Sin embargo, es de conocimiento que, las estructuras sujetas a terremotos reales, pueden sufrir fisuraciones, fricciones, aplastamientos, fluencias y otros fenómenos complejos en el rango inelástico.

En primer lugar, se trabaja con las resistencias de diseño, las cuales simbolizan la capacidad máxima inelástica de la sección frente a un determinado requerimiento. En segundo lugar, se aplica una intensidad de cargas amplificadas por sus respectivos factores, que han sido utilizados para estimar las solicitaciones mediante el análisis elástico de la estructura. Sin embargo, se sabe que, el concreto armado es un material que no se comporta elásticamente durante todo el desarrollo de su capacidad resistente. Esto quiere decir, que existe una pérdida de la capacidad cuando la estructura incursiona en el régimen inelástico, lo que conlleva a una inconsistencia.

A lo largo de la historia, la inconsistencia descrita líneas arriba ha sido aceptada, pues los métodos de análisis en el rango del comportamiento inelástico aún no se encuentran adecuadamente desarrollados. Es por ello que, es de suma importancia el estudio del comportamiento inelástico de las estructuras.

En el golpeteo sísmico, se producen impactos entre los elementos de las estructuras adyacentes, los cuales intensifican los fenómenos complejos mencionados anteriormente. Estos conllevan a la degradación progresiva de la estructura. Es por ello, que uno de los criterios que se debe tener presente al momento de diseñar y construir una edificación, es la

distancia de separación entre edificaciones adyacentes. Para esto, se tiene la necesidad de utilizar juntas de separación.

La Norma E.030 de Diseño Sismorresistente propone una formulación para el diseño de juntas de separación (véase el **subcapítulo 5.3**).

- **Subcapítulo 5.3.** *“Toda estructura debe estar separada de las estructuras vecinas, desde el nivel del terreno natural, una distancia mínima “s” para evitar el contacto durante un movimiento sísmico. Esta distancia no será menor que los 2/3 de la suma de los desplazamientos máximos de los edificios adyacentes ni menor que: $s = 0,006 h \geq 0,03 \text{ m}$ Donde h es la altura medida desde el nivel del terreno natural hasta el nivel considerado para evaluar “s” [...]. En caso de que no exista la junta sísmica reglamentaria, el edificio deberá separarse de la edificación existente el valor de $s/2$ que le corresponde más el valor $s/2$ de la estructura vecina” (Ver **Figura 1**).*

$$s = \frac{2}{3} (\Delta e + \Delta e' * \gamma) \quad (1)$$

Δe = desplazamiento máximo del edificio 1.

$\Delta e'$ = desplazamiento máximo del edificio 2.

γ = factor de seguridad.

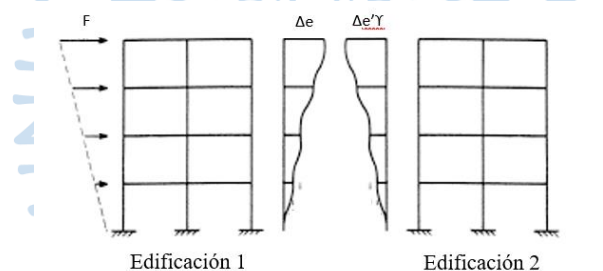


Figura 1. Separación de edificios adyacentes

Fuente: Elaboración propia

Si bien la fórmula presentada por la norma E-030 nos permite mitigar los efectos del golpeteo sísmico, la herramienta utilizada es una simplificación. Esto se debe a la complejidad de incorporar la degradación de la rigidez lateral de las secciones de los elementos estructurales, debido a la liberación de energía (Castillo Moscoso & Flores Hernández, 2019).

Asimismo, la norma E-030 calcula los desplazamientos considerando secciones de los elementos sin fisurar. Esto en la realidad no se da de ese modo ya que, en ambas estructuras, los elementos se fisuran y reducen su rigidez. (Castillo Moscoso & Flores Hernández, 2019)

Con lo anterior, se rectifica la necesidad de incorporar la degradación progresiva de la estructura en el diseño de juntas sísmicas.

1.2. Importancia del comportamiento inelástico en el análisis de estructuras

La mayoría de las investigaciones que analizaron el golpeteo sísmico se han implementado usando análisis elástico e incorporando elementos de conectividad para simular el golpeteo vía modelos elásticos no-lineales. Sin embargo, no podemos obviar la complejidad del estado inelástico que se genera en cada uno de los elementos estructurales de las edificaciones que impactan.

Es de conocimiento, que calcular el nivel de fisuración en las diferentes etapas del comportamiento inelástico es un proceso muy difícil. En la zona de interacción de los materiales durante el golpeteo sísmico ocurre una degradación del material. En este proceso, se produce el agrietamiento del concreto armado y ocurre una separación entre ambos materiales. Lo anterior, no está completamente incorporado en un típico análisis elástico.

Por otro lado, los modelos de los elementos de conectividad son aproximaciones simplificadoras de un complejo entorno donde capturarlo en un software comercial es complicado; lo que genera la necesidad de tener una herramienta de análisis más potente.

1.3. Descripción de la inelasticidad del material en los elementos estructurales y no linealidad de los elementos de conectividad

Es bueno aclarar al lector que un comportamiento “elástico” no necesariamente significa que sea “lineal”. A su vez, el comportamiento inelástico no es obligatoriamente “no lineal”.

Para la presente investigación, se ha considerado que el comportamiento de los materiales estará definido por la inelasticidad de estos. Asimismo, el comportamiento de los elementos de conectividad estará definido por la no linealidad.

A continuación, se presenta la **Tabla 1 y 2** explicando cómo influyen ambos parámetros en el comportamiento de las estructuras.

Tabla 1. Descripción de la elasticidad e inelasticidad del material

Elasticidad de los materiales	Inelasticidad de los materiales
Una estructura incursiona en el rango elástico cuando la fuerza es aplicada al sistema y esta almacena energía de deformación. Cuando la fuerza es removida, esta energía es disipada en su totalidad. Es decir, la estructura presenta la capacidad de volver a sus dimensiones originales sin implicar deformaciones permanentes.	Una estructura incursiona en su etapa de comportamiento inelástico cuando presenta una pérdida de rigidez y un aumento del amortiguamiento, las cuales son producto del agrietamiento de los elementos no estructurales y estructurales. Asimismo, existen dos tipos de comportamiento inelástico: por la geométrica del elemento y/o por las propiedades del material.

Fuente: Elaboración propia basada en (Otazzi, 2006) y (Bazán, 2002)

Tabla 2. Descripción de la elasticidad e inelasticidad de los elementos de conectividad

Linealidad de los elementos de conectividad	No-linealidad de los elementos de conectividad
La linealidad se ve reflejada cuando la fuerza aplicada es proporcional al desplazamiento lineal en un extremo del resorte con respecto al otro	La no linealidad se puede ver reflejada en el cambio de la rigidez del resorte que conectan las estructuras adyacentes en función de tiempo. Asimismo, se ve reflejada cuando la fuerza aplicada supera el límite de fluencia y solo una parte de la energía de deformación es disipada

Fuente: Elaboración propia basada en (Otazzi, 2006) y (Bazán, 2002)

A continuación, se presentará un caso de golpeteo sísmico para lograr explicar al lector las diferencias entre comportamiento elástico e inelástico de las estructuras.

Título *Linear and NonLinear Pounding of Structural Systems.*

Autor: Pantelides y X. Ma.

Año: 1998.

Nombre de la revista Computers & Structures

Volumen Vol. 66. No. I, pp. 79-92.

Se propuso un sistema estructural con un grado de libertad amortiguado con impacto unilateral durante terremotos. Se analizaron dos tipos de simulaciones: (1) los elementos estructurales en el rango elástico y (2) los elementos estructurales en el rango inelástico; las cuales se encontraron representadas por parámetros estructurales realistas, valores representativos de rigidez y aceleración del suelo durante el terremoto histórico de 1940 conocido como El-Centro; con el objetivo de estudiar el fenómeno de golpeteo sísmico (Pantelides & Ma, 1997).

Dentro del caso estudiado, se consideró una estructura como flexible y la otra como rígida. Esta última se estableció como estacionaria (**Ver Figura 1**).

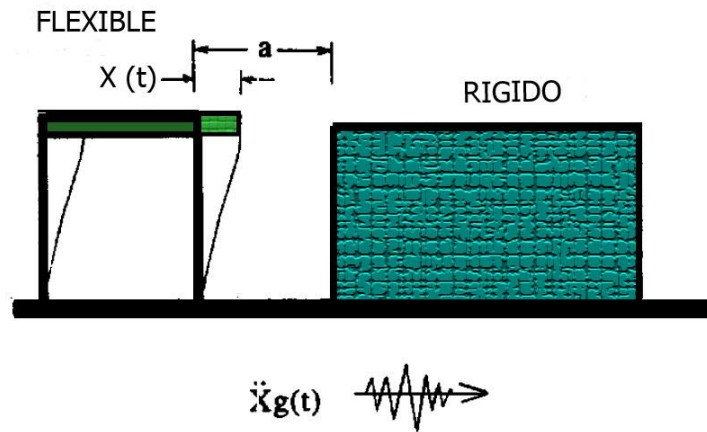


Figura 2. Modelo estructural en colisión

Fuente: (Pantilides & Ma, 1997)

En primera instancia, para ambos casos, se tomó un modelo no lineal para representar la conectividad. Cabe acotar, que la no linealidad se puede ver reflejada en el cambio de la rigidez en función de tiempo del resorte no lineal de Hertz que conecta a ambas estructuras (Pantilides & Ma, 1997).

a) Respuesta del sistema considerando los elementos estructurales elásticos.

En este estudio se consideró un sistema estructural elástico.

Tabla 3. Datos del sistema estructural rígido

Datos del sistema estructural rígido	
Periodo	1 seg.
Coeficiente de amortiguamiento	2%.
Distancia de separación	25 mm.
Parámetro de rigidez de impacto ¹	$R = 80 \text{ KN } mm^{\frac{-3}{2}}.$
Masa	87.5 Mg.

Fuente: (Pantilides & Ma, 1997)

Para analizar los efectos del periodo, se comparó con otro sistema con periodo de 3 seg (flexible). Se observó, que el desplazamiento máximo de la estructura flexible fue aproximadamente 2.3 veces el de la estructura rígida (periodo de 1 seg). Asimismo, tanto la

¹ Este parámetro fue obtenido de un modelo de impacto de Hertz.

aceleración máxima como la fuerza de golpeteo máxima de la estructura flexible se redujeron en un 21% con respecto a una estructura rígida (Pantilides & Ma, 1997).

Por otro lado, para evaluar los efectos de amortiguamiento, se comparó la respuesta estructural con otro sistema de amortiguamiento de 8%. Se observó en el sistema de amortiguamiento del 8%, una reducción en un 50% del desplazamiento máximo y una reducción del 65% con respecto a la aceleración máxima y a la fuerza de golpeteo (Pantilides & Ma, 1997).

b) Respuesta del sistema considerando los elementos estructurales inelástico.

El comportamiento inelástico para el sistema SDF amortiguado se simuló usando una relación de fuerza-desplazamiento elastoplástico para la rigidez estructural.

Tabla 4. Datos del sistema estructural rígido

Datos del sistema estructural rígido	
Periodo	1 seg.
Coeficiente de amortiguamiento	2%.
Distancia de separación	25 mm.
Parámetro de rigidez de impacto	$80 \text{ KN } mm^{-\frac{3}{2}}$
Masa	87.55 Mg
Rigidez elástica	$3.5 \text{ KN } mm^{-1}$
Rigidez Plástica	0
Ductilidad	4

Fuente: (Pantilides & Ma, 1997)

En la **Tabla 2** se puede observar la respuesta máxima de aceleración, desplazamiento, fuerza de golpeteo y número de ocurrencias de golpeteo; para la estructura analizada tanto en el rango elástico como en el rango inelástico durante el terremoto de 1940 - El Centro.

Tabla 5. Máxima respuesta elástica e inelástica de la estructura SDF frente al fenómeno del golpeteo sísmico

Terremoto	Desplazamiento (mm)		Aceleración (g)		Fuerza de golpeteo (KN)		Número de golpes	
	Elástico	Inelástico	Elástico	Inelástico	Elástico	Inelástico	Elástico	Inelástico
1940 El-Centro	145	145	5.8	1.8	4670	1120	35	2

Fuente: (Pantilides & Ma, 1997)

En el análisis de la respuesta estructural inelástica, se observó que el desplazamiento máximo es mayor que el de la respuesta estructural elástica. Por otro lado, la aceleración, la fuerza máxima de golpeteo y el número de golpes es considerablemente menor en la estructura inelástica. Según el autor, esto demuestra que el comportamiento inelástico de la estructura sometido a golpes es menos conservador que el comportamiento elástico. Lo anterior se ve reflejado, en que la respuesta presenta un menor porcentaje de daños en los edificios adyacentes en terremotos pasados; a pesar de que se esperaba que experimenten daños debido a los golpes.

El comportamiento inelástico es clave para poder analizar y diseñar. Asimismo, hemos podido identificar las grandes complejidades que tiene el comportamiento inelástico en su impacto en el análisis y diseño estructural.

Como se verá más adelante el Applied Element Method es un enfoque de análisis avanzado que promete simular mejor ese entorno complejo de la degradación de materiales, propio del comportamiento inelástico. Esto se intensifica en determinadas zonas de los elementos estructurales donde ocurre el impacto de golpeteo.





Capítulo 2.

Simulación avanzada usando Applied Element Method

En este capítulo, se presenta la formulación del AEM por sus siglas en inglés, *Applied Element Method*. Se describen los parámetros y modelos constitutivos que definen este método, el cual es la base de un software de simulación avanzada llamado *Extreme Loading Structures*.

Este software permite analizar automáticamente el comportamiento estructural durante los rangos elásticos e inelásticos incluyendo el inicio de grietas, la propagación y la separación de elementos. Finalmente, se presentan las principales ventajas y desventajas de su uso.

2.1. Formulación del AEM

2.1.1. Grados de libertad

El AEM usa 6 grados de libertad para cada elemento en particular: 3 de traslación y 3 de rotación. Estos están considerados en el centroide del elemento, donde se obtienen las deformaciones y fuerzas en cada resorte (Applied Science International, 2018).

En los resortes presentes en la intersección de ambos elementos, se generan esfuerzos ya sea por traslación relativa o movimiento rotacional entre dos elementos. Estos esfuerzos se pueden observar en la **Figura 3**. Además, representan conectividad entre elementos. Esto quiere decir que, una vez rotos todos los resortes, se pierde la conexión entre 2 elementos (Applied Science International, 2018).

2.1.2. Matriz de rigidez global

En la unión de dos elementos se produce una matriz de 12x12 en el resorte (**Ver Figura 5**), la cual está definida por el estado y el material del resorte. En caso de una estructura de concreto armado, se analizará el concreto y el acero (Applied Science International, 2018).

Para el concreto, se toma en cuenta si ha alcanzado la falla por compresión o ha llegado a agrietarse. Para el acero, se considera las relaciones constitutivas de tensión-deformación. Las siguientes **ecuaciones (2 y 3)** definen la rigidez de cada elemento y estas a su vez conforman la matriz de rigidez (Applied Science International, 2018).

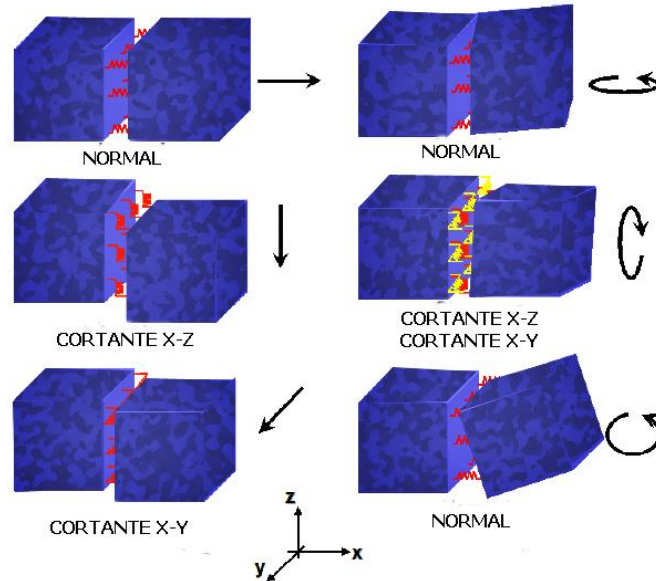


Figura 3. Esfuerzos en resortes debido a desplazamientos relativos

Fuente: (Tagel-Din, 2009)

$$K_n = \frac{E * d * T}{a} \quad (2)$$

$$K_s = \frac{G * d * T}{a} \quad (3)$$

Donde d es la distancia entre resortes, T el grosor del elemento, a la longitud del área representativa, E módulo de Young del material y G el módulo de corte del material. Cada resorte representa la rigidez de un volumen de las dimensiones d , a y t (Ver Figura 4). (K. Meguro, 2002). Los subíndices “n” y “s” indica la tensión normal y corte respectivamente (Applied Science International, 2018).

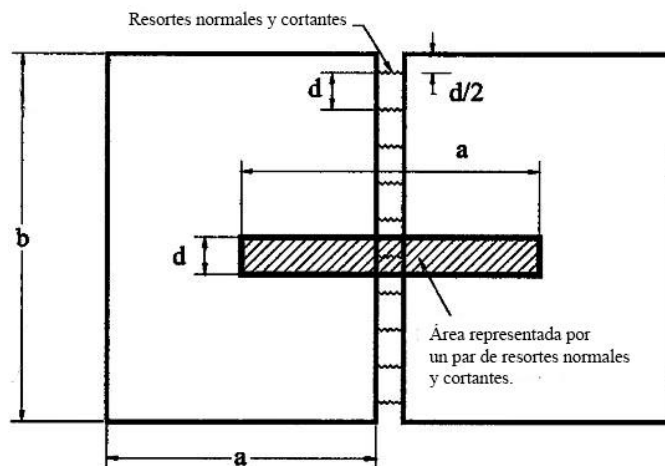


Figura 4. Dimensiones de un elemento de contacto

Fuente: (Tagel-Din, 2009).

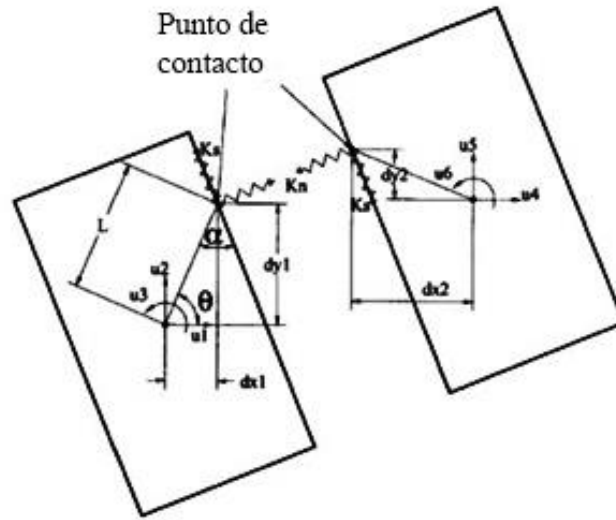


Figura 5. Ensamblado de matriz de rigidez global

Fuente: (Tagel-Din, 2009)

Al aplicar un desplazamiento unitario a un solo grado de libertad mientras que el resto se mantiene fijo, se producen los componentes de la matriz de rigidez en cada resorte. La matriz de rigidez global, K , se encuentra al sumar las contribuciones de todos los resortes en el sistema (Applied Science International, 2018).

- **Formulación de la ecuación incremental de movimiento**

$$[M]\{\Delta\ddot{y}_i\} + [C_i]\{\Delta\dot{y}_i\} + [K]\{\Delta y_i\} = \{\Delta F_i\} \quad (4)$$

- **Integración paso a paso por el método de Newmark-beta**

$$\{\Delta\dot{y}_i\} = \{\dot{y}_i\}\Delta t + \gamma\{\Delta\ddot{y}_i\}\Delta t \quad (5)$$

$$\{\Delta y_i\} = \{y_i\}\Delta t + \frac{1}{2}\{\ddot{y}_i\}\Delta t^2 + \beta\{\Delta\ddot{y}_i\}\Delta t^2 \quad (6)$$

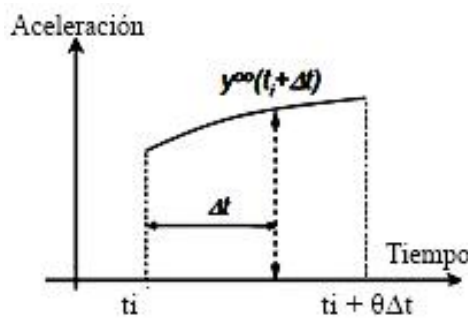


Figura 5. Solución de ecuaciones dinámicas en el modelo AEM

Fuente: (Tagel-Din, 2009)

2.2. Conectividad de los resortes

Los elementos del AEM están conectados entre sí a través de una serie de resortes acoplados en la cara de sus elementos adyacentes. Estos resortes representan la continuidad de sus elementos y estiman sus deformaciones, esfuerzos y criterios de fallas (Applied Science International, 2018).

A continuación, se describirá los tipos de resortes utilizados por el AEM.

Tabla 6. Características principales de los tipos de resorte

Tipos de resorte	Características
Matriz de resorte	▪ Representa el material estructural. ▪ Se adopta a todo tipo de material y propiedades definidas en la interfaz del usuario. ▪ En cada punto de cálculo, se establecen 3 resortes, uno correspondiente al esfuerzo normal y los otros dos corresponden al esfuerzo de corte. (Ver Figura 5). ▪ La deformación normal promedio se calcula a través de los valores promedios de sus deformaciones absolutas. ▪ Los resortes se suprimen y no actúan como elementos rígidos separados cuando el valor promedio de deformación absoluta alcanza su deformación de separación.
Resortes de refuerzo	▪ Representa la existencia de barras de acero, así como sus propiedades, ubicación exacta y su área. ▪ Se establecen en la intersección de la barra de refuerzo y el límite del elemento. ▪ En cada punto de cálculo, se establece un resorte normal, el cual toma la dirección de la barra de refuerzo y dos resortes de corte, el cual representa el comportamiento de la barra de refuerzo (Ver Figura 6).

Fuente: Elaboración propia basada en (Tagel-Din, 2009)

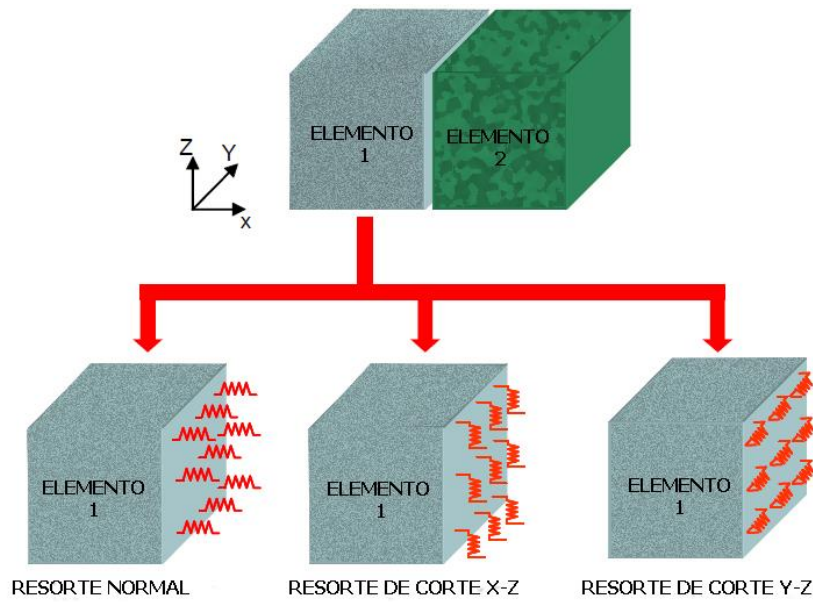


Figura 6. Matriz de resorte

Fuente: (Tagel-Din, 2009)

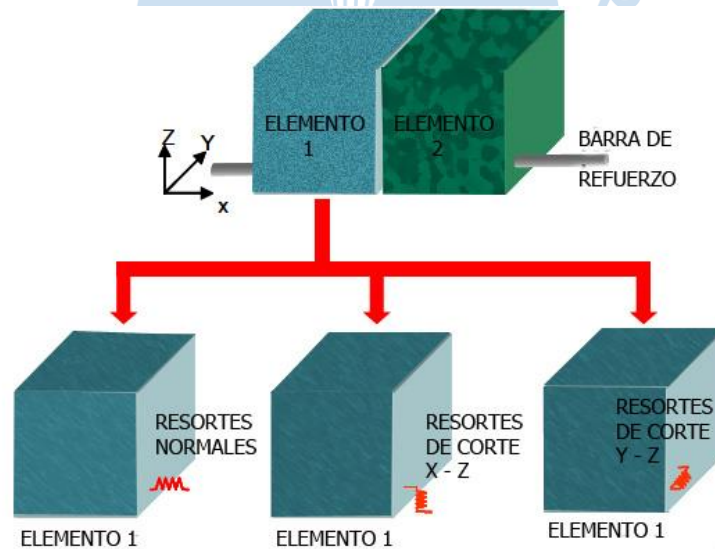


Figura 7. Resortes de refuerzo

Fuente: (Tagel-Din, 2009)

2.3. Colisión de elementos

El contacto o colisión de elementos es detectado automáticamente por el AEM, siendo esto una de sus principales características. Asimismo, no se requiere la intervención del usuario, ya que los elementos pueden automáticamente contactarse y separarse, así como volverse a contactar sin ningún tipo de intervención (Tagel-Din, 2009).

De acuerdo con el AEM son 3 tipos de contactos: contacto de esquina de elemento a elemento, contacto de borde de elemento a borde de elemento y contacto de esquina a suelo (Ver Figura 7, 8, 9).

Cabe acortar al lector que cuando los elementos estén en contacto, se cuenta con la ubicación de este y la presencia de resortes normales y de corte.

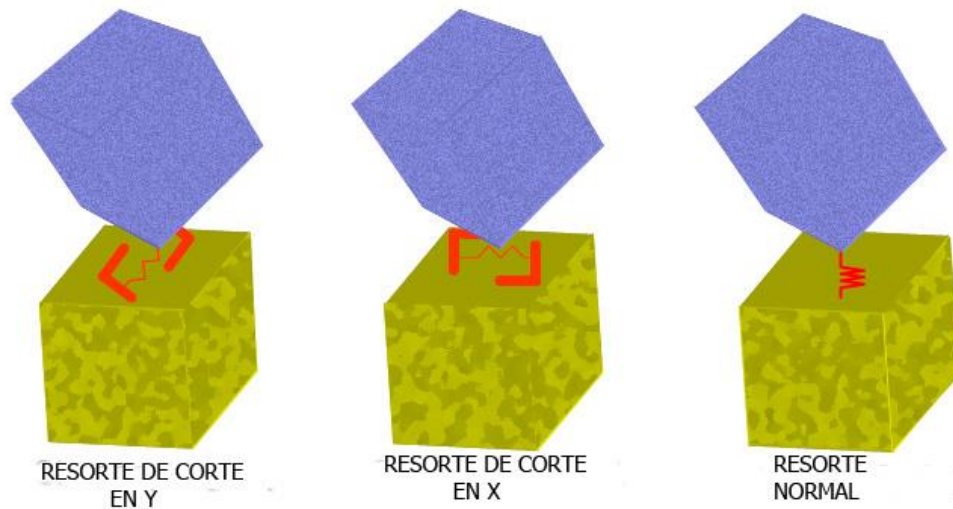


Figura 8. Contacto de esquina a esquina

Fuente: (Tagel-Din, 2009)

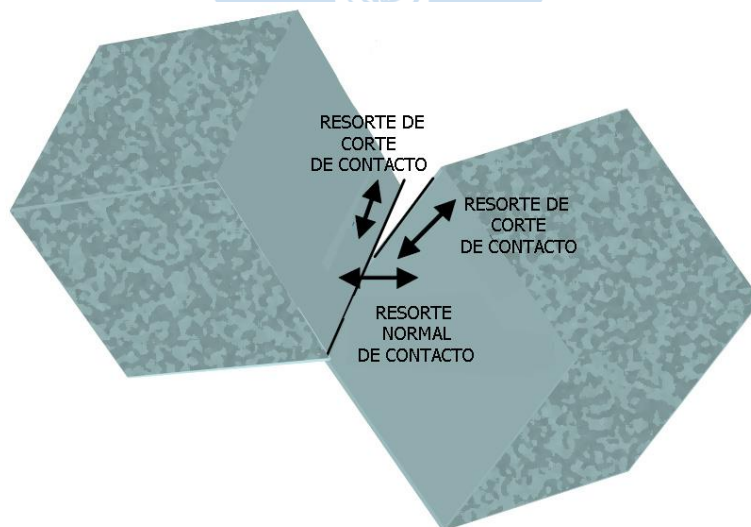


Figura 9. Contacto de borde a borde

Fuente: (Tagel-Din, 2009)

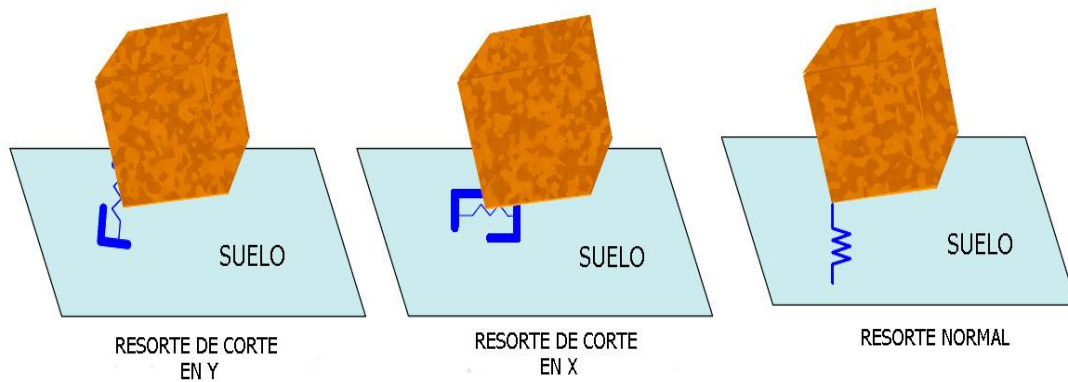


Figura 10. Contacto de esquina a suelo

Fuente: (Tagel-Din, 2009)

2.4. Ventajas y desventajas del uso del AEM

Durante más de dos décadas de investigación y desarrollo continuo, se ha demostrado que AEM es el único método que puede reproducir el comportamiento estructural. Este método combina características tanto del método de elementos finitos (FEM) como del método de elementos discretos (DEM). A continuación, presentaremos algunas de sus ventajas y desventajas.

La clave del AEM está en la conectividad de elementos, la cual se logra por medio de resortes ubicados en las caras de estos. Los resortes, nos ayudan a definir el comportamiento no lineal de las estructuras y a encontrar el patrón de grietas de manera automática. Además, se puede observar la rápida propagación de grietas en los límites de los elementos sin requerir ninguna intervención por parte del usuario. Esto se convierte en una gran ventaja, ya que reduce el tiempo empleado para la simulación. (Applied Science International, 2018).

Lo anterior no ocurre en el FEM ya que se necesitan elementos de unión (o elementos de interfaz) en la ubicación de grietas. Asimismo, las grietas no pueden extenderse de un elemento a otro, lo que hace que la estructura sea inseparable en ubicaciones arbitrarias (Applied Science International, 2018).

El software ELS utiliza: (1) el modelo de Maekawa para definir el comportamiento del concreto en compresión y (2) el modelo de Menegotto para lograr caracterizar el comportamiento cíclico del acero. El uso de ambos modelos representa una ventaja ya que los parámetros que utilizan estos modelos son parámetros simples para definir las envolventes de tensiones y deformación (Applied Science International, 2018).

De acuerdo con el autor Hatem Tagel - Din, debido a la ventaja que posee el AEM de simplificar la forma de la simulación, asegura que incluso los ingenieros relativamente inexpertos podrán realizar simulaciones complicadas gracias a su sencillo e intuitivo interfaz.

Lo anterior, marca la diferencia con otros softwares que simulan el comportamiento inelástico por medio de un interfaz complicado.

Finalmente, dentro de sus desventajas, al no ser un software de uso comercial no existen muchos tutoriales de fácil acceso en internet. En consecuencia, la comprensión del funcionamiento demandaría un tiempo significativo. Asimismo, la discretización del mallado para los diferentes elementos estructurales influye directamente en el costo de la simulación. Por lo que, el tiempo y costo de corrida dependerá del valor del mallado.

2.5. Modelos constitutivos adoptados por el AEM para el concreto y acero

Los modelos constitutivos son aquellos que logran describir la respuesta de los materiales a diferentes condiciones de carga. Sus funciones principales son: (1) proporcionar las relaciones tensión-deformación para formular las ecuaciones que gobiernan el comportamiento del material (William, 2002); y (2) revisar los parámetros dependientes de la trayectoria (K. Maekawa, 2003).

Los parámetros dependientes de la trayectoria son aquellos que registran el historial de carga del concreto agrietado y el acero de refuerzo. Principalmente, captan el comportamiento de todas las grietas y acero de refuerzos en todas las direcciones. Esto se debe introducir en el análisis para representar adecuadamente la condición de carga (K. Maekawa, 2003).

Los modelos adoptados por el AEM son aquellos modelos constitutivos totalmente no lineales dependientes de la trayectoria para el concreto y el acero (Ehab, Salem, Halem, & Yehia, 2014).

En el caso del concreto en compresión, se toma el modelo de fractura elastoplástico. Por otro lado, cuando se encuentra sometido a tensión, se observa una relación esfuerzo-deformación lineal hasta que los resortes de concreto alcanzan el agrietamiento, causando que los esfuerzos se anulen (Ehab, Salem, Halem, & Yehia, 2014).

Para el caso de resortes cortantes, el nivel de caída de los esfuerzos cortantes obedece al rozamiento en la superficie fisurada y al engrape agregado. Por otra parte, se tienen los resortes de acero. Estos son presentados por un modelo que utiliza la rigidez tangente del acero. Esta es calculada en función de la deformación del corte de acero, el estado de carga y de la memoria del resorte de acero controlada por el efecto de Bauschinger, el cual será explicado más adelante (Ehab, Salem, Halem, & Yehia, 2014).

Cabe acotar que, esto representa un problema dinámico que ha sido resuelto en anteriores investigaciones por integración implícita paso a paso por el método de Newmark-Beta. (Ehab, Salem, Halem, & Yehia, 2014).

Finalmente, cuando ocurre la separación de los elementos, la matriz de rigidez se convierte en una sola. Esto no representa una inconsistencia pues el sistema global es estable

debido a la permanencia de la matriz de masa. Puede producirse un impacto entre los elementos separados y otros, generándose nuevos resortes en las superficies de contacto.

Actualmente, existen diversos modelos teóricos que definen el comportamiento inelástico de los materiales. Sin embargo, por su simplicidad conceptual en este subcapítulo se hará una descripción de dos modelos con el objetivo de comprender el comportamiento inelástico tanto del acero como del concreto.

2.5.1. Modelo de compresión de *Maekawa*

El modelo de Maekawa es adoptado por el software avanzado ELS para el modelado del concreto bajo compresión. Este modelo tiene un conjunto de parámetros o propiedades del material, los cuales ayudan a definir la envolvente para esfuerzos y deformaciones por compresión. Principalmente, se utilizan tres: el módulo de Young inicial, el parámetro de fractura y la deformación plástica. (Applied Science International, 2018).

A continuación, se presenta el modelo del concreto antes del agrietamiento y cuando este ocurre.

▪ Antes del agrietamiento del concreto

El modelo EPF, *elasto-plastic fracture*, por sus siglas en inglés, es capaz de modelar el comportamiento del concreto antes de que se produzca el agrietamiento. Esto se realiza a través de una idealización del concreto no agrietado, combinando plasticidad y fractura continua. La primera representa una deformación plástica invariable, y la segunda muestra una pérdida de deformación elástica por absorción de energía (K. Maekawa, 2003).

En la **Figura 11**, se observa el concepto básico del modelo EPF. Donde el concreto se define como un conjunto de múltiples microelementos enlazados en paralelo y cada uno de ellos está compuesto por la conexión en serie de un resorte elástico y un control deslizante. Ambos representan propiedades importantes en cada microelemento. Por un lado, el resorte elástico simboliza el esfuerzo interno del elemento y la capacidad de absorción de energía. Por otro lado, el control deslizante constituye la deformación plástica permanente (K. Maekawa, 2003).

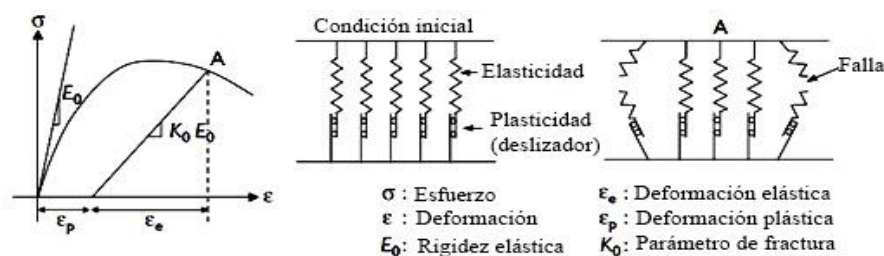


Figura 11. El concepto del modelo EPF

Fuente: (K. Maekawa, 2003)

Se genera una pérdida de rigidez general cuando ocurre la fractura del resorte elástico. Esta última, es manifestada por el daño continuo. Por lo que, el parámetro de fractura representa la extensión del daño interno del concreto (K. Maekawa, 2003).

Para efectos simples, los autores consideraron implementar indicadores escalares de esfuerzo y deformación en el plano. En consecuencia, se formula una relación esfuerzo-deformación equivalente (K. Maekawa, 2003).

Las siguientes son las fórmulas para el modelo derivado como:

$$\{\sigma\} = \frac{E^*}{1-\nu^{*2}} \begin{bmatrix} 1 & \nu^* & 0 \\ \nu^* & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu^*}{2} \end{bmatrix} \{\varepsilon_{ed}\} \quad (7)$$

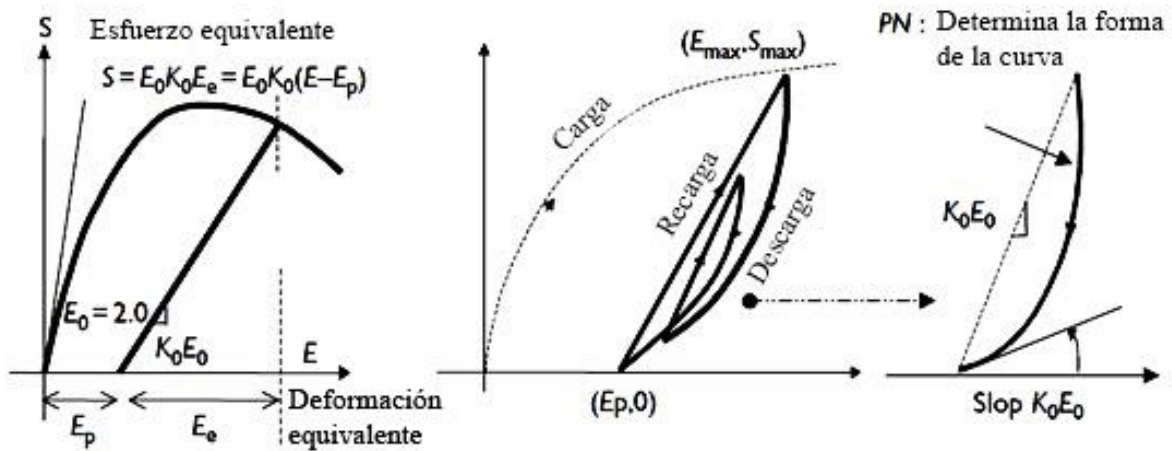


Figura 12. Formulación del EPF y el modelo de histéresis cíclica

Fuente: (K. Maekawa, 2003)

$$\text{Donde } \{\varepsilon_{ed}\} = \{\varepsilon\} - \{\varepsilon_p\} \quad (8)$$

$$E^* = \left(\frac{f'_c}{\varepsilon'_0} \right) * \left(\frac{S}{E_{ed}} \right) * \frac{E_{ed}}{(S_E(\varepsilon_m, \gamma_d)) \varepsilon_{ed}} \quad (9)$$

$$E_{ed} = \sqrt{\left(\left(\frac{0.62}{\varepsilon'_0}\varepsilon_m\right)^2 + \left(\frac{0.98}{\varepsilon'_0}\gamma_d\right)^2\right)} (\varepsilon_{ed}) \quad (10)$$

$$S_E(\varepsilon_m, \gamma_d) = \sqrt{\left(\left(\frac{0.60}{\varepsilon'_0(1-v^*)}\varepsilon_m\right)^2 + \left(\frac{1.30}{\varepsilon'_0(1+v^*)}\gamma_d\right)^2\right)} \quad (11)$$

$$\varepsilon_m = \frac{\sqrt{2}}{2}(\varepsilon_1 + \varepsilon_2), \gamma_d = \frac{\sqrt{2}}{2}(\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \quad (12)$$

$$v^* = v_0 \text{ para } E_{max} \leq 0.5 \quad (13)$$

$$= v_0(1.8(E_{max} - 0.5) + 1.0) \text{ para } E_{max} > 0.5 \quad (14)$$

$$v_0 = 0.17, v^* \leq 0.5 \quad (15)$$

$\{\sigma\}$: : Vector de esfuerzo del concreto

S : Tension equivalente

$\{\varepsilon\}$: Vector de deformacion

f'_c : Resistencia a la compresión Uniaxial.

$\{\varepsilon_p\}$: Vector de deformación plástica.

ε'_0 : Tensión compresiva uniaxial en f'_c .

E^* : Rígidez reversible

v^* : Relación de Poisson reversible.

$\{\varepsilon_{ed}\}$: Vector de deformación elástica supuesta.

$\varepsilon_1, \varepsilon_2$: Principales tensiones de la elasticidad supuesta denotada por $\{\varepsilon_{ed}\}$,

$\varepsilon_1 > \varepsilon_2$

Para todas las condiciones de carga, descarga y recarga se aplica la **ecuación 7**. La tensión equivalente (S) y la rigidez (E^*) se calculan en función de la condición de carga de la siguiente manera:

(A) Condición de carga: $E_{ed} \geq E_{e \max}$

$$S = K_0 E_0 E_e \quad (16)$$

$$K_0 = K_0(E_{max}) = \exp\{-0.73E_{max}(1 - \exp(-1.25E_{max}))\} \quad (17)$$

$$E_e = \frac{20}{7}\{1 - \exp(-0.35E_{max})\} \quad (18)$$

$$E_{max} = E_{ed} + E_p \quad (19)$$

(B) Condición de recarga: $E_{ed} < E_{e\ max}$ y $E_{ed} \geq E_{e0}$

$$S = S_0 + (S_{max} - S_0) \frac{(E_{ed}E_{e0})}{(E_{e\ max} - E_{e0})} \quad (20)$$

(C) Condición de descarga: $E_{ed} < E_{e\ max}$ y $E_{ed} < E_{e0}$

$$S = K_0E_0E_{ed}\alpha \quad (21)$$

$$\alpha = slop + \left(\frac{S_0}{K_0E_0E_e} - slop\right) \left(\frac{E_{ed}}{E_{e0}}\right)^{PN} \quad (22)$$

$$K_0 = K_0(E_{max}) = \exp\{-0.73E_{max}(1 - \exp(-1.25E_{max}))\} \quad (23)$$

$$E_{max} = E_{e\ max} + E_p \quad (24)$$

(D) Carga de esfuerzo después de la compresión: $E_d < E_p$

$$S = K_0E_0E_{ed} \quad K_0 = K_0(E_{max}) = e^{-0.73E_{max}(1 - e^{-1.25E_{max}})} \quad (25)$$

K_0 : Parámetro de fractura

E_p : Deformación plástica

E_0 : Coeficiente=2.0

S_0 : Esfuerzo equivalente actual

E_e : Deformación elástica equivalente.

E_{e0} : Deformación elástica equivalente actual

E_{ed} : Deformación elástica

equivalente asumida.

$slop$: Parámetro de descarga = K_0^2

PN : Parámetro de descarga = 2.0

S_{max} : Esfuerzo equivalente máximo

E_d : Deformación total equivalente

E_{max} : Deformación equivalente máxima.

$E_{e\ max}$: Deformación elástica equivalente máxima

En este modelo, se incluye la absorción de energía bajo condiciones cíclicas de carga. Por lo que las trayectorias de descarga y recarga consideran la dependencia de trayectoria no lineal (K. Maekawa, 2003).

De tal manera, se define la curva de descarga como una función polinómica (de parámetros *slop* y *PN*) , la cual relaciona el punto de inicio de la descarga hasta el punto (E_p , 0). Por otro lado, la curva de recarga va desde el punto de inicio de la recarga al punto de esfuerzo-deformación equivalente máxima pasada (E_{max} , S_{max}) y es expresada mediante una línea recta (K. Maekawa, 2003).

En resultados experimentales, la no linealidad se muestra visiblemente en el modelo gracias a la trayectoria de descarga de la envolvente compresiva. No obstante, la no linealidad deja de ser clara cuando el concreto ingresa a la zona de tracción. Por consiguiente, el esfuerzo por tracción se invierte, demandando un comportamiento lineal (K. Maekawa, 2003).

▪ **Modelo de concreto agrietado**

El comportamiento del concreto empieza a ser anisotrópico en la dirección paralela a la grieta, cuando ocurre el agrietamiento. Como parte del procedimiento del método de elementos finitos, se determina el agrietamiento del concreto mediante el cálculo de esfuerzos presentes a lo largo del eje de grieta. Posteriormente, se utiliza la aplicación de leyes constitutivas, las cuales adjuntan la transferencia de esfuerzo normal y paralelo al eje de grieta; y el modelo de transferencia de esfuerzo de corte, a lo largo de la superficie de la grieta (K. Maekawa, 2003).

Cabe resaltar que para introducir estas leyes son necesarios: (1) el esfuerzo normal promedio en la dirección normal y paralela a la grieta, y (2) el esfuerzo de corte promedio a lo largo de la superficie de la grieta (K. Maekawa, 2003).

➤ **Criterio de agrietamiento**

Este experimento nos muestra que la resistencia a la tracción del concreto empieza a disminuir a causa de la fractura continua que resulta de la carga compresiva pasada. Por lo que el historial de carga pasada afecta al agrietamiento. Esta reducción de la resistencia a la tracción puede ser expresada como:

$$f_{tt} \propto K_0^3 \quad (26)$$

Donde:

f_{tt} : Es el principal esfuerzo de tracción cuando se produce la grieta.

K_0 : es el parámetro de fractura en la **ecuación 26**.

Considerando la influencia de la fractura continua en compresión pasada, el criterio de agrietamiento se define en el espacio de esfuerzos biaxiales principales como: (K. Maekawa, 2003).

$$\sigma_1 / (R_f * f_t) = 1.0 \text{ (Dominio compresión-tracción)} \quad (27)$$

$$(\sigma_1 / (R_f * f_t)) + 0.26(\sigma_2 / \sigma_1) = 1.0 \text{ (Dominio tracción -tracción)} \quad (28)$$

σ_1, σ_2 : Esfuerzo Principal (esfuerzo considerado positivo, $\sigma_1 > \sigma_2$)

R_f : Factor de reducción de resistencia a la tracción (debido a la fractura continua) = K_0^3

f_t : Resistencia a la tracción uniaxial.

K_0 : Parámetro de fractura.

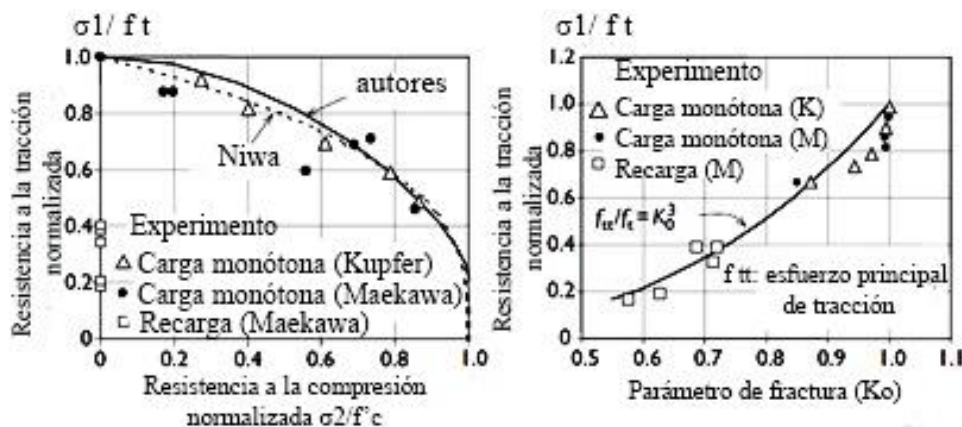


Figura 13. Criterio de agrietamiento

Fuente: (K. Maekawa, 2003)

El criterio de agrietamiento descrito anteriormente también se aplica al concreto no fisurado. No obstante, se presenta una complicación en el empleo de la condición de tracción (R_f), cuando se trata de un elemento de concreto armado agrietado, pues existe una transferencia de tracción local a lo largo de la grieta; y tracción de unión local entre concreto y la barra de refuerzo. Por tanto, son los esfuerzos locales quienes determinan la formación de una grieta (K. Maekawa, 2003).

➤ **Modelo de compresión paralelo a la dirección de la grieta**

Este modelo sigue originalmente el modelo EPF para concreto no agrietado para todas las condiciones de carga, descarga y recarga. Se entiende que el modelo muestra la absorción de energía durante trayectorias de carga cíclica. Sin embargo, existen dos diferencias principales con el modelo de concreto no agrietado (K. Maekawa, 2003).

En primer lugar, se puede suponer que la tensión normal de compresión paralela a la dirección de la grieta es uniaxial a causa de la liberación de tensión en la dirección ortogonal. Lo cual hace innecesario el concepto de relación esfuerzo-deformación equivalente (K. Maekawa, 2003).

En segundo lugar, el progreso de la plasticidad por compresión no se ve afectado por la deformación de tracción en la dirección ortogonal. Sin embargo, provoca daños que perjudican la resistencia a la compresión y rigidez. Este enunciado es una parte primordial de la teoría del campo de compresión. Es por ello, que se debe tomar en cuenta en el análisis ciclico inverso, de otra manera la capacidad llegaría a estar sobrestimada. El modelo actual refiere la tracción ortogonal al parámetro de reducción de fuerza (K. Maekawa, 2003).

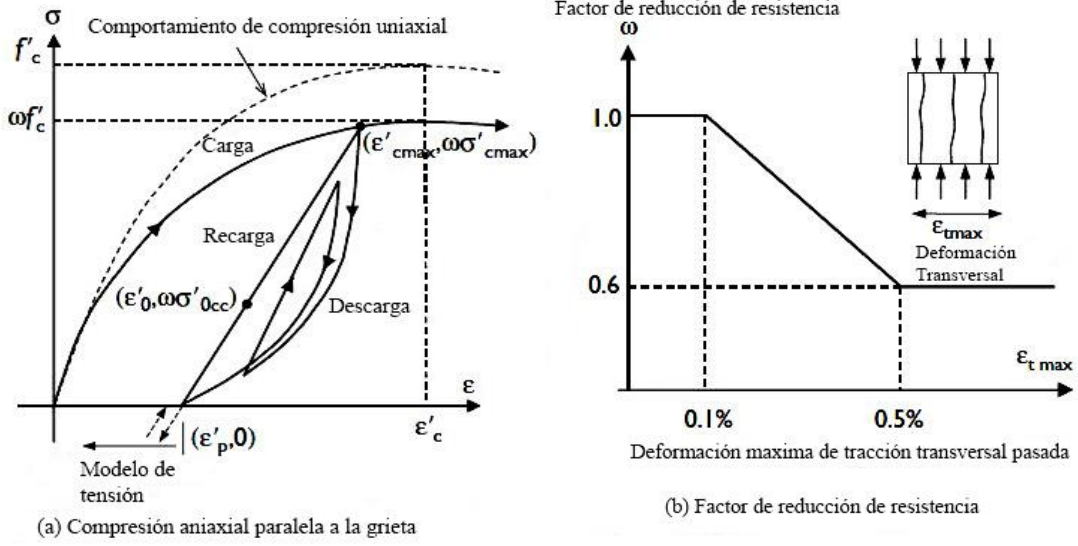


Figura 14. Modelo de compresión uniaxial paralelo a la grieta

Fuente: (K. Maekawa, 2003)

(A) Condición de carga: $\epsilon \leq \epsilon_{cmax}$

$$\sigma_{cc} = \omega K_0 E_{c0} (\epsilon - \epsilon_p) \quad (29)$$

$$K_0 = \exp \left(-0.73 \frac{\epsilon}{\epsilon_c} \left(1 - \exp \left(-1.25 \frac{\epsilon}{\epsilon_c} \right) \right) \right) \quad (30)$$

$$\epsilon_p = \beta \left(\frac{\epsilon}{\epsilon_c} - \frac{20}{7} \left(1 - \exp \left(-0.35 \frac{\epsilon}{\epsilon_c} \right) \right) \right) \epsilon_c \quad (31)$$

(B) Condición de recarga: $\epsilon > \epsilon_{cmax}$ y $\epsilon \leq \epsilon_0$

$$\sigma_{cc} = \omega \left(\sigma_{cmax} - (\sigma_{cmax} - \sigma_{0cc}) \cdot \frac{(\epsilon_{cmax} - \epsilon)}{(\epsilon_{cmax} - \epsilon_0)} \right) \quad (32)$$

(C) Condición de descarga: $\epsilon > \epsilon_{cmax}$ y $\epsilon > \epsilon_0$

$$\sigma_{cc} = \omega K_0 E_{c0} (\varepsilon - \varepsilon_p) \alpha \quad (33)$$

$$\alpha = \text{slop} + \left(\frac{\sigma_{0cc}}{K_0 E_{c0} (\varepsilon - \varepsilon_p)} - \text{slop} \right) \left(\frac{\varepsilon - \varepsilon_p}{\varepsilon_0 - \varepsilon_p} \right)^{PN} \quad (34)$$

σ : Esfuerzo de compresión del concreto

ε : Deformación

K_0 : Parámetro de fractura

E_{c0} : Rigidez inicial

E_0 : Coeficiente=2.0

$\sigma_{c\ max}$: Esfuerzo compresivo maximo

$\varepsilon_{c\ max}$: Deformación compresiva máxima

σ_{0cc} : Esfuerzo compresivo actual.

ε_0 : Deformación actual.

ω : Factor de reducción de resistencia por deformación de tensión ortogonal.

slop : Parámetro de descarga = K_0^2

PN : Parámetro de descarga = 2.0

f_c : Resistencia a la compresión Uniaxial
<0

ε_c : Deformación uniaxial del f'c

β : Rango- Deformación factor =1 para
dinamica, para estatica=1.5

La ecuación constitutiva formulada anteriormente se expresa para el modelo de concreto bajo una tasa de deformación de aproximadamente 10^{-4} - 10^{-3} / seg ($\beta = 1$). Por lo tanto, es apropiado para el análisis dinámico bajo cargas sísmicas (K. Maekawa, 2003).

2.5.2. Modelo de Menegotto-Pinto

▪ Descripción general del método

El enfoque Menegotto-Pinto, por su simplicidad conceptual, representa el comportamiento cíclico del acero (Hoehler, 2002). El método consiste en la solución de un conjunto de ecuaciones de equilibrio en donde, los vectores contienen: los incrementos de los desplazamientos nodales $\{\Delta S\}$ y las cargas externas $\{\Delta P\}$. Asimismo, presentan $3n$ (n = número de nodos) y se utiliza un sistema de coordenadas globales x e y (Menegotto & Pinto, 1973).

El comportamiento geométrico y mecánico de la estructura se describe mediante la matriz de rigidez $[K]_S$, en la cual radica todo el método. Asimismo, la matriz de rigidez $[K]_S$ contiene dos causas de no linealidad: el comportamiento de los materiales y las variaciones en la geometría de la estructura (Menegotto & Pinto, 1973).

El procedimiento requiere una iteración que se finaliza cuando se obtienen dos soluciones sucesivas $\{\Delta S\}$ y $\{\Delta P\}$ las cuales son obtenidas de la **ecuación 35**.

$$[K]_S \{\Delta S\} = \{\Delta P\} \quad (35)$$

$[K]_S$: Matriz de rigidez.

$\{\Delta S\}$ = Desplazamientos nodales

$\{\Delta P\}$ = Cargas externas.

- **No linealidad debido al comportamiento inelástico de los elementos**
- **Leyes constitutivas de los materiales**

Menegotto y Pinto (1973) logran caracterizar el comportamiento del acero de refuerzo a través de su modelo; el cual se define mediante la **ecuación 36**. Donde la constante b , representa la relación de rigidez de la tangente inicial a la final; y el exponente R , es un parámetro que define la forma de la curva de descarga. Esta varía a lo largo de la trayectoria afectando la curvatura del diagrama. Lo anterior, está representado por el efecto Bauschinger's (Menegotto & Pinto, 1973).

El efecto de Bauschinger's conlleva a que el acero se tense uniformemente en el rango inelástico, se descarga y luego se somete a una compresión uniforme. Aquí se observa que la curva de tensión-deformación en compresión se vuelve no lineal a una tensión mucho más baja que la inicial en el límite elástico (Pillai, 1988).

La **Figura 15** representa el comportamiento cíclico de diferentes tipos de acero.

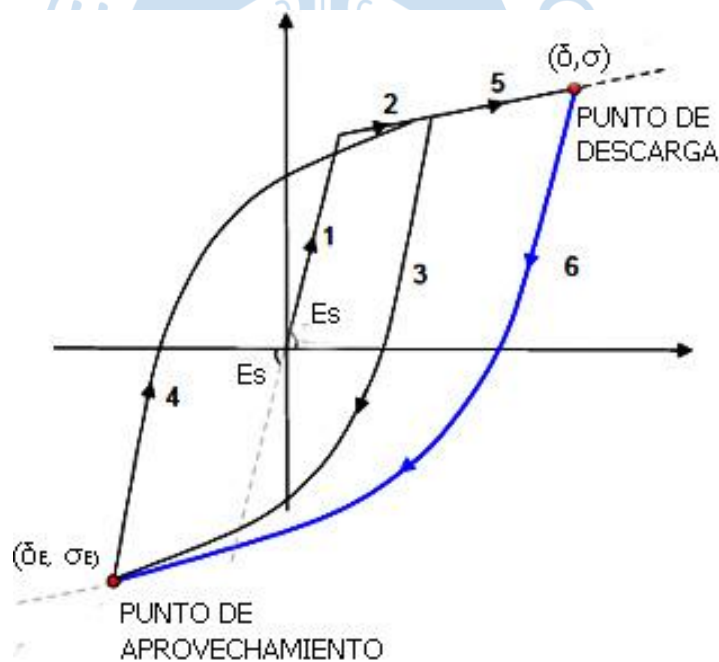


Figura 15. Curva cíclica del acero

Fuente: (Hoehler, 2002)

$$\sigma^* = (1 - b) \frac{\varepsilon^*}{(1 + \varepsilon^{*R})^{1/R}} + b \cdot \varepsilon^* \quad (36)$$

Donde;

$$b = \frac{H}{E} \quad (37)$$

$$R(\square) = R_0 - \frac{A_1 \cdot \square}{A_2 \cdot \square} \quad (38)$$

$$\varepsilon^* = \frac{\varepsilon - \varepsilon_r}{\varepsilon_x - \varepsilon_r} \quad (39)$$

$$\sigma^* = \frac{\sigma - \sigma_r}{\sigma_x - \sigma_r} \quad (40)$$

E: Modulo de elasticidad.

H = Módulo de endurecimiento.

R_0 = Parámetro de control de curvatura I.

A_1 = Parámetro de control de curvatura II.

A_2 = Parámetro de control de curvatura III.

$\square$ = Deformación plástica normalizada variable.

σ, ε = Esfuerzo y deformación actual total.

ε_x, σ_x = Esfuerzo y deformación donde se cruzan las asíntotas de la curva.

ε_r, σ_r = Esfuerzo y deformación en la inversión de carga

Para explicar al lector acerca del comportamiento cíclico del acero descrito anteriormente, se ha desarrollado un esquema para la curva envolvente del acero en tensión y compresión. Esta presenta tres etapas: (1) elástico, (2) endurecimiento por deformación y (3) plástico (**Ver Figura 16**).

Se sabe que, frente a una actividad sísmica una estructura se somete a varios ciclos de sollicitaciones en diversas direcciones; por lo que es de interés el comportamiento ante repetidas cargas. Estas curvas tienen forma de lazos de histéresis, donde su área representa un índice de la capacidad de disipación de energía (Bazán, 2002).

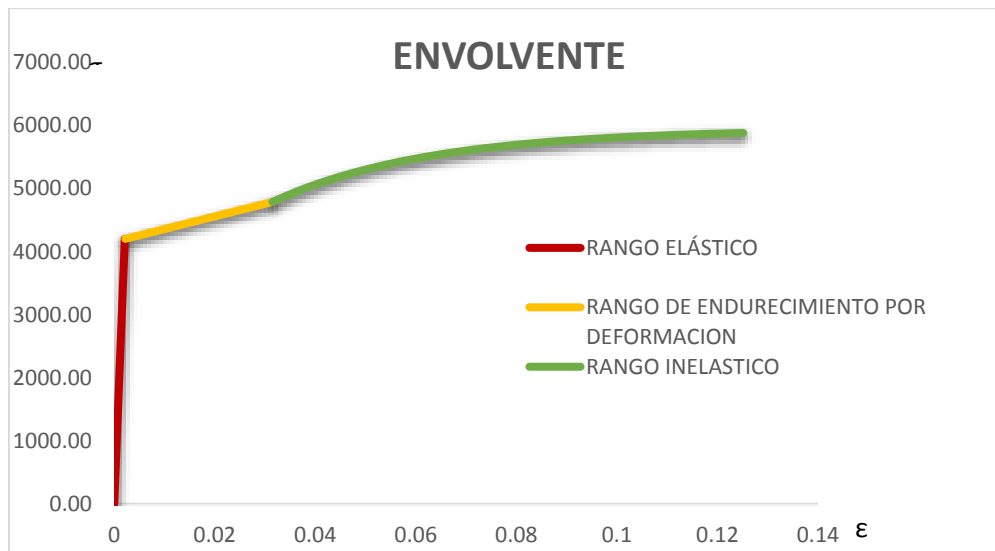


Figura 16. Curva envolvente del acero

Fuente: Elaboración propia

Para lograr la curva envolvente mostrada en el gráfico anterior se ha hecho uso de **ecuación (41)**, **ecuación (42)** y **ecuación (43)**. Asimismo, se ha establecido ciertos parámetros mostrados en la **Tabla 6**.

$$\sigma = E * \varepsilon \quad \varepsilon \leq \varepsilon_y \quad (41)$$

$$\sigma = (f_y + E_{sh}(\varepsilon - \varepsilon_y)) \quad \varepsilon_y < \varepsilon \leq \varepsilon_{sh} \quad (42)$$

$$\sigma = f_{sh} + (1 - e^{(\varepsilon_{sh} - \varepsilon)/k})(1.01f_u - f_{sh}) \quad \varepsilon_{sh} < \varepsilon \leq \varepsilon_u \quad (43)$$

Donde,

$$k = 0.032 X (4000/f_y)^{0.333} \quad (44)$$

$$f_{sh} = f_y + E_{sh}(\varepsilon_{sh} - \varepsilon_y) \quad (45)$$

E: Modulo de elasticidad.

σ = Esfuerzo.

ε_y = Límite de fluencia.

f_y = Limite elástico.

E_{sh} = Módulo de meseta de Rendimiento.

f_{sh} = Deformación final de la etapa de meseta de rendimiento.

ε_{sh} = Esfuerzo final de la etapa de meseta de rendimiento.

ε_u = Esfuerzo último.

f_u = Deformación última.

Tabla 7. Parámetros utilizados para determinar la curva envolvente

Propiedades			
Módulo de elasticidad.	E	2000000	kg/cm^2
Límite elástico.	f_y	4200	kg/cm^2
Límite de fluencia.	ϵ_y	0.0021	-
Módulo de meseta de rendimiento.	Esh	20000	kg/cm^2
Esfuerzo último.	f_u	5880	kg/cm^2
Deformación última.	ϵ_u	0.15	-
Esfuerzo final de la etapa de meseta de rendimiento	fsh	4787.7	kg/cm^2
Deformación final de la etapa de meseta de rendimiento	ϵ_{sh}	0.03	-

Fuente: Elaboración propia

En este subcapítulo se trabajaron los conceptos de los modelos de Maekawa y Menegotto-Pinto, ya que definen el comportamiento cíclico de los materiales tanto del concreto como del acero. Por un lado, el modelo de Maekawa utiliza parámetros que garantizan la representación de la extensión del daño interno del concreto, siendo un factor primordial para el AEM al evaluar el inicio de propagación de grietas. Por otro lado, el modelo de Menegotto-Pinto, debido a su simplicidad conceptual y eficiencia ha demostrado que, los resultados obtenidos en numerosas simulaciones encajan con los resultados experimentales de ensayos cíclicos en barras de acero de refuerzo.

Capítulo 3.

Estado del arte de la aplicación del AEM en la simulación del fenómeno de golpeteo sísmico

En el presente capítulo se desarrolla una descripción del uso del AEM en la simulación del golpeteo sísmico en base a la revisión de trabajos de investigación. Además, se exponen todas las consideraciones a tomar en cuenta para poder simularlo, hasta la presentación y análisis de los resultados.

3.1. Limitaciones en la búsqueda de investigaciones

Una de las limitaciones al realizar el presente trabajo de investigación fue la poca disponibilidad de argumentos teóricos válidos, principalmente en nuestro país. Por lo que se tomó en cuenta bibliografía de todo el mundo.

Asimismo, la información obtenida fue muy básica, por lo que se tuvo la necesidad de enviar correos a diferentes autores en diversas partes del mundo, de los cuales se obtuvieron bajos porcentajes de respuestas. Cabe acotar que solo se encontró un único artículo relacionado al tema.

3.2. Caso de estudio

En este subcapítulo, se desarrolló una descripción del caso de estudio llamado *Earthquake Pounding Effect on Adjacent Reinforced Concrete Buildings*².

El caso de estudio surge de la preocupación de los autores por la urbanización masiva debido al aumento de la densidad poblacional en el país donde se desarrolló la investigación, Egipto. Los autores, observaron que las edificaciones han dejado de lado el correcto uso del código de práctica egipcio. Además, expresaron que existe un bajo porcentaje de información en su país acerca del tema.

El principal objetivo del caso de estudio fue demostrar las deficiencias del código egipcio con respecto a las distancias de separación mínima entre edificios adyacentes. Se tuvo un enfoque secundario en el uso del AEM como una herramienta que logró captar el impacto entre los elementos estructurales durante el fenómeno de golpeteo sísmico.

Finalmente, la metodología aplicada en este caso de estudio no se observó de manera explícita.

² (Ehab, Salem, Halem, & Yehia, 2014).

3.2.1. *Parámetros que afectan la intensidad de los golpes entre edificios adyacentes causados por movimientos sísmicos*

Para todos los casos, se tomaron las siguientes consideraciones (Ehab, Salem, Halem, & Yehia, 2014):

- Los cimientos se encontraron fijos al suelo permanentemente.
- Las secciones planas se mantuvieron planas; es decir, la geometría del edificio en el plano se mantuvo constante.
- La distancia de separación fue pequeña; por lo tanto, no se presentó el efecto *time lag*³ en la excitación del terremoto en los edificios adyacentes.

3.2.1.1. Distancia de separación entre edificios El valor de este parámetro fue calculado tomando el máximo desplazamiento entre dos edificios adyacentes de misma altura. Asimismo, la distancia mínima requerida fue calculada de la siguiente manera (Ehab, Salem, Halem, & Yehia, 2014):

$$\text{Distancia de separación} = \sqrt{(\Delta_1)^2 + (\Delta_2)^2} \quad (46)$$

Donde:

Δ_1 : desplazamiento máximo de uno de los edificios adyacentes.

Δ_2 : desplazamiento máximo del segundo edificio considerado a la misma altura.

Para los casos de pisos típicos, los autores recomendaron una reducción del 30% en la **ecuación 46** para el cálculo de la distancia de separación.

A su vez, se observó que fue conveniente investigar el efecto de golpeteo asumiendo distancias de separación más cortas que el valor calculado con la **ecuación 46**.

³ Hace referencia a la ausencia de alteraciones en la correlación y fase de vibración de las estructuras adyacentes (Jeng & Kasai, 1996).

3.2.1.2. Registro del movimiento sísmico

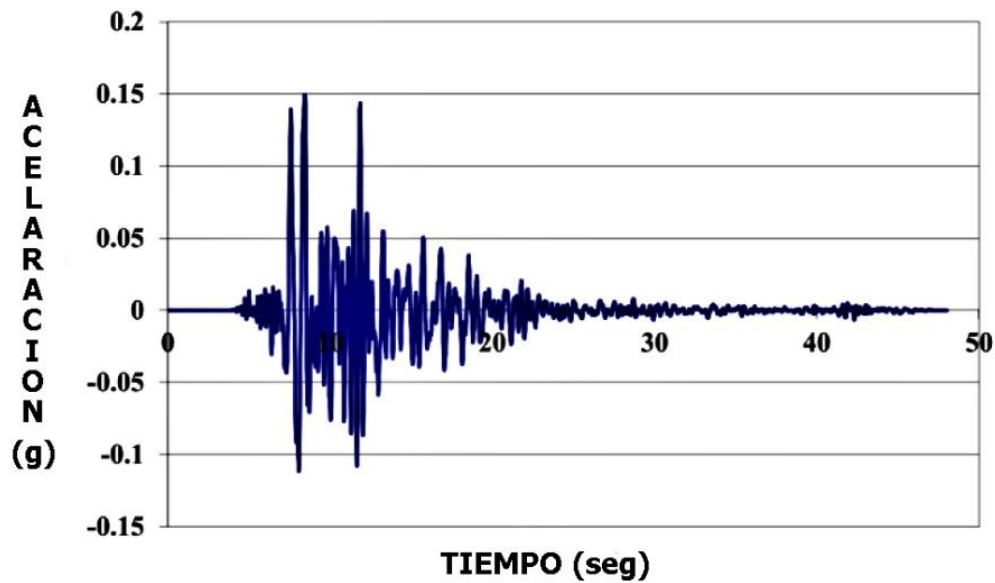


Figura 17. Terremoto normalizado de KOBE

Fuente: (Ehab, Salem, Halem, & Yehia, 2014)

Para esta investigación se tomó el registro de terremoto de KOBE (Japón, 1995), el cual es un registro que se encuentra normalizado a la zona de aceleración pico del suelo de El Cairo (0.15 g). Se usó el análisis de tiempo-historia. (Ehab, Salem, Halem, & Yehia, 2014)

3.2.2. Descripción y configuración del modelo numérico

Se consideraron seis edificios con diferente sistema estructural, tipo de carga y alturas del piso, diseñados como se muestra en la **Figura 18**. El código de práctica egipcio (ECP 203-2007) considera el 50% del valor de la carga viva, si esta iguala o excede los 0.5 t/m². Dentro de los sistemas estructurales resistentes a la carga lateral se encontraron dos tipos (Ehab, Salem, Halem, & Yehia, 2014):

(1) Sistema de pórtico resistente al momento, donde se tuvieron edificios de concreto armado de 12 pisos con diferentes cargas vivas y alturas de piso, creados para resistir cargas laterales entre columnas y vigas.

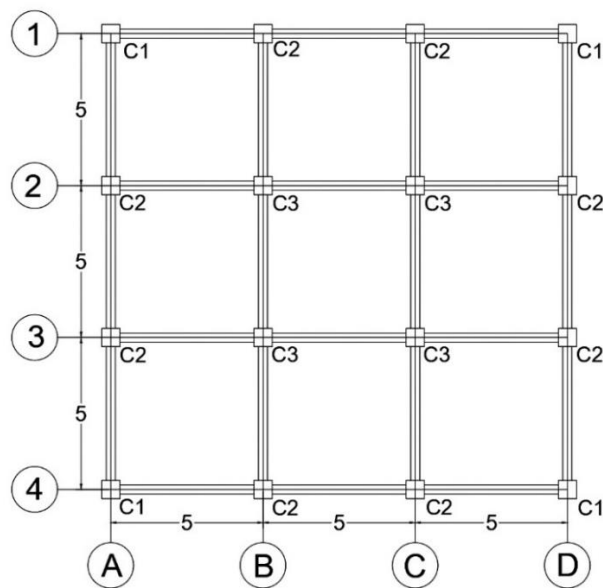
(2) Sistema de muros de corte (o placas), el cual se presentó en edificios de concreto armado de 12 pisos con diferentes cargas vivas y alturas de piso, diseñados para resistir cargas laterales mediante cuatro muros de cortes ubicados en los tramos centrales de cada lado exterior (**Ver Figura 18**)

La **Tabla 8** muestra una descripción detallada de los seis edificios.

Tabla 8. Descripción de los edificios

Nombre del edificio	Sistema estructural	Número de pisos	Altura de piso (m)	Carga viva (t/m^2)	Máximo desplazamiento (cm)
Edificio 1	Pórtico	12	3	0.2	8.8
Edificio 2	Pórtico	12	3	0.5	9.9
Edificio 3	Pórtico	12	1 piso = 4.5 m Pisos superiores = 3 m	0.2	14.7
Edificio 4	Pórtico	12	3	(1-3) = 0.4 (4-7) = 0.5 (8-12) = 0.2	9.5
Edificio 5	Muros de corte	12	3	0.2	13.5
Edificio 6	Muros de corte	12	3	0.5	15.1

Fuente: (Ehab, Salem, Halem, & Yehia, 2014)



(a)

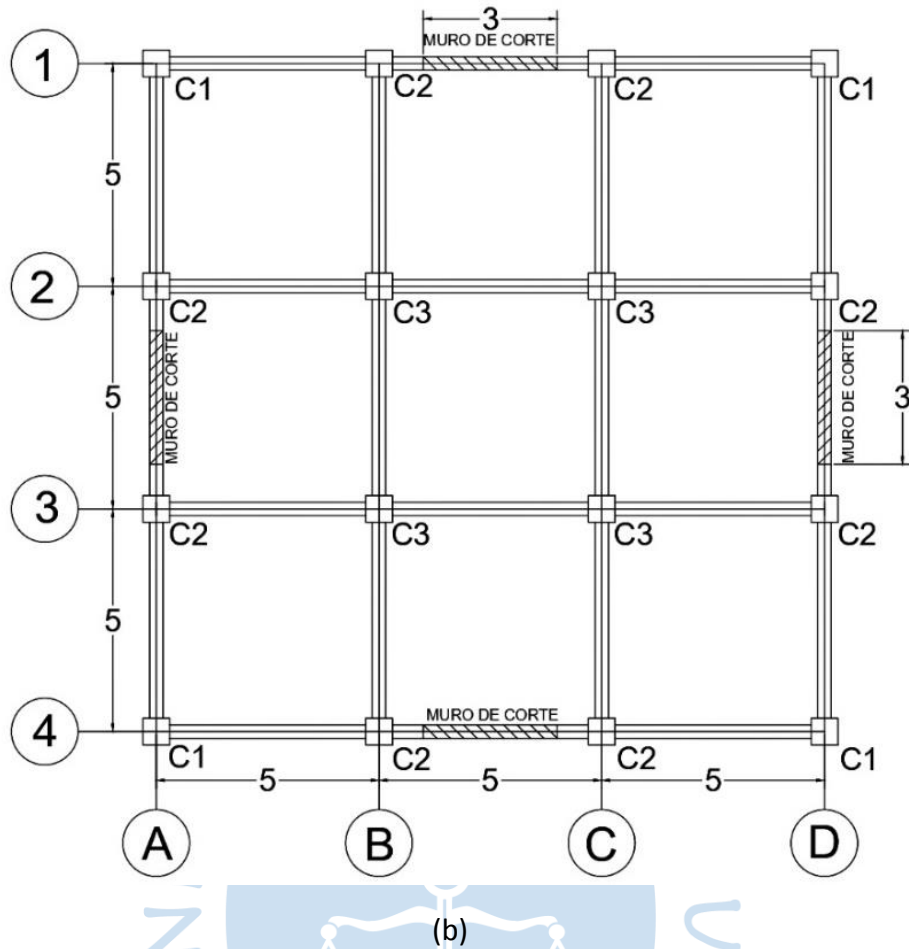


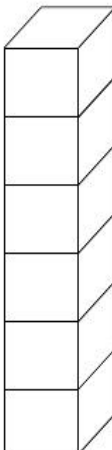
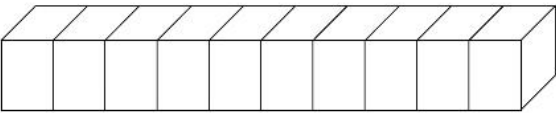
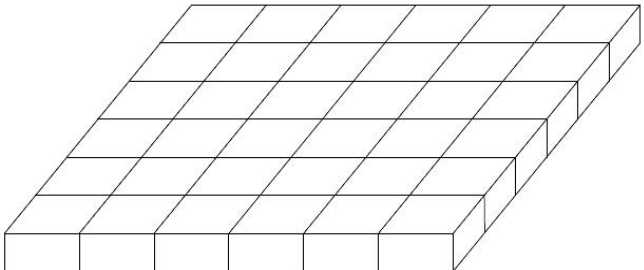
Figura 18. (a) Configuración de los edificios 1, 2, 3 y 4; (b) Configuración estructural de los edificios 5 y 6

Fuente: (Ehab, Salem, Halem, & Yehia, 2014)

De acuerdo con la opinión de un tesista de la Universidad de Piura, que se encuentra trabajando en el software ELS; considera que la discretización del mallado usado (ver **Tabla 9**) no fue la mejor opción. Es de conocimiento que, al tener mayor número de divisiones en cada elemento estructural, se asegura un resultado más preciso. Sin embargo, un número extremadamente alto de divisiones en el elemento generaría una sobrecarga en las iteraciones, aumentando el tiempo de corrida de la simulación.

Con lo anterior, se confirma el enfoque secundario del uso del AEM, puesto que no se buscó refinar el mallado de la simulación para obtener mejores resultados.

Tabla 9. Discretización del mallado para diferentes elementos estructurales

Elemento	Valor de mallado	Representación gráfica
Columnas	1x1x6 *Número de bloques: 6 *Número de superficies de contacto: 5	
Vigas	1x1x10 *Número de bloques: 10 *Número de superficies de contacto: 9	
Losas	6x6x1 *Número de bloques: 36 *Número de superficies de contacto: 60	

Fuente: Elaboración propia basada en (Ehab, Salem, Halem, & Yehia, 2014)

Posteriormente, se consideraron 6 combinaciones tomando en cuenta las características mencionadas anteriormente.

Tabla 10. Combinaciones de edificios para su estudio

Caso 1	Edificio 1 con edificio 2 (ambos son pórticos que tienen los mismos niveles de piso)
Caso 2	Edificio 5 con edificio 6 (ambos con muro de corte que tienen los mismos niveles de piso)
Caso 3	Edificio 1 con edificio 3 (ambos con pórticos que tienen diferentes niveles de piso)
Caso 4	Edificio 1 con edificio 4 (ambos son pórticos que tienen los mismos niveles de piso, pero diferentes masas de pisos)
Caso 5	Edificio 1 con edificio 5 (Pórticos y muros de corte que tienen los mismos niveles de piso)
Caso 6	Edificio 3 con edificio 5 (Pórticos y muros de corte que tienen diferentes niveles de piso)

Fuente: (Ehab, Salem, Halem, & Yehia, 2014)

Como se especificó, se utilizaron distintos tamaños de distancia de separación según el valor requerido por el código (menor o igual), para todos los casos estudiados.

Tabla 11. Distancias de separación indicadas para cada caso

Caso	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4	Caso 5	Caso 6
Valor especificado por el código (cm)	9.5	14.1	17	9	11.5	20
Distancias de separación (cm)	8	12	14	6	8	16
	6	10	12	4	4	12
	4	8	10	2	0.6	8
	2	6	8	0.6		4
	0.6	4	6			0.6
		2	4			
		0.6	2			
			0.6			

Fuente: (Ehab, Salem, Halem, & Yehia, 2014)

Conociendo las características y parámetros base del AEM (desarrollados en el capítulo 2) se procedió a la simulación de los casos descritos anteriormente. Cabe resaltar, que el trabajo de investigación no mostró las propiedades mecánicas aplicadas en la simulación.

A continuación, se explicarán los resultados obtenidos en el trabajo de investigación.

3.2.3. Análisis de Resultados

Como un ejemplo al lector, se detallará el análisis de resultados correspondiente al caso 1 expuesto en el caso de estudio. Consecutivamente, se desarrolló una comparación del comportamiento del golpeteo sísmico frente a los diferentes casos descritos anteriormente (Ver Tabla 10).

3.2.3.1. Resultados detallados para el caso 1

- **Número de golpes vs diferentes distancias de separación (0.6, 2, 4, 6, 8 cm)**

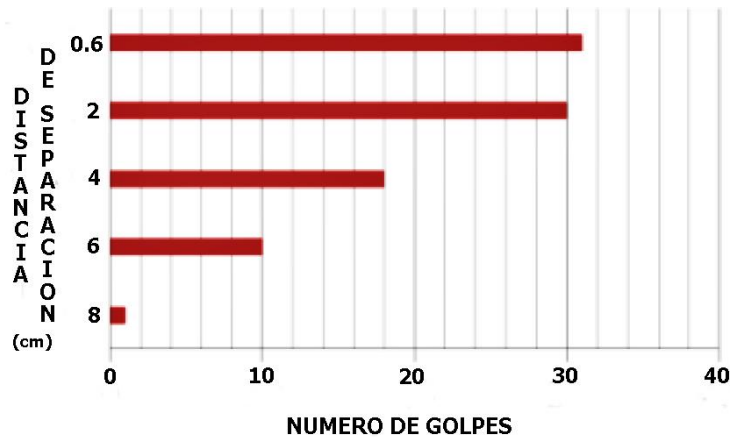


Figura 19. Número de golpes para diferentes distancias de separación

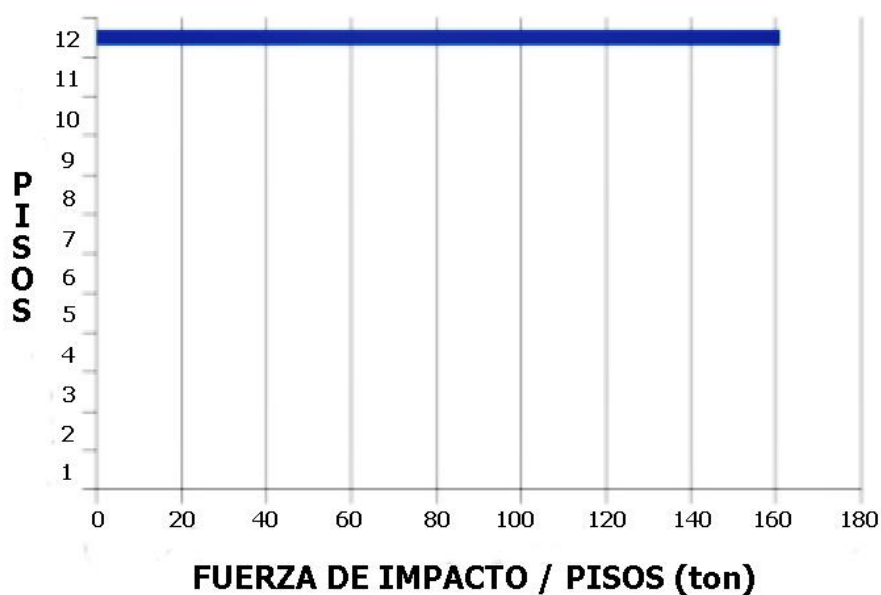
Fuente: (Ehab, Salem, Halem, & Yehia, 2014)

En la **Figura 19** se muestra el efecto de distancia de separación; el cual se observa que a mayor distancia de separación el número de golpes decrece significativamente.

Cabe acotar al lector, que la distancia de separación que se consideró en esta investigación para los seis casos descritos anteriormente no presentaría ningún impacto si se desarrollan manteniendo un distancia igual o menor que la limitación del Código de Práctica Egipcio. (Ehab, Salem, Halem, & Yehia, 2014)

- **Fuerza de impacto máxima por piso durante el terremoto aplicado para distancias de separación de 8,4, 0.6 cm**

DISTANCIA DE SEPARACION = 8 cm.



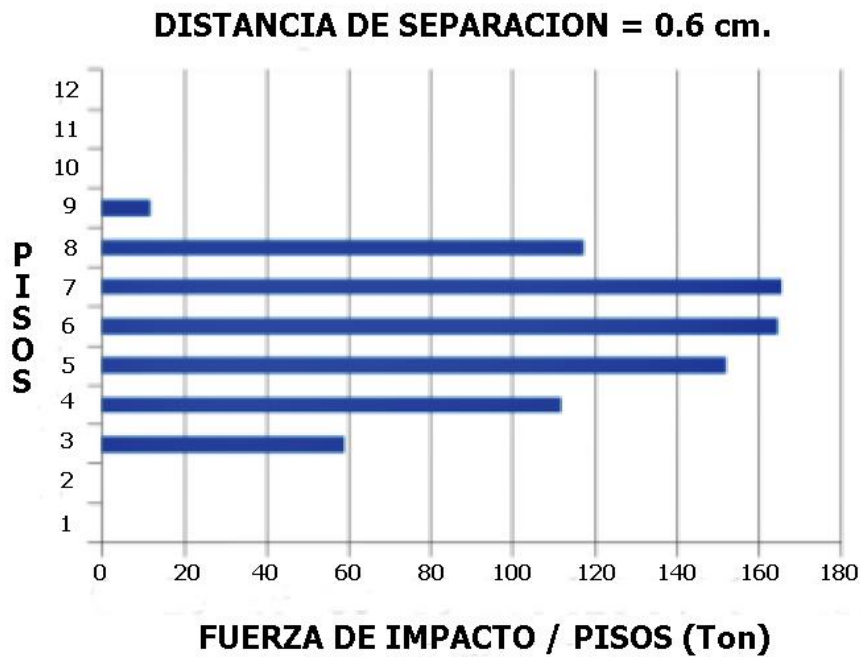
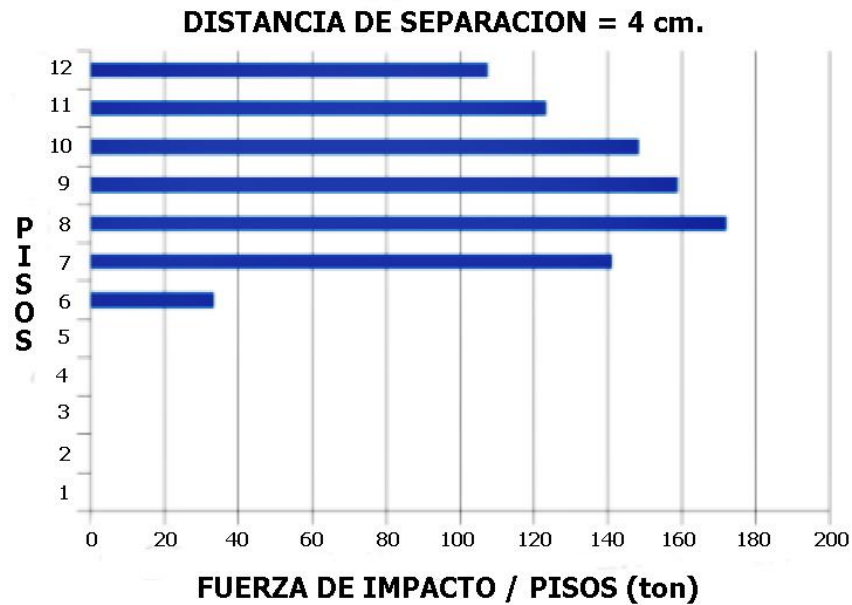


Figura 20. Fuerza de impacto por piso para diferentes distancias de separación

Fuente: (Ehab, Salem, Halem, & Yehia, 2014)

De acuerdo con la **Figura 20** se puede observar que la máxima fuerza de impacto por piso se mantuvo con el mismo valor máximo para las diferentes distancias de separación. Sin embargo, este valor no se ha mantenido en la misma ubicación en cada piso. (Ehab, Salem, Halem, & Yehia, 2014).

Básicamente, se pudo establecer que para casos cuya distancia de separación fue mayor o igual al límite del código, la máxima fuerza de impacto fue observada en los pisos superiores. En cambio, si la distancia de separación es menor al límite establecido por el

código, la máxima fuerza de impacto toma lugar en los pisos de en medio o inferiores. (Ehab, Salem, Halem, & Yehia, 2014).

- Fuerza de corte total en la base del edificio / Historia de la fuerza de impacto

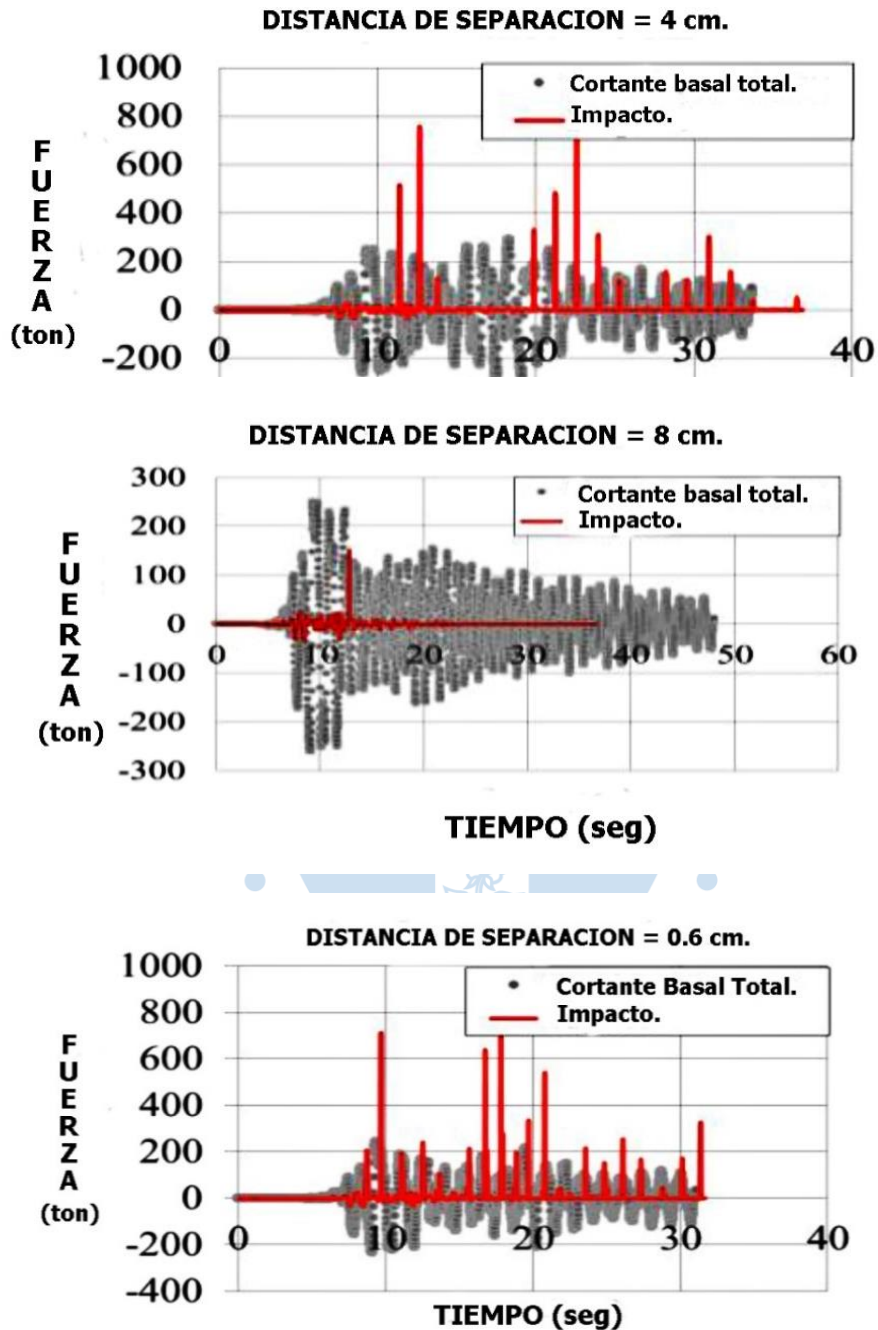


Figura 21. Historia de fuerza de impacto – caso 1

Fuente: (Ehab, Salem, Halem, & Yehia, 2014)

En la **Figura 21** se observa que la fuerza total de la cortante basal no genera un importante cambio en sus valores frente a las diferentes distancias de separación, esto nos

refleja que la fuerza de impacto no se transfiere a la cortante basal del edificio estudiado. (Ehab, Salem, Halem, & Yehia, 2014).

▪ **Historia del momento base frente al golpeteo sísmico**

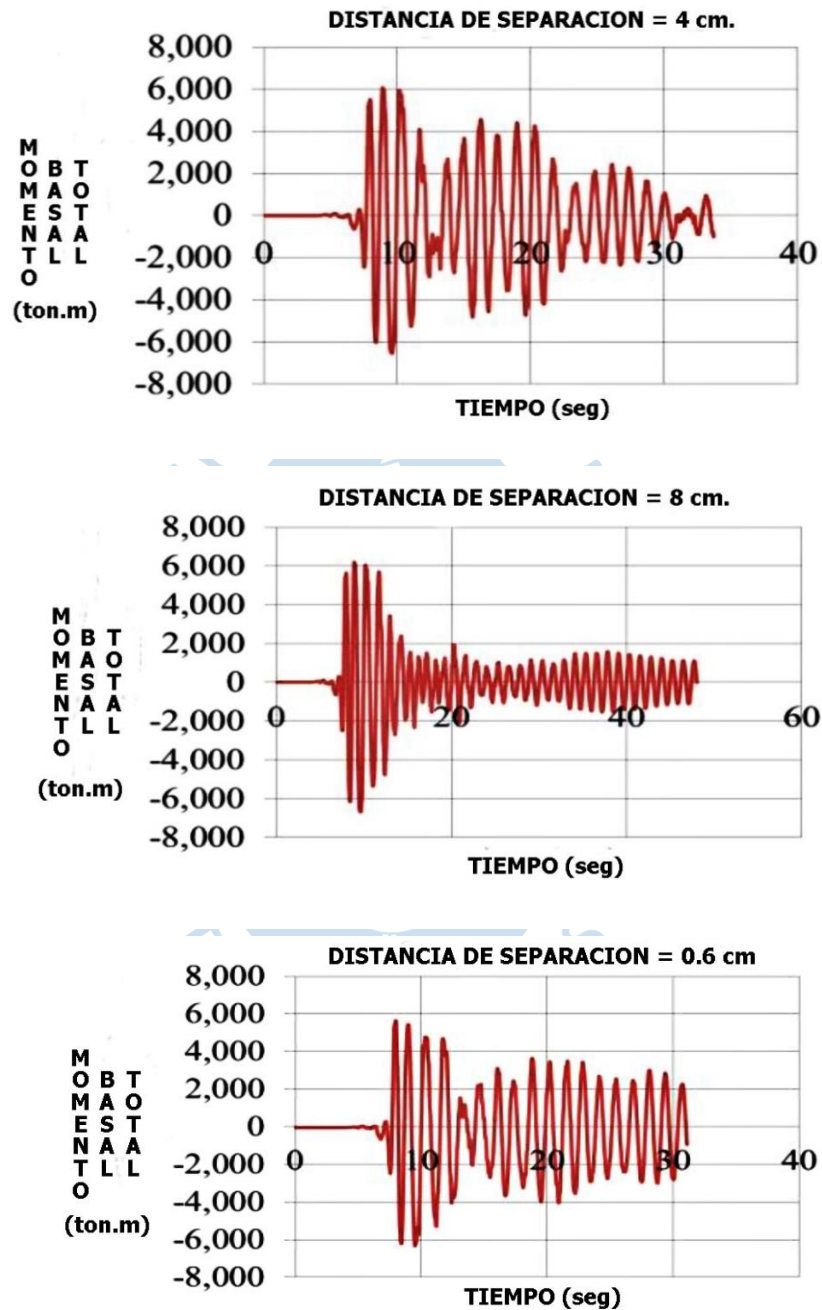


Figura 22. Historia del momento base - caso 1

Fuente: (Ehab, Salem, Halem, & Yehia, 2014)

En la **Figura 22** se muestra la historia del momento basal frente al golpeteo sísmico, donde se observó que conforme creció la distancia de separación entre edificios, el momento base frente al golpeteo sísmico cayó más rápidamente con el tiempo durante un terremoto.

Con lo anterior, los autores lograron afirmar que durante el golpeteo sísmico se retrasó la frecuencia que domina el registro de respuesta. (Ehab, Salem, Halem, & Yehia, 2014)

3.2.3.2. Comparación del comportamiento de los diferentes casos estudiados

- **Máxima fuerza de impacto frente a diferentes distancias de separación para todos los casos evaluados**

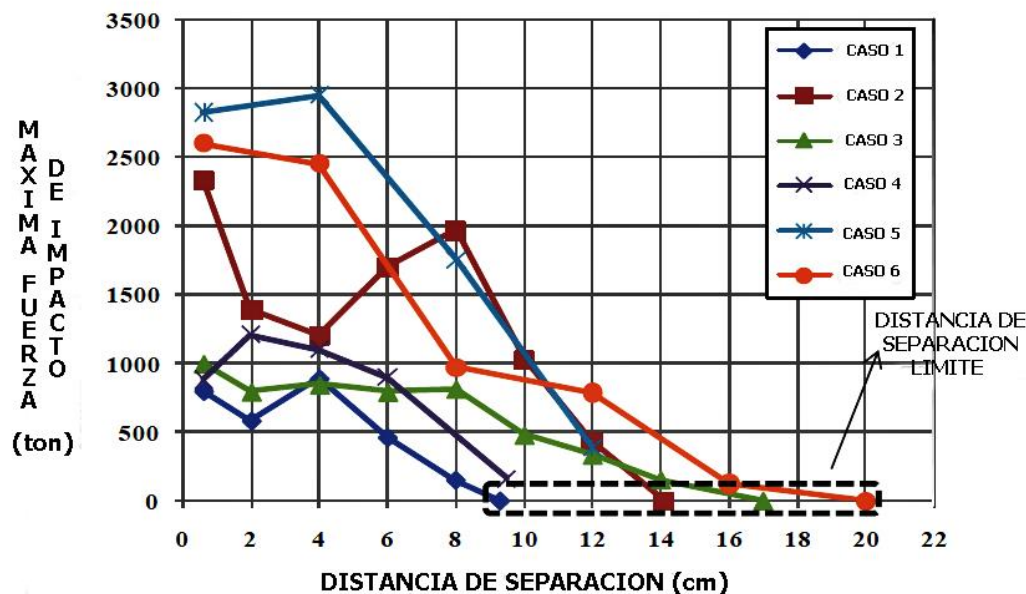


Figura 23. Máxima fuerza de impacto

Fuente: (Ehab, Salem, Halem, & Yehia, 2014)

De acuerdo con la **Figura 23**, se muestra la máxima fuerza de impacto a diferentes distancias de separación para los seis casos estudiados. Se observó que la máxima fuerza de impacto tendió a aumentar conforme la distancia de separación disminuía para todos los casos estudiados. (Ehab, Salem, Halem, & Yehia, 2014).

Asimismo, se observó que para los casos 1, 2, 3 y 6; el límite del código ECP fue suficiente para controlar la aparición de golpes. Sin embargo, para los casos 4 y 5 no logró ser suficiente el código ECP. (Ehab, Salem, Halem, & Yehia, 2014).

Con lo anterior, los autores concluyeron que el cálculo de la distancia de separación establecido por el código ECP no cumplió con lo esperado para todos los diferentes sistemas estructurales.

En los casos 1 y 2, los cuales presentaron características muy parecidas tanto en sus sistemas estructurales como en la cantidad de números de pisos, el valor de máxima fuerza de impacto cayó a una distancia de separación igual al 25% del valor límite establecido por el

código ECP. En cambio, para los casos 4 y 5, los cuales presentan diferentes características, presentaron una caída del 7% del valor de límite establecido por el código ECP. (Ehab, Salem, Halem, & Yehia, 2014).

- **Relación de la cortante basal para casos con golpeteo y casos que no presenten golpeteos**

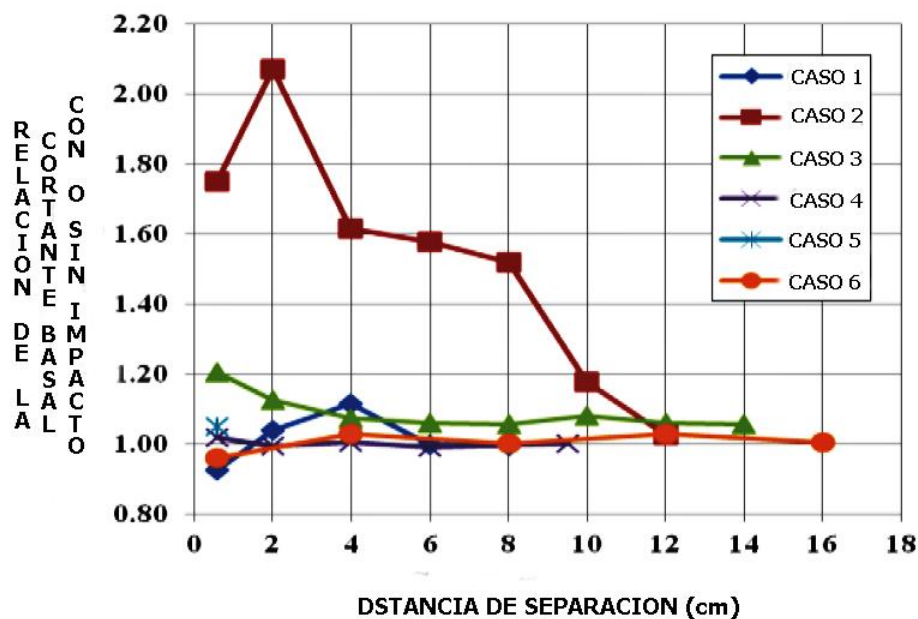


Figura 24. Relación de la cortante basal para distintas distancias de separación

Fuente: (Ehab, Salem, Halem, & Yehia, 2014)

De acuerdo con la **Figura 24** se observa que, en todos los casos estudiados, excepto en el caso 2, el porcentaje de aumento de la cortante basal se dio en un 10%. Con respecto al caso 2, se observó un aumento del 110% con respecto a la cortante basal. Esto se debe al hecho de que los edificios que comprenden el caso 2 son del tipo de muro de corte. A su vez, el desplazamiento máximo debido al terremoto tomó los valores más altos, tal como se muestra en la **Tabla 8**.

- Relación del momento base para casos con golpeteo y casos que no presenten golpeteos

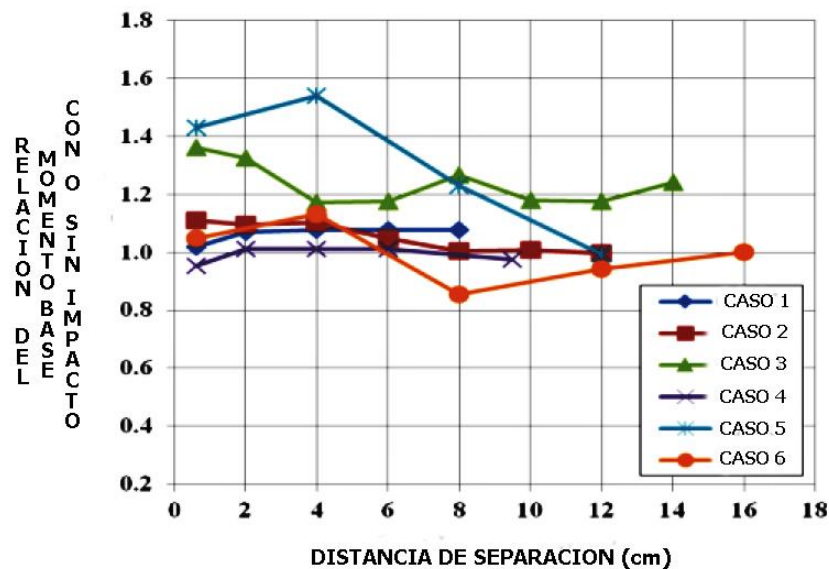
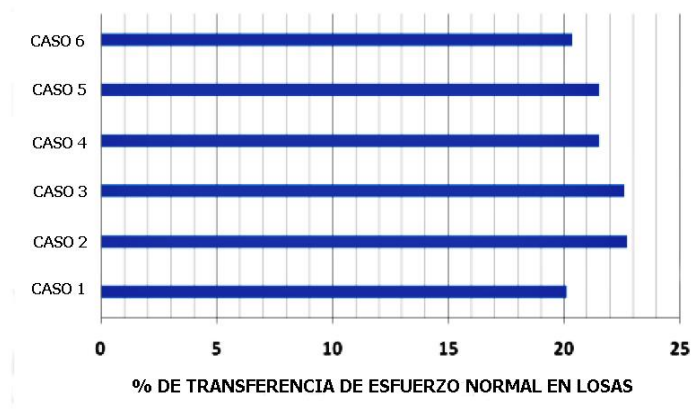


Figura 25. Relación del momento base para distintas distancias de separación

Fuente: (Ehab, Salem, Halem, & Yehia, 2014)

En la **Figura 25** se muestra la relación del momento base para diferentes distancias de separación, en donde se observó un aumento del momento basal en un promedio del 20% para todos los casos. A excepción del caso 5, que presentó un aumento en el 55% a una distancia de separación de 4 cm.

- Contribución de los elementos estructurales en las transferencias de fuerzas de impacto



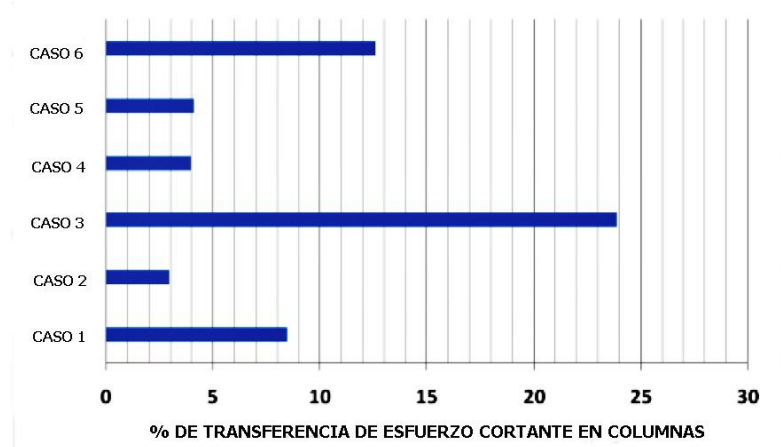


Figura 26. Porcentaje de transferencia de esfuerzo normal y cortante en losas y columnas

Fuente: (Ehab, Salem, Halem, & Yehia, 2014)

En la **Figura 26** se observa el porcentaje de transferencia de esfuerzo normal a las losas, así como el porcentaje de transferencia de esfuerzo cortante para las columnas.

Con respecto a las losas, se observó una contribución de esfuerzo normal alto debido a su rigidez plana axial elevada. Por otro lado, en las columnas, se mostró una transferencia de esfuerzos elevada a aquellos edificios que presentaron diferente número de pisos (caso 3 y caso 6) a diferencia de los casos de edificios con igual número de pisos. (Ehab, Salem, Halem, & Yehia, 2014)

Las transferencias de fuerzas internas a elementos estructurales se pueden observar en la **Tabla 12**, la cual se da a través de diferentes esfuerzos internos como fuerzas de corte y esfuerzos de torsión para las columnas o esfuerzos normales para las losas y vigas.

Tabla 12. Efecto del golpeteo sísmico para el caso 1

Elemento Estructural.	% Porcentaje de Fuerza de Impacto transferida.	% del aumento promedio de los esfuerzos internos debido al golpeteo.	Tipo de fuerza interna.
Losas	20.12	80.20 %	Normal.
Vigas	27.3	-126.80 %	Normal.
Columnas	8.43	-106 %	Cortante.

Fuente: (Ehab, Salem, Halem, & Yehia, 2014)

Cabe resaltar al lector, que en los casos cuyos edificios no presentaron igual altura de piso (caso 3 y 6), se reflejaría un golpeteo entre losas y en la parte central de las columnas de

los edificios adyacentes generando una transferencia adicional de esfuerzos cortantes en las columnas impactadas (**Ver Figura 27**).

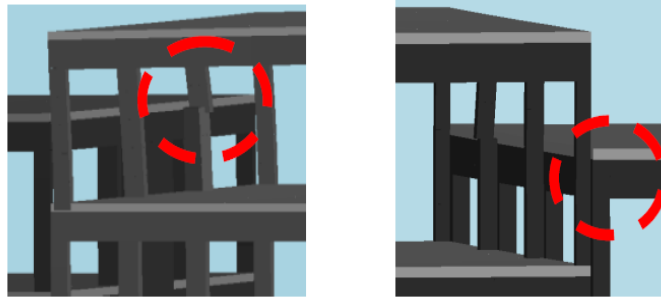


Figura 27. Daños locales en las columnas del último piso

Fuente: (Ehab, Salem, Halem, & Yehia, 2014)





Conclusiones

- La importancia de incorporar el comportamiento inelástico de las estructuras en la simulación del fenómeno de golpeteo sísmico en el Perú es debido al alto porcentaje de edificaciones informales. Esto se evidencia en el incumplimiento de la distancia mínima de separación dada por la norma E-030.
- Por otro lado, la fórmula para el diseño de juntas de separación presentada por la norma E-030 es una simplificación, puesto que la norma calcula los desplazamientos considerando secciones de los elementos sin fisurar. Esto en la realidad no se da de ese modo ya que, en ambas estructuras, los elementos estructurales se fisuran y reducen su rigidez.
- En el primer artículo encontrado, la respuesta del efecto de golpeteo sísmico en el rango elástico tiende a sobreestimarse con respecto a la del rango inelástico. Esto resulta en un gradiente de fuerza de impacto y aceleración considerable. Sin embargo, en la realidad existe una gran variedad de combinaciones en las propiedades mecánicas y dinámicas de los edificios adyacentes a analizar, por lo que no se puede generalizar un mismo comportamiento.
- En el golpeteo sísmico se generan algunos aplastamientos entre los elementos estructurales, que conllevan a la pérdida progresiva de material. Un software de elementos finitos requerirá de procesos complementarios muy complejos para simular estas consecuencias. Sin embargo, el AEM logra su representación de la manera mas cercana a la realidad, resaltando el interés de estudio en este método.
- Los modelos de Maekawa y Menegotto-Pinto definen el comportamiento cíclico tanto del concreto como del acero con ciclos de carga, descarga y recarga. Esto nos ayuda a identificar cuando la estructura incursiona en el régimen inelástico.
- El modelo de Menegotto-Pinto es una variable importante para el AEM debido a su simplicidad conceptual y a la eficiencia que ofrece para simular la respuesta cíclica del acero. En numerosos estudios ha demostrado que los resultados obtenidos encajan con los resultados experimentales de ensayos cíclicos en barras de acero de refuerzo.
- El modelo de Maekawa utiliza parámetros que garantizan la representación de la extensión del daño interno del concreto, siendo un factor primordial para el AEM al evaluar el inicio de propagación de grietas.

- En referencia al artículo encontrado en el capítulo 3, los autores no observaron golpeteo sísmico en los edificios adyacentes que presentan igual carga, mismo sistema estructural e igualdad en sus niveles de piso, debido a que ocurre una misma oscilación y modo de vibrar.
- Por el contrario, los autores observaron fuerzas laterales externas adicionales debido al fenómeno de golpeteo sísmico en edificios adyacentes con distintas propiedades y características. Esto ocasiona una variación en el modo de vibrar de los edificios golpeados.
- En relación con el artículo revisado en el capítulo 3, los autores registraron que la distribución de fuerzas de impacto genera una transferencia de tensiones internas normales y de corte a los diferentes miembros estructurales.
- De acuerdo con el artículo revisado en el capítulo 3, los autores observaron que para los casos en cuyos edificios no presenten igual altura de piso, se reflejará un golpeteo entre losas y en la parte central de las columnas entre los edificios adyacentes. Esto genera una transferencia adicional de esfuerzos cortantes en las columnas impactadas. En consecuencia, se produce un aumento en la probabilidad de colapso de los edificios.
- Uno de los inconvenientes que se tuvo para realizar este trabajo de investigación fue el bajo acceso a una amplia base de datos puesto que aún no existe suficiente información latinoamericana sobre el tema. Asimismo, la información obtenida fue muy básica. Es por ello que, se recomienda a futuros investigadores mayor interés por el tema.

Referencias bibliográficas

- Applied Science International, L. (2018). *Extreme Loading® for Structures Theoretical Manual*. Applied Science International, LLC.
- Bazán, E. y. (2002). *Diseño sísmico de edificios*. Limusa, México DF.
- Castillo Moscoso, S. J., & Flores Hernández, J. H. (15 de Octubre de 2019). Análisis de la interacción entre estructuras adyacentes de concreto armado de 5 y 12 pisos sin una adecuada junta de separación sísmica en la ciudad de Lima . Lima, Lima, Perú: UNIVERSIDAD PERUANA DE CIENCIAS APLICADAS.
- Din, H. T., & Rahman, N. (2006). The Applied Element Method. *Structure Magazine*, pp. 30-33.
- Hoehler, M. (2002). Formulation and Implementation of the Menegotto-Pinto Cyclic Steel Model for the Finite Element Program MASA.
- Jeng, V., & Kasai, K. (1996). Spectral Relative Motion of two Structures. *Journal of Structural Engineering*, 122:1128-1135.
- K. Maekawa, A. P. (2003). *Nonlinear Mechanics of Reinforced Concrete*. USA & Canada: Spon Press.
- K. Meguro, & H.-D. (2002). AEM Used for Large Displacement Structure Analysis . *Journal of Natural Disaster Science* 24(1), 25-34.
- M. Ehab, H. S. (2014). Earthquake Pounding Effect on Adjacent Reinforced Concrete Buildings. *International Journal of Computer Applications*, 1-8.
- Menegotto, M., & Pinto, P. (1973). Method of Analysis for Cyclically Loaded R.C. Plane Frames Including Changes in Geometry and Non-Elastic Behavior of Elements under Combined Normal Force and Bending.
- Otazzi, G. (2006). *Diseño en Concreto Armado*. Lima: ACI.
- Pantilides, C., & Ma, X. (1997). Linear and Nonlinear pounding of structural systems. *Computers & Structures* Vol. 66. No. 1, pp. 79-92, 1998.
- Pillai, U. (1988). *Reinforced Concrete Design*. McGraw Hills.

- S. Mahmoud, & R. (2009). Elastic and Inelastic Multi-Storey Buildings Under Earthquake Excitation with the Effect of Pounding. *Journal of Applied Sciences* 9(18), 3250-3262.
- Tagel-Din, H. (2009). *High Fidelity Modeling of Building Collapse* . USA: Applied Science International, LLC.

