



UNIVERSIDAD
DE PIURA

REPOSITORIO INSTITUCIONAL
PIRHUA

ANÁLISIS DE FATIGA EN PIEZAS MECÁNICAS USANDO EL MÉTODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS

Pierre Francisco García Lazo

Piura, 30 de Marzo de 2009

FACULTAD DE INGENIERÍA

Área Departamental de Ingeniería Mecánico-Eléctrica

Marzo 2009



Esta obra está bajo una [licencia Creative Commons Atribución-NoComercial-SinDerivadas 2.5 Perú](#)

Repositorio institucional PIRHUA – Universidad de Piura

UNIVERSIDAD DE PIURA
FACULTAD DE INGENIERÍA



“Análisis de fatiga en piezas mecánicas usando el método de los elementos finitos”

Tesis para optar el título de
Ingeniero Mecánico Eléctrico

Pierre Francisco García Lazo

Asesor:

Ing. Jorge Machacuay

Piura, Febrero 2009

DEDICATORIA

“A mis padres y hermana.
Por su constante e incansable apoyo”.

PRÓLOGO

Este trabajo de investigación ha sido desarrollado con el fin de brindar soluciones y un mayor acercamiento al tratamiento de un fenómeno que afecta a la mayoría de los componentes mecánicos que están sometidos a esfuerzos alternantes.

Es importante porque se ofrecen herramientas de estudio analíticas o convencionales de la mano de herramientas informáticas actuales como lo es el *Cosmos* del *Solid Works*.

El aporte que pretende brindar esta tesis es la de una plataforma básica pero robusta en el estudio de este fenómeno del cual se tiene gran incertidumbre aun hoy en día. En este sentido, se busca afianzar los conocimientos que se tienen acerca de este fenómeno para realizar diseños de mayor confianza y durabilidad.

Me siento complacido y agradecido por los aportes brindados por el Ing. Jorge Machacuay y el Dr. Danny Yong Ayón quienes me proporcionaron las pautas para desarrollar el presente trabajo.

RESUMEN

La presente tesis es una introducción al análisis de fatiga sobre elementos mecánicos donde se expone de manera sencilla los métodos más usados de estudio. Se acompañan los métodos analíticos con los estudios disponibles de un software basado en el método de los elementos finitos (EF).

En este trabajo se recogen los conceptos y métodos de análisis a fatiga para elementos mecánicos, con especial atención al diseño de ejes debido a que son los elementos más comúnmente usados.

Se realiza una introducción y guía del análisis de fatiga con el software *Cosmos* del *Solid Works* donde se mencionan sus ventajas, desventajas y cómo superar algunos de los problemas más generales que se puedan presentar en cuanto al manejo e interpretación de sus datos de ingreso y de sus resultados.

Para ejemplificar los conceptos vertidos en el desarrollo de la tesis, se realizó un caso de estudio real donde se recogen y se exponen otros conceptos útiles para un diseño de ejes preliminar.

INDICE GENERAL

Introducción

Capítulo I: Conceptos generales

1.1.	Concepto	2
1.2.	Cargas que originan fatiga	3
1.2.1	Otras formas de carga	4
1.2.1.1	Esfuerzo medio nulo	4
1.2.1.2	Esfuerzos de compresión	6
1.2.1.3	Torsión	7
1.2.1.4	Concentración de esfuerzos	7
1.3	Naturaleza estadística de la fatiga	9
1.4	Factores que afectan a la fatiga	11
a)	Esfuerzo aplicado	11
b)	Estado superficial de la pieza	11
c)	El material	12
d)	Concentración de esfuerzos	12
e)	Tamaño	12
f)	Temperatura	12
g)	Rapidez de ciclado	12
h)	Subtensionado (<i>understressing</i>)	13
1.5	Desarrollo de la grieta	13
1.5.1	Etapas I: origen de la fisura	14
1.5.1.1	Proceso de formación de grieta	15
1.5.2	Etapas II: Propagación de la fisura	18
1.5.4	Etapas III: Rotura	22
1.6	Proceso que ocurre en los metales bajo fatiga simple	24
1.6.1	Zona lisa	24
a)	Marcas de playa	24
b)	Líneas radiales	24
1.6.2	Zona rugosa	24
1.7	Parámetros característicos	25
1)	Solicitación	25
2)	Ciclos	26
3)	Esfuerzo máximo	27
4)	Esfuerzo mínimo	27
5)	Esfuerzo medio	27
6)	Esfuerzo alternante	27
7)	Rango de esfuerzo	27
8)	Relación de esfuerzos	27
9)	Ciclos de aguante	27
10)	Vida a la fatiga	27
11)	Vida a la fatiga para un p (%) supervivencia	27
12)	Vida media en fatiga	27
13)	Resistencia a la fatiga	27

	14) Límite de fatiga	28
1.8	Diagrama esfuerzo vs. Numero de ciclos	28
1.9	Curvas de Wohler	29
1.10	Ensayo de viga rotatoria	31
1.11	Resistencia a la fatiga y limite de resistencia a la fatiga.....	31
1.12	Coefficientes modificativos del límite de fatiga.....	32
	1.12.1 Factor de acabado superficial.....	33
	1.12.2 Factor de dimensiones o geometría.....	33
	1.12.3 Factor de forma de trabajo	34
	1.12.4 Factor de confiabilidad	34
	1.12.5 Factor de tratamientos mecánicos.....	35
	1.12.6 Factor de <i>fretting</i>	36
	1.12.7 Factor de choque	36
	1.12.8 Factor de temperatura	37
	1.12.9 Factor de soldadura	37
	1.12.10Factor por efectos diversos	38
	1.12.10.1Proceso de manufactura	38
	1.12.10.2 Los esfuerzos residuales	38
	1.12.10.3 El recubrimiento	39
	1.12.10.4 Corrosión	39
1.13	Fatiga con esfuerzo medio distinto de cero	39
	1.13.1 Criterios para el diagrama de Haigh en materiales dúctiles.....	40
	1.13.2 Criterios para el diagrama de Haigh en materiales frágiles.....	43
	1.13.2 Diagrama de Goodman modificado	44
1.14	Daño por fatiga	45
	1.14.1 Daño acumulativo	46
	1.14.2 Obtención de esfuerzos equivalentes	48
	1.14.3 Regla de Palmgrem-Miner	49
	1.14.3.1 Reducción de máximos y mínimos.....	49
	1.14.3.2 Cómputo de ciclos	51
	1.14.3.3 Estimación de vida a la fatiga	54
1.15	Criterios de diseño	57
	1.15.1 Falla segura (<i>Safe-fail</i>)	58
	1.15.2 Vida asegurada (<i>Safe life</i>)	58
1.16	Detección y vigilancia de fallas	58
1.17	Prevención, mantenimiento y normas de diseño básicas.....	58

Capítulo II: Diseño de ejes a fatiga

2.1	Introducción	60
2.2	Teorías de falla para materiales dúctiles	63
	2.2.1 Teoría del esfuerzo cortante máximo.....	63
	2.2.2 Teoría de la energía de distorsión máxima.....	64
2.3	Procedimiento de diseño de ejes	66
2.4	Criterios para esfuerzos medios no nulos en diseño de ejes.....	69
2.5	Análisis de fatiga con esfuerzos multiaxiales.....	69
2.6	Selección del material	78
2.7	Relación entre esfuerzos residuales y manufactura	80

Capítulo III: Conceptos generales del MEF

3.1	Orígenes	82
3.2	Conceptos generales	88
3.3	Terminología de los grados de libertad	91
3.4	Idealización	93
3.4.1	Modelos	93
3.4.2	Modelos matemáticos	93
3.5	Fatiga con el <i>Cosmos</i> del <i>Solid Works</i>	95

Capítulo IV: Análisis de fatiga con software de EF

4.1	Parámetros básicos del <i>Cosmos</i>	96
4.1.1	Límite de fatiga	96
4.1.2	Esfuerzo de fatiga	96
4.1.3	Vida a la fatiga	96
4.1.4	Eventos de fatiga	97
4.1.4.1	Parámetros de ingreso	97
4.1.5	Evento simple en base a múltiples estudios	102
4.1.6	Eventos múltiples	102
4.2	Requisitos del <i>Cosmos</i> para un análisis de fatiga	102
4.3	Resultados del análisis de fatiga	102
4.3.1	Factor de daño	104
4.3.2	Factor de seguridad	105
4.3.3	Vida a la fatiga	105
4.3.4	Factor de biaxialidad	106
4.4	Tipos de mallado en el <i>Cosmos</i>	107
4.4.1	Mallado sólido	107
4.4.2	Mallado tipo cascarón con superficies medias	107
4.4.3	Mallado tipo cascarón con superficies	108
4.4.4	Mallado mixto	108
4.5	Daño acumulativo en el <i>Cosmos</i>	108
4.6	Definición de curvas S-N en el <i>Cosmos</i>	110
4.7	Opciones del estudio de fatiga	110
4.7.1	Interacciones entre eventos	110
4.7.1.1	Aleatoria	111
4.7.1.1	Sin interacción	111
4.7.2	Herramientas de manejo de amplitud	111
4.7.2.1	Conteo con <i>Rainflow</i>	111
4.7.2.1	Filtro de ciclos de carga	111
4.7.3	Cálculo de los esfuerzos alternantes	111
4.7.3.1	Por intensidad de esfuerzo	112
4.7.3.1	Por intensidad equivalente	112
4.7.3.1	Por esfuerzo máximo absoluto	112
4.7.4	Corrección del esfuerzo medio	112
4.7.5	Cálculo en los cascarones	113
4.7.6	Interpolación en la curva S-N	113
4.7.6.1	Logarítmica	113

	4.7.6.2 Semi logarítmica	114
	4.7.6.3 Linear	114
	4.7.7 Factor de reducción del límite de fatiga	115
	4.7.8 Vida infinita	115
	4.7.9 Almacenamiento de resultados.....	115
4.8	Caso 1: gancho	116
	4.8.1 Explicación de la regla de Miner.....	122
	4.8.2 Influencia del factor global de reducción a la fatiga.....	126
	4.8.2.1 Sobre el daño acumulativo.....	126
	4.8.2.2 Sobre la vida total.....	128
	4.8.2.3 Sobre el factor de seguridad.....	129
	4.8.3 Influencia de los esfuerzos medios no nulos.....	131
	4.8.4 Definición de eventos con amplitud variable.....	133
4.8	Caso 2: Eje de transmisión	137

Capítulo V: Caso de análisis

5.1	Antecedentes	148
5.2	Análisis de soportes y restricciones	152
5.3	Imposición de cargas	153
5.4	Propiedades de los materiales	153
5.5	Análisis del eje	154
	5.5.1 Estado actual de la junta	166
	5.5.2 Verificación del diseño del eje.....	172
	5.5.2.1 Cálculos generales.....	172
	5.5.2.2 Cálculo de S_e y esfuerzos.....	173
	5.5.2.3 Método analítico.....	175
	5.5.2.1 Método gráfico.....	176
5.5	Diseño de pernos	177

Conclusiones	181
---------------------------	-----

Anexos

Anexo A

Casos de estudio capítulo IV

- P-1: Gancho. Vistas estándar y de detalle del croquis
- P-2: Eje de transmisión. Vistas estándar y de detalle

Anexo B

Caso de estudio capítulo V

- P-3: Acople de eje generador. Vistas estándar y de detalle
- P-4: Método gráfico: Diagrama de Soderberg

Bibliografía

Introducción

Durante el siglo XIX surgieron las primeras sospechas acerca de este inquietante fenómeno. El primer estudio sobre la fatiga se realizó sobre materiales metálicos alrededor del año 1829 en Alemania, después de observar el fallo en cadena de estructuras de soporte en minas, sometidas a cargas que usualmente eran consideradas seguras. Esta situación despertó el interés por el estudio de piezas sometidas a cargas cíclicas a lo largo de los años siguientes.

En los años siguientes se desarrollaron conceptos que priman hasta el día de hoy y que se han fusionado a las herramientas informáticas actuales. Esta fusión, ha hecho que los estudios preliminares estén cobrando día a día más exactitud e importancia en los estudios preliminares como parte de una cultura de predicción de fallas.

En el capítulo I, se realiza una recopilación bastante general de los conceptos más importantes y la teoría necesaria y a tener en cuenta para el estudio de cualquier estudio de fatiga. En el segundo capítulo se desarrolla de manera resumida y sencilla el diseño los elementos mecánicos más usados y presentes en casi todo tipo de maquinaria; los ejes de transmisión de potencia.

En el tercer capítulo en complementación y en miras a realizar estudios en base a una plataforma informática se realiza una introducción al proceso de estudio de casos en un software de elementos finitos. El cuarto capítulo es una guía de manejo en el que se incluyen consideraciones, ejemplos y pautas para el desarrollo de estudios a fatiga con una de las herramientas informáticas modernas con que se cuentan hoy, el *Cosmos* del *Solid Works*.

Finalmente, el quinto capítulo presenta un caso de estudio real. Los datos fueron recopilados con la ayuda del laboratorio de diseño de la UDEP y de una empresa del medio energético. En él se aplican algunos de los conceptos brindados a lo largo de toda la tesis y algunos más que se consideraron pertinentes y necesarios para el estudio de ese caso en particular.

Capítulo I

Conceptos generales

1.1 Concepto

Las cargas cuyas amplitudes son variables a lo largo del tiempo, producen sobre las estructuras una rotura a valores de esfuerzos inferiores a los producidos por cargas de amplitud constante. A este fenómeno se le denomina fatiga y es definido de un modo más general por las normativas ASTM como *“el proceso de cambio estructural permanente, progresivo y localizado que ocurre en un punto del material sujeto a esfuerzos y deformaciones de amplitudes variables y que produce grietas que conducen a una fractura total luego de un cierto número de ciclos”*.

La fatiga es la causante de la mayor parte de la roturas de las piezas en servicio, tanto en los mecanismos actuantes en estructuras aeronáuticas, navales y automovilísticas, como en las estructuras civiles de puentes, etc.

El estudio de la fatiga exige comprender que no es un fenómeno asociado al concepto clásico de la plasticidad y/o daño y que la rotura se produce bajo cargas que están aún en el periodo elástico del comportamiento del material. Lo que en realidad se produce es una pérdida de resistencia en función del número de ciclos que induce a un posterior rebase de la resistencia máxima, provocando un problema de plasticidad y/o daño secundario.

Si bien la fatiga se desarrolla en todos los materiales (incluyendo metales, plásticos, gomas, concreto, etc.), nuestro estudio y la teoría a desarrollar se concentrará en metales, tales como aceros o aleaciones, aunque se sabe que se está haciendo cada vez más necesario conocer el comportamiento de plásticos, polímeros o materiales compuestos resistentes a la fatiga. Esto dado que en el diseño mecánico actual se requieren cada vez más de materiales más livianos y más resistentes que optimicen las estructuras. Los mecanismos involucrados en la producción de fatiga pueden diferir dependiendo de los diversos materiales.

Las roturas por fatiga son especialmente peligrosas por que no suelen presentar indicios de fallo inminente, sino que este se produce de modo repentino y sin observar deformaciones plásticas de conjunto pero sí grietas. Se trata pues de roturas instantáneas

que se caracterizan por presentar zonas bien diferenciadas: una de textura lisa con marcas de playa y otra de textura gruesa rugosa más brillante que es donde se localiza la rotura final al rebasar la resistencia máxima disminuida por el fenómeno de fatiga (puede ser dúctil o frágil).

La acción de la fatiga se puede observar en diferentes piezas, pero sobretodo en partes móviles como son: componentes de maquinas rotativas (están sujetos a esfuerzos alternos); resortes (son deformados en cantidades variables); alas de aeronaves (están sometidas a cargas repetidas de ráfagas); neumáticos (son deformados repetidamente con cada revolución de la rueda); etc. y afecta desde juguetes para niños hasta transbordadores espaciales. Se ha prestado poca atención al efecto de la fatiga sobre materiales frágiles ya que estos, aún bajo cargas constantes, presentan daños similares al de fatiga (por efecto de inhomogeneidades).

También se tiene que considerar que normalmente la fatiga no sobreviene sola y que siempre esta acompañada de otros efectos mecánicos que en un principio pueden parecer secundarios, pero al final se tornan determinantes en la vida de las piezas.

Debemos recordar que la fatiga de materiales es primariamente un efecto de la repetición de sollicitaciones y no un efecto del tiempo (como el Creep); hay que tener muy presente también que la fatiga no es un efecto dinámico: la tasa de aplicación de carga no es comúnmente un factor a tomar en cuenta en la fatiga. Si sucediera que la carga se aplica tan rápido como para producir un efecto dinámico, este efecto es separado y distinto del efecto de repetición de la carga.

1.2 Cargas que originan fatiga

El tipo más simple: de carga repetida es un esfuerzo alternante (los esfuerzos de flexión en un eje rotativo varían de esta manera). La amplitud de esfuerzo es igual al esfuerzo máximo, y el esfuerzo medio o promedio es nulo.

Una pieza que es deformada alternativamente sobre cada lado de su configuración de equilibrio, está también sujeta a un esfuerzo simple alternante. Si la pieza lleva además una carga constante (como el peso de una máquina), el esfuerzo alternante se superpone a un esfuerzo medio que resulta de la carga constante. El esfuerzo medio ya no es cero, es igual al valor del esfuerzo constante; el esfuerzo máximo es igual al valor de la suma del esfuerzo medio y el esfuerzo alternante.

Las variaciones sinusoidales simples de esfuerzo como las descritas ocurren en muchas partes de máquinas rotativas. Sin embargo, hay numerosos otros ejemplos de cargas de fatiga en que la variación está lejos de ser regular, como por ejemplo el eje de transmisión de un auto donde la variación de esfuerzos de flexión y cortantes durante su funcionamiento es aleatorio. Cuando la variación de esfuerzos es irregular, el espectro real de cargas es de poco uso en el diseño para la fatiga y debe reducirse a algo más simple.

El procedimiento usual es separar el espectro de carga en varios grupos de oscilaciones simples, y cada grupo que representa el número de oscilaciones reales debe ser de aproximadamente el mismo esfuerzo alternante y esfuerzo medio. La figura N° 1.1 es un ejemplo de espectro real de carga de una aeronave registrado por un

acelerómetro y una versión simplificada consiste de varios grupos de oscilaciones sinusoidales.

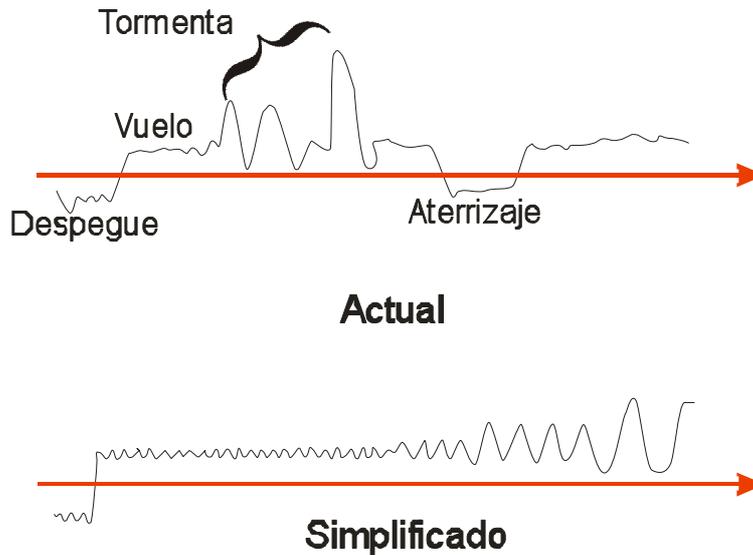


Figura N°1.1.- Espectro de carga de una carga de un avión. Real y simplificado

1.2.1 Otras formas de carga

El caso de esfuerzos uniaxiales que alternan entre tracción y compresión con esfuerzo medio nulo es uno de los casos más sencillo de fatiga pero existen una infinidad de estados de carga que originan fatiga. Entre los más básicos e importantes están:

1.2.1.1 Esfuerzo medio nulo ($\sigma_m = 0$).- Ocurre con cierta frecuencia que a un esfuerzo medio se le superpone un esfuerzo alternante de cierta amplitud (σ_a). En este caso, es necesario especificar dos variables independientes: σ_m y σ_a , σ_m y σ_{max} , σ_{max} y σ_{min} , σ_{max} y R , etc. Las propiedades de fatiga también deben especificarse en una manera similar. La figura 1.2 muestra algunas familias de curvas S-N para diversas condiciones de carga.

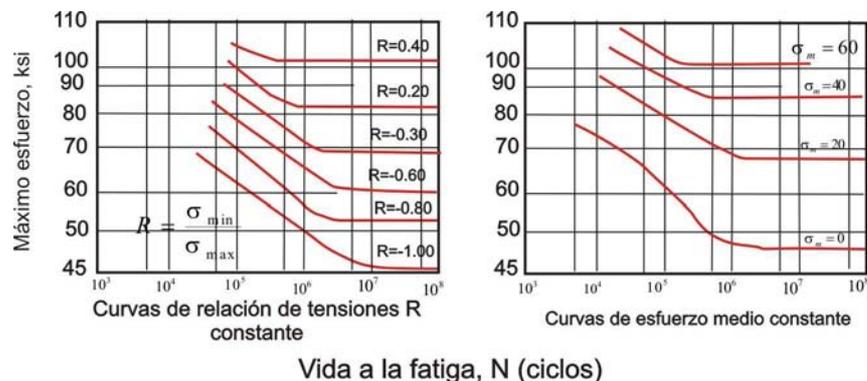


Figura N° 1.2 .- Curvas S-N para distintas condiciones de carga.

Si llamamos σ_a a la amplitud del esfuerzo alternante para una determinada vida en fatiga, vemos que en términos generales la influencia del esfuerzo medio sobre σ_a es pequeño, siempre que el esfuerzo de fluencia no sea excedido, por lo tanto, la amplitud de esfuerzo σ_a es el factor controlador en la fatiga simple. De observaciones

experimentales vemos que la variación real de σ_a es una disminución lineal (ver figura siguiente).

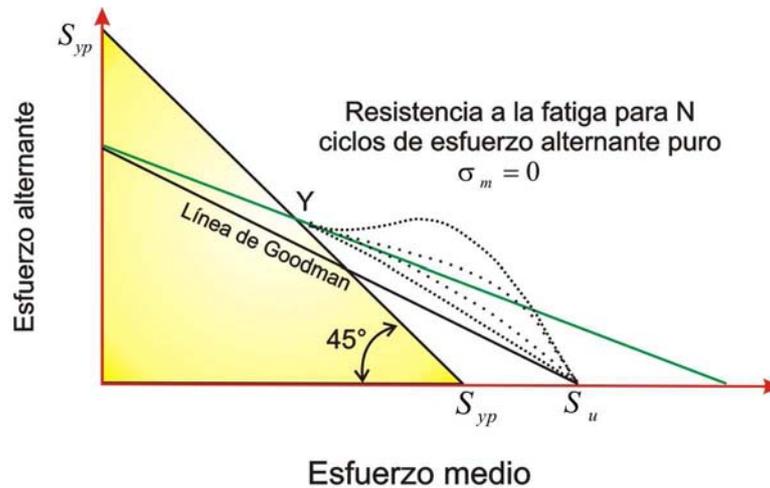


Figura N° 1.3.- Línea de Goodman en la que se esquematiza la resistencia a la fatiga para un caso de esfuerzo alternante puro.

En este gráfico el esfuerzo máximo alcanza al de fluencia, S_{yp} , en el punto Y. Hasta este punto, la variación puede ser representada por la ecuación: $\sigma_a = \sigma_n - \lambda \sigma_m$, donde σ_n es la resistencia media en fatiga a N ciclos (con $\sigma_m = 0$) y λ es la pendiente de la recta, que es pequeña. El valor real de λ puede ser determinado únicamente por experimentación.

Más allá del esfuerzo de fluencia hay una variación amplia en la curva, primero presenta una inclinación ascendente y luego descendente. En algunos materiales se observa una joroba (ver figura 1.3), pero siempre hay una disminución brusca en la amplitud del esfuerzo, y la curva baja hasta S_{ut} (esfuerzo último).

Para ubicar S_{yp} (esfuerzo de fluencia) sobre la curva, sabemos que es ese punto $\sigma_{max} = S_{yp}$; y como $\sigma_{max} = \sigma_m + \sigma_a$, tenemos $\sigma_a = \sigma_y - \sigma_m$, que es la ecuación de una recta a 45° que comienza en S_{yp} . En cualquier punto sobre esta línea el esfuerzo máximo es igual al de fluencia.

Muchas ecuaciones empíricas se han propuesto para representar la variación de σ_a con σ_m . La más usualmente usada es la ley de Goodman: $\sigma_a = S_e (1 - \sigma_m / S_{ut})$ donde S_e es la resistencia a la fatiga para un esfuerzo medio igual a cero.

La ecuación representa una variación en línea recta, arrancando en el punto P sobre el eje σ_a y culminando en U sobre el eje σ_m . La Ley de Goodman brinda valores que casi siempre son conservadores y entonces seguros para ser usados en diseño. Sólo se necesitan dos constantes del material (el esfuerzo último en tracción y el límite de resistencia a la fatiga para esfuerzos alternantes).

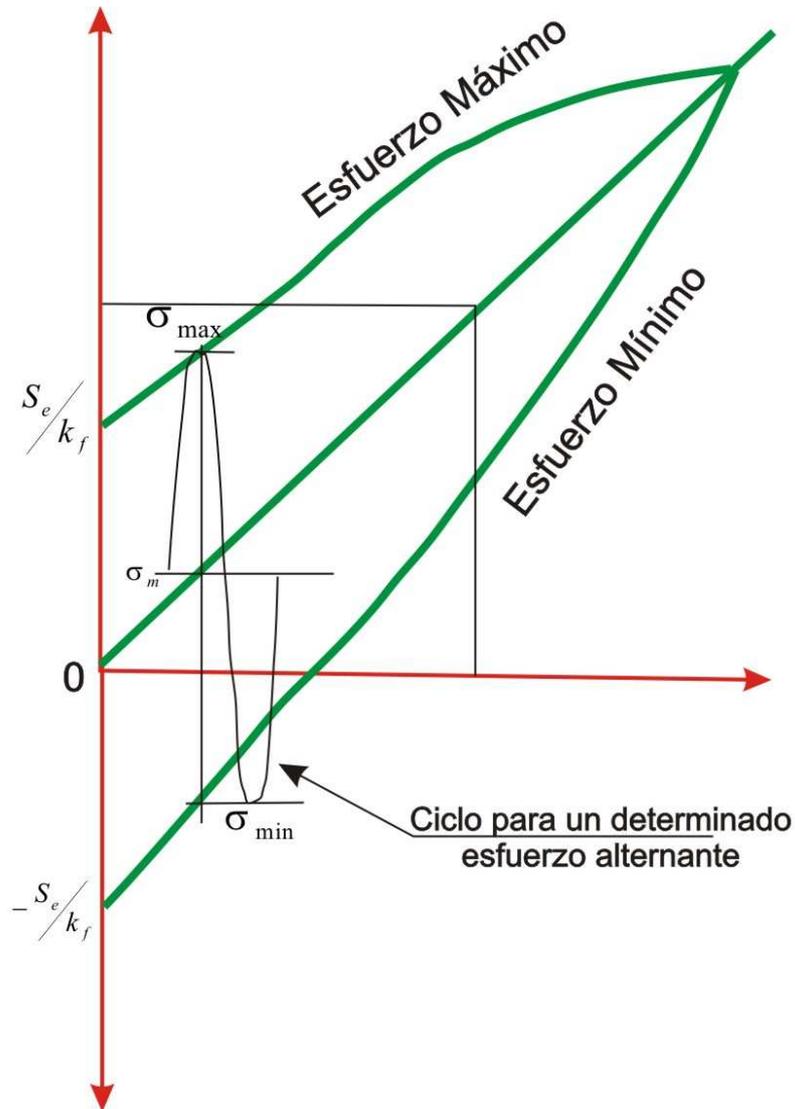


Figura N°1.4.- Diagrama de Goodman modificado

Una alternativa gráfica es el diagrama de Goodman modificado (ver figura 1.4). El eje horizontal sigue siendo eje σ_m , pero el eje vertical es ahora el esfuerzo máximo, σ_{max} . La curva superior representa la variación de σ_{max} con σ_m (en el mismo diagrama también aparece el esfuerzo mínimo, σ_{min}).

1.2.1.2 Esfuerzos de compresión.- En el caso de tener un esfuerzo medio negativo (compresión), aunque el valor de σ_m disminuye, σ_a aumenta. Si se consideran esfuerzos alternos de compresión, el tipo de fractura difiere: para materiales frágiles, la rotura es igual a la falla bajo compresión estática (en planos a 45°), en el caso para materiales dúctiles, usualmente se requieren esfuerzos superiores al de fluencia en compresión para que aparezca la falla. En todos los casos, las roturas son precedidas por una deformación considerable.

1.2.1.3 Torsión.- La fatiga por torsión alternada es un factor importante en la vida de elementos tales como los spindles o los resortes a espiras, que están sometidos a corte puro según una distribución lineal de esfuerzos a través de la sección, con el valor máximo sobre la superficie que da al exterior del resorte. La nucleación del daño aparecerá en la superficie, según el plano de corte máximo (ya sea el longitudinal o el transversal), mientras que la propagación se desarrollará a 45° respecto al eje del spindle o del alambre, en forma frágil hasta la fractura final.



Figura N°1.5.- Caso de falla por fatiga debido a torsión de un spindle. El patrón es a través de planos de 45°.

1.2.1.4 Concentración de esfuerzos.- La concentración de esfuerzos es responsable de la mayoría de las fallas por fatiga que ocurren en la práctica. Bajo cargas estáticas en materiales dúctiles el pico de esfuerzo que se produce en la entalla (u otra discontinuidad) normalmente incrementa la fluencia en ese punto y la carga se transfiere a otras partes de la pieza; o sea, la fluencia remueve la concentración de esfuerzos. Bajo cargas repetidas, la fluencia se restringe a regiones mucho más pequeñas y no puede hacer mucho para distribuir los esfuerzos, los ciclos agotan rápidamente la capacidad de deformación en frío (*stress-hardening*) llevando rápidamente a la fisura.

El **factor de concentración de esfuerzos** bajo régimen elástico K_t es utilizado para calcular el esfuerzo, ocasionando una reducción en el esfuerzo real aplicado.

$$\sigma'_n = \frac{\sigma_n}{K_t} \dots\dots\dots(1.1)$$

Los valores de K_t dependen de la forma de la discontinuidad (entallas, agujeros, filetes, etc.), generalmente son obtenidos de tablas (ver figura a continuación), siendo su valor máximo $K_t = 3$.

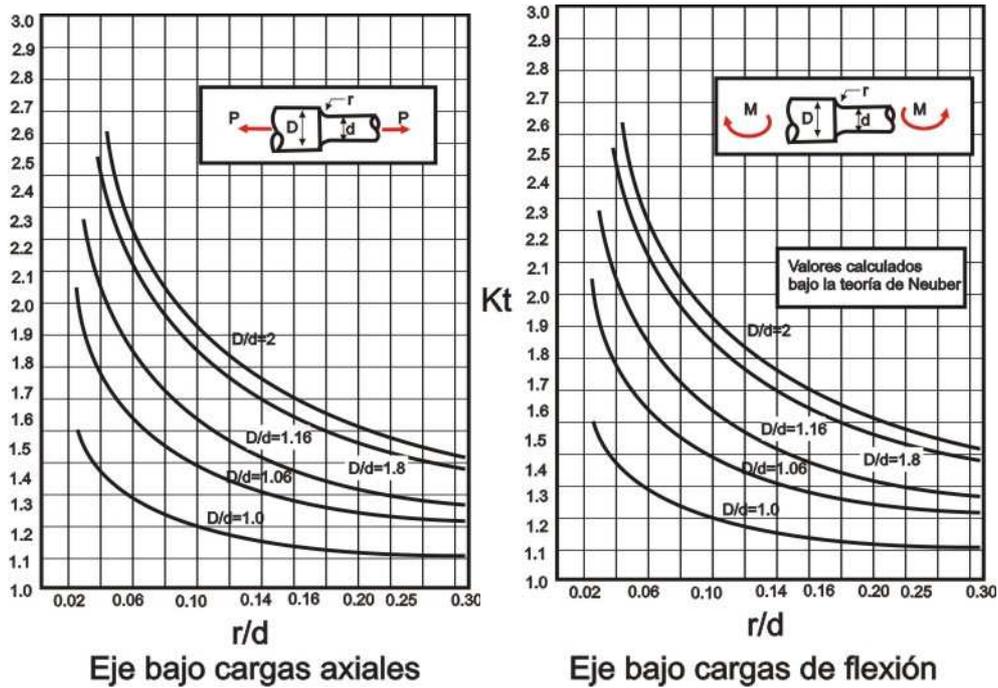


Figura N°1.6.-Gráficas de factor de concentración de esfuerzos para carga axial y de flexión

En general, el pequeño alivio dado por la fluencia localizada y el efecto de fortalecimiento del esfuerzo local en la raíz de la entalla reducen algo el valor de concentración de esfuerzos elástica. En realidad, la concentración de esfuerzos efectiva se mide con el **factor de reducción de resistencia en fatiga K_f** , que se define como la relación entre la resistencia a la fatiga en una pieza sin concentración de esfuerzos (σ_n) y la resistencia a la fatiga de la misma pieza con una concentración de esfuerzos especificada (σ'_n)

$$K_f = \frac{S_e}{S'_e} \dots\dots\dots(1.2)$$

En general, el valor de K_f es obtenido experimentalmente y suele ser menor que el valor de K_t . El valor de K_f se ve influenciado por variables como: el tipo de material y sus tratamientos, la forma y tamaño de la discontinuidad, la magnitud del esfuerzo y la cantidad de ciclos. Un factor útil para el estudio de los efectos de la concentración de esfuerzos es el **factor de sensibilidad a la entalla en fatiga: q**

$$q = \frac{(K_f - 1)}{(K_t - 1)} \dots\dots\dots(1.3)$$

El numerador representa la efectividad de la entalla en fatiga, y el denominador representa su efectividad cuando la situación es puramente elástica.

- Si $K_f = 1$, la entalla no tiene efecto en la fatiga; y la sensibilidad a la entalla es cero (material insensible a los efectos de entallas).
- Si $K_f = K_t$, la entalla es totalmente efectiva en fatiga y la sensibilidad a la entalla es uno (material sensible a la entalla).

- Si conocemos el valor de K_f para una determinada condición, podemos determinar la resistencia a la fatiga en la entalla a partir de la resistencia a la fatiga en el resto de la pieza mediante:

$$S'_e = \frac{S_e}{K_f} \dots\dots\dots(1.4)$$

Como la concentración de esfuerzos es una fuente muy importante de daño cuando actúa la fatiga, se debe tratar que su valor sea el menor posible. Cuando haya cambios de secciones, se deben tratar de evitar los bordes agudos, o introducir filetes para reducir la concentración de esfuerzos.

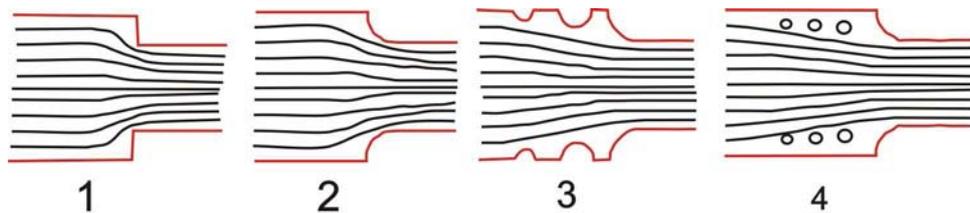


Figura N°1.7.- Formas de aliviar concentración de esfuerzos

1.3 Naturaleza estadística de la fatiga

Sin duda alguna, la fatiga es un fenómeno que ha levantado interés en estudiosos del ramo ingenieril y académico. Dentro de estos ramos es claro decir que los estudios estadísticos juegan un rol importante en el estudio de este fenómeno.

En el estudio de este fenómeno, se ha observado que en piezas de igual dimensión, material, proceso de manufactura y régimen de trabajo ocurren fallas de fatiga a distintos valores de esfuerzo. Esto es un indicativo de que en el límite de fatiga de una pieza existe una dispersión tal, que hace imposible la determinación exacta de un valor de diseño, pese a los factores de seguridad que se puedan considerar estamos tratando pues, con una variable netamente probabilística.

En algunos casos, la solución a este problema amerita aplicar métodos de cálculo estadísticos a los resultados de los ensayos hechos en la pieza. Esto con la finalidad de disminuir lo mayor posible la incertidumbre que se tiene.

En varios puntos de esta tesis, se ha enfatizado en la naturaleza localizada de los mecanismos de fatiga. Se sabe pues, que en la vecindad de esquinas, bordes internos, cambios abruptos de sección así también como las zonas con imperfecciones en los sólidos cristalinos, son lugares candidatos de primer lugar a ser los iniciadores de las grietas por fatiga.

Dados estos factores, se sabe que la fractura por fatiga depende de una distribución aleatoria de puntos débiles y por tanto una gran componente probabilística. Además de esto, los sucesos que preceden a la fractura por fatiga dependen de una serie de procesos aleatorios y varía ampliamente de un miembro a otro.

Ningún material tiene un único valor de vida en fatiga para un esfuerzo determinada, aún bajo las más cuidadosamente controladas condiciones de manufactura u operación. En fatiga, la variabilidad o distribución de valores observados es muy grande. Por lo tanto la vida en fatiga de un material puede sólo ser tratada como una distribución de valores para especímenes individuales.

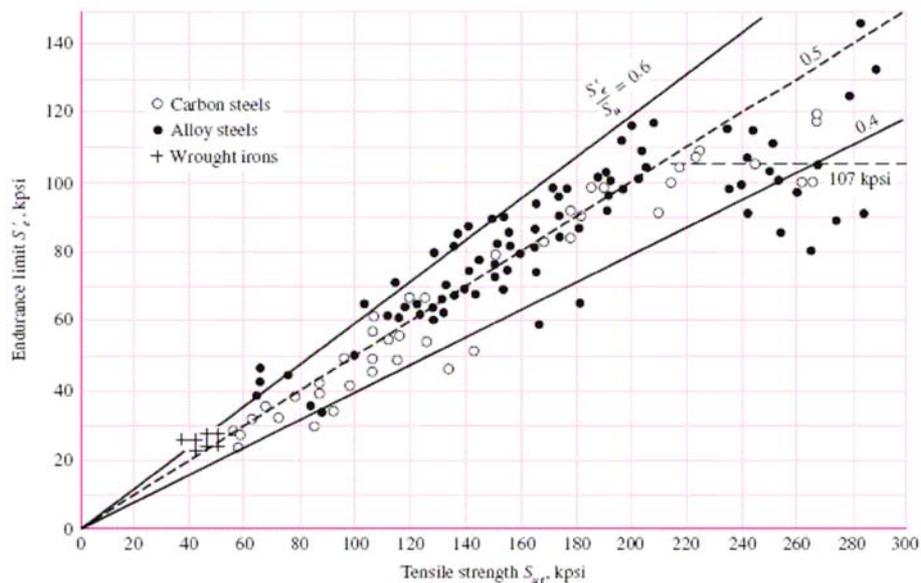


Figura N°1.8.- Límite a la fatiga como una función de la resistencia a la rotura para aceros forjados Adaptada por Shigley y Mitchell (1983)

De la figura 1.8 se puede determinar que no hay una vida definida en fatiga, solo una distribución. Por lo tanto, al momento de diseñar se tienen que trabajar con distribuciones de muchos valores los cuales tienen que ser tratados mediante métodos estadísticos. De aquí que surge la necesidad de hacer uso de ciertos factores de seguridad, confiabilidad o “de ignorancia”, llamado así porque comúnmente se ignora la posible variación de las propiedades de los materiales y sus distribuciones.

En algunos casos, que son muy pocos en realidad, en los que se cuente con información confiable de las distribuciones de propiedades se puede desechar el factor de seguridad (confiabilidad o de ignorancia) y en su lugar se podría diseñar para un porcentaje bajo de fallas, o en otras palabras, un porcentaje alto de supervivencia. Por ejemplo, si se sabe que el 99% de todos los especímenes de una aleación de aluminio se espera que resistan un esfuerzo de 200 MPa sin falla, se podría usar este esfuerzo como punto de partida. Para este caso, el factor global de seguridad solo tendría que compensar otros factores propios de la fatiga tales como el acabado superficial, régimen de trabajo, temperaturas, etc.

Cuando se habla de la distribución de vidas en fatiga para un material se esta hablando de las vidas en fatiga de todos los especímenes posibles que pueden hacerse de este material (población). Para hacer una estimación de la distribución y sus características de trabajo pueden hacerse muestreos de la población general (total de elementos mecánicos del mismo tipo). Se sabe pues, que cuanto más grande sea el muestreo, más nos acercamos a la distribución real de la población. Mediante el uso de métodos estadísticos se pueden estudiar las características de distribuciones en muestreos y estimar a partir de ellos las características de un determinado elemento.

1.4 Factores que afectan la fatiga

La naturaleza esencialmente multiparamétrica del fenómeno de fatiga, en el que la influencia de los distintos parámetros no pueden en general considerarse de manera aislada, constituye la razón de la gran dispersión que generalmente acompaña a los resultados experimentales relacionados con este fenómeno.

Los factores que pueden afectar el comportamiento de ciertos elementos a la fatiga, son muy diversos y en muchos de estos con tratamientos y consideraciones especiales para cada caso en particular. Por ende, el encargado de diseñar, el proyectista, tiene que tener presente los factores que afectarán el diseño del elemento mecánico; estos pueden ir desde el material, grado de aleación, método de fabricación, cargas a las que estará sometido, ambiente de trabajo, etc.

Todos estos factores se tienen en cuenta en el diseño mediante unos coeficientes que minoran o en algunos casos mayoran la resistencia a la fatiga obtenida mediante el ensayo de viga rotatoria. Brevemente, dado que se tratarán más adelante, los principales factores son:

- a) **Esfuerzo aplicado.**- Considera si la carga es axial, flexión, cortante, de torsión o alguna combinación entre ellas. Dependiendo del tipo de carga es que se asumirán ciertos factores que minorarán el límite de resistencia a la fatiga.
- b) **Estado superficial de la pieza.**- La mayoría de las fisuras por fatiga se nuclean en la superficie de las piezas, por lo tanto, una superficie rugosa disminuye la resistencia a la fatiga (hasta en un 20%). Las superficies de las piezas sometidas a fatiga deben ser lisas y tener un buen acabado superficial. Un adecuado granallado y pulido puede incrementar el valor de la resistencia a la fatiga. Otro tratamiento superficial usual para piezas que sufrirán fatiga es la producción de esfuerzos residuales de compresión en dirección paralela a la superficie mediante “*shot peening*” o rolado, también se puede endurecer la superficie mediante recubrimientos cerámicos, carburizaciones o nitruraciones.

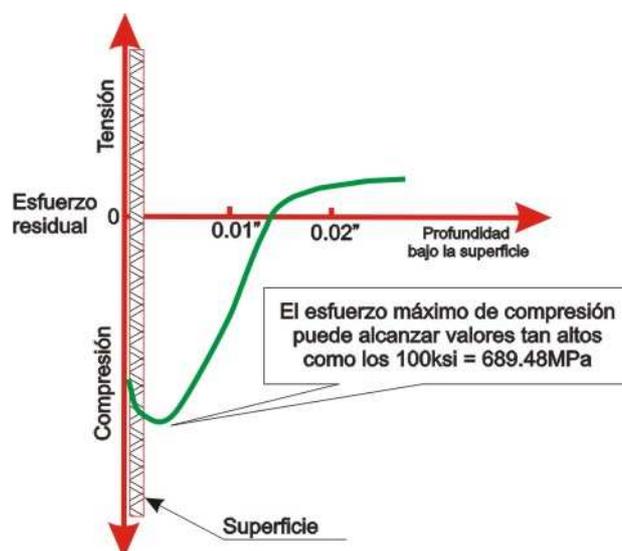


Figura N°1.9.- Variación del esfuerzo residual en piezas con “*shot-peening*”. Mediante este proceso se dota a la superficie de la pieza de esfuerzos residuales de compresión.

- c) **El material.**- Como en toda aplicación mecánica, el material juega un rol muy importante. En el caso de la fatiga, la acritud del material es una de las características que son fundamentales para distinguir un material de otro. Esto es porque a lo largo de la vida útil del elemento, la resistencia a la fatiga se puede ver incrementada debido a la disminución de las discontinuidades estructurales.
- d) **Concentración de esfuerzos.**- Esta es una de las consideraciones más importantes a tener en cuenta al momento del diseño ya que es una de las causas más frecuentes en generar microgrietas, que son la iniciación del proceso de fatiga.
- e) **Tamaño.**- La resistencia a la fatiga depende del tamaño de la pieza, consecuencia directa de la naturaleza estadística de la fatiga. La rotura en fatiga depende de la distribución aleatoria de “puntos débiles” o imperfecciones en el material; consecuentemente, una pieza de mayor tamaño tendrá una mayor distribución de puntos débiles que una más pequeña, por lo tanto es de esperarse que tenga una menor resistencia a la fatiga, o sea, que falle bajo esfuerzos más bajos.
- f) **Temperatura.**- Si la temperatura es lo suficientemente alta como para producir *creep*, su efecto es importante en la fatiga ya que, en este caso el efecto de la variación de la resistencia a la fatiga con la tasa de ciclado (número de ciclos) es muy importante y además, aparece una componente de esfuerzo constante (σ_m) que tiende a incrementar el *creep*, que se suma al efecto de la fatiga. Sin embargo, no se debe olvidar que mientras el *creep* es un fenómeno netamente dependiente del tiempo, la fatiga depende fundamentalmente del número de repeticiones de la carga (ciclos). También es importante señalar que las altas temperaturas disminuyen la sensibilidad a la entalla; pues se enfatiza el efecto endurecedor de la alta tasa de deformación local en la raíz de la entalla. También y sobretodo, se podrían generar problemas de fragilización del material o por el contrario, que debido a las altas temperaturas, el límite de fluencia se vea disminuido. En general y en lo más común, la temperatura puede influir de dos formas:
- Mediante desplazamientos en la gráfica S-N. Lo cual, en algunos casos suele ser beneficioso ya que se adecua al régimen de trabajo de la pieza. Aunque, vale decir que en este ítem no se pueden hacer generalizaciones dado que cada caso tiene sus particularidades.
 - La otra forma es mediante ciclos en los que varia la temperatura. Lo cual produce dilataciones y contracciones que favorecen la fractura frágil disminuyendo la vida a la fatiga.
- g) **Rapidez de ciclado.**- En general, la resistencia a la fatiga se incrementa con el aumento de la tasa de ciclado o ciclaje (alta frecuencia), probablemente debido al incremento en la deformación, pero su efecto es despreciable (siempre que se trabaje a temperatura ambiente). El efecto del ciclaje se hace sentir cuando las pérdidas por histéresis son apreciables (gran energía absorbida por el material entre ciclos). Esto ocurre en materiales de alta fricción interna, o sometidos a esfuerzos suficientemente altos como para provocar deformaciones plásticas.

- h) Subtensionado.**- Se ha observado en algunos materiales con límites de fatiga bien definidos, que la aplicación de ciclos con esfuerzos por debajo del límite de fatiga, S_e , pueden aumentar la resistencia del material. Si estos ciclos son aplicados incrementando los niveles de esfuerzo, comenzando justo por debajo de S_e y aplicando un gran número de ciclos en cada nivel, se ve que estos materiales soportan esfuerzos muy superiores a S_e sin manifestar fallas. Este proceso de aplicar repeticiones de ciclos incrementando sucesivamente sus niveles, mejorando así las propiedades en fatiga del material, se llama subtensionado (*understressing*).

1.5 Desarrollo de la grieta

La fuente principal de fatiga son las inhomogeneidades de los materiales, incluso recién fabricados por los mejores métodos disponibles, contienen inclusiones, precipitados, poros, bordes de grano, etc. Todos los materiales, aun los cristales más perfectos, están llenos de imperfecciones de muchos tipos, de modo tal que ningún material puede ser considerado perfectamente homogéneo. Bajo cargas repetidas el efecto de las inhomogeneidades se ve enfatizado de manera tal, que aparecen microgrietas que se propagan hasta fracturar al componente o se detengan en la primera barrera microestructural (borde de grano, inclusión) y así permanezcan para siempre.

Hay otro lugar crítico de una pieza: **su superficie**. En algún lugar de la superficie del sólido se encuentran los esfuerzos máximos (probablemente junto a algún concentrador de esfuerzos). Estas zonas son candidatas a desarrollar micro defectos superficiales en forma de estriaciones o lengüetas debido a la deformación plástica alternada, debido a picaduras producidas por la oxidación superficial o debida a un pésimo mecanizado.

Ambos defectos: los internos y los superficiales compiten por romper a la pieza. En general, si las cargas son muy severas, superan el límite elástico y se producen deformaciones plásticas apreciables en cada ciclo (fatiga de bajo número de ciclos o de gran amplitud). Normalmente los defectos internos son la mayor causa de las grietas (parten con ventaja de tamaño). El ensayo de tracción es un caso extremo de fatiga de bajo número de ciclos. Si las cargas son más reducidas (fatiga de alto número de ciclos) suelen ganar los defectos que se originan en la superficie pues tienen ventaja de velocidad de crecimiento sobre los internos (la oxidación les ayuda).

Lo más costoso para las grietas son los tamaños más pequeños: las fuerzas directrices son pequeñas y la grieta crece muy lentamente. Tanto que durante una buena fracción de la vida de la pieza las microgrietas resultan invisibles para las técnicas de inspección más habituales. Se hablaba de periodo de incubación o nucleación de las grietas (como si fuera un sarampión: la pieza es asintomática durante semanas y, de repente, le aparece un sarpullido de grietas). Por el contrario, cuando la grieta es grande es cuando más veloz avanza.

Una pieza que se diseña para soportar un elevado número de ciclos habitualmente morirá por un defecto generado en su superficie. Lo peor que se puede hacer es un acabado superficial mediocre lleno de rayas y estrías. Con esto, se le habrá resuelto a la grieta su problema más difícil. Se debe proporcionar a la pieza un acabado

superficial immaculado, tipo espejo (un lapeado). Así se reduce el riesgo y se deja sólo la probabilidad de que los defectos internos sean los causantes del fallo.

Otra buena idea es dotar a la superficie con esfuerzos residuales compresivos (las grietas no crecen en un campo compresivo). Podemos granallar la pieza, lo que producirá pequeñas abolladuras, lo que puede parecer una mala idea, pero genera compresiones residuales. Se puede realizar un tratamiento térmico de temple: como ejemplo, los parabrisas de los coches se sacan calientes y se templean con chorros de agua en su superficie que, de momento, contrae sobre el volumen interior del cristal que esta caliente y viscoso cuando se enfría el núcleo del cristal, contraerá también comprimiendo la costra fría de la superficie quedando esta bajo compresiones residuales. Lo mismo se puede conseguir con un láser sobre la superficie de una pieza. Existe también otro método bastante sofisticado en el que se puede introducir átomos extra en su superficie, la denominada **implantación iónica**. Este y los recursos mencionados anteriormente son muy eficaces aunque aun hoy en día poco accesibles.

Para describir con más detalle, las etapas o estadios de la fatiga.

1.5.1 Etapa I: Origen de la fisura

A nivel microestructural, las fisuras se originan debido al endurecimiento producido en las regiones donde ha habido fluencia. Por teoría, se sabe que en los metales de estructura cristalina sometidos a tracción simple, algunos cristales siempre estarán orientados de tal forma que deslizarán fácilmente. La nucleación se produce a partir de esta fluencia altamente localizada.



Figura N°1.10.- Orígenes de fisuración por fatiga en un acero.

A medida que el esfuerzo o la carga aumentan, estos cristales “débiles” fluirán primero, pero como están rodeados por material elástico, no afectan apreciablemente el diagrama de esfuerzo-deformación estático. No obstante ha habido fluencia, y a un esfuerzo nominal que generalmente no sobrepasa el límite elástico.

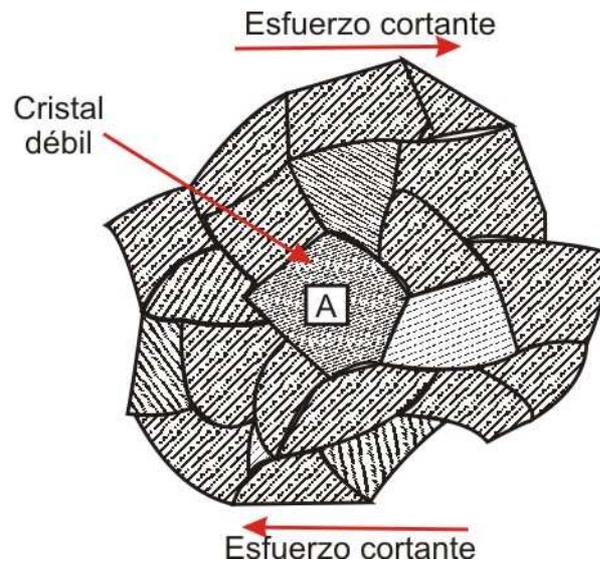


Figura N°1.11 .- Cristal débil (A) en medio de otros cristales homogéneos.

Si el material se carga sólo una vez, este efecto es completamente insignificante. Pero si la carga se repite, cada repetición produce una fluencia localizada adicional que eventualmente resulta en la formación de fisuras de fatiga en las regiones de fluencia.

1.5.1.1 Proceso de formación de grieta

El proceso es el siguiente: un cristal débil está rodeado enteramente por cristales más fuertes que se orientan de forma tal que permanecen completamente elásticos al esfuerzo más alto que ocurre durante el proceso de carga. A medida que el esfuerzo sube a su máximo durante el primer cuarto de ciclo, el cristal débil (en la figura 1.11 llamado A) fluye una cantidad pequeña. Durante la fluencia los esfuerzos en A aumentan mucho más lentamente que el esfuerzo total. El cristal A se comporta más o menos como un cristal único, y sus propiedades son por lo tanto bastantes diferentes de las del conjunto.

En el próximo medio ciclo el esfuerzo disminuye a cero y se invierte, subiendo al máximo en la dirección opuesta. Durante esta inversión la deformación en el cristal débil A, se determina casi enteramente por la rigidez del material elástico circundante, comparada con la cual el cristal A es muy pequeño. La deformación negativa que acompaña al esfuerzo máximo negativo es igual que la deformación positiva que acompañó al esfuerzo máximo positivo. El primer efecto de la descarga es simplemente permitir que los átomos en todos los cristales regresen elásticamente a sus posiciones de equilibrio. Sin embargo, el cristal A alcanza su configuración de equilibrio primero, antes que la deformación de la totalidad haya llegado a cero. A medida que la deformación continua disminuyendo, el cristal A comienza a deformarse en la dirección opuesta. Este proceso se repite con cada subsiguiente medio ciclo de deformación. Cada vez que el esfuerzo se invierte, el cristal A fluye un poco más, y cada vez que fluye, se endurece por deformación un poco más. Recordemos que el endurecimiento por deformación (*strainhardening*) es aditivo porque sólo involucra la interacción de dislocaciones durante el proceso, que casi no son afectadas por la dirección.

Como ya se mencionó anteriormente, esta primera etapa comprende la evolución lenta de la grieta, que se inicia por lo general alrededor de una zona con alta concentración de esfuerzos o la zona correspondiente a un defecto microestructural.

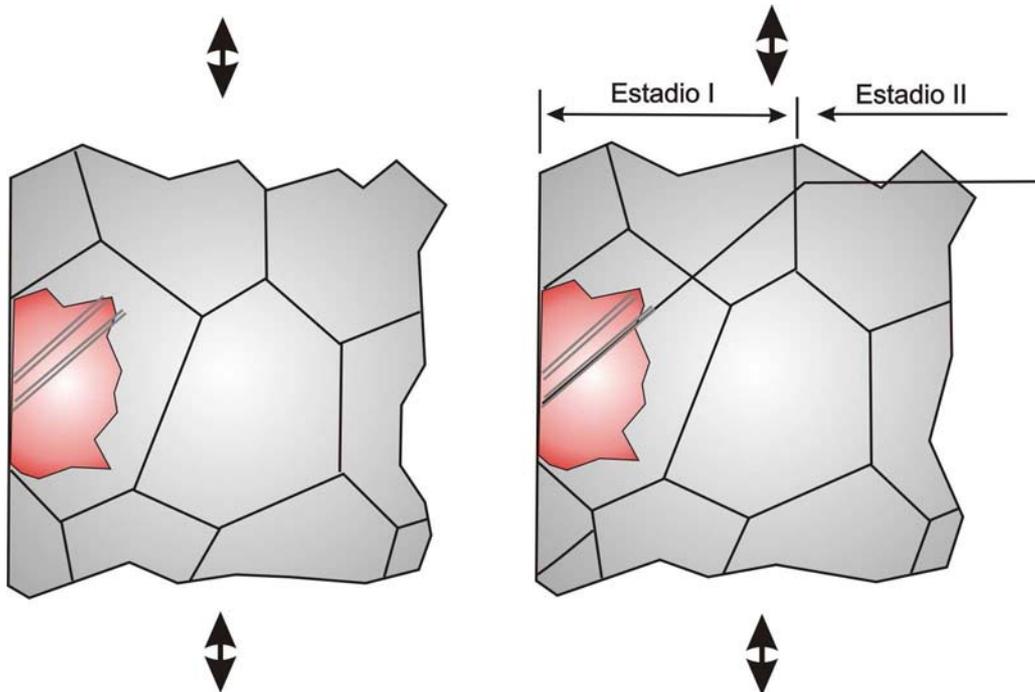


Figura N°1.12.- Reorientación de la grieta al modo I en la etapa II de fatiga. Este es un caso en el que la pieza está sometida a carga axial tal y como lo definen las flechas.

En esta etapa es posible a veces distinguir la propagación de la grieta ciclo a ciclo cada línea o estría que se presenta en la pieza (ver figura N°1.13). La mayor o menor nitidez con la que aparezcan las líneas de grieta o estrías correspondientes a ciclos sucesivos depende del material. Esta zona a veces presenta un aspecto pulido debido al frotamiento de una cara de la grieta con la otra, pudiendo también presentar cierto grado de oxidación si el ambiente es corrosivo y el tiempo que tarda en propagarse la grieta es elevado.

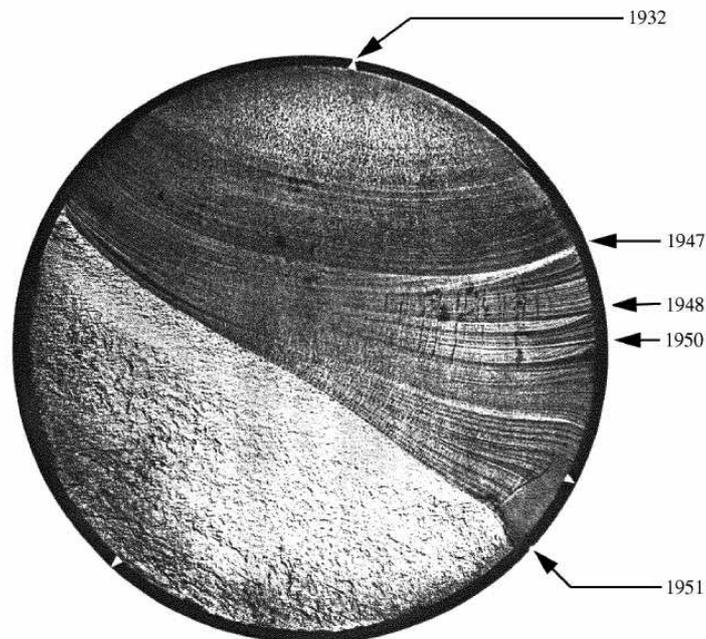


Figura N°1.13.- Típico ejemplo de la rotura de un eje de motor

En la figura 1.13 se puede apreciar aproximadamente lo que sucede durante las primeras etapas de fatiga en metales: la aplicación repetida de un esfuerzo pequeño

puede ocasionar el deterioro progresivo de un material aún cuando el mismo esfuerzo aplicado estáticamente no tiene ningún efecto permanente perceptible.

En resumen, el primer efecto de la fatiga en metales es la formación de bandas de deslizamiento altamente localizadas en cristales individuales durante los primeros pocos ciclos. A medida que continúan los ciclos, se forman nuevas bandas de deslizamiento, por lo que la deformación permanece altamente localizada. Como los grupos de las bandas de deslizamiento crecen formando estrías, el material entre ellas pasa a ser progresivamente más duro a causa de la acumulación de endurecimiento por deformación (*strain hardening*).

En algún punto del proceso, el material en las estrías llega a ser tan duro que se fisura (en escala submicroscópica). El momento exacto cuando esto sucede es aún desconocido pues la primera evidencia real de la grieta es la aparición de fisuras microscópicas. Sin embargo, se sabe que sucede dentro de los primeros ciclos de carga.

Las fisuras submicroscópicas comienzan a formarse en las mismas direcciones que las bandas de deslizamiento. Las grietas individuales crecen, y los grupos de fisuras se unen hasta que el total alcanza un tamaño microscópico. En general las fisuras de fatiga comienzan en la superficie de la pieza, en discontinuidades visibles, que actúan como concentradores de esfuerzos.

Probablemente los cristales adyacentes a la superficie están menos restringidos que los cristales circundantes, y por eso los cristales "más débiles" suelen encontrarse próximos a la superficie. Aquí, la fluencia inicial es ocasionada no por un cristal desfavorablemente orientado sino por un aumento local en el esfuerzo provocado por una concentración de esfuerzos. La nucleación sigue siendo altamente localizada. Los puntos débiles ahora son las pequeñas regiones afectadas por la concentración de esfuerzos.

Una típica etapa II de fatiga es mostrado en la figura N°1.14, la superficie de la fractura se encuentra dividida en fases, en algunas zonas presenta clivaje y no exhibe estriaciones por fatiga. La etapa I de la fractura por fatiga se puede apreciar normalmente en fracturas de bajos esfuerzos y alto ciclaje y es frecuentemente ausente en fatiga de bajo ciclaje y altos esfuerzos.

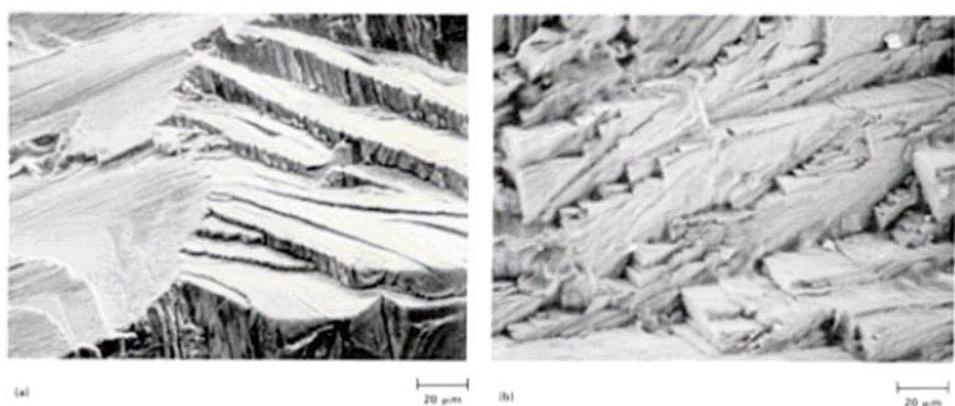


Fig N°1.14.- Aparecimiento de la etapa I de fatiga. (a) Falla por clivaje, cristalográficamente orientado en una aleación Ni-14Cr-4.5Mo-1Ti-6Al-1.5Fe-2.0(Nb+Ta). (b) Fractura escalonada de una fundición ASTM F75 con aleación base de cobalto en el que se aprecia

En otro tipo de materiales (metales unicristalinos y sólidos amorfos), los cristales débiles desfavorablemente orientados son reemplazados por otras inhomogeneidades que actúan como puntos débiles. Una vez que las fisuras de fatiga comienzan, la propagación y la fractura son igual que antes. Pese a algunas discrepancias, se puede considerar que en la nucleación todas las formas de fatiga son básicamente similares; solo en etapas posteriores aparecen diferencias.

Desde un punto de vista ingenieril, cuando la fisura adquiere una longitud de aproximadamente 0.25mm se acepta habitualmente que se ha completado la etapa de iniciación. A partir de ahí se considera que se está en la etapa de extensión o de crecimiento estable que eventualmente culmina en la rotura monótona de la sección remanente. La proporción de la vida total que corresponde a la etapa de iniciación aumenta hacia la región de alto ciclo, entendiéndose habitualmente por tal a aquella en la cual la iniciación se produce en no menos de aproximadamente 10^4 ciclos.

1.5.2 Etapa II: Propagación de la fisura

En el proceso de desarrollo de la grieta, esta sufre una reorientación con la finalidad de optimizar su tasa de crecimiento (dirección de menos trabajo) y lo hace de manera perpendicular al eje del campo tractivo tal y como se muestra en la figura N°1.15. Esta reorientación de la grieta ocurre cuando la microgrieta ha atravesado unos pocos granos en el material. A partir de este momento su propagación es estable y se ajusta a una ley potencial en el factor de intensidad de esfuerzos, de acuerdo con la ley empírica que propusieron Paris y Erdogan (1960).

$$\frac{da}{dN} = C \Delta K_i^m \dots \dots \dots (1.5)$$

En donde a es el tamaño de la grieta, N el número de ciclos, C y m son constantes que dependen del material y del medio ambiente.

A medida que crece el tamaño de la grieta, si los esfuerzos alternos son constantes, la velocidad de crecimiento $\frac{da}{dN}$ también aumenta.

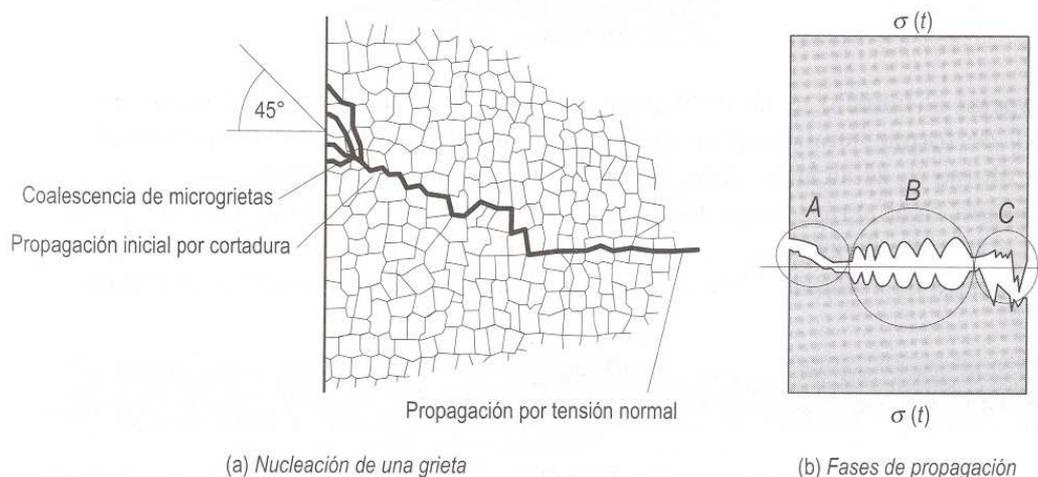


Figura N°1.15.-Zonas de iniciación (A), propagación (B) y rotura (C)

Algunos materiales más resistentes y de mayor dureza se caracterizan por propagar las fisuras más rápido y fácilmente que otros materiales. Este factor da un indicio de la superioridad de un material sobre otro en la fatiga. Otros materiales menos resistentes pero más “tenaces” originan fisuras que se propagan lo suficientemente lento, que frecuentemente pueden ser detectadas a tiempo y remediadas antes que lleguen a ser suficientemente grandes como para ocasionar fallas.

Las primeras fisuras microscópicas aparecen en las bandas de deslizamiento, en cristales desfavorablemente orientados cuya orientación es tal que las bandas de deslizamiento coinciden con los planos de corte máximos. Las fisuras microscópicas crecen en estos planos que incluyen todos los planos a 45° al eje de la pieza.

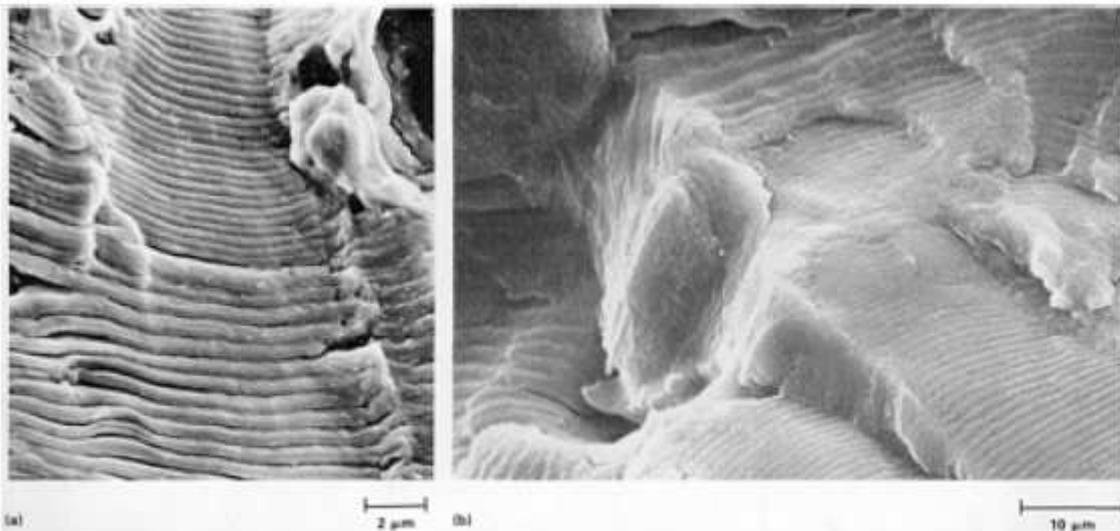


Figura N°1.16.- Variaciones de espaciamento en estriaciones por fatiga. (a) Espectro de una falla por fatiga en una aleación de aluminio 7475-T7651 en el que muestra un incremento del espaciamento de la estriación debido a un mayor esfuerzo alternante. (b) Variación local en el espaciamento de variación por fatiga en una aleación de aluminio 7050-T7651 extruida (D. Brown, Douglas Aircraft Company).

Las fisuras comúnmente se originan en más de uno de estos planos. La intersección y unión de varias de estas fisuras produce una fisura en zigzag, cuya dirección es a ángulos rectos con respecto al eje de la pieza. A medida que cada fisura crece es precedida por un proceso de nucleación parecido al que la originó. El deslizamiento localizado tiene lugar a causa de la concentración de esfuerzos en el borde de la fisura, y las fisuras submicroscópicas se desarrollan en las bandas de deslizamiento, ocasionando una extensión gradual de la fisura.

Cuando el área de la sección transversal remanente llega a ser lo suficientemente pequeña, ocurre la fractura final. La falla resulta así de naturaleza frágil.

La propagación de la fisura engendrada por la fatiga involucra muchos factores. A veces la grieta comienza, pero no se propaga. Un factor importante es el gradiente de esfuerzos: las fisuras se nuclean en zonas de alto esfuerzo, pero si crecen en la dirección de los esfuerzos decrecientes, la propagación tenderá a hacerse más lenta y aún incluso a parar. (Además bajo flexión alternada por ejemplo, la vida es mayor que en tracción o compresión simple alternante).

La velocidad de la grieta depende también del material y de las condiciones ambientales. Si analizamos sollicitaciones a diferentes niveles de esfuerzo resulta lógico, por ejemplo, que una fisura producida bajo altos esfuerzos no se propague si a la misma le sigue otra de nivel significativamente inferior. En cambio, un esfuerzo de bajo nivel puede propagarse muy rápidamente bajo una siguiente mayor. A todo esto debe agregarse el endurecimiento por deformación (*consolidación o strain hardening*) que se produce en forma diferente bajo diferentes niveles, y que puede modificar sustancialmente los resultados. Si las piezas están sometidas a esfuerzos máximos altos, puede tener lugar la fluencia completa de la pieza. Aquí el endurecimiento por deformación es general en vez de localizado.

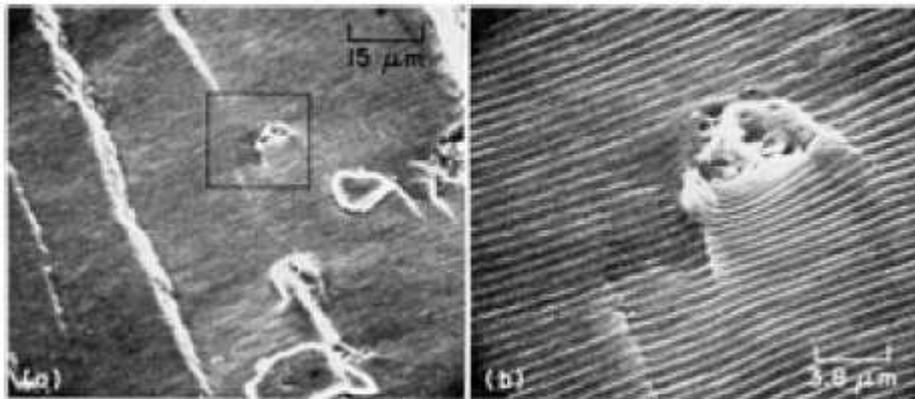


Figura N°1.17.- Marcas de playa uniformemente distribuidas en una aleación de aluminio 2024-T3. (a) Poros e inclusiones (señaladas con rectángulo). (b) Ampliación de la región resaltada en la figura (a) continuidad de la fractura a través y alrededor de la inclusión.

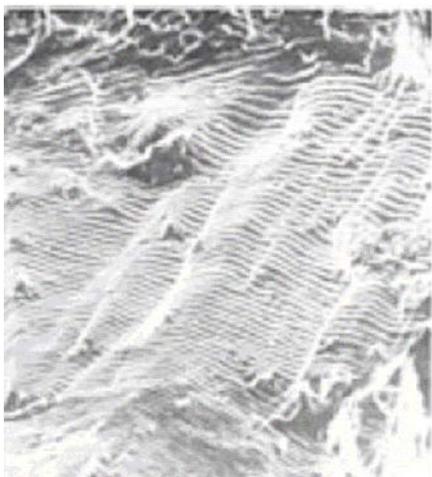


Figura N°1.18.- Variaciones locales en el espaciamiento de estriación en una aleación Ni-0.04C-21Cr-0.6Mn-2.5Ti-0.7Al que fue evaluada bajo condiciones de flexión rotativa.

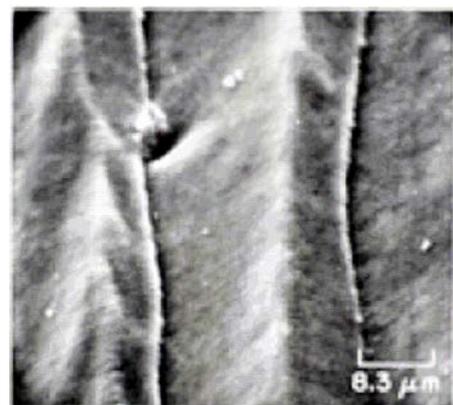


Figura N°1.19.- Estriaciones de fatiga en una aleación de aluminio 2024-T3 unidos por columnas de poros

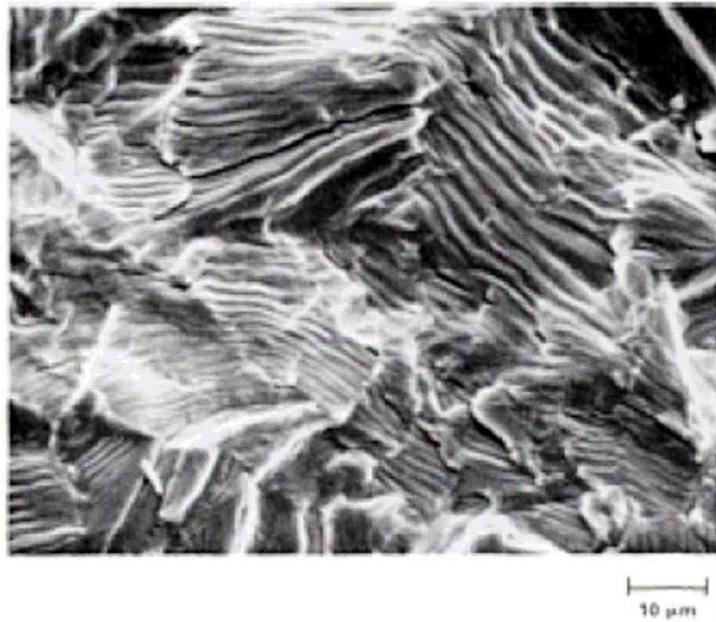


Figura N°1.20.- Estriaciones de fatiga en juntas de grano en la superficie de fractura de un espécimen de titanio puro

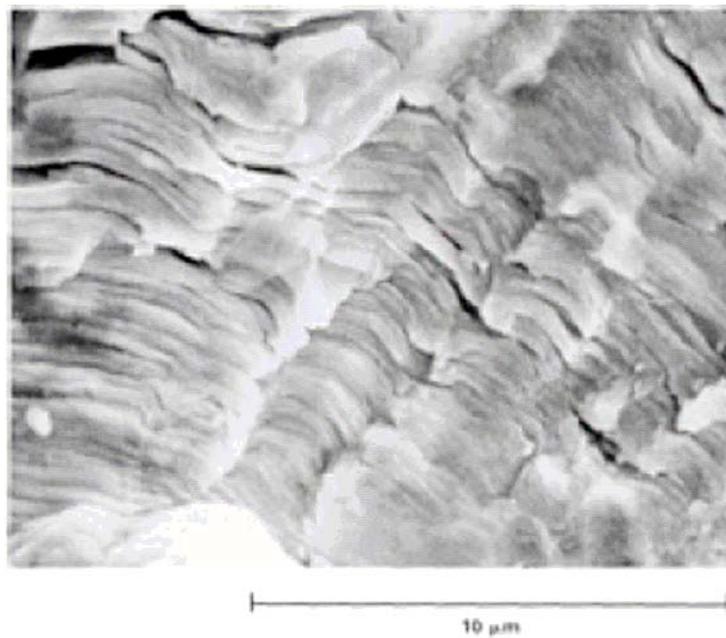


Figura N°1.21.- Estriaciones de fatiga en la superficie de un tubo de intercambiador de calor. El aspecto áspero es debido a fractura secundaria debido a fatiga de baja amplitud y alto ciclaje. (M.E. Blue, FMC Corporation).

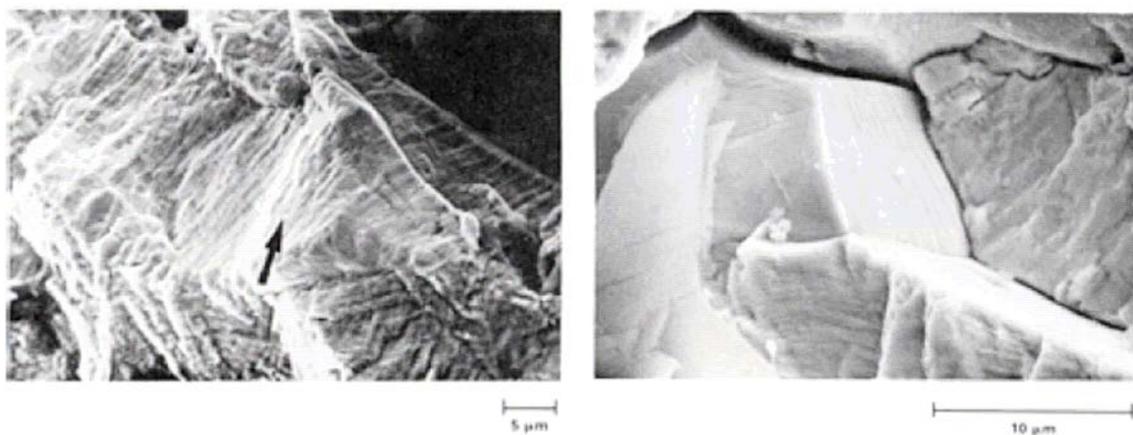


Figura N°1.22.- Ampliación de vistas en las que se pueden ver las estriaciones de fatiga. (a) Estriaciones (marcado con flecha) en la fractura superficial de un acero austenítico. (C.R. Brooks y A. Choudhury, Universidad de Tenesse). (b) estriaciones de fatiga en los bordes de grano de una zona afectada por calor (ZAC) por soldadura.

Aún así, la inhomogeneidad natural del material, más cualquier concentrador de esfuerzos que pueda estar presente, produce diferencias localizadas en el endurecimiento por deformación. El resultado final es casi igual que a esfuerzos bajos: las fisuras se núclean en puntos aislados y se propagan a través de la pieza. Al estar involucrada la fluencia generalizada, el mecanismo no es tan altamente localizado como en la fatiga simple. Además, la repetición de deformación plástica en la pieza ocasiona que grandes cantidades de energía sean disipadas en forma del calor y se pueden producir efectos térmicos. Estos efectos son especialmente importantes en plásticos y goma. La fractura final es similar a la fractura bajo esfuerzos estáticos, aunque quedan evidencias de la reducción de ductilidad.

1.5.3 Etapa III: Rotura

Cuando el tamaño de la grieta es mayor, el máximo factor de intensidad de esfuerzos durante el ciclo se aproxima a K_t . Las pequeñas zonas rotas por clivaje (*poppings*) son frecuentes y la velocidad de crecimiento se acelera aun más por estas contribuciones frágiles a su propagación. Llega un momento en que se alcanza el valor de K_t y la propagación se convierte en catastrófica: la pieza rompe por clivaje o coalescencia de microcavidades.

Esta última etapa de la fatiga, en general, carece de interés: la velocidad de crecimiento es tan grande que el número de ciclos consumidos en la etapa III apenas cuenta en la vida de la pieza.

En síntesis, en una pieza sometida a cargas cíclicas se pueden distinguir distintas etapas durante el proceso de fatiga.

1. **Etapa I: Nucleación.-** que corresponde a una fase donde se producen los primeros cambios micro-estructurales, aumento de densidad de dislocaciones y formación de micro fisuras y posterior localización de las zonas con daño irreversible. Se produce en los metales cuando el nivel de esfuerzo aplicado es menor que el límite elástico estático. Aparece una deformación masiva generalizada, hasta que el metal endurece lo suficiente como para resistir los esfuerzos aplicados (acritud total) en un punto determinado denominado

punto de iniciación, que suele estar situado en zonas de concentración de esfuerzos como entallas, esquinas, rayas superficiales, inclusiones o poros.

2. **Etapa II: Propagación.**- donde se inician las macro grietas y formación de fisuras con orientación dominante. Abarca la mayor parte del proceso de fatiga y se extiende desde el momento en que se produjo el endurecimiento por deformación generalizada (acritud total) hasta la formación de una grieta visible.
3. **Etapa III: Rotura.**- Donde se produce un proceso de propagación inestable, provocando la fractura o fallo total de la pieza.

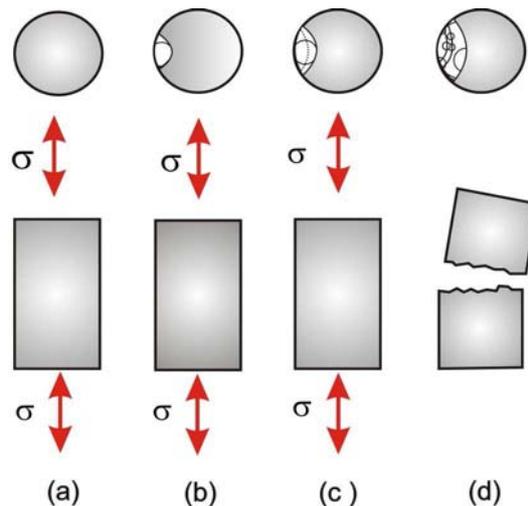


Figura N°1.23.- Evolución de la falla para un caso bajo carga axial.

La duración de cada etapa descrita anteriormente (figura N°1.22) puede variar considerablemente en función del tipo de material, carga, geometría, temperatura, irregularidades, etc. También es necesario hacer notar que a menudo es bastante difícil distinguir nítidamente las etapas antes mencionadas.

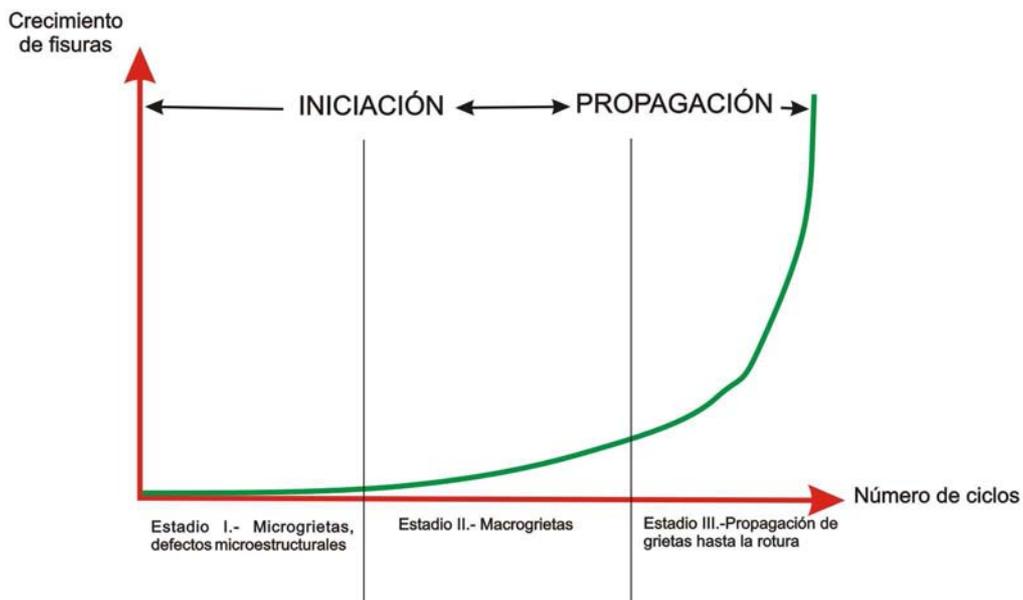


Figura N°1.24.- Etapas de la vida a fatiga de un material.

1.6 Proceso que ocurre en los metales bajo fatiga simple

El caso más simple de fatiga ocurre para los casos de carga axial alternativa, es decir tracción y compresión alternadas. Y que estas ocurran bajo el rango elástico y sobre miembros libres de discontinuidades.

En la zona de falla, en una determinada muestra, se pueden apreciar distintas zonas:

1.6.1 Zona lisa.- Aparece debido al roce por la propagación de la grieta a través de la sección. Esta propagación se indica con una serie de marcas anulares (denominadas líneas de parada o de reposo, similares a las marcas que dejan las olas sobre la playa), que se generan a partir del *Punto de Nucleación* (punto de concentración de esfuerzos).

A su vez, se pueden distinguir

a) *Marcas de playa:* se forman en el frente de la fisura al producirse un reposo en el funcionamiento de la pieza. Consecuentemente no aparecerán en el caso de probetas de ensayo (generalmente se ensayan sin interrupción).



b) *Líneas Radiales.-* A veces las fisuras que se generan en la superficie (que es el lugar más frecuente) progresan según frentes a niveles levemente escalonados; en un momento dado de su desarrollo, sin embargo, permanecen quedando estas líneas radiales como huellas de las diferencias de nivel iniciales.

Figura N°1.25.- Caso de fatiga simple. Aquí se pueden reconocer fácilmente los indicios de falla por fatiga.

1.6.2 Zona rugosa.- Aparece al romper la pieza por disminución de la sección efectiva sana ante el mismo valor de carga actuante. La rotura final, contrariamente a la zona con marcas de playa que es lisa y suave, presenta una superficie fibrosa y de relieve muy accidentado. Se trata de la zona remanente sana, demasiado pequeña para aguantar un ciclo más de sollicitación, que termina rompiéndose frágilmente.

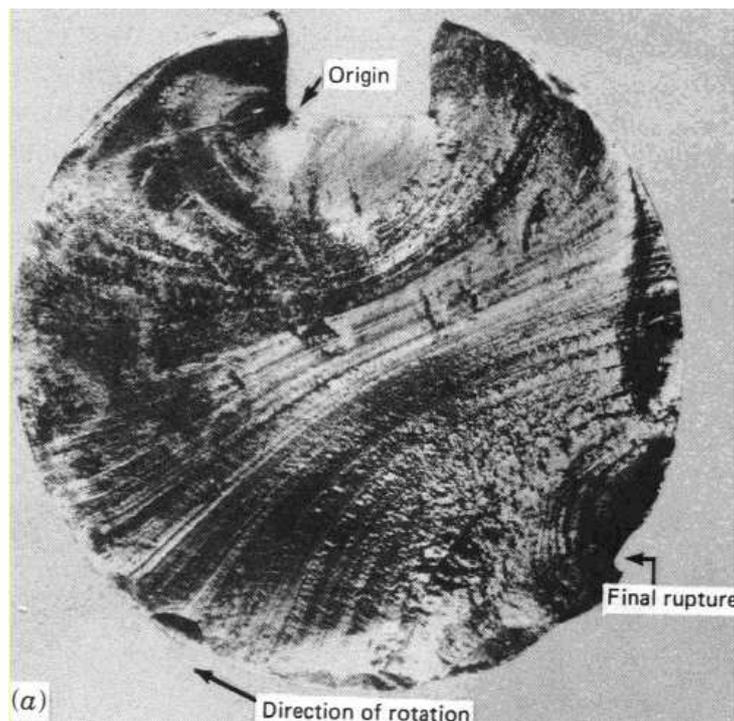


Figura N°1.26.- Ejemplo típico de rotura de un eje debido a fatiga. En este caso, la grieta se inició en el chavetero, zona con alta concentración de esfuerzos

1.7 Parámetros característicos

Para las cargas de fatiga se usará la notación siguiente: los esfuerzos son designados por σ (aunque suele usarse S para el esfuerzo asociado con la fatiga). En esta tesis se usará S para las resistencias (*Strength*).

1. **Solicitación:** es la variable dependiente (que se controla). Pueden ser cargas o deformaciones:
 - Cargas (o esfuerzos): la mayoría de los ensayos se caracterizan por ser de ciclos iguales. En la figura N° 1.27(a) muestra un caso que se produciría por flexión alternativa o rotativa. En la figura N°1.27 (b) se señala el caso de adición de un esfuerzo adicional ("medio") constante.
 - Deformaciones: hay veces en que son deformaciones lo que se aplican o controlan.

Entonces, los esfuerzos serán las que resulten de las deformaciones que se producen (su cálculo solo es directo, a través de $\sigma = E \cdot \epsilon$, cuando las deformaciones son plenamente elásticas).

Las solicitaciones que producen el fenómeno de fatiga pueden ser de distintos tipos: tracción, compresión, flexo-torsión, etc, variando su magnitud de un máximo a un mínimo, actuando combinados o no. Los casos más comunes son:

- a) flexión rotativa;
- b) flexión plana;
- c) tracción-compresión (axial);
- d) torsión, etc,

Siendo necesario conocer, además del tipo de esfuerzo y origen de las mismas, el grado de variación y tipo de ciclos:

- con inversión completa de carga (alternada pura);
- esfuerzos repetidos;
- esfuerzo irregular o aleatorio (definidos estadísticamente)

Notación ASTM para fatiga

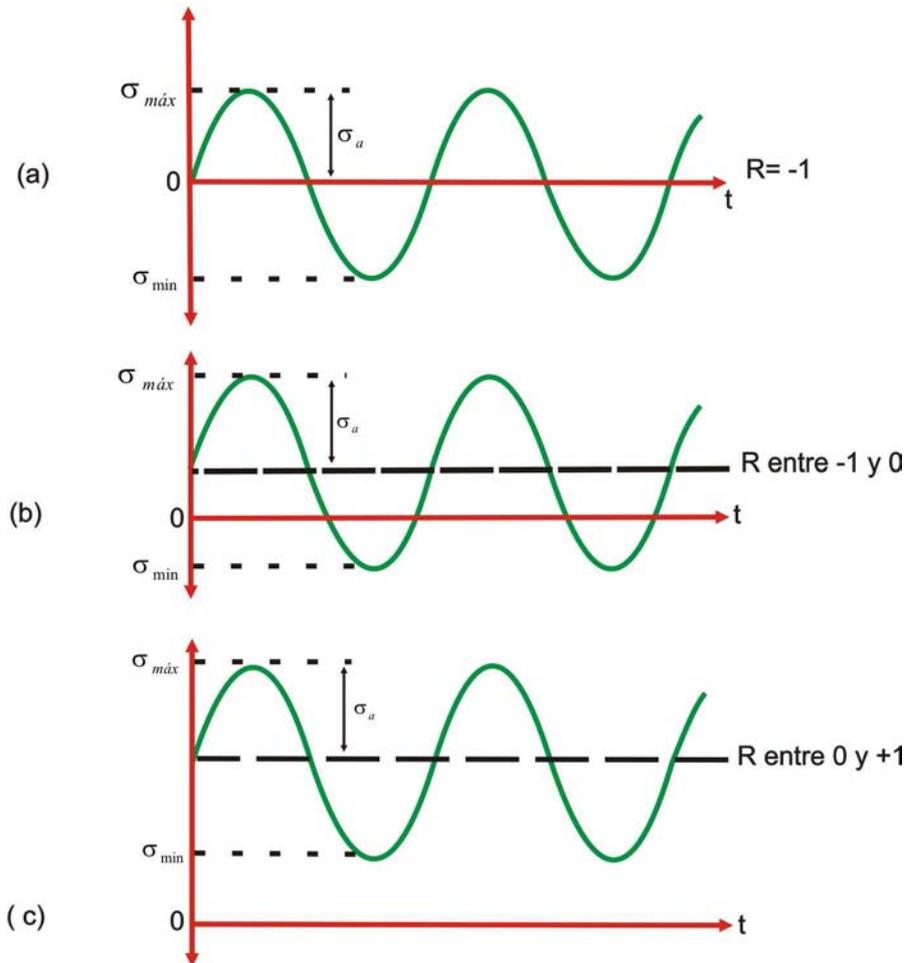


Figura N°1.27.- Razones de carga para distintos esfuerzos medios. En el caso (a) caso totalmente reversible, (b) razón entre -1 y 0 , (c) En este caso se ha tomado un R , que origina un esfuerzo alternante en tracción pura.

- Ciclos:** es la variable dependiente, la que se computa como resultado del ensayo. Debe notarse que se trata sólo de vueltas (repeticiones o ciclos) y no su número en una unidad de tiempo (en este último caso tendríamos frecuencia, cuyo efecto es secundario) Podemos en general considerar un ciclo de esfuerzos fluctuantes compuesto por (ver figura N°1.27)
 - Esfuerzo medio o estacionario
 - Esfuerzo alternado o variable
 - Intervalo de esfuerzos
 - R = relación de esfuerzos

3. **Esfuerzo máxima σ_{\max} .**- El valor algebraico más alto de esfuerzo durante un ciclo (el esfuerzo de tracción es positivo mientras que la de compresión es negativa).
4. **Esfuerzo mínimo, σ_{\min} .**- El valor algebraico más bajo de esfuerzo durante un ciclo. Este puede ser de compresión o tracción.
5. **Esfuerzo medio, σ_m .**- El esfuerzo constante (o el promedio), sobre el que se superpone el esfuerzo oscilante.
6. **Amplitud de esfuerzo o esfuerzo alternante, σ_a .** La amplitud del esfuerzo oscilante superpuesto, $\sigma_{\max} - \sigma_m$.
7. **Rango de esfuerzo, σ_r** , Es poco usada en la terminología de fatiga aunque alguna bibliografía sigue usándola. $\sigma_r = \sigma_{\max} - \sigma_{\min} = 2 \sigma_a$.
8. **Relación de esfuerzos, R .**- Mas adelante se vera que el *Cosmos* usa esta simbología para personalizar algunos estudios de fatiga con esfuerzos medios no nulos. $R = \sigma_{\min}/\sigma_{\max}$.
9. **Ciclos de aguante, n .** El número de ciclos de esfuerzo al que un miembro es sometido a fatiga sin fallar.
10. **Vida en fatiga, N .** El número de ciclos requeridos que llevan a la fractura final bajo una condición determinada de uso (por ej.: dados σ_{\max} y σ_m , o dados σ_m y σ_a). Es la propiedad básica de fatiga, y la única que es directamente medible experimentalmente mediante el ensayo de Moore o de viga rotatoria. La vida en fatiga para una condición determinada es una propiedad individual de cada probeta, por lo que la vida en fatiga de un material en particular se expresa a través de la distribución de vida en fatiga de la población (donde la población representa al material bajo las condiciones determinadas de carga cíclica). Esta distribución se estima a través del ensayo de una muestra o lote: cuanto mayor es el tamaño de esta muestra, más precisa será la estimación.
11. **Vida en fatiga para un p por ciento de supervivencia, n_p .** Es la vida para la cual el $p\%$ de la población tiene una vida más larga; por ejemplo, n_{90} es el número de ciclos para el cual se espera fallen no más del 10% de la población (es decir, se espera que el 90% sobreviva). Se estima a partir de la distribución de la muestra, cuyo tamaño influirá la confiabilidad de los resultados.
12. **Vida media en fatiga, n_{50} .** Es la vida para la cual se espera que la mitad de la población sobreviva, es decir, haya un 50% de supervivencia, n_{50} . Es estimada por la observación media en el muestreo.
13. **Resistencia a la fatiga, S_n .** Es el esfuerzo que el material puede soportar durante n repeticiones o ciclos. Obviamente la resistencia a la fatiga no puede medirse directamente por medios experimentales, y se determina a partir de una

distribución. Está vinculada con un dado porcentaje p de probabilidad de supervivencia. Generalmente, cuando no se aclara lo contrario, se refiere a $n50$.

14. **Limite de fatiga, S_e .** Es el esfuerzo máximo que un material puede soportar durante n repeticiones o ciclos, cuando n es muy grande (o sea, tiende a infinito; en la práctica se utiliza un n mayor a 10^7 ciclos o 10^6 ciclos). Debajo de este nivel de esfuerzo, las alternancias no producen daño apreciable; si se aplica un esfuerzo menor, cabe esperar una vida indefinidamente larga.

1.8 Diagrama Esfuerzo - Número de Ciclos (S-N)

El diagrama σ - n , o también conocido como diagrama S-N (*Stress - Number of Cycles* (N)) o curva de Fatiga, es la forma fundamental de representar los datos de la duración de una probeta a la fatiga, esta gráfica ilustra la variación de vida media en fatiga con el esfuerzo, también indica la duración de la probeta expresada en números de ciclos hasta la rotura para el máximo esfuerzo aplicado. Representa en ordenadas (eje Y) los esfuerzos máximos que producen la rotura por fatiga; y en abscisas (eje X), su duración en ciclos (suele representarse en escala logarítmica $\log N$ en lugar de N). Proviene de someter a ensayos una serie de probetas para determinar el número de ciclos (N) que soporta el material a distintos σ_a , es un modelo simplificado de la manera en que trabaja una pieza bajo cargas de fatiga en general.

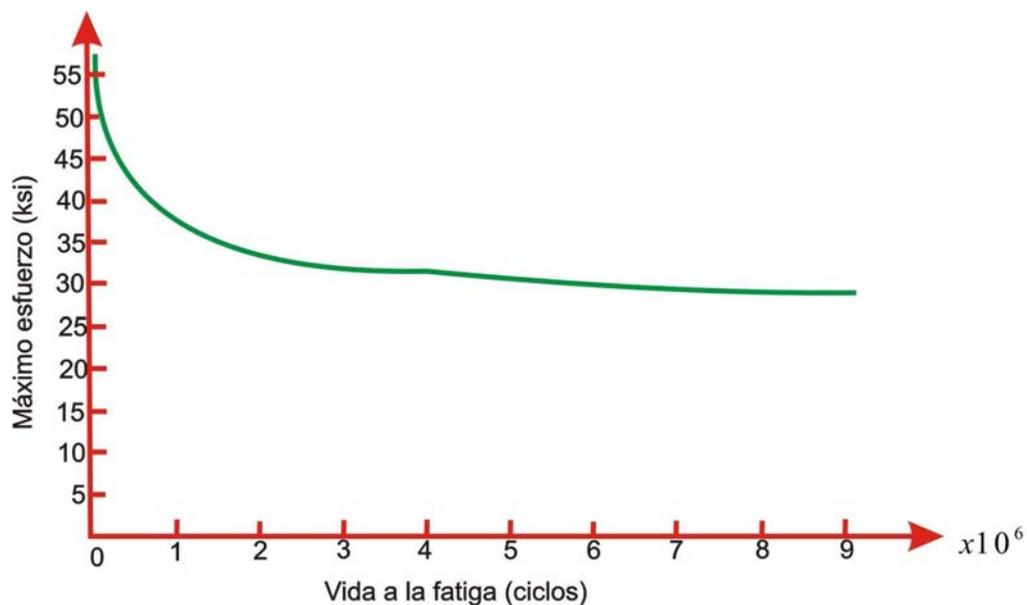


Figura N°1.28.- Típico diagrama S-N. Usualmente se expresa en escala logarítmica para facilitar su uso.

En esta curva pueden distinguirse dos zonas: la que comprende **bajo número de ciclos aplicados (fatiga oligocíclica)**, y la de **bajo nivel de esfuerzo aplicado (fatiga multicíclica)**. En la primera zona, el daño "puro" por fatiga se ve acompañado por el producido por las deformaciones plásticas que son apreciables a esos altos niveles de esfuerzo. La segunda zona es muy larga, lo que obliga a la selección de una escala

logarítmica. La rama extrema de la curva se asimila a veces a veces a una recta y otras a una curva.

De todas maneras la porción inferior tiende hacia la horizontal, y en ciertos materiales realmente llega a ser horizontal para todos los propósitos prácticos. Cuando la curva S-N se acerca asintóticamente a la horizontal, el esfuerzo correspondiente se llama **límite de fatiga** (suele llamarse límite de aguante o duración o *endurance limit* S_e), y la vida en fatiga a esfuerzos más bajos se presume ser infinita.

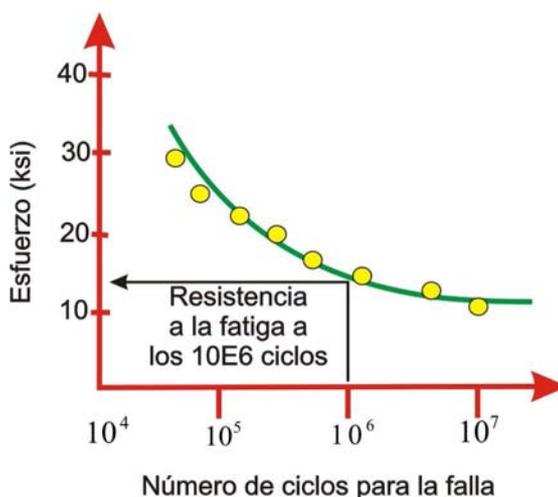


Figura N°1.29.- Modo de hallar en la gráfica S-N la resistencia a la fatiga para un determinado número de ciclos. En este caso, 10^6 ciclos.

Del análisis de la curva surge que el **número N de ciclos que soporta una probeta antes de fallar aumenta al disminuir el esfuerzo σ aplicado**. Algunos materiales (ferrosos, aceros, titanio) presentan un tramo horizontal a un valor de esfuerzo bien determinado conocido como límite de resistencia a la fatiga (*Endurance Limit*), valor por debajo del cual se presume que el material durará un número infinito de ciclos sin romper. En el caso de materiales no ferrosos (Al, Mg, Cu) estas curvas son asintóticas a la horizontal, lo cual implica que no existe un verdadero límite de fatiga, por lo tanto se utiliza un número de ciclos N, convenido arbitrariamente inferior a ese valor, bajo el cual se supone que la pieza resistirá infinitos números de ciclos. En resumen, los metales ferrosos tienen generalmente límite de fatiga, mientras que los metales no-ferrosos frecuentemente no.

Debido a estas características, el Límite de Fatiga (σ_f) constituye un criterio de diseño muy aceptable. Por ello es una magnitud frecuentemente tabulada, aunque por razones obvias debe basarse en ensayos “finitos”: 500 millones de ciclos para aleaciones de aluminio y magnesio, 100 millones para las aleaciones de base Cu y Ni. Téngase presente que para las frecuencias usuales de las máquinas de ensayo, se requieren 5 semanas para 500 millones de ciclos.

1.9 Curvas de Wohler

Debido a la naturaleza estadística del fenómeno de fatiga, en realidad la curva S-N no es la forma en que se presenta el problema en la mayoría de los casos; esto es debido a condiciones inherentes al material,

De los ensayos de fatiga obtenemos una serie de valores dispersos, siendo imposible predecir la vida de una pieza o estructura con una seguridad completa. Al existir esta indeterminación se ve que el método estadístico es la única forma de tratar el problema, llegando a la conclusión que la probabilidad p de falla por fatiga crece con el tiempo, pudiendo llamarse límite de fatiga a aquel que da un 90% de probabilidad de supervivencia (en aeronáutica se usa la inversa, $p = 0.1$). A este problema de la

naturaleza estadística del fenómeno de la fatiga se le tiene que sumar la fluctuación de la carga cíclica, lo cual complica aun más el estudio este fenómeno.

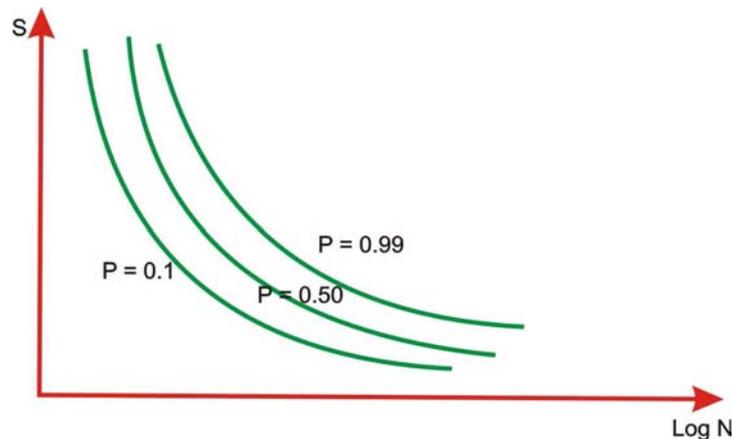


Figura N°1.30.- Alguna bibliografía distingue entre las curvas S-N y las curvas de Wohler aunque en esencia son la misma cosa.

Las curvas de Wohler constituyen una representación mucho más real del fenómeno de fatiga. Wohler tomó una serie de probetas, las cargó con $\sigma_a = \text{cte}$ y una determinada frecuencia y obtuvo una distribución normal de los valores de N en el que fallaba cada una; así determinó el número de N que soporta el material a distintos σ_a y en general con un σ_m común: obteniendo un diagrama esfuerzo – Número de Ciclos probabilístico, conocido como curvas de Wohler. Su representación gráfica consiste en trazar la curva correspondiente al 50 % de probabilidad de supervivencia (n_{50}), junto con las de las de n_5 y n_{95} , lo que implica definir una banda dentro de la cual se encuentran el 90% de las probetas. En los casos en que n esté en escala logarítmica, se considera que el número de ciclos para un dado nivel de esfuerzo se distribuye en forma normal o gaussiana (ver figura N°1.31)

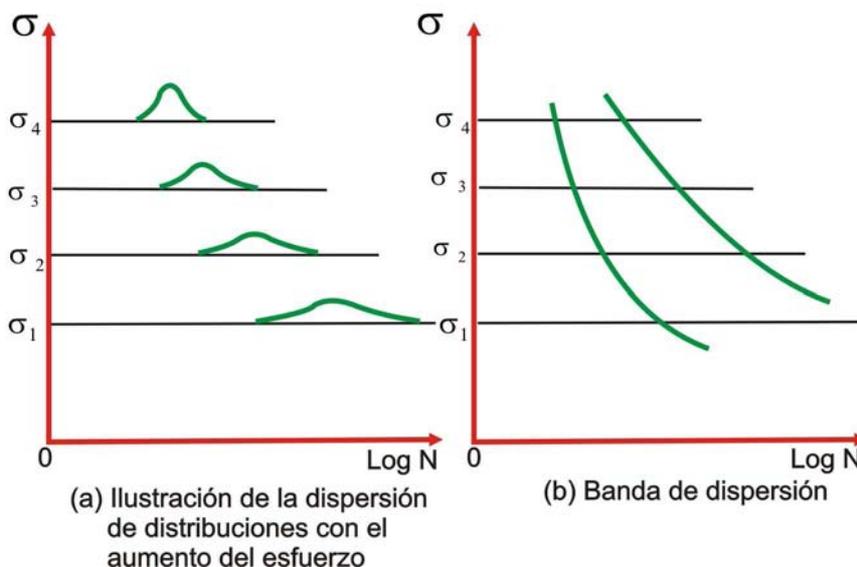


Figura N°1.31.- Dispersión y banda de dispersión de las distribuciones para distintos rangos de esfuerzo.

1.10 Ensayo de viga rotatoria o de fatiga

El ensayo a la fatiga básico es el concebido por Wohler, en el cual una probeta lisa, entallada o el componente mismo es sometido a una carga variable de amplitud constante determinándose el número de ciclos necesarios para que se produzca la iniciación de la fisura por fatiga o una dada cantidad de propagación por ejemplo el 50% de la sección.

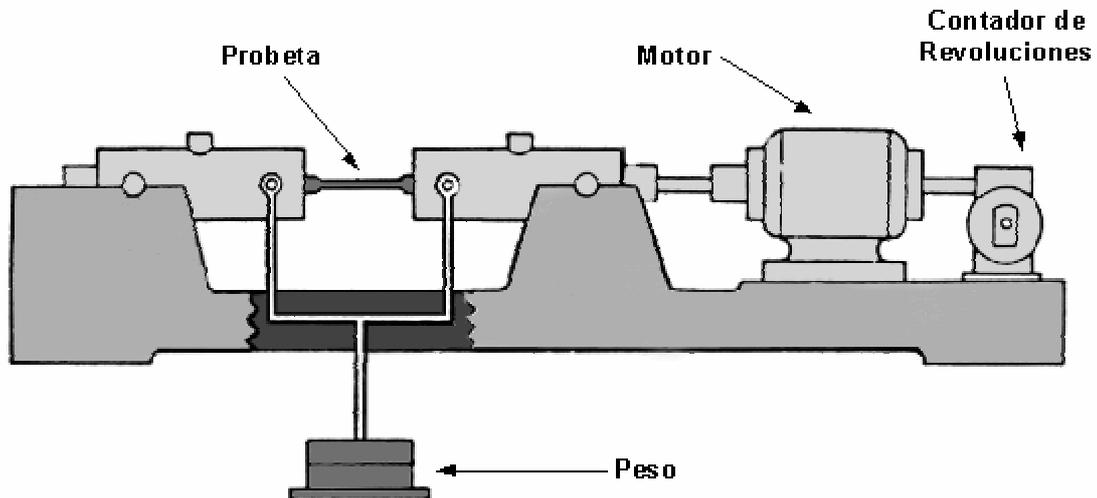


Figura N°1.32.- Esquema de la maquina de Moore.

La figura 1.32 muestra esquemáticamente una maquina de ensayo a la fatiga por flexión rotativa. La probeta se encuentra sometida a un estado de flexión pura y los esfuerzos actuantes en una fibra a cierta distancia del eje neutro cambian de signo cada medio giro de la probeta. De esta manera las fibras estarán sometidas a un esfuerzo alternativo cuya amplitud será máxima para las más alejadas del eje de la probeta.

Lo que propone Wohler es simple, en base a un número de ciclos que se requieran para una pieza se imponen unos límites de esfuerzos de diseño.

Las curvas S-N, o curvas de Wohler (esfuerzo frente a número de ciclos) se obtienen experimentalmente tras someter a distintas muestras a estados cíclicos de carga y establecer la relación de perdida de resistencia en función del número de ciclos de carga.

1.11 Resistencia a la fatiga y límite de resistencia a la fatiga

Cuando se realizan ensayos de probeta rotatoria en la maquina de Moore los resultados que se obtienen se agrupan en una banda, en el diagrama S-N, en la que entre otras cosas se observa el limite de fatiga, que es una propiedad de la mayoría de los materiales férricos y de algunos otros.

Se denomina resistencia a la fatiga S_n al valor del esfuerzo alterno en una pieza tal que produce la rotura al cabo de un cierto número de ciclos N. Aquí aparece un problema al momento de interpretar los datos, dada la dispersión que tiene la fatiga.

Para su solución, son necesarios criterios basados en la experiencia del diseñador, o criterios basados en análisis probabilísticos.

La gran mayoría de los autores consideran en las gráficas y por ende en los cálculos y consideraciones, la zona de ciclos altos por encima de 10^3 ciclos. Aunque este sea un valor convencional que corresponde a esfuerzos que muy probablemente están algo por encima del límite de fluencia en materiales dúctiles y tomar una línea recta inclinada en el diagrama logarítmico hasta el valor del límite fatiga que se adopte y seguidamente una línea horizontal. A partir de aquí hay diversos criterios, desde los que consideran una línea que coincide aproximadamente con la parte superior de la banda de resultados y quien lo hace con la inferior (para ser más conservadores).

Con la finalidad de aclarar un poco más estos aspectos de la gráfica logarítmica, se han tratado de realizar numerosas correlaciones entre los valores de la resistencia estática S_u y del límite de fatiga de la probeta rotatoria en los aceros S_N . Con esta gráfica (ver figura N°1.33) se comprueba cómo por encima de valores de la resistencia de alrededor de los 1400MPa no se produce un incremento apreciable del límite de fatiga y que para los aceros la relación es aproximadamente de dos a uno.

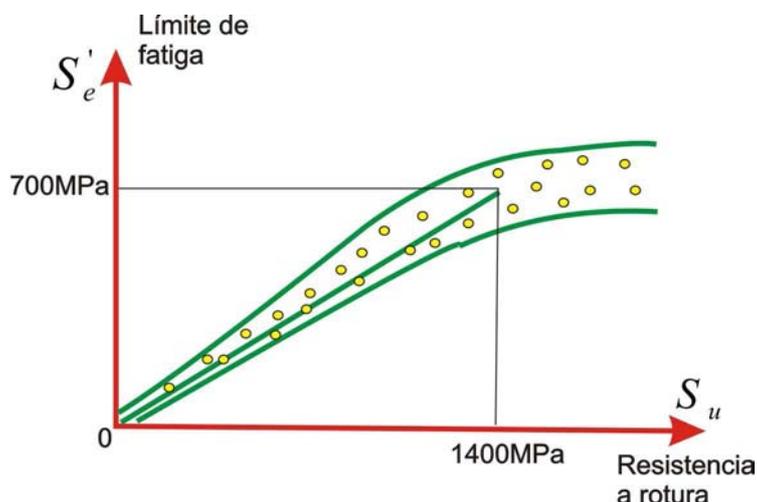


Figura N°1.33.- Relación entre esfuerzo de rotura y límite de fatiga en la probeta rotatoria.

Desde el punto de vista de la fatiga a duración ilimitada de la probeta, se puede decir que no se consigue una mejora utilizando aceros de muy alta resistencia, aunque si produce mejora sin embargo en la zona de vida finita.

1.12 Coeficientes modificativos del límite de fatiga

Lo deseable en el estudio de la fatiga sería disponer de unas teorías de equivalencia, que permitan extrapolar los datos del comportamiento de la probeta obtenidos en los ensayos a las situaciones reales de funcionamiento de piezas cualesquiera. Esto es lo que hace en el análisis estático mediante las teorías de esfuerzos equivalentes (conocidas como de fallo o rotura). Sin embargo, en el caso de la fatiga aun no se han podido desarrollar teorías que hagan posible esa equivalencia con suficiente fiabilidad, al menos desde el punto de vista de su aplicación práctica y general en la ingeniería.

Por estas razones en la práctica del diseño a la fatiga, se recurre a la utilización de coeficientes modificativos, empíricamente obtenidos, para adaptar o ajustar los valores del comportamiento a fatiga de las probetas a los de cada pieza.

La mayor parte de estos coeficientes tienden a disminuir los valores de los ensayos aunque en muy pocos casos pueden aumentarlos. Por lo general y en la gran mayoría de bibliografía los coeficientes modificativos están referidos a materiales férricos y en algunos casos aparecen discrepancias no despreciables cuando se consultan diferentes referencias.

Como la mayor parte de los coeficientes modificativos enumerados tienen valores inferiores a la unidad, se comprende que K_f (*coeficiente global de reducción a la fatiga*) suele ser un valor bastante pequeño. En este aspecto, no se pueden dar normas generales pero de forma orientativa se puede afirmar que no es nada extraño que el límite de fatiga de muchas piezas reales se reduzca hasta valores inferiores al 25% del de la probeta rotatoria e, incluso hasta un orden del 10% y 20% del valor de la resistencia última del material.

1.12.1 Factor de acabado superficial

Este es uno de los coeficientes del que más datos, tablas y comentarios se pueden encontrar en la bibliografía, debido a su importancia dentro del fenómeno de fatiga. Así pues, la probeta con la que se realiza el ensayo, tiene un acabado pulido a espejo (lapeado) y ha sido construida e inspeccionada con especial cuidado para evitar defectos puntuales, ralladuras, muescas, etc, que puedan afectar su resistencia a la fatiga. Sin embargo, los distintos elementos mecánicos existentes, no son construidos con el mismo proceso de calidad ni van a tener en general un acabado superficial de tan alta calidad.

Muchas veces, no se presta especial atención en lo que a inspección de piezas se refiere. En fatiga, no basta con asegurar que el acabado general de la pieza sea supuestamente un pulido fino, un rectificado, etc. Y obtener su correspondiente coeficiente modificativo de alguna tabla, gráfica o similar. Ya que si durante la fabricación, almacenaje, transporte, montaje o funcionamiento se produce una ralladura, una muesca, una pequeña zona de óxido u otro defecto local, será ese punto el que tenga mayores probabilidades de iniciar una grieta, y por consiguiente dar comienzo al proceso de fatiga.

1.12.2 Factor de dimensiones y geometría

Como se sabe, la probeta rotatoria puede ser considerada como una pieza relativamente pequeña si se la pone en comparación con otros elementos mecánicos existentes en la actualidad; elementos que pueden ir desde un cigüeñal de automóvil, hasta el eje de una turbina de varios MW. Se sabe, de que a medida que aumenta el tamaño de un elemento mecánico, su resistencia a la fatiga se ve afectada negativamente, es decir, disminuye. Esto puede darse por varias razones entre las que están:

- Dado el mayor tamaño de la pieza, esta contendrá más incrustaciones, más poros y otros defectos propios de los elementos mecánicos que pueden incrementar la probabilidad de fallo por fatiga.
- Por otra parte, en la piezas grandes, trabajando bajo idénticos regimenes de carga, estas tendrán mayores volúmenes de material afectadas por estas cargas y por consiguiente mayor probabilidad de iniciación de grietas.
- Por último, se sabe que los procesos de manufactura de los elementos mecánicos de gran tamaño, son más complicados que para los que no lo sean. Por lo tanto, por su complejidad de manipulación, de inspección y mecanizado, existe un gran riesgo de que se produzcan defectos internos que en las de pequeño o mediano tamaño.

1.12.3 Factor de forma de trabajo

Para estados de esfuerzos uniaxiales, en el caso de piezas trabajando con esfuerzos variables de flexión, que coincide con la forma de trabajo de la probeta, este factor se puede tomar igual a la unidad, mientras que si trabajan con cargas axiales oscila entre 0.7 y 0.9. Es decir, que si la carga es precisamente axial se puede tomar el valor 0.9, mientras que si existe algún descentramiento que pueda inducir además flexión puede llegar a descender hasta 0.7. Si la forma de trabajo es principalmente de flexión con torsión adicional se puede utilizar 0.85. Para otros estados cualesquiera de esfuerzos en piezas de geometría compleja, el coeficiente reductor oscilara entre 0.5 y 0.7.

Para estados de torsión puede pensarse en utilizar el valor de 0.577 aplicado a los esfuerzos cortantes, aunque debido a que es un caso de esfuerzo multiaxial es más conveniente tratarlo con las técnicas de equivalencia a estados uniaxiales. En general, se recomienda tratar los estados multiaxiales con técnicas que las reducen a estados uniaxiales equivalentes.

1.12.4 Factor de fiabilidad o confiabilidad

Como ya se ha mencionado, la fatiga de materiales posee una gran dispersión y una gran incertidumbre en cuanto a su predicción. A este respecto, Dolan y Sinclair, fueron dos estudiosos que trabajaron con probetas de aluminio, observaron en ellas grandes fluctuaciones en la duración al mismo nivel de esfuerzo, incluso entre $4 \cdot 10^5$ y 10^8 ciclos. Habitualmente se estudian las propiedades estadísticas del número de ciclos para rotura a distintos niveles de esfuerzo, y se comprueba que esta distribución se aproxima mejor a una de Weibull que a la de Gauss, pero si se utiliza una representación logarítmica entonces la aproximación gaussiana es ya más aceptable. Así pues, se puede obtener la probabilidad de supervivencia para una vida determinada si se conocen la media y desviación de la resistencia a la fatiga.

A falta de datos específicos, se admite una desviación estándar de un 8% para el límite de fatiga de los aceros; en función de este valor y considerando una distribución

aproximadamente gaussiana, el coeficiente de fiabilidad (o factor de confiabilidad) se puede obtener de la siguiente expresión:

$$C_f = 1 - 0.08Z \dots\dots\dots(1.6)$$

Donde Z se puede encontrar tabulada en numerosas referencias bibliográficas de estadística y algunos valores se presentan en la tabla 1.1 (donde se usan los complementos de la función Z).

Z	0.0	0.1	0.2	0.4	1	2.0	2.5	3.0	3.5	3.7	4.3	4.8
R	0.5000	0.5398	0.5793	0.6554	0.8413	0.9773	0.9938	0.9987	0.9998	0.9999	0.99999	0.99999

Tabla N°1.1.- Representación de la tabla de valores Z vs fiabilidad (R). Es un tipo de distribución distinta de la gaussiana que se usa en algunas ocasiones para los estudios de fatiga.

Por ejemplo, para una fiabilidad (R) del 0.999999 que se corresponde con un fallo por cada cien mil piezas, el valor correspondiente de Z es 4.3 y el coeficiente de fiabilidad (Cf) es igual a 0.656, es decir que este efecto aislado reduce el valor del límite de fatiga hasta un 66% del de la probeta rotatoria. Si se considera que por ejemplo determinadas piezas de la industria automovilística son diseñadas para fiabilidad superiores, se ve como este coeficiente tendrá una elevada influencia en el límite y resistencia a la fatiga.

Hay que recordar que, en el estudio de fatiga de cualquier elemento mecánico, se supone que se esta trabajando con valores que son fruto de la experimentación. Hay que puntualizar varias cosas al respecto, en primer lugar, en los ensayos de materiales se observan también algunas roturas por debajo de una línea supuestamente conservadora, por otra parte esas curvas sólo son recomendables a falta de resultados de ensayos específicos y por ellos no son muy fiables, así pues, la utilización de la ecuación puede estar hasta cierto punto justificada aunque siendo conscientes de lo que esto involucra.

1.12.5 Factor de tratamientos mecánicos

La mayoría de los textos que tratan sobre análisis de fatiga incluyen este coeficiente en el de varios y no proponen ninguna cuantificación para el mismo, sin embargo Faupel y Fisher lo concretan y cuantifican, al menos para ciertos casos de esfuerzos residuales, fundamentalmente las producidas por tratamientos mecánicos que introducen compresión residual en la zona de la superficie de las piezas, como el granallado, por lo que mejoran su comportamiento a fatiga. Afirman que los esfuerzos residuales producidos por el granallado suelen ser del orden la mitad del esfuerzo de fluencia del material y afectar a profundidades de 0.5 a 1.0 mm. Si la temperatura de trabajo de la pieza es elevada, el efecto beneficioso de esta operación se reduce e incluso desaparece. El coeficiente de corrección que propone tiene la expresión:

$$C_m = 1 + Y \dots\dots\dots(1.7)$$

Donde Y es la mejora que evalúan en función del acabado superficial de la pieza según los valores recomendados en la tabla que se muestra a continuación:

Superficie	Pulida	Mecanizada	Laminada	Forjada
Y	0.04 -0.22	0.25	0.25 -0.5	1.0 - 2.0

Tabla N°1.2.- Tablas de Faupel y Fisher para determinar el factor de tratamientos mecánicos.

Es lógico que el efecto del granallado sea mayor cuanto peor sea el estado de la superficie original; se observa una mejora pequeña para piezas pulidas (muy buen acabado superficial) y una mejora muy importante en el caso por ejemplo de las forjadas. Por esa relación entre el coeficiente de acabado superficial C_s , y este, Faupel y Fisher ponen unos límites prácticos a la mejora que supone esta operación:

$$0.70 \leq C_s C_m \leq 0.90 \dots\dots\dots(1.8)$$

Esta ecuación comprueba por ejemplo que el efecto del granallado sobre una pieza pulida a espejo es perjudicial, lo que indica que en ese caso prevalece la calidad superficial sobre la mejora producida por los esfuerzos residuales de compresión.

También existen otras tablas como en las que proponen valores para el laminado superficial (*surface rolling*)

Superficie	Ejes de acero	Pulido/mecaniz	Magnesio	Aluminio	Fund. Hierro
Y	0.2-0.8	0.06-0.5	0.5	0.2-0.3	0.2-1.93

Tabla N°1.3.-Tabla específica para piezas que han sido laminadas superficialmente (*surface rolling*).

Para otras condiciones distintas de las de esta tabla se recomiendan valores comprendidos entre 0.1 y 0.9

1.12.6 Factor de *fretting*

El *fretting*, se produce en uniones en las que existe rozamiento y posibilidad de pequeños desplazamientos relativos entre las partes en contacto, entre 0.0025 y 0.1mm según Faupel y Fisher. En el funcionamiento en contacto se producen picados y abrasiones que deterioran el estado superficial y favorecen la aparición de grietas de fatiga; la recomendación que se da en estos casos es la de que en los materiales en contacto se produzcan microsoldaduras frágiles, lo cual no siempre es posible. También un mejor ajuste entre las partes en contacto reducirá o impedirá el *fretting*, así como la introducción de un lubricante o de recubrimiento superficiales de baja resistencia a la cortadura.

En cuanto a valores numéricos de este coeficiente, existen autores que recomiendan valores comprendidos entre 0.7 y 0.8 en general y de 0.95 para ajustes muy precisos con muy poco desplazamiento relativo.

1.12.7 Factor de choque

Este es un factor que tiene en cuenta el efecto de la brusquedad en la aplicación de las cargas; en ese sentido puede ser utilizado también como un factor que mayor los valores de los esfuerzos obtenidos en el método de análisis estructural previo a la fatiga. En la bibliografía existente, los valores oscilan entre 1.0 y 0.33. El caso de 1.0 es válido para solicitaciones sin choque, funcionamiento muy suave, cambios de régimen con aceleraciones bajas y holguras reducidas; el valor más bajo es para piezas en máquinas que trabajan con fuertes choques (ejes, cigüeñales, etc.).

Berchardt propone el valor de 1.0 para cargas estacionarias o graduales, de 0.67 a 1.0 para choques pequeños y de 0.5 a 1.0 para choques fuertes.

También hay que considerar la cadena cinemática de la maquina para estimar la distancia tipológica de la pieza a la fuente de choque (es decir el número y tipo de piezas que se interponen entre la carga y la pieza estudiada) a fin de matizar los valores anteriores: la lejanía de una pieza de la fuente de choque hace que los efectos de esa fuente lleguen amortiguados por los elementos precedente en la cadena cinemática.

1.12.8 Factor de temperatura

Existen muchas aplicaciones de fatiga de alto ciclaje que ocurren bajo temperaturas extremadamente altas, como los motores de las aeronaves, donde el material puede ser mucho más débil que a temperatura ambiente. Por otro lado, en ciertas aplicaciones, como los ejes de los automóviles en Alaska durante enero, el metal resulta menos dúctil que a temperatura ambiente.

En cualquier caso, la relación de Coffin-Manson sugeriría que el factor principal que afecta la vida a la fatiga es la resistencia en un ciclo de carga. Por lo tanto, es razonable seguir uno de los dos enfoques. El diseñador puede:

1. Modificar la resistencia a la rotura del material con base en sus propiedades a cierta temperatura, antes de determinar el limite a la fatiga de un material en la siguiente ecuación, o
2. Usar un factor de temperatura:

$$C_T = \frac{S_{ut}}{S_{ut_ref}} \dots\dots\dots(1.9)$$

Donde:

S_{ut} : resistencia a la rotura por tracción del material a la temperatura deseada.

S_{ut_ref} : resistencia a la rotura por tracción a la temperatura de referencia, usualmente la temperatura ambiente.

1.12.9 Factor de soldadura

La soldadura es un proceso que complica el análisis por fatiga dado que este proceso por naturaleza es muy propenso a generar esfuerzos residuales, concentración de esfuerzos, grietas, poros, defectos superficiales, etc. Todos estos efectos son prácticamente imposibles de modelizar con la suficiente precisión.

Recientemente están apareciendo algunos programas de computador, basados en elementos finitos, que junto con criterios heurísticos permiten hasta cierto punto obtener una estimación de los esfuerzos residuales, además de que la calidad final de las soldaduras tiene una dispersión muy alta que se añade a la propia del fenómeno de la fatiga.

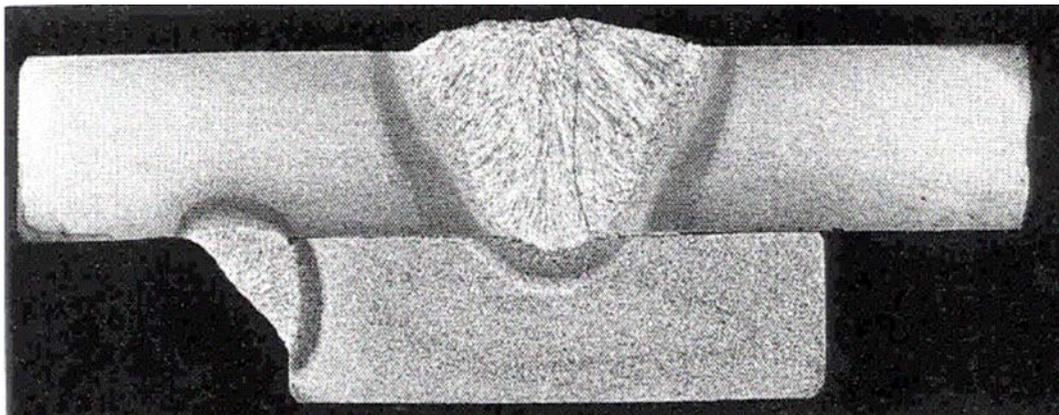


Figura N°1.34.- Fisura por fatiga originada en el concentrador formada por el respaldo permanente

A falta de datos más concretos de cada tipo de pieza y de soldadura, se recomienda utilizar un coeficiente que oscila entre 0.5 y 0.85, siendo el valor inferior para soldaduras de buena calidad pero sin ningún tratamiento posterior, por ejemplo de alivio de esfuerzos, y escasa inspección; el valor de 0.85 se reserva para soldaduras muy meticulosas, enfriamiento lento, incluso aliviado de esfuerzos, retoque de su superficie eliminando material sobrante e inspección minuciosa.

1.12.10 Factor por efectos diversos

Muchos más fenómenos pueden afectar la resistencia de un componente. Aunque en existen métodos para calcular numéricamente algunos efectos, otras consideraciones obstaculizan su cuantificación. Entre estas se encuentran las siguientes:

1.12.10.1 Proceso de manufactura.- Los procesos de manufactura tienen una función primordial en la determinación de las características de la vida a la fatiga de los materiales de ingeniería; esta función se manifiesta en el factor de tamaño que se analizó anteriormente. Pero también existen otros factores. Como el crecimiento de las grietas por fatiga es más rápido a lo largo de los límites de los granos que a través de estos, cualquier proceso de manufactura que afecte el tamaño y la orientación del grano afecta, a su vez, a la fatiga. Algunas operaciones, como el laminado, la extrusión y el estirado, conducen a granos alargados, por lo que la resistencia a la fatiga del material variara en direcciones diferentes. En la extrusión y en el estirado este efecto usualmente resulta benéfico, puesto que la dirección preferida de la propagación de grietas se convierte en la dirección axial y la propagación de grietas a través del espesor se vuelve más difícil por la orientación y el alargamiento de los granos en los metales. Recocer un componente metálico libera los esfuerzos residuales, causa que los granos se hagan equiaxiales y puede provocar el crecimiento de los granos. Liberar los esfuerzos residuales de tracción en una superficie generalmente es benéfico, pero los granos equiaxiales o más grandes representan detrimentos desde el punto de vista de la fatiga.

1.12.10.2 Los esfuerzos residuales.- Pueden resultar de los procesos de manufactura. Un esfuerzo residual está causado por la recuperación elástica después de la deformación plástica no uniforme, a través del espesor de un componente. El esfuerzo residual de compresión una superficie retarda el

crecimiento de grietas; el esfuerzo residual de tracción promueve el crecimiento de grietas. Los esfuerzos residuales de compresión se obtienen mediante el granallado y el recocido, y tal vez por medio del forjado, la extrusión o el laminado. Los esfuerzos residuales de tracción pueden resultar del forjado, de la extrusión, del laminado, del corte o de la rectificación.

1.12.10.3 El recubrimiento.- Afectan enormemente la fatiga. Algunas operaciones, como la carburización, conducen a un alto contenido de carbono en las capas superficiales del acero (y de esta forma se logra una resistencia a la fractura elevada) e imparten un esfuerzo residual compresivo en la superficie. Las superficies electrochapadas son muy porosas y, por tanto, promueven el crecimiento de grietas, reduciendo la resistencia a la fractura incluso en 50%. El enchapado de zinc representa la excepción principal en la cual la resistencia a la fatiga no se afecta seriamente. Por lo común, los revestimientos aplicados a altas temperaturas, como en los procesos de deposición química de vapor o de inmersión en caliente, pueden inducir térmicamente esfuerzos residuales de tracción en la superficie.

1.12.10.4 Corrosión.- no sorprende que los materiales que operan en entornos corrosivos tengan resistencias a la fatiga mas bajas. Las causas principales de la corrosión de los metales son el hidrogeno y el oxigeno. El primero, ayudado por los grandes esfuerzos de tracción en el extremo de la grieta, se propaga en un material cerca del extremo de la grieta, fragilizando el material y promoviendo la propagación de grietas; mientras que el segundo causa la formación de revestimientos frágiles o porosos, fomentando iniciación y crecimiento de grietas. Las altas temperaturas en entornos corrosivos aceleran los procesos con base en la difusión.

1.13 Fatiga con esfuerzo medio diferente de cero

A diferencia de la clasificación del comportamiento cíclico, se han supuesto los ciclos de esfuerzo completamente alternantes ($\sigma_m=0$). Muchos elementos de maquinas implican esfuerzos fluctuantes respecto a una media diferente de cero. Esto, trae complicaciones dado que los ensayos realizados con la maquina de viga rotatoria ya no son aplicables para estos estudios. Por este motivo, es necesario realizar ensayos sistemáticos sobre piezas y probetas con diferentes combinaciones de esfuerzos, llevando habitualmente los resultados a diagramas en los que se representan valores del esfuerzo medio frente a esfuerzo variable o alternante (σ_m, σ_a), denominados en diversa bibliografía con el nombre de diagramas de Haigh.

En el estudio de fatiga, bajo un régimen de carga con esfuerzo medio nulo ($\sigma_m=0$) es importante recalcar que los efectos del comportamiento a fatiga de metales únicamente son de interés los valores de pico de los esfuerzos, es decir los máximos y mínimos (absolutos y relativos en su caso), pero no la forma en que varia el esfuerzos entre dos picos.

1.13.1 Criterios para el diagrama de Haigh en materiales dúctiles

Los principales criterios utilizados hoy en día para el caso de esfuerzos medios de tracción son los de Gerber, Goodman y Soderberg, tal y como se representan en la figura N°1.35.

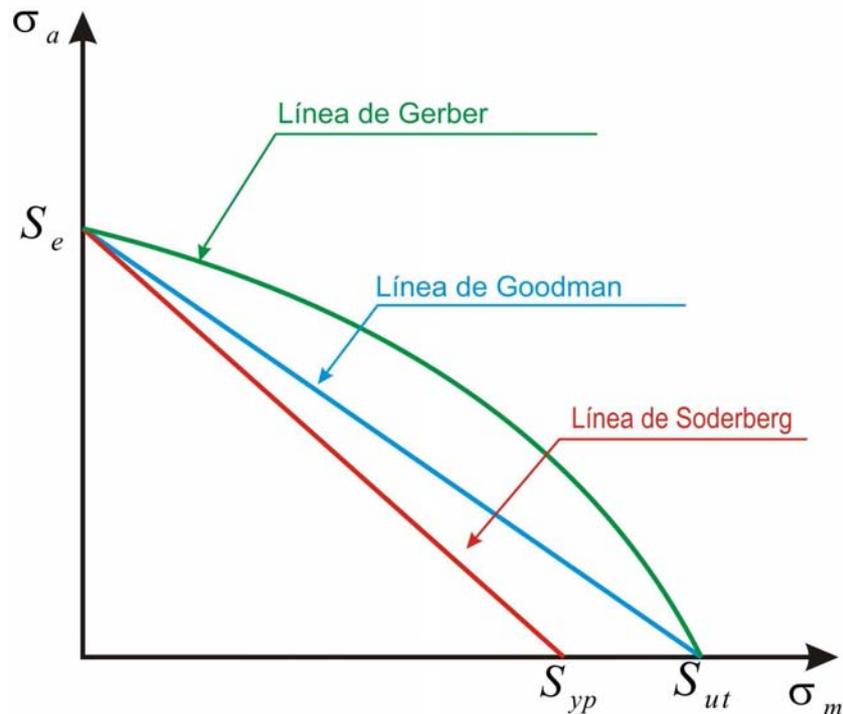


Figura N°1.35.- Principales criterios con esfuerzos medios de tracción

La línea de Gerber, es una parábola, deja por debajo de ella un cierto número de puntos de fallo, pero la mayoría de ellos deben ser atribuidos a factores de ensayo tales como pequeñas excentricidades de las cargas, vibraciones no previstas, etc. Por eso este criterio ajusta muy bien los resultados de los ensayos de fatiga con esfuerzo medio no nulo. Gerber propuso esta línea en Alemania en 1874 y es un criterio aun hoy día muy utilizado. La ecuación de la parábola de Gerber es:

$$\frac{\sigma_a}{S_e} + \left(\frac{\sigma_m}{S_{ut}} \right)^2 = 1 \dots\dots\dots(1.10)$$

Por su parte, Goodman propuso en Inglaterra la línea que lleva su nombre en 1899 y la versión representada en la figura N°1.36 a veces se conoce con el nombre de línea de Goodman modificada, su ecuación es lineal, de la forma:

$$\frac{\sigma_a}{S_e} + \frac{\sigma_m}{S_{ut}} = 1 \dots\dots\dots(1.11)$$

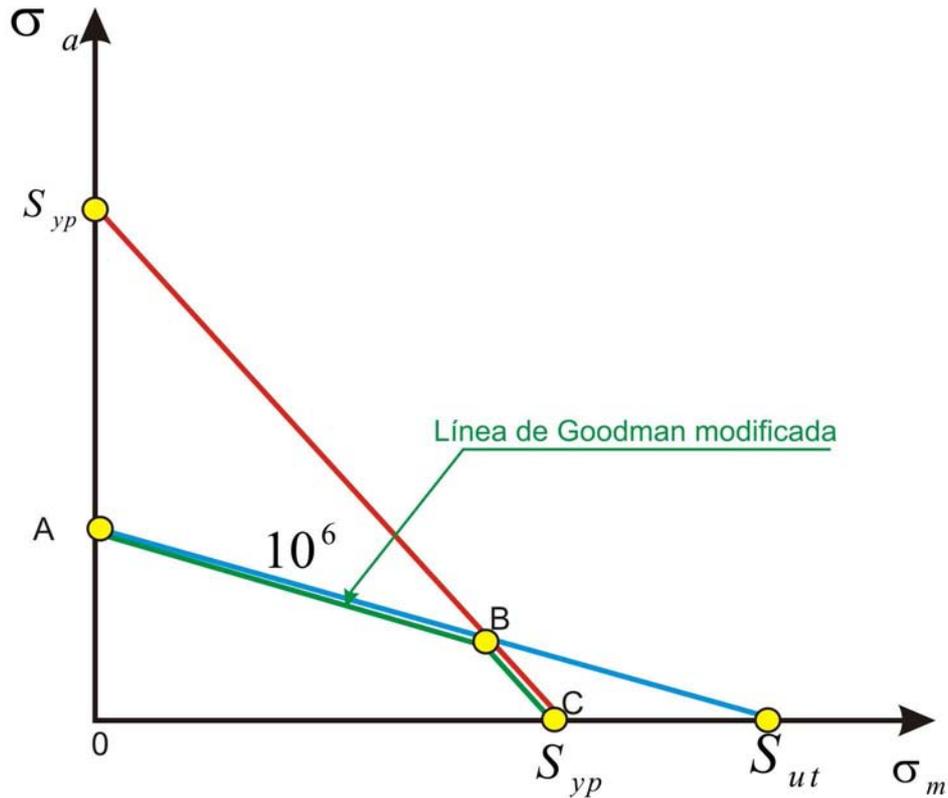


Figura N°1.36.- Línea de Goodman modificada

Es necesario recalcar, que tanto para Goodman como para Gerber, los puntos que superan el esfuerzo de fluencia no son considerados necesariamente como fallos, pues son teorías que basan el criterio de fallo exclusivamente en la rotura. Sin embargo, en diseño de maquinas no se admite habitualmente que el valor del esfuerzo supere el de fluencia (excepto en zonas muy localizadas, con esfuerzos estáticos) es por ello por lo que Soderberg propuso en Estados Unidos la línea que lleva su nombre y que previene también de los fallos por fluencia en materiales con comportamiento dúctil. La ecuación de la línea de Soderberg es:

$$\frac{\sigma_a}{S_e} + \frac{\sigma_m}{S_{yp}} = 1 \dots\dots\dots(1.12)$$

Soderberg elimina así el problema de los fallos por fluencia, pero a cambio es un criterio tal vez excesivamente conservador. Un criterio menos conservador, que se utiliza también a veces, consiste en modificar la línea de Goodman que pasa a ser sustituida por la ABC, en la cual en ningún punto se alcanza el esfuerzo de fluencia.

$$\sigma_a + \sigma_m \leq S_{yp} \Rightarrow \frac{\sigma_a}{S_e} + \frac{\sigma_m}{S_{ut}} = 1 \dots\dots\dots(1.13)$$

$$\frac{1}{S_{yp}} (\sigma_m + \sigma_a) = 1 \dots\dots\dots(1.14)$$

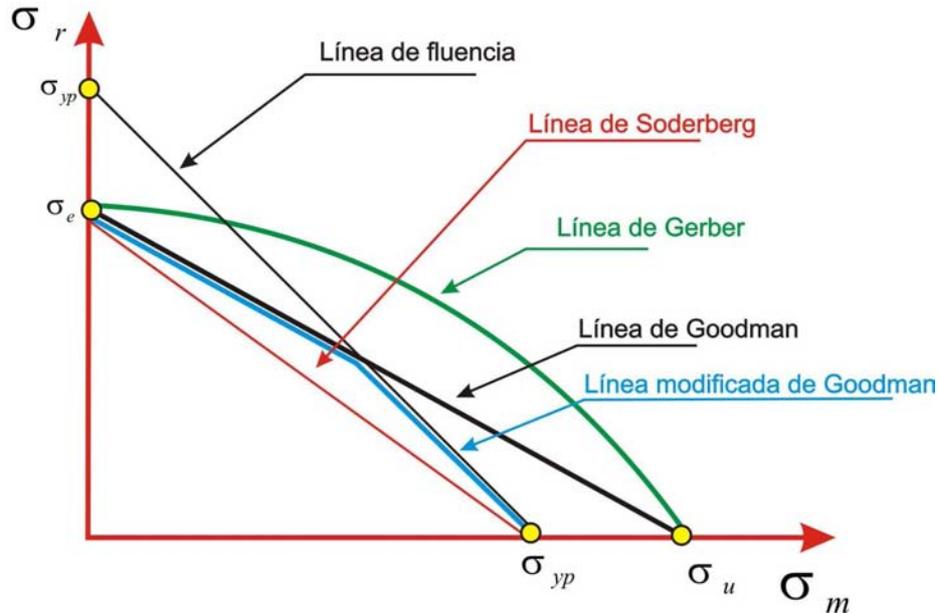


Figura N°1.37.- Ubicación de las líneas de los criterios para esfuerzos medios no nulos respecto de la línea de fluencia.

Si se utiliza el criterio de Gerber habrá que recurrir a factores de seguridad más altos que en el de Goodman o su modificación; cuando se utiliza Soderberg podrá adoptarse en cambio un menor valor del factor de seguridad.

El comportamiento de los elementos mecánicos a la fatiga depende de la naturaleza del campo al que este sometido, por lo que las líneas recomendadas y sus resultados en tracción no pueden extrapolarse a cuando el elemento trabaja en compresión. Esto se debe a que bajo campos compresivos las microgrietas se expanden con más lentitud y por consiguiente las zonas de vida infinita aumentan.

De usarse las simétricas de las líneas recomendadas (Soderberg, Goodman, Gerber) se incurriría en diseños demasiado conservadores, no obstante a veces se utiliza así por la comodidad que supone emplear una única ecuación sean cuales sean los valores del esfuerzo medio.

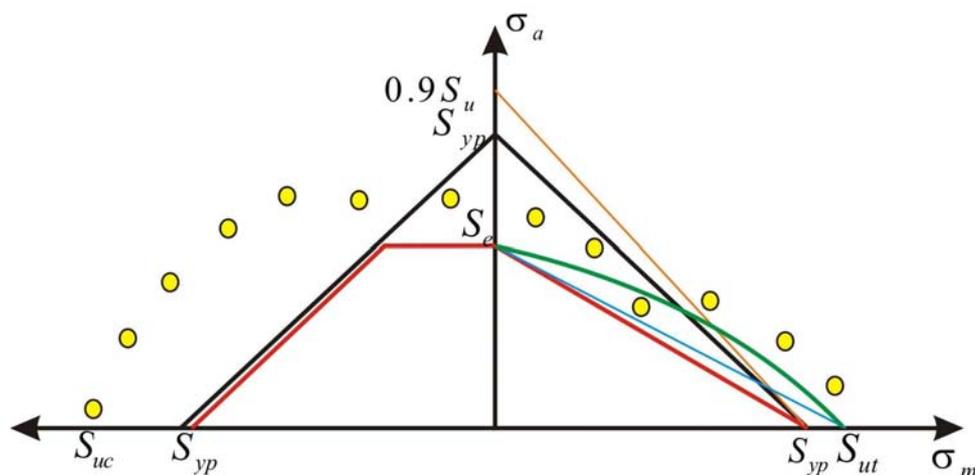


Figura N°1.38.- Criterios para esfuerzos medios de compresión. Se puede apreciar que para esfuerzos de compresión la tolerancia a los esfuerzos de fatiga aumenta.

Para duración finita de N ciclos, tanto con esfuerzos de tracción como de compresión, basta con sustituir en las ecuaciones anteriores el límite de fatiga S_e por el de la resistencia S_N correspondiente, tal y como se puede ver en la figura 1.38 para el caso del criterio de Soderberg.

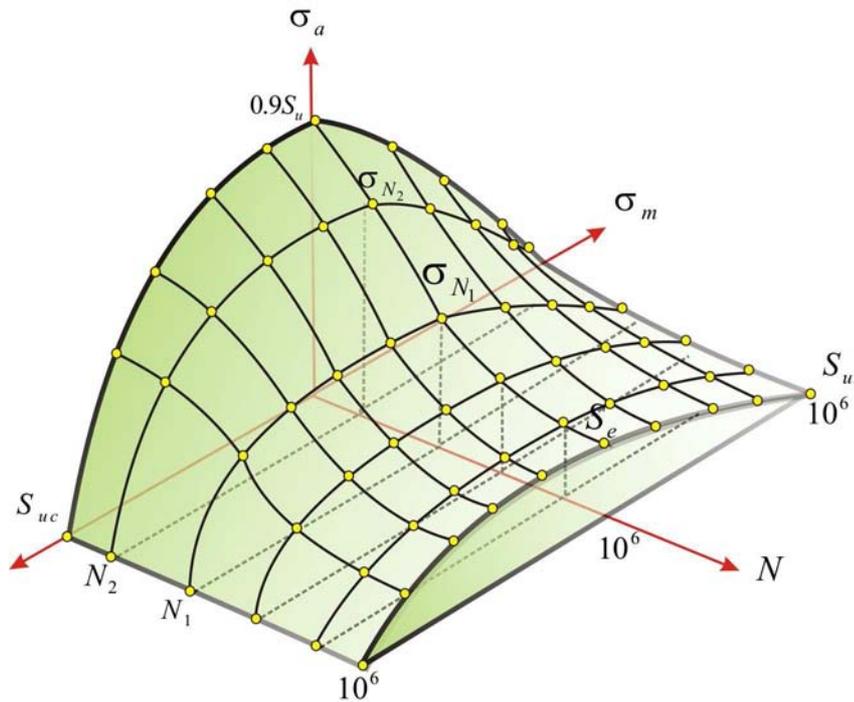


Figura N°1.39.- Superficie 3D que cubre la zona de no fallos de fatiga. Si se corta la superficie en un plano paralelo al σ_a - N se obtiene la curva S-N. Si se la corta con un plano paralelo al σ_a - σ_m se obtiene el diagrama de Haigh.

1.13.2 Criterios para el diagrama de Haigh en materiales frágiles

Para materiales frágiles, el criterio de Gerber no es recomendable debido a que una parte considerable del interior de la parábola corresponde a puntos de fallo. Con componentes medias de tracción aparecen incluso puntos de fallo por debajo de la línea de Goodman, no obstante, se recomienda utilizar dicha línea para diseño con estos materiales ya que el coeficiente de seguridad será elevado, del orden del doble del de uno dúctil para la misma aplicación.

En la zona de compresión se pueden adoptar la línea DEB, por lo que será suficiente comprobar que el esfuerzo alternante no supera el límite de fatiga (o la correspondiente resistencia a N ciclos para duración finita) y que la máxima no supera la resistencia a la compresión del material:

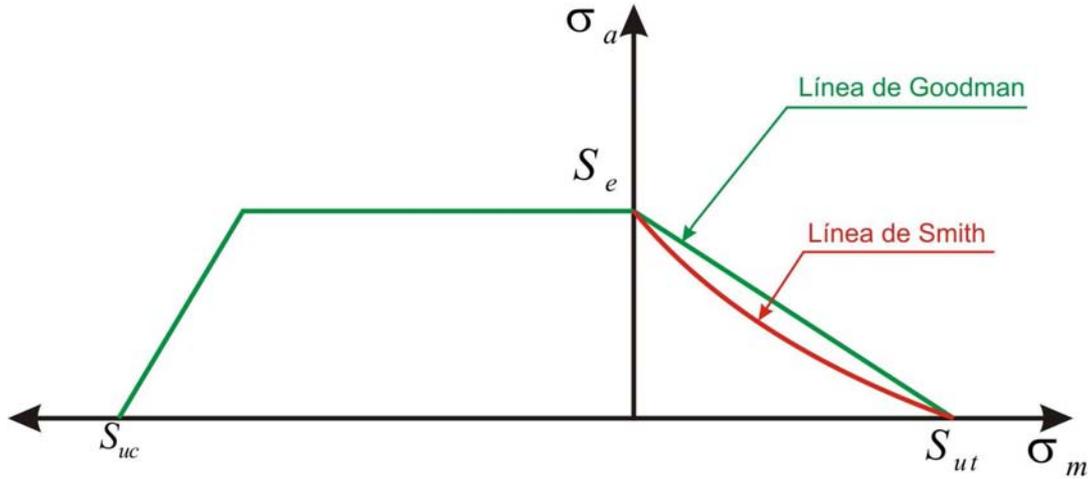


Figura N°1.40.- Criterios con esfuerzos medios en materiales frágiles

Esta gráfica nos hace notar que en los materiales frágiles los métodos usados cuando el esfuerzo medio es menor o mayor cambian bastante, así pues:

- Cuando el esfuerzo alternante sea menor que cero $\sigma_m < 0$

$$\frac{\sigma_m}{S_{uc}} + \frac{\sigma_a}{S_e} = 1 \qquad \frac{\sigma_m}{S_{ut}} + \frac{\sigma_a}{S_e} = \frac{1}{FS} \dots\dots\dots(1.15)$$

- Cuando el esfuerzo alternante sea mayor que cero $\sigma_m > 0$

$$|\sigma_m| < S_{uc} - S_e \quad \sigma_a = S_e \quad \sigma_a = \frac{S_e}{FS} \dots\dots\dots(1.16)$$

$$|\sigma_m| \geq S_{uc} - S_e \quad |\sigma_m| + \sigma_a = S_{uc} \quad |\sigma_m| + \sigma_a = \frac{S_{uc}}{FS} \dots\dots\dots(1.17)$$

1.13.3 Diagrama de Goodman modificado

A veces se representan los resultados de fatiga sobre un diagrama con un tipo de coordenadas diferentes de las que se han venido utilizando hasta este momento en el diagrama de Haigh; se le conoce como diagrama de Goodman en muchas referencias bibliográficas pero en muchas otras recibe el nombre de diagrama de Smith; lo importante es que representa en abscisas los esfuerzos medios y en ordenadas los esfuerzos máximos, tal y como se puede ver en la figura N°1.4. Los esfuerzos estáticos están en la bisectriz de los cuadrantes primero y tercero y la línea de esfuerzos mínimos, también representada en la figura, se obtiene a partir de los máximas y medios.

1.14 Daño por fatiga (daño acumulativo)

Se sabe, que cualquier espectro de carga complicado puede ser reemplazado por un espectro simplificado compuesto por varios grupos de ciclos con diferentes valores de σ_m y σ_a .

Existen varios métodos para analizar la fatiga para ciclos con valores determinados de σ_m y σ_a , ahora en cambio, se verán los efectos de la aplicación sucesiva de varios ciclos a distintos niveles de esfuerzo.

Debemos tener en cuenta que las fisuras por fatiga se núclean en los primeros ciclos de carga, pero su propagación involucra muchos factores, uno de los más importantes es el gradiente de esfuerzos. Las fisuras comienzan en regiones de altas esfuerzos, pero si crecen en la dirección en que los esfuerzos disminuyen, su crecimiento es lento e incluso puede llegar a detenerse. Además, las fisuras pueden propagarse a diferentes velocidades en distintos materiales y bajo diferentes condiciones.

El orden en el cual los niveles de esfuerzo son aplicados tiene un efecto importante en el progreso del daño por fatiga. Es lógico pensar que si aparece una fisura con la aplicación de altos niveles de esfuerzo, no se propagará rápidamente si luego se aplican esfuerzos más bajos; por el contrario, si aparece una fisura con la aplicación de bajos esfuerzos, es probable que se propague rápidamente si se aumentan los esfuerzos. Estos efectos tienden a promediarse si los niveles de esfuerzo se aplican aleatoriamente.

La **teoría del daño acumulado** estipula que cada serie de ciclos de esfuerzo se calcula como una cierta fracción del daño total, y cuando estas fracciones sumadas llegan a la unidad, ocurre la fractura. La fracción del daño total ocasionado por una serie de ciclos a un determinado nivel de esfuerzo está dado por la relación entre el número de ciclos aplicados (a ese nivel de esfuerzo), y la vida en fatiga a ese esfuerzo (relación de ciclos $C = n_i / N_i$, donde N se obtiene de las curvas S-N para un dado “ p ” por ciento de supervivencia). Matemáticamente:

$$\frac{\sigma - n_i}{N_i} = 1 \dots\dots\dots(1.18)$$

La teoría del daño acumulado puede graficarse en la curva S-N (ver Figura 1.41). Si comenzamos los ciclos de cargas en σ_1 , y aplicamos una cantidad de ciclos igual a n_1 , los ciclos remanentes a ese nivel de esfuerzo serán $N_1 - n_1$, en escala logarítmica:

$$\log N_1 - \log n_1 = \log\left(\frac{N_1}{n_1}\right) \dots\dots\dots(1.19)$$

Sabemos que

$$\frac{n_1}{N_1} + \frac{n_2}{N_2} = 1 \dots\dots\dots(1.20)$$

Que es lo mismo que:

$$\frac{n_1}{N_1} = 1 - \frac{n_2}{N_2} = \frac{N_2 - n_2}{N_2} \dots\dots\dots(1.21)$$

Por lo tanto los ciclos remanentes, en el caso de que se aplique un nuevo nivel de esfuerzos σ_2 , serán iguales a:

$$\log\left(\frac{N_2 - n_2}{N_2}\right) \dots\dots\dots(1.22)$$

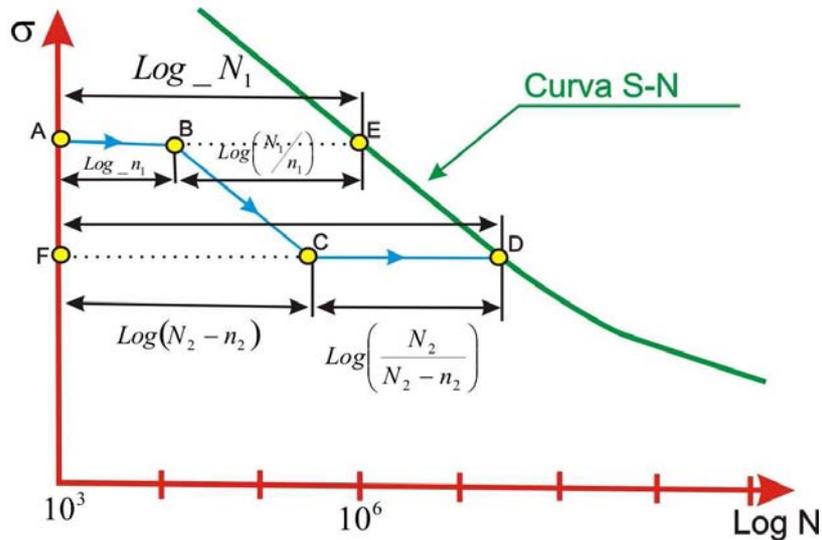


Figura N°1.41.- Diagrama S-N mostrando el progreso de la aplicación de cargas a distintos niveles de esfuerzo

1.14.1 Daño acumulativo

Al construir la curva sólida de la figura 1.42 se supuso que la variación cíclica era completamente alternante ($\sigma_m=0$). Además, para cualquier nivel de esfuerzo entre las resistencias S'_e y S'_e , el nivel máximo de esfuerzo en la variación completamente alternante se mantuvo constante hasta que ocurrió la falla en N'_i ciclos. La operación en una amplitud de esfuerzo

Los métodos estudiados hasta el momento contemplan el comportamiento de probetas o piezas sometidas a esfuerzos uniaxiales de fatiga; estos esfuerzos pueden tener esfuerzos medios no nulos ($\sigma_m \neq 0$) o completamente alternantes ($\sigma_m = 0$). Además, también se ha considerado que tanto la componente media y alternante permanecen constantes durante la vida útil del elemento mecánico, cuestión que en la vida real no ocurre con mucha frecuencia. Siendo mas frecuentes los casos en los que las piezas están sometidas a estados de esfuerzo variable, bajo ciclos de distinta amplitud e incluso con variación aleatoria (aparte de posibles estados multiaxiales).

En la figura 1.42 se representa una secuencia de esfuerzos uniaxiales en un punto de una pieza con distintas componentes medias y variables aplicadas durante unos determinados números de ciclos; simbólicamente se puede representar mediante f bloques del tipo $(\sigma_{mi}, \sigma_{ri}, n_i)$. El número total de ciclos será:

$$n = \sum_{i=1}^n n_i \dots\dots\dots(1.23)$$

Y se trata de saber si la pieza resistirá sin rotura durante esos n ciclos.

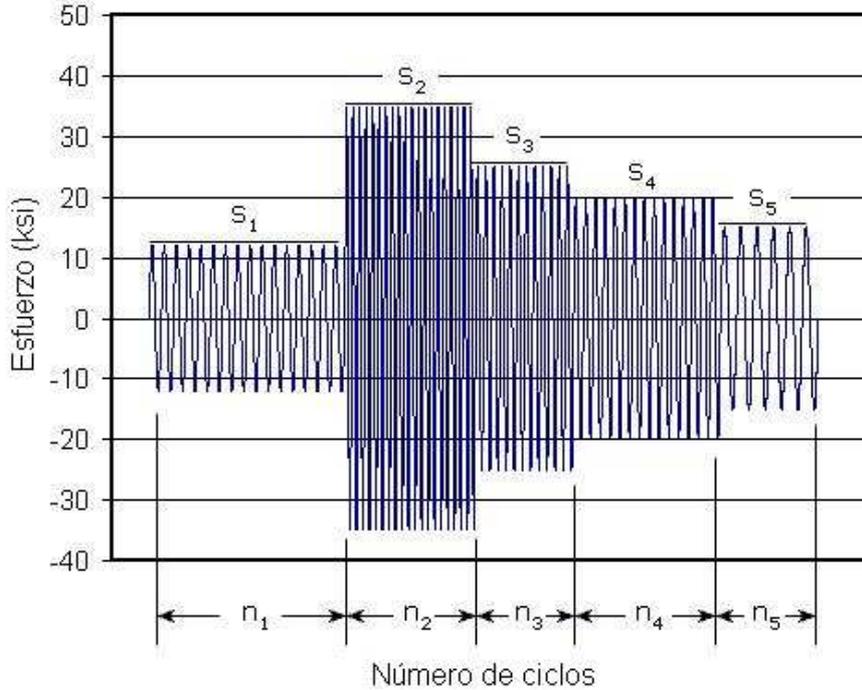


Figura N°1.42.- Agrupación de esfuerzos uniaxiales por bloques.

En una secuencia de bloques simples como los de la figura 1.42 no hay ningún problema para efectuar el cálculo de ciclos, pero en casos de variaciones de los esfuerzos más complicados, como el caso mostrado en la figura 1.43, habrá que hacer algunas simplificaciones además de aplicar algún método de conteo; los cuales se explicarán más adelante.

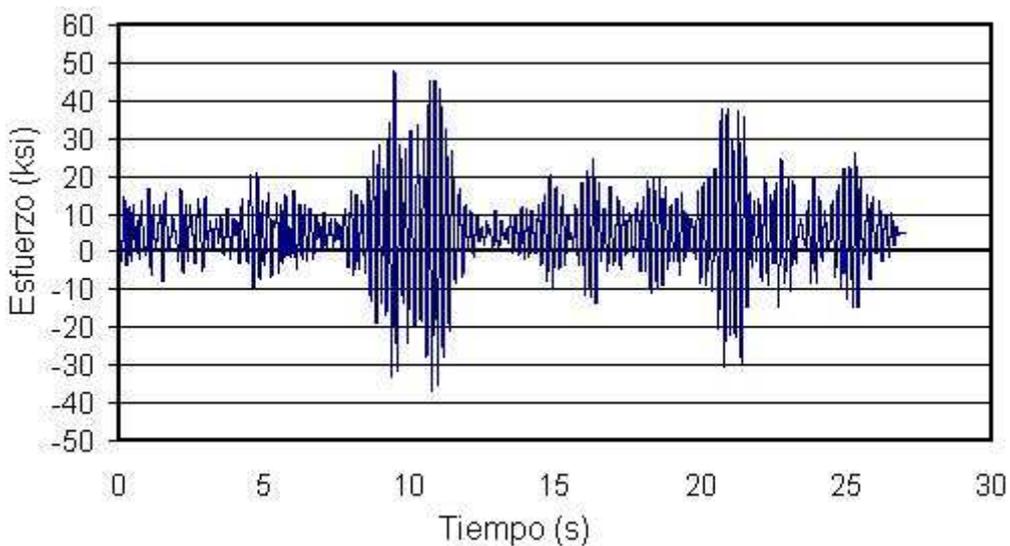


Figura N°1.43.-Espectro de frecuencias en un punto de una pieza.

Por otra parte es más sencillo trabajar con esfuerzos alternantes, así pues el siguiente paso a dar es el de obtención de los bloques de esfuerzos alternos equivalentes.

1.14.2 Obtención de esfuerzos equivalentes

En la figura 1.44 se representa la forma en que se puede obtener esfuerzo alternante equivalente en duración a un estado de esfuerzos $p(\sigma_{pm}, \sigma_{pr})$. Según el criterio de Soderberg, todos los puntos de la línea que une el límite de fluencia (S_{yp}) con el punto p tienen la misma duración (el punto B del eje de abscisas puede ser visto como una especie de “punto singular”, ya que corresponde con el fallo estático y por ello es independiente del número de ciclos). Por tanto todos los puntos de la línea BP tienen la misma duración Np , de momento desconocida, y entonces σ_{Np} es evidentemente el esfuerzo alternante equivalente en duración (Figura N°1.44). Llevando ese esfuerzo al diagrama logarítmico esfuerzo-número de ciclos (Figura N°1.45), se obtiene el número de ciclos Np buscado.

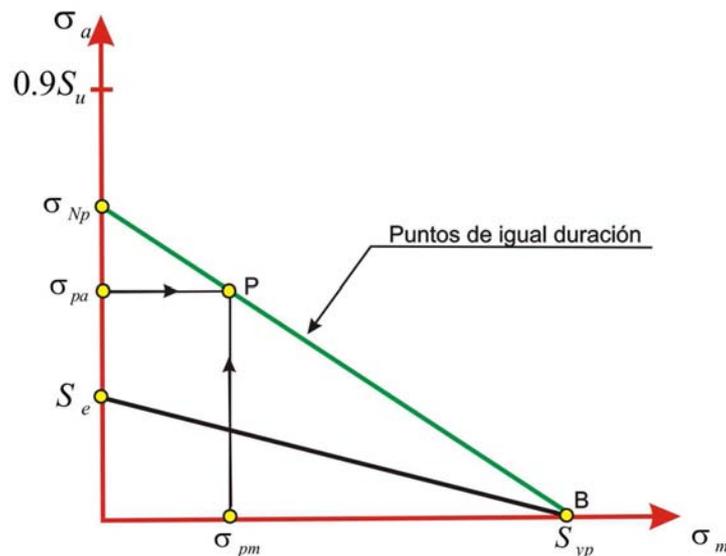


Figura N°1.44.- Esfuerzo alternativo equivalente en el punto p.

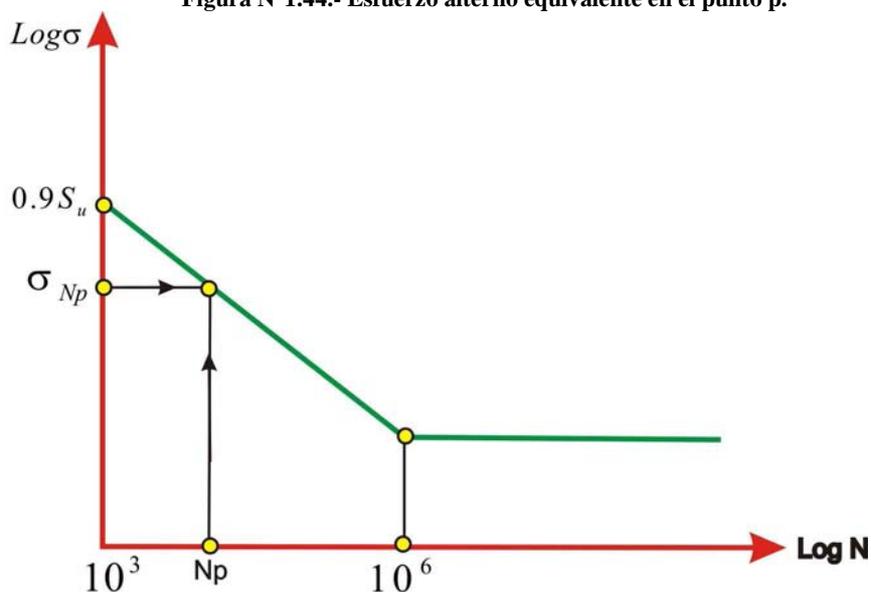


Figura N°1.45.- Número de ciclos para el fallo en el punto p.

1.14.3 Regla de Palmgrem Miner

La regla de Miner o de daño acumulado, que es como mejor se la conoce, es una teoría que sirve para estimar la vida a la fatiga a partir del historial de esfuerzos o deformaciones a la que el elemento mecánico se ha visto afectado. La estimación la realiza reduciendo los datos de carga a una secuencia de “picos y valles”, haciendo un conteo de los ciclos y calculando la vida a fatiga.

Es decir, que el análisis de fatiga bajo el enfoque de Palmgrem-Miner básicamente se divide en tres pasos:

1. Una reducción de los picos o valles.
2. Se realiza un conteo de los ciclos basándose en la gráfica simplificada.
3. En base al número de ciclos contados se puede hacer una estimación de la vida a la fatiga.

1.14.3.1 Reducción de máximos y mínimos

El proceso de reducción de los máximos y mínimos, permite eliminar datos que tienen poco o ningún efecto en la predicción de vida a fatiga. Esto se basa en el concepto de que en fatiga únicamente interesan los valores máximos (picos o *pikes*) y mínimos (valles o *valleys*) de los esfuerzos mas no la forma en que varia el esfuerzo o la deformación unitaria. Y es que en manufactura mecánica, la mayoría de los metales utilizados son aceros, los cuales por su alta conductividad térmica así como sus buenas propiedades mecánicas son afectados muy levemente por los sucesivos ciclos y la velocidad de aplicación de las cargas de baja amplitud. Este fenómeno se puede corroborar con el diagrama de histéresis del material, en el que para tales variaciones de temperatura, las propiedades mecánicas permanecen prácticamente inalteradas.

Esto mismo no sucede con algunos materiales del tipo orgánico como los plásticos y más en general de algunos polímeros. Estos materiales, con excepciones, debido a su baja conductividad térmica y alta sensibilidad a la temperatura pueden ver seriamente alteradas sus propiedades mecánicas. Este problema llega a agravarse aun más cuando la velocidad de variación de los esfuerzos aumenta.

Al comienzo de este proceso todos los puntos intermedios entre máximos y mínimos se eliminan, tal como muestra la figura N° 1.46. Esto deja únicamente la curva con los puntos correspondientes a máximos/mínimos.

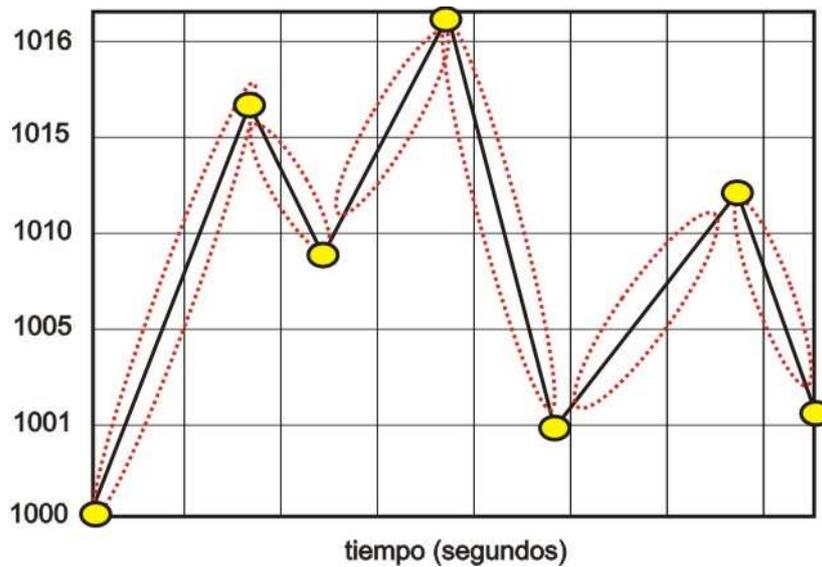


Figura N°1.46.- Eliminación de los puntos intermedios entre máximos y mínimos.

A continuación, se eliminan los pares de puntos máximos o mínimos que son insignificantes para efectos del análisis. Para ello existen muchas formas de hacerlo, la más común es especificar una tolerancia y eliminar pares pico/valle con una diferencia menor que la tolerancia. Para el caso de la figura 1.47, si la tolerancia es de 150 microstrains, los puntos 2 y 3 así también como el 5 y 6 serían los puntos a dejar de lado (ya que el rango de deformación de ambos pares es 100, menor a 150).

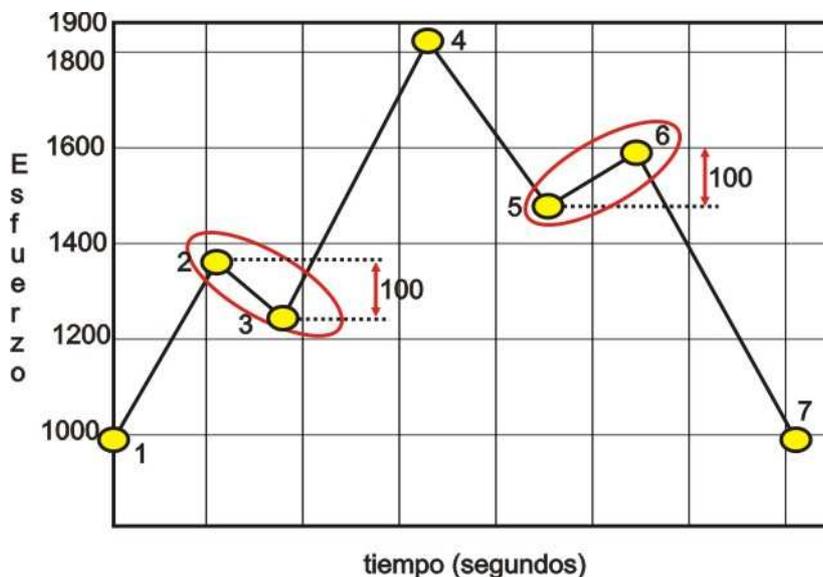


Figura N°1.47.- Eliminación de puntos insignificantes en base a una tolerancia.

A esta operación de filtrado, también se la conoce como (*peak-valley sequencing*). Para ello, un pico se define como el punto en que la primera derivada de la secuencia de esfuerzos cambia de signo positivo a negativo al avanzar en el sentido positivo del tiempo; del mismo modo, se define un valle como el punto en que la primera derivada cambia de signo negativo a signo positivo.

Los resultados de los programas de elementos finitos o de medidas experimentales suelen consistir en una serie de valores discretos, digitalizados con un cierto intervalo temporal o de tamaño de paso. No todos esos valores tienen interés en

un análisis de fatiga, solo los valores máximos y mínimos, absolutos y relativos, es por ello que debe eliminarse aquel exceso de información.

1.14.3.2 Cómputo de ciclos (*cycle counting*)

Después de haber realizado el filtrado de picos y valles, se procede a contar los ciclos. Para esta tarea si los datos se hubieran generado analíticamente, entonces los ciclos y sus correspondientes rangos de puntos se pueden determinar mediante inspección visual. Pero encontrar ciclos a partir de curvas de datos experimentales no es sencillo. Se han empleado muchos años de investigación en esta materia para formular una variedad de algoritmos de cómputo de ciclos a partir de datos experimentales.

Para realizar esta tarea, se tiene en cuenta que un cambio de pendiente es medio ciclo, y una amplitud es medio rango. Cuando se cuenta un ciclo, puede que en efecto se haya encontrado un cambio de pendiente, dependiendo del algoritmo. Junto con cada ciclo o cambio de pendiente viene su correspondiente rango o amplitud. Un simple método de contar ciclos es identificar cada sucesivo par pico/valle como un rango.

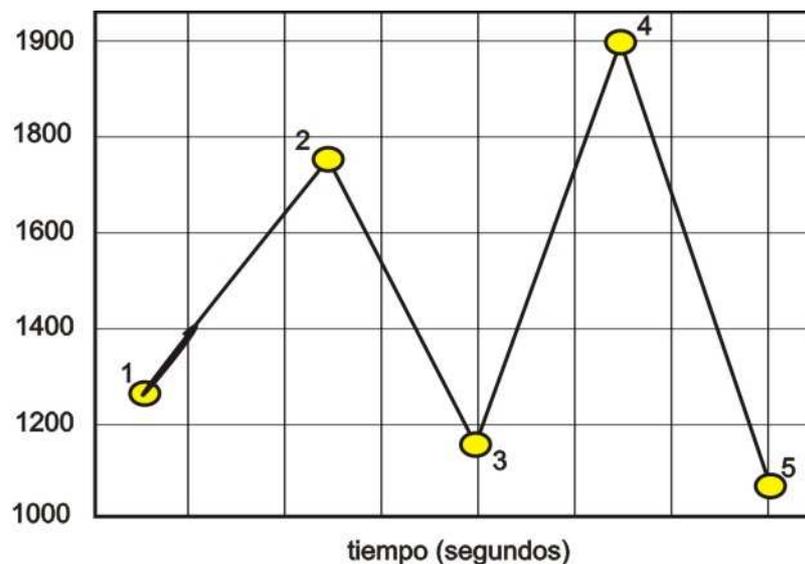


Figura N°1.48.- Conteo de ciclos o *cycle counting*.

Para los datos de la curva anterior, los segmentos 1-2, 2-3, 3-4 y 4-5 son todos rangos usando este método de conteo.

Han aparecido varios métodos de conteo de ciclos, de los más importantes está el Range Pair y el Rainflow cuyos resultados no son necesariamente siempre coincidentes, aunque en la práctica las diferencias entre uno y otro no son demasiado importantes.

Dichos métodos de conteo se basan en ir detectando ciclos paso a paso, contabilizarlos y sustraerlos del registro de esfuerzos filtrados.

a) Range Pair

En este método se comparan consecutivamente valores del esfuerzo en un instante, el anterior y el siguiente; si el valor analizado es un mínimo relativo en valor absoluto se obtiene el ciclo correspondiente cuyos valores medio y variable

En esencia, el algoritmo range-pair detecta un cambio de pendiente (y por tanto un rango) de dos casos diferentes:

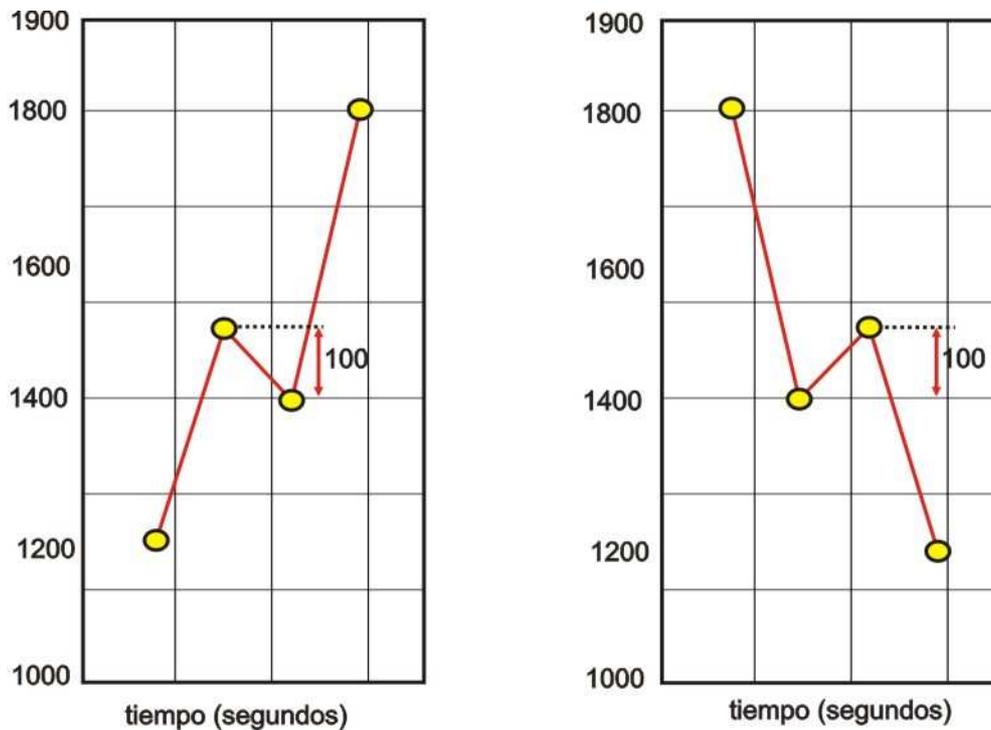


Figura N°1.49.- Rangos admisibles de filtrado.

Para el rango de pendiente positiva, el punto 1 debe ser menor o igual al punto 3, y el punto 2 debe ser menor o igual que el punto 4. Para la serie de pendiente negativa, el punto 1 debe ser mayor o igual que el punto 3 y el punto 2 debe ser mayor o igual que el punto 4.

Cuando dos puntos se determina que forman un rango, se excluyen del conteo. En los ejemplos mostrados, los puntos 2 y 3 se eliminan del cómputo, mientras que los puntos 1 y 4 se volverán a usar de nuevo.

b) Rain Flow

El algoritmo de Rainflow es el método de conteo más popular para la estimación de vida a fatiga porque sigue el bucle de histéresis de la curva esfuerzo-deformación. Este método de conteo recibió el nombre de rainflow por sus creadores, M. Matsuishi y T. Endo, porque gráficamente se parece al agua de lluvia fluyendo por el techo de una pagoda (templo budista).

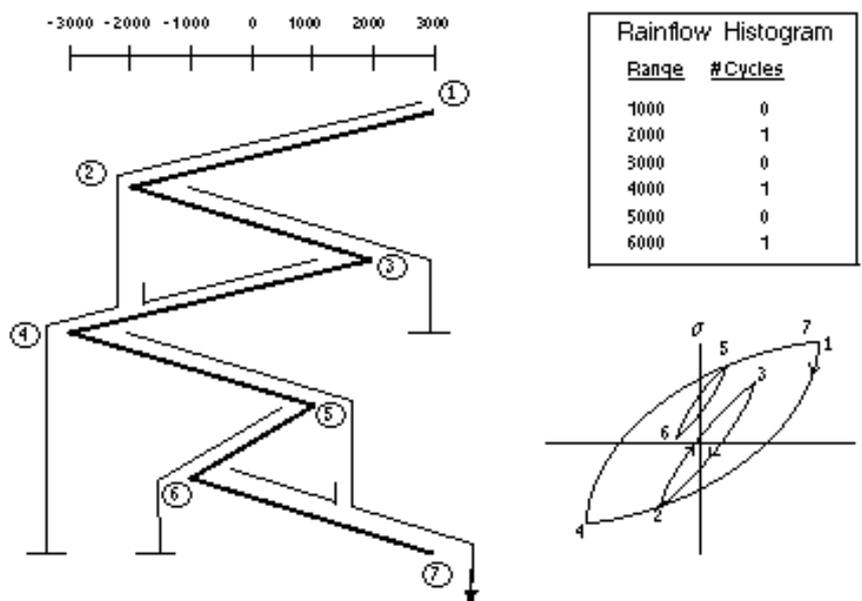


Figura N°1.50.- Descripción del método de conteo *Rain flow*.

Las reglas que gobiernan el método Rainflow son los siguientes:

1. Ordenar el histórico de forma que la mayor magnitud sea el primer pico y el último valle.
2. Empezando con el primer pico o valle, permitir que la lluvia gotee hasta que un ciclo se cierre, tal como se describe en el paso 3; o hasta que la lluvia se pare, tal y como se describe en el paso 4.
3. Si se empieza en un pico, un ciclo se cierra cuando se encuentra otro pico cuyo valor es mayor o igual que el pico de inicio. Esto se demuestra con los puntos 5-6-7. Si se empieza en el punto 5, la lluvia cae hasta el punto 6 y seguidamente cae directamente al punto 7. se para en el punto 7 porque la magnitud del punto 7 es mayor que el punto 5. Un ciclo se indica en la figura con una línea corta horizontal donde se para la lluvia.
4. Si se empieza en un valle, un ciclo se cierra cuando se encuentra un valle opuesto con un valor menor o igual al valle de arranque. Esto se demuestra con los puntos 2-3-4. Empezando por el punto 2, la lluvia cae hasta el punto 3, y luego gotea hasta el punto 4. Se para antes de llegar al punto 4 por la lluvia cayendo del punto 2. La línea corta vertical al final de la línea corriendo desde 3 a 4 indica que la lluvia esta parada.
5. Tras cerrar un ciclo, o que la lluvia este parada para el primer punto, moverse al segundo punto y permitir que la lluvia caiga. Repetir esto hasta que cada punto se haya procesado.

El resultado obtenido tras el cómputo mediante algún método como los descritos serán una serie de valores de esfuerzos medios y variables a cada uno de las cuales probablemente le corresponda un único ciclo. Mediante el diagrama de Soderberg, se pueden obtener los esfuerzos alternantes equivalentes en duración.

1.14.3.3 Estimación de vida a la fatiga

En base a los resultados, estos se pueden agrupar en grupos $(\sigma_{mi}, \sigma_{ri}, n_i)$ para después llevarlos a la forma (σ_i, N_i) . En base a ellos y en su observación se puede afirmar que si para alguno de los bloques se cumple que n_i es superior o igual a N_i se produce el fallo de la pieza. La duda surge cuando esto no ocurre, es ahí cuando se debe tener en cuenta el concepto de **daño acumulativo**.

En un caso ilustrativo se propone este caso; que durante la vida en servicio de un determinado elemento mecánico tenemos 500 ciclos (cargas y descargas) del tipo 1, 1000 cargas del tipo 2 y 10,000 cargas del tipo 3. La regla de Palgrem-Miner establece que la falla ocurre cuando

$$\sum_{i=1}^I \frac{n_i}{N_i} = 1 \dots\dots\dots(1.24)$$

Donde n_i es el número de cargas aplicadas del tipo i , y N_i es su correspondiente vida a la fatiga

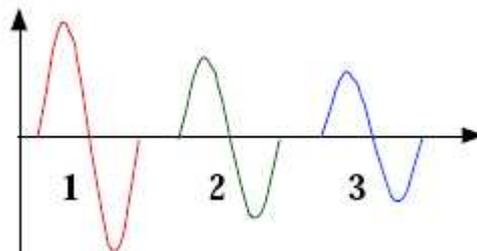


Figura N°1.51.- Caso ilustrativo de la regla de Palgrem Miner

A su vez, el daño inducido debido al ciclo de carga i será:

$$D_i = \frac{1}{N_i} \dots\dots\dots(1.25)$$

La regla de Palgrem-Miner establece que la falla ocurre cuando:

$$\sum_{i=1}^I D_i = 1 \dots\dots\dots(1.26)$$

También debe notarse en este caso, que el daño infligido en la pieza es causado por todos los ciclos de cargas y no **todos los tipos de ciclos de cargas** que se han aplicado a la pieza en estudio. En el caso ilustrativo la expresión (1.27) vendría dada:

$$\sum_{i=1}^I D_i = 500 \cdot 10^{-3} + 10^3 \cdot 10^{-5} + 10^4 \cdot 10^{-\infty} = 0.51 < 1 \dots\dots\dots(1.27)$$

En cuanto al daño acumulativo, no existe una interpretación precisa de lo que significa y por consiguiente tampoco se puede cuantificar, es por ello por lo que las leyes lineales suponen también que el daño es proporcional al número de ciclos. Es decir, que si el esfuerzo alterno σ_i produce la rotura en N_i ciclos (daño igual a D), el daño D_i en n_i ciclos se puede obtener mediante la relación de proporcionalidad:

$$\frac{n_i}{N_i} = \frac{D_i}{D} \dots\dots\dots(1.28)$$

Una secuencia de esfuerzos que verifica lo enunciado en la ecuación N°1.27, no producirá la rotura de la pieza, siempre por supuesto que se admita la validez de este método. Fue Palmgren en 1924 quien presentó primero esta teoría y posteriormente Miner en 1945, por ello se la conoce como regla de Palmgren Miner (a veces sólo como regla de Miner). Se han realizado numerosas comprobaciones de esa regla, se han propuesto modificaciones y adaptaciones, han aparecido otro tipo de criterios pero la realidad en lo que se refiere a diseño mecánico sigue siendo una herramienta potente de análisis y una de los criterios más usados para prevenir el fallo por daño acumulativo.

En la practica se ha observado que el valor unidad que aparece en la ecuación N° 1.26 no es siempre adecuado, ya que para aceros oscila aproximadamente entre 0,7 y 2,2, por lo que la fórmula se puede reescribir.

$$\sum_{i=1}^l \frac{n_i}{N_i} = c_{pm} < C_{pm} \dots\dots\dots(1.29)$$

$$0,7 \leq C_{pm} \leq 2,2 \dots\dots\dots(1.30)$$

En el caso de que se carezcan de datos específicos para un determinado material, se suele admitir el valor unidad, que es un valor conservador cercano a 0.7 y por tanto un valor que esta orientado a la seguridad.

Cuando se aplica la formula de Palmgren Miner hay que tener en cuenta algunos aspectos que esta no contempla, o que lo hace de forma que no se corresponde totalmente con las observaciones empíricas. El conocimiento de sus limitaciones nos permite realizar un diseño con criterio y en algunos casos realizar correcciones o adoptar medidas paliativas de las deficiencias de este método.

Una de las principales deficiencias de la aplicación Palmgren-Miner es que no tiene en cuenta la secuencia de aplicación de esfuerzos, es decir que para efectos del método da lo mismo aplicar al principio o al final 1000 ciclos del tipo 2 (del caso ilustrativo en la figura N°1.51) al principio o al final de la vida útil del elemento mecánico. Es decir, que los subíndices de orden no tienen ninguna importancia en el resultado final del método y no tienen ninguna importancia tal y como se comprueba por la suma directa de cocientes de ciclos en el caso ilustrativo anterior. Esto es debido a que las duraciones para la rotura se miden siempre en el diagrama $\log \sigma - \log N$ de la pieza sin deteriorar tal y como se muestra en la figura N°1.52, en la que se comprueba también que los bloques de esfuerzos de amplitud inferior al valor del limite de fatiga de la pieza, $\sigma_i < \sigma_e$, no producen ninguna influencia en el deterioro de la pieza (son un sumando nulo por tener un valor infinito en el denominador, y ello independientemente del momento en que se apliquen).

Todo esto supone también que los bloques de esfuerzos se pueden contabilizar y agrupar teniendo en cuenta únicamente el valor del esfuerzo, pero no el momento en que se producen.

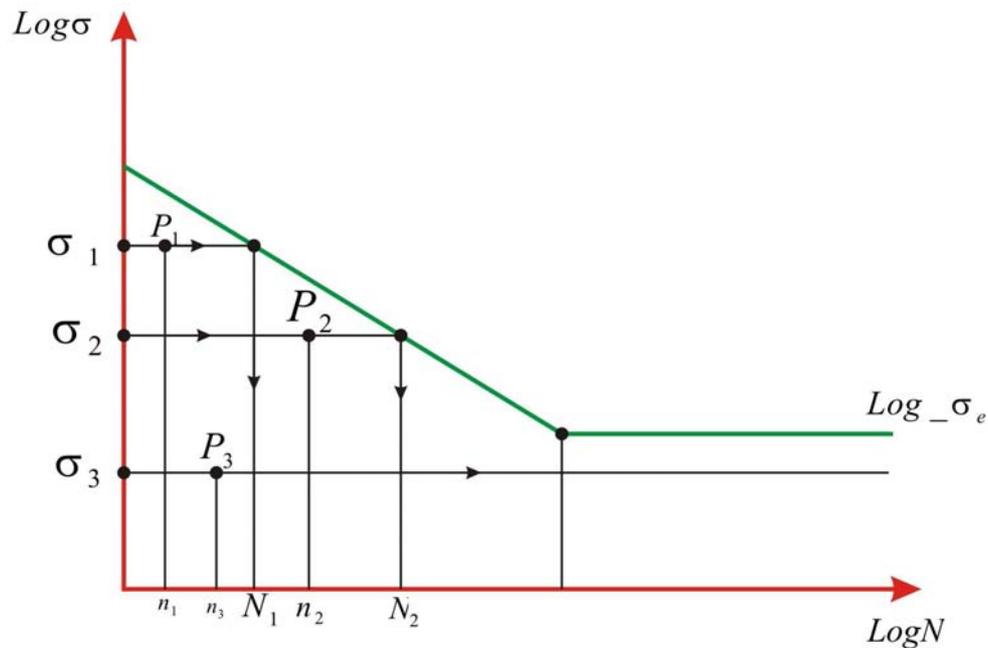


Figura N°1.52.- Duraciones para rotura y ciclos de esfuerzo en Palmgren Miner.

Para intentar solucionar estos inconvenientes, se desarrolló el denominado método o modificación de Manson hacia 1965. Este método supone que todas las curvas $\log \sigma - \log N$ pasan por el mismo punto A, en este caso $0.9S_u$ para 10^3 ciclos, tiene en cuenta la secuencia de aplicación de esfuerzos (no opera con bloques de esfuerzo sino con ciclos) y mide las duraciones en las curvas $\log \sigma - \log N$ actualizadas bloque a bloque. La figura N°1.53 resume la forma de proceder de este método.

Supóngase que (σ_1, n_1) es cronológicamente la primera serie de esfuerzos; puede que posteriormente, tras otras series, se vuelvan a aplicar otros ciclos al mismo esfuerzo σ_1 , pero deberán ser considerados entonces y no de forma conjunta con estos n_1 primeros ciclos. La nueva línea deberá pasar por el punto A, como todas, y por el $(N_1 - n_1, \sigma_1)$ que es el D₁ en la figura N°1.53. Se obtienen así el nuevo límite de fatiga S_{e1} que es inferior al que predice Palmgren Miner. La siguiente serie (σ_2, n_2) se aplicara ahora, pero utilizando la nueva curva AB₁C₁. Por ello el nuevo número de ciclos para la rotura no es ya N_2 , sino un valor inferior N_{12} ; tras esta nueva serie la curva pasar por el punto D₂ que es $(N_{12} - n_2, \sigma_2)$ y por A. el nuevo límite de fatiga es S_{e2} a 10^6 ciclos.

El proceso continúa hasta finalizar todas las series, si en ninguna i de ellas (σ_i, n_i) se verifica que n_i es superior a $N_{i-1,i}$ entonces se puede afirmar que la pieza resiste las solicitaciones aplicadas, en magnitud y orden de aplicación (siendo $N_{i-1,i}$ el número de ciclos para la rotura a la tracción σ_i medido en el diagrama del material deteriorado por las $i-1$ series precedentes).

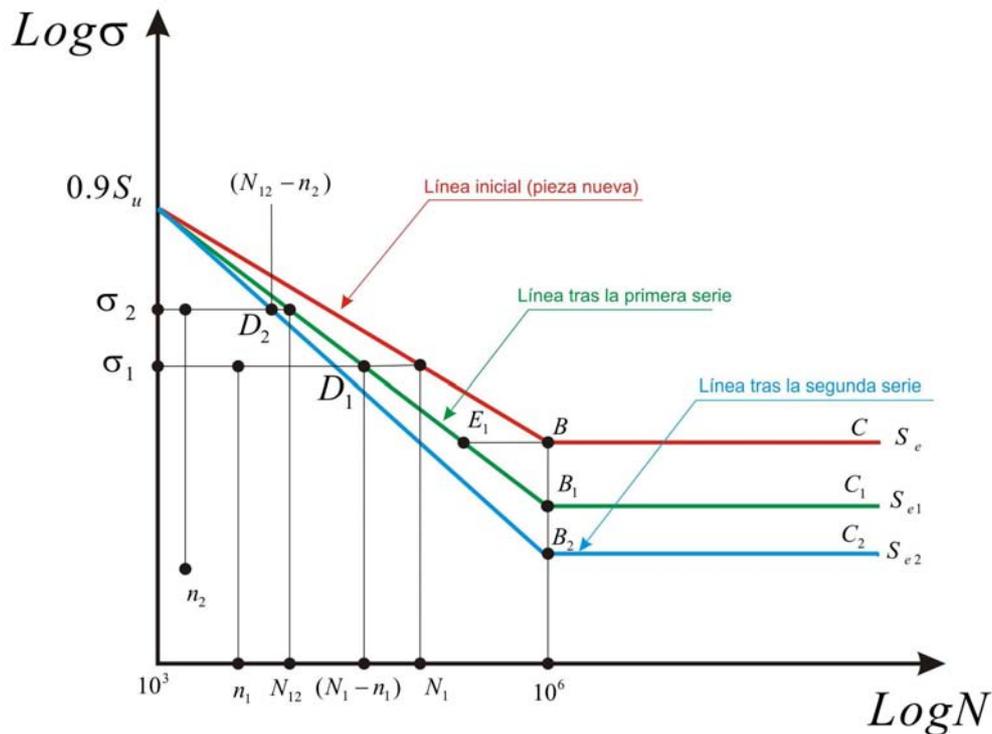


Figura N°1.53.- En esta figura se ilustra de manera exagerada la modificación de Manson. La cual pretende mejorar una de las falencias del método de Miner.

Es posible que un registro de esfuerzos más complejo, consista en cientos o tal vez miles de esos valores de esfuerzos alternantes, a cada uno de los cuales le corresponderá un único ciclo. Para simplificar la tarea de almacenamiento y tratamiento de la información, y suponiendo que se va a utilizar Palmgren Miner, se pueden eliminar ya directamente todos los datos correspondientes a esfuerzos cuyo valor es inferior al del límite de fatiga de la pieza. En el margen comprendido entre el límite de fatiga S_e y el de $0.9S_u$ se puede establecer un número suficiente de bandas, tales que todos los valores de los esfuerzos comprendidos en cada una de ellas son redondeados al valor representativo de la banda (el medio o el máximo), de ese modo se reduce nuevamente la cantidad de información a manipular ya que ahora a cada valor del esfuerzo σ_i le corresponderá un número de ciclos n_i ; son esos valores así redondeados los que, tras obtener el N_i correspondiente en el diagrama $\log \sigma - \log N$, permiten aplicar la ecuación

1.15 Criterios de diseño

A partir de la incertidumbre que genera el desconocimiento de las causas que originan la fatiga, se debe necesariamente recurrir a ensayos, cálculos estadísticos y simulaciones para arribar a datos confiables. Para calcular la **vida real** de una pieza la única forma es efectuar los ensayos necesarios simulando las condiciones de servicio de la forma más real posible.

Surgen así dos criterios de diseño:

1.15.1 Falla segura (Safe-Fail): asegura que la falla de la pieza no afecte al resto del conjunto o estructura.

1.15.2 Vida asegurada (Safe-Life): asegura la vida del componente, sometido a la fatiga, durante determinado tiempo (o número de ciclos) de uso.

1.16 Detección y vigilancia de fallas, (ensayos no destructivos)

Las fallas producidas por fatiga (especialmente las fisuras) se detectan aplicando el método no destructivo más apropiado a las circunstancias. Así, por medio del ensayo con partículas magnéticas, magnaflux, o con líquidos penetrantes, pueden detectarse fisuras incipientes, mientras que la radiografía (con rayos X o gamma) permitirá determinar fallas de carácter interno. El método ultrasónico permitirá actuar en principio sobre las dos clases de fallas, en especial sobre las internas.

1.17 Prevención, mantenimiento y normas de diseño básicas

Ya se ha visto que la fisuración es la manifestación de la falla por fatiga. El remedio a la fisuración consiste en remover el material adyacente a la fisura sin dejar concentración de esfuerzos, y proceder eventualmente a rellenarlo con material de aporte. Este procedimiento, si bien utilizado frecuentemente, es raramente válido. Antes de utilizarlo debe tenerse en cuenta las siguientes observaciones:

1. Cuando aparece la fisura la pieza ya está dañada por fatiga. En efecto, la fisura no es en estos casos una causa, sino un efecto. Si se elimina la fisura, la fatiga no desaparece de las zonas adyacentes que pueden estar afectadas.
2. La limpieza de la fisura debe consistir en quitar suficiente material como para eliminar una posterior propagación por un fondo de grieta no eliminado.
3. El relleno de la cavidad con soldadura por ejemplo, puede llevar a más fisuración si no se observan cuidadosamente las reglas, especialmente con relación a la eliminación de esfuerzos residuales.
4. En todos los casos, la pieza reparada debe ser objeto de controles periódicos, especialmente frecuentes en los primeros momentos.
5. El mantenimiento preventivo es una de las medidas más efectivas para evitar los desastres que pueden acarrear las roturas por fatiga. Consiste en la aplicación de métodos no destructivos como los ya mencionados en la vigilancia de los elementos, en especial en sus zonas críticas tendientes a la detección temprana de fisuras: es decir antes que tienda a alcanzar su longitud crítica.
6. La programación de este mantenimiento deberá efectuarse teniendo en cuenta el mecanismo de crecimiento de fisuras, que depende del número de ciclos aplicados.
7. En cuanto al diseño, podemos mencionar las siguientes consideraciones:
 - Evitar marcas de herramientas en las zonas críticas.
 - Evitar los bordes agudos.
 - Dentro de lo posible, efectuar ensayos a escala y en condiciones tan reales como sea posible.

Capítulo II Diseño de ejes a fatiga

2.1 Introducción

En diseño mecánico, los ejes de transmisión de potencia o movimiento son bastante comunes, se los puede encontrar en cualquier parte y están hechos de todo tipo de materiales. Por tal motivo, estas aparentemente sencillas piezas han sido objeto de muchos estudios e investigaciones para mejorar su desempeño y eficiencia.

Como en casi todos los campos de la ciencia, la metodología y teorías de diseño han seguido caminos y perspectivas un tanto diferentes. Existen, códigos de diseño americanos, ingleses, rusos y otros más; de difícil acceso aun en estos días pero que en esencia conllevan a un diseño eficaz y económico.

Los ejes de sección transversal circular se utilizan con mucha frecuencia en muchos tipos de equipos mecánicos y maquinaria. Como resultado, a menudo se ven sometidos a esfuerzos cíclicos haciéndolos vulnerables a la fatiga. Además de estas cargas flexionantes y torsionantes pueden existir concentraciones de esfuerzos debido a chavetas, acoplamientos y transiciones bruscas en su sección transversal. Para diseñar de manera adecuada un eje, todos estos factores deben ser tomados en cuenta con especial cuidado.

Los ejes a menudo se ven sometidos a estos esfuerzos debido a su interacción con otros elementos de transmisión de potencia como los engranajes, las poleas, cadenas, etc. Debido a que las cargas pueden aplicarse al eje según varios ángulos, los momentos flexionantes y torsionantes internos en cualquier sección pueden ser determinados reemplazando primero las cargas por sus contrapartes estáticamente equivalentes y luego descomponiéndolas en componentes según dos planos perpendiculares. A partir de aquí es que se pueden trazar los diagramas de momento flexionante para las cargas en cada plano y el momento interno resultante se determina en cualquier sección a lo largo del eje por medio de una suma vectorial dada por:

$$M_{eq} = \sqrt{M_x^2 + M_z^2} \dots\dots\dots(2.1)$$

Además del momento de flexión, algunos segmentos del eje también podrían estar sometidos a diferentes momentos torsionantes internos. Para tener en cuenta los efectos de estos torsosres es necesario también realizar un diagrama de momentos torsosres.

Una vez que se han establecido los diagramas de momento flexionante y de torsosres, pueden entonces investigarse ciertas regiones críticas a lo largo del eje donde la combinación de un momento resultante con un torsor crea la peor situación de esfuerzo. A este respecto, el momento de inercia del eje es el mismo en torno a cualquier eje diametral, y como este eje representa un eje principal de inercia de la sección transversal, puede aplicarse la fórmula de la sección usando el momento resultante de flexión para obtener el momento flexionante máximo.

Tal y como se muestra en las figuras 2.1 y 2.2, esfuerzos del tipo de flexión y torsión ocurrirán en los puntos A y B, cada uno localizado en la superficie externa del eje.

Además de los esfuerzos mencionados anteriormente existe otro, el cual se puede hallar con la fórmula:

$$\tau = \frac{V \cdot Q}{I \cdot t} \dots\dots\dots(2.2)$$

Sin embargo, muchos autores coinciden en despreciar este esfuerzo debido a su poca significancia en magnitud si se lo compara con los esfuerzos desarrollados por las cargas de flexión y torsión. En algunos casos debe investigarse, pero por fines simplificativos se suele despreciar en el análisis de esfuerzos.

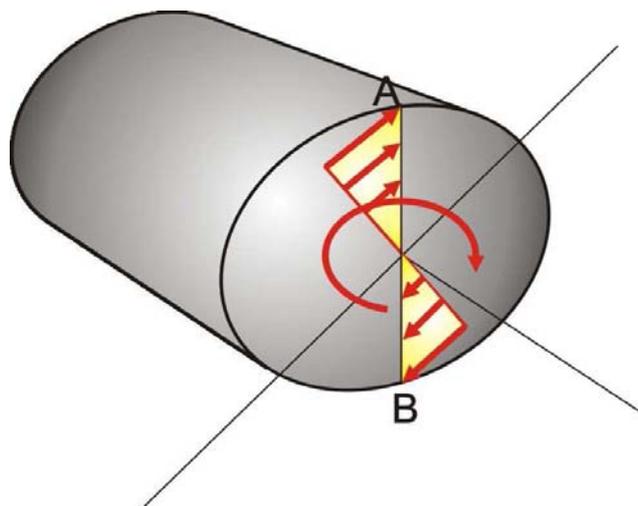


Figura N° 2.1.- Estado de esfuerzos por efecto de un momento torsor. Los puntos A y B son los más significativos en cuanto a magnitud para tal posición.

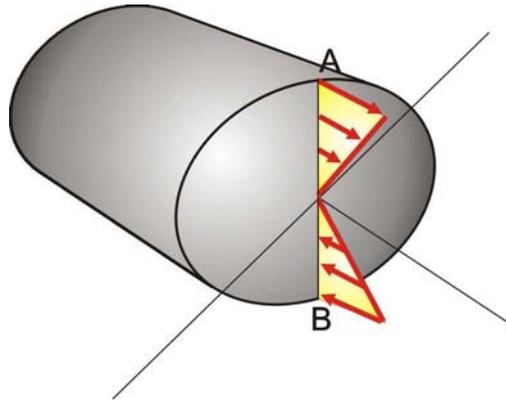


Figura N° 2.2.- Estado de esfuerzos por efecto de un momento flector. Los puntos A y B son los más significativos en cuanto a magnitud en esa posición. En el caso de que el eje gire, todos los puntos de la circunferencia estarán sometidos a esfuerzos de ese tipo.

Por tanto, el estudio de estos elementos mecánicos estará basado fundamentalmente en dos fórmulas:

$$\sigma = \frac{Mc}{I} \quad \tau = \frac{Tc}{J} \dots\dots\dots(2.3)-(2.4)$$

Estas podrán aplicarse tanto para esfuerzos medios como alternantes, dependiendo de que situación de esfuerzos particular se este analizando.

El diseño y el perfeccionamiento de toda clase de máquinas estructurales viene acompañado de problemas de todo tipo y por tanto el ingeniero debe aportar su criterio y experiencia para efectuar un diseño confiable. Esta disyuntiva se puede apreciar al momento de elegir un criterio de falla que se ajuste a las condiciones del problema.

Estas teorías son muy necesarias y útiles dado que es poco práctico probar cada material para cada combinación de esfuerzos. Estas teorías, se basan en el comportamiento de un material en la prueba a la tensión y sabiendo que tan resistente será bajo cualquier condición de carga estática. Dentro de este marco, la teoría que sirve de sustentación para diversas teorías clásicas de falla es **que lo que sea responsable de la falla en la prueba estándar a la tensión también será responsable de la falla bajo cualquier otra condición de carga estática (como se verá mas adelante esta teoría se extiende al caso de fatiga).**

En cuanto a este aspecto existen varias teorías orientadas a los distintos tipos de material pero en mayor grado se ven diferenciadas por su comportamiento elástico, es decir: materiales dúctiles o frágiles.

Sin embargo, ninguna teoría única de falla se puede aplicar a un material específico en todo momento, porque un material se puede comportar de manera dúctil o frágil según la temperatura, la velocidad de carga, el entorno químico, o la manera en que el material se moldea o forma. Cuando se utiliza una teoría particular de falla, primero es necesario calcular las componentes de las deformaciones cortante y normal en puntos del miembro en donde son mayores.

De la teoría de resistencia de materiales, se sabe que un elemento puede estar sometido a esfuerzos axiales, de flexión, torsión o en un caso más general a una combinación simultánea de ellos. Cuando esto sucede, se dice que el estado de esfuerzos sobre el elemento es multiaxial.

El caso más frecuente de estado multiaxial es el biaxial, ya que es el que se produce en la superficie de numerosas piezas, excepto en casos concretos como aquellos en los que exista presión interna o combinaciones de cargas y restricciones geométricas particulares, en los cuales pueden existir puntos de la superficie con tensión triaxial. Las técnicas para análisis multiaxial son idénticas para los casos bi y triaxial.

Los casos multiaxiales se producen incluso en piezas de geometría sencilla, como las cilíndricas de los ejes y partes asociadas.

2.2 Teorías de falla para materiales dúctiles

Son las teorías más usadas dentro del diseño mecánico dado que el material usado por excelencia en las aplicaciones mecánicas es el acero, y como tal, presenta un comportamiento predominantemente dúctil.

2.2.1 Teoría del esfuerzo cortante máximo

La causa más frecuente de fluencia de un material dúctil como el acero es el deslizamiento, el cual ocurre a lo largo de los planos de contacto de cristales ordenados al azar que componen el material. Este deslizamiento se debe al esfuerzo cortante, y si el material se somete a una prueba de tensión simple se puede ver cómo provoca que el material fluya. Los bordes de los planos de deslizamiento se conocen como *líneas de Luder*, y aparecen en la superficie del material perfectamente pulimentada sometida a tensión. Estas líneas indican con claridad los planos de deslizamiento en la solera, las cuales se presentan con un ángulo de más o menos 45° respecto a su eje (para aceros).

Con esta idea de que los materiales dúctiles fallan por cortante, Henri Tresca propuso en 1868 la teoría del esfuerzo cortante máximo o criterio de fluencia de Tresca. Esta teoría se puede usar para predecir el esfuerzo de falla de un material dúctil sometido a cualquier tipo de carga. La teoría del esfuerzo cortante máximo establece que la fluencia del material comienza cuando el esfuerzo cortante máximo absoluto en este alcanza el esfuerzo cortante que genera que el mismo material fluya cuando se somete sólo a tensión axial. Para evitar la falla, por tanto, la teoría del esfuerzo cortante máximo requiere que τ_{\max} en el material sea menor que o igual a la mitad del esfuerzo de fluencia.

Para su aplicación, el esfuerzo cortante máximo absoluto se debe expresar en función de los esfuerzos principales.

La teoría del esfuerzo cortante máximo para esfuerzo plano se puede expresar para dos esfuerzos principales en el plano cualesquiera como σ_1 y σ_2 mediante los siguientes criterios.

$$\left. \begin{array}{l} |\sigma_1| = S_{yp} \\ |\sigma_2| = S_{yp} \end{array} \right\} \sigma_1, \sigma_2 \text{..tienen...el..mismo..signo} \dots\dots\dots(2.5)$$

$$|\sigma_1 - \sigma_2| = S_{yp} \dots \sigma_1, \sigma_2 \dots \text{..tienen...signos...opuestos} \dots\dots\dots(2.6)$$

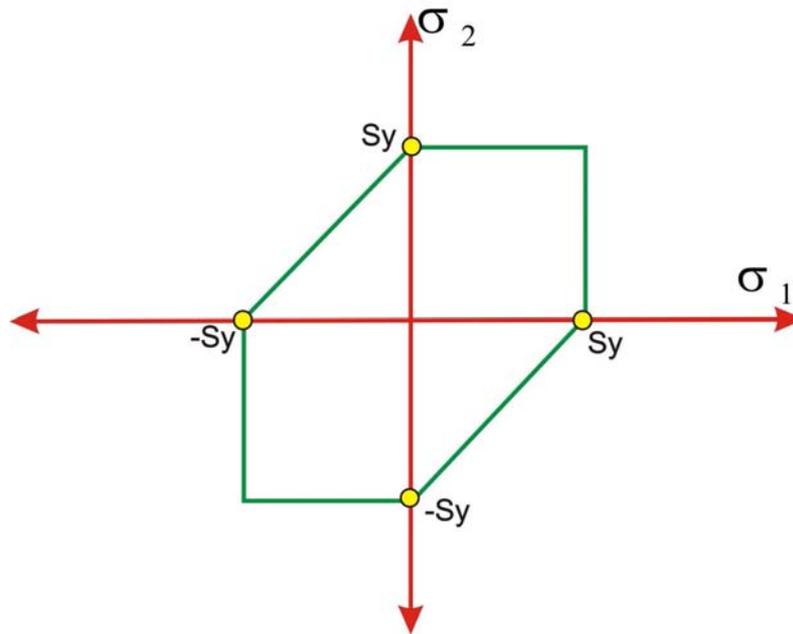


Figura N°2.3.- Representación gráfica de la teoría del esfuerzo cortante máximo (criterio de Tresca). También se la conoce como MSST (por sus siglas en inglés).

De la figura 2.3 se puede deducir fácilmente que cualquier punto del material que se someta a esfuerzos planos y sus esfuerzos principales sean representados en el plano $\sigma_1 - \sigma_2$ y se ubiquen fuera del área hexagonal mostrada en la figura 2.3, el material fluirá en el punto y se dice que ocurre la falla.

2.2.2 Teoría de la energía de distorsión máxima

Los métodos de análisis para resistencia de materiales basados en conceptos de energía sostienen que cuando un material se deforma por una carga externa, tiende a almacenarse energía internamente en todo su volumen.

Basados en estos conceptos se crea la necesidad de formular un criterio de falla basada en la distorsión generada por la energía de deformación. Así pues, Huber en 1904 propuso que la fluencia en un material dúctil ocurre cuando la energía de distorsión por volumen unitario del material es igual o sobrepasa la energía de distorsión por volumen unitario del mismo material cuando este se somete a la fluencia en una prueba de tensión simple. Esta teoría se llama teoría de la energía de distorsión máxima, más tarde fue redefinida por Von Mises y Hencky por lo que a veces se la conoce por esos nombres.

En el caso del esfuerzo plano y biaxial la formulación es:

$$\sigma_1^2 - \sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2 = S_{yp}^2 \dots\dots\dots(2.7)$$

Esta ecuación representa una curva elíptica. De manera análoga al criterio de Tresca, si un punto del material se somete a esfuerzo de modo que las coordenadas del esfuerzo $\sigma_1 - \sigma_2$ queden en el borde del área elíptica o fuera de esta, se dice que el material falla.

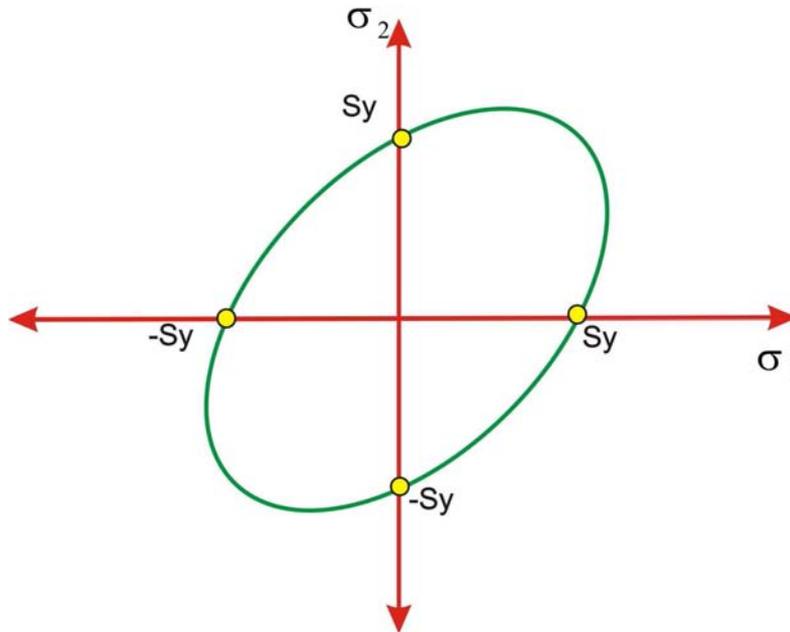


Figura N°2.4.- Representación gráfica del criterio de la energía de distorsión máxima. Conocida también como DET (por sus siglas en inglés).

En la figura 2.6, se muestra una comparación de los dos criterios de falla anteriores. Cabe resaltar, que ambas teorías dan los mismos resultados cuando las deformaciones principales son iguales, es decir, cuando uno de los esfuerzos principales es cero y el otro tiene una magnitud de S_y . Por otra parte, si el material se somete a cortante puro, entonces las teorías discrepan mucho al predecir la falla. Las coordenadas de esfuerzo de estos puntos marcados en la curva se calcularon considerando el elemento mostrado en la figura N°2.5.

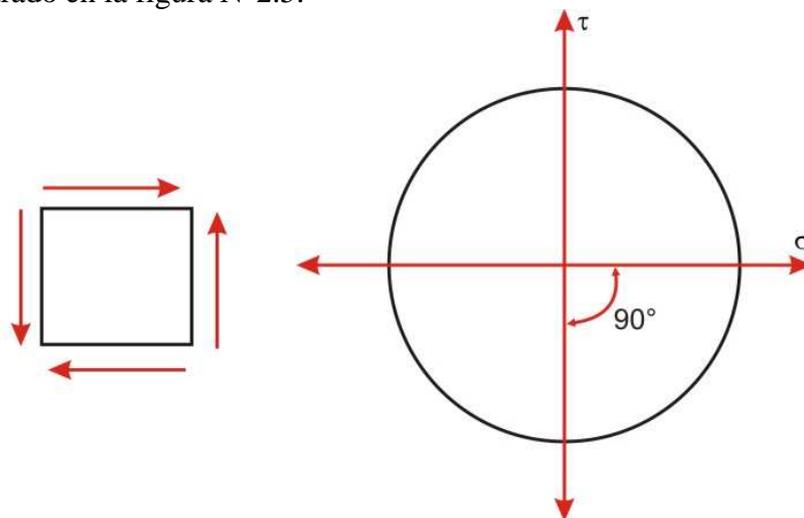


Figura N°2.5.- Estado de esfuerzos de cortante puro por torsión.

Pruebas de torsión, usadas para desarrollar una condición de cortante puro en un material dúctil, han mostrado que la teoría de la energía de distorsión máxima da resultados más precisos para la falla por cortante puro que la teoría del esfuerzo cortante máximo. De hecho, en alguna bibliografía se sostiene que la teoría de la energía de distorsión máxima es un 15% más precisa que las predicciones dadas por la teoría del esfuerzo cortante máximo haciendo uso de la siguiente relación:

$$\frac{\frac{S_{yp}}{\sqrt{3}}}{\frac{S_{yp}}{2}} = 1.15 \dots\dots\dots(2.8)$$

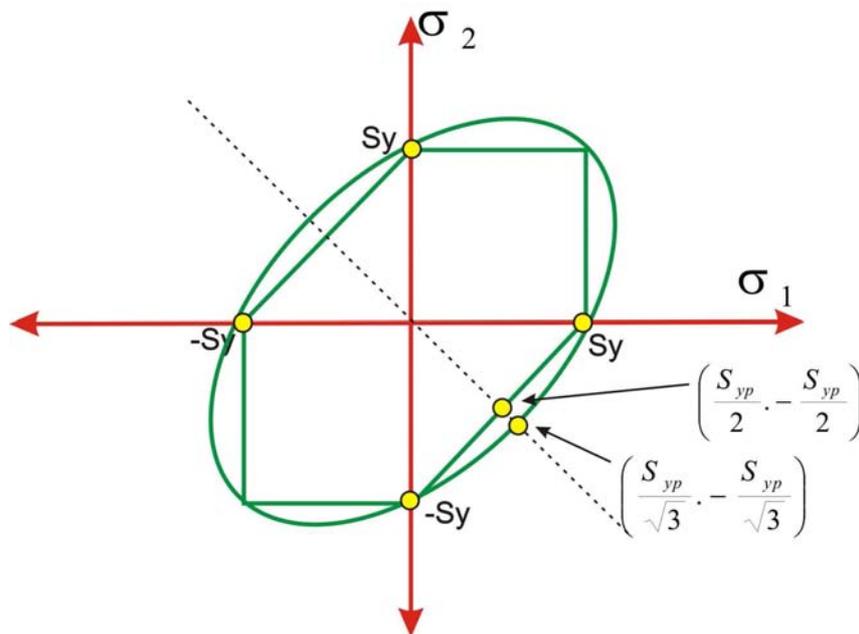


Figura N°2.6.- Comparación de las dos teorías de fallo estático. La teoría de la energía de distorsión máxima (DET) y la teoría del esfuerzo cortante máximo (MSST).

- Un eje es un componente de una estructura mecánica el cual sirve para transmitir potencia y movimiento rotacional.
- En general se trata de un elemento que sirve para transmitir potencia desde un motor eléctrico, de combustión etc. hasta otras partes rotantes del sistema.
- Debido a la simultaneidad de cargas de flexión y torsionantes, los estudios de esfuerzos deben hacerse según la teoría de esfuerzos combinados.
- El método recomendado para el análisis de ejes es la teoría de la energía de distorsión o teoría de Von Misses.
- No deben descartarse esfuerzos cortantes verticales y esfuerzos normales debido a cargas normales. En ejes bastante cortos o en porciones de ejes en donde no hay flexión o torsión, estos tipos de esfuerzos podrían ser los de mayor significancia.

2.3 Procedimiento de diseño de ejes

El diseño mecánico, difícilmente puede establecerse como una serie de pasos a seguir dado que depende mucho del caso en particular y básicamente porque es un proceso inherentemente de criterio.

A continuación, se enumeran algunos lineamientos básicos que se deben tener en cuenta para el diseño de ejes.

1. Determinar la velocidad de rotación del eje.
2. Determinar el torque o potencia que el eje va a transmitir.
3. Antes de iniciar el diseño del eje, debe definirse el diseño de los otros componentes transmisores de potencia que van montados en el eje. Además, debe localizárseles exactamente en el eje.
4. Especificar la posición de los rodajes o elementos de sujeción del eje. Usualmente, se hace uso de dos rodajes o chumaceras para sostener al eje. Las reacciones en los rodajes se asumen en el punto medio de la posición que tiene en el eje.
 - Los rodajes deberían estar ubicados en cada uno de los lados de los elementos de transmisión de potencia. Esto con la finalidad de dar estabilidad y soporte al eje y producir valores razonables y balanceados de flexión.

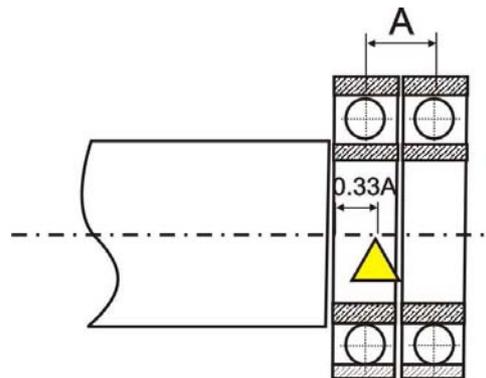


Figura N°2.7.-Consideraciones para el establecimiento de las distancias en las reacciones de los cojinetes o chumaceras.

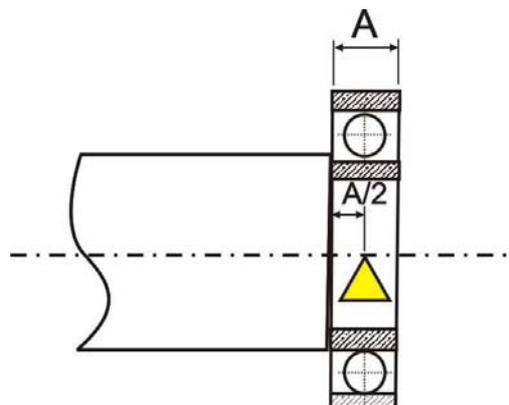


Figura N°2.8.-Consideraciones para el establecimiento de las distancias en las reacciones en un rodaje único.

5. Proponer un esquema general de la geometría del eje, considerando la posición exacta y la potencia a transmitir (fuerzas, momentos, torques, etc.) de cada uno de los elementos de potencia a montarse en el eje.

6. Determinar la magnitud del torque en cada una de los tramos del eje al cual va a estar sometido.
 - Es recomendable que en todo análisis de este tipo se realice un diagrama de momentos torsores.
7. Determinar las fuerzas que se ejercen sobre el eje, radiales, axiales, o del tipo que sean.
8. Descomponer las fuerzas en sus componentes rectangulares.
9. Determinar las reacciones en cada uno de los rodajes o chumaceras.
10. Realizar los diagramas de fuerza cortante y momento flector en los ejes y planos que sean necesarios para determinar la distribución de momentos en el eje.
11. Seleccionar el material del cual el eje va a estar hecho y especificar su respectivo tratamiento térmico (estirado en frío, estirado en caliente, templado, recocido, etc).
 - Aceros al carbono o aleados con contenido medio de carbono son típicos en la construcción de ejes. Aceros del tipo AISI 1040, 4140, 4340, 4660, 5150, 6150 y 8650.
 - Buena ductilidad con porcentajes de deformación unitaria del 12% son los más recomendados.
 - Determinar el esfuerzo último, de fluencia y la deformación unitaria del material seleccionado.
12. Determinar las condiciones de trabajo del eje para así poder aplicar una técnica de diseño apropiada teniendo en consideración el tipo de carga.
 - Carga con impactos.
 - Carga cíclica y reversible.
 - Otros.
13. Analizar cada una de las zonas críticas del eje. En base a este análisis se determinará el mínimo diámetro permisible del eje de acuerdo al factor de seguridad estimado para tal punto.
 - En general, son muchos los puntos críticos a tener en consideración en este tipo de análisis. Se deben tener en cuenta los cambios de diámetro así también como los sitios en donde el momento y el torque son máximos. Estos son los sitios donde la concentración de esfuerzos ocurre generalmente.
14. Especificar las dimensiones finales para cada punto del eje.
 - Detalles de diseño tales como tolerancias, radios de curvatura, dimensiones de chaveteros deben ser también especificadas.

- En algunos casos el tamaño de la tolerancia para un determinado diámetro de eje son determinados por el elemento de transmisión que este montado ahí.

2.4 Criterios para esfuerzos medios no nulos en diseño de ejes

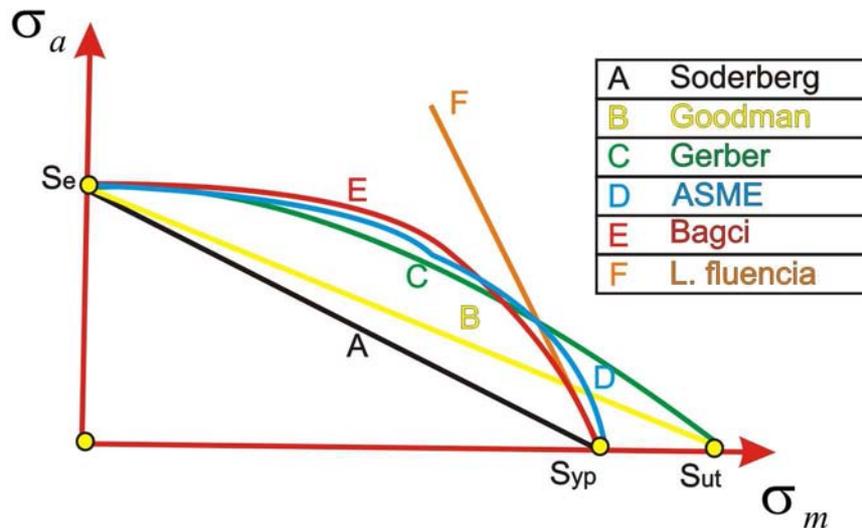


Figura N°2.9.- Criterios de falla para ejes con esfuerzos medios no nulos. Para el diseño de ejes, algunas normativas sacan sus propias curvas.

Tabla N°2.1.- Fórmulas básicas de los criterios para diseño de ejes con esfuerzos medios no nulos.

	Teoría o criterio	Fórmula básica
A	Soderberg	$\frac{\sigma_a}{S_e} + \frac{\sigma_m}{S_{yp}} = \frac{1}{FS}$
B	Goodman	$\frac{\sigma_a}{S_e} + \frac{\sigma_m}{S_{ut}} = \frac{1}{FS}$
C	Gerber	$FS \frac{\sigma_a}{S_e} + \left(\frac{FS \cdot \sigma_m}{S_{ut}} \right)^2 = 1$
D	ASME	$\left(FS \frac{\sigma_a}{S_e} \right)^2 + \left(FS \frac{\sigma_m}{S_{yp}} \right)^2 = 1$
E	Bagci	$FS \frac{\sigma_a}{S_e} + \left(FS \frac{\sigma_m}{S_{yp}} \right)^4 = 1$
F	Fluencia	$\frac{FS}{S_{yp}} (\sigma_a + \sigma_m) = 1$

2.5 Análisis de fatiga con esfuerzos multiaxiales

Dada la naturaleza multiaxial de la fatiga en los ejes de transmisión de potencia, un caso muy común puede ser el representado en la figura 2.10. Y es que la fuerza

transmitida en los engranajes o en las poleas y el momento torsor en otros elementos mecánicos pueden sufrir ciertas variaciones, lo que hace que se deba considerar en principio que la fuerza axial sea de la forma $F(t)$, el momento flector $M(t)$ y el torsor $T(t)$, de forma similar a lo que se representa en la figura 2.10, aunque en estas condiciones es preciso considerar también la rotación del eje.

A pesar de ello, en general esas variaciones serán pequeñas, porque los ejes están bien equilibrados, existen dispositivos de amortiguación de los choques en las cargas y las irregularidades de los motores, volantes de inercia para aumentar la regularidad y mejorar el control de la maquina. Aunque esto se tiene en cuenta mediante los denominados **coeficientes de choque**, k_{fa} para flexión y axial y k_{st} para torsión, que mayoran las tensiones normales y cortantes calculadas con los esfuerzos nominales.

Para tales factores hay ciertas consideraciones, como que para cargas estacionarias o aplicadas de forma gradual se toma el valor de 1.0 mientras que para choques pequeños va de 1.0-1.5 y en los grandes desde 1.0-2.0. Es muy importante señalar que si ya se ha considerado un factor de choque C_k en la obtención del límite de fatiga modificado S_e del eje, **no se deben incluir ahora los coeficientes k_{fa} ni k_{st} .**

La realidad de la aplicación de las cargas sobre un elemento mecánico, nos dice que las teorías y criterios que se manejan para esfuerzos combinados no se podrían aplicar dado que estas están desarrolladas en base a tensiones uniaxiales. Lo lógico sería, plantear una campaña de experimentos con distintas combinaciones de tensiones principales en estados multiaxiales.

Como se podrá comprender, la campaña experimental resultaría bastante costosa. Las maquinas de ensayo tendrían que ser capaces de someter a piezas o probetas a estados multiaxiales controlados en muchos aspectos; esas maquinas de ensayo existen en la realidad pero son bastante complejas y caras que las de probeta rotatoria. Por otra parte, intervienen una gran cantidad de parámetros que sumados a la gran dispersión intrínseca de la fatiga, resultan en una gran cantidad de resultados difíciles de interpretar.

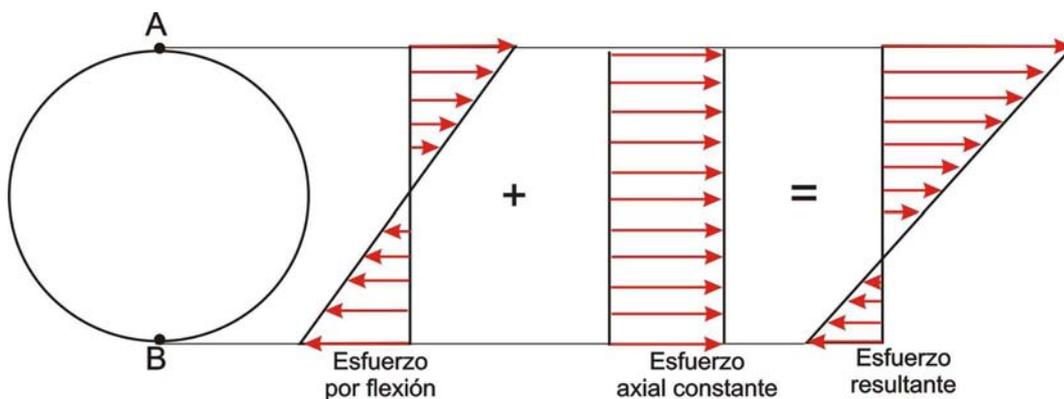
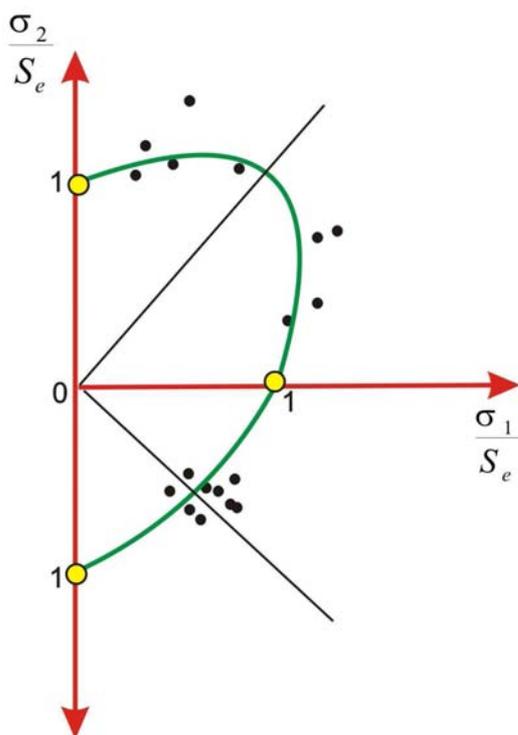


Figura N°2.10.- Pieza cilíndrica sometida a esfuerzos axiales y de flexión. Por efectos simplificativos, se asume que las cargas de flexión y axial son sincronas.



conocidos.

Figura N°2.11.- Diagrama de Von Mises en el caso de tensión media nula. Los puntos negros representan resultados de ensayos realizados sobre aceros con comportamiento dúctil.

Otro aspecto importante del análisis de ejes de transmisión de potencia es el de la sincronización de las cargas. Y es que la mayoría de los resultados disponibles provienen de ensayos biaxiales simples con componente media nula y en los que las tensiones varían de forma síncrona. El efecto del desfase de las tensiones es realmente un problema difícil de resolver, un problema que sin duda alguna mantiene a muchos investigadores interesados en desarrollar teorías o mejorar las existentes. Sin embargo, desde el punto de vista de la ingeniería de diseño mecánico ese aspecto no es un obstáculo demasiado importante; en efecto, el caso más exigente para el comportamiento del material con el que se ha construido una pieza es que las tensiones principales varíen de forma síncrona, pues las dos o las tres (caso bi o triaxial) alcanzan su valor máximo simultáneamente. Por ello, suponer sincronismo incluso cuando se sabe que no es así equivale a aplicar un criterio conservador y por tanto del lado de la seguridad.

Existen relativamente pocos resultados de ensayos multiaxiales realizados con esfuerzos medios no nulos, pero las ideas desarrolladas en el capítulo I pueden ser adaptadas a esta situación por medio de los conceptos de tensiones equivalentes.

Dado que se está trabajando con materiales de naturaleza dúctil, aceros principalmente, se utilizará el criterio de Soderberg, y nuevamente el criterio de Von Mises o Tresca. Mediante el criterio de Soderberg se puede hacer el paso de cada una de las tensiones principales variables a unas tensiones principales estáticas equivalentes, posteriormente, mediante el criterio de Von Mises, se pasan estas tensiones principales estáticas a un estado uniaxial equivalente que será comparado con la tensión admisible medida como cociente de la fluencia del material entre el factor de seguridad.

En la figura 2.11 se puede apreciar que del ensayo de varias combinaciones de tensiones principales la elipse de Von Mises aproxima los resultados de forma aceptable. Se puede sostener la hipótesis de que una pieza construida con un acero con comportamiento dúctil fallará por fatiga alterna multiaxial síncrona debido a la energía de distorsión.

La teoría de Tresca o del esfuerzo cortante máximo también puede utilizarse, aun cuando es conocido que proporciona unos resultados más conservadores que los de Von Mises.

De acuerdo con lo que se acaba de presentar, ya se cuenta con una teoría que permite establecer la equivalencia entre un estado de tensiones alternas multiaxiales con un estado uniaxial. La tensión uniaxial equivalente puede ser utilizada directamente en todos los desarrollos y formulaciones

En resumen, Soderberg permite pasar de fatiga multiaxial a estática multiaxial y mediante Von Mises a estática uniaxial.

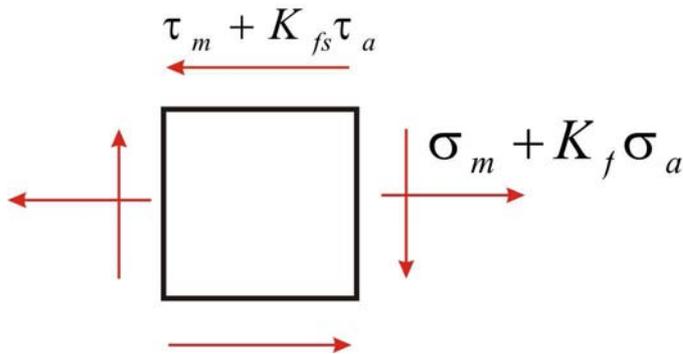


Figura N°2.12.- Elemento diferencial representando el estado de esfuerzos medios y alternantes (normales y cortantes).

Para realizar el estudio de esfuerzos debido a carga cíclica o de fatiga sobre un eje se toma el siguiente elemento general.

Este elemento, tiene en consideración esfuerzos axiales medios y alternantes sólo en una dirección (σ_x) así también como esfuerzos cortantes medios y alternantes.

Como se sabe, muy rara vez los esfuerzos principales se encuentran en los mismos ejes donde se aplican los esfuerzos al elemento. Por tal motivo se hace uso de la teoría con la que se estudian los esfuerzos combinados para realizar este estudio.

Por tal motivo, se realizó un corte al elemento mostrado anteriormente bajo un

ángulo de ϕ para hallar los esfuerzos principales. Todos los esfuerzos detallados deben descomponerse según la dirección determinada por el plano de corte.

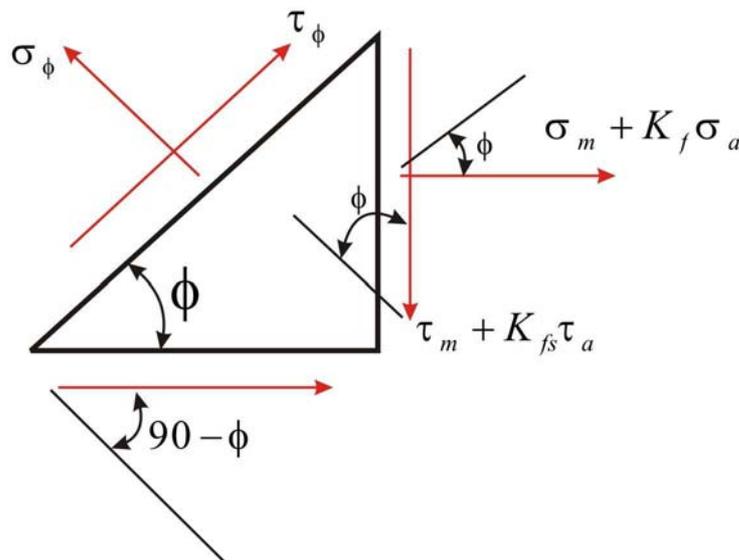


Figura N°2.13.- Corte practicado al elemento diferencial. Se hace esto con la finalidad de generalizar aún más la teoría a desarrollar y para hallar el plano de máximo esfuerzo.

Planteando la ecuación de equilibrio según los ejes definidos por el plano de corte y teniendo en cuenta las áreas subtendidas por él sobre el elemento, se tienen las siguientes ecuaciones:

$$-\tau_\phi A + (\sigma_m + K_f \sigma_a) \cos \phi \cdot A \cdot \text{sen} \phi - (\tau_m + K_{fs} \tau_a) \text{sen} \phi \cdot A \cdot \text{sen} \phi - (\tau_m + K_f \tau_a) \cos \phi \cdot \cos \phi = 0$$

.....(2.9)

Simplificando las áreas y despejando τ_ϕ :

$$\tau_\phi = (\sigma_m + K_f \sigma_a) \cos \phi \cdot \text{sen} \phi - (\tau_m + K_{fs} \tau_a) \text{sen} \phi \cdot \text{sen} \phi - (\tau_m + K_f \tau_a) \cos \phi \cdot \cos \phi$$

.....(2.10)

Haciendo uso de las relaciones de ángulo doble

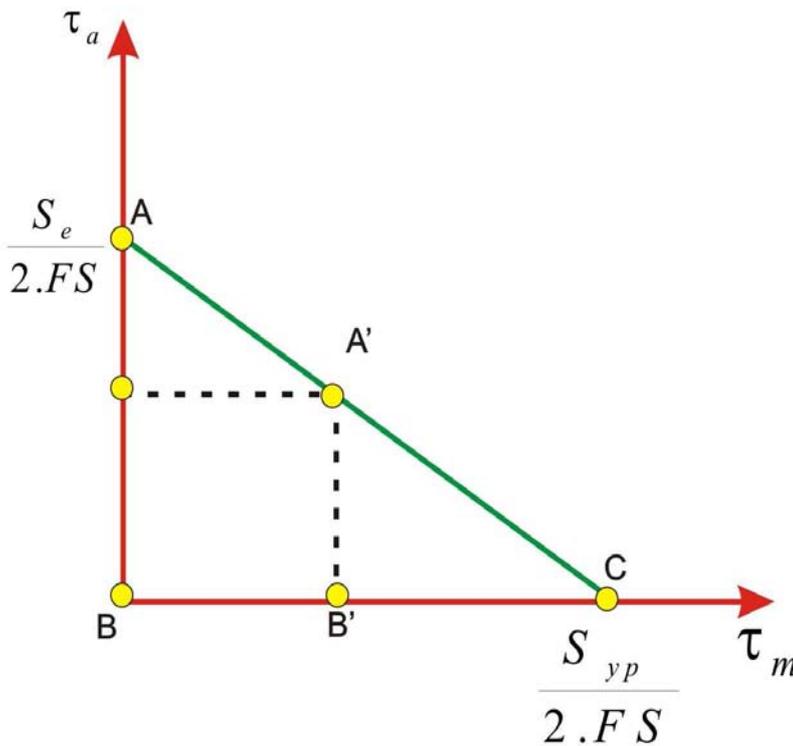
$$\tau_\phi = (\sigma_m + K_f \sigma_a) \cdot \frac{\text{sen}2\phi}{2} + (\tau_m + K_{fs} \tau_a) \cdot \cos 2\phi \dots\dots\dots(2.11)$$

Esta expresión puede reordenarse para obtener las componentes media y alternante del esfuerzo τ_ϕ :

$$\tau_\phi = \left(\sigma_m \cdot \frac{\text{sen}2\phi}{2} + \tau_m \cos 2\phi \right) + \left(K_f \sigma_a \frac{\text{sen}2\phi}{2} + K_{fs} \tau_a \cos 2\phi \right) \dots\dots\dots(2.12)$$

Haciendo uso del criterio de Soderberg para esfuerzos cortantes con la finalidad de

relacionar los esfuerzos medios y alternantes con los límites de resistencia a la fatiga y el factor de seguridad (FS). Gracias a este criterio y unas relaciones geométricas se puede plantear la siguiente ecuación:



$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C} \dots\dots(2.13)$$

Mediante el reemplazo de valores en esta relación se puede llegar a esta otra ecuación, que no es más que el criterio de Soderberg para esfuerzos

cortantes:

Figura N°2.14.- Representación de Soderberg del diagrama de Haigh para esfuerzos cortantes. En el se esquematizan las relaciones halladas.

$$\frac{1}{FS} = \frac{\tau_{\phi a}}{S_e/2} + \frac{\tau_{\phi m}}{S_{yp}/2} \dots\dots\dots(2.14)$$

Reemplazando las componentes media y alternante de la fórmula 2.12 en la 2.14 se obtiene:

$$\frac{1}{FS} = \frac{\left(K_f \sigma_a \frac{\text{sen}2\phi}{2} + K_{fs} \tau_a \cos 2\phi \right)}{S_e/2} + \frac{\left(\sigma_m \frac{\text{sen}2\phi}{2} + \tau_m \cos 2\phi \right)}{S_{yp}/2} \dots\dots\dots(2.15)$$

Esta fórmula se puede re expresar en función de ϕ

$$\frac{1}{FS} = X \text{sen}2\phi + 2Y \cos 2\phi \dots\dots\dots(2.16)$$

En donde:

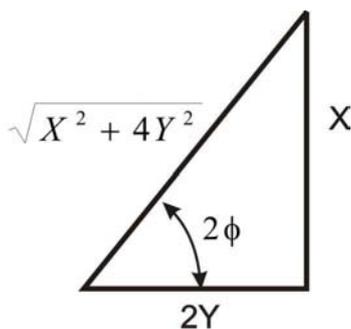
$$X = \frac{\sigma_m}{S_{yp}} + \frac{K_f \sigma_a}{S_e} \dots\dots\dots(2.18)$$

$$Y = \frac{\tau_m}{S_{yp}} + \frac{K_f \tau_a}{S_e} \dots\dots\dots(2.20)$$

El interés de este análisis es el de hallar la combinación de esfuerzos que hace que el factor de seguridad FS sea máximo. Teniendo esto como premisa, se deduce que si el FS es máximo, el término $1/FS$ será mínimo. Para obtener esto se deriva la expresión respecto a ϕ y se iguala a cero.

$$\frac{d}{d\phi} \left(\frac{1}{FS} \right) = 2X \cos 2\phi - 4Y \text{sen}2\phi = 0 \dots\dots\dots(2.21)$$

$$\frac{\text{sen}2\phi}{\cos 2\phi} = \tan 2\phi = \frac{X}{2Y} \dots\dots\dots(2.22)$$



Esta nueva relación puede llevarse a un triángulo rectángulo. Con el se pueden obtener las siguientes expresiones:

$$\text{sen}2\phi = \frac{X}{\sqrt{X^2 + 4Y^2}} \dots\dots\dots(2.23)$$

$$\cos 2\phi = \frac{2Y}{\sqrt{X^2 + 4Y^2}} \dots\dots\dots(2.24)$$

Reemplazando 2.23 y 2.24 en 2.16 en y resolviendo se tiene:

$$\frac{1}{FS} = \sqrt{X^2 + 4Y^2} \dots\dots\dots(2.25)$$

Reemplazando las ecuaciones 2.18 y 2.19 y despejando la resistencia a la fluencia S_{yp} del término de la derecha de la ecuación.

$$\frac{S_{yp}}{FS} = \sqrt{\left(\sigma_m + \frac{S_{yp}}{S_e} K_f \sigma_a\right)^2 + 4\left(\tau_m + \frac{S_{yp}}{S_e} K_{fs} \tau_a\right)^2} \dots\dots\dots(2.26)$$

De la teoría del esfuerzo cortante máximo o criterio de Tresca se sabe que:

$$\frac{S_{yp}}{FS} = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \dots\dots\dots(2.27)$$

La cual en comparación con la expresión obtenida en 2.26 se tiene que

$$\sigma = \sigma_m + \frac{S_y}{S_e} K_f \sigma_a \quad \tau = \tau_m + \frac{S_y}{S_e} K_{fs} \tau_a \dots\dots\dots(2.28)-(2.29)$$

Conociendo estas expresiones, poniéndonos en la situación de un eje circular que son los casos más comunes:

$$\sigma_x = \frac{M_x \cdot c}{I} = \frac{64M_x \cdot d}{2\pi d^4} = \frac{32M_x}{\pi d^3} \dots\dots\dots(2.30)$$

$$\tau_x = \frac{T_x \cdot d}{2J} = \frac{T_x \cdot d / 2}{\pi d^4 / 32} = \frac{16T_x}{\pi d^3} \dots\dots\dots(2.31)$$

Y reemplazándolas en la expresión hallada líneas arriba (2.26), se puede obtener una expresión explícita para obtener el factor de seguridad o el diámetro del eje en la posición deseada.

$$FS = \frac{\pi d^3 S_{yp}}{32 \sqrt{\left(M_m + \frac{S_y}{S_e} K_f M_a\right)^2 + 4\left(T_m + \frac{S_y}{S_e} K_{fs} T_a\right)^2}} \dots\dots\dots(2.32)$$

$$d = \left[\frac{32FS}{\pi S_{yp}} \sqrt{\left(M_m + \frac{S_y}{S_e} K_f M_a\right)^2 + 4\left(T_m + \frac{S_y}{S_e} K_{fs} T_a\right)^2} \right]^{\frac{1}{3}} \dots\dots\dots(2.33)$$

Cabe mencionar que las expresiones, han sido halladas en base al criterio del máximo esfuerzo cortante (Tresca) En 1974 Peterson modificó la ecuación 2.32 para adaptarla a la teoría de la energía de distorsión máxima, de Von Mises o DET.

$$FS = \frac{\pi \cdot d^3 \cdot S_{yp}}{32 \sqrt{\left(M_m + \frac{S_y}{S_e} K_f M_a\right)^2 + \frac{3}{4} \left(T_m + \frac{S_y}{S_e} K_{fs} T_a\right)^2}} \dots\dots\dots(2.34)$$

$$d = \left[\frac{32FS}{\pi.S_{yp}} \sqrt{\left(M_m + \frac{S_y}{S_e} K_f M_a \right)^2 + \frac{3}{4} \left(T_m + \frac{S_y}{S_e} K_{fs} T_a \right)^2} \right]^{\frac{1}{3}} \dots\dots\dots(2.35)$$

Existe una modificación también, que sirve para los ejes que son huecos y que es tal como sigue:

$$FS = \frac{\pi.D^3 \left(1 - \left(\frac{d}{D} \right)^4 \right) . S_{yp}}{32 \sqrt{\left(M_m + \frac{S_y}{S_e} K_f M_a \right)^2 + \frac{3}{4} \left(T_m + \frac{S_y}{S_e} K_{fs} T_a \right)^2}} \dots\dots\dots(2.36)$$

Las cuatro ecuaciones (2.32, 2.33, 2.34, 2.35) son aplicables a materiales dúctiles, dependerá del análisis de cada caso particular para determinar cual de estos dos criterios usar. Además, estas fórmulas no son las únicas ya que se pueden hallar otros a partir de los otros criterios.

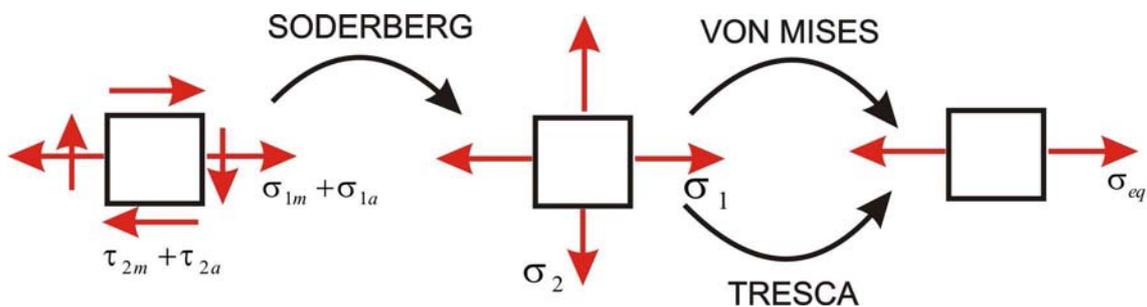


Figura N° 2.15.- Secuencia de análisis para fatiga multiaxial.

En cualquier caso de diseño de ejes que se este enfrentando, el coeficiente de concentración de tensiones k_f es inicialmente desconocido, ya que depende de los diámetros y del radio de redondeo.

Para resolver esta indeterminación en k_f se establece también un proceso iterativo, y que se puede hacer simultáneo del que requieren los momentos hiperestáticos. Partiendo de un valor unidad para k_f se obtiene un diámetro d_1 el cual es normalizado. A continuación, con este valor del diámetro, se evalúa el nuevo valor del coeficiente de concentración de tensiones y nuevamente se calcula el diámetro y normaliza. El proceso finaliza cuando en dos iteraciones consecutivas, se obtiene el mismo valor del diámetro normalizado.

Existen otras fórmulas prácticas para el diseño de ejes, en su mayoría son derivaciones de las ecuaciones 2.32 - 2.34 y que sólo pueden aplicarse para casos especiales.

Este es el caso de la formula 2.36 , la cual ha sido señalada antes en la tabla 2.1 como un criterio de fallo para tensiones medias no nulas. Esta es una formulación dada en la normativa ANSI/ASME B106.1M-1985 y que se restringe a casos de torsión constante y flexión alternante.

$$\left(\frac{FS \cdot K_f \sigma_a}{S_e} \right)^2 + \left(\frac{FS \cdot \sigma_m}{S_{yp}} \right)^2 = 1 \dots\dots\dots(2.37)$$

Otra diferencia notable, es que solo se aplica factores de concentraciones de esfuerzo a la parte alternante y no a la componente de esfuerzos medios. Algunos autores como Juvinal y Hamrock consideran ambos factores mientras que otros como Shigley y Norton sólo aplican este factor a la parte alternante.

Esta expresión también puede re expresarse para el caso de ejes circulares y poder hallar el factor de seguridad (FS) o el diámetro.

Sabiendo que:

$$\sigma_a = \frac{32M_a}{\pi \cdot d^3} \quad \tau_m = \frac{16T}{\pi \cdot d^3} \dots\dots\dots(2.38)-(2.39)$$

Aplicando la teoría de la energía de distorsión máxima o criterio de Von Mises para hallar los esfuerzos medios y alternantes equivalentes se obtiene que:

$$\sigma_{meq} = \sqrt{\sigma_m^2 + 3 \cdot \tau_m^2} = \sqrt{3} \tau_m \dots\dots\dots(2.40)$$

$$\sigma_{aeq} = \sqrt{\sigma_a^2 + 3 \cdot \tau_a^2} = \sigma_a \dots\dots\dots(2.41)$$

Así pues, reemplazando las ecuaciones 2.38 y 2.39 en 2.41 y 2.40 respectivamente, se obtienen las expresiones que a su vez, reemplazadas en el criterio para esfuerzos medios no nulos de la normativa ASME (ecuación 2.37) resulta en:

$$\left(\frac{FS \cdot K_f \cdot \frac{32M_a}{\pi \cdot d^3}}{S_e} \right)^2 + \left(\frac{FS \cdot \sqrt{3} \frac{16T_m}{\pi \cdot d^3}}{S_{yp}} \right)^2 = 1 \dots\dots\dots(2.42)$$

Despejando del radical al factor de seguridad, al diámetro y a la constante $32/\pi$ a la vez que sacando raíz cuadrada para eliminar los exponentes cuadrados se puede obtener:

$$\frac{32 \cdot FS}{\pi \cdot d^3} \sqrt{\left(\frac{K_f M_a}{S_e} \right)^2 + \frac{3}{4} \left(\frac{T_m}{S_{yp}} \right)^2} = 1 \dots\dots\dots(2.43)$$

Esta ecuación, puede expresarse de manera explícita tanto para el factor de seguridad como para el diámetro.

$$d = \left[\frac{32.FS}{\pi} \sqrt{\left(\frac{K_f M_a}{S_e} \right)^2 + \frac{3}{4} \left(\frac{T_m}{S_{yp}} \right)^2} \right]^{\frac{1}{3}} \dots\dots\dots(2.44)$$

$$FS = \frac{\pi.d^3}{32 \sqrt{\left(\frac{K_f M_a}{S_e} \right)^2 + \frac{3}{4} \left(\frac{T_m}{S_{yp}} \right)^2}} \dots\dots\dots(2.45)$$

La única diferencia con la ecuación 2.32 o 2.34 es que aplica un factor de concentración de esfuerzos para esfuerzos medios y de que se trata un caso especial en el que sólo hay cargas por torsión constantes y de flexión alternas la cual es una de las condiciones más comunes de carga en ejes de transmisión.

2.6 Selección del material

En el diseño de elementos mecánicos a fatiga, se ha visto que son muchos los factores que influyen y son determinantes para un diseño idóneo. Uno de ellos, el cual por lo general es poco considerado en su importancia en el estudio, es la selección del material. Lamentablemente aquí en Perú no está muy generalizado el uso de aceros especiales para grandes piezas, quedando así reducida la gama de posibilidades al momento de realizar el diseño.

Sea este un motivo o no, no se debe despreciar la importancia de este parámetro así se este tratando con una pieza de relevancia pequeña. Los criterios que deben primar deben basarse no sólo en su resistencia, sino también en la facilidad de maquinado y muy especialmente también, por el factor económico que puede influir notablemente en el costo de fabricación, por tanto, ha de elegirse el más apropiado con todo detenimiento.

Los parámetros más comunes que se tienen en cuenta en la selección del material son la resistencia y la rigidez. Pero como ya se ha visto, tratándose de fatiga hay otras consideraciones a tener en cuenta como la tenacidad, resistencia al desgaste y proceso de conformación del material.

En aplicaciones mecánicas, el acero es el material usado por excelencia. Es ampliamente usado debido a su versatilidad, se puede variar la composición en pequeñas concentraciones de aditivos y los resultados pueden ser muy diferentes. El tratamiento térmico y el maquinado pueden mejorar aún más las cualidades propias del material por lo que también son factores a tener muy en cuenta.

Generalmente, los árboles y ejes son hechos de barras circulares de acero al carbón estirado en frío. Son usadas barras de acero aleado cuando se requiere tenacidad,

resistencia al impacto y alta resistencia en materiales disponibles de modo comercial. En estos casos, los ejes pueden tratarse térmicamente para obtener las propiedades requeridas. Cuando la resistencia al desgaste en la superficie es un factor muy importante, puede usarse acero de cierto grado de carburación. Sin embargo, para no aumentar el costo, el diseñador deberá tratar de usar un acero con bajo contenido de carbono, si esto fuera posible, y posteriormente garantizar un endurecimiento local por tratamiento térmico o térmico químico.

Las barras de acero estiradas en frío tienen las propiedades físicas superiores a las barras estiradas en caliente del mismo material, destacándose una mayor resistencia a la fluencia, a la fractura y a la fatiga. Sin embargo, los valores de fatiga altos a veces son afectados por los esfuerzos residuales de tensión en la superficie que son causados por el estirado en frío.

En la elección del material hay algunos consejos que pueden servir como lineamientos generales al momento de elegir.

- 1 Todos los aceros tienen esencialmente el mismo modulo de elasticidad. Entonces, si el requisito decisivo del árbol o eje es la rigidez, como todos los aceros se comportan igual, debe seleccionarse el de menor costo (incluyendo los costos de fabricación).
- 2 El contenido de carbono, casi por si solo, determina la máxima dureza que puede desarrollarse en el acero. El máximo potencial de dureza según el contenido de carbono puede llegar hasta cerca de 0.7%. Esto significa que se puede aplicar un tratamiento térmico a las partes con forma regular, relativamente pequeñas, hechas con acero simple al carbono para obtener esencialmente la misma dureza y resistencia que se lograría con los aceros de aleación más costosa.
- 3 Los elementos de aleación (manganeso, molibdeno, cromo, níquel y otros) elevan la templabilidad del acero. Por lo tanto, el potencial de dureza y resistencia (el cual esta controlado por el contenido de carbono) puede obtenerse con tratamientos térmicos menos drásticos usando dichos elementos de aleación.

Prácticamente, es aconsejable que las características mecánicas de los aceros sean determinadas por el constructor y/o proveedor, mediante ensayos de los materiales empleados y/o disponibles para la fabricación de ejes, con la intención de conocer exactamente los valores limites de resistencia y realizar cálculos precisos para los coeficientes de seguridad. En su defecto, pueden ser empleados valores suministrados por la literatura asociada a la resistencia de materiales.

Pero existe otra alternativa, menos exacta pero por eso no menos válida. Y es que se sabe que se han llevado a cabo en las últimas décadas una infinidad de ensayos a fatiga con resultados que tienden a formar ciertos patrones generalizados. En base a estos patrones y tan solo conociendo la resistencia última a la tensión del material se puede hacer rápidamente una buena aproximación de la curva S-N para el acero. Además, la resistencia a la tensión puede estimarse mediante una prueba de dureza no destructiva.

Para los aceros, la resistencia a la tensión en $lb/pulg^2$ es alrededor de 500 veces la dureza Brinell; entonces una estimación moderada del límite de resistencia a la fatiga es casi $250 H_B$. Pero esta estimación, como toda estimación, puede usarse sólo hasta valores de dureza Brinell de alrededor de 400. El límite de resistencia a la fatiga no puede continuar aumentando para durezas más altas, dependiendo de la composición del acero.

2.7 Relación entre esfuerzos residuales y manufactura

Ha sido ampliamente reconocido que los esfuerzos residuales y la superficie de los elementos mecánicos influyen grandemente en la fatiga. Las probetas usadas para los ensayos de fatiga son preparadas con bastante cuidado y a pesar de ello, intensifican la fatiga en algunos casos, de esta experiencia puede decirse entonces que pueden darse ensayos sobre probetas pre agrietadas y con gran cantidad de esfuerzos residuales.

La fabricación actual de componentes puede incluir muchos procesos que modifican la superficie y por tanto los esfuerzos residuales, alterando así la resistencia a la fatiga por anticipado. Si esto es así, no hay que tener duda alguna, de que el gradiente de esfuerzos de un elemento mecánico va a ser distinto que el de su probeta.

La relación, o la falta de ella, entre los resultados de ensayos de fatiga mediante viga rotatoria y el elemento real sometido a ensayo tienen su razón en muchos factores entre los que está el material y en la aplicación del componente.

En particular, muchas generaciones de ingenieros mecánicos y metalúrgicos se han enfrentado de alguna forma con la interrelación entre la condición de la superficie de un material y la resistencia a la fatiga resultante. Desde los primeros días en que se analizaron fallas de maquinaria con elementos rotantes o reciprocantes, las esquinas sin redondeos, cambios de sección y las marcas del maquinado han sido bien reconocidos. Adicionalmente, la medida de la rugosidad de la superficie es muy significativa en relación con la vida a la fatiga, por tanto, existe una correlación directamente medible entre la rugosidad y la vida a la fatiga.

Sin embargo, la aparente relación entre la rugosidad de la superficie y la fatiga es en realidad mucho más compleja. Las típicas gráficas de resistencia a la fatiga vs. rugosidad de la superficie en un determinado material son ocasionalmente producidas experimentalmente bajo diferentes tipos de acabado superficial, tal como el granallado, torneado con distinto tipos de herramienta, lapeado, etc.

Así pues, de la experiencia recogida, los esfuerzos residuales resultantes de estos tipos de acabados son la clave. Por ejemplo, el granallado grueso por lo general genera grandes esfuerzos residuales, el esmerilado fino (*grinding*), bajos esfuerzos residuales, el pulido y el arenado, generan compresiones moderadas, el lapeado y el pulido, altos pero poco profundos esfuerzos de compresión y así muchos más.

Como se anotó anteriormente y a lo largo de toda esta tesis, las variaciones en los esfuerzos residuales producidos en la superficie, son debido a los métodos de acabado superficial. Ocasionalmente son los más importantes en la vida del componente y no la rugosidad de la superficie en sí.

Capítulo III

Conceptos generales del MEF

3.1 Orígenes

Aunque el nombre del método de los elementos finitos se ha establecido recientemente, el concepto básico data de hace varios siglos. No es nada nueva la idea de dividir un gran problema en problemas de menor tamaño para así llegar a la solución deseada. Así pues, los antiguos recurrieron al empleo de métodos de discretización espacial y temporal y a la aproximación numérica para encontrar soluciones a problemas ingenieriles o físicos. El concepto del método de los elementos finitos (MEF) parte de esa idea.

La historia nos ha demostrado vestigios de estos cálculos, como ejemplo están, las enormes pirámides de Giza. Los egipcios empleaban métodos de discretizado para determinar el volumen de las pirámides. Los griegos, llámese el caso de Arquímedes (287-212 a.C.) empleaba el mismo método para calcular el volumen de todo tipo de sólidos o la superficie de áreas. En el oriente, el matemático chino Lui Hui (300d.C.) hacia uso de un polígono regular de 3072 lados para calcular longitudes de circunferencias con lo que conseguía una aproximación al número de Pi de 3.1416.

En un sentido más estricto, el método de los elementos finitos tiene sus orígenes en los años cincuenta con la aparición de los primeros ordenadores digitales. Estas computadoras, en un principio, hicieron posible el cálculo de estructuras de barras sin tener que caer en métodos tediosos como el de Cross o el de Kani. Es en base a esta nueva y potente herramienta que surgieron otros métodos basados en el álgebra matricial como el denominado “cálculo matricial de estructuras”.

Los cálculos matriciales de estructuras se basan en la idea de dividir la estructura en barras, dentro de las cuales se conoce la solución exacta en función de ciertos coeficientes que se hacen coincidir con los movimientos de los nodos extremos. Dichos coeficientes se obtienen planteando el equilibrio de todos los nodos de la estructura y resolviendo el sistema de ecuaciones que resulta. De esta forma, conocidos los coeficientes o movimientos nodales, se desciende de nuevo al nivel local de cada barra y se obtiene la solución de esfuerzos y movimientos en el conjunto de la estructura por agregación de soluciones locales.

El método de los elementos finitos (MEF o FEM en inglés) surgió como una generalización de esta idea básica del cálculo matricial. Y es que en algunos casos, los trabajos con sistemas estructurales complejos no se idealizaban bien mediante entramados de barras, por lo que se pensó en dividir estas estructuras en zonas o *elementos* más complejos que una simple barra. Dichos elementos estarían conectados mediante *nodos* pero, a diferencia del cálculo matricial, dentro de cada uno de estos elementos sólo se conocía la solución de manera aproximada en función de los movimientos nodales. Sin embargo, se podía plantear el equilibrio de los nodos y obtener los movimientos nodales resolviendo un sistema de ecuaciones de manera similar al cálculo matricial. Dichos movimientos nodales definían la solución dentro de cada uno de los elementos en que se había dividido la estructura y, por ende, la solución en toda ella. Lo que se tenía era pues, no una solución exacta sino una aproximación.

El desarrollo de los elementos finitos tal y como se conocen hoy en día ha estado ligado al cálculo estructural fundamentalmente en el campo aeroespacial. En los años 40 Courant propone la utilización de funciones polinómicas para la formulación de problemas elásticos en subregiones triangulares, como un método especial del método variacional de Rayleigh Ritz para aproximar soluciones

Históricamente, es en 1956, que Turner, Clough, Martin y Topp quienes presentaron el MEF en la forma aceptada hoy en día. En su trabajo introdujeron la aplicación de elementos finitos simples (barras y placas triangulares con cargas en su plano) al análisis de estructuras aeronáuticas utilizando los conceptos de discretizado y funciones de forma.

Así pues, el MEF nació en el ámbito del cálculo de estructuras y esto ha ocasionado que cierta terminología de esta rama haya sido adoptada por el método. Vale decir que en un principio este método se presentó tan solo como un procedimiento de cálculo más, entre los tantos existentes en aquel momento, usados por los ingenieros estructurales. Sin embargo, es en los años sesenta que los investigadores descubrieron que la esencia del MEF no sólo era aplicable a cálculos estructurales sino también a problemas del tipo elástico o de conducción de calor. La idea básica seguía siendo la misma, la división del dominio del cálculo en pequeños subdominios y la aproximación en ellos de la variable de campo en función de su valor en puntos privilegiados llamados *nodos*. De esta forma aparecía el MEF moderno.

Tras el éxito en las primeras aplicaciones, se comprobó que a pesar de haber sido desarrollado con fines netamente prácticos y de naturaleza ingenieril, el método tiene fuertes tendencias matemáticas. Ejemplo de ello es el procedimiento de Ritz para obtener soluciones aproximadas de ecuaciones diferenciales o los llamados métodos de residuos ponderados. En su aplicación a la elasticidad, el método podría interpretarse también como una forma aproximada de resolver las condiciones de equilibrio derivadas del clásico principio de los trabajos virtuales.

Así pues, la versatilidad del MEF, atrajo la atención de los matemáticos, los cuales contribuyeron decisivamente a explicar rigurosamente las bases del MEF. Cabe resaltar aquí que para muchos el MEF nació como una herramienta ingenieril y que la contribución de los matemáticos ha estado muy por detrás de las aplicaciones prácticas.

El MEF nació como una herramienta ingenieril y su desarrollo se debe en mayor parte a la presión del sector industrial por obtener respuestas a problemas cada vez más complejos y exigentes. Tal es el caso, que en algunas etapas de su evolución se ha concebido y aplicado con éxito una determinada técnica numérica antes de encontrar su justificación matemática rigurosa.

A finales de los años sesenta es que el MEF alcanza gran difusión debido a la aparición de los primeros programas comerciales. En ese momento entra en franca competencia con el único método de cálculo numérico disponible hasta entonces para problemas prácticos; el método de diferencias finitas (MDF).

En el ámbito del análisis de esfuerzos en sólidos, el MEF se impuso rápidamente, ya que está libre de las restricciones de tipo geométrico que dificultan el uso de los procedimientos clásicos de diferencias finitas en este campo.

Para finales de los sesenta el MEF ya había demostrado su gran versatilidad y potencia, pero su empleo aún estaba muy restringido a las industrias aeroespaciales y de defensa, debido sobretodo al altísimo costo de las computadoras en aquel entonces. Como alternativa a este problema surgen compañías, llamadas centros de cálculo, que vendían tiempo de ordenador para solucionar problemas del tipo industrial.

Los centros de cálculo se organizaban alrededor de un ordenador en el que se encontraban instalados, entre otros, los programas de elementos finitos. Los ingenieros del centro proporcionaban al usuario la documentación necesaria para preparar la entrada de datos a los programas e interpretar los resultados que se producían. Así pues, el usuario preparaba sus datos y los remitía al centro de cálculo, inicialmente mediante paquetes de tarjetas perforadas (ver figura N°3.1) y, más tarde, mediante ficheros que se enviaban a través de una línea telefónica. Posteriormente, los datos se procesaban en el ordenador del centro de cálculo y los resultados le llegaban al usuario al cabo de unos días, normalmente en forma de tremendos listados de números que tardaban también varios días en ser comprobados e interpretados.

PROGRAMMING

The control will accept data in either EIA or ASCII input format.

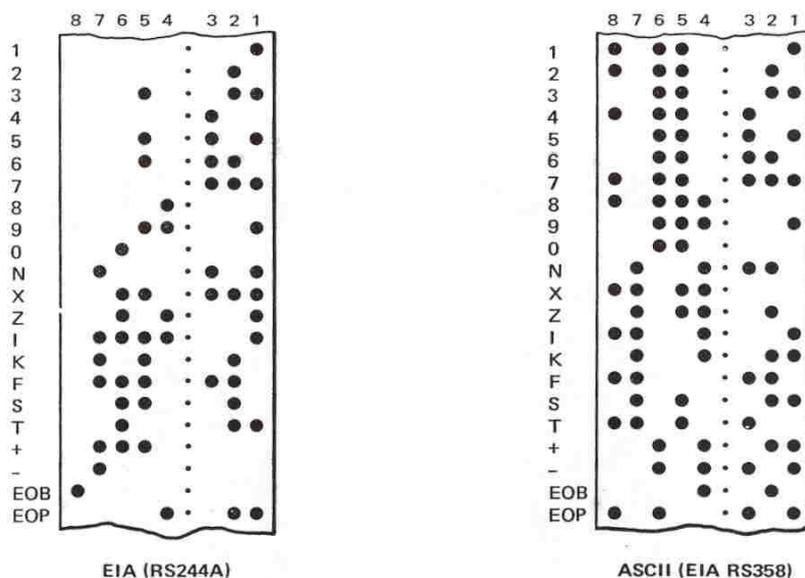


Figura N° 3.1.- Tarjetas de programación

Los centros de cálculo tuvieron su auge en la década de los setenta. Contribuyeron de manera muy importante a la popularización del MEF en industrias como la del automóvil, la nuclear y la de grandes obras civiles. Asimismo, los centros de cálculo universitario pusieron la infraestructura necesaria para el enorme esfuerzo investigador que se llevó a cabo en esta década.

En esta época, también se dieron los grandes desarrollos del MEF, tanto en tecnología de elementos como en procedimientos de cálculo y aumento de prestaciones. El número de publicaciones sobre el método creció exponencialmente y el MEF se aplicó progresivamente a problemas cada vez más complejos, como el cálculo de transitorios o análisis no lineal. En este aspecto, se priorizó el esfuerzo investigativo en lo que son las técnicas numéricas mas no en el desarrollo de ordenadores más potentes.

Con la aparición de los llamados “mini ordenadores”, a principios de los ochenta, los centros de cálculo van perdiendo importancia en el ámbito industrial. Los avances tecnológicos permitieron poner en el mercado máquinas comparables a aquellas de que disponían los centros de cálculo, pero a precios mucho más bajos y con unos costes de mantenimiento y explotación muy inferiores. Debido a este gran ventaja, el avance se hizo vertiginoso hacia el final de la década, con la aparición de las primeras PC (personal computer) pensados para un solo usuario, con una potencia de cálculo nada despreciable, dotadas de capacidades graficas y con un precio módico. Como consecuencia los ordenadores se trasladan desde los centros de cálculo a las oficinas de los ingenieros y estos ganan autonomía para usar el MEF y experimentar con él.

En los años ochenta, el desarrollo de las técnicas de elementos finitos no fue como se hubiera esperado; dado el avance que se dio en los setenta. En estos años, el esfuerzo se focalizó en aplicaciones del ámbito no lineal, las cuales podían empezar a ser utilizadas de manera rutinaria gracias a los avances en la potencia de cálculo.

Donde si hubo un avance importante fue en la popularización del MEF y en su facilidad de uso, tanto por el abaratamiento espectacular de los ordenadores, como por las capacidades gráficas que proporcionaban. En la década de los ochenta empiezan a comercializarse pre y post procesadores gráficos para los cálculos de elementos finitos, siendo este un paso muy importante de cara a poder abordar de manera rutinaria y con un mínimo de garantía cálculos tridimensionales con geometrías complejas, como las que aparecen en el diseño mecánico.

En la década de los noventa hasta la actualidad, se caracteriza por un gran abaratamiento de los ordenadores, cosa casi impensable hace solo unos años. Algunas cosas también han cambiado sustancialmente, como el hecho de que hoy en día resulta normalmente más caro el programa de cálculo que el ordenador que se necesita para ejecutarlo. Todo lo contrario a lo que sucedía hace tan solo unas tres décadas, donde el vendedor de computadoras (“el hardware”), prácticamente regalaba los programas (“software”) al hacer una venta. Además los mayores gastos asociados a una análisis por elementos finitos no son ya los correspondientes al análisis mismo (amortización del ordenador y licencia de uso del programa) sino los de preparación del modelo e interpretación de resultados.

Sin duda alguna, la disminución del coste del *hardware* ha contribuido enormemente en la difusión de las herramientas de elementos finitos. En estos días, cualquier oficina técnica, por humilde que sea, puede tenerlas a su alcance. Por otra parte, cabe resaltar que la difusión de las herramientas siempre se corresponde con la adecuada formación para su uso. Hoy en día, es muy usual que se lleven a cabo cálculos por personal que desconoce casi absolutamente los fundamentos del MEF, y sus limitaciones y que, por tanto, es incapaz de evaluar la bondad de los resultados que está obteniendo.

Parte importante del MEF en la actualidad, es la integración del cálculo con otras ramas de lo que se ha denominado Ingeniería Asistida por Computador (Computer Aided Engineering CAE). Es normal también la integración del cálculo por elementos finitos (Finite Element Analysis- FEA) y el dibujo asistido por computadora (Computer Aided Design- CAD), con el objetivo, siempre, de reducir los tiempos de proyección o de puesta de producto en el mercado.

Las técnicas de cálculo no lineal han alcanzado una madurez suficiente como para poder ser empleadas por la industria de forma rutinaria. No tienen aún la difusión alcanzada por los métodos de cálculo lineal y requieren de ordenadores más potentes, pero se emplean ya ampliamente en campos tales como el estudio de la resistencia a impacto de vehículos (crashworthiness), el diseño de procesos de conformado de piezas metálicas (forja, estampación, extrusión, laminación) y de proyecto de componentes elastoméricos. El objetivo es también el mismo, reducir al máximo el número de pruebas con prototipos reales para acortar los plazos de diseño o de puesta en el mercado.

También es válido decir que no se está viviendo una época de grandes avances en cuanto a las técnicas de cálculo por el método de los elementos finitos. Se sigue investigando, pero el MEF ha alcanzado ya un grado de madurez que no se presta a progresos espectaculares como los vividos en las décadas anteriores.

Actualmente se podría decir, que los intereses en este campo están orientados en cuatro vertientes:

- Desarrollo de medidas error, mallados autoadaptativos y elementos de altas prestaciones, con objeto de aumentar la precisión y fiabilidad de los resultados obtenidos por usuarios inexpertos en entornos de cálculo integrados con el CAD.
- Adaptación de algoritmos de cálculo a las nuevas arquitecturas de ordenadores, con objeto de aumentar la velocidad de cálculo y, por tanto, el tamaño máximo de los problemas abordables.
- Desarrollo de nuevos elementos y técnicas de solución encaminados a aumentar la eficiencia, robustez y fiabilidad de los cálculos en el ámbito no lineal.
- Modelos numéricos de leyes de comportamiento de materiales, sobretodo para la predicción del fallo y para la representación del comportamiento de nuevos materiales.

Actualmente, el principal uso en el ámbito industrial que se le da al MEF es el cálculo de esfuerzos en elementos mecánicos, sólidos en general y estructuras. En este ámbito, prácticamente no se usa otro procedimiento de cálculo. En el caso concreto y muy aislado del método de los dominios finitos para el estudio de fenómenos de acústica, de suelos, etc. o el estudio de fracturas, es posible que en un futuro el Método de los Elementos de Contorno (MEC) pueda desplazar al MEF, por ser intrínsecamente más adecuado. Sin embargo, el conocimiento y empleo del MEC, en el ambiente industrial e incluso en el medio docente es poco probable. Según los entendedores, al parecer, el MEC aún no va a jugar un rol significativo en la práctica industrial, ni siquiera en el mediano plazo.

En cuanto a su principal aplicación del MEF (el cálculo de esfuerzos) hay que distinguir dos tipos generales de aplicaciones; el cálculo lineal y el no lineal. La mayor parte de los usuarios del MEF en la actualidad, alrededor del 80%, realiza cálculos lineales. Es en este campo que las técnicas de cálculo están lo suficientemente desarrolladas y comprobadas como para que puedan usarse de modo confiable con un mínimo de incertidumbre en cuanto a los recursos necesarios para llegar al resultado.

El cálculo lineal de esfuerzos, tanto estático como dinámico, se utiliza sobretodo en la fase de diseño o de proyecto, donde se busca hacer un uso eficiente del material y, en ocasiones, justificar el cumplimiento de una normativa o código. Su uso está muy difundido en el proyecto de elementos mecánicos y estructuras complejas. Se utiliza mucho también en el estudio de vibraciones, acústica o ingeniería sísmica.

Por otra parte, la posibilidad de realizar cálculos y visualizar sus resultados en poco tiempo significa una herramienta muy potente que permite a los ingenieros, entender mejor el funcionamiento de los diseños y por consiguiente optimizarlos. En este mismo orden, y en algunos casos, se podría decir que el cálculo lineal ha sustituido casi completamente a los ensayos y pruebas de prototipos en que se basaba buena parte del diseño mecánico hasta hace tan solo unas décadas. Y esto no porque el cálculo sea más barato, que muchas veces no lo es, sino porque es mucho más rápido e interactivo. Permite realizar muchas pruebas que permiten dilucidar dudas y mejorar otras en poco tiempo, lo que facilita enormemente la compenetración entre el proyectista y su diseño.

Por su parte, el cálculo no lineal de esfuerzos comienza a cobrar protagonismo dentro de las aplicaciones prácticas del MEF. En este sentido, y como siempre, la industria ha sido la que ha impulsado mucho la investigación con el objetivo de que, a mediano plazo, se puedan llegar a eliminar las incertidumbres que afectan hoy en día a los cálculos no lineales. Pese a los grandes avances de las últimas décadas, todavía existen áreas en las que para emprender un cálculo no lineal hace falta una cierta investigación, esto debido a que no se conocen a priori la totalidad de los recursos necesarios para alcanzar el resultado deseado.

Pero el MEF, en la actualidad, no se restringe tan solo a los cálculos ingenieriles. Este método ha sido adoptado por otras ramas más minoritarias tales como la ingeniería forense, la economía, etc. La diferencia de estas ramas con las citadas anteriormente es de que estas buscan una descripción lo mas ajustada posible del comportamiento real, mientras que en los cálculos de dimensionamiento de elementos mecánicos o estructuras lo que se busca es, simplemente, garantizar la seguridad.

Otras aplicaciones del MEF, fuera del cálculo de esfuerzos, son los problemas de transmisión de calor en motores y sistemas de refrigeración. Es en este campo, que el MEF resulta ser la única herramienta con la que se cuenta. Y al igual que para el cálculo de esfuerzos, hay que distinguir dos tipos de cálculo: el lineal y el no lineal. Para muchos, las incertidumbres en el cálculo no lineal de problemas de esta índole son mucho menores a las que se tienen en el cálculo de esfuerzos.

En la mecánica de fluidos el método de Diferencias Finitas (MDF) ha sido y es uno de los métodos tradicionales de cálculo. El MEF se encuentra menos difundido dado a que en esta rama la representación de la geometría del caso en estudio no es de tanta importancia con en el diseño mecánico y porque en muchas de las aplicaciones de interés industrial los problemas tienen carácter no lineal. Sin embargo, y pese a la competencia con el MDF, el MEF se muestra más competitivo en otras aplicaciones donde sin duda alguna esta ganando terreno progresivamente bajo otros nombres como “dominios finitos” o “volúmenes finitos”.

La utilización del MEF en problemas de electromagnetismo a escala industrial es relativamente reciente, aunque existen ya numerosos programas comerciales disponibles. Las aplicaciones incluyen el proyecto de maquinas eléctricas (motores, generadores, transformadores) y el estudio de componentes (aisladores, interruptores).

3.2 Conceptos generales

La idea general del método de los elementos finitos es la división de un continuo en un conjunto de pequeños elementos interconectados por una serie de puntos llamados nodos. Las ecuaciones que rigen el comportamiento del continuo regirán también el del elemento. De esta forma se consigue pasar de un sistema continuo (infinitos grados de libertad), que es regido por una ecuación diferencial o un sistema de ecuaciones diferenciales, a un sistema con un número de grados de libertad finito cuyo comportamiento se modela por un sistema de ecuaciones, lineales o no.

En cualquier sistema a analizar se puede distinguir entre:

- **Dominio.-** Espacio geométrico donde se va a analizar el sistema.
- **Condiciones de contorno.-** Variables conocidas y que condicionan el cambio del sistema: cargas, desplazamientos, temperaturas, voltajes, focos de calor, etc.
- **Incógnitas.-** Variables del sistema que deseamos conocer después de que las condiciones de contorno han actuado sobre el sistema: desplazamientos, esfuerzos, temperaturas, etc.

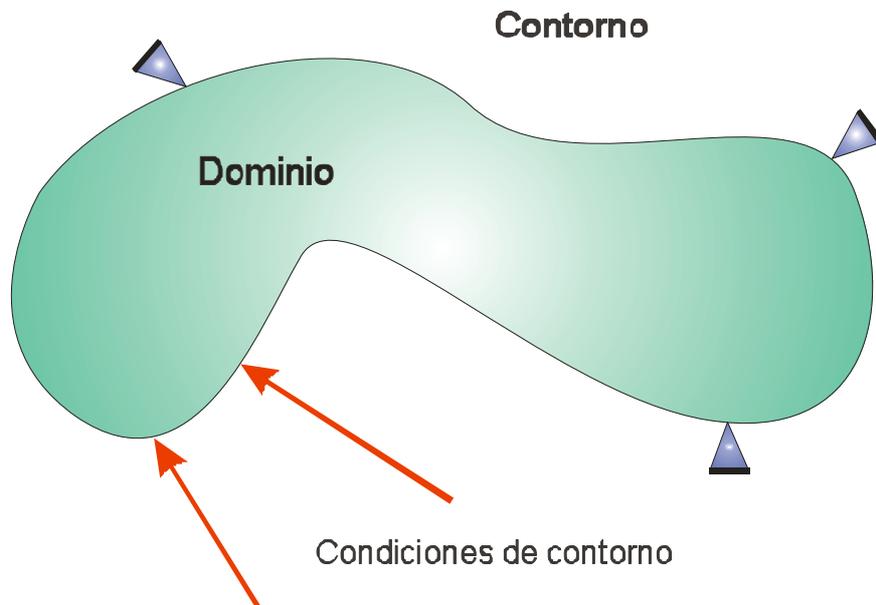


Figura N° 3.2.- Conceptos básicos del MEF. Esquema básico del entorno de trabajo.

El método de los elementos finitos supone, para solucionar el problema, el dominio discretizado en subdominios denominados elementos. El dominio se divide mediante puntos (en el caso lineal), mediante líneas (en el caso bidimensional) o superficies (en el tridimensional) imaginarias, de forma que el dominio total en estudio se aproxime mediante el conjunto de porciones (elementos) en que se subdivide. Los elementos se definen por un número discreto de puntos, llamados nodos, que conectan entre si los elementos. Sobre estos nodos se materializan las incógnitas fundamentales del problema. En el caso de elementos mecánicos o estructurales estas incógnitas son los desplazamientos nodales, ya que a partir de estos se pueden calcular el resto de incógnitas que nos interesan: esfuerzos, deformaciones, etc. A estas incógnitas se les denomina grados de libertad de cada nodo del modelo. Los grados de libertad de un nodo son las variables que nos determinan el estado y/o posición del nodo.

Por ejemplo, si el sistema a estudiar es una viga en voladizo con una carga puntual en el extremo, tal y como muestra la figura;

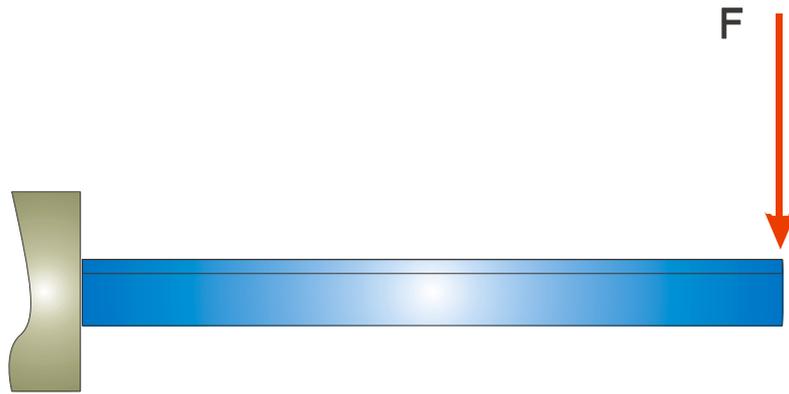


Figura N° 3.3.- Viga en voladizo con carga puntual al extremo.

El discretizado del modelo puede ser:

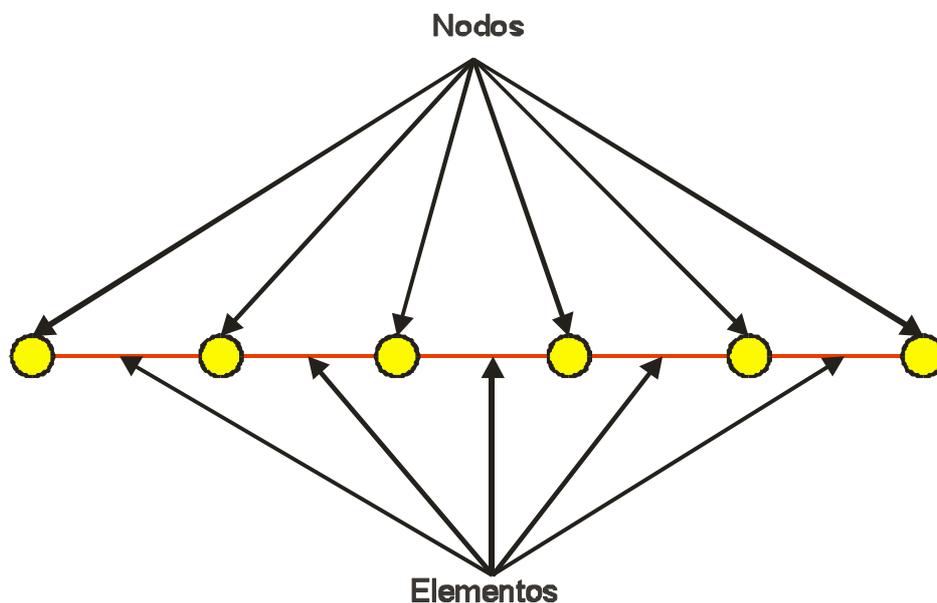


Figura N° 3.4.- Posible discretización de la viga en voladizo.

Los grados de libertad de cada nodo serán:

- Desplazamiento en dirección x.
- Desplazamiento en dirección y.
- Giro según z.

El sistema, debido a las condiciones de contorno: empotramiento y fuerza puntual, evoluciona hasta un estado final. En este estado final, conocidos los valores de los grados de libertad de los nodos del sistema podemos determinar cualquier otra incógnita deseada: esfuerzos, deformaciones, etc. también sería posible obtener la evolución temporal de cualquiera de los grados de libertad.

Planteando la ecuación diferencial que rige el comportamiento del continuo para el elemento, se llega a fórmulas que relacionan el comportamiento en el interior del mismo con el valor que tomen los grados de libertad nodales. Este paso se realiza por

medio de unas funciones llamadas de interpolación, ya que estas “interpolan” el valor de la variable nodal dentro del elemento.

El problema se formula en forma matricial debido a la facilidad de manipulación de las matrices mediante ordenador. Conocidas las matrices que definen el comportamiento del elemento (en el caso mecánico o estructural serán las llamadas matrices de rigidez, amortiguamiento y masa, aunque esta terminología ha sido aceptada en otros campos de conocimiento, se ensamblan y se forma un conjunto de ecuaciones algebraicas, lineales o no, que resolviéndolas nos proporcionan los valores de los grados de libertad en los nodos del sistema.

3.3 Terminología de los grados de libertad

El termino *grados de libertad*, a veces abreviado como GDL o por DOF (por sus siglas en inglés, *degrees of freedom*), es muy común en el ámbito de los elementos finitos. Este término, así también como el de *matriz de fuerzas* y *vector de fuerzas*, tienen sus orígenes en el cálculo estructural, dados los orígenes del MEF, terminología que ha sido heredada hacia otro tipo de aplicaciones no estructurales.

La mecánica clásica tiene sus orígenes en el siglo XVIII con Euler y Lagrange y más adelante desarrollado por Hamilton y Jacobi como una formulación sistemática de la mecánica de Newton. Estas teorías, en sus comienzos, fueron muy ambiciosas dado que pretendían estudiar problemas de índole molecular, sistemas mecánicos complejos, aeroplanos e incluso el sistema solar. Así pues, la configuración espacial de muchos sistemas son descritos por sus grados de libertad GDL o DOF's. A veces estos son llamados también coordenadas generalizadas. El termino variables de estado y variables primarias también son usados, particularmente, en sistemas matemáticos.

En caso de que el número de grados de libertad sea finito, el modelo resultante será del tipo discreto, y se le llamará continuo si el número de grados es infinito. Debido al método de discretización del MEF, el número de grados de libertad debe ser necesariamente finito.

Los grados de libertad son recopilados y expresados en un vector columna llamado u . Este vector es llamado el vector de los grados de libertad (DOF vector) o vector de estado. Así también, el término desplazamiento nodal para u es reservado para aplicaciones mecánicas.

En sistemas mecánicos, cada grado de libertad tiene su correspondiente conjugado, el cual representa una fuerza generalizada. En otras aplicaciones, existe una similitud entre las conjugadas, las cuales son llamadas también fuerzas o términos de fuerza. Estos son los agentes del cambio. Estas fuerzas son recopiladas en un vector columna llamado f .

Como en el problema de tracción simple, la relación entre u y f es asumida como lineal y homogénea. La última consideración es de que en el caso de que u desaparezca, también lo hace f . Esta relación está expresada con la siguiente ecuación:

$$Ku = f \dots\dots\dots(3.1)$$

K es universalmente conocida como la matriz de rigidez o *stiffness matrix* incluso en aplicaciones no estructurales.

El significado físico del vector u y f varía de acuerdo a la aplicación del modelo como se ilustra en la tabla siguiente:

Tabla N°3.1.- Identificación de las variables para distintos casos.

Aplicación	Vector de estado (grados de libertad) GDL o DOF	Vector conjugado f
Elementos mecánicos, estructuras	Desplazamiento	Fuerza mecánica
Transmisión de calor	Temperatura	Flujo de calor
Acústica	Potencial de desplazamiento	Velocidad de la partícula
Flujos en general	Velocidad	Flujos
Electrostática	Potencial eléctrico	Densidad de carga
magnetismo	Potencial magnético	Intensidad magnética

Si la relación entre las fuerzas y los desplazamientos es lineal pero no homogénea, la relación viene dada por:

$$Ku = f_M + f_I \dots\dots\dots(3.2)$$

Los pasos en el procedimiento de cálculo de sistemas mecánicos o de cualquier otro tipo de sistema se esquematiza básicamente en la figura N° 3.5. Aunque la grafica simplifica el rol del MEF dentro del análisis, no es en desmedro de su importancia sino tan solo para ilustrar la terminología. Las tres claves de la simulación son:

- Idealización
- Discretización
- Solución.

Como en todo procedimiento, existen errores; errores en la discretización, errores del modelo matemático, errores de solución, etc. Las discrepancias o errores en este tipo de cálculos son siempre un factor a tomar en cuenta sobretodo si se quiere obtener una solución válida y con márgenes cada vez mas estrechos cuando la aplicación lo amerite.

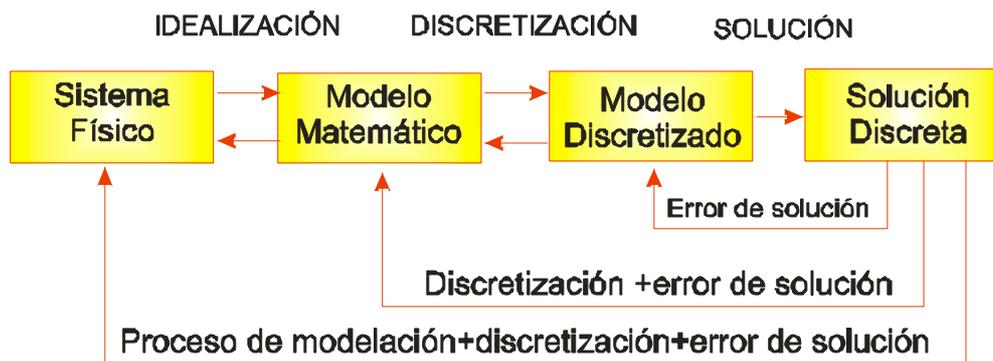


Figura N° 3.5.- Proceso de análisis en un problema mediante el MEF.

3.4 Idealización

La idealización consiste en pasar de un sistema físico a un modelo matemático. Este es el paso más importante en la práctica ingenieril, debido a que no es un proceso computarizado, este es basado en la experiencia y en los conocimientos del diseñador.

3.4.1 Modelos

El significado tradicional que tiene la palabra *modelo* (copia o representación a escala de un objeto) difiere un tanto del que se maneja en el ámbito de los elementos finitos. En el MEF, se le da una interpretación mas moderna, el cual se esta convirtiendo cada mas común desde que las computadoras se inventaron. En este sentido, se definirá un modelo como **una herramienta simbólica elaborada para simular y predecir aspectos de comportamiento de un determinado sistema.**

Cabe resaltar dentro de esta definición, la frase *aspectos de comportamiento* y es que para predecir todo, en todos los eventos físicos posibles, se tendrá que enfrentar al sistema actual, tarea ardua y difícil en extremo que casi nunca se lleva a cabo. Un modelo pues, abstrae ciertos aspectos de interés.

El término *simbólico* indica que el modelo representa al sistema en base a símbolos y a un lenguaje de cualquier disciplina (matemáticas, químicas, físicas, etc). En el caso de los sistemas ingenieriles, en su gran parte son modelados en base a símbolos matemáticos y/o computacionales.

3.4.2 Modelos matemáticos

El proceso de modelación matemática, o idealización, es un proceso por el cual un ingeniero o matemático pasa el sistema físico en estudio, en un modelo matemático del mismo.

Este proceso también es llamado idealización porque el modelo matemático es una abstracción necesaria para expresar la realidad. Los resultados analíticos o numéricos del modelo son reinterpretados para su procesamiento y análisis.

En un determinado tipo de estudio, el ingeniero puede encontrarse con muchas alternativas de solución, esta en él decidir que método usar. Para ello, la persona responsable de este tipo de decisión tiene que estar familiarizado con las ventajas y desventajas, y el rango de aplicabilidad de cada uno de los modelos. La decisión puede ser muy distinta si se trata de un sistema estático o de un sistema dinámico.

Usualmente los sistemas ingenieriles, particularmente los aeroespaciales y los mecánicos tienden a ser complejos. Teniendo en cuenta esto y sabiendo de antemano que un modelo matemático es una abstracción de la realidad, se hace imperativo que para la simulación se tenga que reducir la complejidad del sistema a un nivel manejable.

Durante el proceso de modelación, existe una fase de *filtrado* en el que algunos detalles físicos que no son relevantes al estudio que se quiere realizar son dejados de lado. Esta es una practica muy común para los ingenieros dado que lo se requieren son respuestas lo más practicas y sencillas posibles sin caer en la fidelidad extrema sin, claro esta, perder la rigurosidad matemática. Consecuentemente, se podría decir que al elegir un modelo matemático se esta eligiendo un *filtro* el cual contempla ciertos aspectos y deja de lado otros en un determinado proceso.

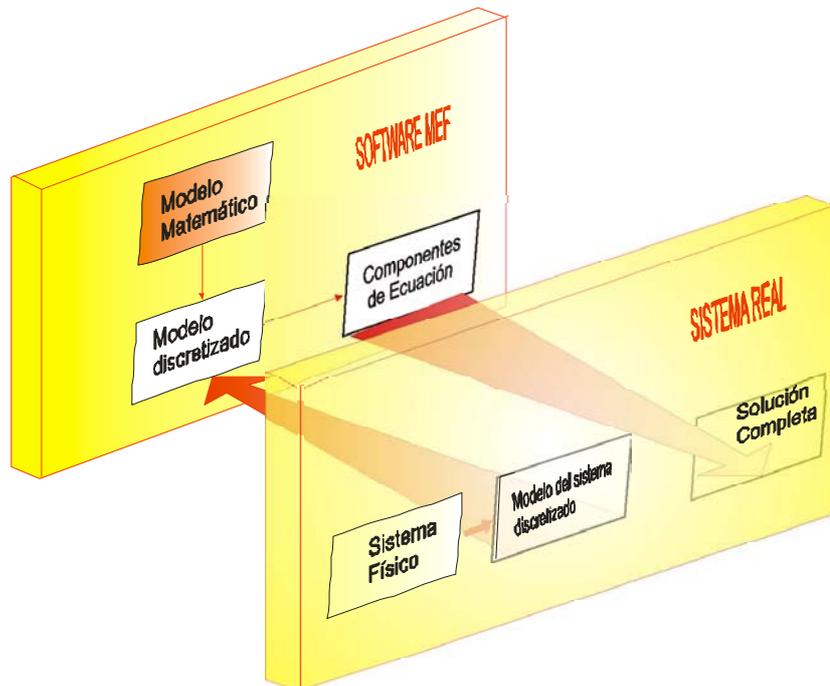


Figura N° 3.6.- Esquema del proceso de modelación implícita. Se escogen elementos de la librería de un software por EF de acuerdo a una idealización.

Como se aprecia en el diagrama simplificado de la figura N°3.6, común en la practica ingenieril. El escenario más común es ilustrado en las figuras.

Un caso común en la industria es que se tiene que analizar un elemento mecánico o una estructura y el software a usar ofrece un catálogo de los tipos de elementos de los cuales, en su gran mayoría, no se tiene pleno conocimiento. Por lo general estos son del tipo barras (*bar*), vigas (*beam*), placas (*plates*), corazas (*shell*), sólidos axi simétricos (*axisymmetric solids*), sólidos en general (*general 3D solids*), etc. Al momento de elegir el tipo específico de elemento del programa, automática e

implícitamente se están adoptando los modelos matemáticos que están tras ese determinado elemento. A este proceso, se le llama modelación implícita.

Idealmente, al momento de la decisión se debería estar al tanto de las ventajas y desventajas de cada una de las opciones disponibles. Desafortunadamente, se ha vuelto una practica común que muchos usuarios de estos programas no sean muy concientes de las implicancias y responsabilidades que acarrea tomar este tipo de decisiones aparentemente sencillas

Por otra parte, cuando se selecciona un modelo matemático para un determinado proceso físico y se selecciona un programa para llevar a cabo tal análisis, o si se lo escribe uno mismo. Esto es modelación explícita. Requiere de muchas más herramientas técnicas, experiencia y recursos que la modelación implícita. Pero para algunos problemas fuera de lo ordinario puede ser una buena opción a tomar.

En la práctica, es común realizar una combinación de la modelación implícita y explícita. El sistema físico a ser simulado es dividido en sub sistemas. Estos sub sistemas en caso estén disponibles en el software a usar pueden ser usados y se tratará de una modelación implícita. Por otro lado aquellos que requiera de una mayor o especial consideración pueden ser desarrollados bajo un modelo explicito.

3.5 Fatiga con el *Cosmos del Solid Works*

Como se sabe y se ha explicado en el capítulo I, la fatiga es un proceso bastante estudiado y aun así se tiene gran incertidumbre para predecir su comportamiento. Como proceso netamente probabilístico, resulta difícil de tratar, explicar y predecir.

El *Cosmos* da un acercamiento o un primer paso en el tratamiento de la fatiga mediante el uso de las teorías ya conocidas y muy usadas en el diseño mecánico. Pero este tipo de cálculo no sólo es realizado por el *Cosmos*, existen otros software que incorporan las mismas herramientas y los mismos cálculos como el *ANSYS* el cual puede ser usado e instalado como una plataforma de análisis más en el *Solid Works*.

Básicamente, el *Cosmos* hace uso de los resultados de un estudio estático citado como estudio de referencia para calcular los esfuerzos alternantes. Es decir, en el estudio de fatiga no se aplica el método de los elementos finitos o MEF.

En el capítulo IV se explicará cómo es que se realizan estos cálculos en base a ciertas teorías como la de Miner ya conocidas en el cálculo de la fatiga. La regla de Miner, a pesar de tener ya varios años, ha sido y es una herramienta potente y sencilla para analizar ciertos casos de fatiga.

En este mismo capítulo también se mencionarán las falencias o deficiencias que adopta el *Cosmos* al usar este método de análisis (Miner) y como los resultados se ven afectados. Teniendo en consideración estas consideraciones se pueden obtener y especificar mejor los estudios de fatiga sin incurrir en errores graves de diseño.

CAPITULO IV

Análisis de fatiga con software de elementos finitos

El *Cosmos* es un paquete de cálculo en base al método de los elementos finitos que viene junto al *Solid Works*, una herramienta CAD muy popular en estos días dentro de los software de diseño disponibles.

Este paquete tiene distintos módulos dentro del *Cosmos Works* que se pueden aplicar a distintos casos de análisis (estático, térmico, de fatiga, no lineal, de choque, etc). La versatilidad, la facilidad de uso así como los manuales didácticos han hecho de este software uno de los más usados actualmente.

El *Cosmos* reconoce también a la fatiga como un proceso que sucede en tres etapas o estadios, siendo estos:

1. **Etapa 1.-** Una o más grietas se desarrollan en el material. Estas grietas pueden crecer en cualquier sitio del elemento mecánico, aunque usualmente tienden a aparecer en las zonas donde hay alta concentración de esfuerzos o fluctuaciones de estos. Las grietas pueden ocurrir por muchas razones, yendo estas desde imperfecciones estructurales a nivel microscópico hasta imperfecciones en la superficie creadas por maquinado.
2. **Etapa 2.-** Algunas de estas grietas llegan a crecer como resultado de las cargas alternantes.
3. **Etapa 3.-** La continua aplicación de estas cargas hace que la grieta crezca tanto que la pieza finalmente falla.

Por defecto, el *Cosmos* tiene una biblioteca de curvas S-N de ciertos materiales que ayudan a realizar un análisis de fatiga sin la necesidad de iniciar una campaña específica de ensayos.

4.1.4.- Eventos de fatiga (*Fatigue Events*)

Un evento de fatiga, como lo define el *Cosmos* esta asociado al nivel de esfuerzo alternante (σ_a) y al número de ciclos (n). Se pueden definir múltiples eventos de fatiga para un mismo estudio. A su vez, los eventos de fatiga pueden estar referidos a más de un estudio estático.

En el caso que se tratara de un evento con referencia múltiple, el *Cosmos* calcula los esfuerzos alternantes más críticos en cada uno de los eventos para luego hacer uso de la regla de Miner y del código ASME (cuando la interacción de los eventos es aleatoria o *random*) para evaluar los esfuerzos alternantes y su correspondiente número de ciclos basado en un determinado número de eventos de fatiga.

Para añadir un evento de fatiga en el *Cosmos* hay que definir antes ciertos parámetros. Como se mencionó, en el *Cosmos* se pueden referir los estudios de fatiga a más de un estudio estático.

En la versión del *Cosmos* 2007 se incorpora la posibilidad de ingresar eventos con amplitud variable. El espectro de este tipo de cargas se puede ingresar manualmente punto por punto o se puede escoger dentro de una biblioteca que por defecto cuenta con 3 tipos de espectros.

4.1.4.1.- Parámetros de ingreso

- **Número de ciclos** (*Number of cycles*).- Aquí se establece el número de ciclos para el cual va a estar diseñado el elemento mecánico o el número de ciclos para el que se quiere probar el elemento.
- **Tipo de carga** (*Loading type*).- Este es un parámetro que nos permite personalizar el tipo de carga cuando el esfuerzo medio es distinto de cero ($\sigma_m \neq 0$). En base a este parámetro se podrán definir los esfuerzos máximos o mínimos y por consiguiente los esfuerzos alternantes σ_a .
 - **Totalmente reversible** (*Fully reversed LR = -1*).- Se usa esta opción cuando el esfuerzo medio es nulo $\sigma_m = 0$. Con esta opción, los elementos estarán expuestos de igual manera a esfuerzos de compresión como de tracción. Analíticamente, los datos de la grafica S-N (con sus correspondientes factores modificativos vistos en el capítulo I según sea el caso) pueden ser usados sin necesidad de otros criterios (Goodman, Soderberg, Gerber, etc.)

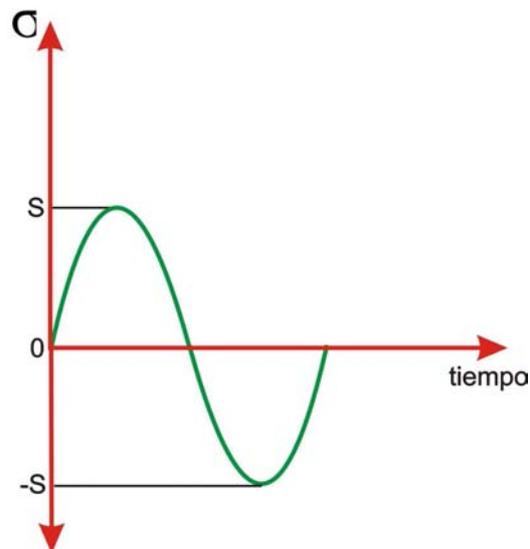


Figura N°4.2.- Carga por fatiga totalmente reversible o con esfuerzo medio nulo.

- **Puro (Zero based LR = 0).**- Esta es la condición en que el esfuerzo medio (en valor absoluto) pasa a ser igual al esfuerzo alternante (en valor absoluto) $|\sigma_m| = |\sigma_a|$. Todas las cargas que están aplicadas en el estudio estático, seguirán un patrón como el de la figura según sea el caso.

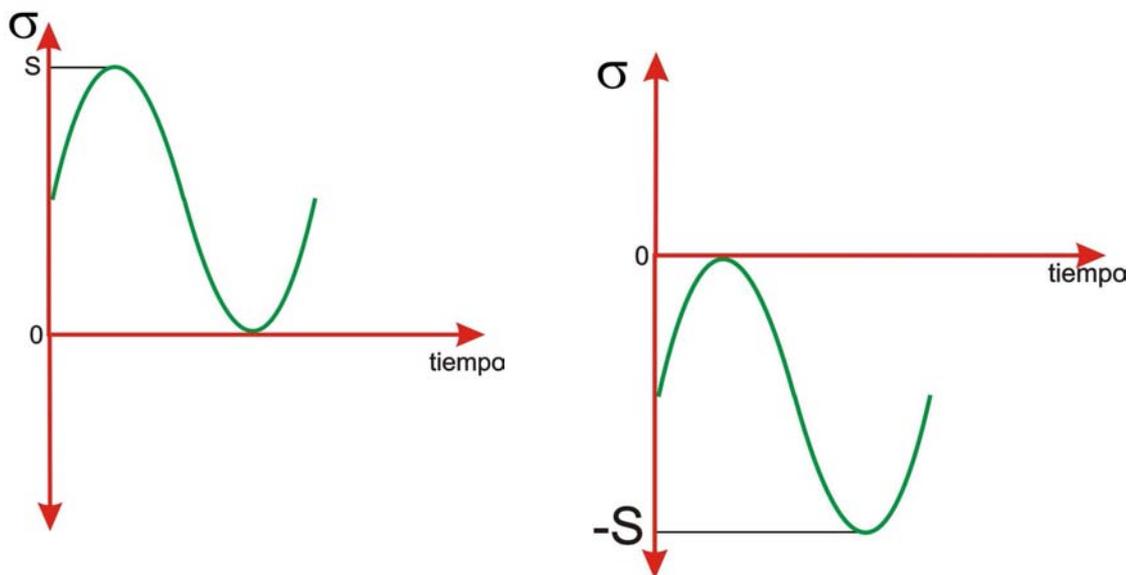


Figura N°4.3.- Cargas por fatiga bajo esfuerzos totalmente de tracción o compresión respectivamente.

- **Personalizado (*Loading ratio*).**- Con esta opción se puede ingresar el factor por el cual se multiplicará a las cargas (y por consiguiente afectará los esfuerzos) siguiendo un patrón como el que muestra la figura.

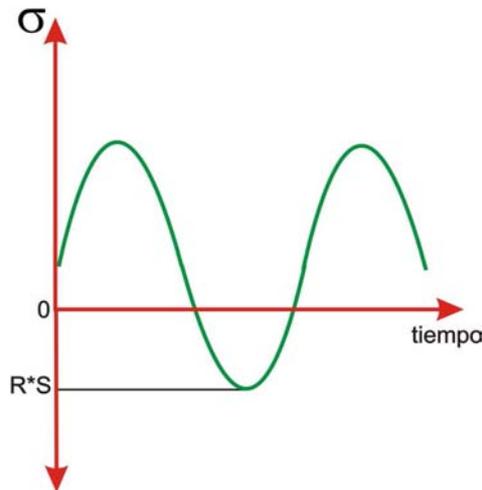


Figura N°4.4.- Carga por fatiga personalizada por el factor R. Siempre del lado negativo de las ordenadas.

Notación ASTM para fatiga

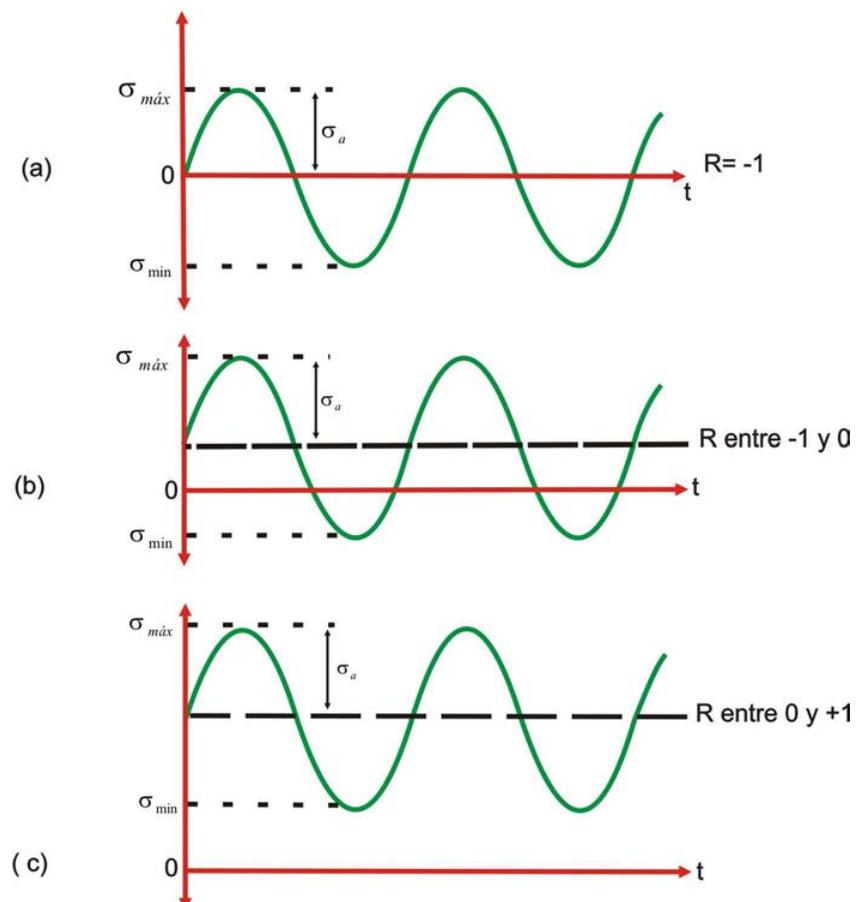


Figura N°4.5.- Distintos casos de razón R de carga.

- **Referencia múltiple (*find cycle peaks*).**- Con esta opción se puede especificar más de un estudio estático de referencia para un mismo evento. Para esta opción, el programa recoge los máximos esfuerzos resultantes en cada uno de los estudios de referencia y con ellos poder especificar los máximos esfuerzos alternantes (independientemente para cada nodo).

Para efectos del programa. Las cargas de fatiga se dice que son **proporcionales** cuando la dirección de los esfuerzos principales para cada nodo son idénticas en todos los estudios estáticos de referencia que se han usado para definir los eventos de fatiga. En otros casos, las cargas de fatiga se dice que son **no proporcionales**.

- **Asociación del estudio.**- Con esta opción se puede establecer el tipo de relación que vincula los estudios estáticos.
 - **Número (N_o).**- Este ítem es simplemente un contador de los estudios a los cuales va a ser referenciado el estudio de fatiga.
 - **Estudio (*Study*).**- Con esta opción se puede seleccionar del *design manager* el estudio estático al cual se va a hacer referencia.
 - **Escala (*Scale*).**- En esta opción se puede establecer la escala a la cual se quiere que el estudio estático sea aplicado y analizado en fatiga. Dado que se trata de un estudio lineal, el *Cosmos* hace uso de este factor para escalar los esfuerzos, en otras palabras, multiplica los resultados del estudio estático de referencia por este factor para calcular los valores de esfuerzo alternante.

En el caso que se haya seleccionado la opción de referencia múltiple (*find cycle peaks*) se podrán seguir definiendo más estudios para el mismo evento. Para ello todos los estudios deben tener el mismo mallado.

En esta opción, se puede usar el mismo estudio estático para definir varios eventos.

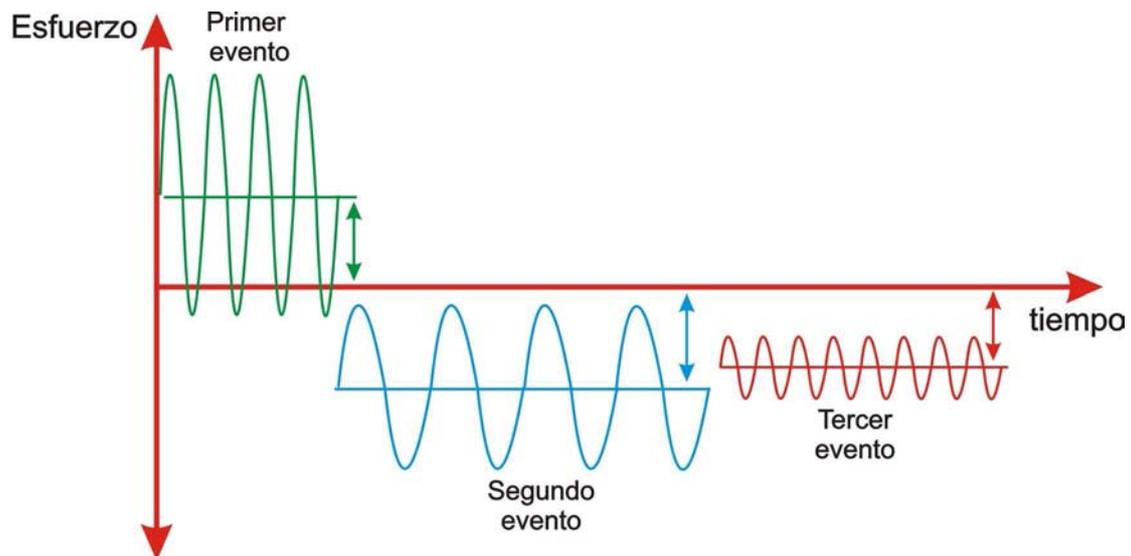


Figura N°4.6.- Ejemplo de aplicación de cargas de fatiga con varios eventos. Cada uno de estos eventos puede estar referido al mismo estudio estático pero con distintas condiciones de carga (esfuerzo medio y alternante) y la interacción entre ellos puede ser inexistente o aleatoria (en el caso representado no hay interacción)

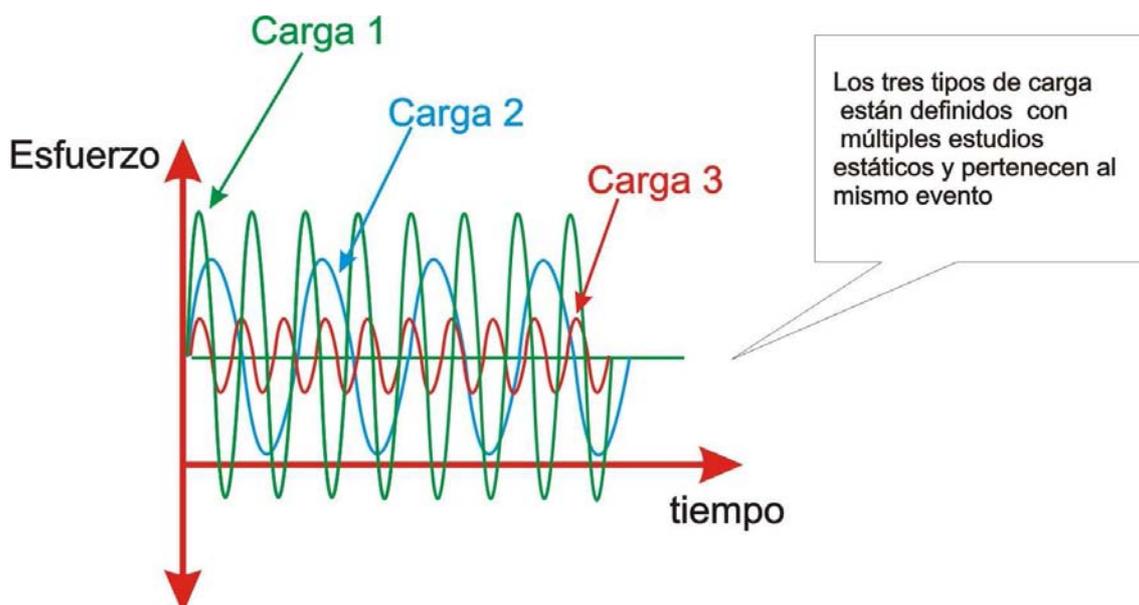


Figura N°4.7.- Definición de un evento de fatiga usando la opción de referencia múltiple o *find cycle peaks*. El programa ensayará para el número de ciclos definido en el evento, los tres tipos de carga. En base al estudio de las cargas combinadas se hallarán los máximos y mínimos absolutos.

4.1.5.- Evento simple definido en base a múltiples estudios.

El programa calcula un valor de esfuerzo alternante para cada nodo, combinando los resultados de varios estudios estáticos previos.

4.1.6. Eventos múltiples

Cada evento puede ser definido en base a un simple estudio estático o en base a muchos. En el caso de ser más de un simple evento (*single event*), el programa busca en estos estudios un par de esfuerzos extremos (pueden ser máximos o mínimos) para caracterizar cada evento en cada nodo. Después de ello, usa la regla de Miner y los códigos ASME *Boiler* y el *Pressure Vessel* para definir los nuevos eventos.

Para ello el programa asume que cualquiera de dos eventos pueden ocurrir simultáneamente. Así pues, para un número n de eventos, el programa evalúa $n(n-1)/2$ posibles combinaciones, para un n mayor o igual que dos ($n \geq 2$)

Como acotación importante se tiene que en el uso de eventos múltiple, el programa arroja valores bastante conservadores debido a que siempre predice altos factores de daño que han sido aplicados a cada uno de los eventos secuencialmente. El número total de ciclos resultante de los eventos múltiples es igual al número de ciclos definidos por el usuario.

4.2 Requisitos del *Cosmos Works* para un análisis de fatiga

Básicamente, el *Cosmos* requiere de los siguientes datos para empezar un análisis de fatiga

- Los resultados o al menos un estudio estático debe estar disponible en el archivo. Si dicho estudio estático no estuviera disponible, el programa asume como estudio estático todos los que estén asociados a éste antes del estudio de fatiga.
- Indefectiblemente, se debe definir al menos una curva S-N. cabe destacar que se pueden definir distintas curvas S-N con diferentes rangos de esfuerzo (*load ratios*).
- Se debe definir al menos un evento de fatiga.

4.3 - Resultados del análisis de fatiga

Para entender con más claridad estos factores se detalla la siguiente figura. La curva en verde es la curva S-N o curva de Wohler del material. Para la explicación habrá que centrarnos en el estudio de un nodo en específico. Para tal fin, se supone que ya ha sido realizado un estudio estático en el cual se ha obtenido un valor de esfuerzo para tal nodo. Este esfuerzo corresponde al valor de esfuerzo alternante (en el caso que el evento de fatiga haya sido totalmente reversible *fully reversed* en caso contrario dependerá de la razón de carga *loading ratio*). Para simplificar y hacer más sencillo el entendimiento, también se supone que existe un solo estudio estático y este a su vez es el único evento definido con escala 1.

El evento se ha especificado que ocurra N veces. Basado en el valor de σ y de N , es que se grafica el punto rojo

Este punto rojo, por lo general no estará sobre la curva S-N. Si esta encima, la falla por fatiga ocurrirá en este punto (nodo). En el caso que este por debajo, la falla por fatiga no ocurrirá en este punto.

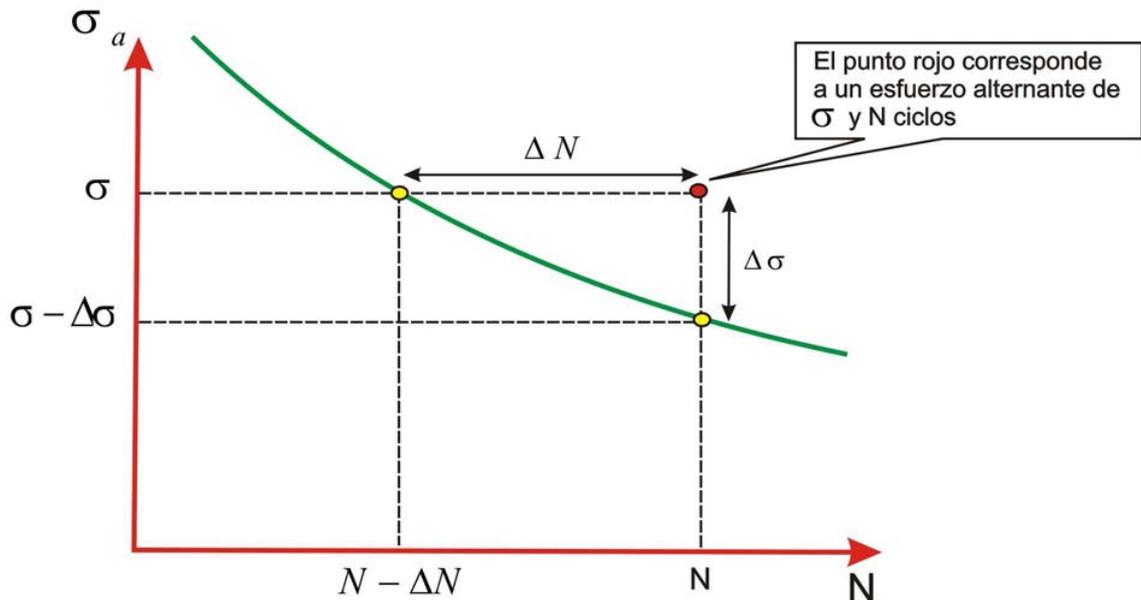


Figura N°4.8.- Explicación del daño acumulado. En el caso representado, el punto rojo esta por encima de la curva S-N por lo que se podría decir que el fallo esta previsto que suceda en ese nodo.

El *Cosmos* en el cálculo del daño acumulado empleará la siguiente fórmula.

$$Vida = N - \Delta N \dots\dots\dots(4.1)$$

$$Daño..acumulado = \frac{N}{N - \Delta N} \dots\dots\dots(4.2)$$

$$Factor..de..seguridad = \frac{\sigma - \Delta\sigma}{\sigma} \dots\dots\dots(4.3)$$

En la gráfica, en la línea vertical correspondiente a N ciclos se puede obtener la intersección de ésta con la curva S-N y de la proyección sobre el eje de las ordenadas (esfuerzo alternante) el correspondiente valor de $\sigma - \Delta\sigma$.

- Para obtener estos puntos de intersección es muy importante tener en consideración el esfuerzo alternante correcto. Es decir, se tiene que tener en consideración el coeficiente de reducción a la fatiga (k_f), los niveles de esfuerzo alternante de acuerdo a la razón de carga (*loading ratio*) el cual puede ser totalmente reversible, de base cero o personalizado.
- También es importante que el más alto de los esfuerzos alternantes en el modelo este dentro del rango de los esfuerzos en la curva S-N.
- Por la misma razón debe tenerse cuidado si se quiere hallar el número de ciclos en la curva S-N. Éste al igual que en el esfuerzo alternante, debe estar dentro de los rangos representados en la curva S-N.
- En el caso que lo explicado anteriormente no sea cierto, o no se dé, el programa no realizará interpolación con la curva. En lugar de hallar un punto de intersección, el programa hace uso del último punto de la curva, en otras palabras el programa no realiza extrapolaciones.

Indefectiblemente, el programa crea una carpeta en el *COSMOSWorks Manager* después de realizar el estudio de fatiga. En este estudio se pueden definir las siguientes salidas:

4.3.1 Factor de daño (*Damage factor*).- Esta visualización muestra el porcentaje de vida consumida bajo los eventos definidos. Por ejemplo un factor de daño del 20% indica que tales eventos consumen el 20% de la vida de tal elemento. Si el factor es igual o superior a 1, la pieza falla.

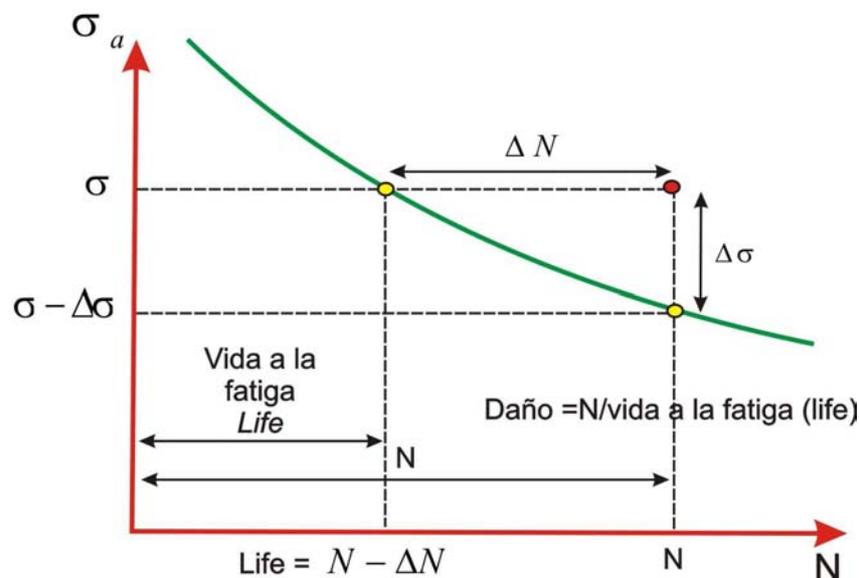


Figura N°4.9.- Definición gráfica del daño sobre la curva S-N.

4.3.2 Factor de seguridad (*Load factor of safety*).- En esta visualización se muestra el factor de seguridad en cada nodo del elemento. Un factor de seguridad de 5 en un cierto nodo indica que los eventos de fatiga definidos causarían una falla de fatiga en ese nodo si se le multiplican todas las cargas definidas en el estudio estático por 5.

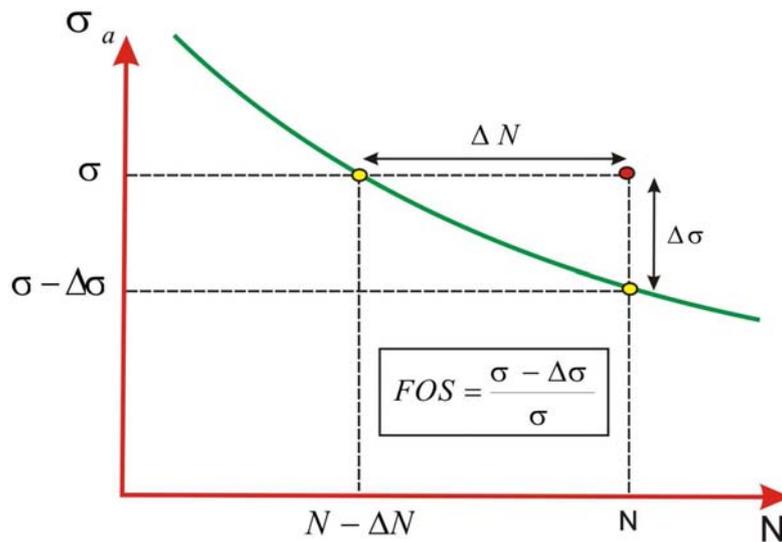


Figura N°4.10.- El factor de seguridad, *factor of safety*. Se obtiene y calcula como se muestra en la gráfica.

Esta visualización sólo está disponible si se ha definido tan solo un evento (evento simple o *single event*). Tampoco estará disponible en el caso que se haya definido eventos con amplitud variable.

4.3.3 Gráfica de vida a la fatiga (*Life plot*).- En esta visualización se pueden observar los números de ciclos que causan falla por fatiga en cada nodo. Esta gráfica está basada en la curva S-N y en los esfuerzos alternantes en cada uno de los nodos. Esta visualización al igual que la de factor de seguridad sólo está disponible cuando se ha definido un evento simple.

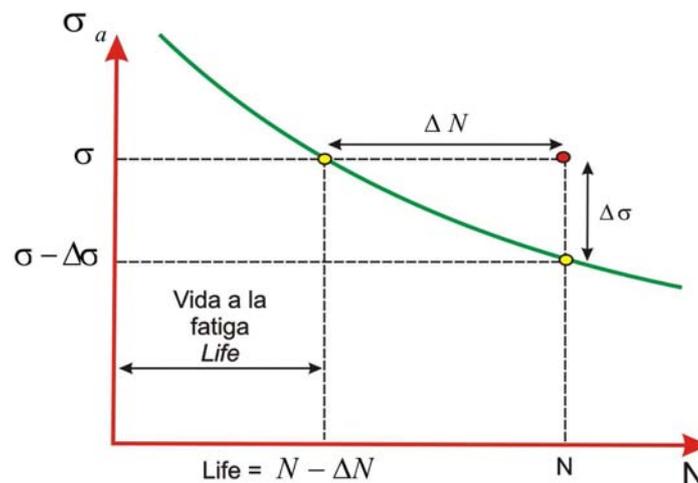


Figura N°4.11.- Obtención de la vida a la fatiga por el *Cosmos*.

- Como se puede observar en la gráfica, el valor de vida a la fatiga es totalmente independiente del número de ciclos definido en el evento de

fatiga. Este valor sólo depende del valor de esfuerzo de cada nodo sobre la curva S-N. Por consiguiente, cambiar el número de ciclos en los eventos **no cambiará en absoluto la grafica de vida a la fatiga**. En lo único que tendrá repercusión es en la grafica de daño acumulado.

- En el caso de que el esfuerzo alternante “corregido” (obtenido teniendo en cuenta las consideraciones anteriores) caiga por debajo del nivel de esfuerzo del ultimo punto de la curva S-N, el programa toma el número de ciclos definido para el último punto de la curva S-N, a menos que se haya definido y activado la casilla de **vida infinita** en las propiedades del estudio de fatiga, en tal caso la vida infinita será tomada para calcular el daño.
- Si el evento tiene amplitud variable (en lugar de amplitud constante), los resultados de vida a la fatiga serán dados en bloques y no en ciclos, donde los bloques están definidos en base al historial de cargas y al número de ciclos para los que se ha ensayado (definidos en el evento).

4.3.4 Factor de biaxialidad (*biaxial factor*).- Como se mencionó anteriormente, las propiedades a fatiga de los materiales usualmente se encuentran expresadas para esfuerzos uniaxiales, pero en el mundo real, se sabe que muchas veces el estado de esfuerzos es multiaxial. Esta visualización le da al usuario alguna idea del estado de esfuerzos sobre el modelo y cómo interpretar los resultados. El factor de biaxialidad está definido como la división entre el esfuerzo principal mínimo y el esfuerzo principal máximo. En la visualización que ofrece el *Cosmos*, se muestran las razones de esfuerzo por nodo. Un factor de biaxialidad de cero corresponde a un esfuerzo uniaxial, un valor de -1 corresponde a un estado de esfuerzos de cortante puro y uno de 1 corresponde a un estado biaxial puro. En la mayoría de las visualizaciones se puede identificar una superficie mayoritariamente de esfuerzos uniaxiales, con partes que exponen cortante puro y estado biaxial puro.

Cuando se usa la gráfica del factor de biaxialidad a lo largo con el factor de seguridad, puede verse que los puntos más dañados ocurren en un punto generalmente bajo esfuerzos uniaxiales. Si el punto con más daño está bajo cortante puro, entonces sería recomendable usar la curva S-N para cargas torsionales (si la información estuviese disponible) aunque se sabe que recolectar datos experimentales bajo distintas condiciones de carga es bastante costoso y muy a menudo anti práctico.

Vale mencionar que para cargas de fatiga no proporcionales, hay múltiples estados de esfuerzo y por consiguiente no hay esfuerzos biaxiales simples en cada nodo. Entonces, si la herramienta de fatiga no tiene opciones de cargas no proporcionales, el usuario no debería hacer uso de este factor.

Hay que mencionar también que el *Cosmos* ignora al esfuerzo alternante mas pequeño que este mas cercano a cero (si este fuera el caso). Es una herramienta útil al momento de analizar casos multiaxiales donde no se tiene una idea exacta de que tipo de esfuerzos son los que actúan sobre los elementos o sobre determinadas zonas.

4.4 Tipos de mallado del *Cosmos Works*

El *Cosmos* ofrece una gran variedad de tipos de mallado, los cuales se adaptan a todos los requerimientos de análisis que se puedan tener. Aunque su variedad es limitada en comparación con otros softwares este no debe ser para nada menospreciado.

4.4.1 **Mallado sólido (*Solid mesh*)**

Se usa este tipo de mallado cuando se tienen modelos gruesos o de espesores grandes. Todos los elementos son tetraedros con aristas rectas o curvas. Es una de las opciones más usadas cuando se van a modelar piezas rígidas y con espesores grandes.

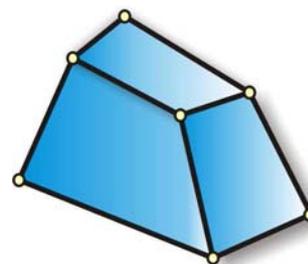


Figura N°4.12.- Dentro del *Cosmos* los únicos elementos que tiene a disposición son del tipo tetraédrico. En este caso este es un elemento ilustrativo que no representa los usados por el software.

4.4.2 **Mallado tipo cascarón usando superficies medias (*Shell mesh using mid surfaces*)**

Se usa esta opción cuando los modelos están realizados en chapas metálicas o tienen partes delgadas. El programa extrae superficies y asigna espesores automáticamente. No se puede especificar más de un material para esta opción. Cada elemento tiene una forma triangular y puede tener lados curvos o rectos y su espesor es uniforme.

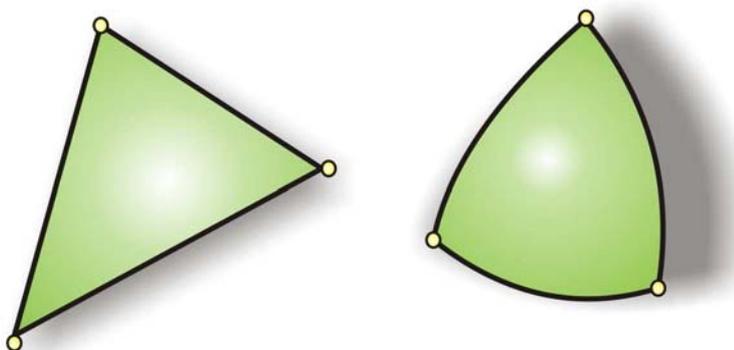


Figura N°4.13.- Los elementos en la opción *Shell mesh using mid surfaces* pueden ser de caras rectas o curvas pero tienen espesor uniforme.

Esta opción no está disponible para ensamblajes y modelos superficiales y puede fallar en la generación de la malla apropiada para piezas con cierta complejidad y/o con intersecciones. En el uso de esta opción, se recomienda observar la malla resultante y verificar si representa el modelo que se desea ensayar.

4.4.3 Mallado tipo cascarón usando superficies (*Shell mesh using surfaces*)

Se usa esta opción para mallar la superficie de modelos o caras seleccionadas de partes o ensamblajes de sólidos. Con ella se pueden asignar distintos espesores y materiales para cada cascarón (*shell*). No se pueden crear cascarones en la superficie de un ensamblaje.

4.4.4 Mallado mixto

Con esta especificación se puede hacer uso de elementos sólidos y del tipo cascarón en un mismo modelo.

4.5 Daño acumulativo en *Cosmos Works*

Las curvas S-N en conjunto con la teoría del daño lineal o regla de Miner son la base teórica del análisis de fatiga en el *Cosmos Works*.

La curva de Wohler o S-N establece que toma N_1 ciclos bajo un esfuerzo alternante de S_1 el causar fallo por fatiga, a su vez, la teoría sostiene que cada ciclo causa un daño medido por Miner por D_1 , el cual consume $1/N_1$ de la vida del elemento mecánico.

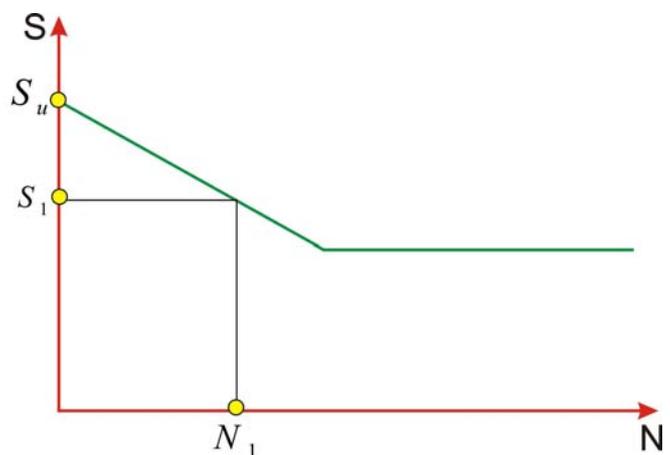


Figura N°4.14.-Correspondencia de una resistencia a la fatiga para un determinado número de ciclos en la curva S-N.

Si la estructura está sometida a n_1 ciclos bajo un esfuerzo alternante S_1 y n_2 ciclos con S_2 de esfuerzo alternante, el daño total inflingido será:

$$D = \left(\frac{n_1}{N_1} + \frac{n_2}{N_2} \right) \dots\dots\dots(4.4)$$

Donde N_1 es el numero de ciclos que causan falla por fatiga bajo un esfuerzo alternante de S_1 y N_2 es el numero de ciclos necesarios para causar falla por fatiga bajo un esfuerzo alternante de S_2 (ambos son puntos sobre la curva S-N). Esta regla no es más que la regla de Palmgren-Miner o simplemente regla de Miner. El factor de daño representa el porcentaje de vida útil consumida del elemento mecánico; así pues si el factor de daño es 0.50 quiere decir que el 50% de la vida del elemento mecánico ha sido consumida. El fallo debido a fatiga ocurre cuando el factor alcanza el valor de 1 (tal y como se explicó en el capítulo I).

Al tomar como herramienta de análisis la regla de Miner, inherentemente se asume con ella las deficiencias que pueda tener, entre ellas:

- Una de las falencias más importantes de la regla de Miner es que no considera la secuencia de aplicación de las cargas. Es decir, para efectos del software, tal y como para el método de Miner, da lo mismo que las cargas del tipo 1 se apliquen en primer lugar, segundo lugar o el que fuere.
- Asume también que la razón de daño acumulativo es independiente del nivel de esfuerzo. El comportamiento observado en elementos mecánicos indica que la iniciación de las grietas se da en algunos pocos ciclos bajo altos esfuerzos mientras que casi toda la vida se toma en la iniciación de grietas a bajos esfuerzos.

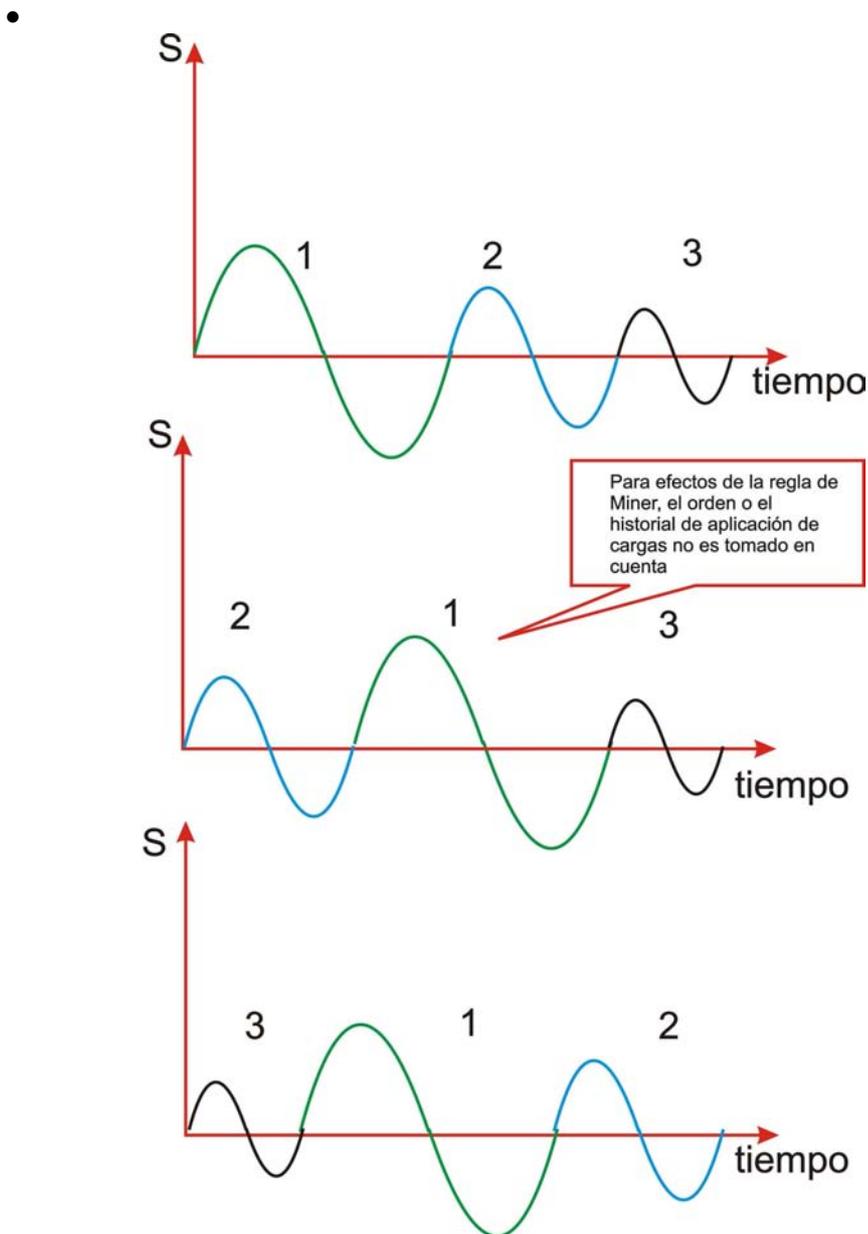


Figura N°4.15.- Deficiencias de la regla de Miner. En el ejemplo representado, los resultados en cada uno de los análisis serán los mismos.

La regla de Miner es usada en su versión más simple cuando se especifica que los eventos de fatiga no interactúen entre ellos (en las propiedades del estudio). Cuando en las opciones se establece que la interacción entre los eventos sea aleatoria, el programa usa el código ASME *Boiler and Pressure Vessel Code* (*American Society for Mechanical Engineers*) para evaluar el daño mediante la combinación de los esfuerzos máximos.

4.6 Definición de curvas S-N en el *Cosmos Works*

Las curvas S-N pueden definirse en el *Cosmos Works* de dos formas:

- La elección de una de ellas de acuerdo al material desde la librería del Cosmos. En la versión 2005 esto se podía hacer desde el mismo estudio de fatiga, en la nueva versión 2007 esta definición se hace desde el estudio estático al que se va a referenciar el estudio de fatiga.
- Definiendo uno mismo la curva mediante la introducción de los puntos.

En la versión 2005 del *Cosmos* (y posteriores), se pueden definir múltiples curvas S-N para un mismo estudio de fatiga. Cada curva S-N debe estar asociada a un estudio estático. Además, se puede realizar esta tarea con diferentes razones de esfuerzo (*stress ratios R*).

$$R = \frac{S_{\min}}{S_{\max}} \dots\dots\dots(4.5)$$

El *Cosmos* extrae de manera lineal los datos de las múltiples curvas S-N para modificar la razón de carga (*load ratio*) del evento de fatiga.

Además, el *Cosmos* tiene un factor (*fatigue strength reduction factor*) llamado factor global de reducción a la fatiga con el que se puede tener en cuenta la discrepancia que hay entre el diagrama S-N basado en condiciones normalizadas (bajo esfuerzos uniaxiales y probeta normalizada) para acondicionarlo a una condición multiaxial y de efectos diversos.

4.7 Opciones del estudio de fatiga

En este menú es que se puede personalizar en el estudio de fatiga en aquellos parámetros que son necesarios antes de realizar el estudio.

4.7.1 Interacciones entre eventos

Aquí se puede establecer la interacción entre los eventos, se puede escoger entre dos opciones:

4.7.1.1 Aleatoria (*Random*).- Esta opción se puede activar cuando se define más de un evento en el estudio de fatiga. En ella se considera la posibilidad de combinar los efectos de los máximos y mínimos esfuerzos para así obtener los esfuerzos alternantes.

4.7.1.2 Sin interacción (*No interaction*).- Se considera que los eventos ocurren uno tras otro y no hay interacción entre ellos. Hay que notar que para efectos del programa, dado el método de análisis que usa (Regla de Miner), no hay consideración en cuanto a la cronología o historial de aplicación de las cargas.

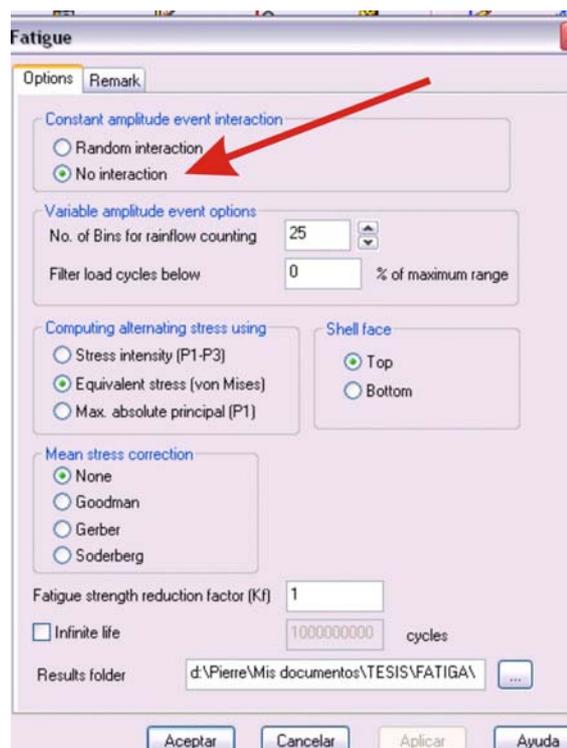


Figura N°4.16.- Opciones de fatiga cuando existe mas de un evento en el estudio..

4.7.2 Herramientas de manejo de amplitud

Esta es una opción que se incorpora a partir de la versión 2007, en base a ella se puede personalizar dos cosas.

4.7.2.1 Numero de cajas para el conteo con el método de *rainflow* (*No of bins for rainflow counting*).- Con esta opción se puede personalizar el número de cubículos con los que se graficarán los resultados, fruto del conteo de ciclos (mediante el método Rainflow). Esto se puede verificar cuando se definen las llamadas *matrix charts* en las opciones de resultados.

4.7.2.2 Filtrar los ciclos de carga (*Filter load cycles below*).- Este es un filtro, con él se puede separar los ciclos que sean de interés para el diseñador de acuerdo a su amplitud. Este parámetro se expresa en tanto por ciento teniendo como referencia el máximo rango del historial de cargas.

Ambas opciones son útiles cuando se está realizando un estudio en base a eventos de fatiga con amplitudes variables. En cualquier otro caso, el cambio de estas opciones no generará ningún cambio en los resultados del estudio en curso.

4.7.3 Cálculo de los esfuerzos alternantes

Generalmente una opción usada por los usuarios avanzados. Con esta opción se puede personalizar el método para calcular los esfuerzos alternantes (σ_a).

4.7.3.1 Cálculo por intensidad de esfuerzo

Calcula el esfuerzo alternante como una diferencia entre el primer esfuerzo principal P1 y el tercer esfuerzo principal P3.

4.7.3.2 Cálculo por intensidad equivalente

Conocida como la teoría de la energía de distorsión o como criterio de Von Mises. En esta teoría se postula que la falla es causada por la energía elástica asociada con la deformación por cortante. Esta teoría es válida para materiales dúctiles y predice la fluencia bajo cargas combinadas con mayor exactitud que cualquier otra teoría reconocida.

4.7.3.3 Cálculo por esfuerzo máximo absoluto

Se calcula el esfuerzo alternante en base al esfuerzo máximo principal P1. Además de estas opciones, se puede especificar si es que el cálculo se requiere en la superficie o en la cara posterior de los elementos finitos en el caso que se este trabajando con elementos del tipo coraza (*shells*). Esto se puede especificar con las opciones **Top** o **Bottom**. Estas pueden ser útiles en el estudio de tanques a presión o contenedores en general.

4.7.4 **Corrección del esfuerzo medio**

Esta es otra de las nuevas opciones con que cuenta el *Cosmos* a partir de su versión 2007, muy importante y por cierto concordante con la teoría usada por muchos diseñadores. En este ítem se puede personalizar el método con que se quiere analizar los casos en que los esfuerzos medios sean no nulos. Siendo unos métodos más conservadores que otros, el *Cosmos* permite personalizar el método de acuerdo a nuestro criterio y experiencia.

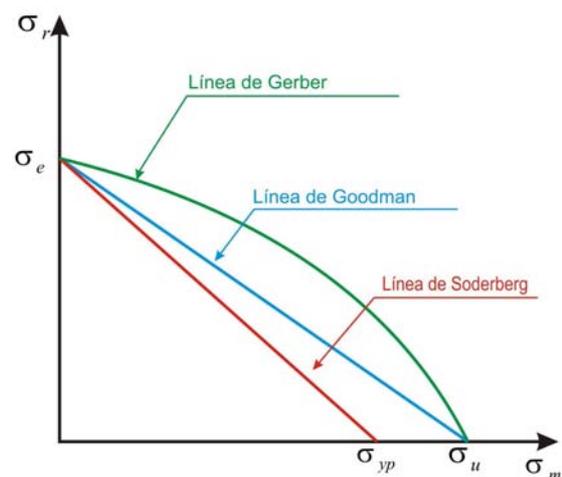


Figura N°4.17.- Representación de los métodos más usados para el estudio de casos con esfuerzos medios no nulos y que el *Cosmos* permite personalizar.

Generalmente Soderberg es el más conservador, seguido por Goodman y luego por Gerber. El *Cosmos* en sus tutoriales recomienda a Goodman para materiales frágiles mientras que Gerber lo es para los materiales dúctiles. Hay que tener siempre claro que esta es una recomendación mas no una regla.

Cabe mencionar que para hacer uso de estas opciones, el estudio tiene que tener un esfuerzo medio no nulo, de lo contrario no alterará en forma alguna los resultados el escoger una u otra opción.

4.7.5 Cálculo en los cascarones (*Shells*)

En el caso de que se este realizando un estudio en el que el mallado se hace con cascarones (*shells*) con esta opción se puede establecer hacia que cara de las corazas se va a realizar el estudio.

- Cara delantera o superior (*Top*)
- Cara trasera o inferior (*bottom*)

4.7.6 Interpolación en la curva S-N

Como se sabe, las curvas S-N expresan la resistencia a la fatiga para un determinado número de ciclos que por lo general es muy elevado. Por esta razón es que muchas veces con la finalidad de mejorar la visualización y el entendimiento de estas valiosas curvas es que se usa una escala logarítmica.

El *Cosmos* gestiona los datos de la curva S-N para realizar el análisis y sobretodo para entregar los resultados de daño (*damage*) o de vida a la fatiga (*life-safety life*). En esta opción del *Cosmos Works* se puede decidir bajo que método se quiere que estos datos sean extraídos o interpolados de la gráfica. En muchas de las ocasiones el método dependerá de la cantidad, proximidad o diferencia de magnitud entre los datos existentes.

4.7.6.1 Interpolación logarítmica (log-log). Aquí se usa la interpolación logarítmica tanto para el eje de las abscisas (numero de ciclos) como para el de las ordenadas (esfuerzo alternante). El *Cosmos* recomienda que se use esta opción cuando se cuente con pocos datos y muy dispersos.

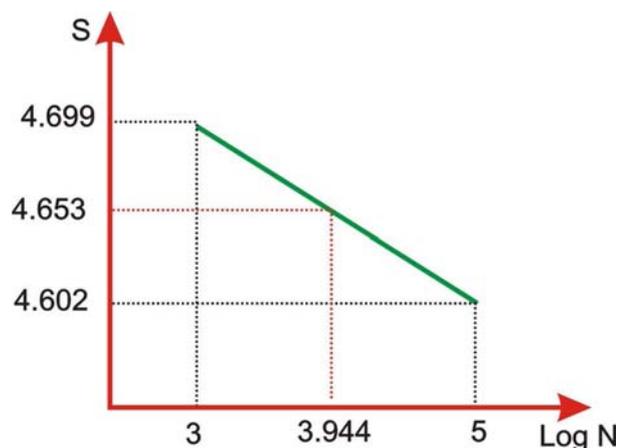


Figura N°4.18.- Ejemplo de interpolación logarítmica.

En este caso (log-log). De la interpolación realizada por el *Cosmos* resulta un valor de $10^{3.944} = 8790$ ciclos

4.7.6.2 Semi logarítmica.- Se usa la escala logarítmica para el eje de las abscisas o número de ciclos y la linear para el esfuerzo alternante. Esta opción también es útil cuando se cuenta con pocos datos y bastante dispersos.

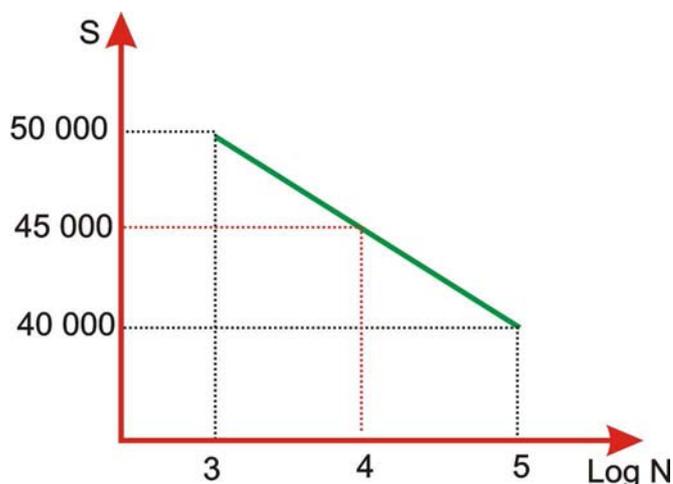


Figura N°4.19.- Ejemplo de interpolación semi logarítmica. En este caso el eje de las resistencias a la fatiga es el que no tiene escala logarítmica.

4.7.6.3 Linear.- Se usa la interpolación lineal tanto para abscisas (numero de ciclos) como para ordenadas (esfuerzo alternante). Esta opción solo es recomendable cuando se cuenta con muchos datos de la curva S-N, además, estos datos no deben estar muy dispersos dado que el error que se podría introducir sería grande.

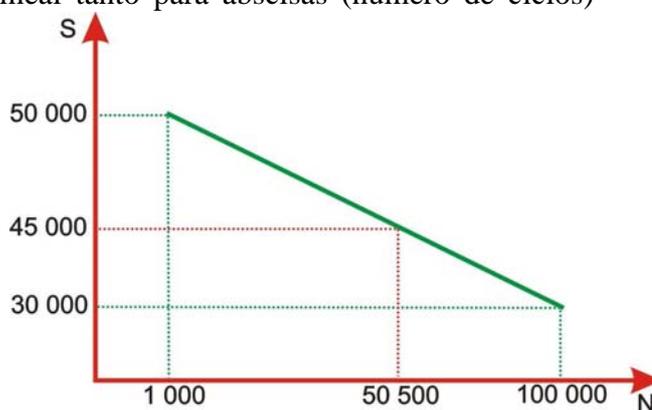


Figura N°4.20.- Ejemplo de interpolación lineal. Se hace uso de este tipo de interpolación cuando se cuenta con gran cantidad de datos.

Para este caso, en el ejemplo se puede apreciar que los resultados finales de la interpolación son bastante afectados por la dispersión de los datos creando una gran dispersión.

Tabla N° 4.1.- Cuadro comparativo de ejemplo explicativo. Casos de interpolación.

Tipo de interpolación	Esfuerzo alternante (σ_a)	Numero de ciclos (interpolado)
Lineal	45 000	50 500
Log-Log	45 000	10 000
Semi log	45 000	8 790

En la tabla 4.1 se puede apreciar la gran dispersión entre los datos de la interpolación lineal y la totalmente logarítmica o semi logarítmica. Motivo por el cual no se recomienda hacer uso de la interpolación lineal cuando hay pocos datos (y muy dispersos).

Asimismo, esta es una opción que está presente en la versión del *Cosmos* 2005 pero que en las nuevas versiones se establece al momento de definir la curva S-N.

4.7.7 Factor de reducción del límite de fatiga (k_f).- Como se vio en el capítulo I, este es el factor aglomerante de los efectos diversos que afectan al elemento. Se sabe que las curvas S-N se pueden usar directamente cuando se está tratando con probetas normalizadas bajo esfuerzos uniaxiales (flexión rotatoria). Esto cambia cuando se quiere hacer el estudio para un elemento mecánico cualquiera que está bajo esfuerzos multiaxiales, distintos procesos de manufactura, acabado, temperatura, etc. El *Cosmos* proporciona la posibilidad de ingresar este coeficiente que minorará los esfuerzos de resistencia a la fatiga, adaptándolos al caso particular de estudio.

4.7.8 Vida infinita.- El programa usará este valor en lugar de hacer uso del último de los puntos definidos en la curva. Propiamente dicho, es el valor del número de ciclos que se usará cuando el valor del esfuerzo alternante sea menor que el límite de fatiga de la pieza (*endurance limit*).

También debe acotarse que este valor será usado sólo en el caso que sea menor que el máximo número de ciclos definido en la curva S-N. Ésta es otra de las innovaciones con que cuenta el *Cosmos* en sus versiones actuales. Es una herramienta útil cuando lo que se quiere es personalizar aún más el estudio, sobretodo cuando se trabaja con esfuerzos alternantes por debajo del límite de fatiga.

4.7.9 Almacenamiento de resultados.- Por último, el *Cosmos* nos proporciona la facilidad de almacenar todos los resultados de ese determinado estudio de fatiga en una carpeta deseada.

Respecto al análisis de fatiga realizado por el *Cosmos* cabe hacer una observación importante respecto a la metodología de análisis. En este mismo capítulo se indicó que para realizar un estudio de fatiga es necesario hacer uso de uno o varios estudios estáticos como referencia.

El *Cosmos*, hace uso de los resultados de estos estudios y de la curva(s) S-N definida(s) para obtener datos que permitan construir las gráficas de daño, factor de seguridad, biaxialidad y vida a la fatiga.

Dentro de otras consideraciones que se han explicado o se explicarán con más detalle adelante, se sabe que el *Cosmos* convierte las cargas presentes en el estudio estático de referencia en cargas alternantes. Esto significa dos cosas para el diseñador:

- El estudio estático al que se está referenciando el estudio de fatiga deberá contener sólo a las cargas alternantes y no a las medias. De lo contrario, no se estaría representando al sistema lo más fielmente posible a la realidad, que es lo que en todo momento se pretende.

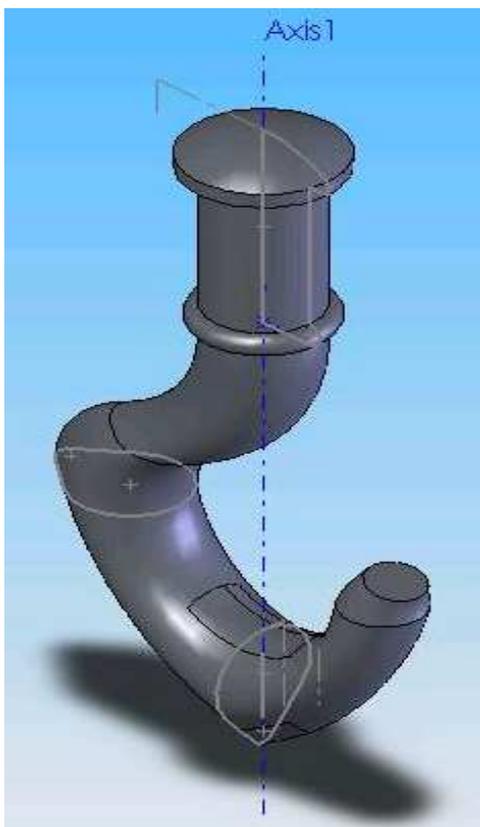
- El *Cosmos* establece que el proceso de carga sobre el elemento en análisis ocurre bajo un fenómeno de flexión reversible y no bajo uno de flexión rotatoria. Esto significa, entre otras cosas, que se está incurriendo en un error si es que el elemento a ensayar no está sometido a tales cargas.

Algunos autores sostienen que en la flexión rotatoria la falla se origina desde el punto más débil en la superficie, en cambio, en la flexión reversible hay una alta probabilidad estadística de que el punto más débil, no esté exactamente en la parte superior o inferior. Para efectos prácticos, esto significa que, por lo común, la resistencia a la fatiga en la flexión reversible es ligeramente mayor que en la flexión rotatoria.

La diferencia entre estas dos magnitudes no es significativa y es pequeña, generalmente, no se considera. De esta forma cuando se están tratando con problemas de flexión rotatoria, como ejes y elementos de rotación semejantes, se está introduciendo en forma deliberada un pequeño error, desde un punto de vista moderado.

Para el caso del *Cosmos*, si bien el análisis se hace en base a flexión reversible, los resultados se procesan en base a una curva S-N basada en el ensayo de viga rotatoria. Aún en este caso, se suele despreciar este factor dada su insignificancia en magnitud o irrelevancia al caso de estudio.

4.8 Caso 1 (Gancho)



En un primer caso de estudio de fatiga mediante el *Cosmos* se estudiará al siguiente elemento mecánico.

Se trata de un gancho o ganzúa, el cual estará sometida a tensiones de origen estático y variable. El desarrollo de la geometría está hecho de acuerdo a los planos en el anexo A.

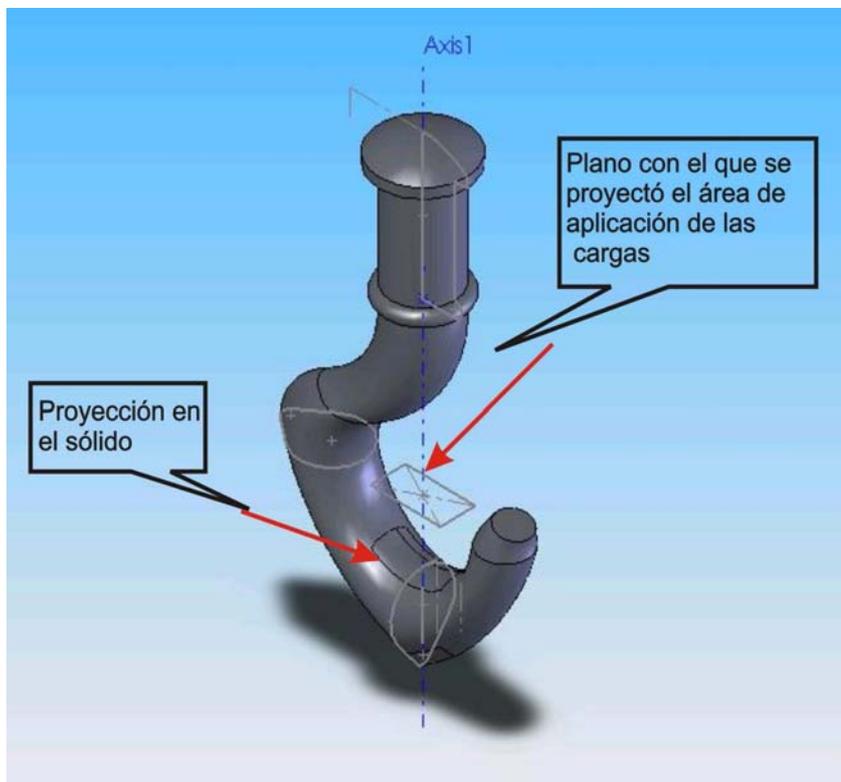
Para desarrollar el estudio mediante el *Cosmos*, la geometría del sólido no debe contener errores. En esto, el *Solid Works* es una potente herramienta CAD que facilita mucho el desarrollo de piezas de geometrías complejas con relativa facilidad y rapidez.

Pueden darse casos en que llegado el momento de análisis, se arrojen errores geométricos que entorpezcan el análisis, para ello, el *Solid Works* no presenta mayores dificultades simplemente se subsanan o depuran los errores y se vuelve a intentar el análisis.

Figura N°4.21.- Vista isométrica del gancho. Realizado completamente con el *Solid Works*.

Además, se han realizado unas operaciones sobre el sólido con la finalidad de aplicar las cargas sin mayores complicaciones. Estas han consistido en el empleo de la herramienta *Split Line* o *Línea de referencia*  para proyectar en base a un croquis el área de aplicación de las cargas.

La herramienta *Split Line* es muy útil puesto que con ella se pueden especificar zonas de



manera muy precisa sin que impliquen modificaciones o complicaciones al mallado. Para hacer uso de esta herramienta, es necesario realizar un croquis, el cual puede tener la forma deseada, que proyectada sea el área de influencia de las cargas de trabajo sobre la pieza. Para este caso explicativo, no se ha sido riguroso en cuanto al área de aplicación,

simplemente se ha tomado un rectángulo de 30 x 15 mm.

Figura N°.4.22.- Uso de la herramienta *split line*. Mediante ella se pueden aplicar cargas sobre cualquier superficie.

Una vez que se han tenido en consideración todos los factores geométricos se procede a ejecutar el análisis. Para tal efecto, existen dos formas de realizar esta tarea:

- Mediante el *Cosmos Xpress* la cual es una herramienta que guía paso a paso en un análisis que puede ser estático, frecuencial, térmico, de fatiga, etc. Se podría decir que esta es una herramienta muy útil para los que recién se inicien en trabajos con software en base al MEF.
- Para usuarios avanzados, el *Cosmos Xpress* ya deja de ser una alternativa que brinde todas las opciones y por tanto con la que se pueda desarrollar toda la potencia de cálculo de este software. Por este motivo, los usuarios que ya cuentan con experiencia prefieren hacer uso del *Cosmos Works* en su presentación completa dado que con ella se explotan todas las capacidades del software y por ende se podrán lograr análisis más personalizados y exactos.

Sea una u otra la alternativa escogida, lo primero que se debe hacer es la especificación del material. Para ello, el *Solid Works* cuenta con una librería de materiales con sus respectivas propiedades o también se pueden crear o importar librerías con nuevos materiales personalizados.

Esto se puede hacer desde el árbol de diseño del *Solid Works* tal y como la muestra la figura N° 4.23 o desde el menú desplegable del *Cosmos* a partir de la versión 2007.

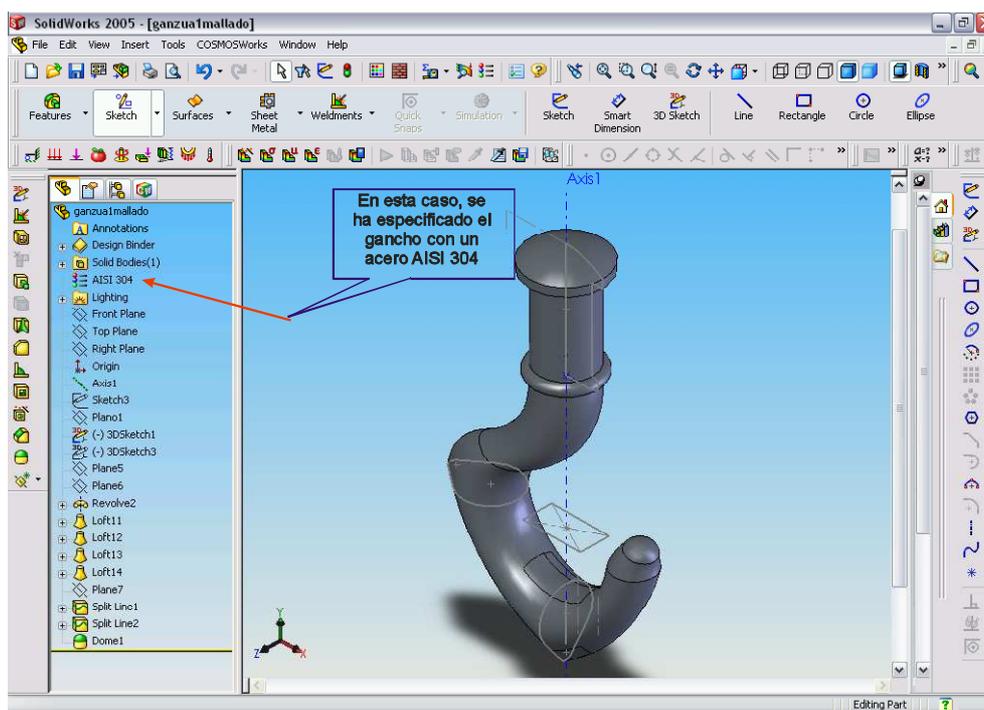


Figura N°4.23- Elección del material desde la librería del *Solid Works*.

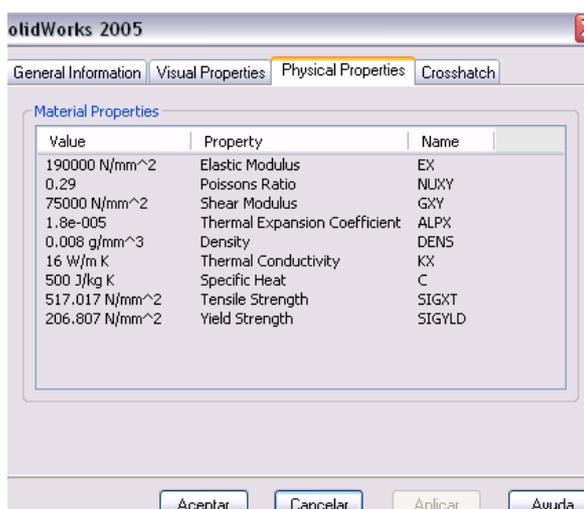


Figura N°4.24.- Propiedades del material a especificar en caso se quiera ingresar un material específico y que no este en la librería del *Cosmos*.

Para crear un nuevo material en la librería, es necesario ingresar datos de propiedades mecánicas del material, llámese su resistencia, módulo elástico (E), número de Poisson (ν), coeficiente de dilatación térmica, densidad, conductividad térmica, calor específico (C_p), resistencia última o esfuerzo de rotura (S_u) como también el esfuerzo a la fluencia (S_y).

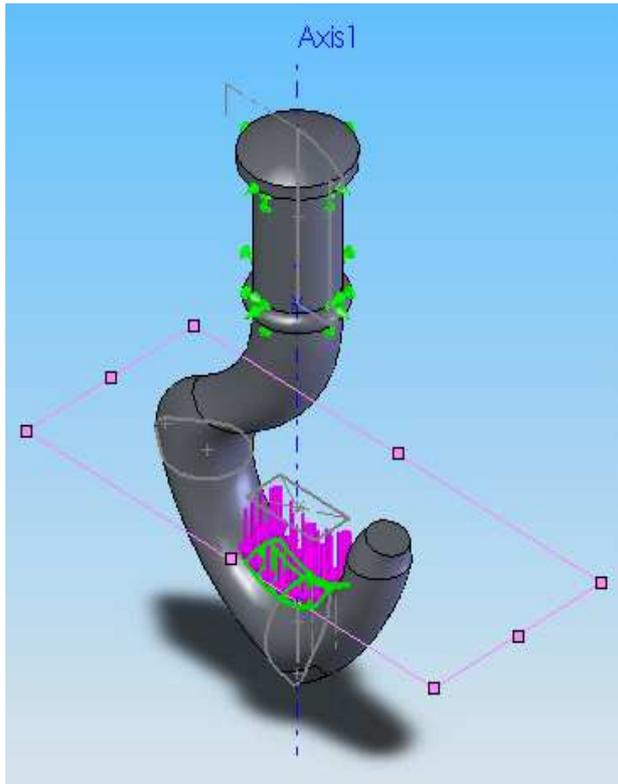
También se pueden ingresar las propiedades físicas externas, como su coloración así también como las de dibujo (tipo de achurado)

Para nuestro caso de estudio, y para visualizarlo antes del análisis estático, se procede a aplicar las cargas y restricciones que delimitarán las condiciones de contorno de nuestro sistema.

Para ello, se hizo uso de restricciones del tipo *fixed* (totalmente restringido, sin traslaciones ni rotaciones en ningún sentido) en la zona de agarre del gancho.

Para la aplicación de cargas, como ya se tienen las caras o superficies donde se van a aplicar las cargas (fruto de la operación con la herramienta *split line*) sólo queda definir cargas del tipo normal a un plano de referencia con una magnitud de 100 000N

Si se estuviera trabajando con la versión completa del *Cosmos Works* lo siguiente a realizar después de haber especificado el material es



el de aplicar cargas y restricciones.

Figura N°4.25.- Aplicación de las cargas sobre la ganzúa.

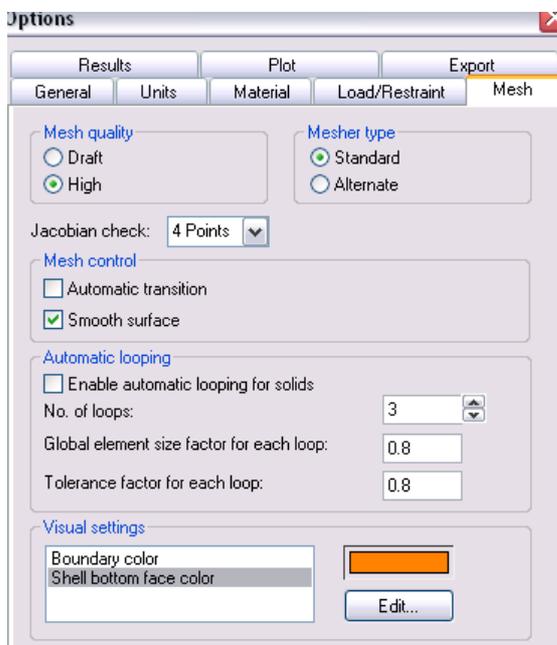


Figura N°4.26.- Opciones de mallado. En este caso las de la versión 2005. Las cuales no son muy distintas que las del 2007.

Después de establecidas las cargas y restricciones que demarcarán las condiciones de contorno se podrá realizar el mallado, y como se mencionó anteriormente, en casos de sólidos es necesario hacer uso de elementos tipo *solid*. El *Cosmos* para dicho tipo de estudio (sólidos) tan sólo tiene elementos del tipo tetraedros los cuales por su versatilidad se acomodan a varios tipos de geometrías sin mayores inconvenientes.

El mallado también puede personalizarse en varios aspectos:

En el cuadro de control se puede especificar la calidad del mallado: un mallado basto o fino. El tipo de mallado se puede escoger entre uno del tipo standard y otro alternativo el cual es mayormente usado en los casos en que el mallado standard no satisface las condiciones de análisis deseadas (estos casos no son muy usuales por lo que se puede decir que el mallado standard es el más usado en la mayoría de los casos).

A su vez, el mallado standard es más rápido que el alternativo. En cuanto al ítem de control de mallado (*mesh control*). En el se puede especificar si que se quiere poner énfasis o no en el tamaño del mallado; traducido al lenguaje del MEF, un mallado fino (de elementos mas pequeños) en las zonas de esquinas, bordes o agujeros en donde puedan haber concentraciones de esfuerzos o algún otro tema de interés.

Esta es una herramienta útil dado que estas zonas pueden ser de interés o no en algunos casos. Al poder decidir sobre estas opciones se puede ahorrar tiempo maquina y esfuerzo de cálculo.

El *Cosmos* en su tutorial pone un par de ejemplos que ilustran de manera explicativa las implicancias de hacer uso o no de estas opciones.

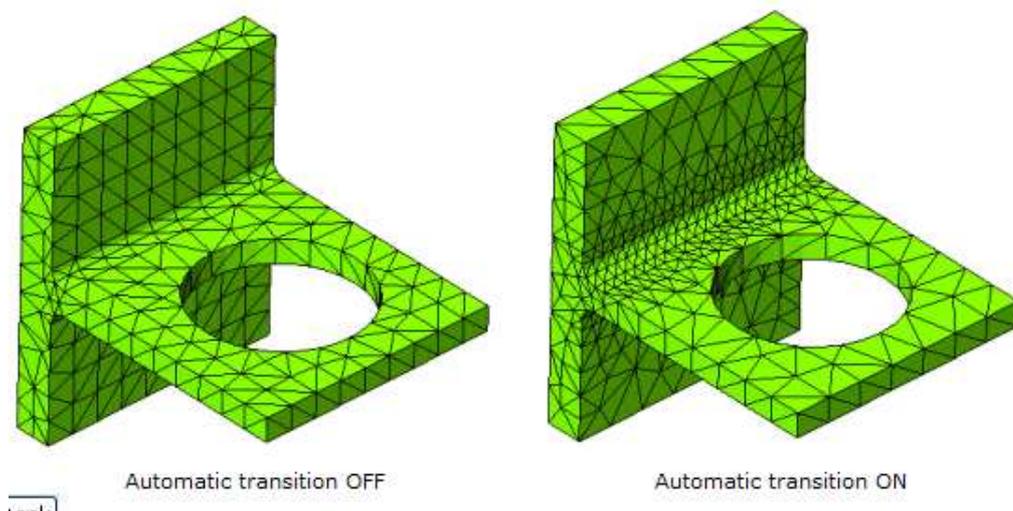


Figura N°4.27.- Ejemplo de la opción transición automática. Desactivada y activada.

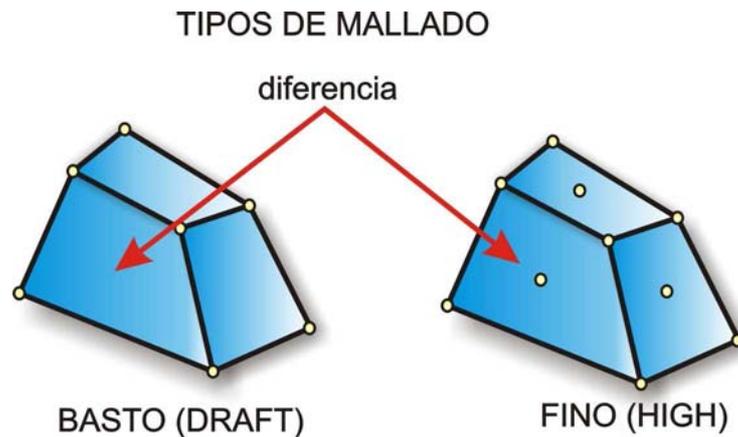
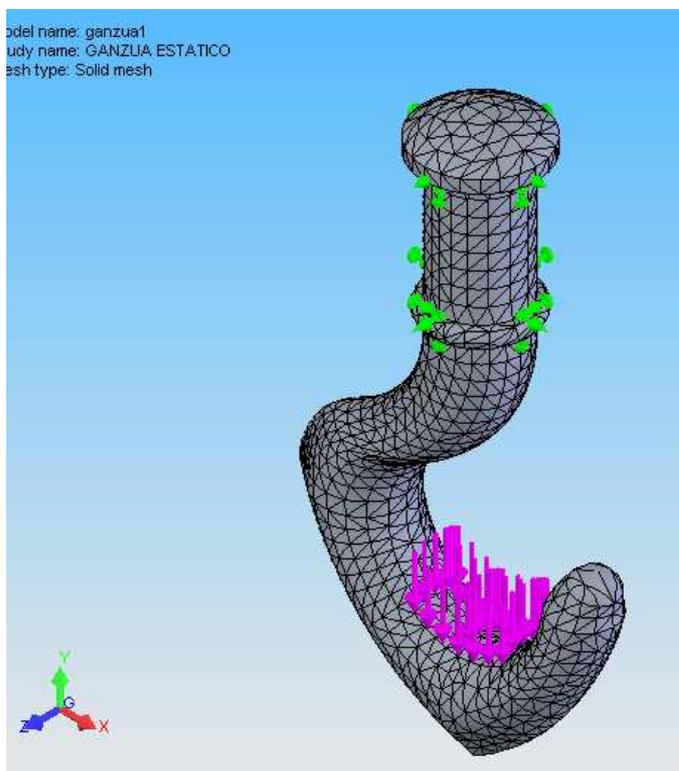


Figura N° 4.28.- La diferencia entre un mallado basto y uno fino es de que en el mallado fino existen más nodos por elemento (en el medio de las caras) mientras que en el mallado basto no.



A continuación se realiza el mallado con las opciones estándar. Ellas son calidad de mallado alto (*high*), tipo de mallado estándar y sin transición automática. El resultado es tal y como la figura 4.29 muestra. Está conformado por elementos tetraédricos y con 10 nodos por elemento. Tal y como está, ya se puede proceder a realizar el análisis estático base del estudio de fatiga.

Una vez realizado el estudio estático, y siempre y cuando sea éste útil para la realización del estudio de fatiga (en cuanto a restricciones, ubicación de las cargas, magnitudes de las cargas, etc) se

procede a empezar a definir los parámetros del estudio de fatiga.

Figura N°4.29.- Mallado de la pieza.

Para este caso, se especifica la no interacción entre los eventos (se aplican secuencialmente). Además la interpolación de la grafica S-N será log-log (en la versión 2005 esto se especifica en las propiedades del estudio mientras que en la 2007 se hace al momento de definir el material) y el esfuerzo alternante será calculado con los máximos esfuerzos.

La curva S-N puede ser obtenida de la librería del *Cosmos* o ingresando los puntos que se puedan obtener de una experimentación. Hay que recordar que si se cuenta con pocos datos o muy separados entre si no es recomendable especificar una

interpolación lineal dado que generaría muchos errores de aproximación, preferiblemente se debe usar la interpolación semi logarítmica o logarítmica.

Una vez definido esto, se pueden ir definiendo los eventos especificando el estudio estático de referencia y su escala respectiva. Como se sabe, pueden definirse eventos en base a varios estudios estáticos, para ello el *Cosmos* localizará los máximos y mínimos absolutos para calcular los esfuerzos alternantes.

Al momento de definir los eventos, cuando se especifica el número de ciclos se esta refiriendo al numero de ciclos para los cuales se está diseñando al elemento. En este ítem se puede ingresar como máximo un valor de $100\ 000\ 000 = 10^8$ que es el valor más cercano a la vida infinita que se le puede dar en el *Cosmos*, como mínimo se puede ingresar un valor de 1.

4.8.1 Explicación Regla de Palmgrem Miner

La pieza, al verse sometida a diversos efectos que la alejan del comportamiento del ensayo de Moore o de viga rotatoria es afectada por el coeficiente k_f . Tal como se vio en el capítulo I, este es el coeficiente que engloba a los demás efectos minorando o ajustando la curva S-N a las condiciones reales de operación de la pieza. Este “acondicionamiento” de la curva de Wohler o S-N, afecta entre otras cosas los resultados de la regla de Miner, que es el método usado por el *Cosmos*.

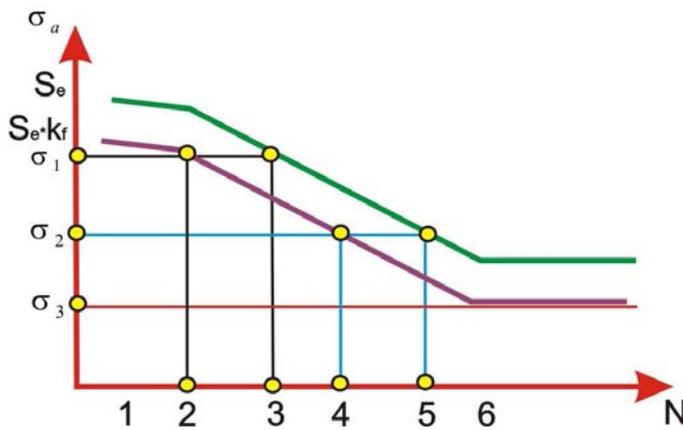


Figura N°4.30.- Aplicación del factor de reducción a la fatiga en la curva S-N. Para cada uno de los puntos de ejemplo, disminuye su correspondiente resistencia a la fatiga.

Para explicar esto se acompañará la experimentación en el *Cosmos* con una explicación analítica. En el caso de la figura mostrada, en la curva S-N modificada para una misma resistencia a la fatiga, se tienen una menor vida a la fatiga (menor número de ciclos).

Esto traducido a la regla de Miner y suponiendo el siguiente caso:

Tabla N°4.2.- Resumen de caso explicativo para la regla de Miner.

Tipo de carga	Número de ciclos que se van a aplicar (diseño)	Resistencia a la fatiga	Número de ciclos (S-N sin modificar)	Número de ciclos (S-N modificada)
1	500	σ_1	10^3	10^2
2	1000	σ_2	10^5	10^4
3	10000	σ_3	∞	∞

Aplicando los conceptos vistos en el capítulo II y resolviendo el caso para las dos curvas S-N se tiene que:

- Para la curva S-N sin modificar, para tal elemento se tiene un daño (*damage* para el *Cosmos*) inferior a la unidad (sin fallo).

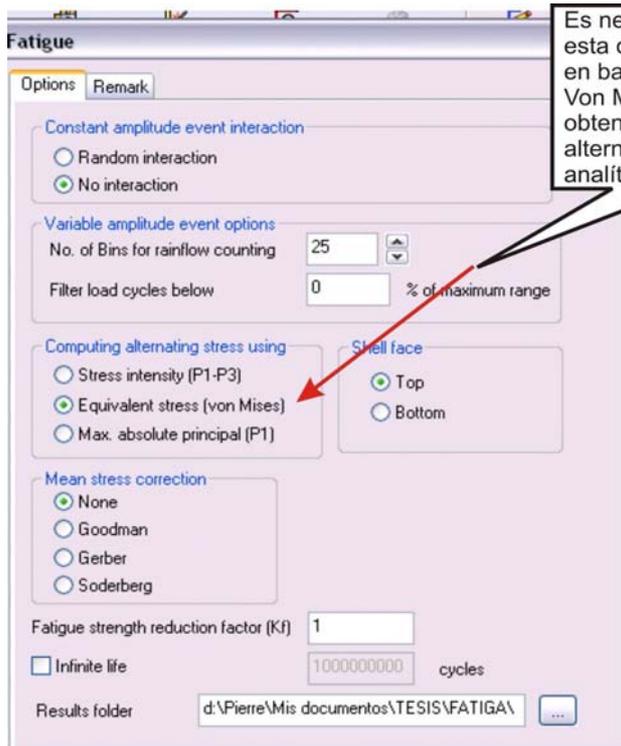
$$\sum_{i=1}^3 D_i = \frac{500}{10^3} + \frac{1000}{10^5} + \frac{10000}{\infty} = 0.51 \dots \dots \dots (4.6)$$

- Sin embargo, con la curva S-N modificada se tiene que el elemento sufre daño y por tanto fallará bajo tales cargas.

$$\sum_{i=1}^3 D_i = \frac{500}{10^2} + \frac{1000}{10^4} + \frac{10000}{\infty} = 5.1 \dots \dots \dots (4.7)$$

Con la finalidad de ilustrar este caso, se realizará el estudio analítico y numérico para corroborar los resultados.

Las condiciones del problema se plantean de manera sencilla para facilitar el cálculo analítico. Para este caso, se propone un solo evento que consiste en la aplicación de cargas totalmente reversible con esfuerzo medio nulo (*fully reversed*), el análisis de los esfuerzos se hace en base a la teoría de Von Mises así también como el cálculo de los esfuerzos alternantes como se especifica en la figura. A su vez, se ha considerado el coeficiente global de reducción a la fatiga como 1 para facilitar



Es necesario especificar esta opción, dado que es en base al criterio de Von Mises que se han obtenido los esfuerzos alternantes en el cálculo analítico

analítico. Para este caso, se propone un solo evento que consiste en la aplicación de cargas totalmente reversible con esfuerzo medio nulo (*fully reversed*), el análisis de los esfuerzos se hace en base a la teoría de Von Mises así también como el cálculo de los esfuerzos alternantes como se especifica en la figura. A su vez, se ha considerado el coeficiente global de reducción a la fatiga como 1 para facilitar

la obtención de datos de la curva S-N.

Figura N°4.31.- Especificación de la opción de cálculo de los esfuerzos alternantes mediante la teoría de Von Mises

Los datos se obtuvieron de las graficas en 3 nodos de la zona crítica (el cuello del gancho). Esto fue posible gracias al comando *probe* o *identificar valores* que está disponible en cada una de las graficas de resultados. Los resultados pueden guardarse en archivos tipo (*.csv) que es un formato admitido por el *Excel* y que facilita mucho su uso para posteriores cálculos como en este caso. A su vez, estos resultados también se pueden graficar y guardar en varios tipos de formatos (*.jpg, *.png, *.bmp, *.wmf).

Los datos pueden ser obtenidos por nodos (*at location*), desde los sensores definidos en el árbol de tareas o desde una entidad de dibujo (línea, cara, punto, etc) mediante la opción *en las entidades seleccionadas* o *on selected entities*.

En primer lugar se han obtenido datos de dos graficas: la de esfuerzo según el criterio de Von Mises y la de daño acumulativo propio del estudio de fatiga. También será necesario obtener los datos con los que se ha construido la grafica S-N del material escogido.

Para los cálculos analíticos serán útiles los datos obtenidos de la gráfica de esfuerzo según Von Mises del estudio estático. Los esfuerzos obtenidos aquí serán nuestros esfuerzos alternantes (no ha habido factor k_f por lo que se puede hacer esto sin problemas).

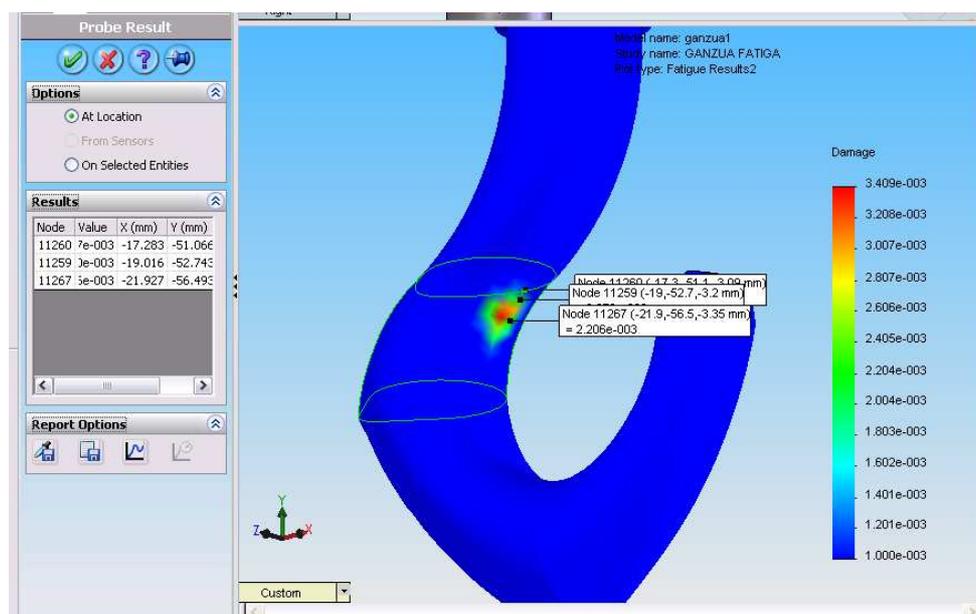


Figura N°4.32.- Obtención de los datos por nodo. En este caso desde la gráfica de daño acumulado del estudio de fatiga.

Con los datos con los que se ha construido la gráfica S-N y el esfuerzo alternante hallado anteriormente se podrá hacer la interpolación respectiva siempre teniendo en cuenta que tipo de ésta se ha especificado en las propiedades del estudio de fatiga. Con esto, se está hallando el punto sobre la curva S-N. Para el caso presentado, ha sido una interpolación del tipo logarítmica o *log-log*.

Una vez localizado el punto en la curva, también se puede localizar el punto donde se ha ensayado a la pieza y su posición respecto a la curva S-N (basta con conocer el número

de ciclos con los que se ha definido en el evento, para nuestro caso 1000). Hay que mencionar que ambos puntos, el de la curva S-N y el de ensayo del material tienen la misma ordenada pero distinta abscisa (numero de ciclos).

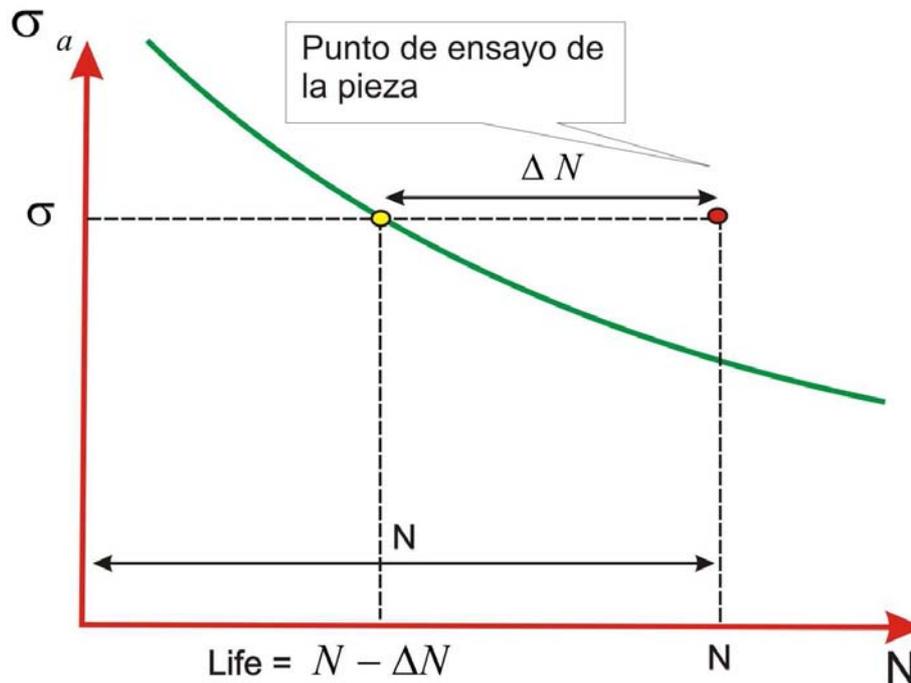


Figura N°4.33.-Ubicación del punto en caso que sobrepase su respectiva resistencia de fatiga.

En la tabla a continuación se ha hallado el daño de manera analítica, como también los valores obtenidos por el *Cosmos*. Además, se ha corroborado la forma el *Cosmos* calcula la vida a la fatiga (vida total). El porcentaje de error conseguido para el cálculo del daño acumulativo ha sido bastante aceptable como se muestra en la tabla N° 4.3.

El ítem de *daño vida cosmos*, como se ha dicho se calculó en base al dato de *vida* arrojado por el *Cosmos*.

Tabla N° 4.3.- Cálculo realizado en tres nodos de la pieza. Los resultados de daño acumulativo usando *Cosmos* y operaciones manuales (ambos resaltados en amarillo) son bastante parecidos.

Nodo	N	Esf. Cosmos	n	vida cosmos	Daño c vida cos	Daño cosmos	Daño calcu	%error
279	13300.60	1.43E+08	1000	1.25E+04	8.03E-02	8.02E-02	0.08	6.30
11270	17677.45	1.34E+08	1000	1.68E+04	5.95E-02	5.94E-02	0.06	0.02
11271	14407.39	1.41E+08	1000	1.34E+04	7.47E-02	7.47E-02	0.07	0.02

Explicando un poco más a detalle cómo es que se han obtenido los datos en estos cálculos se debe decir que lo primero a realizar, es la interpolación. Así pues, se tienen que pasar todos los datos a escala logarítmica tal y como se especificó en las propiedades del estudio de fatiga.

Para este caso, no es tan necesario ya que interpolando con datos lineales o logarítmicos se obtienen los mismos resultados, pero si se usara escala lineal-logarítmica si tendrían que pasarse a la escala debida.

Tabla de datos

Razón de tensiones (R)

Unidades Ciclos

Punto	Ciclos	Tensión alterna
7	10000	1.4966072e+008
8	20000	1.2978391e+008
9	50000	1.0827018e+008
10	100000	95408710
11	200000	83950311
12	500000	72491912
13	1000000	66178100

Datos a tener en cuenta

En base a estos puntos, se interpola linealmente para un dato de $1.34E8 \text{ N/m}^2$ que es el esfuerzo obtenido en el análisis estático para el nodo 11270. El resultado es 13 300 ciclos que es lo que esta en la casilla de N en la tabla N° 4.3. Con este valor y el numero de ciclos de ensayo es que se puede calcular el daño inflingido sobre

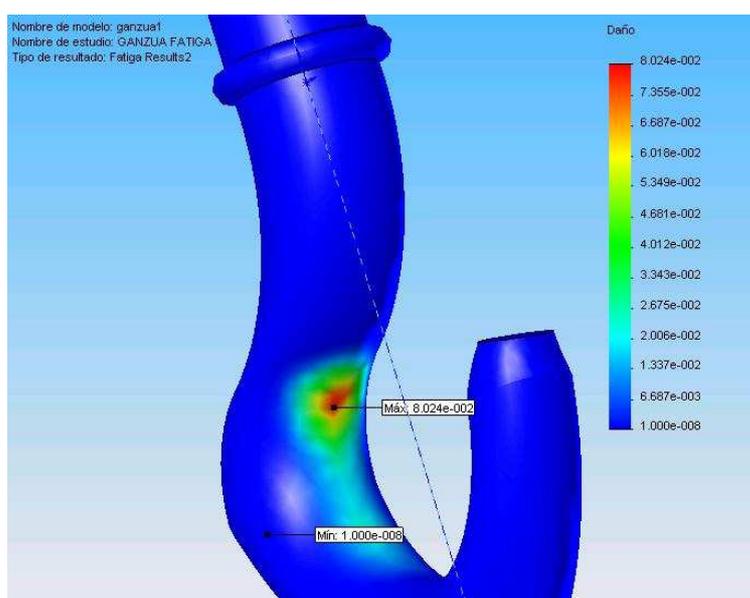
la pieza en ese punto exacto.

Figura N°4.34.- De los datos de la curva S-N, se recogen los puntos cuyos valores de resistencia se encuentran dentro del rango del valor del nodo 11270 (en este caso). La misma operación se realiza para los otros dos nodos.

4.8.2 Influencia del factor global de reducción a la fatiga Kf

Como se ha tratado anteriormente, el factor global de reducción a la fatiga tiene un importante rol dentro del diseño ya que permite personalizar la curva S-N según el caso particular que se este tratando. Para resaltar y rescatar la importancia de este factor, se han recogido las implicancias que tiene sobre los resultados de las graficas de daño, vida y factor de seguridad

4.8.2.1 Influencia sobre el daño acumulado



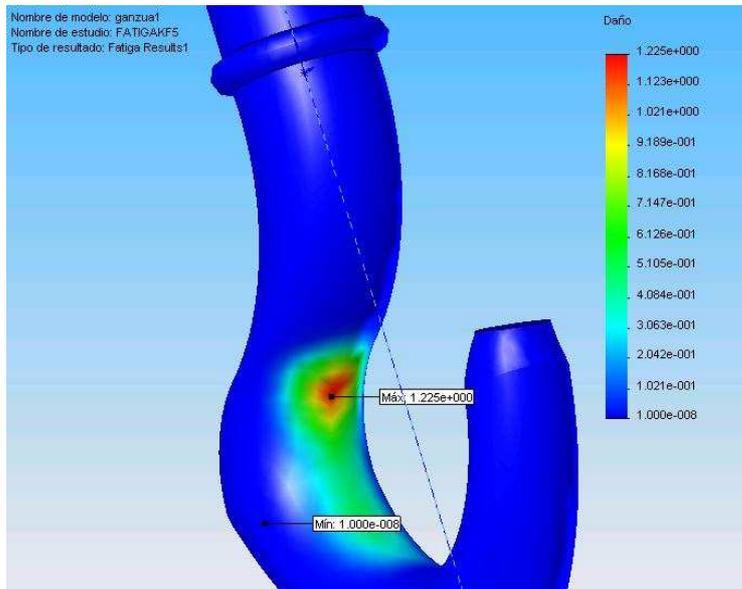
Para ilustrar este proceso, se ha ensayado la misma pieza bajo las mismas condiciones de carga con la única diferencia del factor global k_f .

Para el primer caso, se ha ensayado la pieza con un factor $k_f=1$. En teoría este sería un error puesto que lo que se está ensayando no es una probeta normalizada del ensayo de viga rotatoria. Aun así, los resultados se

pueden visualizar en la figura N°4.35.

Figura N°4.35.- Grafica de daño para un factor global de fatiga de 1.

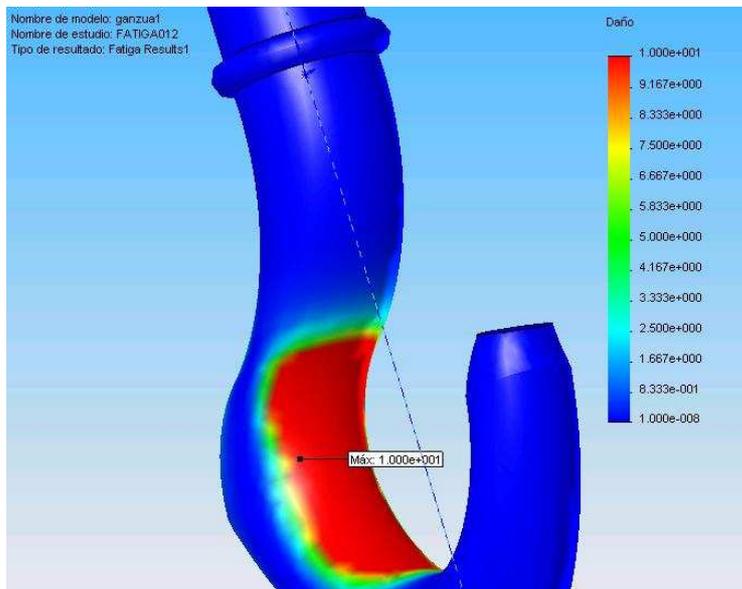
En el segundo caso, se especificó aleatoriamente un factor $k_f=0.5$. El cual, ha originado que la zona afectada sea aún mayor que cuando el factor era de 1 (notar que la zona roja ha aumentado de tamaño). Esto en concordancia con lo descrito anteriormente y con la regla de Miner.



Resulta claro que las zonas, antes no afectadas en mayor grado, ahora lo son. Todo esto debido a la disminución de la vida a la fatiga para el mismo régimen de cargas.

Figura N°4.36.- Grafica de daño para un factor global de fatiga de 0.5. Se aprecia que la zona afectada se ha incrementado en tamaño.

Es importante pues, realizar el cálculo del factor global de efectos diversos o factor de reducción a la fatiga k_f . Es en base a este coeficiente que se puede “personalizar” la curva S-N al elemento mecánico que se desee, teniendo en cuenta todos los factores que afectan la duración frente a la fatiga de tal elemento.



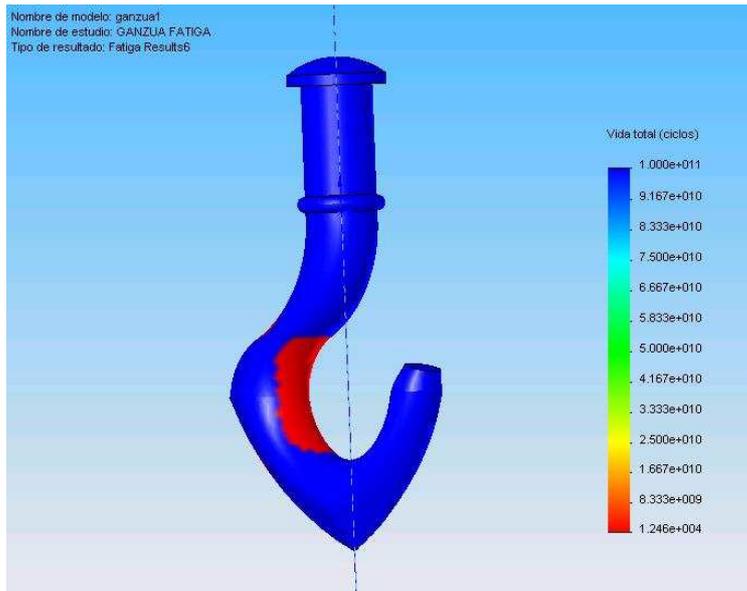
Para enfatizar aún más en el entendimiento de este caso, se ensayó la pieza bajo las mismas condiciones de carga ahora con un factor $k_f=0.12$ (exageradamente bajo). Con este factor, se obtuvo una pieza con una zona afectada aún mucho mayor. Cabe resaltar, que los valores de daño (como se aprecia en las leyendas de los tres casos) cambian para los tres casos numéricamente y en su área de influencia. El resultado es pues, una pieza afectada

casi en su totalidad por un “alto daño”.

Figura N°4.37.- Grafica de daño para un factor global de 0.12. Para este caso, casi toda la pieza se encuentra afectada por el mismo valor de daño.

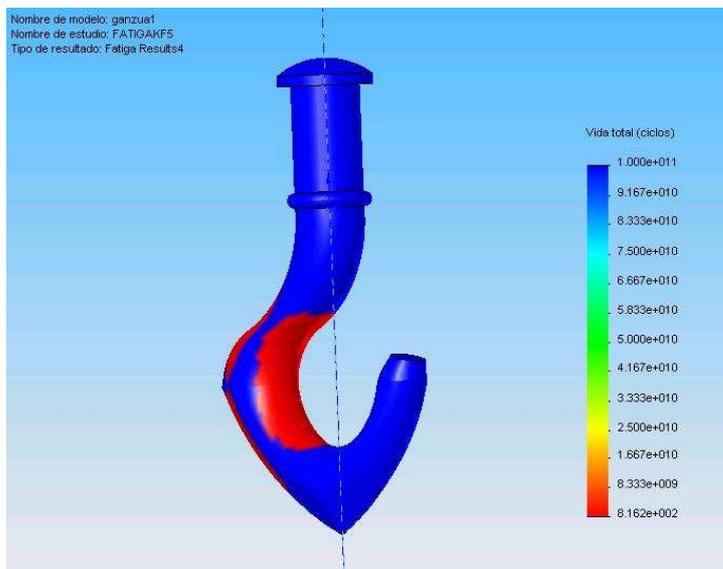
Hay que ser cuidadoso con la interpretación de los resultados. El color rojo usado por el *Cosmos* puede dar la falsa impresión de que la zona en tal color es una zona crítica y por tanto este propensa al fallo o que vaya a fallar inevitablemente, pero no es así. Si se aprecia la leyenda de las tres gráficas, solamente la que tiene el factor de 0.12 es la que contiene valores que indican una falla inminente (en teoría). Para las otras, a pesar de tener este color “alarmante” se puede decir con toda seguridad que no presentará fallo alguno.

4.8.2.2 Influencia sobre la vida total



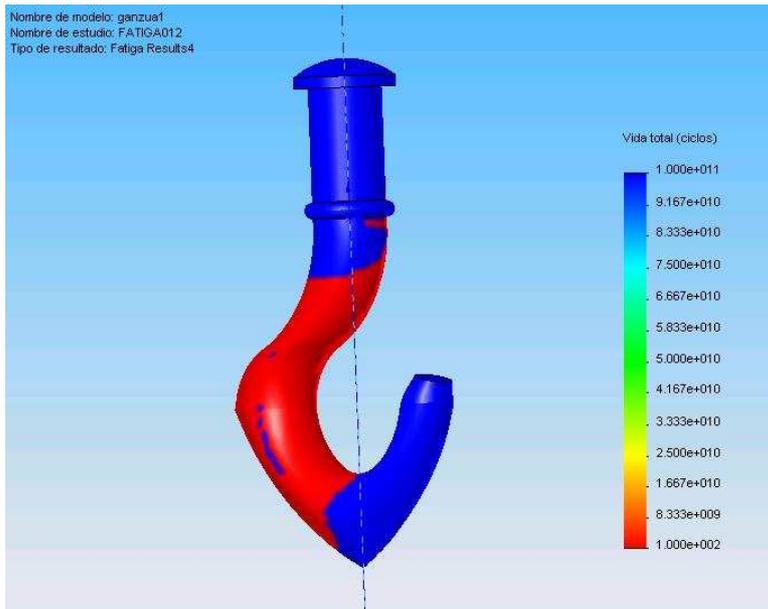
Dado que al bajar el factor global de disminución a la fatiga k_f , también lo hace la resistencia a la fatiga (para un determinado número de ciclos como se ha mencionado anteriormente), es lógico deducir que la vida a la fatiga va a verse afectada negativamente, es decir, va a disminuir. Esta aseveración teórica, puede corroborarse mediante el *Cosmos*.

Figura N°4.38.- Gráfica de vida a la fatiga para un factor K_f de 1.



De manera similar que para el daño acumulado, a medida que disminuye el k_f , la zona afectada en mayor grado (en color rojo) va en aumento. El *Cosmos* es una herramienta potente que permite visualizar estos resultados de manera sencilla. Para el caso del $k_f=0.5$, la zona “crítica” nos predice una duración del orden de los 800 ciclos.

Figura N°4.39.- Gráfica de vida a la fatiga para un factor global K_f de 0.5. El área “crítica” se ha incrementado

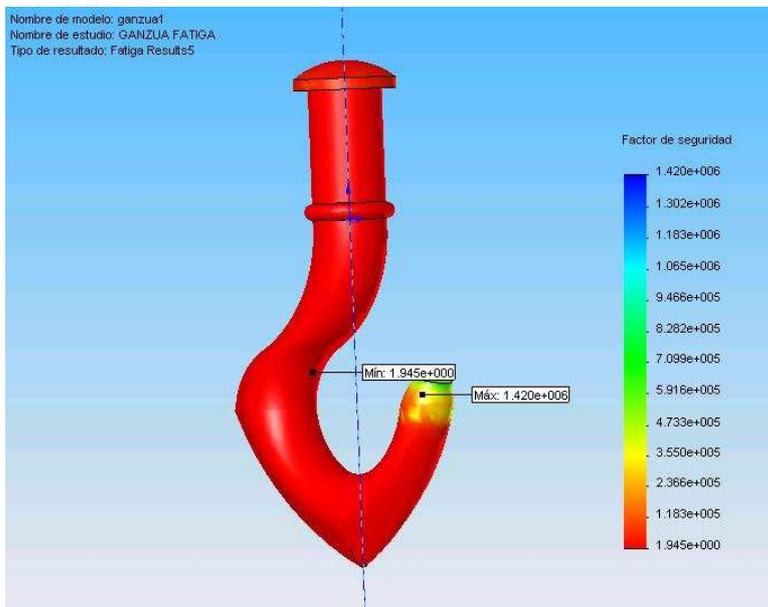


Es importante conocer, la influencia del factor k_f dentro de un análisis de fatiga. Es en base a este factor que se puede optimizar de manera correcta los diseños que se pretendan realizar. En base a estos ejemplos se puede apreciar que, la máxima vida a la fatiga permanece inalterable. Esto se debe a que para vida finita este es el límite a alcanzar sea cual fuere el factor k_f .

Figura N°4.40.- Grafica de vida a la fatiga para un factor K_f de 0.12.- La zona crítica se ha expandido aun mas, casi abarcando toda la pieza.

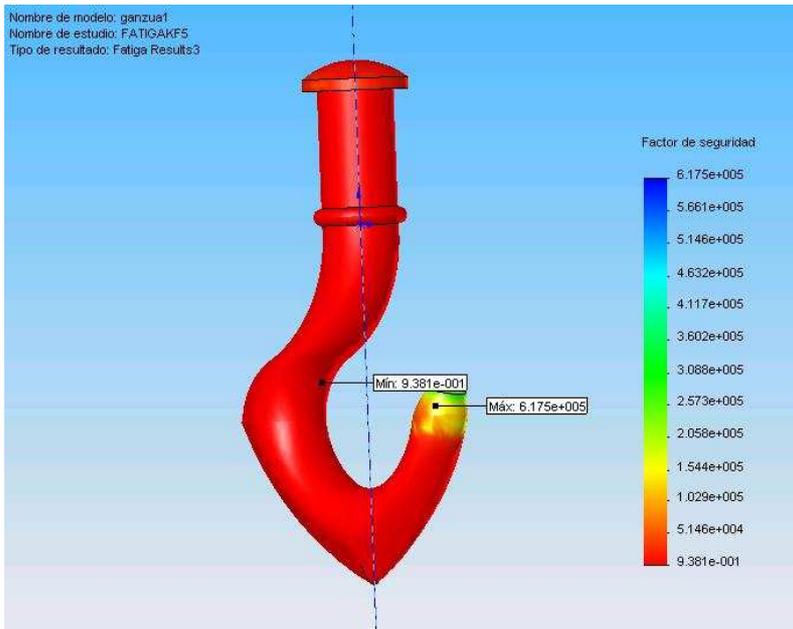
De las graficas mostradas, se puede notar que a medida que el factor K_f disminuye, también lo hace la vida a la fatiga para la zona del cuello del gancho (más afectada).

4.8.2.3 Influencia en el factor de seguridad



Para el caso del factor de seguridad, la tendencia siempre es decreciente cuando lo hace el factor global de reducción a la fatiga k_f . Esta tendencia puede apreciarse en los tres casos tanto en el límite inferior como en el superior de los factores de seguridad.

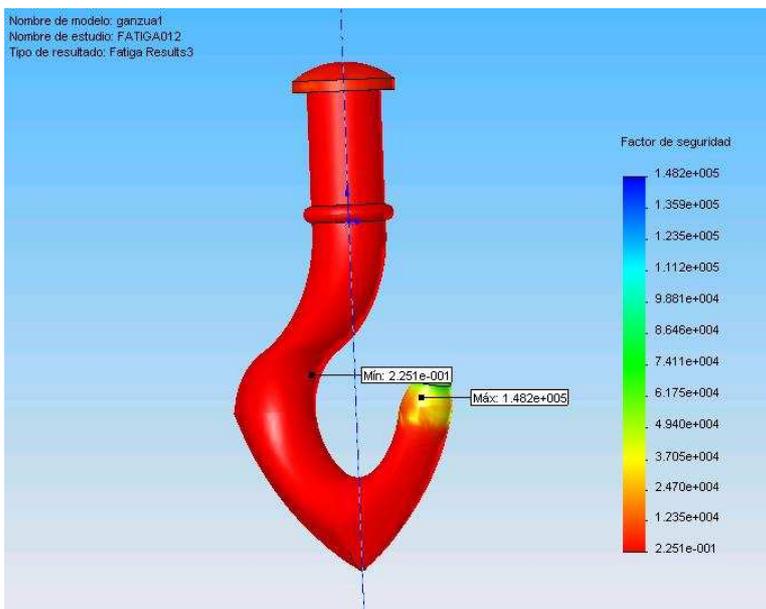
Figura N°4.41.- Gráfica del factor de seguridad para un K_f de 1.



Aparentemente en la visualización de estas gráficas, no hay diferencia alguna. Pero sí la hay, esta no puede observarse a primera vista pero si se puede observar que los valores cambian en cada una de las graficas.

Se podría verificar aun mas esto utilizando el comando usado antes para la identificación de valores.

Figura N°4.42.- Gráfica del factor de seguridad para un factor K_f de 0.5



Como es de esperarse, la grafica para un factor K_f de 0.12 no es distinta a las demás visualmente. La tendencia es clara, a medida que el factor K_f disminuye, los factores de seguridad van en disminución como la teoría lo dice.

De manera practica, se resalta la importancia del factor K_f . Para el caso del factor de seguridad no es tan obvio, pero los valores son los que determinan la

situación final.

Figura N°4.43.- Gráfica del factor de seguridad para un factor K_f de 0.12

4.8.3 Influencia del enfoque de esfuerzos medios no nulos

En el capítulo I, se analizaron las distintas teorías existentes y más comunes para el tratamiento de problemas donde el esfuerzo medio sea no nulo. El *Cosmos* ofrece algunas alternativas en la que los resultados son distintos.

Soderberg es el criterio más conservador de todos, pero para hacer uso de este, es necesario que el material tenga definido entre sus propiedades el valor de fluencia. Para los otros criterios no hay ningún problema para su aplicación.

Goodman es el segundo más conservador por lo que sus resultados arrojarán valores de daño más altos que los de Gerber pero más bajos que los de Soderberg. Esto se puede verificar muy fácilmente tal y como se muestra a continuación.

Para la tarea, ha sido necesario definir dos estudios de fatiga en la que haya esfuerzos medios no nulos. En este caso se tomó aleatoriamente una relación de carga R de 0.1. Seguido a esto en ambos estudios se eligió a Goodman y Gerber como criterios a usar (en cada uno de los estudios).

En cada uno de estos estudios, se usó la herramienta *identificar valores en entidades seleccionadas* para poder hacer una comparación de algunos de los nodos comparados anteriormente.

Tabla N°4.4.- Comparación de resultados Goodman vs. Gerber.

Goodman		Gerber	
Daño	Factor de seguridad	Daño	Factor de seguridad
3.11E-02	4.45E+00	1.00E-03	2.36E+00
4.99E-02	4.24E+00	1.00E-03	2.15E+00

Como la teoría predijo, el *Cosmos* obtuvo resultados que corroboran lo dicho anteriormente. Además con el software se pueden obtener resultados por zonas y determinados puntos. En cuanto al factor de seguridad, y como es de esperarse, el método de Goodman también es más conservador arrojando valores de factor de seguridad más bajos y por consiguiente conlleva a diseños de mayor robustez y que usan más material.

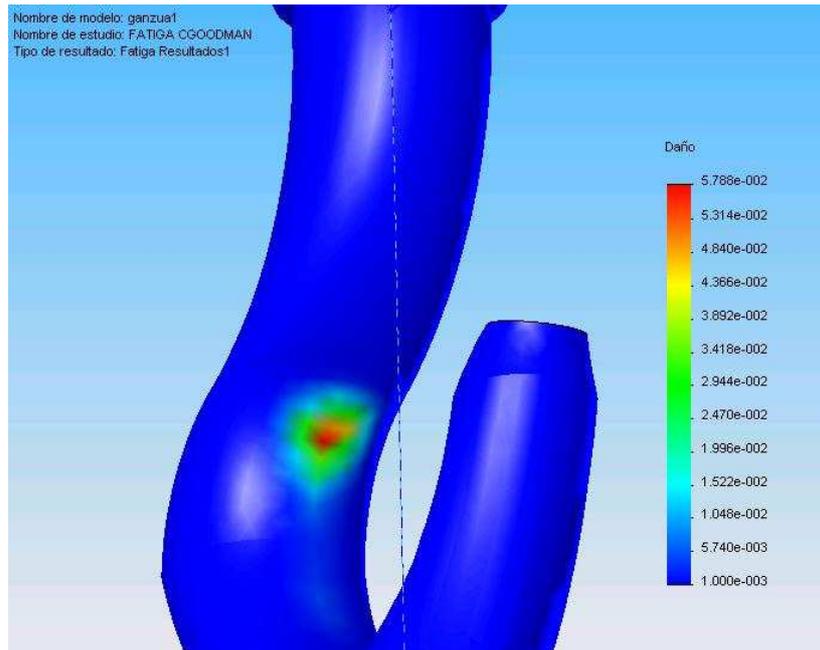


Figura N°4.44.- Gráfica de daño obtenida bajo el criterio de Goodman. Bajo este método, el elemento falla en la zona del cuello

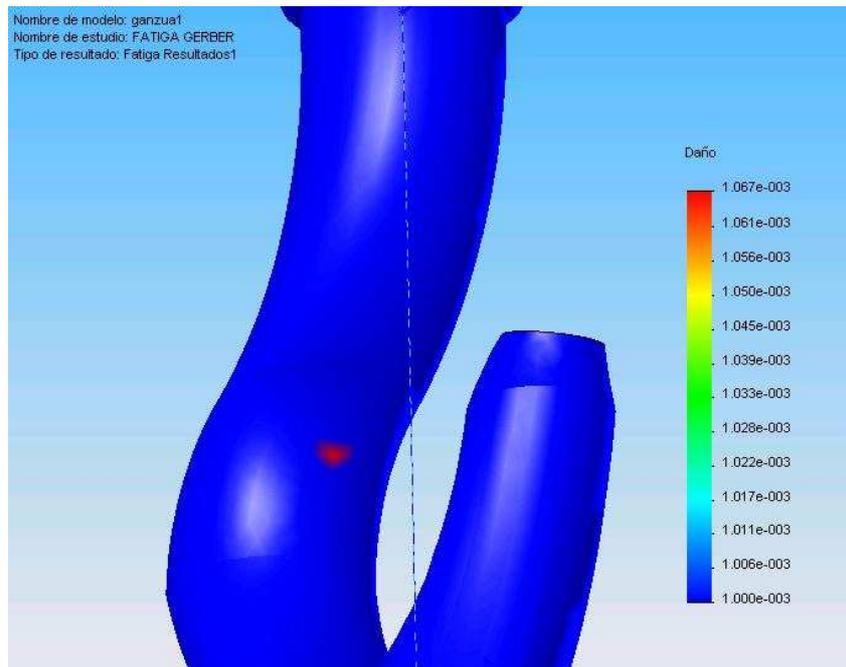


Figura N°4.45.- Gráfica de daño obtenida bajo el criterio de Gerber. El área "crítica" es menor, pero aún tiene valores que originarían una falla.

4.8.4 Definición de eventos con amplitud variable

El *Cosmos* en su versión 2007 incorpora un nuevo tipo de evento que ayuda a personalizar y expandir aún más, la gama de problemas que podría resolver. En este caso, se abre la posibilidad de definir eventos con amplitud variable de manera personalizada. Para la definición de eventos con amplitud variable, se debe ingresar datos (punto a punto) u obtener de una biblioteca la curva bajo la cual varían las fuerzas actuantes en el elemento mecánico.

Esta es una herramienta bastante útil, dado que se pueden definir curvas que simulen una variación de cargas personalizada y que no se ajuste a las comunes o predeterminadas que existen en el *Cosmos* (totalmente reversible, de base cero o personalizada).

Para este tipo de estudios, también se ven extendidas las otras propiedades y capacidades del *Cosmos* como son la definición de más de un evento, aunque cabe resaltar que para ensayos de este tipo (multi eventos) hay que tener ciertas consideraciones.



Básicamente, cuando se está lidiando con problemas de más de un evento, y se está personalizando la curva (el usuario la ingresa), existe una sola forma de hacerlo. Esta se realiza ingresando dos columnas de datos al momento de definir la curva, tiempo y amplitud. De esta forma, el *Cosmos* podrá cronometrar los

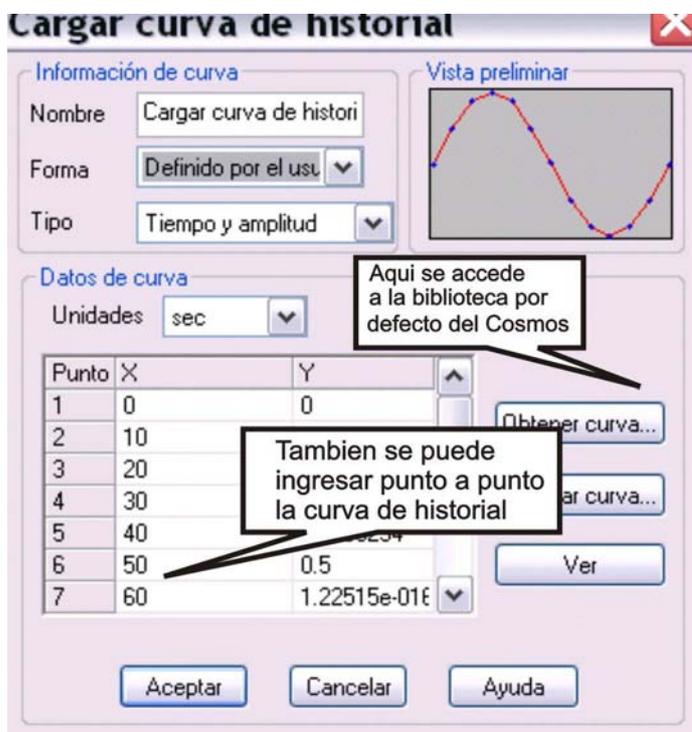
eventos con precisión.

Figura N°4.46.- Una de las curvas predeterminadas que tiene el *Cosmos*.

En el caso de que se defina la curva, hay tres formas de hacerlo:

- **Mediante el ingreso de amplitud.**- Se ingresan los coeficientes por los cuales van a ser multiplicadas las esfuerzos actuantes en el elemento mecánico. Esta es una opción que tiene limitaciones, y es que no se puede usar en eventos múltiples.
- **Mediante el ingreso de tiempo y amplitud.**- Es la opción con la que se pueden obtener curvas mas personalizadas dado que se pueden ingresar distintos tiempos para distintas amplitudes. Bajo esta opción es que se pueden definir múltiples eventos de lo contrario no se podrá efectuar el estudio de fatiga. Debe tenerse en cuenta que para este tipo de estudios con múltiples eventos, todos los eventos tendrán que estar definidos con curvas tiempo vs. amplitud.

- **Mediante el ingreso de amplitud y un coeficiente o tiempo de muestreo.** Esta es una opción que se puede usar cuando los intervalos de tiempo entre punto y punto son los mismos, por lo que tan solo basta ingresar las amplitudes y el intervalo de tiempo (coeficiente de muestreo). Esta opción, no puede usarse tampoco en la definición de estudios con múltiples eventos.



Como es de esperar, el *Cosmos* también ofrece las ventajas del entorno *Windows* en esta opción. Las curvas que son definidas por el usuario pueden guardarse en una carpeta a especificar por el mismo. Además, se puede usar el *Excel*, para definir las columnas de datos para después copiarlas y pegarlas, una opción que sin duda es de gran ayuda al momento de definir curvas.

El *Cosmos*, también posee una biblioteca por defecto la cual posee tan solo 3 curvas. Estas, son ensayos estándar para ciertos tipos de elementos de altas prestaciones y que están sometidos a regulaciones

internacionales como la SAE para su diseño.

Figura N°4.47.- Opciones del menú de curvas de historial. Es una herramienta muy buena para ingresar todo tipo de curvas y hasta es posible visualizarlas antes de ensayarlas

Para ilustrar el uso de este tipo de estudios, realizaremos el estudio del caso anterior (ganzúa) haciendo uso de estas opciones. Para ello se va a hacer uso del mismo estudio estático de referencia anterior.

Para la definición de la curva del historial de cargas, se va a hacer uso del *Excel*. En este sentido, se van a obtener los puntos pertenecientes a una curva senoidal con un tiempo de muestreo de 10 segundos entre punto y punto.

En este caso, definir en el *Cosmos* la duración de los ciclos en intervalos de 1s, 10s o 100s no generará resultados distintos. Esto resulta concordante con la teoría de la histéresis de los metales y que no es incorporada en el método tradicional de cálculo de la fatiga.

Tabla N°4.5.- Puntos a ingresar para la curva de historial de cargas. La obtención de puntos se hizo con el *Excel* por su facilidad y rapidez.

tiempo	amplitud
0	0
30	0.5
60	0.8660254
90	1
120	0.8660254
150	0.5
180	1.2251E-16
210	-0.5
240	-0.8660254
270	-1
300	-0.8660254
330	-0.5
360	-2.4503E-16



Los puntos se pueden copiar y pegar del *Excel* al *Cosmos* sin ningún problema. Cabe recalcar aquí que toda acción de pegado que se haga entre estos dos programas habrá que realizarlo con la selección de dos columnas. De lo contrario no se podrá pegar, y el *Cosmos* arrojará error. En otras palabras, la acción de pegado no puede realizarse por columnas (por separado).

Una vez cargada esta curva, se puede definir el número de repeticiones y/o el tiempo de ensayo. Para este caso, se ha definido que tal curva se repita 1000 veces (ciclos).

Este estudio creado se comparará con uno de los primeros creados en este capítulo que corresponde a un ensayo de 1000 ciclos, totalmente reversible y con cálculo de esfuerzo alternante por Von Mises. Ambos estudios tienen el mismo estudio estático de referencia y el mismo número de ciclos por lo que los resultados deben ser idénticos.

Figura N°4.48.- La definición del evento se puede realizar indicando el número de repeticiones y/o el tiempo de ensayo.

Los resultados que se obtuvieron de las dos formas son idénticos y explica de manera sencilla la manera en la que trabajan estas opciones en el *Cosmos*. En esencia, se podría decir que se pueden obtener todos los casos posibles mediante el uso de esta opción. Además, se puede establecer el número de ciclos y la duración de cada uno de estos ensayos dando una libertad tal que permite simular casi todo tipo de condiciones de carga.

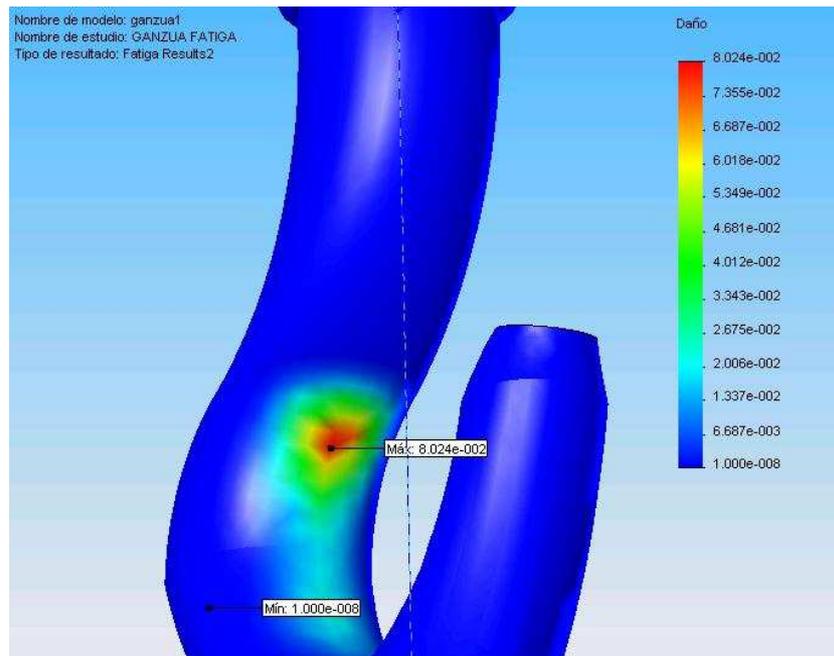


Figura N° 4.49.- Gráfica de daño que se obtuvo haciendo uso de la opción *totalmente reversible* o *fully reversed*.

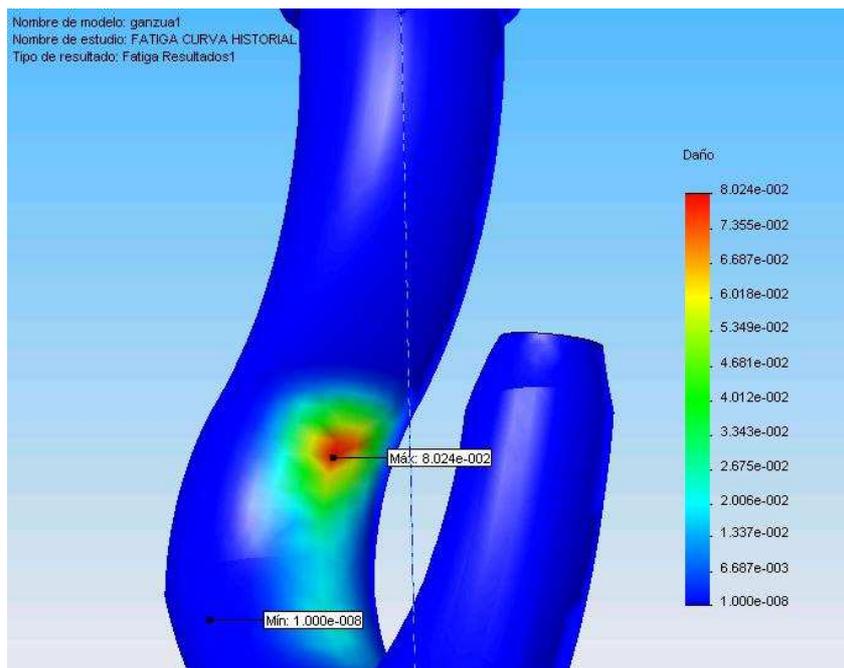


Figura N°4.50.- Gráfica idéntica a la anterior, pero esta fue obtenida cargando una curva y con otro tipo de evento (o suceso) de la opción *cargar curva de historial*.

Las afirmaciones antes mencionadas también se extienden a las otras gráficas de vida, factor de seguridad y factor de biaxialidad.

4.9 Caso 2, eje de transmisión

Dado que los ejes son aplicaciones muy comunes en cuanto al diseño con fatiga, se escogió un ejemplo de análisis de un eje, el cual tiene acoplados dos engranajes (detalles en anexo A). Uno de ellos es helicoidal, los cuales como se sabe generan reacciones en las tres direcciones de los ejes coordenados; el otro es un engranaje cónico el cual sirve para invertir la dirección del movimiento en 90° y que también genera reacciones en los 3 ejes coordenados.

Este no es un caso de una situación real, podría serlo, aunque en este caso se trata de un caso obtenido de un libro de diseño. Por tanto, sólo se han podido obtener datos generales del problema en cuanto a la geometría básica del eje mas no de los componentes adosados a él.

La tarea principal de este diseño es el eje y no los componentes de transmisión de potencia o sujeción. Por lo tanto, los engranajes pueden o no ser considerados al momento del diseño con el software de elementos finitos. Esto debido a que ellos no son la materia del estudio.

De ello, pueden surgir distintos planteamientos que ayuden a diseñar el eje según las condiciones dadas. Por un lado puede dibujarse el montaje completo tal y como se muestra la figura N° 4.51, por otro lado, podría dibujarse de los engranajes un solo diente, que es donde se aplicarán las fuerzas y las otras no, esto por practicidad y por ahorrar tiempo máquina.

Otra alternativa posible, es gracias a una opción especial del *Cosmos* la cual permite aplicar cargas que un sólido ejerce sobre otro sin la necesidad de dibujar toda la pieza. Esta es una opción (*remote load o cargas remotas*) que puede hacerse siempre y cuando se tengan totalmente definidas las cargas actuantes sobre el sólido en cuestión. De ser esta la opción a tomar, tan solo se tendría que dibujar al eje mas no los otros componentes sujetos a él.

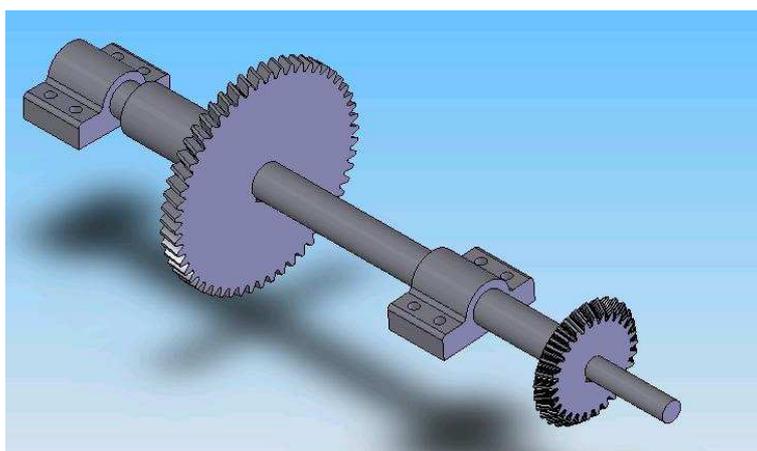


Figura N° 4.51.- Representación del sistema tal y como lo plantea el caso. El estudio tal y como se presenta en la realidad de ciertos sistemas no es una alternativa viable en algunos casos. Para el caso representado los engranajes no han sido incluidos al diseño del eje.

De ser así, sobre el eje tendrán que hacerse algunas operaciones geométricas que permitan aplicar las restricciones y las fuerzas aplicadas. Esto teniendo en cuenta las superficies donde las fuerzas ejercen su efecto sobre el eje. Las operaciones sobre todo son de proyección de curvas con la herramienta *split line* o *línea de partición* para crear “zonas” y así poder aplicar las restricciones o cargas donde corresponda.

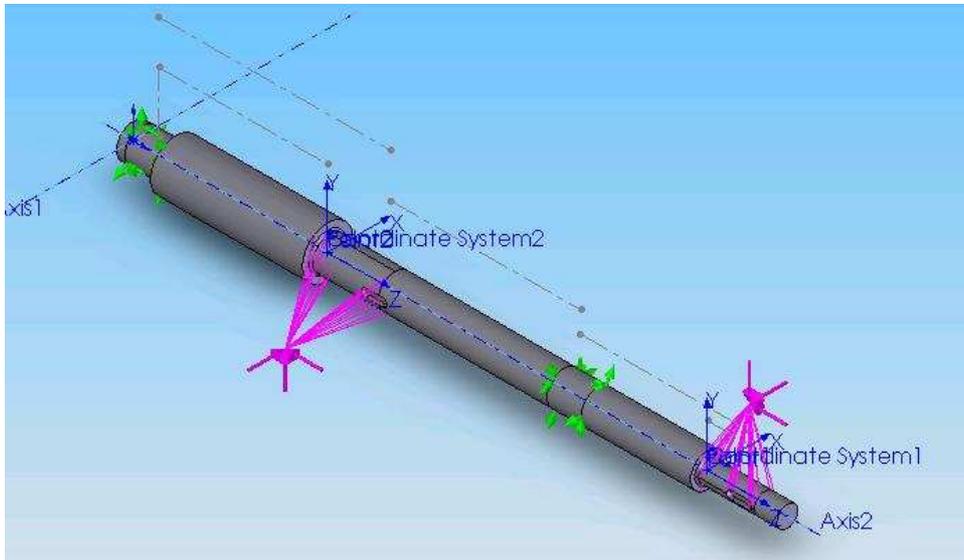


Figura N°4.52.- Aplicación de cargas en el modelo realizado con *Solid Works*. Esta tarea fue posible con el uso de la herramienta de cargas remotas o *remote loads*.

Sin duda alguna, la representación exacta del sistema casi siempre es la mejor opción. En el caso representado, se trata de un sistema bastante sencillo con pocas piezas y que puede ser realizado de alguna manera u otra. Infortunadamente, existen otros sistemas más complejos y difíciles de dibujar con buena exactitud por lo que resulta más práctico y sencillo aplicar herramientas especiales tales como *remote loads* o *cargas remotas*.

La complejidad geométrica del elemento a sujetar en un ensamblaje puede ser la razón más importante para hacer uso de la opción *remote loads* pero por otro lado siempre cabe la pregunta de si aquella pieza es relevante o no en el proceso de análisis y diseño del sistema.

La inclusión o no de una pieza en un ensamblaje podría ser en detrimento del diseño si es que se lo compara con los resultados alcanzados haciendo uso de una representación exacta del sistema. Estas consideraciones dependerán del sistema que se esté estudiando y recae sobre la experiencia y criterio del diseñador.

En este caso, el análisis que se realiza es sobre el eje y no sobre los componentes adosados a él. Por lo tanto, cabe la opción de obviar los engranajes del estudio de fatiga. Y es que por lo general, en el estudio de ejes, se recomienda que todos los elementos sobre él sean diseñados antes de diseñar al eje en sí. Esta misma consideración se tiene para los elementos de sujeción llámese el caso de chavetas, anillos, etc.

Las consideraciones que se deben tener en cuenta para el uso de la herramienta de *cargas remotas* del *Cosmos* es la de crear superficies sobre el eje que ayuden a aplicar las cargas que originalmente van sobre los engranajes. En este caso, se cuenta

con la localización exacta de las cargas sobre los engranajes por lo que resulta sencillo realizar esta tarea.

Para llevarla a cabo, es necesario a la vez definir un sistema de coordenadas, aunque también podría realizarse en base al sistema coordenado global, con la finalidad de ubicar las cargas.

Deben recordarse las consideraciones de aplicación de cargas para cada tipo de engranaje. Los ángulos de presión así también como las circunferencias primitivas que son las líneas de acción de las fuerzas actuantes son determinantes para el análisis con engranajes. A su vez, tal y como se hace en el cálculo analítico, se considera que toda la transmisión de potencia se realiza a través de un solo diente. Aunque se sabe que esto no es así, llevar un análisis de este modo conlleva a resultados más conservadores y por tanto del lado de la seguridad.

En el caso de restricciones, estas serán aplicadas en las zonas creadas para tal fin. El punto medio del rodaje deberá coincidir con el punto geométrico con el cual se analiza bajo los métodos analíticos. Esta consideración debe tenerse en cuenta cuando el rodaje es único, cuando existen más puestos en secuencia hay otras consideraciones que se verán mas adelante.

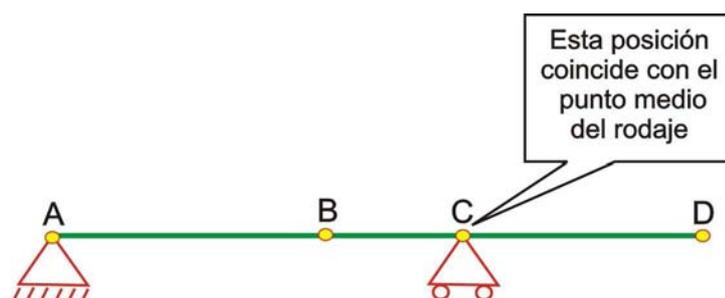
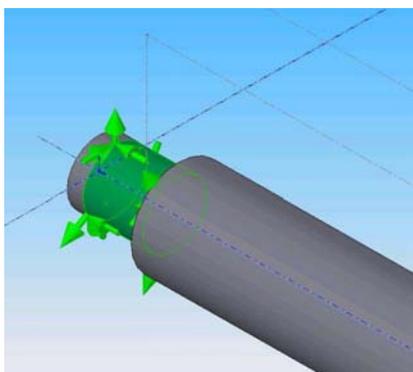


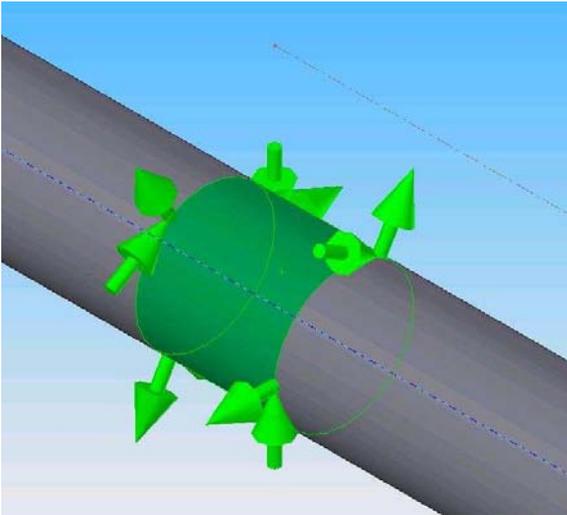
Figura N° 4.53.- Esquema para el cálculo analítico. El punto medio de los rodajes en el dibujo 3D (con *Solid Works*) debe coincidir con los puntos A y C.

La realización de esta tarea no tiene mayores complicaciones. En este caso, el apoyo A es el único que absorbe carga axial (acorde con el esquema figura). El apoyo C puede ser restringido de varias formas.



El sistema tal y como se presenta en la realidad tiene libertad de giro alrededor del eje "x", la cual debe ser restringida, y es que para el análisis, se debe considerar al sistema como estático para que el software pueda establecer las condiciones de contorno y por consiguiente resolver el sistema. De no ser así, el *Cosmos* no iniciará ningún análisis por falta de datos que establezcan las condiciones de contorno.

Figura N° 4.54.- En el análisis con el software de EF es necesario hacer al sistema estático.



Tal y como se muestra en el esquema analítico, en el apoyo C no hay restricción por carga axial. Por tratarse de un elemento cilíndrico se optó por realizar las restricciones con la herramienta *On cylindrical faces*.

Aunque con el *Cosmos* es posible aplicar otros comandos con los mismos resultados esta es una herramienta útil y una opción válida.

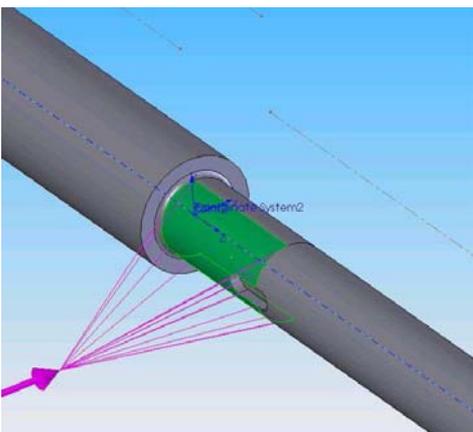
En el caso del apoyo A, como está totalmente restringido, los mismos resultados pueden haberse obtenido usando la opción *Fixed* o *No translation* (dado que el mallado es del tipo *solid*).

Figura N°4.55.- En el apoyo C no hay absorción de carga axial (en el eje “x”).

Uno de los parámetros importantes para la aplicación de cargas en el *Cosmos* es la localización de las caras que asumen tales cargas. En el caso representado, las cargas están orientadas en las tres direcciones principales y su área de influencia cambia de una a otra.

El *Cosmos* ofrece una gran variedad de comandos y opciones que permiten plantear el sistema de muchas formas. Es aquí donde el diseñador debe de tener cuidado para que el sistema sea representado lo más cercano posible a la realidad.

Los engranajes por lo general están situados sobre el eje y contra un hombro o cambio de sección. La sujeción al eje por lo general es hecho con chavetas, las cuales a su vez pueden ser de varios tipos y formas. Para este caso, las chavetas son cuadradas y del tipo rectangular lo cual no trae mayores complicaciones en cuanto a aplicación de cargas.



Para la aplicación de las fuerzas que actúan sobre una línea de acción perpendicular (y que intersecte), al eje de la flecha (elemento de transmisión) habrá que realizar algunas operaciones. Esto debido a que el contacto entre el engranaje y el eje es entre caras cilíndricas y solo la mitad de ella es la que asume tal carga (se muestra en la figura N°4.56). Esta operación deberá realizarse con las dimensiones correctas, las cuales corresponden a las dimensiones del engranaje.

Figura N° 4.56.- El corte de la superficie del sólido, fue hecha con la herramienta *split line*. Para hacer uso de ella hay que tener en cuenta el plano de dibujo (*sketch*) para una correcta proyección.

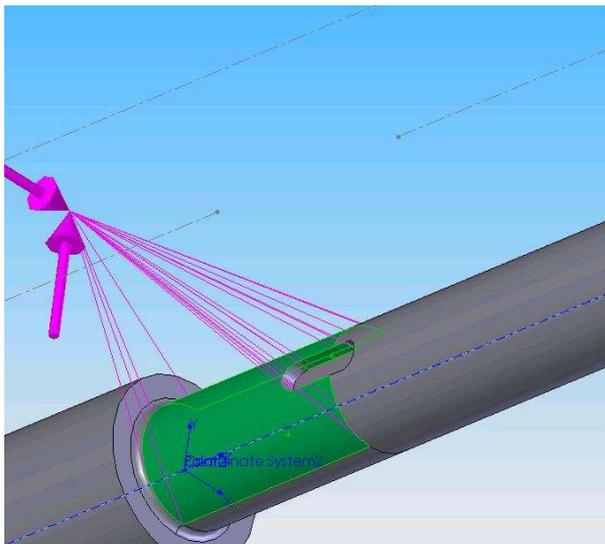


Figura N° 4.57.- La fuerza responsable de la transmisión de potencia del elemento hacia el eje, es asumida por una de las caras interiores del chavetero.

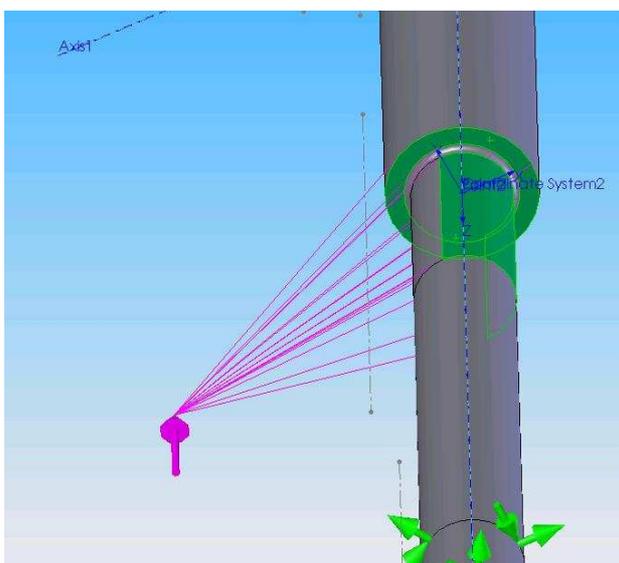


Figura N° 4.58.- La carga axial es asumida por dos caras en el eje, la del hombro en el eje y la cara anterior a la de la carga aplicada (en color verde), esta debida al contacto eje-engranaje.

Todas las cargas aquí presentadas han sido para el caso del engranaje helicoidal, para el engranaje cónico es la misma metodología pero adecuándose al caso en particular.

A su vez, estas cargas pueden ser usadas en un cálculo estático del sistema pero el sistema a plantear para un análisis de fatiga no es el mismo. Si bien el *Cosmos* basa sus estudios de fatiga en estudios estáticos, el caso representado no se ajusta a las condiciones a las que se va a someter al eje fatiga, al menos de manera cabal. Esto se debe a que el *Cosmos* convierte a todas las cargas aplicadas sobre el eje, presentes en el estudio estático, en cargas alternantes según se las defina (totalmente reversible, base cero o personalizada). Esto no representa una situación real de trabajo del elemento,

Para las cargas cuyas líneas de acción son perpendiculares, pero no intersectan al eje de la flecha no hay que realizar mayores operaciones que alteren al sólido. Se sabe que éstas son las responsables de la transmisión de la potencia y esta se realiza a través de la chaveta. Por esta razón, esta carga será absorbida por una de las caras del chavetero dependiendo de la orientación de esta (sentido de giro).

En cuanto a la carga en sentido axial, esta será absorbida por el hombro que se genera en el eje debido al cambio de sección y por la cara anterior del eje (esto debido al contacto de caras cilíndricas el engranaje y el eje).

Durante la aplicación de esta carga, se origina también un momento sobre el eje, debido al contacto eje-engranaje antes mencionado, el cual se verá reflejado en el diagrama de momentos en los ejes correspondientes.

dado que ciertas cargas no son alternantes sino son consideradas medias o no variantes con el tiempo.

Para realizar un análisis será necesario entonces, crear uno o más estudios estáticos que incluyan solamente a las cargas alternantes. Aquí se debe tener especial cuidado para discernir entre fuerzas alternantes y medias, la mala elección de alguna de ellas puede llevar, en el mejor de los casos, a resultados muy o poco conservadores y consecuentemente a diseños poco confiables o erróneos.

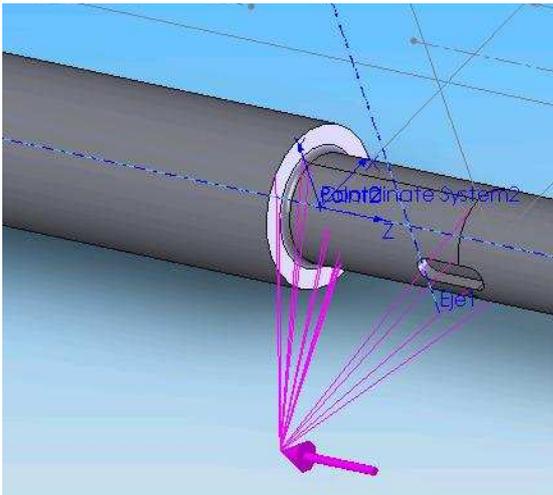
Por lo general, las cargas alternantes son aquellas que generan flexión sobre el eje. Las otras cargas también deben ser tomadas en cuenta dado que muchas veces incrementan o disminuyen los valores de esfuerzo alternante haciendo que su esfuerzo medio no sea nulo. Esto se puede tener en cuenta en el *Cosmos* mediante una definición de evento con la opción personalizada o de razón de carga (ingreso de R).



Para casos más complicados en los que la variación del esfuerzo alternante no es simétrica respecto a algún eje, el *Cosmos* da la posibilidad de definir la curva, o elegirla de alguna biblioteca, con la que varían las cargas. Esta es una opción útil sobretodo cuando se estudian elementos sometidos a prestaciones más exigentes, de mayor importancia y que por lo general requieren supervisión de alguna normativa especializada como los amortiguadores, alas de avión, aletas de turbinas o elementos de relevancia parecida.

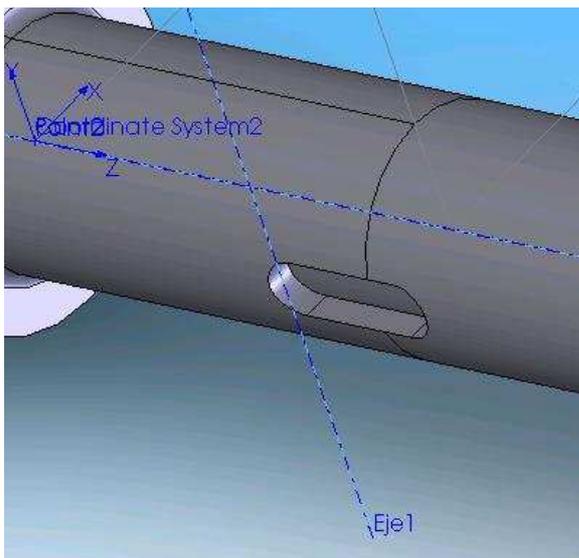
Figura N°4.59.- Cargar una curva personalizada puede ser una opción para este caso aunque en este caso no se ha usado.

En el caso representado, las cargas que son alternantes son aquellas con dirección “y” o “z”. Para este caso, no hay torsor alternante por lo que no habrá componente cortante en el esfuerzo equivalente alternante (el que se obtiene con el criterio de Von Mises).



Del estudio presentado, hay que eliminar la componente media del estudio de fatiga por los motivos expuestos anteriormente. Para el caso representado, la componente media es aportada por la fuerza en el eje "x" pero hay una salvedad. Cada una de estas fuerzas (la del eje cónico y el helicoidal), es responsable de dos efectos sobre el eje: una es la que genera un momento alternante sobre el eje y la otra es la de una fuerza axial pura la cual aumenta la magnitud de los esfuerzos alternantes haciendo su esfuerzo medio distinto de cero.

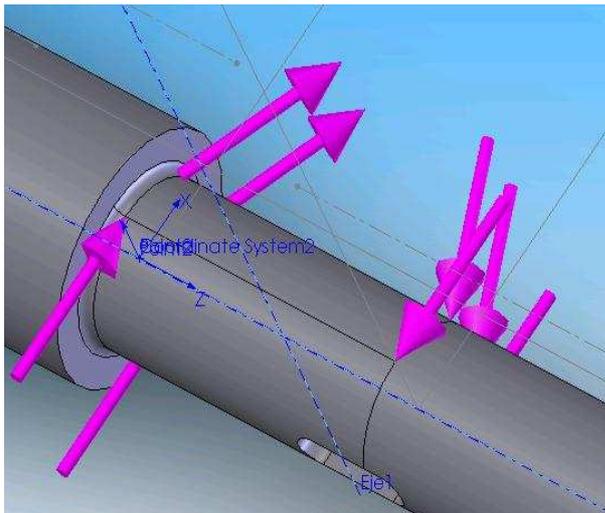
Figura N°4.60.- La fuerza axial, tiene dos efectos sobre el eje que ocasionan esfuerzos medios y alternantes.



Como se explicó, la fuerza en el eje x genera dos efectos sobre el eje (elemento). Uno alternante y el otro medio. Esto debe ser considerado dado que en el estudio de fatiga solo deben ser incluidas las fuerzas que son alternantes.

Para aplicar tal momento, se ha tenido que generar un eje de referencia el cual pasa por el punto medio de la sección cilíndrica en la que se ajusta al engranaje. Para esta tarea deben tenerse siempre en cuenta las consideraciones geométricas particulares del caso en estudio.

Figura N° 4.61.- Para la aplicación del momento alternante fruto de la fuerza en el eje "x" se tuvo que crear un eje que pase por el punto de aplicación del momento y que sea paralelo al eje "y".



Teniendo las consideraciones necesarias mencionadas anteriormente, se consiguió la aplicación del momento aislándolo de su componente axial.

Para el caso representado se han explicado a detalle las aplicaciones de carga debidas al engranaje helicoidal. Las cargas debidas al engranaje cónico son similares con la diferencia de que el eje creado para la aplicación del momento debido a la fuerza en "x" es paralelo al eje "z".

Figura N° 4.62.- El momento sobre el eje debido al engranaje helicoidal es alternante. Por lo que debe ser considerado en el estudio estático base el estudio de fatiga.

Otra cuestión importante para el estudio de fatiga es originada justamente por estas cargas axiales al eje. Como se sabe las cargas son distintas en el eje helicoidal como el cónico por tal motivo los esfuerzos medios son distintos en cada uno de los engranajes. Esta situación nos hace pensar en la alternativa de diferenciar el estudio de cada uno de los engranajes en su respectivo estudio estático.

El diferenciarlos en dos estudios no significaría ningún problema para el *Cosmos* dado que con él se pueden hacer estudios basados en diferentes estudios estáticos. Objetivamente, hay dos opciones para relacionar los estudios. Se puede crear un solo evento con la opción *find cycle peaks* la cual buscará picos de esfuerzo y basará su estudio en valores máximos o generar dos eventos distintos con la opción de esfuerzo personalizado (con ingreso de R) y que después se defina el estudio de fatiga con interacción aleatoria.

La desventaja de usar la opción *find cycle peaks* es de que no se puede personalizar el esfuerzo medio como se podría con la opción personalizada (ingreso de R). Aunque siempre esta la opción de modificar el factor de escala para el estudio estático al cual se hace referencia para tratar de igualar los esfuerzos a los que está sometido. Pese a esto, lo que siempre se busca es una aproximación lo mas cercana posible a la situación real, por tal motivo la definición de eventos separados con la opción personalizada es, en este caso, la mejor opción de análisis.

Por otro lado, si se usa la opción *find cycle peaks* se podrán visualizar las gráficas de vida y factor de seguridad mientras que si se definen dos eventos diferenciados, sólo se podrá visualizar la gráfica de daño acumulativo.

Independientemente de esto, de la experiencia se ha recogido que casi siempre la opción *find cycle peaks* es la más conservadora si se la compara con otros tipos de opciones del *Cosmos* semejantes para eventos idénticos.

Experimentando con ambas opciones, ambos planteamientos coinciden en que los chaveteros son las fuentes de concentración más proclives al fallo por fatiga para un número de ciclos relativamente bajo.

Para la definición de eventos con la opción personalizada, los factores “R” pueden obtenerse del análisis analítico aunque también podrían haberse obtenido del análisis estático general y no diferenciado. Para estos casos, la obtención de datos a partir del estudio realizado por el *Cosmos* suele ser la mejor opción.

Después, de haber discutido las consideraciones para los ensayos de fatiga, se pueden visualizar los resultados para comentar algunas observaciones importantes.

En primer lugar, se crearon dos estudios estáticos, uno para cada tipo de engranaje y así poder personalizar aún más el esfuerzo medio como se mostrará. Estos estudios se llaman *estaticophelicoidal* y *estaticopconico* los cuales contienen las cargas correspondientes a sus engranajes.

Los estudios de fatiga que se crearon fueron dos, el primero llamado *fatiga ciclos pico* que fue definido con la opción *buscar picos de ciclo (find cycle peaks)* y que involucra a los dos estudios estáticos en un solo evento de 1'000 000 de ciclos; el segundo estudio llamado *fatiga dos eventos* el cual fue definido con la opción *relación de carga* (ingreso de R) y que también involucra a los dos estudios estáticos definidos cada uno de ellos con 1'000 000 de ciclos.

La desventaja del estudio de fatiga basado en dos eventos, es que tan solo se puede visualizar la grafica de daño mientras que en el otro (con un solo evento) se pueden visualizar todas las graficas disponibles para un estudio de fatiga.

Sin embargo, a pesar de tener esta desventaja, este estudio cuenta con la ventaja de que se pueden incluir relaciones de carga para personalizar el esfuerzo medio que como en este caso se ha explicado es no nulo. Así pues, para el estudio en el engranaje helicoidal se tomó un R de 0.8 mientras que para el estudio en el engranaje cónico se asumió uno de 0.15.

A pesar de que las figuras (poner números) pueden juzgarse como idénticas, los valores no son exactamente los mismos aunque resultan una buena aproximación. Si bien, las áreas “críticas” son casi idénticas, los valores en ellas no lo son, para el caso del ensayo en base a dos eventos, los resultados son mayores en daño que para el otro caso.

Esto tiene sus razones en la definición del esfuerzo medio en los eventos 1 y 2 del ensayo en base a dos eventos. En las figuras (4.63 y 4.64) se ha resaltado la zona correspondiente al engranaje helicoidal.

Capítulo V

Caso de análisis

El caso de estudio analizado corresponde a un eje de generador. Este pertenece en la actualidad a la empresa de generación Duke Energy en su filial de Sullana. Este generador es parte de un grupo de 5 generadores gemelos de marca BPS (*Belott Power Systems*).

5.1 Antecedentes

La información respecto a este caso ha resultado muy difícil de conseguir debido a que el caso no es reciente y a la falta de historiales de mantenimiento por parte de la empresa.

Aun así, mucha de la información del sistema en conjunto, se ha recogido de los informes realizados por el Laboratorio de Mecánica de la UDEP así como de operarios y trabajadores de la empresa que estuvieron involucrados en el caso en cuestión.

De lo recopilado por los operarios de la empresa se recogen algunos datos importantes que sin duda ofrecen información valiosa y significativa para el análisis a realizar. En primer lugar, se rescata que desde su puesta en operación, los generadores involucrados no son nuevos o de primera mano sino que contaban con un tiempo (desconocido) de operación en el extranjero.

Pese a ello, la operación de ellos no ha ofrecido mayores complicaciones que las del mantenimiento rutinario inherente a la naturaleza de este tipo de maquinas. Aunque ciertas observaciones son buenas a recalcar:

- Algunos de los generadores como el del caso en cuestión, presentaban problemas de vibraciones excesivas. Como es de esperar este es un problema de importancia vital en este tipo de maquinas y que al parecer pasó desapercibido por la empresa. Los generadores afectados por estas vibraciones son los que han presentado problemas de diversa índole.
- Nuestra atención se focaliza al generador que tuvo una falla catastrófica en el eje al cual el departamento de mecánica de la UDEP realizó un trabajo de

reconstrucción (agregado de una porción de eje). A ojos de la empresa generadora, este caso corresponde al generador ALCO N°2.

- El análisis se centrará en el proceso reconstructivo del eje en cuestión. Por lo tanto este no involucrará un análisis de las naturalezas de falla o posibles causas que hayan afectado a la pieza anteriormente ya que algunas escapan a la temática y al objetivo de esta tesis.
- Al eje de generador en cuestión, se le había realizado un “rellenado” por metalizado en la zona correspondiente al rodaje debido a su desgaste. Esta puede haber sido una causa de generación de ZAC's (zonas afectadas por el calor) debido a que este proceso se realiza por medio de soldadura.



Figura N° 5.1.- Vista del eje en su sección de falla.

En la actualidad el eje se encuentra funcionando bajo condiciones y desempeño normales y no ha presentado problemas desde su reparación.

Para llevar a cabo el análisis de este elemento será necesario plantear las restricciones y cargas del elemento de tal forma que represente de forma precisa las condiciones de funcionamiento.

Para ello se contó con que el Laboratorio de Mecánica de la UDEP tuviera la geometría del eje manufacturado. El dibujo se realizó con el software *Solid Works* por lo que no habrá que realizar operaciones de conversión de formato ni adecuaciones para su procesamiento ni cálculo.

En cuanto al eje original, tuvo que recopilarse información directa de campo dado que la empresa carecía de manuales y especificaciones de los equipos en cuestión. Pese a ello, se contó con la ventaja de que había un eje gemelo desmontado y fuera de operación para realizar mediciones más precisas.

Si bien es cierto que no se trata del eje al que se va a someter a análisis, se trata de un eje gemelo y las geometrías son iguales por lo que es válido tomar medidas de él.

A su vez, nos permite observar con claridad la parte del eje que se fracturó y que fue desechada.

Dadas las dificultades y restricciones de información, no se han podido obtener todos los detalles del eje. Si bien en todo proceso de diseño estos deben ser tomados en cuenta, para el caso en cuestión, o al menos en la sección del eje representada en las figuras 5.2 y 5.3, algunos detalles pueden ser excluidos.

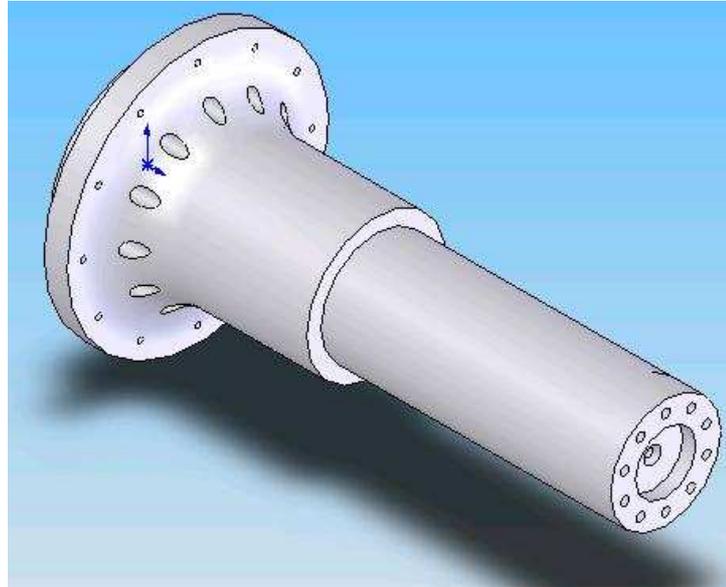


Figura N° 5.2.- Vista isométrica del eje bajo análisis. En esta vista se muestra el extremo ya trabajado del acople.

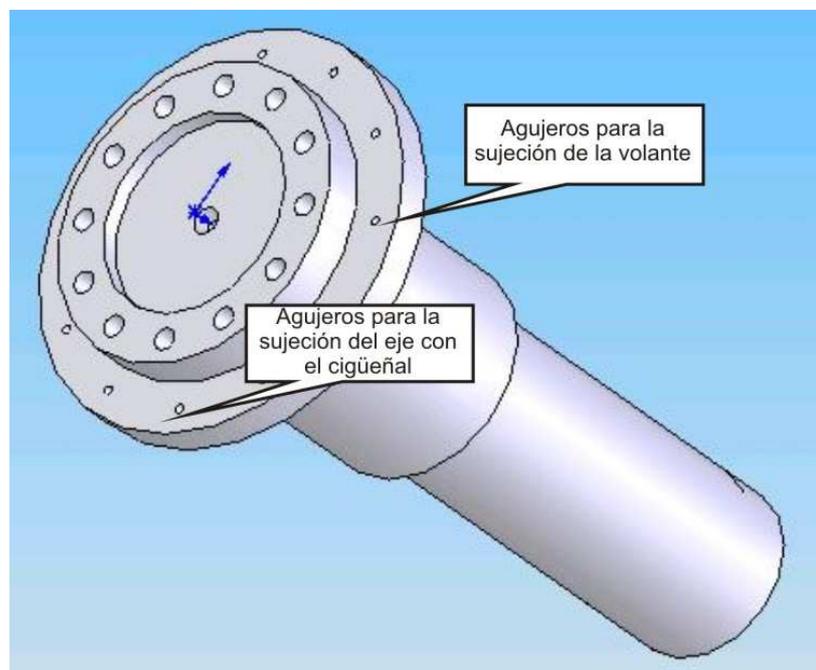


Figura N° 5.3.- Detalle de la parte posterior del eje. En ella se pueden apreciar los agujeros para el acople de la volante y del mismo eje con el cigüeñal del motor.

5.2 Análisis de soportes y restricciones

El eje del generador está soportado en dos puntos, los cuales soportan todas las cargas actuantes sobre él. Del lado de la conexión con el cigüeñal, la unión se hace en base a pernos. Del lado de la bobina del rotor, precisamente del lado del acople, hay un cojinete el cual no absorbe carga axial. En la figura N°5.4 sólo se observa la sección que se acopla con el cigüeñal.



Figura N° 5.4.- Especificación de los elementos de sujeción sobre el eje.

Los pernos que aseguran el eje al cigüeñal del motor, se soportan en el bloque del motor el cual por su masa asegura una sujeción lo suficientemente rígida. Estos pernos son 12 y tienen un diámetro de 33mm. En otro diámetro, están los pernos que sujetan a la volante con el eje del generador, estos coinciden en número con los de sujeción del eje pero son de $\frac{3}{4}$ " o 19mm aproximadamente.

Más adelante, se encuentra un "hombro" o cambio de sección contra el cual se asegurarán las bobinas del rotor, las cuales no se especifican en el dibujo ya que no son relevantes a un cálculo estructural o mecánico.

Del lado del acople, la unión es a través de 10 pernos puestos equidistantes. De manera que aseguran aún más la sujeción entre el eje y su acople, además, se realizó un rebajo en el eje de tal forma que el acople embona con el eje.

En cuanto las restricciones, se puede decir que del lado del cigüeñal es que se restringen todos los movimientos salvo el de rotación. Por otra parte, en el rodaje no se absorbe carga axial.

5.3 Imposición de cargas

El eje, lleva montado sobre él las bobinas de generación, las bobinas de excitación y la volante. Puesto que no se cuenta con los pesos exactos de estos componentes, se procedió a hacer estimaciones en base a criterios volumétricos (teniendo en cuenta al material o piezas semejantes).

En estas estimaciones hay que ser cuidadoso debido a que los errores aquí cometidos pueden ser muy perjudiciales al momento de diseñar. Estimaciones de peso por debajo del debido pueden llevarnos a diseños subdimensionados y potencialmente peligrosos. Por otro lado estimaciones muy por encima del debido pueden llevarnos a diseños sobredimensionados que encarecen y dificultan su manufactura.

5.4 Propiedades de los materiales

Tabla N°5.1.- Propiedades del eje del generador.

EJE DE GENERADOR(*)	
Material	Fundición gris nodular
Dureza	240 HB
Resistencia a la tracción	55.4 kg/mm ²
Resistencia a la fluencia	45 kg/mm ²
Modulo de elasticidad	1 150 000 kg/cm ²
Grado	80-60-3

(*) Todos estos datos son acordes con el informe 1066-2005/LMC del laboratorio de Metalotecnía.

Tabla N°5.2.- Propiedades del acople del generador.

ACOPLE	
Material	AISI 4140
Dureza	300HB
Resistencia a la tracción	95-115 kg/mm ²
Resistencia a la fluencia	70-90 kg/mm ²
Modulo de elasticidad	
Grado	--

Tabla N°5.3.- Propiedades del material de los pernos de sujeción.

PERNOS	
Material	Perno grado 8.8
Dureza	--
Resistencia a la tracción	60 kg/mm ²
Resistencia ultima a tracción	83 kg/mm ²
Modulo de elasticidad	2'100 000 kg/cm ²
Grado	--

5.5 Análisis del eje

Se hará un análisis evaluativo de la estructura actual, se analizará la estructura en conjunto haciendo uso de los más usados métodos de análisis rescatando o discriminando unos de otros por sus respectivas razones.

Idealmente, la representación exacta del sistema es casi siempre la mejor opción. Casi, porque existen sistemas en donde, por su importancia en costo o función, merece de un análisis más preciso y de detalle.

Al caso al que nos referimos, cuenta con una importancia media dado que se trata de un eje de generador de aproximadamente 6 toneladas y con una potencia de generación nominal de 2.5MW. Se dice media dado que es un elemento que si bien es importante por su coste y labor no es una pieza que requiera de un análisis preciso y a detalle como lo necesitarían piezas aeronáuticas, espaciales o de importancia similar.

Dado que la geometría de este eje en particular no representa mayores complicaciones para su dibujo, se procedió a hacer una representación lo más exacta posible. Se dice lo más exacta posible dado que se hizo en base a mediciones *in situ*, con los consecuentes errores de medición que esto pueda acarrear.

A pesar de ello, se cuenta con una representación bastante aceptable del eje, el cual ya se ha mostrado antes y se muestra ahora en la figura N° 5.5, cuando ya se encuentra su material personalizado en el *Solid Works*.

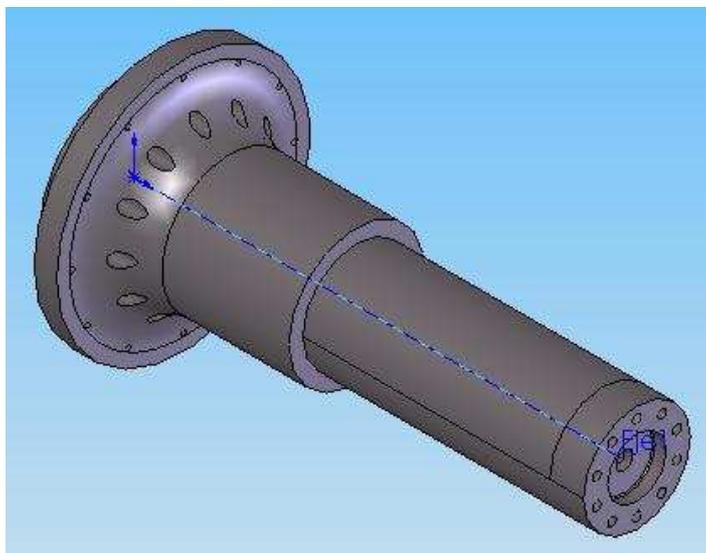


Figura N° 5.5.- Parte del eje que se acopla al motor. En esta vista, ya se lo ha personalizado con el material. Además se han realizado unas operaciones con la herramienta *split line* para poder aplicar después las cargas de trabajo.

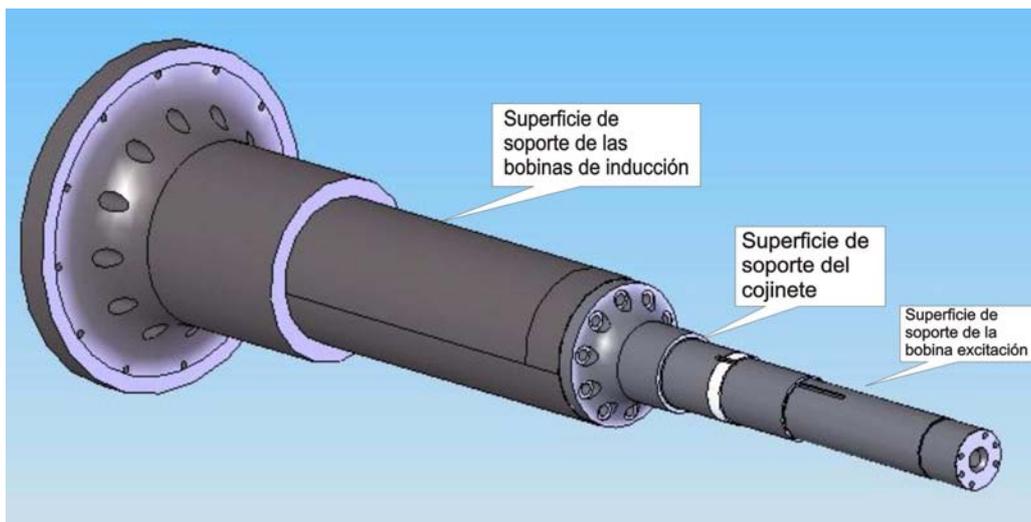


Figura N° 5.6.- Representación del ensamblaje. No se ha realizado la representación de las bobinas de inducción ni excitación dado que no son relevantes para el análisis del sistema.

La aplicación de cargas para el análisis en sí, no es complicada ya que no hay presencia de cargas excéntricas como en el caso visto en la sección 4.9 del eje de transmisión. Pero si hay que hacer ciertas acotaciones que aclaren el proceso de modelado y análisis.

El *Cosmos*, da la facilidad de agregar en los estudios estáticos, los efectos de la gravedad. Esta propiedad puede aplicarse en piezas o ensamblajes y cuenta con la ventaja de que es aplicada sobre el verdadero centro de gravedad del ensamble.

Dicha opción es muy útil, dado que en un estudio analítico de un eje de sección variable resulta difícil calcular el centro de gravedad del ensamblaje. En otros programas, el peso debe aplicarse en forma de fuerza concentrada en el C.G o fuerza distribuida a lo largo de todo el eje. Pero esto es una tarea más complicada y que no conduce a resultados más precisos que los generados por el *Cosmos* bajo la opción mencionada.

Recordando que lo que se quiere de este estudio es llegar a un análisis de fatiga, deben contemplarse sólo las cargas que son alternantes en el estudio estático de referencia al de fatiga. Sin embargo y sin necesidad de que tenga relación con el estudio de fatiga, un estudio estático puede generarse para realizar comprobaciones de la integridad del elemento. Para hacer esto, es necesario aplicar todas las cargas actuantes sobre el eje sin discriminar ninguna.

Si se analizan las condiciones de carga de este eje en particular, se puede decir que el peso del mismo genera esfuerzos que actúan como esfuerzos alternantes. Además de ellos, existen otros generados por el peso de las bobinas debido a la rotación del eje.

En el proceso de aplicar restricciones (del lado del motor), estas se hicieron del tipo *fixed* o fijo en cada una de las caras interiores de los pernos de sujeción. Como se sabe, esta no es la única forma de hacerlo. Ya que se trata de un mallado sólido puede usarse esta opción o la opción *inamovible* o *no traslación*.

El ensamblaje se realizó basadas en unas cuantas relaciones de posición o *mates*. Estas relaciones aseguran la posición entre los integrantes del ensamblaje. Hay de varios tipos los cuales tienen a su vez opciones bastante versátiles que se adaptan a casi todo tipo de geometría.

En cuanto al mallado, podría decirse que cuando se trabaja con ensamblajes esto se torna en un procedimiento iterativo. Esto debido a que hay que “buscar” el tamaño idóneo de elementos que permita mallar a todos los componentes sin excluir a ninguno. A pesar de ello, no es una tarea que signifique una dificultad importante dentro del proceso de modelación.

Para este mismo procedimiento, no es recomendable tener roscados ni detalles demasiado pequeños si es que estos no son relevantes al análisis. La inclusión de estos detalles son una fuente de error que se debe tener muy en cuenta.

Otra fuente de error para los mallados, son los contactos entre componentes, hay casos en los que es necesario definirlos según su naturaleza. Para el *Cosmos*, existen cinco tipos de contacto: unión rígida, por contracción, sin penetración, pared virtual y libre. La especificación de cada uno de ellos se encuentra bastante bien explicada dentro de los tutoriales del *Solid Works 2007*.

Para este caso, a pesar de que si existen contactos, no ha sido necesario definir ninguno de ellos. La definición de contactos cobra importancia cuando se tratan de elementos en los cuales interesa su interacción de manera especial, o en la que se quieren evitar problemas de mallado o análisis por la confluencia de varios componentes.

Otra acotación importante, es la de que no se pueden definir contactos si es que se quiere trabajar con la opción *conectores* del *Cosmos*. De ser así, el *Cosmos* ignorará los detalles de contacto para priorizar las condiciones del conector usado (pernos, remaches, etc).

A su vez, cuando se usan contactos, las relaciones de posición o *mates* definidas en el *Solid Works*, de las piezas inmiscuidas en el contacto, son dejadas de lado para priorizar las condiciones de contacto. Sin embargo, esto no quiere decir que se establezcan o relaciones de posición (*mates*) o contactos sino que hay que distinguir las funciones de cada una de ellas. Así pues, las relaciones de posición son relaciones geométricas que sirven para posicionar en un ensamblaje unos componentes respecto a otros. Mientras que las relaciones de contacto, son relaciones que ayudan a realizar un mallado y por ende un análisis de acuerdo a determinadas condiciones de contorno.

Lo que hace el *Cosmos*, es suprimir momentáneamente las relaciones de posición o *mates* cuando se esta realizando un análisis entre elementos en contacto si es que este ha sido especificado.

No se han incluido los pernos en la representación del sistema, dado que estos se van a manejar de manera analítica y especial más adelante. Basados en los resultados del análisis que en esta sección se realice.

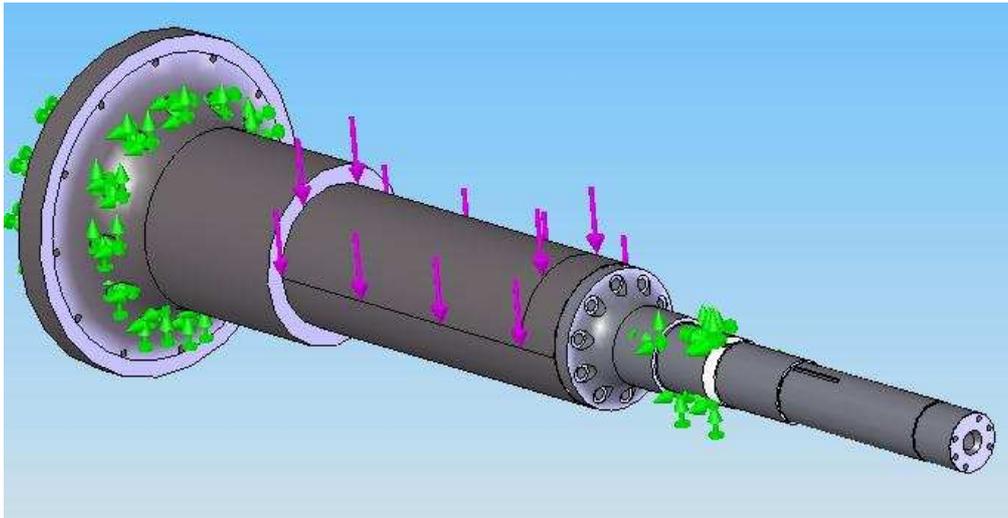


Figura N° 5.7.- Modelo de análisis para el sistema en estudio.

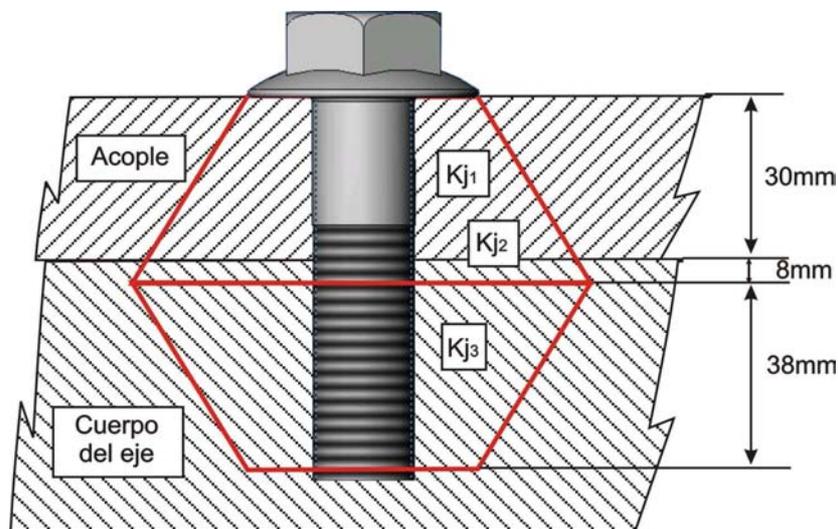


Figura N° 5.8.- Detalle de un perno de la junta empernada entre el eje mayor y el acople. Para determinar la rigidez de la junta ha sido necesario hallarla en tres partes. Para tal efecto se ha asumido que la distribución cónica de esfuerzos en la junta, es simétrica.

Una de las primeras y esenciales requerimientos de un análisis de junta empernada, es la de hallar las rigideces tanto de la junta como del perno. Para la junta, las condiciones geométricas determinan tres rigideces que se hallan con la siguiente expresión:

$$K_{ji} = \frac{\pi \cdot E_i \cdot d_c \cdot \tan \alpha_f}{2 \cdot \ln \left[\frac{(L_i \tan \alpha_f + d_i - d_c) \cdot (d_i + d_c)}{(L_i \tan \alpha_f + d_i + d_c) \cdot (d_i - d_c)} \right]} \dots\dots\dots(5.1)$$

En donde:

Tabla N°5.4.- Especificación de las variables para la ecuación 5.1

E_i	Modulo de elasticidad correspondiente al material en donde se esta analizando la junta
L_i	Longitud de la sección de la junta
d_i	Diámetro del tronco de cono, se usa el menor de los dos
d_c	Diámetro de la cresta
α_f	Ángulo del tronco de cono , usualmente igual a 30°

Según los datos particulares de cada una de las partes de la junta se obtuvieron:

Tabla N°5.5.- Rigideces de la junta del perno.

Rigidez	Valor (N/mm)
k_{j1}	204'948 704.783
k_{j2}	5'301 944.026
k_{j3}	2'615 665.49

Una vez halladas, estas pueden convertirse en una sola a través de la expresión dada por:

$$\frac{1}{K_j} = \frac{1}{K_{j1}} + \frac{1}{K_{j2}} + \frac{1}{K_{j3}} \dots\dots\dots(5.2)$$

$$K_j = 1'736710.46694 \frac{N}{mm} \dots\dots\dots(5.3)$$

Asimismo, para el perno, el procedimiento es más sencillo ya que sólo se necesitan de algunos datos geométricos fácilmente obtenibles de tablas para pernos y roscas unificadas.

$$d_r = d - 1.226869p \dots\dots\dots(5.4)$$

$$\frac{1}{k_b} = \frac{4}{\pi.E} \left[\frac{L_s + 0.4.d_c}{d_c^2} + \frac{L_t + 0.4.d_r}{d_r^2} \right] \dots\dots\dots(5.5)$$

$$k_b = 433326.601016 \frac{N}{mm} \dots\dots\dots(5.6)$$

Basado en las ecuaciones para roscas tipo unificado UNF. El diámetro menor o diámetro de raíz del perno d_r se halló usando la expresión 5.4 siendo p el paso (basto) de la rosca:

$$C_k = \frac{k_b}{k_b + k_j} \dots\dots\dots(5.7)$$

$$C_k = 0.19968 \approx 0.2 \dots\dots\dots(5.8)$$

En base a la resistencia a la prueba y al área de tensión del perno, puede estimarse el valor de la precarga admisible por el perno. Para ello, debe definirse si la junta va a ser del tipo reutilizable o permanente. Para este caso, se considerará a la junta como reutilizable debido a que arroja valores conservadores y por tanto del lado de la seguridad, en comparación con los de junta permanente.

Las relaciones de Russell, mencionadas anteriormente son ecuaciones previstas para estimar el valor de precarga admisible por el perno. Estas relaciones no cuentan o no han sido concebidas bajo un rigor matemático o científico sino más bien basado en la experiencia en diseño de pernos.

$$P_p = S_p \cdot A_t = 585.65 \text{MPa} * 245 \text{mm}^2 = 143484.25 \text{N} \dots\dots\dots(5.9)$$

$$P_i = \begin{cases} 0.75 \cdot P_p \dots\dots \text{junta..reutilizable} \\ 0.9 \cdot P_p \dots\dots \text{junta..permanente} \end{cases} \dots\dots\dots \text{relaciones...de...Russell} \dots\dots\dots(5.10)$$

$$P_i = \begin{cases} 107613.1875 \dots\dots \text{junta..reutilizable} \\ 129135.825 \text{N} \dots\dots \text{junta..permanente} \end{cases} \dots\dots\dots(5.11)$$

Para llegar a definir la porción de carga que absorbe el perno de la carga externa, es necesario calcular la carga externa que actúa sobre la junta. Para ello, hay que tener ciertas consideraciones y tomar algunas decisiones que involucran criterio.

Para realizar el cálculo, existen muchas formas de hacerlo. Unas más precisas que otras pero sin lugar a dudas más complejas. Se dice más complejo debido a que los cálculos para vigas usados en otros casos de diseño, se tornan mucho más largos y tediosos de manejar debido a la sección variable de los ejes o vigas (y por tanto distintos módulos de rigidez EI).

En este mismo sentido, si lo que se quiere es un análisis riguroso y exacto de la situación de las cargas en el eje, los métodos basados en EF's son sin lugar a dudas la mejor alternativa. Y es que el tratamiento analítico en sí, es similar al que los software basados en EF darían si se los analiza con ellos.

El software establece una matriz de rigideces, y realiza los cálculos para el tamaño y cantidad de elementos de los que está compuesta la pieza en análisis. Los resultados bajo este método son tanto o más precisos, y consecuentemente con menor probabilidad de error, que los que hallarían bajo un estudio analítico (a mano).

Debido a este motivo, si lo que se quiere es un análisis preciso, la alternativa más practica y rápida es realizarlo con un software basado en EF, en este caso el *Cosmos*.

Es claro también, que existen otros métodos analíticos que nos brindan aproximaciones bastante aceptables en algunos casos. En algunas ocasiones se los prefiere dado que se carece de un software de EF o simplemente no se sabe su uso.

Con la intención de ilustrar esta situación, se procederá a estimar la carga externa sobre los pernos en base a algunos cálculos analíticos y al software *Cosmos*. Para realizarlos, se harán algunos supuestos que simplifiquen el cálculo de una manera razonable.

Así pues, en la figura N° 5.9, se puede apreciar el esquema con el que se pretende estudiar analíticamente este problema. Las pesos del eje y del acople han sido considerados por separado aunque daría lo mismo si se lo aplica del C.G. del conjunto. Además se han considerado las cargas por el peso de las bobinas de inducción y de excitación.

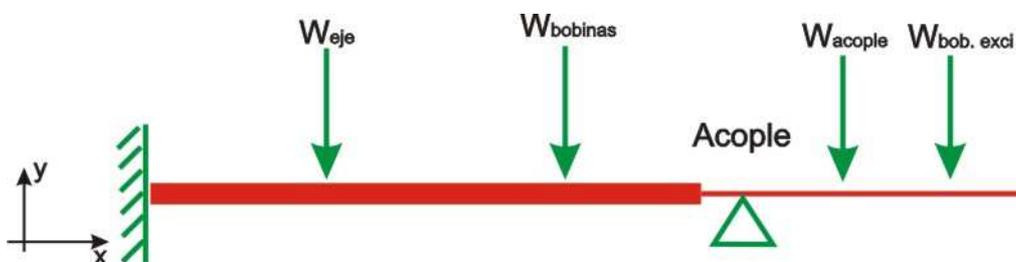


Figura N° 5.9.- Esquema o idealización del sistema en estudio. Los distintos grosores de las líneas han sido solo simbólicos para ubicar de manera geométrica el eje y su acople respecto de las cargas y los apoyos.

Aclarando un poco la naturaleza del segundo apoyo (el del rodaje), en lo sucesivo llamado apoyo "B", con respecto a su definición como apoyo de libre rotación o apoyo simple. Y es que, se sabe que este es un apoyo de rodamiento que restringe la rotación en "z" y por tanto ofrece un momento resistente que en este caso, va a ser igual a las cargas del acople y de las bobinas de excitación por sus debidas distancias.

Esta deducción se hace por la experiencia en la resolución de sistemas de este tipo y con la finalidad de eliminar una variable "supuestamente desconocida" en el sistema; la cual hubiera sido llamada M_B .

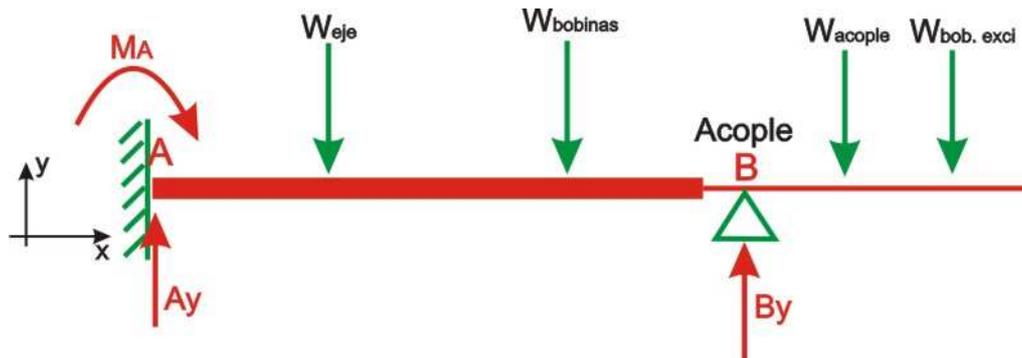


Figura N° 5.10.- Esquema del sistema a analizar. El momento resistente en B es conocido por lo que se lo ignora como reacción desconocida.

Este sistema será el único, ya que no existen cargas descentradas en otros planos distintos al XY. Por lo que el estudio se simplifica aún más en su análisis.

Pese a ello, y de un vistazo al sistema se deduce que se cuenta con tres variables incógnitas y con tan solo dos ecuaciones a proponer $\sum F_y$ y $\sum M$. De tal manera que se trata de un sistema indeterminado o hiperestático de primer orden.

Frente a esta situación, las opciones o caminos a seguir pueden variar unos de otros y dependerán del diseñador más que de criterios pre establecidos. Por una parte, se puede hacer a la estructura isostática, con sus consecuentes repercusiones en cuanto a resultados. Por otro lado, se pueden hacer uso de las relaciones para estructuras hiperestáticas las cuales han sido obtenidas bajo el principio de los trabajos virtuales PTV y que se encuentran desarrolladas en algunos textos de diseño (mecánico o estructural) y de resistencia de materiales.

En el caso en particular se optó por la segunda opción, dado que refleja de manera más fiel al sistema en estudio.

Hay que tener presente que para este análisis se está asumiendo que la viga tiene un solo momento de inercia en toda su longitud. A pesar que esto no es cierto, es una enorme simplificación que agiliza los cálculos estáticos bajo cierto coste en cuanto a precisión de cálculo.

De lo expuesto anteriormente acerca del apoyo B, se puede replantear el esquema del sistema a analizar para simplificarlo aun más sin que esto represente un coste en precisión de cálculo.

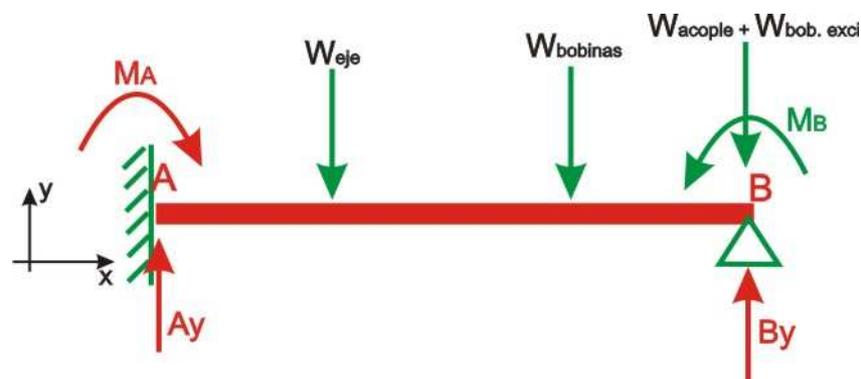


Figura N° 5.11.- En este esquema se ha trasladado el momento y las fuerzas correspondientes al peso de la bobina de excitación y del propio acople al nodo B.

Como ya se mencionó anteriormente, se harán uso de unas relaciones para resolver la indeterminación de la viga en análisis. Estas relaciones han sido obtenidas analíticamente en base al principio de los trabajos virtuales. Las expresiones obtenidas son recopiladas en tablas para una gran variedad de casos y están disponibles en la mayoría de los textos de diseño mecánico y resistencia de materiales.

Para el caso en particular, las relaciones que hacen posible el cálculo, son las siguientes:

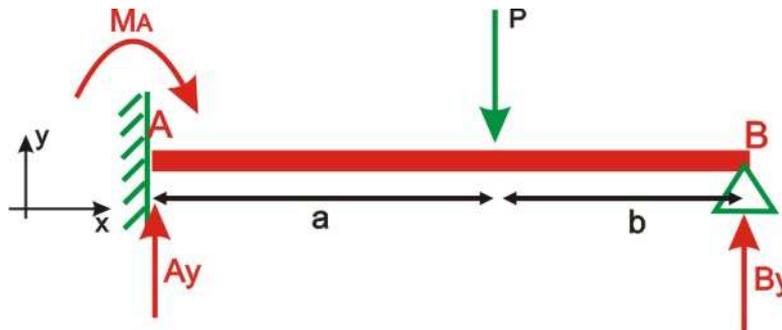


Figura N°5.12.- Barra empotrada y con un simple apoyo en el extremo. Estas relaciones se pueden encontrar en cualquier libro de diseño o resistencia de materiales

$$M_A = \frac{P \cdot b}{2 \cdot L^2} (L^2 - b^2) \quad A_y = \frac{P \cdot b}{L} \left(\frac{3}{2} - \frac{b^2}{2 \cdot L^2} \right) \dots \dots \dots (5.12)$$

$$B_y = \frac{P}{L} \left(-\frac{3}{2} \cdot b - \frac{b^3}{2 \cdot L^2} + L \right) \dots \dots \dots (5.13)$$

También se hará uso del siguiente caso, cuando la única carga presente en la viga o eje es un momento.

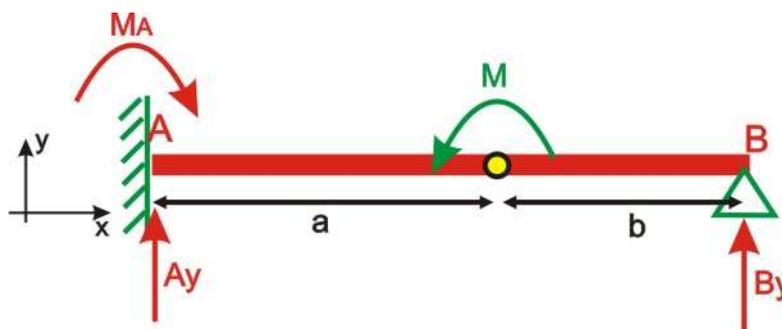


Figura N°5.13.- Única carga presente sobre esta viga es el momento flector.

$$M_A = \frac{M}{2 \cdot L^2} (3b^2 - L^2) \quad A_y = \frac{3M}{2 \cdot L^3} (L^2 - b^2) \dots \dots \dots (5.14)$$

$$B_y = -A_y \dots \dots \dots (5.15)$$

En base a estas relaciones y al método de la superposición, se podrá hallar las reacciones tanto en A y B como también el diagrama de momentos flectores DMF. La superposición procederá bajo los esquemas mostrados en la figura N°5.14.

En el marco de las fórmulas anteriores y de los esquemas de análisis propuestos, es que se van a realizar los cálculos para determinar las reacciones y los momentos en los extremos. Esto nos ayudará a determinar numéricamente el DMF (diagrama de momentos flectores) indispensable para hallar las cargas actuantes sobre los pernos.

Las relaciones para casos indeterminados, son muy útiles dada su facilidad y rapidez. Para desarrollar casos relativamente complicados sólo basta desglosar el caso en cuestión en sub casos, los cuales hay en una gran variedad. Estas pueden encontrarse en textos de resistencia de materiales, de análisis estructural o de diseño.

No debe perderse de vista que estas fórmulas funcionan para vigas o ejes con sección uniforme y por tanto, si lo que se quiere son deflexiones o desplazamientos estas pierden validez total. Sin embargo, aquí lo único que se quiere es obtener el diagrama de momentos flectores (DMF) y las reacciones para las cuales no hay problema que sea de consideración importante.

A pesar de ello, puede decirse que se cometerá un error de aproximación si se lo compara con el obtenido con los obtenidos con el software de EF.

$$M_A = M_A^i + M_A^{ii} + M_A^{iii} + M_A^{iiii} \dots\dots\dots(5.16)$$

El momento en el punto B, es el que genera el peso del acople en conjunto con el de las bobinas de excitación.

$$M_B = W_{acople} (336.54) + W_{bob.exc} (637.5) \dots\dots\dots(5.17)$$

$$M_B = 1238,237 N.m \dots\dots\dots(5.18)$$

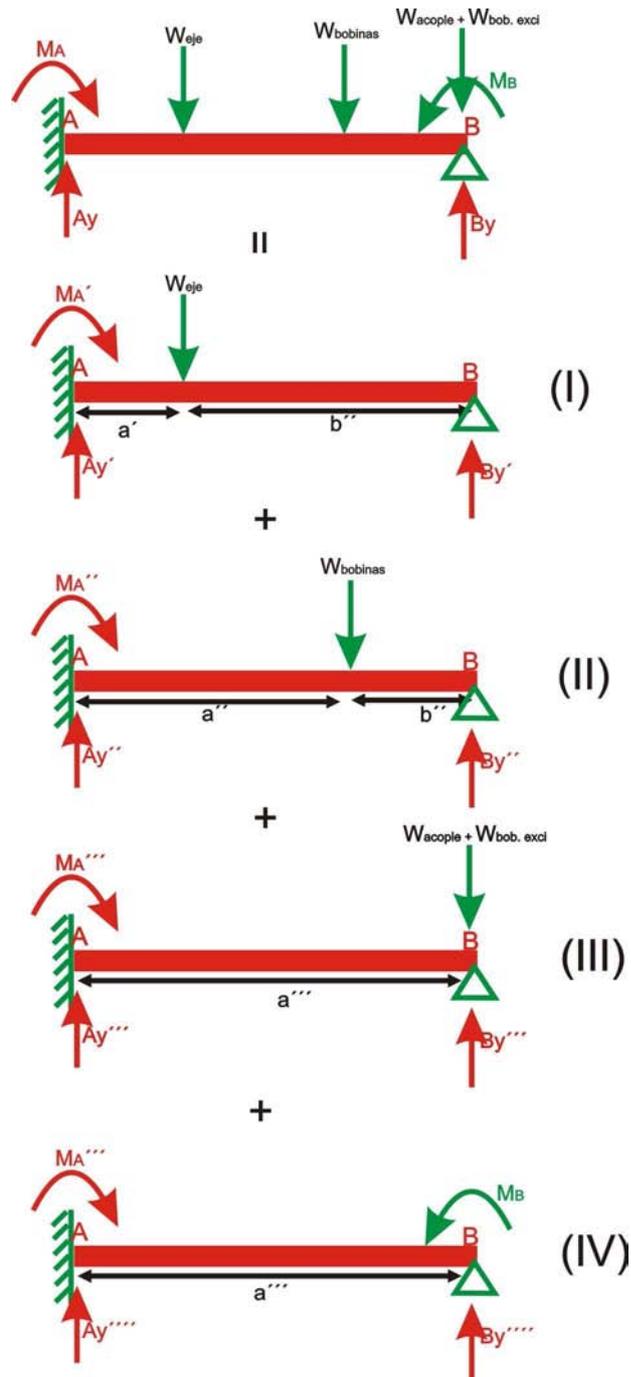


Figura N° 5.14.- “Desglose” del caso en estudio en los casos de tablas.

Tabla N°5.6.- Todos los resultados parciales y totales del sistema en estudio.

Estudio	M_A (N.m)	R_A (N)	R_B (N)
I	1 639.12903	5 081.3166	1 406.6833
II	12 443.57787	34 159.3163	17 014.6836
III	0	0	2 338
IV	619.1185	-1413.85	1413.85
Total	14 701.52841	40 654.3068	19 345.693

Con los subsistemas resueltos, queda obtener nada mas los DMF's de todos los casos y superponerlos. Para el caso del subsistema III, el DMF es cero o nulo debido a que todas las cargas están en los extremos, por lo que no se lo tiene en cuenta.

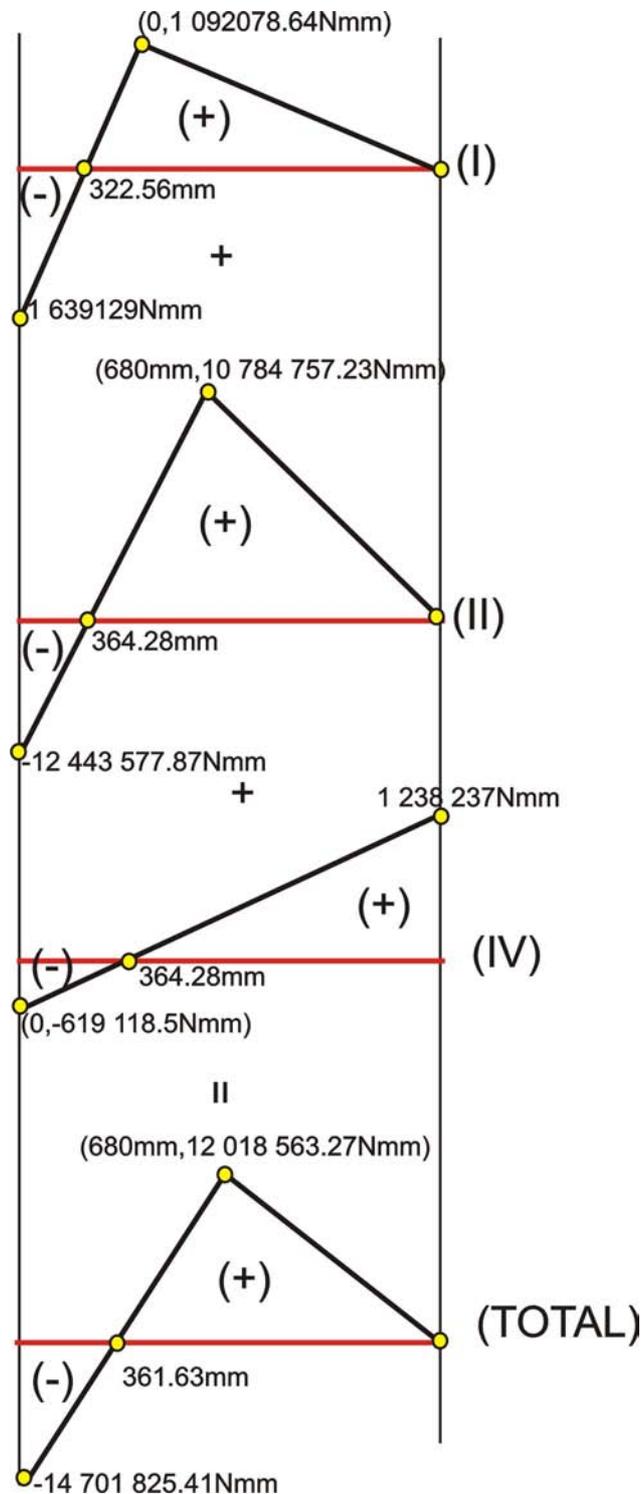


Figura N°5.15.- Diagramas de momento flector. No existe diagrama para el subsistema III. Los gráficos no están a escala. En estos diagramas no está incluido el acople.

5.5.1 Estado actual de la junta

El análisis se enfocará en las zonas críticas o de mayor interés del caso en estudio. Teniendo esto en mente es que nos centramos en analizar la parte de la unión bridada entre el eje y su acople. Esto con miras a verificar la instalación y el estado actual de los elementos de sujeción.

Del diagrama de momentos flectores global, se obtiene que el momento en el apoyo B es:

$$M_B = 1'238237N.mm \dots\dots\dots(5.19)$$

Y en la zona de las bridas a una distancia del apoyo A de 1051.3mm aproximadamente, el momento es:

$$M = 5'703606.83N.mm \dots\dots\dots(5.20)$$

A partir de aquí, se pueden hallar los esfuerzos para poder trabajar con ellos mediante la expresión del esfuerzo para un momento flexionante. Pero primero hay que obtener el momento de inercia de la sección.

$$I = \left(\frac{\pi \cdot 21^4}{64} + \frac{\pi \cdot 21^4}{64} * 100^2 \right) * 10 \dots\dots\dots(5.21)$$

El momento de inercia se halla mediante el teorema de Steiner, la distancia de cada uno de los pernos al centro de inercia es de 100mm. Y el número de pernos es de 10.

$$\sigma = \frac{M.c}{I} = \frac{5'703606.83Nmm.(57.125mm)}{2'260219.325mm^4} = 54.7839MPa \dots\dots(5.22)$$

Este es el esfuerzo hallado, siempre y cuando dicho esfuerzo sea asumido por los 10 pernos, pero como sabemos que solo lo hacen 5 de ellos (los otros están a compresión) el momento de inercia se divide entre dos. Lo que da lo mismo multiplicar el esfuerzo por dos.

$$\sigma = 109.5678MPa \dots\dots\dots(5.23)$$

En base a este valor se podrá determinar la fuerza que cada perno soporta sabiendo que:

$$\sigma_{total} = \frac{N_{pernos}}{2} \cdot \sigma_{p/ perno} = \frac{N_{pernos}}{2} \frac{F_{externa_sobre_perno}}{A_t} \dots\dots\dots(5.24)$$

Se usa la mitad del número de pernos ya que la otra mitad de pernos estarán sujetos a compresión debido al giro y la condición de esfuerzos del eje.

$$F_{externa_sobre_perno} = 5368.83N \dots\dots\dots(5.25)$$

Como se sabe, la precarga sobre un perno, tiene que estar sobre ciertos valores admisibles o recomendados. Así pues:

$$0.6P_p \leq P_i \leq 0.9P_p \dots\dots\dots(5.26)$$

$$86090.55N \leq P_i \leq 129135.83N \dots\dots\dots(5.27)$$

Para hallar el limite de resistencia a la fatiga se considera tan solo el factor de concentración de esfuerzos (por los filetes del perno) y de confiabilidad del 90%. Ambos datos pueden encontrarse en tablas de fatiga.

$$S_e = K_{confiabilidad} \cdot K_{concentracion} \cdot S'_e = (0.897)(0.33)(0.5)(830) \dots\dots(5.28)$$

$$S_e = 124.1MPa \dots\dots\dots(5.29)$$

Las condiciones y datos actuales del caso en cuestión se pueden operar con la siguiente fórmula:

$$P_i = A_t \cdot S_{ut} - \frac{C_k \cdot FS \cdot P}{2N_{pernos}} \left(\frac{S_{ut}}{S_e} + 1 \right) \dots\dots\dots(5.30)$$

En la que obtenemos el factor de seguridad para la instalación actual. Hay que tener presente que en la expresión se usará un valor de precarga de $0.75P_p$.

En lo que se obtuvo:

$$FS = 23.2 \dots\dots\dots(5.31)$$

Que es el factor de seguridad para la junta entre el eje y su acople a fatiga. Podría decirse que este un factor bastante alto, si lo que se quiere es una estructura óptima estructural y económicamente.

Respecto a cual es el factor de seguridad idóneo, la bibliografía ofrece muchas opciones y muchas de ellas no se pueden comparar entre sí ya que este es un tema de criterio. Como tal, esta es una de las grandes responsabilidades que debe asumir el diseñador.

Sin embargo, siempre existen manuales o normativas que recomiendan ciertos factores de seguridad de acuerdo al elemento que se este diseñando. Lamentablemente, a pesar del flujo de información actual, algunos de ellos aún no son de libre o fácil acceso.

En general, en cuanto a juntas, los autores de los textos de diseño mecánico recomiendan que este factor no sobrepase 2.4 y muy usualmente esta por debajo de 2.0. Esto siempre teniendo claro que son recomendaciones generales. Para el caso en particular, si bien el FS es bastante alto, este diseño no es concluyente por lo que quedan otros factores a tener en cuenta y que escapan al objetivo de esta tesis (vibraciones por ejemplo).

Usando los resultados analíticos del DMF, para realizar una comparación con los obtenidos con el *Cosmos*. En el apoyo B, se analizan los esfuerzos:

$$\sigma = \frac{M.c}{I} = \frac{1'238'237 \text{ Nmm} \cdot (57.125 \text{ mm})}{\frac{\pi \cdot 114.25^4}{64} \text{ mm}^4} = 8.457 \text{ MPa} \dots\dots\dots(5.32)$$

Obteniendo del *Cosmos* la tabla resumen de los resultados de esfuerzo en el apoyo B, se obtiene que:



	Valor	
Suma:	396.42	N/mm ² (MF)
Avg	2.5576	N/mm ² (MF)
Máx.	25.179	N/mm ² (MF)
Mín.	0.096243	N/mm ² (MF)
Valor RMS	5.0145	N/mm ² (MF)

Figura N°5.16.- Esta tabla se obtiene de la opción *listado de valores o probe*. Para ello se seleccionó la cara del sólido en donde se quieren conocer los esfuerzos. En este caso en particular, del apoyo B.

De estas tablas, el valor a tener en cuenta es el RMS ya que representa de mejor manera el promedio de los esfuerzos. Para el caso del apoyo B los esfuerzos resultan similares aunque con cierta diferencia debido a que el software es más preciso.

En el lado de la brida donde el momento es de 5'703 606.83Nmm, el esfuerzo será:

$$\sigma = \frac{M.c}{I} = \frac{5'703'606.83 \text{ Nmm} \cdot (125 \text{ mm})}{\frac{\pi \cdot 250^4}{64} \text{ mm}^4} = 3.718 \text{ MPa} \dots\dots\dots(5.33)$$



	Valor	
Suma:	46.991	N/mm ² (MF)
Avg	0.58013	N/mm ² (MF)
Máx.	1.2182	N/mm ² (MF)
Mín.	0.11302	N/mm ² (MF)
Valor RMS	0.62037	N/mm ² (MF)

Figura N° 5.17.- Tabla resumen de los esfuerzos en la cara correspondiente a la brida o unión eje-acople.

Para este caso, la diferencia en magnitud de los valores (analítico y RMS) se acentuó, pero esto es debido a la acción del embone que absorbe cierta carga y que no ha podido ser considerada en los cálculos manuales. Por tal motivo, los cálculos analíticos arrojan valores más altos que los del software.

En general, del análisis con EF. La pieza resulta bastante segura estáticamente aunque con algunas concentraciones de esfuerzo. Una de las zonas, es justamente la que presentó fallas en el eje original aunque de muy baja magnitud, retratan pues las zonas de interés en este caso.

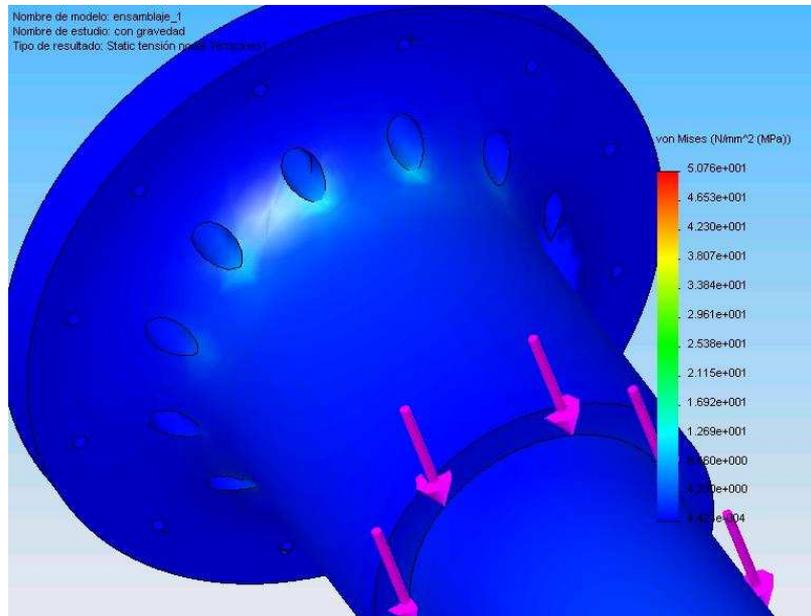


Figura N° 5.18.- En el apoyo del eje con el cigüeñal, algunas concentraciones leves de esfuerzos. En ningún punto de esta sección del eje, la estructura está comprometida.

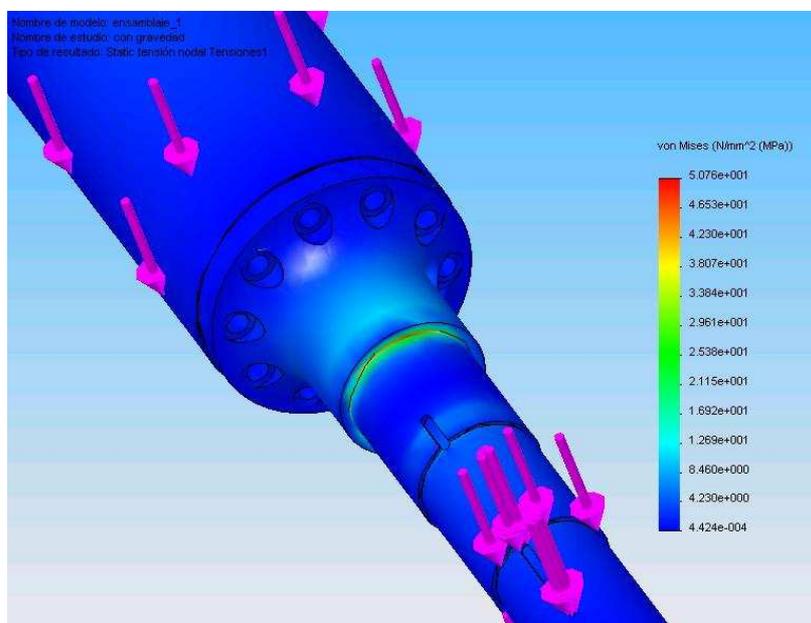


Figura N°5.19.- Concentración de esfuerzos en el cambio de sección en la zona del rodaje (apoyo B). Esta es la misma zona que falló en el eje original.

Vale la pena recordar que los colores “alarmantes” en el *Cosmos* no son indicadores de fallas sino simplemente indicadores dentro de una “escala” que el software genera automáticamente. En este caso, las zonas críticas (rojas) están en el orden de los 50MPa y por tanto no significan problemas en la estructura.

A pesar de ello, y si se estuviera desarrollando un diseño total del eje (diseño a partir de cero y no un estudio evaluativo como en este caso), estos resultados serían indicadores de que son zonas a tener en cuenta.

Las estrategias más comunes para reducir concentraciones de esfuerzos como los que se han visto, es la de aumentar los radios de redondeo. Es una opción sencilla y eficaz aunque con ciertos límites.

Los límites vienen debido a que se deben guardar ciertas características para el montaje de ciertos accesorios de transmisión o instrumentos. Como se sabe, los cambios de sección son usados para montar estos elementos sobre el eje, por lo que radios de redondeo demasiado grandes impiden una buena sujeción.

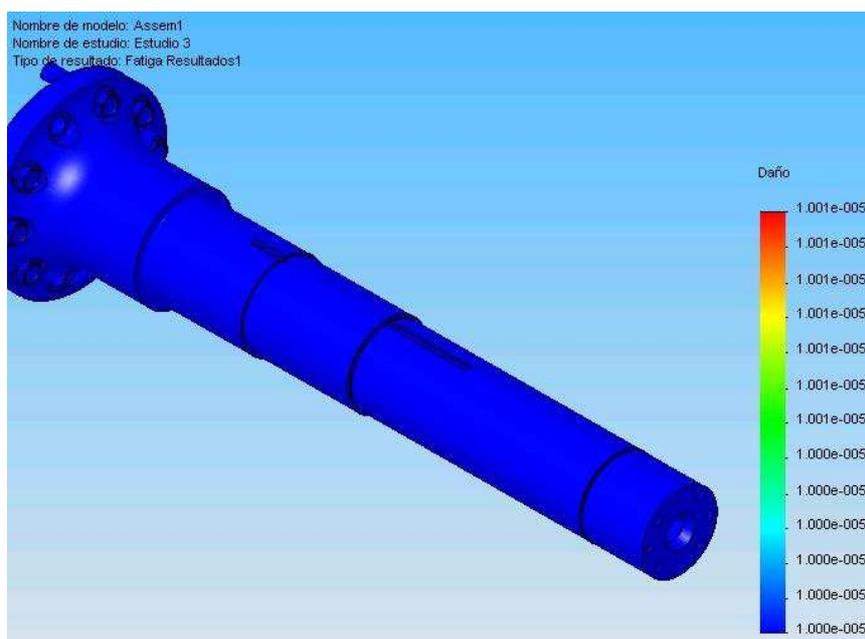


Figura N°5.20.- Grafica de daño acumulativo. Para esta simulación, no hay valores críticos.

De la simulación de las condiciones de cargas sobre este componente, la regla de Miner no nos predice que vaya a ocurrir un fallo sobre este elemento. En ninguno de los puntos que comprende esta pieza, incluso en los puntos donde existen concentradores de esfuerzos “naturales” como los chaveteros los valores registrados son normales.

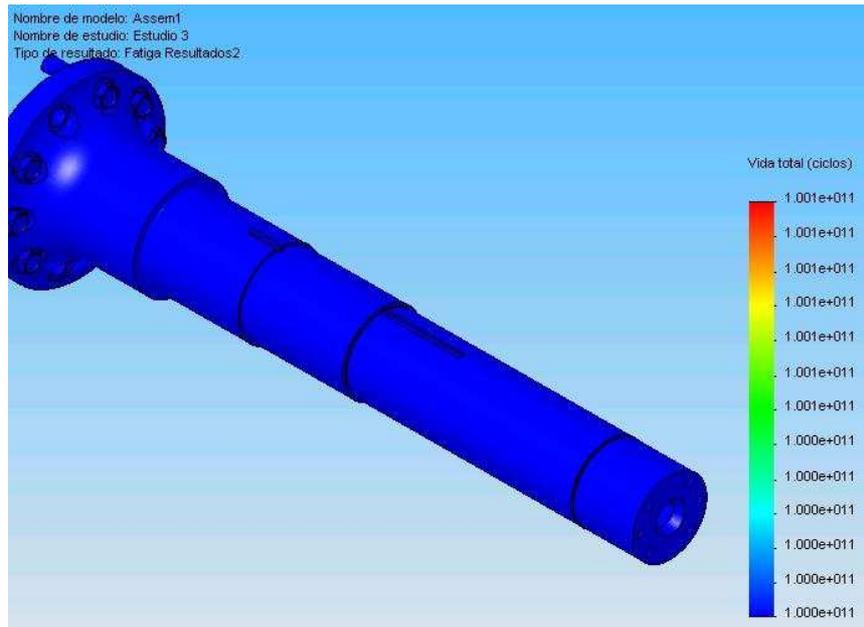


Figura N°5.21.- Grafica de vida total. De acuerdo a esta grafica, este eje tiene una vida asegurada del orden de 1E11 ciclos (vida infinita).

Como es de esperarse, la gráfica de vida a la fatiga nos predice que este componente está diseñado de manera correcta, que no fallará bajo las condiciones ensayadas y que no se anticipa su falla sólo en el caso de que no se alteren las condiciones de diseño.

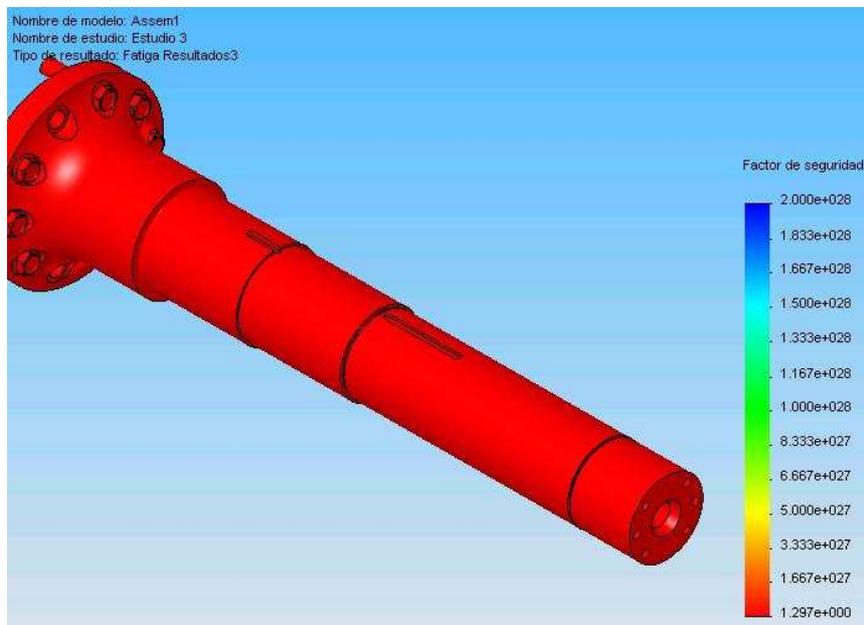


Figura N°5.22.- Grafica de factor de seguridad. Bajo las condiciones de carga y teniendo el coeficiente global de disminución a fatiga, el elemento tiene un FS promedio de 1.3

Como se ve, los cálculos realizados de manera analítica han sido bastante aproximados en ciertas partes del eje. En general, el método de los EF es más preciso y por tanto más recomendable en caso de ejes o estructuras con complejidad geométrica superior. También sirve como complemento a los cálculos hechos aquí, dado que nos informa de posibles zonas críticas de la pieza.

5.5.2 Verificación del diseño del eje

5.5.2.1 Cálculos generales

En este caso de estudio, las cargas que actúan sobre el eje sólo generan esfuerzos de flexión alternante y cortante medio. Este es justamente el caso más común de diseño en cuanto a diseño de ejes. Como se mencionó en la sección 2.4, esta condición de esfuerzos tiene varios planteamientos incluso uno dado por la ASME.

Del diagrama de momentos flectores obtenido en la figura 5.15 se podrá obtener el momento alternante que actúa sobre la sección del eje a analizar, el cual se usará a su vez en la siguiente ecuación y en la 5.35.

$$M_{cojinete} = M_a \dots\dots\dots(5.34)$$

Dado que el estudio analítico tiene sus restricciones, sólo se puede hallar el esfuerzo en un punto del eje (de manera general) y no en un nodo como si se podría hacer con un software de EF. En este caso, habría que usar el momento de inercia en esa sección del eje para hallar el esfuerzo actuante en esta sección.

$$\sigma_{cojinete} = \sigma_a = \frac{M_a \cdot c}{I} \dots\dots\dots(5.35)$$

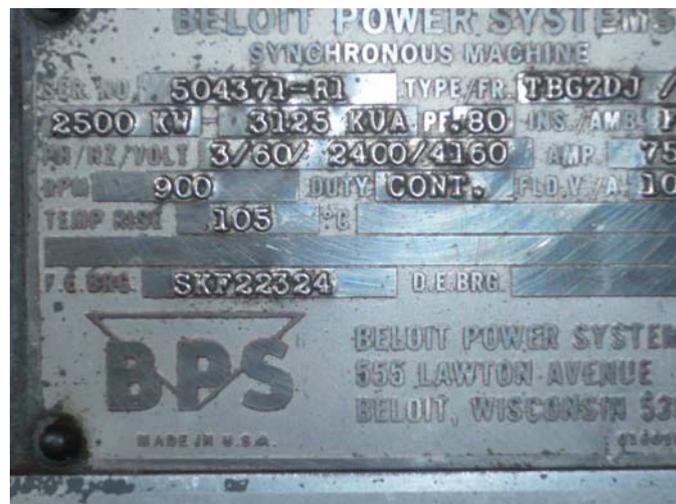


Figura N°5.23.- Datos de placa del generador. Estos datos ayudarán a calcular es esfuerzo cortante medio.

Se ha mencionado en la sección 2.3 que en todo estudio de ejes es necesario realizar un diagrama de momentos torsores, en este caso se puede obviar dado que sólo hay uno actuante y es a lo largo de todo el eje.

Para la definición del esfuerzo cortante que actúa sobre el eje son necesarios algunos datos recogidos en la placa del mismo generador. El procedimiento es sencillo tal y como se muestra a continuación.

$$T_{cojinete} = T_m = \frac{P_{transmision}}{\omega_{eje_generador}} = \frac{2.5MW}{900rpm} = 26'525.823Nmm$$

$$\tau_m = \frac{T_m \cdot r}{J} \dots\dots\dots(5.36)$$

Aquí el procedimiento puede tomar dos caminos, se pueden hallar los factores de seguridad de manera grafica o puede usarse la formula 2.36 para hallar de manera rápida el factor de seguridad.

Sea cual sea el método a seguir, tiene que definirse antes el límite de resistencia a la fatiga (S_e) en las posiciones donde se desea hallar el factor de seguridad. También se deben identificar los valores de momento flector para poder calcular los esfuerzos alternantes y se deben hallar los esfuerzos cortantes por torsor.

Como es sabido, la zona del cojinete o apoyo B es la zona que presentó la falla y como tal, es una zona de interés en el estudio así también como la unión entre el eje y su acople. Dado que se tienen todos los datos geométricos de estas zonas, esta es una tarea que no resulta difícil hacer.

5.5.2.2 Calculo de S_e y esfuerzos actuantes

La determinación de los limites de resistencia a la fatiga se hacen en base a los factores de Marin (factores de reducción a la fatiga) vistos en el capítulo I. Respecto a ello, la bibliografía, es bastante amplia y casi repetitiva por lo que las tablas y gráficos necesarios para esta tarea no son difíciles de conseguir.

a) Para el cojinete

Para la elección de los factores se usará una confiabilidad del 99%, superficie pulida y un radio de redondeo de 2mm tal y como muestran los planos (ver apéndice y poner números)

Tabla N°5.7.- Factores de Marin para la zona del cojinete o apoyo B.

Factor	Valor
Superficie	$K_a = 0.9$
Tamaño	$K_b = 1.189(114.25)^{-0.097} = 0.751$
Confiabilidad	$K_c = 0.814$
Temperatura	$K_d = 1$
Sensibilidad a la entalla	$K_f = 1 + q(K_t - 1) = 2.394$
Concentración	$K_e = \frac{1}{K_f} = 0.42$

Con los factores determinados, se halla el límite de resistencia a la fatiga.

$$S_e = (0.9)(0.75)(0.814)(1)(0.42)800MPa = 184.6152Mpa$$

En este caso, el límite de resistencia a la fatiga resultó ser aproximadamente el 23% del esfuerzo de rotura.

Con la ayuda del diagrama de momentos flectores se calcula:

$$M_{cojinete} = M_a = 1'238237.5N.mm$$

El esfuerzo alternante viene dado por la expresión de momento flector:

$$\sigma_{cojinete} = \sigma_a = \frac{M_a \cdot c}{I} = 8.45MPa$$

El esfuerzo cortante medio, con la ayuda del momento torsor y para la sección en la que se evaluará es:

$$\tau_m = \frac{T_m \cdot r}{J} = 90.6MPa$$

b) Para la brida

La zona de la brida corresponde a la unión entre el acople y el eje, enfocándose sobre el acople ya que es la pieza en análisis.

Tabla N°5.8.- Factores de Marin para la zona de la brida o unión entre el eje y su acople.

Factor	Valor
Superficie	$K_a = 0.9$
Tamaño	$K_b = 1.189(250)^{-0.097} = 0.695$
Confiabilidad	$K_c = 0.814$
Temperatura	$K_d = 1$
Sensibilidad a la entalla	$K_e = 1$
Concentración	$K_e = \frac{1}{K_f} = 1$

Con la aplicación de todos los factores, el límite de resistencia a la fatiga resulta:

$$S_e = (0.9)(0.695)(0.814)(1)(1).800MPa = 407.8857MPa$$

El límite de resistencia a la fatiga resulta ser aproximadamente el 50% del esfuerzo de rotura.

El momento alternante sobre la brida es:

$$M_{brida} = M_a = 5'703606.83N.mm$$

Con el que se puede hallar el esfuerzo alternante que actúa sobre ella. Los valores que resultan en el *Cosmos*, son mucho menores debido a la acción del embone el cual aporta un momento resistente y hace que el esfuerzo en la superficie del eje disminuya.

$$\sigma_{brida} = \sigma_a = \frac{M_a \cdot c}{I} = 3.7181MPa$$

$$\tau_m = \frac{T_m \cdot r}{J} = 8.65 \text{MPa}$$

Lo que se quiere obtener de estos cálculos es el factor de seguridad. Para llegar a ello, existen dos caminos o formas de hacerlo. Para ilustrar un poco más la variedad de posibilidades o “caminos” que uno puede seguir para hallar el factor de seguridad de un elemento en un determinado punto, se realizarán ambos métodos.

5.5.2.3 Método analítico

Dado que la parte del acople del eje que se está analizando es hueca, habrá que adecuar la fórmula 4.36 a la condición de esfuerzos que aquí se tiene en particular. Si bien, la condición de esfuerzos que se tiene se adecua totalmente a la del criterio de la ASME, como se trata de un eje hueco, habrá que usar la fórmula 2.36 que queda de la siguiente forma.

$$FS = \frac{\pi \cdot D^3 \left(1 - \left(\frac{d}{D}\right)^4\right) \cdot S_{yp}}{32 \sqrt{\left(\frac{S_y}{S_e} K_f M_a\right)^2 + \frac{3}{4} (T_m)^2}} \dots\dots\dots(5.37)$$

A la vez, se usa otra fórmula hallada a partir del criterio de Soderberg para el mismo caso y para las mismas condiciones.

$$FS = \frac{\pi \cdot D^3 \left(1 - \left(\frac{d}{D}\right)^4\right) \cdot S_{yp}}{32 \cdot \left(\left(\frac{S_y}{S_e} K_f M_a\right) + \frac{\sqrt{3}}{2} (T_m)\right)} \dots\dots\dots(5.38)$$

Los datos a ingresar en las fórmulas N° 5.37 y 5.38 para cada una de las zonas son:

Tabla N°5.9.- Datos a ingresar en la ecuación N°

	Brida	Cojinete
D	250mm	114.25mm
d	31.5mm	31.5mm
K_f	1	2.4
M_a	5'703606.83N.mm	1'238237.5N.mm
T_m	26'525823.84N.mm	26'525823.84N.mm
S_e	407.9MPa	184.62Mpa
S_{yp}	800Mpa	800Mpa

Estos valores dan como resultado, los siguientes factores de seguridad

Tabla N°5.10.- Factores de seguridad en las zonas de unión (brida) y cojinete del eje en estudio

Zona	FS ASME	FS SODERBERG	FS SODERBERG GRAFICO
Brida	48.02	35.92	35.63
Cojinete	4.422	3.25	4.13

5.5.2.4 Método gráfico

Los esfuerzos tal y como se han hallado en el apartado 5.5.2.2 para las zonas de la brida y del acople, no son aplicables, aún, a ninguno de los criterios de esfuerzos medios no nulos vistos anteriormente.

Para poder aplicar alguno de estos criterios, es necesario pasar del estado multiaxial de esfuerzos actual a otro uniaxial, con las siguientes expresiones (de Von Mises):

$$\sigma_{m_eq} = \sqrt{(\sigma_m)^2 + 3(\tau_m)^2} \dots\dots\dots(5.39)$$

$$\sigma_{a_eq} = \sqrt{(\sigma_a)^2 + 3(\tau_a)^2} \dots\dots\dots(5.40)$$

Las cuales, para el caso en cuestión resultan en ambos casos (brida y acople) en:

$$\sigma_{m_eq} = \sqrt{3}\tau_m \dots\dots \sigma_{a_eq} = \sigma_a$$

Tabla N°5.11.- Valores de esfuerzo equivalente medio y alternante en las dos zonas en estudio. Con estos esfuerzos se podrá aplicar cualquiera de los métodos para esfuerzo medio no nulo.

Zona	σ_{m_eq}	σ_{a_eq}
Brida	14.98MPa	3.7181MPa
Cojinete	156.903MPa	8.45MPa

En la determinación del factor de seguridad, bastará con calcular los segmentos determinados por la recta de carga y la de Soderberg y hacer una simple división. Para el cálculo se consideró apropiado y sencillo usar el software de diseño asistido por computadora (CAD) AUTOCAD.

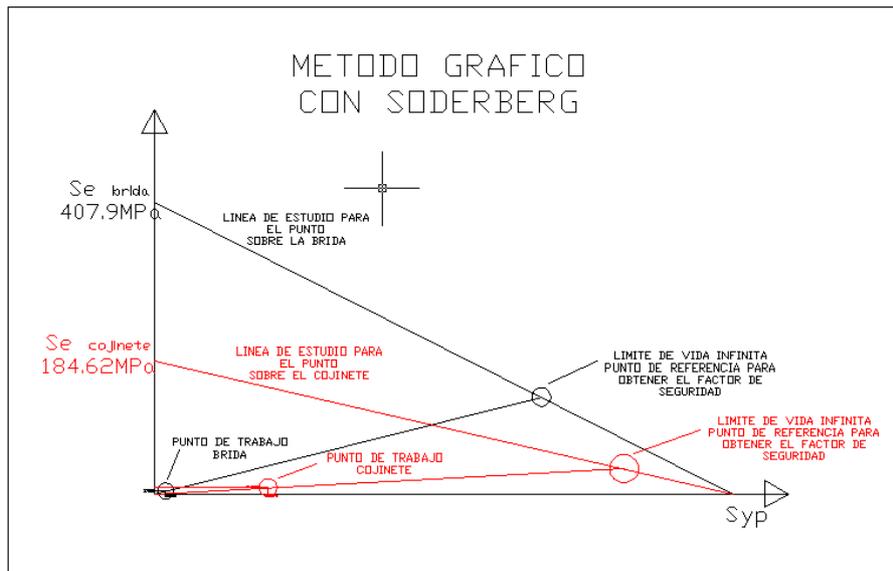


Figura N°5.24.- Ilustración de la determinación de los factores de seguridad mediante el método gráfico. Mayor detalle en el anexo.

5.6 Diseño de pernos

Hasta el momento, lo que se ha realizado es una evaluación del diseño y de los principales elementos en su momento actual. Los resultados alcanzados resultan satisfactorios desde el punto de vista de la fatiga bajo ciertas observaciones en su momento indicadas. Pese a ello, se sabe que en el diseño mecánico siempre cabe otra solución o soluciones a cierto problema.

Por tal motivo, se intentará plantear otras alternativas de solución al que ya fue realizado anteriormente. Como tal, este no procurará desvirtuar o mellar al ya existente sino más bien ilustrar la variedad de opciones con que se puede contar en el estudio de este tipo de casos.

En primer lugar, se variará el grado métrico de los pernos a usar. En particular se usarán otros dos tipos y por tanto, de diferentes características de resistencia. A la vez, bajo diferentes diámetros y bajo diferentes cantidades.

Lo primero es recoger las características geométricas y de resistencia, las cuales están ilustradas en la siguiente tabla:

Tabla N°5.12.- Datos geométricos y de resistencia de los pernos a usar. Se usaran pernos de 10, 12, 16mm de dos grados métricos 4.8 y 5.8.

grado metrico	d (mm)	paso basto	dr (mm)	Sut (Mpa)	Sp (Mpa)	Se (Mpa)	At (mm2)
4.8	10	1.5	8.1596965	420	310	62.1621	58
4.8	12	1.75	9.85297925	420	310	62.1621	84.3
4.8	16	2	13.546262	420	310	62.1621	157
5.8	10	1.5	8.1596965	520	380	76.9626	58
5.8	12	1.75	9.85297925	520	380	76.9626	84.3
5.8	16	2	13.546262	520	380	76.9626	157

Es en base a estas características que se determinará la precarga admisible por perno. Estas son halladas bajo las relaciones de Russel, las cuales son recomendadas en casi toda la bibliografía de diseño de juntas.

Tabla N°5.13.- En base a las características de los pernos, se obtienen los rangos de precarga admisibles para cada tipo de pernos. Esta información es la que ayudará a determinar la solución óptima.

grado métrico	d (mm)	Pp (N)	0.6Pp (N)	0.75Pp (N)	0.9Pp (N)
4.8	10	17980	10788	13485	16182
4.8	12	26133	15679.8	19599.75	23519.7
4.8	16	48670	29202	36502.5	43803
5.8	10	22040	13224	16530	19836
5.8	12	32034	19220.4	24025.5	28830.6
5.8	16	59660	35796	44745	53694

Se procede a hallar una de las propiedades geométricas muy importantes en las juntas y que es constante, independientemente del grado métrico que sea el perno. Por tal motivo, en la tabla 5.14 sólo figuran 3 grupos (para los 3 diámetros).

Dentro de cada grupo, la rigidez se ha calculado en tres partes ya que así lo determina la junta según la distribución de esfuerzos en forma de tronco de cono (figura 5.8).

Tabla N°5.14.- Tabla que recolecta los valores de rigidez de la junta para distintos diámetros.

RIGIDEZ DE LA JUNTA			
p/junta	di	Li	Kji
Para d=10mm			
1	15	30	18584168.63
2	118.923048	8	121654.3242
3	15	38	20199056.19
Para d=12mm			
1	18	30	20744425.97
2	121.923048	8	224642.7926
3	18	38	17046192.4
Para d=16mm			
1	24	30	24310043.81
2	127.923048	8	272140.3175
3	24	38	27066491.35

Como es de suponer, la rigidez del perno y de la junta resultará igual en pernos de igual diámetro a pesar de ser de distinto grado métrico.

Tabla N° 5.15.- Rigideces de perno y de junta totales para cada tipo de perno. De estos valores se calcula el modulo adimensional de rigidez C_k .

grado metrico	d	Kb	Kj	Ck
4.8	10	1077649.343	120144.243	0.89969537
4.8	12	1407948.116	219376.112	0.86519213
4.8	16	2042029.333	266477.909	0.884567
5.8	10	1077649.343	120144.243	0.89969537
5.8	12	1407948.116	219376.112	0.86519213
5.8	16	2042029.333	266477.909	0.884567

A continuación, según el diámetro se calcula el momento de inercia en la sección correspondiente a los pernos.

Tabla N°5.16.- Tabla de los momentos de inercia según el diámetro de los pernos. Todos los datos están en mm (momentos de inercia en mm⁴)

grado metrico	diámetro	Mmt. Inercia
4.8	10	785889.037
4.8	12	1131991.23
4.8	16	2013836.29
5.8	10	785889.037
5.8	12	1131991.23
5.8	16	2013836.29

Para cada caso en particular, en cuanto al número de pernos y al diámetro. Lo que cambia es el momento de inercia y por tanto el esfuerzo total a asumir por parte de cada uno de ellos.

Tabla N°5.17.- Tabla resumen de los pernos de 10mm. Casos para distintos números de pernos.

Con d=10			
N pernos	I	E. total	Carga p/perno
8	3143556.15	181.4380453	2630.85166
10	3929445.19	145.1504362	1683.74506
12	4715334.22	120.9586969	1169.2674
14	5501223.26	103.678883	859.053602

Tabla N°5.18.- Tabla resumen de los pernos de 12mm.

Con d=12			
N pernos	I	E. total	Carga p/perno
8	4527964.93	125.964024	2654.69181
10	5659956.16	100.771219	1699.00276
12	6791947.39	83.9760161	1179.86303
14	7923938.62	71.9794423	866.838141

Tabla N°5.19.- Tabla resumen de los pernos de 16mm

Con d=16			
N pernos	I	E. total	Carga p/perno
8	8055345.16	70.8052445	2779.10584
10	10069181.4	56.6441956	1778.62774
12	12083017.7	47.2034963	1235.15815
14	14096854	40.4601397	907.463133

Para el caso de los pernos con grado métrico de 5.8, se obtuvieron los siguientes resultados:

Tabla N°5.20.- Tabla resumen de los pernos de 10mm.

Con d=10			
N pernos	I	E. total	Carga p/perno
8	3143556.15	181.438045	2630.85166
10	3929445.19	145.150436	1683.74506
12	4715334.22	120.958697	1169.2674
14	5501223.26	103.678883	859.053602

Tabla N°5.21.- Tabla resumen de los pernos de 12mm.

Con d=12			
N pernos	l	E. total	Carga p/perno
8	4527964.93	125.964024	2654.69181
10	5659956.16	100.771219	1699.00276
12	6791947.39	83.9760161	1179.86303
14	7923938.62	71.9794423	866.838141

Tabla N°5.22.- Tabla resumen de los pernos de 16mm.

Con d=16			
N pernos	l	E. total	Carga p/perno
8	8055345.16	70.8052445	2779.10584
10	10069181.4	56.6441956	1778.62774
12	12083017.7	47.2034963	1235.15815
14	14096854	40.4601397	907.463133

Como se puede haber notado, hasta aquí las características geométricas han hecho que los resultados entre pernos de un grado u otro sean similares. Las coincidencias acaban cuando se calcula la precarga admisible para un determinado factor de seguridad (dado que son de distinto grado y por tanto, distinta resistencia).

De las recomendaciones bibliográficas, se recoge un factor de seguridad FS de 2.0. Con este valor se realiza el cálculo de la precarga para fatiga. El valor de precarga es el que se comparará con el hallado anteriormente (tabla 5.13), el cual, deberá ser menor.

Tabla N°5.23- Resumen de los cálculos obtenidos para pernos de grado métrico 4.8. Las celdas sombreadas en amarillo son las que muestran una precarga dentro de los márgenes calculados.

GRADO 4.8					
d=10mm		d=12mm		d=16mm	
N pernos	Pi calculado	N pernos	Pi calculado	N pernos	Pi calculado
8	6000.56812	8	17590.6621	8	47289.7336
10	12609.9636	10	24004.1838	10	54003.8295
12	16200.2525	12	27488.0721	12	57650.9927
14	18365.0835	14	29588.7468	14	59850.1171

Tabla N° 5.24.- Resumen de los cálculos obtenidos para pernos de grado métrico 5.8. Las celdas en amarillo, muestran aquellas que tenían la precarga dentro de lo admisible (tabla 5.8).

GRADO 5.8					
d=10mm		d=12mm		d=16mm	
N pernos	Pi calculado	N pernos	Pi calculado	N pernos	Pi calculado
8	11800.5681	8	26020.6621	8	62989.7336
10	18409.9636	10	32434.1838	10	69703.8295
12	22000.2525	12	35918.0721	12	73350.9927
14	24165.0835	14	38018.7468	14	75550.1171

De los resultados, hay que hacer notar que ni para los pernos de grado 4.8 ni 5.8 se ha llegado a una solución para los pernos de 16mm ya que se necesitan valores de precarga superiores. Sin embargo, esta situación cambia cuando el FS es aumentado.

También se puede apreciar que dado que los valores de precarga admisibles son superiores en los pernos de grado 5.8, se pueden usar menos pernos para un mismo diámetro.

Dado que estos cálculos se desarrollaron en una hoja de cálculo, se puede fácilmente obtener los resultados variando cualquiera de los factores. Para ilustrar, se realizó el cálculo con un FS de 4 (en ambos tipos de perno).

Tabla N°5.25.- Tabla de resultados para pernos de grado métrico 4.8 correspondiente a un FS de 4. Los resultados en amarillo son las posibles soluciones a la junta.

GRADO 4.8					
d=10mm		d=12mm		d=16mm	
N pernos	Pi calculado	N pernos	Pi calculado	N pernos	Pi calculado
8	-12358.8638	8	-224.675701	8	28639.4671
10	859.927189	10	12602.3676	10	42067.659
12	8040.50499	12	19570.1441	12	49361.9854
14	12370.1669	14	23771.4936	14	53760.2342

Tabla N°5.26.- Tabla de resultados para pernos de grado métrico 5.8 correspondiente a un factor de seguridad de 4. Los resultados en amarillo son las posibles soluciones.

GRADO 5.8					
d=10mm		d=12mm		d=16mm	
N pernos	Pi calculado	N pernos	Pi calculado	N pernos	Pi calculado
8	-6558.86377	8	26020.6621	8	44339.4671
10	6659.92719	10	32434.1838	10	57767.659
12	13840.505	12	35918.0721	12	65061.9854
14	18170.1669	14	38018.7468	14	69460.2342

Para obtener las soluciones admisibles en las tablas 5.20 y 5.21 estos han sido comparados con los de la tabla N° 5.8 de precargas admisibles en fatiga. Se podría decir que esta es la que tiene la última palabra ya que es la que simboliza la capacidad del material a ser esforzado bajo cargas alternantes.

Así pues, se pueden llegar a múltiples soluciones para un mismo caso. Dependerá entonces del criterio del diseñador o en algunos casos del espaciamiento que se desee entre pernos. Una recomendación que se repite en varios textos de diseño mecánico es la de que el espaciamiento circunferencial entre dos pernos no debe exceder más de 10 veces el diámetro de dicho perno.

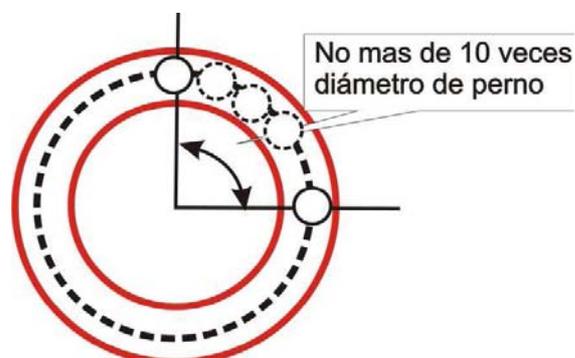


Figura N° 5.25.- La recomendación que hacen muchos textos es la de que el espaciamiento tiene ciertos límites. Todo ello con la finalidad de uniformizar la carga sobre los pernos de la junta.

CONCLUSIONES TESIS

- Como se mencionó al inicio de esta tesis, la información disponible acerca del fenómeno de fatiga es abundante y variada. Pese a esto, es un fenómeno que sigue sin tener una explicación certera y exacta en cuanto a su predicción. El *Cosmos* como software basado en el método de los EF proporciona una herramienta útil para el análisis de casos con geometría y condiciones complejas de trabajo pero que hay que manejar con cuidado en cuanto a la interpretación de datos y a los factores que se incluyen para el análisis de piezas (factores de seguridad, factor de reducción a la fatiga y método de análisis en el caso de esfuerzos medios no nulos).
- Para realizar un análisis se sabe que es siempre recomendable realizar ensayos de viga rotatoria para el material que se va a usar al momento del diseño. Sin embargo, existen métodos dados por la experiencia en el diseño de piezas similares que nos dan un acercamiento bastante aceptable (y conservador) del comportamiento del material en la realidad. Por ello, el ensayo de prototipos en laboratorio y en condiciones de servicio es imprescindible en las aplicaciones de más responsabilidad. A este respecto es de destacar que los métodos de análisis más fiables son los que se aplican para materiales férricos, para otros materiales el peso de la experimentación, tanto sobre probetas como sobre prototipos, es más elevado.
- A pesar del hecho de que la fatiga es un fenómeno que sigue en estudio y del cual se tiene gran incertidumbre en cuanto a su predicción, no debe tomarse esto como una tarea imposible o difícil en extremo para realizar. Los conceptos y sugerencias dadas en esta tesis brindan una plataforma confiable y sencilla para la realización de este tipo de estudios. Si bien algunas consideraciones y factores de cálculo (p.e factores de Marin) no cuentan con una rigurosidad matemática certificada, su validez viene dada por la experiencia a lo largo de los años en el diseño de elementos similares. En este sentido habría que acotar que los conceptos y consideraciones brindadas a lo largo de esta tesis están orientadas al estudio de componentes de importancia media o baja sin que esto signifique su invalidez para su aplicación en análisis de mayor importancia como el caso del diseño espacial o aeronáutico.
- Se esclareció también que el estudio de fatiga realizado por el *Cosmos* y también por otros softwares como el *ANSYS* no es realizado bajo el método de los EF. Lo que hacen estos software es usar los resultados obtenidos en un estudio estático para aplicar las reglas y cálculos respectivos y así obtener cada una de las visualizaciones (daño acumulativo, vida total, biaxialidad y factor de seguridad).
- En el capítulo IV se dijo que el *Cosmos* hacía uso de un estudio estático como referencia para realizar un estudio de fatiga. Respecto a esto, se tiene que tener especial cuidado en incluir en el estudio de referencia sólo a las cargas que son alternantes dejando de lado a las que son totalmente estáticas. En casos como estos, el *Cosmos* convierte en alternantes a todas las cargas presentes en el estudio estático y si alguna de estas no representa las condiciones que se quiere, debe excluirse del estudio.

- El estudio de fatiga con el *Cosmos* importa o adquiere algunas falencias que vienen de las teorías que adopta para el análisis de los componentes. Este es el caso del cálculo del daño acumulativo, el cual es realizado bajo la regla de Miner. Se sabe que esta regla parte de la suposición de que todos los esfuerzos por debajo del límite de resistencia a la fatiga de la pieza “nueva” no producen ningún efecto, y son por ello eliminadas del estudio. Sin embargo, se sabe que los esfuerzos de fatiga reducen paulatinamente el límite de resistencia a la fatiga, es decir, que no tiene en consideración la cronología y el “envejecimiento” que sufre la pieza por la aplicación de otras cargas y la pérdida de resistencia que sufre en el proceso. Esta es una desventaja que se puede reflejar al momento de querer analizar una pieza que ya tiene cierta degradación por su uso o “envejecimiento”. Sin embargo, siempre cabe la posibilidad de incluir esta situación como un factor dentro del coeficiente global de reducción a la fatiga.
- Para solucionar estos dos problemas del método de Miner, Manson desarrolló un procedimiento en el que no varía el esfuerzo de rotura y que tiene en cuenta la secuencia o el historial de aplicación de esfuerzos de fatiga, aunque es poco utilizado en la práctica. Su interés fundamental es el de completar el de Miner en casos en los que hay motivos suficientes para sospechar de resultados erróneos, como por ejemplo cuando existe un número importante de ciclos de esfuerzo con valores cercanos al límite de resistencia a la fatiga del elemento.
- Existe una parte del análisis que se hace subjetiva aun para el estudio con el *Cosmos*. Cuando se eligen los factores de Marin o de reducción a la fatiga, entra a tallar la experiencia y la calidad de información que se tenga acerca del acabado superficial, del tamaño de la pieza, de sus temperaturas de servicio, etc. Es por esto, que se recoge la importancia de conocer a la fatiga como fenómeno y no como unas fórmulas más a realizar en el diseño de un componente.
- A diferencia del estudio analítico, en el *Cosmos* no es necesario incluir dentro del coeficiente global de reducción a la fatiga los factores de concentración de esfuerzos. El *Cosmos* como software basado en el MEF no necesita de estos factores para mayorar o minorar los esfuerzos hallados, debido a que los esfuerzos han sido determinados por nodos y con mayor precisión que en el estudio analítico. A su vez, habría que tener siempre presente que este coeficiente de reducción es aplicado por el *Cosmos* a toda la curva S-N y por ende a todos los elementos que componen la pieza, siendo de cuidado su aplicación para otros factores como el de tamaño, proceso de manufactura, temperatura, etc.
- La comprobación de una pieza, construida con un material supuestamente dúctil y/o tenaz, a partir de las teorías de fallo no es una garantía de que no se pueda producir la rotura de la misma. Sobre todo en el caso de piezas de gran tamaño construidas a partir de determinados procesos de fabricación en los que el grado de incertidumbre es alto (forja y soldadura principalmente), se puede producir la rotura frágil con carga cíclica de manera casi instantánea o después de cierto tiempo, por la propagación de alguna fisura o defecto interno.
- No existe un método para anticipar el fallo por fatiga de un elemento determinado. Los métodos no destructivos que se manejan hoy en día (líquidos

penetrantes, partículas magnéticas, magnaflux, rayos X) se basan en la detección de fisuras o defectos en la superficie externa o en la configuración cristalina del elemento. Lamentablemente el uso de estos métodos de detección aun no está generalizado en nuestro país a pesar que algunos de ellos son de fácil acceso como el método de los líquidos penetrantes. Si no se cuenta con ninguno de estos métodos la mejor alternativa (aunque no 100% segura) es la mantener a las piezas mecánicas sometidas a esfuerzos alternantes en los rangos de operación normales, es decir, que no sufran esfuerzos mayores a los que han sido sometidos

- Cuando la variación de los esfuerzos es compleja es preciso recurrir a métodos de computo de ciclos, precedidos por una operación de filtrado de esfuerzos que mantiene únicamente los valores máximos y mínimos relativos. Existen diversos métodos de conteo de ciclos, pero los más utilizados son los que se conocen como *Rainflow* y el *Range Pair*. En el caso del *Cosmos*, usa el método de *Rainflow* por su practicidad y flexibilidad para su aplicación.
- El análisis de fatiga en casos de tensión bi o triaxial es complejo, ya que los dos o tres esfuerzos principales son variables con el tiempo y pueden no estar sincronizados. En estas ocasiones a lo que se recurre es a asumir que las cargas se dan de forma síncrona a pesar que se sabe que no es así. Los resultados claro está serán conservadores desde un punto de vista moderado y dependiendo del caso en particular.
- Se mencionó que el criterio de Von Mises fue desarrollado y tiene su justificación sobre la base del comportamiento de materiales con carga estática. Sin embargo, esta teoría tiene cierta validez para cargas que originan fatiga. Esto tiene validez de acuerdo a ensayos realizados sobre piezas bajo esfuerzos multiaxiales. Dicho esto, se puede afirmar que una probeta sometida esfuerzos combinados de manera síncrona, con esfuerzos medios nulos, romperá o fallará por fatiga cuando la energía de distorsión alcance al valor que produce la rotura en el ensayo de viga rotatoria. Debido a que esta teoría y la de Tresca (cortante máximo) dan resultados relativamente semejantes, es admisible también usar esta última y así se hace a veces en determinadas aplicaciones.
- Considerando los problemas mencionados, incluyendo el de sincronía de las cargas, componentes sometidos a esfuerzos multiaxiales y la interpretación basada en la teoría de Von Mises, se deduce que la fiabilidad de los resultados de predicciones de comportamiento a fatiga basados en métodos de cálculo que utilizan los planteamientos en esta tesis descritos será a veces baja y estos resultados deberán ser considerados como valores orientativos, que dan idea de órdenes de magnitud más que expresar cuantitativamente valores muy precisos. Estos procedimientos son pues útiles sobre todo en fase de ante proyecto, pre diseño y para analizar la mayor o menor influencia en el comportamiento de fatiga de determinados parámetros de diseño.
- Cuando las componentes de esfuerzo medio sean no nulos, se puede utilizar también el criterio de Von Mises (o el de Tresca si se lo prefiere) pero sobre la base de esfuerzos equivalentes según el criterio de Soderberg, Goodman u otros mencionados en el capítulo II.

- La fatiga es un fenómeno en que los esfuerzos locales son los que definen el comportamiento del sistema, por ello es imprescindible una precisa evaluación del campo de esfuerzos variables, para este fin el método de los EF es una de las mejores alternativas. Además, la aplicación de solicitaciones variables a un sistema estructural puede producir la respuesta dinámica del mismo, y por ello los análisis para determinación de deformaciones y esfuerzos variables deben ser realizados a veces mediante un análisis dinámico, en otros casos será suficiente el análisis cuasiestático.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- R.C. HIBBELER. Mecánica de materiales. Tercera edición. Editorial Pearson.
- FERDINAND L. SINGER/ ANDREW PYTEL. Resistencia de materiales. Tercera edición. Editorial HARLA- México.
- BERNARD J. HAMROCK/ Bo O. JACOBSON/ STEVEN R. SCHMID. Elementos de maquinas. Editorial McGraw-Hill-México.
- RAFAEL AVILES. Análisis de fatiga en maquinas. Editorial Thomson-España.
- JOSEPH EDWARD SHIGLEY / LARRY D. MITCHELL. Manual de diseño mecánico. Editorial McGraw-Hill-México.
- JOSEPH JUVINALL. Diseño de elementos de maquinas.
- ASM METALS HANDBOOK-FRACTOGRAPHY. Volumen 12.Novena edición.
- ASM METALS HANDBOOK-FATIGUE. Volumen 19.Novena edición.
- Ayuda del *Cosmos*.
- http://www.engrasp.com/doc/etb/mod/fm1/miner/miner_help.html
- <http://www.todomecanica.com>
- http://www.tdx.cbuc.es/TESIS_UPC/AVAILABLE/TDX-1214104-114808//06Efv06de23.pdf