CAPÍTULO 6: RELACIONES MÉTRICAS EN EL TRIÁNGULO (II)

Dante Guerrero-Chanduví

Piura, 2015

FACULTAD DE INGENIERÍA

Área Departamental de Ingeniería Industrial y de Sistemas

UNIVERSIDAD DE PIURA

Capítulo 6: Relaciones Métricas en el Triángulo (II)

C. Ejercicios

GEOMETRÍA FUNDAMENTAL Y TRIGONOMETRÍA
CLASES

Elaborado por Dr. Ing. Dante Guerrero
Universidad de Piura.

12 diapositivas

CAPÍTULO VI RELACIONES MÉTRICAS EN EL TRIÁNGULO

C. EJERCICIOS

C. EJERCICIOS

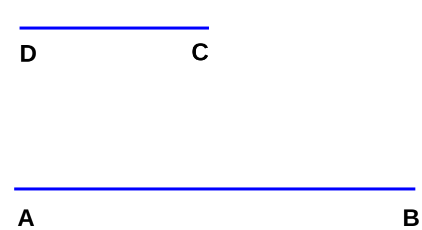
EJERCICIOS RESUELTOS

Hallar 2 segmentos x e y tales que: x + y = AB Y x y = $(CD)^2$; siendo AB y CD dos segmentos dados.

Resolución:

Esta relación las cumplen los dos segmentos en que la altura sobre la hipotenusa de un triángulo rectángulo divide a la misma (Teorema VI-7).

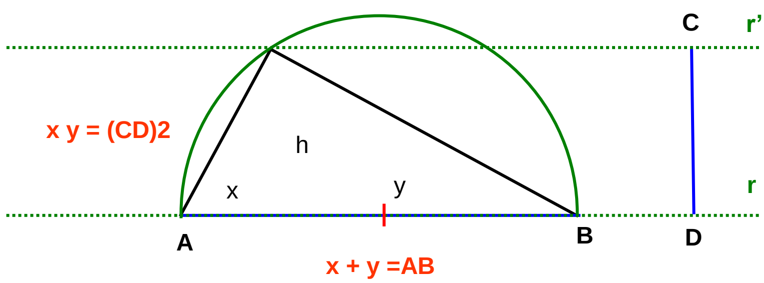
Para obtenerlos, construiremos un triángulo rectángulo de hipotenusa AB y altura CD



C. EJERCICIOS

EJERCICIOS RESUELTOS

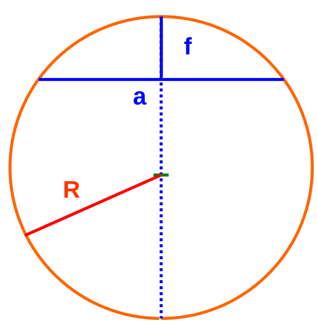
Hallar 2 segmentos x e y tales que: x + y =AB Y x y = (CD)^2; siendo AB y CD dos segmentos dados.



C. EJERCICIOS

EJERCICIOS RESUELTOS

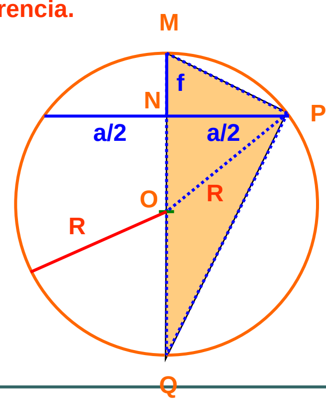
Dada una cuerda de una circunferencia de longitud a y flecha f (distancia del punto medio de la cuerda al punto medio del arco que subtiende), calcular el radio de la circunferencia.



C. EJERCICIOS

EJERCICIOS RESUELTOS

Dada una cuerda de una circunferencia de longitud a y flecha f (distancia del punto medio de la cuerda al punto medio del arco que subtiende), calcular el radio de la circunferencia.



<u>Resolución:</u>

Δ MQP es rectángulo

$$(NP)^2 = f\,(2R - f)$$

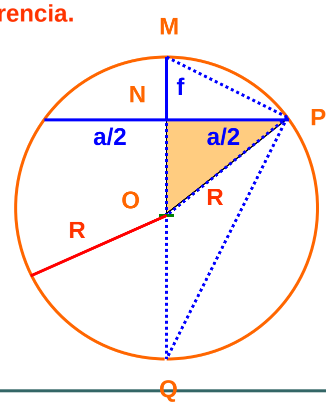
$$\frac{a^2}{4} = 2Rf - f^2 \Rightarrow R = \frac{f^2 + \frac{a^2}{4}}{2f}$$

$$\boxed{R = \frac{f}{2} + \frac{a^2}{8f}}$$

C. EJERCICIOS

EJERCICIOS RESUELTOS

Dada una cuerda de una circunferencia de longitud a y flecha f (distancia del punto medio de la cuerda al punto medio del arco que subtiende), calcular el radio de la circunferencia.



<u>Otra resolución:</u>

Aplicando el teorema de Pitágoras al triángulo PNO:

$$R^2 = \frac{a^2}{4} + (R - f)^2 \Rightarrow R^2 = \frac{a^2}{4} + R^2 - 2Rf + f^2$$

$$\boxed{R = \frac{f}{2} + \frac{a^2}{8f}}$$

C. EJERCICIOS

EJERCICIOS RESUELTOS

Dada la marquesina del dibujo, calcular hasta el milímetro las longitudes de QR, QU y QT.

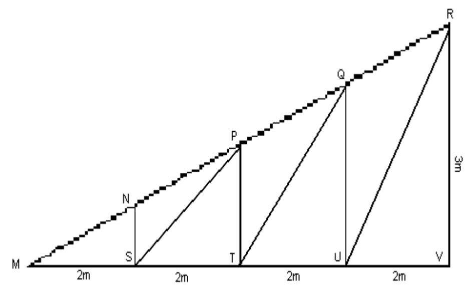
Resolución:

$$MR = \sqrt{8^2+3^2} = \sqrt{73}m$$

$$QR = \frac{\sqrt{73}}{4} = 2.136\ m$$

$$QU = \frac{3}{4}RV = \frac{9}{4}m = 2.25\ m$$

$$QT = \sqrt{2^2+(\frac{9}{4})^2} = \frac{1}{4}\sqrt{145} = 3.010\ m$$



C. EJERCICIOS

EJERCICIOS RESUELTOS

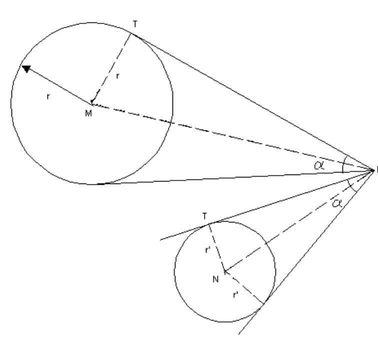
Averiguar el lugar geométrico de los puntos del plano desde los que se ve dos circunferencias dadas <u>m</u> y <u>n</u> bajo ángulos iguales.

Resolución:

Los triángulos TMP y T"NP son semejantes. (Ángulos en T y T" rectos; ángulos en P iguales a $\frac{\alpha}{2}$)

Luego $\frac{PM}{PN} = \frac{r}{r'}$ = Constante.

Luego P tiene que estar en una circunferencia de Apolonio (de forma que la razón de distancias de P a 2 puntos fijos sea constante).



C. EJERCICIOS

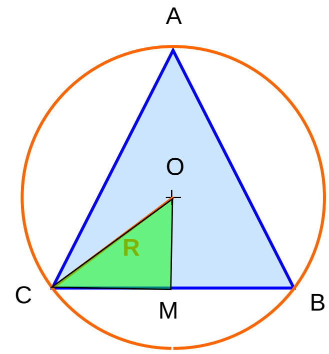
EJERCICIOS RESUELTOS

VI-5. Calcular el lado del triángulo equilátero inscrito en una circunferencia de radio R.

Resolución:

CM = ½ $(3)^{1/2}$ R

CB = $(3)^{1/2}$ R



C. EJERCICIOS

EJERCICIOS PROPUESTOS

VI-5. Calcular el lado del triángulo equilátero inscrito en una circunferencia de radio R.

VI-6. Calcular el área de un triángulo equilátero de lado l.

$(R.: \ S = \frac{\sqrt{3}}{4} l^2)$

VI-7. Calcular el área de un triángulo isósceles de base b y lados iguales l.

$(R.: \ S = \frac{1}{2} b \sqrt{l^2 - \frac{b^2}{4}})$

VI-8. Obtener una fórmula que dé el valor de una diagonal de un paralelepípedo recto rectangular de largo a, ancho b y alto c.

$(R.: \ d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2})$

C. EJERCICIOS

EJERCICIOS PROPUESTOS

VI-9. **Dado un segmento AB, se le traza una circunferencia tangente a él en B, y con radio . Se une el centro O de dicha circunferencia con A. El punto de intersección de OA con la circunferencia es C. Calcular AC en función de AB.**

$(R.:\ AC = \frac{\sqrt{5}-1}{2} AB)$

VI-10. **Demostrar que, en un triángulo, la suma de los cuadrados de las medianas es de la suma de los cuadrados de los lados.**

VI-11. **Demostrar que, en un paralelogramo, la suma de los cuadrados de los 4 lados es igual a la suma de los cuadrados de las diagonales.**

C. EJERCICIOS

EJERCICIOS PROPUESTOS

VI-12. **En una circunferencia de radio r se traza una cuerda a distancia del centro . Hallar su longitud.**

$(R.:\ l = r\frac{\sqrt{15}}{2})$

VI-13. **En un triángulo ABC, los lados miden a = 21 cm; b = 28 cm y c = 35 cm. Se trazan las bisectrices interior y exterior de C, las cuales cortan al lado opuesto en D y D'. Hallar la distancia DD'.** (*R.:* DD' = 120 cm).