



UNIVERSIDAD  
DE PIURA

REPOSITORIO INSTITUCIONAL  
**PIRHUA**

# CALIBRACIÓN BASADA EN CONFIABILIDAD DE LA PRIMERA HIPÓTESIS DE DISEÑO DE LA NORMA TÉCNICA E060

María Carmen Coronel Uriona

Piura, 07 de Agosto de 2003

FACULTAD DE INGENIERÍA

Departamento de Ingeniería Civil

Agosto 2003



Esta obra está bajo una [licencia](#)  
[Creative Commons Atribución-](#)  
[NoComercial-SinDerivadas 2.5 Perú](#)

Repositorio institucional PIRHUA – Universidad de Piura

**UNIVERSIDAD DE PIURA**  
**FACULTAD DE INGENIERÍA**



**“CALIBRACIÓN BASADA EN CONFIABILIDAD DE LA PRIMERA  
HIPÓTESIS DE DISEÑO DE LA NORMA TÉCNICA E060”**

**Tesis para optar el Título de  
Ingeniero Civil**

**MARÍA CARMEN CORONEL URIONA**

**Piura, Junio 2003**

## PRÓLOGO

---

La principal motivación que llevó a realizar este trabajo de investigación es la necesidad de conocer el nivel de confiabilidad asociado al diseño estructural efectuado de acuerdo a los lineamientos de la norma técnica E060. Son muy escasos los estudios dedicados a estudiar la confiabilidad estructural. No se conoce, hasta hoy, de un trabajo de investigación cuyo objetivo haya sido determinar la probabilidad de falla inherente a las hipótesis de resistencia de la norma peruana.

La importancia de un estudio como éste radica en que se muestra la teoría probabilística y el proceso de toma de decisiones que existe detrás de las normas y formatos de diseño estructural. El estudio de la confiabilidad estructural y a través de ella, el proceso de calibración de un código de diseño, del tipo que fuese, son un proceso adaptable a cada situación. Por esto el diseñador puede elegir el nivel de seguridad que desea darle a una estructura de acuerdo a las características de los materiales y cargas utilizados en la construcción.

Este es el *background* que tiene todo código de diseño estructural hoy en día. El tema de la calibración ha tomado fuerza en los últimos años y no somos ajenos a las nuevas tendencias. El peso de las formulaciones teóricas y el sentido práctico del sistema de diseño probablemente, han alejado a los ingenieros de lo importante y beneficioso que es conocer los fundamentos del formato de diseño estructural. Por eso, este trabajo acerca al lector a las bases teóricas y le sugiere nuevos parámetros de diseño.

Para finalizar, a través de estas líneas, agradezco al Prof. Ing. Arturo Martínez por su valiosa asesoría y preocupación constante durante el desarrollo de este trabajo. También agradezco a los Laboratorios de Ensayo de Estructuras y Materiales de Construcción, y, de Metalotecnia de la Universidad de Piura por brindar información que permitió llevar a cabo esta investigación.

## RESUMEN

---

El índice de confiabilidad relacionado con la primera hipótesis de diseño de la norma técnica E060 supera largamente al índice recomendado para el diseño por cargas verticales. Los nuevos factores de amplificación de cargas que se proponen en este trabajo para la primera hipótesis de resistencia de la norma técnica E060 se han determinado realizando una calibración basada en confiabilidad. Estos nuevos factores parciales, resultan en un nivel de confiabilidad menor que los anteriores, pero no por ello perjudican la integridad de la estructura, ya que la probabilidad de falla estimada se encuentra dentro de los límites permitidos. Se describe el formato de diseño, los modelos probabilísticos utilizados y los resultados asociados a los nuevos índices de confiabilidad estimados.

## ÍNDICE GENERAL

---

|                     |   |
|---------------------|---|
| <b>INTRODUCCIÓN</b> | 1 |
|---------------------|---|

### **CAPÍTULO 1**

#### **CUESTIONES PRELIMINARES.**

|      |  |   |
|------|--|---|
| 1.1. | Evolución de los códigos de diseño: del ASD al LRFD. | 3 |
| 1.2. | El diseño estructural basado en confiabilidad.       | 5 |
| 1.3. | Las hipótesis de diseño de la norma técnica E060.    | 6 |

### **CAPÍTULO 2**

#### **TEORÍA DE LA CONFIABILIDAD.**

|          |  |    |
|----------|--|----|
| 2.1.     | Antecedentes.  | 9  |
| 2.2.     | Principios básicos de la teoría de la confiabilidad. | 10 |
| 2.2.1.   | Objetivo.  | 10 |
| 2.2.2.   | Modelación de incertidumbres.                        | 10 |
| 2.2.3.   | Funciones de estados límite y variables básicas.     | 11 |
| 2.2.4.   | Confiabilidad estructural y probabilidad de falla.   | 12 |
| 2.2.5.   | Métodos aproximados de cálculo de la confiabilidad.  | 13 |
| 2.2.5.1. | Método de primer orden (FORM).                       | 14 |
| 2.2.5.2. | Método de segundo orden (SORM).                      | 18 |
| 2.2.5.3. | Método de la superficie de respuesta.                | 19 |
| 2.2.6.   | Confiabilidad y factores parciales.                  | 19 |
| 2.3.     | Calibración de códigos de diseño estructural.        | 20 |
| 2.3.1.   | Objetivo de la calibración.                          | 20 |
| 2.3.2.   | Procedimiento práctico de calibración de códigos.    | 21 |
| 2.3.3.   | Valores óptimos de confiabilidad estructural.        | 23 |
| 2.4.     | Software de cálculo de análisis de confiabilidad.    | 24 |
| 2.4.1.   | RELAN.   | 25 |

### **CAPÍTULO 3**

#### **CALIBRACIÓN DE LA PRIMERA HIPÓTESIS DE DISEÑO DE LA NORMA TÉCNICA E060.**

|          |   |    |
|----------|---|----|
| 3.1.     | Descripción de la primera hipótesis de la norma técnica E060. | 27 |
| 3.2.     | Estados límite analizados.                                    | 27 |
| 3.2.1.   | Flexión pura.   | 28 |
| 3.2.1.1. | Modelo matemático utilizado.                                  | 30 |
| 3.2.2.   | Fuerza cortante.  | 31 |
| 3.2.2.1. | Modelo matemático utilizado.                                  | 32 |
| 3.2.3.   | Deflexiones.  | 34 |
| 3.2.3.1. | Modelo matemático utilizado.                                  | 36 |

|          |  |    |
|----------|--|----|
| 3.3.     | Incertidumbres en las variables básicas involucradas.                                      | 40 |
| 3.3.1.   | Descripción estadística de las variables básicas.  | 40 |
| 3.3.1.1. | Carga muerta.  | 41 |
| 3.3.1.2. | Carga viva.  | 42 |
| 3.3.1.3. | Resistencia a compresión del concreto.   | 44 |
| 3.3.1.4. | Esfuerzo de fluencia del acero.  | 49 |
| 3.4.     | Presentación y discusión de resultados.  | 52 |
| 3.4.1.   | Factores de amplificación de carga y reducción de resistencia considerados en el análisis. | 53 |
| 3.4.2.   | Índices de confiabilidad obtenidos.  | 53 |
| 3.4.2.1. | Análisis de confiabilidad en flexión.  | 53 |
| 3.4.2.2. | Análisis de confiabilidad para fuerza cortante.  | 58 |
| 3.4.2.3. | Análisis de confiabilidad en servicio (deflexiones).                                       | 63 |
| 3.4.3.   | Sensitividad de las variables básicas.   | 70 |
| 3.4.3.1. | Sensitividad de las variables básicas en flexión.  | 70 |
| 3.4.3.2. | Sensitividad de las variables básicas en corte.  | 73 |
| 3.4.3.3. | Sensitividad de las variables básicas en deflexiones.                                      | 76 |

## **CAPÍTULO 4**

### **CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.**

|      |                  |    |
|------|------------------|----|
| 4.1. | Conclusiones.    | 77 |
| 4.2. | Recomendaciones. | 80 |

### **BIBLIOGRAFÍA**

81

## INTRODUCCIÓN

---

Tradicionalmente, el diseño estructural ha sido hecho con la teoría de esfuerzos admisibles. Este forma de diseñar consiste en utilizar un factor de seguridad, y evitar que los esfuerzos actuantes superen un esfuerzo de falla deseado ubicado por debajo del límite elástico del material. Una desventaja de este método es que no se puede tener una medida real de la resistencia ni del margen de seguridad cuando los materiales sobrepasan dicho límite. Asimismo, no se reflejaba la variabilidad de las cargas en el cálculo de la demanda resistente, pues no es racional suponer que para la simultaneidad de valores de carga máximos se requiera una resistencia menor a la máxima capacidad que puede desarrollar el material. Por esta razón se desarrolló la teoría de la confiabilidad, la misma que introduce un concepto que suple las deficiencias de la anterior, incorporando el uso de coeficientes de amplificación de demandas y reducción de capacidades, además de la teoría de probabilidades para calcular en forma racional, la probabilidad de falla.

Por otro lado, el diseño basado en confiabilidad hace referencia al análisis de un estado límite, el cual no debe ser alcanzado. Este estado límite es un evento predefinido, tiene una probabilidad de ocurrencia, y es el tema en estudio. El diseño para estados límites consiste en disminuir la probabilidad de falla del sistema o limitar la ocurrencia de dicho evento a niveles considerados aceptables. Este método permite un tratamiento racional de la incertidumbre en el diseño y facilita el entendimiento de los principios fundamentales que lo rigen.

Hoy en día el diseño estructural también es basado en la teoría de confiabilidad. El tema de la confiabilidad estructural ha sido uno de los primeros campos de la Ingeniería Civil en ser investigados, y su aplicación en la calibración de códigos de diseño, es uno de las más útiles. La calibración de un código de diseño estructural consiste en determinar aquellos factores de amplificación de carga y reducción de resistencia que se requieren para obtener una probabilidad de falla deseada o un índice aceptable de confiabilidad,  $\beta$ . Se puede obtener, de este modo dichos coeficientes para las sollicitaciones a los que se encuentra sometida una estructura, de tal modo que la amplitud de la probabilidad de falla sea similar y reducida en todos los casos en la medida de lo posible.

Este trabajo aplica todos los conceptos de la teoría de confiabilidad en un tema específico: el estudio de la primera hipótesis de diseño propuesta por la Norma Técnica de Edificación E060. El ítem 10.2.1, Capítulo 10, de la Norma Técnica de Edificación E060 propone 5 hipótesis de diseño para calcular la resistencia requerida; y tiene base en las hipótesis de resistencia del ACI. El ACI calibró el código americano y de este estudio se obtuvieron parámetros locales de diseño para niveles estándares e internacionales de confiabilidad.

La Norma E060 adoptó la misma metodología pero aumentó los factores de amplificación de carga mientras que mantuvo los mismos factores de reducción de resistencia del ACI. En consecuencia, el índice de confiabilidad de la Norma Peruana resultará más conservador que el del ACI, haciendo necesario entonces recalibrar la norma utilizando la teoría ya mencionada.

El objetivo de este trabajo es hacer una crítica de la norma y una propuesta de cambio frente a la incertidumbre existente en el nivel de confiabilidad, que el código peruano maneja para el diseño por cargas verticales. Para esto se investiga el índice de confiabilidad de la primera hipótesis propuesta por el reglamento peruano y se lo compara con los estándares manejados internacionalmente. También, se propone aquellos cambios que serán necesarios realizar para adecuarse a los criterios generalizados.

# CAPITULO 1

## CUESTIONES PRELIMINARES

### 1.1. EVOLUCIÓN DE LOS CÓDIGOS DE DISEÑO: DEL ASD AL LRFD.

---

Los códigos de diseño estructural se han desarrollado con el propósito de proveer una forma simple, segura y económicamente eficiente para el diseño de estructuras ordinarias sometidas a cargas en condiciones operacionales y ambientales normales. Los códigos de diseño no solo facilitan el trabajo diario de los ingenieros estructurales sino que también aseguran una cierta estandarización en el diseño, lo cual al final, permite el uso óptimo de los recursos de la sociedad y el beneficio propio. Es por eso que el desarrollo de un código de diseño es una grave responsabilidad para los investigadores y esto se nota desde que las fallas en las construcciones son raras en condiciones normales. De otro lado, tales fallas, cuando ocurren son claramente visibles y sus consecuencias son severas en términos humanos y económicos.

La raíz del problema de seguridad estructural está en la naturaleza incierta de las fuerzas que actúan en las estructuras (sean éstas de origen ambiental o provocadas por el hombre), la resistencia de los materiales y los procedimientos de análisis estructural que incluso en la era de las computadoras no son más que modelos basados en la realidad. La consecuencia natural de estas incertidumbres es el riesgo. La ingeniería estructural, aplicada a la construcción civil y en contraste con otros campos de la ingeniería, confía mucho más en el análisis y el cálculo computacional que en las pruebas reales, debido a la gran escala y a la singularidad de los proyectos civiles que se requiere desarrollar. Los códigos estructurales están relacionados a los métodos computacionales de cálculo de confiabilidad y su principal propósito es disminuir el riesgo y mantener la seguridad de las construcciones en niveles socialmente aceptables.

Hasta la década de los 60's el criterio de seguridad en los códigos estructurales estaba basado en los principios de esfuerzos admisibles ASD (*Allowable Stress Design*). El sistema estructural a ser diseñado se analizaba bajo la hipótesis de que se comportaba elásticamente y el hecho de que las estructuras también se comportan en el rango inelástico no se tomaba en cuenta. Las incertidumbres eran salvadas por el requerimiento de que los esfuerzos calculados no excedieran un esfuerzo límite (el de fluencia, ruptura o inestabilidad) dividido por un factor de seguridad. Estos factores de seguridad eran seleccionados subjetivamente. En ese momento, nadie conocía cuál era el riesgo de falla para tal estructura. El factor de seguridad representaba simplemente un valor tomado de los estándares que se manejaban y que estaba basado en la experiencia pasada. Es decir, se aseguraba la resistencia, pero se desconocía que tan lejos o cerca se estaba de la capacidad real.

Este criterio de seguridad trabajaba bien mientras la tecnología y la experiencia aumentaban. Ocasionalmente sucedía que los ingenieros sub-dimensionaban las estructuras debido a la falta de un conocimiento adecuado del problema, o que la práctica constructiva era deficiente, y entonces las falla ocurría. Más que en la mayoría de disciplinas ingenieriles, la ingeniería estructural parece haber progresado aprendiendo de sus errores.

Durante la última mitad de la década de los 60's y durante los 70's un gran número de desastres naturales ocurrieron en el mundo y causaron cuantiosas pérdidas de vidas humanas y daños a la propiedad. Debido a estos hechos, el público centró su atención en la ingeniería estructural y se hizo necesario desarrollar métodos de diseño para la mitigación de desastres. Un equipo de profesionales de la División de Estructuras del Centro de Tecnología de la Construcción (CBT) de la *National Bureau of Standards* estuvo encargado de las investigaciones que se hicieron después de los desastres. Entre los más notables están las investigaciones de las fallas estructurales que siguieron al terremoto de San Fernando, California, en 1971; al de Managua, Nicaragua, en 1972; y al de Miyagi-ken-oki, Japón, en 1978. Las investigaciones relacionadas a las condiciones de carga de nieve y lluvia siguieron al colapso del techo del *Hartford Civic Arena* en 1978 y las relacionadas a las cargas de vientos y sus efectos en la respuesta estructural siguieron al Huracán *Camille, Gulf Coast* en 1978 y al Ciclón *Tracy, Darwin*, Australia en 1974. Estas y otras investigaciones acerca del comportamiento estructural, revelaron un gran número de deficiencias en las provisiones de seguridad contempladas hasta ese momento en los códigos e hicieron énfasis en la necesidad de mejorar el diseño para soportar desastres naturales.

La última mitad de la década de los 60's también fue testigo de la aparición de una nueva filosofía de diseño estructural en los Estados Unidos, Canadá y Europa Occidental. Las insuficiencias del diseño por el método de esfuerzos admisibles (ASD) fueron reconocidas en muchos lugares y se empezó con la búsqueda de métodos más racionales que incorporen distintas condiciones de diseño (llamados estados límite) que afectaran el comportamiento de la estructura, y que aseguren un comportamiento adecuado en condiciones normales y frente a desastres naturales. De esta manera, el nuevo campo de la confiabilidad estructural fue desarrollado alrededor de la noción de que las incertidumbres en las cargas y resistencias deberían ser modeladas probabilísticamente.

Por esta época, se sugirieron muchos formatos de diseño probabilístico, incluyendo una versión temprana del *Load and Resistance Factor Design* (ó método LRFD) para edificaciones en acero. Sin embargo, estas propuestas fueron escasas y se ocupaban sólo de algunas tecnologías de construcción. Con esta falta de coordinación, los diferentes grupos encargados de investigar el diseño basado en las nuevas teorías de probabilidad, desarrollaron independientemente sus propios requerimientos de carga y resistencia. Estos requerimientos, serían incompatibles mutuamente en la práctica de la ingeniería estructural en la que las tecnologías de construcción son mixtas. Debido a este inconveniente se llegó a la conclusión de que dichos requerimientos deberían ser independientes de la tecnología usada, para facilitar el diseño con los diferentes materiales de construcción.

En Junio de 1980, se publicó el documento *Special Publication 577* de la *National Bureau of Standards* denominado *Development of a Probability-based Load Criterion for American National Standard A58*. Este documento era el resultado de la investigación realizada en los Estados Unidos con la finalidad de desarrollar requerimientos de carga y resistencia basados en probabilidades que serían compatibles con todas las tecnologías de construcción. Con esta investigación se pudo recomendar un *set* de factores y combinaciones de carga que serían apropiados para todos los tipos de construcciones (por ejemplo, acero estructural, concreto reforzado y pre-esforzado, construcción en madera, albañilería, y aluminio) en los Estados Unidos. También se implementó una metodología para establecer el criterio de resistencia para cada material de tal modo que fuera consistente con los requerimientos de carga del Standard A58.

En el sentido más general, el criterio presentado en el estudio mencionado, denominado diseño basado en confiabilidad, ha tenido una profunda influencia en los códigos estructurales usados en el mundo en el diseño de edificios y otras estructuras. Esta investigación, desarrollada con el soporte de bases de datos estadísticas, fue utilizada como base para desarrollar procedimientos de diseño de puentes a través de estados límites por el *National Cooperative Highway Research*. De igual manera *The National Building Code of Canada*, adoptó la misma investigación para establecer las combinaciones de carga que se utilizan actualmente. Organizaciones encargadas del desarrollo de estándares en otros países como Australia, Nueva Zelanda, Sudáfrica, Japón y toda la Europa Occidental también adoptaron requerimientos similares de carga y resistencia para el diseño estructural.

El método de diseño denominado LRFD se basa precisamente en los alcances de aquella investigación. Durante la última década, la mayoría de los códigos de diseño han adoptado dicho formato, incluyendo a la norma técnica E060. De igual manera, existen diferentes versiones de éste método como los contenidos en el Eurocode y la norma ASHTO, entre otros, pero están basados esencialmente en los mismos principios. Este formato incluye los factores de amplificación de carga y reducción de resistencia calculados con la teoría de probabilidades, y relacionados con un nivel de confiabilidad determinado. De esta manera los ingenieros no tienen que conocer a profundidad la teoría involucrada en el diseño, ni manejar datos estadísticos para diseñar estructuras con una probabilidad de falla determinada previamente.

## **1.2. EL DISEÑO ESTRUCTURAL BASADO EN CONFIABILIDAD.**

---

En toda estructura existen incertidumbres en los niveles de cargas actuantes, propiedades de los materiales, geometría, y otros aspectos. Por causa de estas incertidumbres, la respuesta de la misma ante las sollicitaciones a las que se encuentra sometida también es incierta. Para diseñar estructuras que puedan responder adecuadamente a la función para las que fueron diseñadas, las incertidumbres envueltas en el problema de diseño deben ser tomadas en cuenta. La forma tradicional de abordar este problema es usar valores conservadores de las variables inciertas y/o factores de seguridad en el método de diseño. Un tratamiento más riguroso y racional de estas incertidumbres se encuentra en las filosofías de diseño basado en confiabilidad que se han venido desarrollando durante los últimos 40 años y que ganan cada día, más y más aceptación de los diseñadores.

El diseño basado en confiabilidad hace referencia al análisis de un estado límite, el cual no debe ser alcanzado. Este estado límite es un evento predefinido y tiene una probabilidad de ocurrencia. El diseño para estados límites consiste en disminuir la probabilidad de falla del sistema o limitar la ocurrencia de dicho evento a niveles considerados aceptables. Este método permite un tratamiento racional, consistente y explícito de la incertidumbre en el diseño estructural y facilita el entendimiento de los principios fundamentales que lo rigen. La calidad de un diseño se juzga comparando la probabilidad de falla obtenida con la probabilidad de falla requerida para tales condiciones y de esta manera se puede evaluar cuantitativamente la seguridad de una estructura.

Las nociones básicas del diseño basado en confiabilidad son relativamente simples. La falla ocurre si la capacidad (o resistencia),  $C$ , de la estructura es menor que la demanda,  $D$ ,

debida a las cargas aplicadas. Si  $C$  y  $D$  son modeladas como variables aleatorias, la probabilidad de falla de la estructura puede ser calculada como la probabilidad de que  $C$  sea menor que  $D$ . La seguridad estructural requiere que:

$$\text{Resistencia requerida} < \text{Resistencia de diseño}$$

donde la resistencia requerida se determina del análisis estructural utilizando los valores de las cargas especificadas y la resistencia de diseño se calcula de los principios de mecánica estructural utilizando las resistencias de los materiales especificados y las dimensiones del elemento estructural. Para propósitos prácticos de diseño la ecuación anterior puede escribirse también como:

$$\sum \gamma_i \cdot Q_i \leq \phi \cdot R_n$$

En esta ecuación  $R_n$  es la resistencia nominal correspondiente al estado límite de interés y  $Q_i$  es la carga nominal actuante. Los valores nominales de las resistencias y cargas, normalmente están incluidas en los códigos de diseño, y la mayoría de los ingenieros están familiarizados con sus valores. Los factores  $\phi$  y  $\gamma$  son los coeficientes de reducción de resistencia y de amplificación de cargas respectivamente. Estos coeficientes reflejan la incertidumbre existente en los niveles de carga y resistencia y la probabilidad de falla del sistema, revelada en el índice de confiabilidad,  $\beta$ . Estos coeficientes deben ser determinados adecuadamente, de tal modo que la probabilidad de falla sea acorde con la importancia de la estructura.

### **1.3. LAS HIPÓTESIS DE DISEÑO DE LA NORMA TÉCNICA E060.**

---

El método de diseño estructural basado en confiabilidad también ha sido aplicado en el desarrollo de la norma técnica E060. La sección 10.2.1, capítulo 10, de la norma técnica de edificación E060 propone 5 hipótesis de diseño para calcular la resistencia estructural requerida. Los requisitos de resistencia de la norma técnica E060 son los siguientes:

$$U = 1.5 \cdot CM + 1.8 \cdot CV$$

$$U = 1.25 \cdot (CM + CV \pm CS)$$

$$U = 0.9 \cdot CM \pm 1.25 \cdot CS$$

Estas hipótesis de diseño, están basadas en las hipótesis de resistencia del código del Instituto Americano del Concreto (ACI) que propone las combinaciones de cargas para un diseño estructural adecuado. Las hipótesis del código del ACI son las siguientes:

$$U = 1.4 \cdot CM + 1.7 \cdot CV$$

$$U = 0.75 \cdot (1.4 \cdot CM + 1.7 \cdot CV + 1.87 \cdot CS)$$

$$U = 0.9 \cdot CM + 1.43 \cdot CS$$

El ACI determinó estas hipótesis de diseño, utilizando procedimientos probabilísticos para calcular los coeficientes de amplificación de cargas y reducción de resistencias asociadas a una probabilidad de falla adecuada y de acuerdo a la combinación de cargas estudiada. Los coeficiente de amplificación de cargas que se obtuvieron son valores de diseño aplicables a los EEUU, pero están relacionados con niveles estándares e internacionales de confiabilidad. Los factores de amplificación de cargas pretenden mostrar la probabilidad que existe de que la carga estimada sea superada en la realidad. La carga muerta, por ejemplo, es evaluada con mayor precisión que la sobrecarga, por esto su factor de amplificación es menor. La carga de sismo, proveniente de un análisis probabilístico, es mucho más incierta, por ello su factor de amplificación es mayor que el de las dos anteriores.

Como puede verificarse la norma técnica E060 adoptó el mismo formato, pero incrementó el valor de los factores de amplificación de cargas y mantuvo el valor de los factores de reducción de resistencia del ACI. La consecuencia del incremento de los coeficientes de amplificación de cargas es un diseño más conservador y por ende más costoso que el propuesto por el ACI. Esto se debe, a la ausencia de un conocimiento preciso de las incertidumbres involucradas en el diseño estructural.

La variación de los parámetros de diseño involucrados en el diseño de estructuras, tales como las características mecánicas de los materiales, las cargas vivas, muertas y de sismo, dependen de cada localidad. Esta dependencia se produce debido a que en cada localidad existen materiales, condiciones ambientales y de operación y tecnologías de fabricación diferentes, lo cual influye necesariamente en la variabilidad de los parámetros de diseño. La variabilidad local de cada parámetro debe ser modelada probabilísticamente para determinar aquellos coeficientes que conduzcan al diseño con una confiabilidad adecuada.

Este proceso de modelación probabilística de las variables involucradas en el diseño para calcular los coeficientes de amplificación de cargas y reducción de resistencias que conduzcan a efectuar un diseño seguro se denomina calibración. Precisamente, este trabajo está orientado a calibrar la primera hipótesis de diseño de la norma técnica E060, de tal modo que se pueda proponer aquellos coeficientes que se ajusten a la realidad local pero que sigan los estándares internacionales de confiabilidad estructural para el diseño en concreto armado.

## CAPITULO 2

### TEORIA DE LA CONFIABILIDAD

#### 2.1. ANTECEDENTES.

---

La palabra confiabilidad designa la probabilidad de que un sistema cumpla satisfactoriamente con la función para la que fue diseñado, durante determinado período y en condiciones especificadas de operación. Así un evento que interrumpa ese funcionamiento se denomina falla.

El desarrollo de las concepciones y técnicas para el análisis de confiabilidad de componentes, equipos y sistemas ha estado asociado al desarrollo de tecnologías complejas y de alto riesgo, tales como la aeronáutica, militar y nuclear. Las primeras preocupaciones surgieron en el sector aeronáutico.

Durante la guerra de Corea el Departamento de Defensa de los Estados Unidos realizó estudios de fiabilidad de equipos electrónicos militares, cuyos fallos estaban ocasionando graves pérdidas económicas y disminución de la efectividad militar. Debido a esto, la relación entre confiabilidad, costos y mantenimiento adquirió gran importancia. Desde entonces, las compras de equipos electrónicos por las fuerzas armadas de los Estados Unidos fueron reglamentadas según especificaciones de confiabilidad de los equipos.

En la década de 1950 comenzó el desarrollo de la industria nuclear, y los conceptos relacionados con la confiabilidad fueron usados de forma creciente en el diseño de las plantas nucleares y de sus sistemas de seguridad.

Hasta principios de los años 60's los estudios teóricos y prácticos sobre confiabilidad eran realizados fundamentalmente en los Estados y la Unión Soviética. En esta década los estudios se extienden hacia otros países y también hacia otras tecnologías. Además, tiene lugar un gran desarrollo de los fundamentos y de los conceptos teóricos relacionados con la confiabilidad, y se produce la consolidación de la Teoría de la Confiabilidad. En esta época se expone por primera vez una teoría matemática de la confiabilidad (Barlow and Proschan (1964, 1975) y Gnedenko et al. (1965)).

El campo de aplicación de la Teoría de la Confiabilidad se amplía constantemente. Todos los sistemas de ingeniería, simples y complejos, pueden beneficiarse de la aplicación integrada de los conceptos de esta teoría en sus fases de planeación, diseño y operación. Un aumento de la confiabilidad conlleva, en general, el aumento a corto plazo de los costos. Pero este aumento de la confiabilidad puede revertirse en ganancia en un plazo mayor, y puede significar, por otra parte, una disminución de riesgos para la salud y la vida de las personas, y para el medio ambiente. Ahora, el aumento de los costos debe compensarse con la disminución del riesgo, es decir, se debe establecer una adecuada relación entre el costo y el beneficio que se obtendrá, con el fin de no exagerar ni escatimar las provisiones de seguridad.

## **2.2. PRINCIPIOS BÁSICOS DE LA TEORÍA DE LA CONFIABILIDAD**

---

### **2.2.1. OBJETIVO.**

---

“La Teoría de la Confiabilidad se ocupa principalmente de las fallas de los sistemas. Sin embargo, no indaga tanto en los fenómenos que las causan sino en la frecuencia con que ocurren. Por lo tanto no es una teoría física de las fallas, sino una teoría estadística, una teoría de probabilidades.”<sup>1</sup>

El objetivo del análisis de confiabilidad estructural es determinar la probabilidad de falla de estructuras tomando en consideración las incertidumbres asociadas con las resistencias y cargas. La respuesta de una estructura se evalúa por medio de modelos basados en datos estadísticos recopilados previamente. La teoría de confiabilidad estructural toma como base el modelo probabilístico de estas incertidumbres y provee los métodos para la cuantificación de la probabilidad de que las estructuras no cumplan con la función para la que fueron diseñadas.

### **2.2.2. MODELACIÓN DE INCERTIDUMBRES.**

---

Existen tres tipos de incertidumbres asociadas al cálculo de la confiabilidad estructural, las físicas, las estadísticas, y las de modelo.

- 1) Las incertidumbres físicas están asociadas a la variabilidad de la carga impuesta, la geometría de la estructura, y las propiedades del material.
- 2) Las incertidumbres estadísticas son dependientes de la cantidad de datos disponibles para el análisis y se incrementan cuanto mayor es la ausencia de información. En la mayoría de los casos la modelación probabilística de las incertidumbres involucradas en el problema se hace asignándoles una función de probabilidad con parámetros de distribución estimados del análisis de la información recopilada y/o en base a información subjetiva o a la experiencia pasada. Estos parámetros son dependientes de la cantidad de datos recopilados. Además, influye también el modelo matemático elegido para ajustar los datos observados, ya que la aceptación del modelo proviene de una prueba de bondad de ajuste con un adecuado nivel de significancia. Por otro lado, al usar dicho modelo matemático en el cálculo de la confiabilidad estructural, podría suceder que el punto de falla más probable tenga sus coordenadas en las colas de la distribución, donde hay muy poca información y donde la probabilidad de falla es muy sensitiva (ver Figura 2.1).
- 3) Las incertidumbres del modelo se deben a la idealización usada en el modelo matemático para calcular el comportamiento real de la estructura y son el resultado

---

<sup>1</sup> Revista de Divulgación Científica y Tecnológica de la Asociación “Ciencia Hoy”. Volumen 5, N°35, 1996.

de las simplificaciones realizadas, de las condiciones de borde desconocidas y de los efectos desconocidos de otras variables y sus interacciones, las cuales no están incluidas en el modelo.

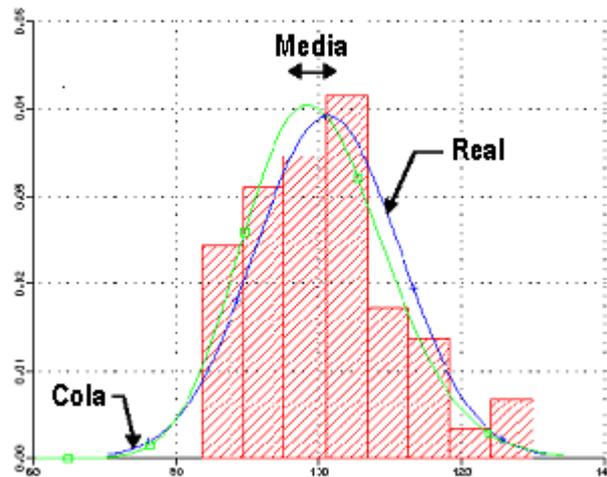


Figura 2.1. Fuentes de incertidumbre estadística.

### 2.2.3. FUNCIONES DE ESTADOS LÍMITE Y VARIABLES BÁSICAS.

Una variable básica es toda aquella cantidad involucrada y reconocida como fundamental en el cálculo de un estado límite. Un paso importante en el análisis de la confiabilidad es decidir cuáles cantidades deben ser modeladas como variables aleatorias, y cuáles deben ser modeladas como parámetros determinísticos.

Un estado límite es un evento predefinido, cuya ocurrencia debe evitarse para asegurar el adecuado comportamiento de la estructura. Se presume que es posible representar dicho evento, a través de un modelo matemático y calcular de este modo su probabilidad de ocurrencia. Para un elemento estructural para el cual la capacidad  $C$  es modelada como una variable aleatoria, y sujeta a una demanda  $D$  también aleatoria, la función que representa dicho estado límite será simplemente:

$$G(X) = C - D$$

donde  $C$  y  $D$  son funciones de las variables aleatorias denotadas como  $X = (X_1, \dots, X_n)$ . Estas  $n$  variables aleatorias en  $X$  son conocidas como variables básicas, y pueden representar las incertidumbres físicas, las estadísticas y las de modelo. La capacidad y la demanda, por ende, son cada una función de las variables básicas aleatorias.

La función del estado límite o función falla está definida de tal modo que los valores positivos de  $G(X)$  corresponden a situaciones seguras, y los negativos a situaciones de falla. Es importante notar que la superficie de falla no define una función de falla única, ya que dicha superficie puede ser descrita por varias funciones de falla equivalentes. Por lo tanto, cuando es posible, es conveniente utilizar funciones de falla diferenciables para facilitar el trabajo de los procedimientos implementados con el fin de calcular la confiabilidad. En confiabilidad estructural la función de falla usualmente resulta del análisis mecánico de la estructura.

#### 2.2.4. CONFIABILIDAD ESTRUCTURAL Y PROBABILIDAD DE FALLA.

El criterio de confiabilidad estructural se expresa normalmente en términos de ecuaciones de estados límite,  $G(X)$ , también llamados eventos de falla,  $F$ :

$$F = \{G(X) < 0\}$$

La probabilidad de que sucedan eventos  $F$  viene dada por la probabilidad de que la demanda  $D$  supere a la capacidad  $C$  de la estructura:

$$P_F = P(C - D < 0) = P(C < D)$$

La demanda impuesta o los efectos de las cargas,  $D$ , en una estructura, y la capacidad o resistencia,  $C$ , de la misma para un evento determinado, se podrían representar por dos curvas de distribución de probabilidad como se muestra esquemáticamente en la Figura 2.2.

Asumiendo que la capacidad,  $C$  y la demanda,  $D$  son independientes, (lo cual es aproximadamente cierto para el caso en el que las cargas son estáticas), existirá siempre la posibilidad, aunque sea muy pequeña, de que  $C < D$  y la estructura falle. Por el contrario, si  $C > D$ , la estructura es segura.

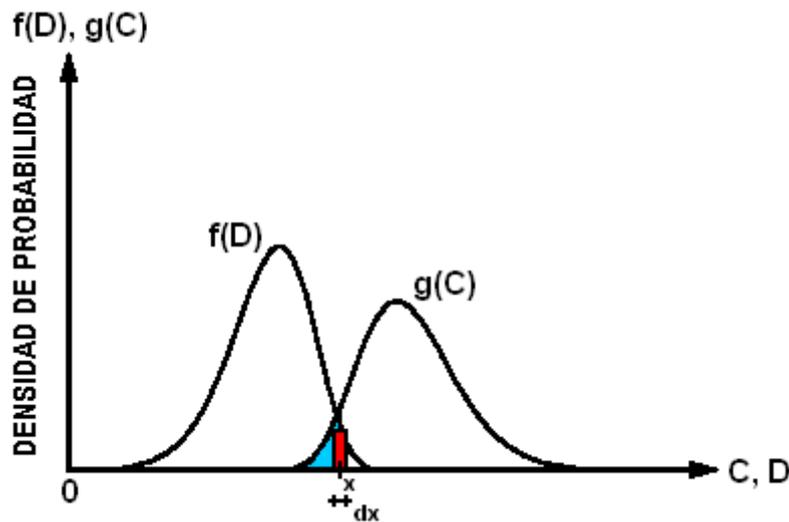


Figura 2.2. Ilustración de la integración de la probabilidad de falla en dos dimensiones.

El cálculo de la probabilidad de falla se puede efectuar resolviendo la siguiente integral:

$$P_F = P(\text{falla}) = P(C < D) = \int_{-\infty}^{+\infty} P(C < x) \cdot P(x < D < x + dx) dx = \int_{-\infty}^{+\infty} f(D) \cdot g(C) dx$$

La integral anterior calcula la probabilidad de que sucedan aquellos valores  $x$  en los que la capacidad  $C$  es menor a la demanda  $D$ , de tal modo que la falla sucede. En la figura 2.2, el valor de dicha probabilidad corresponde al área sombreada en celeste.

Esta integral, ilustrada en la Figura 2.3 como una integral de volumen en la región de falla, es sin embargo, muy difícil de resolver y por lo tanto las aproximaciones numéricas resultan adecuadas y eficientes. Varios métodos para la solución de dicha integral han sido propuestos incluyendo técnicas de integración numérica, simulación MonteCarlo, y procedimientos de cálculo de confiabilidad de primer y segundo orden. Las técnicas de integración numéricas se vuelven ineficientes al incrementarse las dimensiones del vector  $X$  y son por lo general ineficientes.

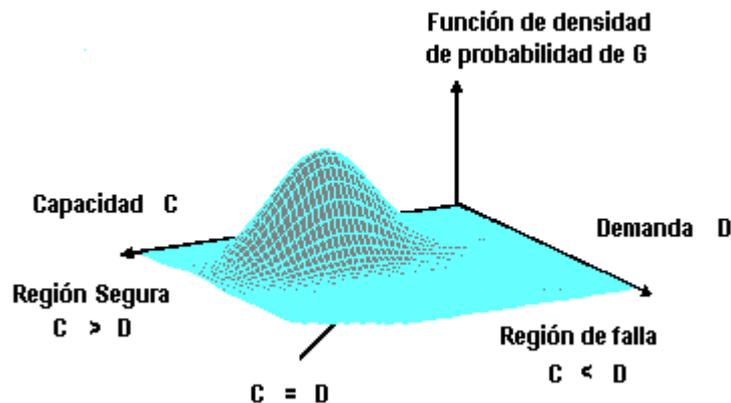


Figura 2.3. Ilustración de la integración de la probabilidad de falla en tres dimensiones.

### 2.2.5. MÉTODOS APROXIMADOS DE CÁLCULO DE LA CONFIABILIDAD.

Como se ha visto en el ítem anterior, la probabilidad de falla puede ser obtenida al calcular la probabilidad de que  $G < 0$ . Sin embargo, el hecho de que muchas variables aleatorias estén involucradas, hace que este cálculo requiera de la implementación de la función de densidad de probabilidad de la función  $G$  y una integración múltiple sobre la región de falla en la que  $G < 0$ . Este procedimiento exacto rara vez puede ser aplicado dado que la función de densidad de probabilidad de  $G$  es desconocida y además es difícil de obtener.

Alternativamente, la probabilidad de falla puede ser estimada por una simulación computarizada que modele la aleatoriedad de las variables básicas, que calcule el valor de  $G$  y que compute el número de veces en los que  $G$  resultó menor que 0. Normalmente dichos procedimientos son fáciles de implementar, pero costosos de ejecutar, dado el gran número de iteraciones que se deben correr con el fin de estimar bajas y correctas probabilidades de falla. Este procedimiento se conoce con el nombre de Simulación MonteCarlo. Este método supone que se dispone de una forma de asignar valores a las variables aleatorias haciendo una selección al azar. Para cada selección el valor de  $G$  se calcula y se computa solo su signo. Si se repite el proceso  $N$  veces, y de estas,  $G$  fue negativo  $N_f$  veces, la probabilidad de falla podría ser estimada como la frecuencia:

$$P_f = \frac{N_f}{N}$$

Como una segunda alternativa, otros métodos aproximados han sido desarrollados con la finalidad de estimar la probabilidad de falla. Estos métodos conocidos como

procedimientos FORM/SORM (*First Order* o *Second Order Reliability Methods*), son basados en el cálculo de un índice de confiabilidad,  $\beta$ , del cual la probabilidad de falla  $P_f$  puede ser estimada usando la función de densidad de probabilidad normal  $\Phi(\cdot)$ :

$$P_f = \Phi(-\beta)$$

### 2.2.5.1. MÉTODO DE PRIMER ORDEN (FORM).

---

Los primeros avances en el desarrollo de los métodos de primer orden, también conocidos como métodos o procedimientos FORM, tienen lugar casi 30 años atrás. Desde entonces estos métodos han sido refinados y extendidos de manera significativa y hoy en día son los más importantes en la evaluación de la confiabilidad estructural. Muchos programas de cálculo de la confiabilidad han sido desarrollados para realizar un análisis FORM y son ampliamente usados en los problemas de la ingeniería práctica y para propósitos de calibración de códigos. A continuación se muestra la teoría básica que conduce a la simplificación del cálculo de la probabilidad de falla a través del cálculo del índice de confiabilidad.

Se conoce que la función del estado límite  $G(X)$  es una función de las variables básicas aleatorias definida como sigue:

$$G(X) = G(X_1, X_2, \dots, X_n)$$

Es conveniente definir un nuevo *set* de variables  $x_i$ , normalizadas, al transformar la variable  $X_i$  original de acuerdo a:

$$x_i = \frac{X_i - \bar{X}_i}{\sigma_{x_i}}; \quad i = 1, \dots, n$$

donde  $\bar{X}_i$  es la media de  $X_i$  y  $\sigma_{x_i}$  es la desviación estándar. El índice de confiabilidad  $\beta$  es la distancia mínima entre el origen y la superficie del estado límite  $G(X) = 0$  como se ilustra en la Figura 2.3. para el caso de dos variables  $X_1$  y  $X_2$ . Esta interpretación geométrica de  $\beta$  permite el desarrollo de algoritmos iterativos para calcular su valor.

Para ilustrar el cálculo de  $\beta$  consideraremos el caso fundamental en que la función de falla es lineal de las variables básicas aleatorias  $X_1$  y  $X_2$ , es decir, la capacidad y la demanda son cada una funciones de una sola variable:

$$G(X) = X_1 - X_2$$

$X_1$  y  $X_2$  son llamadas variables aleatorias básicas del problema. Supongamos que ambas tienen sus correspondientes estadísticas como sigue:

$$\begin{aligned} \bar{X}_1 & \text{ Valor medio de } X_1 \\ \sigma_1 & \text{ Desviación estándar de } X_1 \\ \bar{X}_2 & \text{ Valor medio de } X_2 \end{aligned}$$

$\sigma_2$  Desviación estándar de  $X_2$

y que ambas tienen distribuciones normales y no-correlacionadas. Lo primero significa que las funciones probabilísticas siguen la función de Gauss, y lo segundo implica que los valores de  $X_1$  no están para nada afectados por los valores que  $X_2$  pueda adoptar. Es conveniente, usar variables normalizadas como sigue,

$$x_1 = \frac{X_1 - \bar{X}_1}{\sigma_1}$$

$$x_2 = \frac{X_2 - \bar{X}_2}{\sigma_2}$$

Con lo cual se logra que  $x_1$  y  $x_2$  tengan un valor medio igual a 0 y una desviación estándar igual a 1.

Debe notarse que  $x_1$  y  $x_2$  aún son *normales no-correlacionadas* debido a que estas propiedades no se pierden con la transformación lineal. Las variables  $x_1$  y  $x_2$ , debido a que tienen cero valor medio y desviación estándar igual a 1, se llaman *variables normales estándar*.

La función de falla  $G(X)$  resulta en términos de  $x_1$  y  $x_2$ ,

$$G(X) = \bar{X}_1 + \sigma_1 \cdot x_1 - \bar{X}_2 - \sigma_2 \cdot x_2$$

De donde vemos que la región de falla está identificada por aquellos valores  $x_1$  y  $x_2$  que satisfacen:

$$x_2 > \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sigma_2} + \frac{\sigma_1}{\sigma_2} x_1$$

Entonces, la zona de falla es el área achurada en la Figura 2.4., cuando  $x_2$  está por encima de la línea  $A-B$ . Es decir, la probabilidad de falla es igual a la probabilidad de que valores de  $x_1$  y  $x_2$  caigan dentro de la región por sobre la recta  $A-B$ . Los puntos de esta recta corresponden a  $G = 0$ . El punto  $O$  en el origen de las coordenadas  $x_1$ -  $x_2$ , corresponde al caso en el que las variables básicas  $X_1$  y  $X_2$  toman un valor igual a su promedio y por eso el punto  $O$  es conocido como *punto promedio*. En la Figura 2.4. el punto  $O$  pertenece a la zona segura, pero esto no es cierto para todos los casos. La figura 2.4. también muestra los ejes de coordenadas  $y_1$  y  $y_2$ , obtenidos de la rotación de los ejes  $x_1$ -  $x_2$  hasta que  $y_2$  es perpendicular a la superficie de falla  $A-A$ .

Si se transforma las coordenadas  $x_1$ -  $x_2$  en la Figura 2.4. a las coordenadas  $y_1$ -  $y_2$  obtenidas por rotación, se obtiene:

$$y_1 = x_1 \cdot \cos\alpha + x_2 \cdot \text{sen}\alpha$$

$$y_2 = -x_1 \cdot \text{sen}\alpha + x_2 \cdot \cos\alpha$$

Esta transformación es muy útil porque permite identificar la región de falla de una forma muy simple:

$$\text{Falla si } y_2 > \beta$$

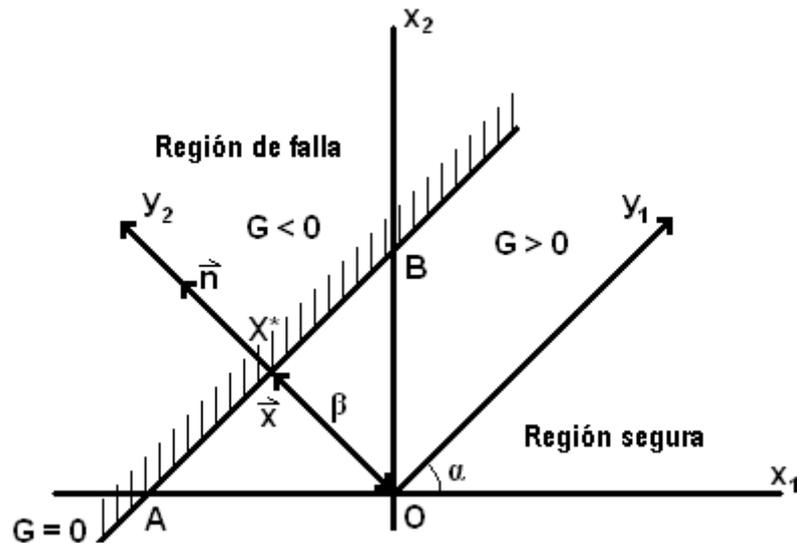


Figura 2.4. Zona de falla,  $G = X_1 - X_2$

Donde  $\beta$  en la Figura 2.4, es la distancia entre el origen  $O$  y el punto  $X^*$  en la recta  $G = 0$ . Por ser perpendicular a la recta, es la “*mínima distancia entre el origen y la recta  $G = 0$* ”. La distancia  $\beta$  es llamada también *índice de confiabilidad*. Se debe notar que la determinación de este índice es completamente geométrica. Debido a esto, puede ser obtenido por algoritmos que calculan tal distancia mínima y generalmente estos son muy rápidos. El punto  $X^*$  en la superficie del estado límite, más cercano al origen, es conocido también como *punto de diseño* o *punto que resulta en la combinación más probable de falla*.

Debido a que la combinación lineal de dos variables normales estándar y a que estas no están correlacionadas,  $y_2$  es también normal estándar. Debido a esto, la probabilidad de falla está dada por:

$$P_f = \text{Probabilidad } (y_2 > \beta)$$

La distribución probabilística de variables normales estándar está bien establecida.

La Figura 2.5 muestra esta distribución. Las probabilidades se calculan definiendo áreas bajo la curva, la cual se extiende desde  $-\infty$  a  $+\infty$ . El área total bajo la curva es igual a 1.0. La probabilidad de falla es entonces el área sombreada en la extremidad derecha de la curva, por simetría esta área es también igual a la obtenida en la extremidad izquierda:

$$P_f = \text{Probabilidad } (y_2 > -\beta); 0,$$

$$P_f = \Phi(-\beta)$$

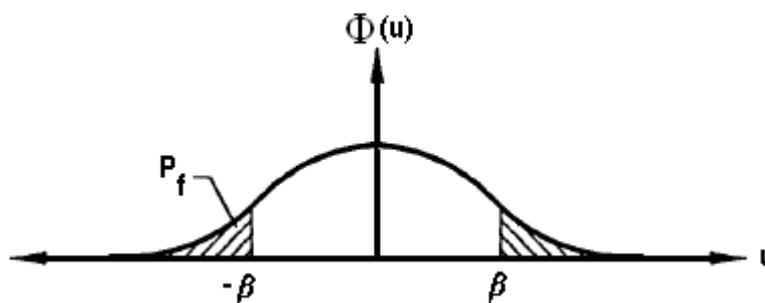


Figura 2.5. Ilustración del índice de confiabilidad y la probabilidad de falla.  $\Phi$  es la función de densidad normal estándar.

En la Figura 2.4 también se muestra el vector  $x$ , con sentido de  $O$  a  $X^*$  y longitud  $\beta$ , entonces;

$$\beta^2 = x_1^2 + x_2^2$$

Si se calculan las derivadas de  $\beta$  con respecto a  $x_1$  y  $x_2$  :

$$\frac{d\beta}{dx_1} = \frac{x_1}{\beta} = n_1$$

$$\frac{d\beta}{dx_2} = \frac{x_2}{\beta} = n_2$$

donde  $n_1$  y  $n_2$  son las componentes del vector unitario  $n$  en la Figura 2.4. Se nota que las componentes de este vector dan las derivadas del índice de confiabilidad con respecto a las variables  $x_1$  y  $x_2$ , o cuán sensible es  $\beta$  con respecto a cada variable. Los coeficientes  $n_1$  y  $n_2$  (en general, las componentes del vector unitario  $n$ ) se llaman coeficientes de sensibilidad, y son muy útiles en el análisis. Estos coeficientes son, en valor absoluto, todos menores que 1.0. Los coeficientes de sensibilidad dan una idea de que variables son menos importantes en la función de falla, y correspondientemente, requieren menos información.

El cálculo de la probabilidad de falla  $P_f$  es exacto si todas las variables involucradas son normalmente distribuidas y si la función  $G$  es lineal. Por lo general, las variables no son normalmente distribuidas y la función  $G$  tampoco es lineal. Una ventaja de los procedimientos FORM/SORM es que introducen transformaciones apropiadas para convertir todas las variables en normalmente distribuidas. Por esto, la estimación de la probabilidad de falla  $P_f$  está influenciada solamente por la no-linealidad de la función  $G$ .

Desde que las combinaciones de variables más probable que conducen a la falla del sistema se encuentran alrededor del punto de diseño y desde que la superficie  $G(X)$  en los alrededores de este punto pueden ser normalmente reemplazados por un plano, la estimación proveniente de un procedimiento FORM es por lo general bastante adecuada. Otro requerimiento que mejora la estimación de la probabilidad de falla  $P_f$  es la intervención de variables no-correlacionadas. Si algunas variables estuvieran correlacionadas, el procedimiento encontrará primero un *set* de variables

transformadas no correlacionadas. El cálculo de este *set* requiere la correlación estadística de la información en pares de variables individuales.

Los procedimientos FORM asumen que la superficie del estado límite  $G(X)$  puede ser aproximada por el plano tangente a la superficie en el punto de diseño. Si se considera la Figura 2.6 donde la función  $G$  es planteada en el eje vertical como una función del vector  $X$ , la superficie de falla  $G = 0$  es entonces la intersección de la función  $G$  con el plano horizontal y el índice de confiabilidad será la longitud entre el punto  $O$  y  $P$ , ubicado a la distancia mínima de  $O$ . Si se empieza con un vector inicial  $X^*$ , el algoritmo reemplaza la superficie real por un plano tangente a  $X^*$ . Este plano intercepta  $G = 0$  con una línea recta, y el algoritmo encuentra el punto  $P^*$  en una distancia mínima entre la intersección y el origen. El punto  $P^*$  es usado como el nuevo  $X^*$ , el procedimiento se repite hasta que se produzca convergencia.

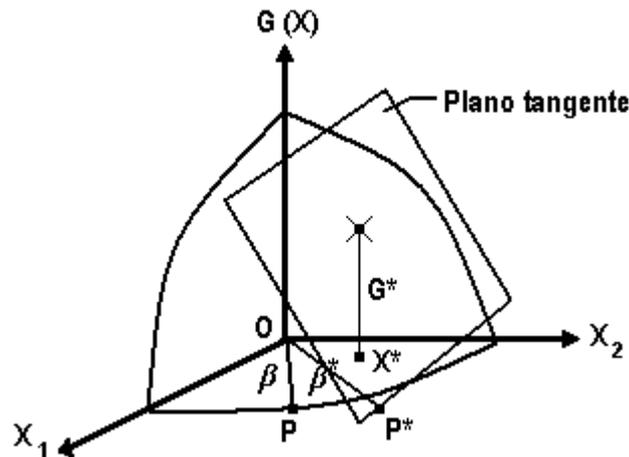


Figura 2.6. Algoritmo iterativo utilizado por FORM para encontrar  $\beta$ .

### **2.2.5.2. METODO DE SEGUNDO ORDEN (SORM).**

---

Los métodos de segundo orden, están basados esencialmente en los mismos principios que utiliza el procedimiento de primer orden. La diferencia fundamental es que se puede lograr una mayor precisión en el cálculo de la confiabilidad. Estos métodos utilizan una superficie cuadrática tangente en el punto de diseño a la superficie de falla, en el algoritmo que calcula el índice  $\beta$ . El proceso iterativo es el mismo. De la misma manera se usan variables normalizadas estándar y se transforman todas aquellas variables co-relacionadas a variables independientes.

El algoritmo además calcula, por métodos numéricos, las curvaturas de la superficie de falla y se la aproxima con un paraboloides de la misma curvatura. En general, este método es más oneroso, dado que requiere del cálculo de curvaturas y no siempre resulta en mayor exactitud.

### **2.2.5.3. METODO DE LA SUPERFICIE DE RESPUESTA.**

---

Los métodos discutidos previamente dependen de la posibilidad de calcular el valor de  $G(X)$  para un vector  $X$ . Algunas veces estos valores necesitan de los resultados de otros programas, por ejemplo, el análisis dinámico o un cálculo de elementos finitos. En estos casos, podría ser ineficiente ligar la iteración del índice de confiabilidad con, por ejemplo, un análisis dinámico no-lineal. Una alternativa es construir una superficie de respuesta para la capacidad o la demanda, y evaluar  $G(X)$  en un número suficientemente grande de combinaciones de  $X$ . Los puntos discretos obtenidos se pueden usar para ajustar una representación matemática para la respuesta y su representación es entonces usada como una sustituta de la actual  $G(X)$ . La respuesta ajustada  $G_F(X)$  es usada para la estimación de la confiabilidad para obtener el punto de diseño  $X^*$  y el índice de confiabilidad  $\beta$ . El procedimiento termina en ese punto o una nueva superficie de respuesta puede ser construida utilizando el vector  $X$  relacionado al punto  $X^*$  recién obtenido. La nueva superficie de respuesta se usa para obtener un nuevo punto  $X^*$  actualizado y un nuevo  $\beta$ . El procedimiento continua hasta que se obtenga convergencia en el índice de confiabilidad con las tolerancias deseadas.

### **2.2.6. CONFIABILIDAD Y FACTORES PARCIALES.**

---

Tradicionalmente, las ecuaciones de diseño estructural han sido de la forma:

$$D_n + Q_n = R_a \cdot z$$

en la cual  $D_n$  es el valor de diseño de la carga permanente,  $Q_n$  es el valor de diseño de la carga variable,  $R_a$  es el valor admisible de la resistencia, y  $z$  es la variable a diseñar.

En los formatos de diseño de los códigos estructurales, las ecuaciones de diseño están escritas para hacer la verificación de la capacidad de diferentes tipos de componentes estructurales sometidos a distintos modos de falla. El formato típico para el diseño de estructuras es dado como:

$$\alpha_D \cdot D_n + \alpha_Q \cdot Q_n = \varphi \cdot R_C \cdot z$$

Donde,  $\alpha_D$  y  $\alpha_Q$  son los factores de amplificación de carga (ambos mayores a 1.0),  $R_C$  es la resistencia característica del material, y  $\varphi$  es el factor de reducción de resistencia (menor a 1.0).

En los códigos diferentes factores parciales se especifican para cada material y para cada tipo de cargas. Cuando más de una carga variable actúa, los factores de combinación de cargas son multiplicados en una o más de los componentes de carga variable para tomar en cuenta la reducida probabilidad de que todas las cargas variables estén actuando con sus valores extremos al mismo tiempo.

Los factores de amplificación de cargas junto con los valores característicos son introducidos con el fin de asegurar un nivel de confiabilidad de las estructuras diseñadas de acuerdo al código. Como cada material tiene diferentes incertidumbres asociadas a sus características físicas y mecánicas los factores de amplificación de cargas son distintos para cada uno.

La ecuación de diseño propuesta debe ser vista como un método para determinar el valor de  $z$ , y por supuesto, la ecuación obedece las leyes de la mecánica. El objetivo es que, mediante su aplicación, el calculista pueda obtener el mismo valor de  $z$  que se obtendría efectuando un análisis probabilístico para la probabilidad de falla deseada. El problema queda entonces reducido a cuáles factores de amplificación de carga y reducción de resistencia deben ser usados.

### **2.3. CALIBRACIÓN DE CODIGOS DE DISEÑO ESTRUCTURAL.**

---

#### **2.3.1. OBJETIVO DE LA CALIBRACIÓN**

---

El objetivo de la calibración de un código de diseño es la determinación de los factores parciales o de amplificación de cargas que deben ser usados con el fin de obtener una probabilidad de falla requerida.

El valor de los parámetros calibrados dependen de las estadísticas utilizadas de las variables básicas involucradas en el diseño. Por ejemplo, se obtendrán diferentes coeficientes de amplificación de cargas y reducción de resistencias si la carga variable es debida a nieve o si es sísmica.

La tarea principal de la calibración de códigos es reducir en lo posible la amplitud del entorno de la probabilidad de falla. Por lo general y para evitar confusiones los códigos adoptan valores únicos para ciertos parámetros. Esto implica que la probabilidad de falla correspondiente a la misma ecuación de diseño tiene variaciones de localidad a localidad. Para reducir la amplitud de la probabilidad de falla es necesario tener varios parámetros libres que permitan la optimización. De allí la necesidad de introducir “factores de carga”, “factores de resistencia”, “factores de combinación de carga”, etc. La flexibilidad permitida por estos factores permiten la aplicación de la misma ecuación de diseño a varias situaciones con la mínima variación en la probabilidad de falla.

Una ventaja de este nuevo sistema de diseño es entonces una mayor uniformidad en la probabilidad de falla, no solo entre localidad y localidad, sino también entre material y material. El objetivo es obtener las mismas (o similares) probabilidades de falla para todas las estructuras independientemente del material del que están construidas y de las condiciones de servicio a las que estarán sometidas.

#### **2.3.2. PROCEDIMIENTO PRÁCTICO DE CALIBRACIÓN DE CÓDIGOS.**

---

Volviendo a la ecuación propuesta en 2.2.6, se puede decir que:

$$\frac{Q_n}{z} = \frac{\phi R_C}{\alpha_D \frac{D_n}{Q_n} + \alpha_Q}$$

Por otro lado la función de falla  $G$  puede ser escrita como:

$$G = R - (Q_n/z) \cdot (D/Q_n + Q/Q_n)$$

Reemplazando se llega a la función de falla  $G$  que permite estudiar la confiabilidad asociada a la variable  $z$  obtenida mediante la ecuación de diseño. Así:

$$G = R - \frac{\phi R_C}{(\alpha_D \gamma + \alpha_Q)} \cdot (\gamma d + q)$$

Donde,

$\gamma = D_n/Q_n$ , relación de cargas de diseño, permanente a variable;

$d = D/D_n$ , carga permanente normalizada con respecto a su valor de diseño;

$q = Q/Q_n$ , carga viva normalizada con respecto a su valor de diseño;

Conociendo las estadísticas de  $R$ ,  $d$  y  $q$ , y el valor adoptado para la resistencia característica  $R_C$ , el proceso de simulación permitiría obtener la probabilidad de  $[G < 0]$ , o probabilidad de falla, en función de los parámetros  $\alpha_D$ ,  $\alpha_Q$  y  $\gamma$ . Estos resultados podrían ser representados en una gráfica como la siguiente:

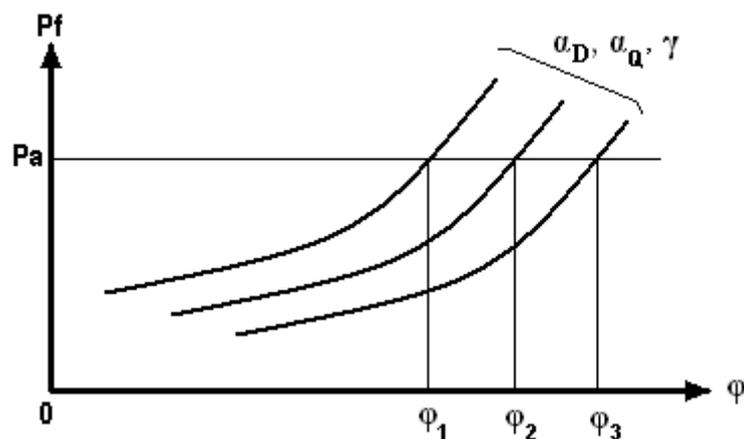


Figura 2.7. Probabilidad de falla vs. Parámetros de diseño.

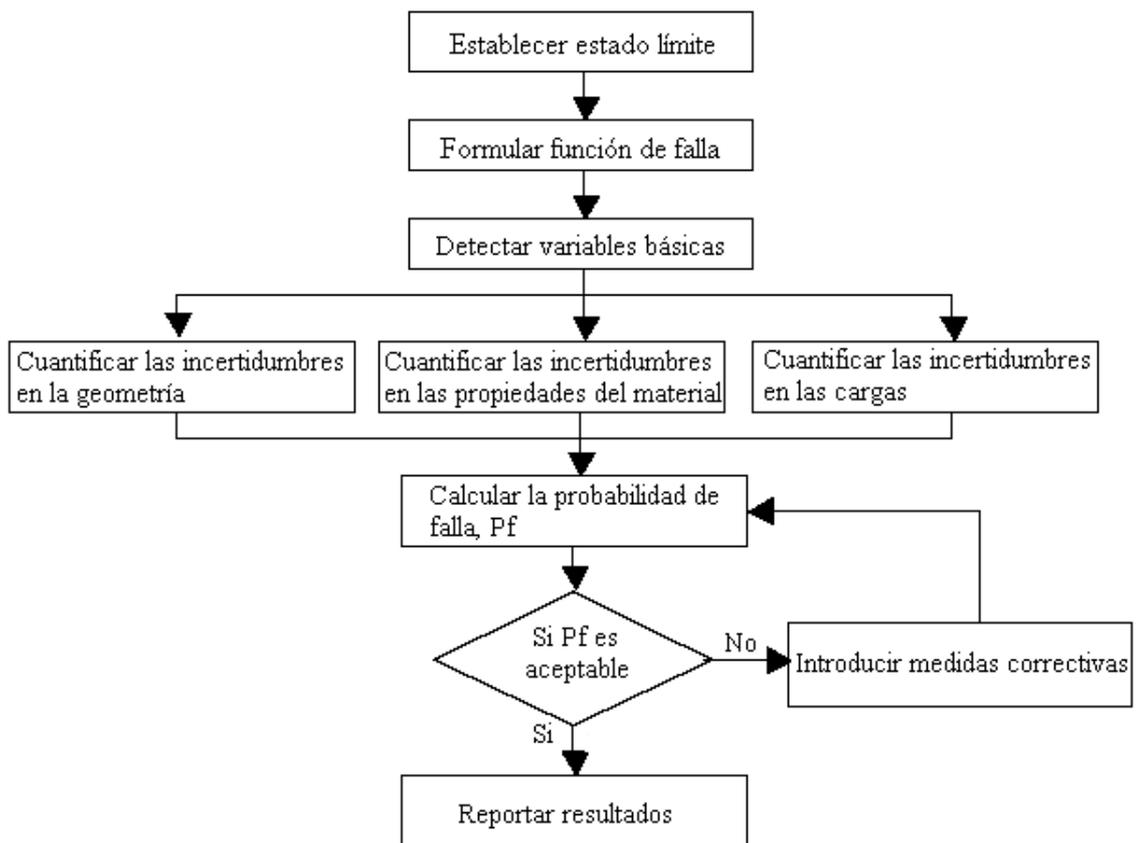
Necesariamente el proceso de calibración es un proceso de prueba y error. Los valores de  $\alpha_D$  y  $\alpha_Q$  que se requieren para satisfacer cierto nivel de confiabilidad deben ser seleccionados después de haber calculado la probabilidad de falla asociada a cada par de valores  $\alpha_D$  y  $\alpha_Q$  modelados. El valor de  $\phi$  debe ser determinado al iniciar el análisis. La gráfica anterior relaciona la probabilidad de falla y los factores de reducción de resistencia de acuerdo a diferentes combinaciones de  $\alpha_D$ ,  $\alpha_Q$  y  $\gamma$ . Dado que la probabilidad de falla está relacionada con el índice de confiabilidad  $\beta$ , también se puede graficar la curva  $\phi$  vs  $\beta$  para cada par de valores  $\alpha_D$ ,  $\alpha_Q$  y  $\gamma$ .

Los pasos en los que consiste la calibración de un código de diseño son los siguientes:

- Establecer los estados límite de interés.

- Formular las funciones de falla para cada uno de los estados límite, de acuerdo al modelo matemático correspondiente.
- Detectar las variables básicas involucradas en el diseño.
- Encontrar una función de probabilidad que modele las incertidumbres de la variable.
- Evaluar la probabilidad de falla.
- Decidir en función de los resultados.

Este procedimiento es mostrado en el Esquema 2.1.



Esquema 2.1. Diagrama de flujo para la calibración de códigos.

### 2.3.3. VALORES ÓPTIMOS DE CONFIABILIDAD ESTRUCTURAL.

Como se vio en el Ítem 2.2.5.1 el índice de confiabilidad  $\beta$  está directamente relacionado con la probabilidad de falla. Se cumple que mientras mayor es  $\beta$  menor es la probabilidad de falla asociada al sistema analizado.

Los valores del índice de confiabilidad  $\beta$  y su respectiva probabilidad de falla asociada depende de las condiciones de servicio a las cuales está sometido el sistema analizado. Así habrá un índice de confiabilidad requerido para responder a cargas verticales, otro para responder a cargas sísmicas, otro para responder a cargas de viento, o presiones laterales de tierra, y uno distinto para evaluar la serviciabilidad, por ejemplo.

En la siguiente tabla se muestran los índices de confiabilidad utilizados en la calibración de los códigos americano, canadiense, nórdicos y eurocode. Se muestra las diferencias existentes para el índice de confiabilidad según la naturaleza de las cargas actuantes.

Tabla 2.1. Índices de confiabilidad utilizados en la calibración de códigos estructurales.

| Estándar   | Comentarios                                   | $\beta$ |
|--|---|---------|
| AISC, LRFD 1984, ANSI A 58.1 1982                                      | Cargas verticales (muertas, vivas y de nieve) | 3.00    |
|  | Cargas verticales y de viento                 | 2.50    |
|  | Cargas verticales y sísmicas                  | 1.75    |
| Código canadiense para acero, estructuras de concreto y puentes        | Con un período de diseño de 30 años           | 3.50    |
| Eurocode   | Construcción normal                           | 3.50    |
| Códigos nórdicos (Dinamarca, Finlandia, Noruega, Groenlandia y Suecia) | -   | 4.30    |

Fuente: Ref. 21

Es bien sabido, aunque no totalmente apreciado que la confiabilidad de una estructura estimada con un *set* de modelos probabilísticos para las cargas y resistencias podría no tener relación con la confiabilidad actual de la estructura. Este es el caso en el que la modelación probabilística que es la base de la confiabilidad estructural está muy influenciada por la subjetividad y por eso la confiabilidad estimada debería ser interpretada solo como una medida comparativa. Es esta la razón por la cual no es posible juzgar si la confiabilidad estimada es lo suficientemente alta sin establecer primero una referencia más formal para la comparación.

Tal referencia puede establecerse definiendo una mejor u óptima práctica estructural. Los valores típicos para la correspondiente probabilidad de falla anual están en el rango de  $10^{-6}$  a  $10^{-7}$  dependiendo del tipo de estructura y las características del modo de falla considerado. La forma más simple es usar los códigos de diseño existentes como base para la identificación de la mejor práctica de diseño. Alternativamente la mejor práctica de diseño puede ser determinada después de consultar un panel de expertos reconocidos.

En el caso en el que la modelación probabilística se base en determinaciones subjetivas la aproximación más racional es establecer el diseño óptimo basado en una teoría de

decisiones económica. Una optimización económica de la confiabilidad estructural depende de las consecuencias de falla tanto como del costo relativo necesario para incrementar la seguridad. Si el costo que incrementa la seguridad es pequeño siempre se podría llevar a cabo las mejoras. Obviamente esto no podrá ser practicado en ciertos casos, pero ese es otro problema.

Como resultado de este razonamiento *The Joint Committee for Structural Safety (JCSS)* ha propuesto un modelo de diseño probabilístico basado en el criterio económico y en las consecuencias de una posible falla. La Tabla 2.2. mostrada a continuación tiene dos condiciones: una para las consecuencias de falla y una para los costos relativos necesarios para incrementar la seguridad. Una mayor confiabilidad es necesaria si las consecuencias de la falla son más graves y si el costo relativo para lograrla es bajo.

Tabla 2.2. Índices de confiabilidad para un período de referencia de un año de acuerdo al modelo probabilístico de *The Joint Committee of Structural Safety*

| Costo Relativo | Consecuencias                       |   |   |
|----------------|-------------------------------------|---|---|
|                | Menores                             | Moderadas                                   | Graves                                      |
| Alto           | $\beta = 3.1 (P_f \approx 10^{-3})$ | $\beta = 3.3 (P_f \approx 5 \cdot 10^{-4})$ | $\beta = 3.7 (P_f \approx 10^{-4})$         |
| Normal         | $\beta = 3.7 (P_f \approx 10^{-4})$ | $\beta = 4.2 (P_f \approx 10^{-5})$         | $\beta = 4.4 (P_f \approx 5 \cdot 10^{-6})$ |
| Bajo           | $\beta = 4.2 (P_f \approx 10^{-5})$ | $\beta = 4.4 (P_f \approx 5 \cdot 10^{-5})$ | $\beta = 4.7 (P_f \approx 10^{-6})$         |

En muchos países los índices de confiabilidad han sido determinados tomando en cuenta los códigos existentes. La idea es que la aplicación de una investigación propia no difiera demasiado de los índices que son utilizados actualmente .

La tabla siguiente relaciona el índice de confiabilidad que conviene usarse si las consecuencias de los daños son severas, moderadas y menores para los estados límite último y de servicio.

Tabla 2.3. Índices de confiabilidad según estado límite y niveles de daño.

| Estado límite | Niveles de daño |           |         |
|---------------|-----------------|-----------|---------|
|               | Menores         | Moderadas | Severas |
| De servicio   | 2.0             | 2.5       | 3.0     |
| Último        | 4.2             | 4.7       | 5.2     |

## 2.4. SOFTWARE DE CÁLCULO DE LA CONFIABILIDAD.

Numerosos paquetes de computo han sido desarrollados para realizar análisis de confiabilidad, cada uno con su propio grado de sofisticación y características que van desde el uso de gráficos, interfase amistosa, etc. Entre ellos se encuentran:

**PROBAN (*Probability Analysis*)**. Este programa fue desarrollado en Noruega para la industria marina en *Det Norske Veritas*. Este es un programa muy fácil de utilizar, e incluye procedimientos FORM, SORM, simulación MonteCarlo y métodos de la superficie de respuesta. Está disponible en versiones para DOS y Windows.

**STRUREL (*Structural Reliability*)**. Este programa ha sido desarrollado en Alemania, en la Universidad Técnica de Munich por el Prof. R. Rackwitz y sus socios. Contiene las mismas herramientas de PROBAN, pero es tal vez menos costoso.

**CALREL (*California Reliability*)**. Este programa ha sido escrito por el Prof. A. Der Kiureghian y sus socios en la Universidad de California (Berkeley). Contiene las mismas aplicaciones que los programas anteriores, pero es menos desarrollado como un paquete comercial. Puede ser obtenido a un costo razonable.

**RELAN (*Reliability Analysis*)**. Este programa ha sido escrito en el Departamento de Ingeniería Civil de la Universidad de *British Columbia*. RELAN es usado en el desarrollo de este trabajo y se hablará de él en el ítem siguiente.

#### 2.4.1. RELAN.

---

RELAN es un programa de análisis de confiabilidad que calcula la probabilidad de falla para un criterio de *performance* determinado. Cada criterio es escrito en la forma de una función de falla  $G$ , tal que la falla sucede cuando  $G < 0$ .

RELAN implementa no solamente procedimientos FORM y SORM, sino también método de la superficie de respuesta, y simulación usando el método MonteCarlo, técnicas de muestreo adaptivo o de importancia.

La simulación de muestreo de importancia usa como punto inicial el punto de diseño obtenido de un análisis FORM.

RELAN tiene una capacidad de 50 variables aleatorias y 100 modos de falla. Además incluye 9 tipos de distribución de probabilidad, con una opción para modificar cada una para distribuciones extremas de mínimos o máximos o para límites superiores o inferiores. RELAN permite también la correlación entre variables aleatorias, especificándolas por pares, dando el número para el par de variables correlacionadas y su coeficiente de correlación.

RELAN necesita de una subrutina denominada USER.for proveída por el usuario. Esta subrutina contiene a su vez dos subrutinas: 1) DETERM, la cual se usa para definir los parámetros determinísticos de la función de falla, y 2) GFUN, la cual devuelve el valor de la función de falla para valores dados de las variables. Los parámetros determinísticos en DETERM son almacenados en un bloque Common (común) compartido por DETERM y GFUN. El gradiente de la función de falla, requerida por el algoritmo iterativo es calculada numéricamente. Los cálculos SORM requieren la matriz de las segundas derivadas de la función de falla  $G$ . Estas son calculadas también numéricamente.

Las subrutinas DETERM y GFUN están escritas en un formato por defecto, y pueden ser editados para ajustarse un criterio de performance específico. Los formatos para estas subrutinas son:

DETERM (IMODE)  
GFUN (X, N, IMODE, GXP)

Donde:

X: Vector de las variables básicas involucradas  
N: Número de variables aleatorias  
IMODE: Variable para considerar diferentes modos de falla, IMODE es el número de modos.  
GXP: Valor de la función de falla en X

Para obtener una versión ejecutable de RELAN, específica para un problema dado, el archivo objeto para RELAN, RELAN.OBJ, es unida al archivo USER.OBJ obtenido de compilar la subrutina USER.

RELAN es un programa escrito en FORTRAN. El compilador FORTRAN usado para obtener RELAN.OBJ debe ser el mismo, como el utilizado para compilar USER. El compilador de FORTRAN no es proveído por RELAN. La subrutina USER puede llamar algún otro programa (por ejemplo, un programa de análisis dinámico), en cuyo caso se debe incluir archivos objeto para RELAN, USER, y para el tercer programa.

RELAN puede considerar diferentes criterios de performance, cada uno correspondiente a su función de performance  $G$ . La probabilidad de falla, se obtiene para cada modo, con una opción para obtener bordes superiores e inferiores para la probabilidad de falla de una serie de sistemas con ese número de modos de falla.

Entre las herramientas útiles que RELAN provee se encuentran tablas de valores de probabilidad normal estándar, conversión de valores medios y desviaciones estándar a valores paramétricos para distribuciones extremas, y ajuste de datos discretos a muchos tipos de distribución y su exportación a RELAN mediante parámetros de regresión.

RELAN puede también desarrollar automáticamente una base de datos para los índices de confiabilidad para diferentes combinaciones de variables. Esta base de datos puede ser usada por RELAN para ensayar una Neural Network para el índice de confiabilidad como una función de los parámetros de diseño. Esta parte de las salidas de RELAN pueden ser usadas como entradas para un software de diseño basado en performance como IRELAN.

RELAN es proveído en versiones para DOS, Windows 98 y Windows XP. Un compilador de FORTRAN compatible con cualquiera de esos sistemas operativos puede ser utilizado.

## CAPÍTULO 3

### CALIBRACIÓN DE LA PRIMERA HIPÓTESIS DE DISEÑO DE LA NORMA TÉCNICA E060

#### **3.1. DESCRIPCIÓN DE LA PRIMERA HIPÓTESIS DE LA NORMA TÉCNICA E060.**

---

El capítulo 10 de la norma técnica de edificación E060, denominado “Requisitos generales de resistencia y de servicio”, establece en la sección 10.2.1 los requisitos de resistencia para soportar carga muerta (CM), viva (CV) y de sismo (CS) que cualquier elemento estructural debe cumplir. La primera hipótesis de diseño establecida por la norma es la siguiente:

$$U = 1.5 CM + 1.8 CV$$

Esta primera combinación de cargas determina el diseño de elementos que soportan carga vertical. La sección 10.1.1 de la norma especifica que *“todas las estructuras y los elementos estructurales deberán diseñarse para obtener en todas sus secciones, resistencias de diseño, por lo menos iguales a las resistencias requeridas, calculadas para las cargas amplificadas en las combinaciones que se estipulan en la norma.”* Además en la sección 10.1.2 se agrega que *“las estructuras y los elementos estructurales también, deberán cumplir con todos los demás requisitos de esta norma, para garantizar un comportamiento adecuado en los niveles de cargas de servicio.”* Aquellos otros requisitos están referidos al control de las deflexiones en servicio.

También la sección 10.3.1 dice que *“la resistencia de diseño proporcionada por un elemento, sus conexiones con otros elementos, así como sus secciones transversales en términos de flexión, carga axial, cortante y torsión deberá tomarse como la resistencia nominal (resistencia proporcionada considerando el refuerzo realmente colocado <sup>1</sup>), calculada de acuerdo con los requisitos y suposiciones de la norma, multiplicada por un factor  $\phi$  de reducción de resistencia.”* Este factor  $\phi$  depende del tipo de carga para la cual se va a efectuar el diseño.

#### **3.2. ESTADOS LÍMITE ANALIZADOS.**

---

Las consideraciones primarias en el diseño estructural son seguridad, serviciabilidad y economía. La seguridad requiere que la probabilidad de colapso de una estructura bajo cargas esperadas normales y bajo cargas extremas pero probables, sea mínima. La serviciabilidad requiere que bajo esas mismas cargas esperadas la estructura tenga un comportamiento satisfactorio sin incomodar al usuario debido a deflexiones excesivas, deformaciones permanentes, agrietamientos, efectos dinámicos, corrosión o algún otro efecto similar. Más allá, el sistema estructural debe tener suficiente integridad para

---

<sup>1</sup> En el trabajo de calibración se considerará el refuerzo obtenido de cálculo, debido a que el refuerzo colocado es obedece a la disponibilidad comercial y a la elección del diseñador de diámetros nominales y no al modelo matemático que se utiliza.

minimizar la probabilidad de cualquier tipo de colapso progresivo iniciado por alguna falla local causada por eventos extremos o por sobrecargas excesivas. La serviciabilidad y la seguridad pueden mejorarse incrementando los márgenes de seguridad en el diseño pero esto ocasiona el incremento del costo de la estructura.

Dado que la primera hipótesis de diseño de la norma peruana está asociada con el diseño de elementos sometidos a cargas verticales se analizarán tres tipos de estados límite: flexión, corte (relacionados con la seguridad estructural), y deflexiones (relacionadas con serviciabilidad).

La flexión producida por cargas verticales se verifica en su mayoría en vigas, losas y cimentaciones. El corte por su parte puede verificarse de igual modo en vigas, losas, columnas y elementos de conexión, pero el efecto del corte en los dos últimos es dominado por las cargas sísmicas, por lo que no se analiza el corte en este tipo de elementos estructurales. Las mayores deflexiones en elementos estructurales se verifican en las losas de piso o techo, sometidas a cargas verticales fundamentalmente, por lo que es un estado que debe ser considerado.

La estructura utilizada para la calibración de los factores parciales en el caso de flexión y fuerza cortante, es una vigueta de aligerado de dos tramos de 5.50 m simplemente apoyada. El índice de confiabilidad para el estado límite de serviciabilidad se verifica en una vigueta de aligerado simplemente apoyada con una luz de 3.5 m. El peralte de la losa es igual a 20 cm, como es la usanza de la región.

### 3.2.1. FLEXIÓN PURA

---

En este ítem se desarrollan los principios básicos del comportamiento de los elementos de concreto armado sometidos a flexión. Es imprescindible comprender claramente este fenómeno para luego deducir las expresiones a usar tanto en el análisis como en el diseño. El análisis implica fundamentalmente la determinación del momento resistente de una sección completamente definida. El diseño es el proceso contrario: dimensionar una sección capaz de resistir el momento aplicado.

El diseño de las secciones transversales de los elementos sujetos a flexión deberá basarse en la expresión:

$$M_u \leq \phi \cdot M_n$$

Donde:

$M_u$  es la resistencia requerida por flexión en la sección analizada.

$M_n$  es la resistencia nominal a la flexión de la sección.

$\phi$  0.90 para flexión sin carga axial o con carga axial de tracción.

La resistencia de un elemento o de una sección transversal debe satisfacer las siguientes condiciones fundamentales: a) equilibrio estático y b) compatibilidad de deformaciones. Las hipótesis en las que se basa el diseño por flexión consideradas por la norma técnica E060 son las siguientes:

1. Las deformaciones en el refuerzo y en el concreto se supondrán directamente proporcionales a la distancia del eje neutro (para vigas de poco peralte  $h/l < 1/8 \sim 1/10$ ).

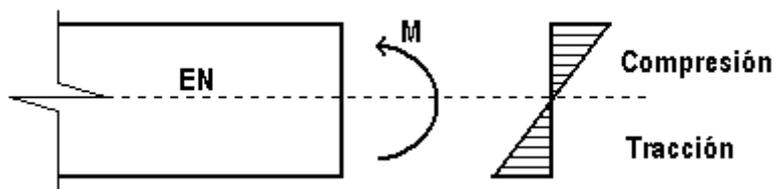


Figura 3.1. Proporcionalidad de deformaciones del concreto y acero

2. Existe adherencia entre el concreto y el acero de tal manera que la deformación del acero es igual a la del concreto adyacente.
4. La máxima deformación utilizable del concreto en la fibra extrema a compresión se supondrá igual a 0.003 (falla por aplastamiento).
5. El esfuerzo en el refuerzo deberá tomarse como  $E_s$  veces la deformación del acero; para deformación mayores a las correspondientes a  $f_y$ , el esfuerzo se considerará independientemente de la deformación e igual a  $f_y$ .

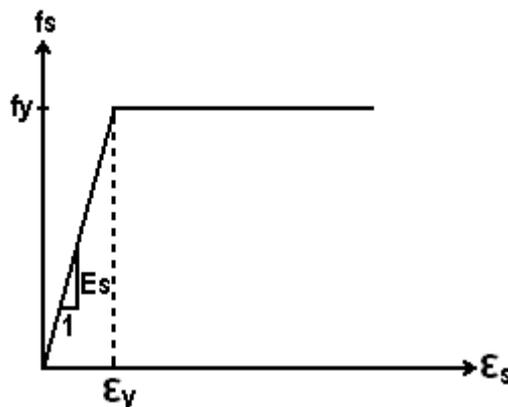


Figura 3.2. Curva esfuerzo-deformación del acero de refuerzo

6. La resistencia a tracción del concreto no será considerada en los cálculos.
7. El diagrama esfuerzo-deformación para la zona de esfuerzos de compresión del concreto se puede definir como:
  - Un esfuerzo constante en el concreto de  $0.85 f'_c$  que se supondrá uniformemente distribuido en una zona equivalente de compresión, limitada por los bordes de la sección transversal y una línea recta paralela al eje neutro, a una distancia  $a = \beta_1 \cdot c$  de la fibra de deformación unitaria de compresión. Figura 3.3.
  - La distancia  $c$ , desde la fibra de deformación unitaria máxima al eje neutro se medirá en dirección perpendicular a dicho eje.

- El factor  $\beta_1$  deberá tomarse como 0.85 para resistencias de concreto  $f'_c$  hasta de  $280 \text{ kg/cm}^2$ . Para resistencias superiores a  $280 \text{ kg/cm}^2$ ,  $\beta_1$  disminuirá a razón de 0.05 por cada  $70 \text{ kg/cm}^2$  de aumento de  $f'_c$ , con un valor mínimo de 0.65.

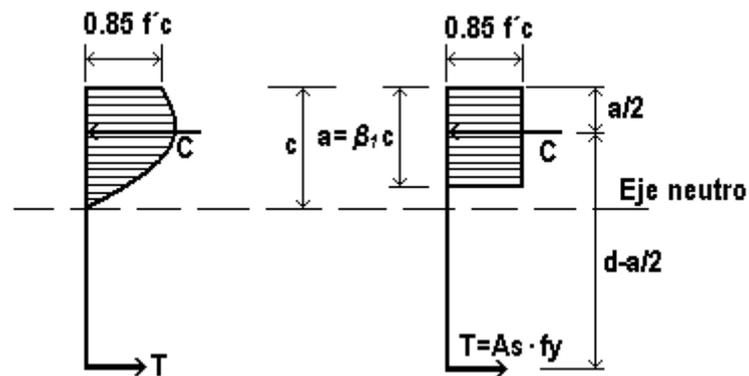


Figura 3.3. Distribución de esfuerzos en el concreto en compresión de una sección transversal.

Los elementos sometidos a flexión casi siempre fallan por compresión del concreto, sin embargo el concreto puede fallar antes o después que el acero fluya. La naturaleza de la falla es determinada por la cuantía de refuerzo y es de tres tipos:

1. Falla por tensión: el acero fluye y el elemento exhibe una falla dúctil. Se aprecian grandes deflexiones y rajaduras antes del colapso lo cual alerta a los usuarios acerca del peligro inminente. Estas secciones son llamadas sub-reforzadas.
2. Falla por compresión: el acero no tiene oportunidad de fluir y el concreto falla repentinamente. Estas secciones son llamadas sobre-reforzadas. La resistencia de una sección sobre-reforzada es mayor que la de otra sub-reforzada de dimensiones similares. Sin embargo, la primera no tiene comportamiento dúctil y el tipo de colapso no es conveniente. En el diseño se evita este tipo de falla.
3. Falla balanceada: se produce cuando el concreto alcanza la deformación unitaria última de 0.003 simultáneamente de la fluencia del acero. La falla es frágil y no deseada.

Por seguridad la norma técnica E060 recomienda que todas las secciones se diseñen para fallar por tracción y por ello limita la cuantía de refuerzo a  $0.75\rho_b$  (sección 11.4).

### 3.2.1.1. MODELO MATEMÁTICO UTILIZADO

Partiendo de la distribución de esfuerzos mostrada en la Figura 3.3 se establece la condición de equilibrio:

$$C = T$$

$$0.85 \cdot f'_c \cdot b \cdot a = A_s \cdot f_y$$

El momento resistente nominal de la sección estará dado por:

$$M_n = C \cdot (d - a / 2) = T(d - a / 2)$$

De donde se obtiene:

$$Mn = 0.85 \cdot f'c \cdot b \cdot a \cdot (d - a / 2)$$

$$Mn = A_s \cdot f_y \cdot (d - a / 2)$$

Finalmente:

$$Mn = w \cdot (1 - 0.59 \cdot w) \cdot f'c \cdot b \cdot d^2$$

Donde:

$Mu$  Resistencia última requerida

$Mn$  Resistencia nominal de la sección transversal

$b$  Ancho de la zona en compresión

$d$  Peralte efectivo de la sección transversal

$\phi$  Factor de reducción de resistencia, 0.9

$w = \rho \cdot \frac{f_y}{f'c}$  donde  $f_y$  es el esfuerzo de fluencia del acero de refuerzo,  $f'c$  es la resistencia a compresión del concreto y  $\rho$  es la cuantía de acero requerida

$\rho = \frac{A_s}{b \cdot d}$  donde  $A_s$  es el área de acero requerida.

Todas las secciones transversales sujetas a flexión se diseñan con la expresión mostrada.

### 3.2.2. FUERZA CORTANTE

---

El efecto de la fuerza cortante es un fenómeno sumamente complejo y en él entran en juego numerosas variables. Se han desarrollado modelos matemáticos que buscan explicarlo, sin embargo, no se ha conseguido un planteamiento teórico que sea totalmente compatible con lo observado experimentalmente. Por ello, la mayoría de códigos en el mundo basan sus requerimientos para el diseño en parámetros semi-empíricos.<sup>2</sup>

La falla debida a esfuerzo cortante es frágil y siempre debe ser evitada. No se trata de esfuerzo cortante propiamente dicho, sino de su transformación (Figura 3.4).

El diseño de las secciones transversales de los elementos sujetos a fuerza cortante deberá basarse en la expresión:

$$Vu \leq \phi \cdot Vn$$

Donde:

$Vu$  es la resistencia requerida por corte en la sección analizada

$Vn$  es la resistencia nominal al corte de la sección

$\phi$  factor de reducción de resistencia, 0.85

---

<sup>2</sup> Teodoro E. Harmsen. Diseño de estructuras de concreto armado. Capítulo 6. PUCP 2000.

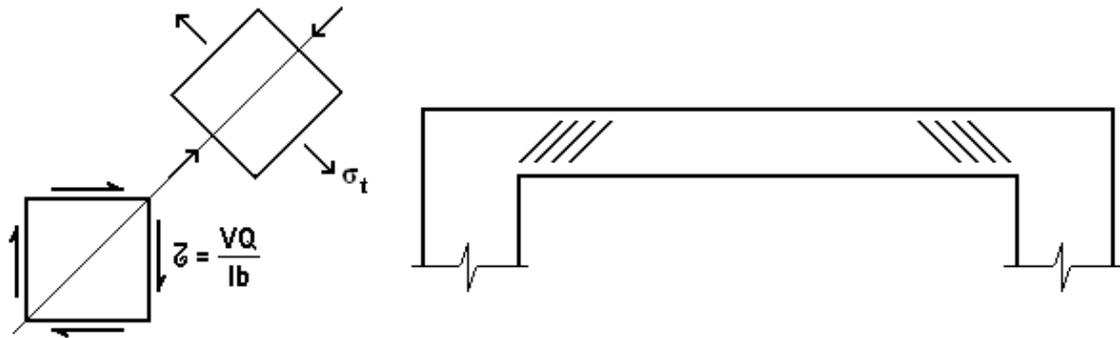


Figura 3.4. Rajaduras de tracción diagonal

El ítem 13.1.1 de la norma técnica E060 establece que la resistencia nominal  $V_n$  estará conformada por la contribución del concreto  $V_c$  y por la contribución del acero  $V_s$  de tal forma que:

$$V_n = V_c + V_s$$

Si la reacción del apoyo induce compresión en el elemento, si las cargas están aplicadas en la parte superior de la viga y no hay cargas concentradas entre la cara del apoyo y una sección ubicada a  $d$  de ella, entonces las secciones situadas en este tramo se diseñarán para un cortante último igual al correspondiente a la sección ubicada a  $d$  del apoyo. Esta sección se denomina sección crítica y es la que se encuentra sometida al mayor cortante de diseño del elemento. En la figura 3.5 se muestra gráficamente la implicancia de esta consideración.

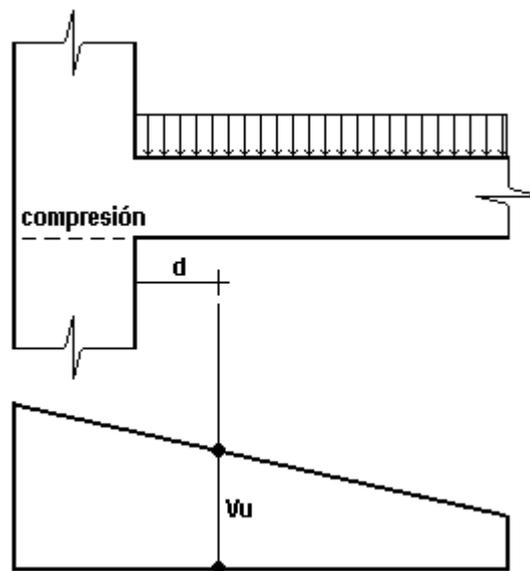


Figura 3.5. Diagrama de fuerzas cortantes para el diseño de vigas.

La resistencia del concreto a la fuerza cortante ( $V_c$ ) varía de acuerdo al tipo de falla del elemento. En algunos casos, después de la primera fisura inclinada no es posible soportar mayor carga que la que produjo el agrietamiento. En otros, el elemento es capaz de soportar cargas hasta 50% mayores. Puesto que no ha sido posible establecer expresiones

prácticas que determinen convenientemente el incremento de la resistencia del concreto después del agrietamiento diagonal, el código del ACI, así como la norma técnica E060 (basada en las normas del ACI), han tenido a bien desprestigiar este aporte adicional, que en muchos casos no existe, y considerar que la resistencia del concreto al corte es igual a la carga que produce la primera fisura inclinada.

Las variables que influyen directamente en la determinación de  $V_c$  son las siguientes:

1. Resistencia del concreto a la tracción. Es un parámetro muy importante pues las fisuras se producen por una falla del concreto en tensión. En la formulación presentada se suele asociar la resistencia a la tracción al término  $\sqrt{f'c}$  pues, existe una relación directa entre ellos.
2. Cuantía de acero longitudinal. Este factor juega un papel importante pues está relacionado con el número de grietas de flexión que se presentan. Mientras mayor sea la cuantía de acero, menos grietas verticales se formarán, reduciendo la posibilidad que se inicie la formación de fisuras de flexo-tracción.
3. Esbeltez del elemento analizado. La capacidad de agrietamiento inclinado disminuye con el incremento de la esbeltez. Esta puede expresarse como la relación de cortante/peralte y para elementos simplemente apoyados sometidos a cargas concentradas es igual a  $M/Vd$ . Este término se incluye en la formulación presentada por el código del ACI para la determinación de  $V_c$ .
4. Carga axial. La carga axial de compresión incrementa la resistencia del concreto a la fuerza cortante, mientras que la de tracción la disminuye.
5. Puntos de corte de varillas longitudinales. Los puntos donde las varillas longitudinales son cortadas están sometidos a fuertes concentraciones de esfuerzos que ocasionan una disminución de la carga de fisuración diagonal.
6. Tamaño del elemento. Mientras mayor es el tamaño del elemento, menor es la carga de agrietamiento diagonal.

### 3.2.2.1. MODELO MATEMÁTICO UTILIZADO

---

En el ítem 10.2.1 de la norma técnica E060 se presentan las expresiones que permiten determinar la resistencia del concreto al corte para diferentes situaciones.

Para elementos sometidos a fuerza cortante y momento flector:

$$V_c = \left( 0.50 \cdot \sqrt{f'c} + 176 \cdot \rho_w \cdot \frac{V_u \cdot d}{M_u} \right) \cdot b_w \cdot d$$

Donde:

$$\rho_w = \frac{A_s}{b_w \cdot d}$$

El término  $\frac{V_u \cdot d}{M_u}$  no se considerará mayor que la unidad. La expresión simplificada y de uso generalizado para el término  $V_c$  es la siguiente:

$$V_c = 0.53 \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_w \cdot d$$

La resistencia al corte aportada por el acero transversal ( $V_s$ ) se determina analizando la fuerza ejercida por el acero a lo largo de una fisura diagonal. La expresión utilizada corresponde a la siguiente:

$$V_s = A_v \cdot f_y \cdot \frac{d}{S}$$

donde  $d$  equivale al peralte efectivo de la sección transversal y  $S$  es el espaciamiento de los estribos.

### 3.2.3. DEFLEXIONES

---

Cuando el diseño de concreto armado se efectuaba a través del método elástico, los factores de seguridad eran elevados, de modo que el esfuerzo del trabajo del acero era bajo y por tanto también lo era su deformación. Lo mismo sucedía con el concreto, por lo que el efecto del *creep* no era considerable. Bajo estas circunstancias el control de deflexiones y rajaduras no era de mayor interés. Las dimensiones y características de los elementos, diseñadas por consideraciones de resistencia, eran suficientes para garantizar el adecuado comportamiento de la estructura.

En la actualidad, el método más empleado por los proyectistas para el diseño en concreto armado, es el método de diseño a la rotura. Este procedimiento considera el comportamiento inelástico tanto del concreto como del acero lo que permite reducir los coeficientes de seguridad y las secciones de los elementos. La disminución de las dimensiones de los elementos ocasiona la pérdida de rigidez de las estructuras, generando deflexiones que pueden resultar excesivas y que a su vez acentúan el agrietamiento de la estructura.

Es necesario complementar el diseño de una pieza de concreto armado con un adecuado control de deflexiones y de rajaduras, para garantizar que dichos elementos cumplan con la función para la cual fueron concebidos.

El control de deflexiones es una etapa muy importante en el diseño de estructuras no sólo en el caso del concreto armado. Un exceso de deflexiones estropea la apariencia de la estructura y en muchos casos, alarma a los usuarios sin motivo, ya que una deformación excesiva no necesariamente es síntoma de falla inminente.

La magnitud de las deformaciones es afectada por la calidad del concreto pero básicamente por el cuidado que se tenga en obra. El curado insuficiente o compactación inadecuada incrementan las flechas de los elementos, del mismo modo, que el desencofrado de vigas antes del tiempo especificado y el almacenamiento de material de construcción sobre losas que aún no han alcanzado una resistencia mínima.

A pesar de los factores que tienden a aumentar la deformación de los elementos, si las recomendaciones propuestas por el ACI son tomadas en consideración, no deberá esperarse mayores inconvenientes ocasionados por el exceso de deflexiones.

El código del ACI propone dos métodos para el control de deflexiones a nivel de cargas de servicio. El primero de ellos es aplicable a elementos sometidos a flexión que no están ligados a piezas no estructurales que puedan ser afectadas por deflexiones excesivas. Este método consiste en dar un espesor o peralte mínimo a losas y vigas, que garantice que las deformaciones se mantengan dentro de un rango aceptable. En la Tabla 3.1 se muestran los peraltes mínimos requeridos, en función de la longitud de diseño, los cuales dependen de la naturaleza del elemento y de sus condiciones de apoyo.

Tabla 3.1. Peraltes mínimos en losas y vigas sugeridos por el código del ACI para el control de deflexiones.

| Elemento  | Peralte mínimo, $h$  |                     |                          |          |
|---|--|---------------------|--------------------------|----------|
|   | Simplemente apoyada  | Un extremo continuo | Ambos extremos continuos | Voladizo |
|   | Elementos que no soportan ni están en contacto con tabiquería u otros miembros que pueden ser dañados por deflexiones excesivas. |                     |                          |          |
| Losas macizas armadas en un sentido             | $l/20$   | $l/24$              | $l/28$                   | $l/10$   |
| Vigas o losas nervadas armadas en una dirección | $l/16$   | $l/18.5$            | $l/21$                   | $l/8$    |

Fuente: ACI-Tabla 9.5.a

Los valores de la tabla anterior han sido propuestos para concretos de peso normal de 2300 a 2400 kg/m<sup>3</sup> y acero con refuerzo de fluencia de 4200 kg/cm<sup>2</sup>.

Consecuentemente, la norma técnica E060 así como el ACI, propone en el ítem 10.4.1 peraltes mínimos en elementos armados en una dirección sometidos a flexión. No sería necesario verificar las deflexiones producidas por cargas estáticas si se cumple con los siguientes requerimientos:

1. En losas aligeradas continuas conformadas por viguetas de 10 cm de ancho, bloques de ladrillo de 30 cm de ancho, y losa superior de 5 cm, con sobrecargas menores a 300 kg/cm<sup>2</sup> y luces menores de 7.5 m, cuando se cumple que  $h \geq l/25$ .
2. En losas macizas continuas con sobrecargas menores a 300 kg/cm<sup>2</sup> y luces menores de 7.5 m cuando se cumple que  $h \geq l/30$ .
3. En vigas que forman pórticos, cuando se cumple que  $h \geq l/16$ .

Si la viga, losa aligerada o losa maciza, se encuentra en voladizo, o sobre ella se apoyan elementos que pueden ser dañados por deflexiones excesivas, será necesario verificar las deflexiones, no siendo aplicable las excepciones anteriores.

El segundo método que el ACI propone para el control de deflexiones consiste en estimar su magnitud y verificar que no exceda los límites propuestos por el código. Esta tabla también copia la norma técnica E060. Las flechas máximas permitidas se presentan en la Tabla 3.2.

Tabla 3.2. Deflexiones máximas permitidas por el código del ACI y la norma técnica E060.

| Tipo de elemento   | Deflexión considerada   | Deflexión límite |
|--|---|------------------|
| 1. Techos llanos que no soporten ni estén ligados a elementos no estructurales que puedan ser dañados por deflexiones excesivas. | Deflexión instantánea debida a la aplicación de la carga viva.  | $l/180$          |
| 2. Pisos que no soportan ni están ligados a elementos estructurales que puedan ser dañados por deflexiones excesivas.            | Deflexión instantánea debida a la aplicación de la carga viva.  | $l/360$          |
| 3. Techos o pisos que soportan o están ligados a elementos no estructurales que puedan ser dañados por deflexiones excesivas.    | Parte de la flecha total que ocurre después de la colocación de elementos no estructurales (la suma de la deflexión diferida y la deflexión inmediata debida a cualquier carga viva adicional). | $l/480$          |
| 4. Techos o pisos que soportan o están ligados a elementos estructurales que no se dañan con deflexiones excesivas.              |   | $l/240$          |

Fuente: ACI-Tabla 9.5.b, NT E060 Tabla 10.4.4.2.

La norma técnica E060 especifica que la luz de cálculo  $l$  corresponde a la suma de la luz libre más el peralte del elemento del cual se está calculando la deflexión, tal como lo define su sección 9.5.

### 3.2.3.1. MODELO MATEMÁTICO UTILIZADO

Las deflexiones de los elementos de concreto armado son función del tiempo y por lo tanto pueden ser de dos tipos: instantáneas y a largo plazo. Las primeras se deben fundamentalmente al comportamiento elástico de la estructura y se producen inmediatamente después que las cargas son aplicadas. Las segundas son consecuencia del *creep* y la contracción del concreto y son ocasionadas por cargas sostenidas a lo largo del tiempo. Las deformaciones a largo plazo pueden llegar a ser el doble de las deformaciones instantáneas.

Las deflexiones instantáneas son deformaciones elásticas y por lo tanto las expresiones de resistencia de materiales para materiales elásticos pueden ser utilizadas. La expresión de la deformación tiene usualmente la siguiente forma:

$$\Delta = k \cdot \frac{w \cdot L^4}{E \cdot I} = k_1 \cdot \frac{M \cdot L^2}{E \cdot I}$$

donde  $\Delta$  es por lo general la deflexión al centro de la luz,  $w$  es la carga total,  $L$  es la luz del elemento,  $EI$  es la rigidez a la flexión de la sección de referencia,  $M$  es el momento máximo y  $k$  y  $k_l$  son constantes que dependen de la distribución de la carga, condiciones de borde y variación de  $EI$  (si las hay). Por ejemplo,  $k = 5/384$  y  $k_l = 5/48$  si se trata de una viga simplemente apoyada con una carga uniformemente distribuida en toda la luz.

El concreto es un material que se agrieta al ser sometido a un momento superior al momento crítico que es el que ocasiona esfuerzos de tracción en la sección en la que se excede el módulo de ruptura del material. El momento flector que actúa sobre una sección influye en su fisuramiento y éste, a su vez, en su momento de inercia. Por lo tanto la inercia de la sección está directamente relacionada con el momento flector al que está sometida. Branson propuso una ecuación empírica basada en el análisis estadístico de gran número de ensayos para la determinación del momento de inercia efectivo  $I_e$  de una sección. Este parámetro toma en consideración el agrietamiento que el elemento presenta. El código del ACI deriva a partir de ella la siguiente expresión:

$$I_e = \left( \frac{M_{cr}}{M_a} \right)^3 \cdot I_g + \left[ 1 - \left( \frac{M_{cr}}{M_a} \right)^3 \right] \cdot I_{cr}$$

donde:

- $M_{cr}$  es el momento flector crítico
- $M_a$  es el momento flector máximo al que está sometida la sección, bajo la condición para la cual se está evaluando la flecha.
- $I_g$  es el momento de inercia de la sección bruta del concreto, sin agrietar, respecto al centro de gravedad, despreciando la presencia del refuerzo.
- $I_{cr}$  es el momento de inercia de la sección rajada, respecto del eje neutro.

La ecuación anterior es relativamente simple y da los valores límites correctos de  $I_e = I_g$  para  $M_a \leq M_{cr}$  y  $I_e \approx I_{cr}$  para  $M_a \gg M_{cr}$ , en la que la sección está severamente agrietada. Cuando  $M_a/M_{cr} \geq 3$ ,  $I_e \approx I_{cr}$ .

Basados en la inercia efectiva,  $I_e$ , la curva de momento-deflexión de un elemento bajo cargas de corto plazo (o inmediatas) tiene la forma mostrada en la Figura 3.6. el valor de  $I_e$  depende de la magnitud del momento.

Por lo tanto, para diferentes niveles de carga (y en consecuencia, diferente momento), tales como carga muerta actuando sola o carga muerta y carga viva, las deflexiones respectivas ( $\Delta_D$  y  $\Delta_{D+L}$ ) deberían ser calculadas con los valores de  $I_e$  dados de la ecuación propuesta por Branson para los correspondientes niveles de momento total ( $M_D$  y  $M_{D+L}$ ) como se indica en la Figura 3.6. La deflexión incrementada, es decir, la deflexión  $\Delta_L$  debida a carga viva, se obtiene como la diferencia entre las deflexiones calculadas con y sin la misma, esto es,  $\Delta_L = \Delta_{D+L} - \Delta_D$ .

El momento de inercia crítico  $I_{cr}$ , es el momento de inercia de la sección agrietada considerando la presencia del refuerzo. Para determinarlo se emplea el concepto de

sección transformada, el cual es empleado para análisis elásticos y que es aplicable en este caso en el cual el concreto es analizado bajo condiciones de servicio.

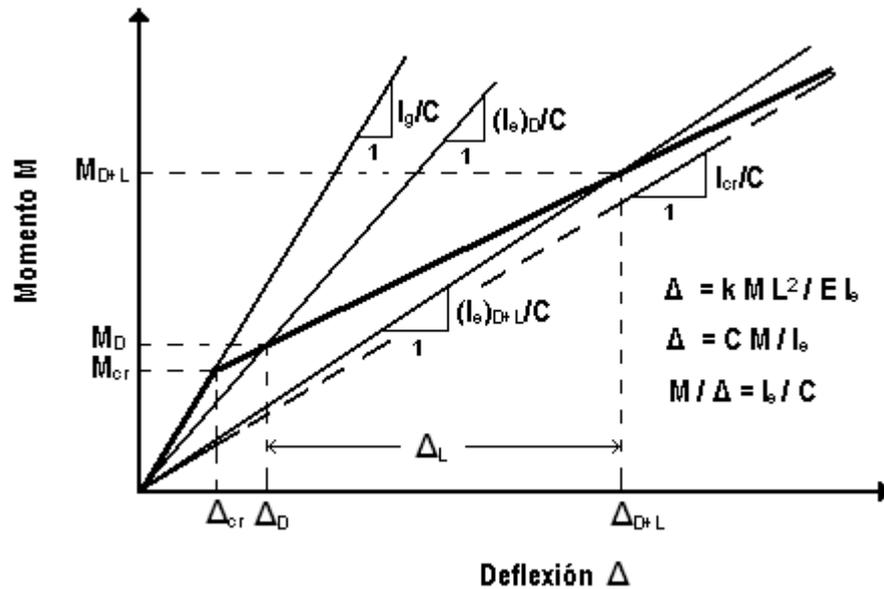


Figura 3.6. Curva momento-deflexión inmediata con inercia efectiva  $I_e$ .

La norma técnica E060, no toma en cuenta los niveles de momento actuantes en una sección y asume por seguridad que la inercia efectiva de la sección corresponde a la inercia crítica en la que la sección transversal se encuentra completamente agrietada,  $I_e = I_{cr}$ .

En la figura 3.7 se ilustra el cálculo de  $I_{cr}$ :

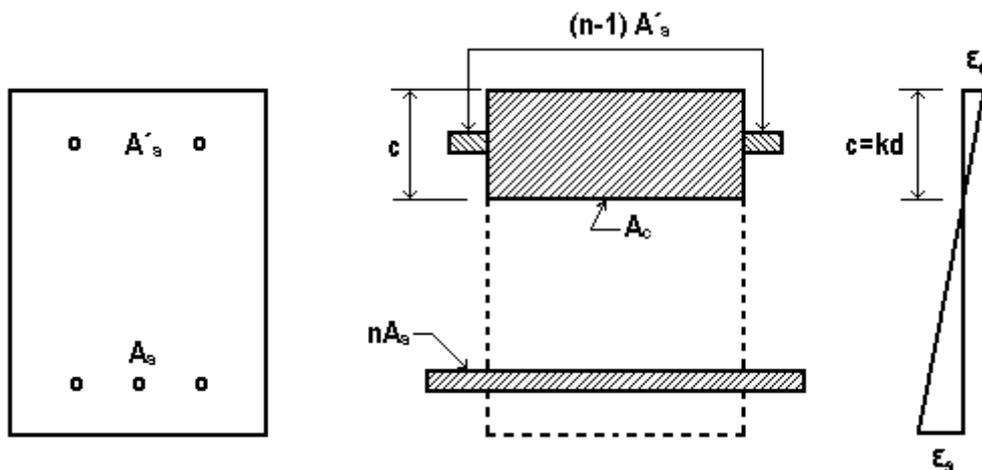


Figura 3.7. Sección transformada para el cálculo del momento de inercia crítico.

De las ecuaciones de equilibrio y compatibilidad de deformaciones se deduce:

$$\frac{b \cdot c^2}{2} = n \cdot A_s \cdot (d - c)$$

donde  $n$  es la relación modular igual a  $E_s/E_c$  y  $c$  es la distancia del eje neutro a fibra extrema en compresión.

El momento de la sección fisurada será:

$$I_{cr} = \frac{b \cdot c^3}{3} + n \cdot A_s \cdot (d - c)^2 + (n - 1) \cdot A' s \cdot (c - d')^2$$

El momento flector crítico se determina haciendo uso de la relación siguiente, que también es propuesta por el código:

$$M_{cr} = \frac{f_r \cdot I_g}{y_t}$$

donde  $f_r$  es la tensión de ruptura del concreto determinada como  $2 \cdot \sqrt{f'c}$  y  $y_t$  es la distancia desde el eje centroidal de la sección bruta de concreto, despreciando la presencia del refuerzo, a la fibra extrema en tracción.

Las deflexiones a largo plazo están influenciadas por la temperatura, humedad, condiciones de curado, edad del concreto al aplicarle la carga, cantidad de refuerzo a compresión, magnitud de la carga permanente, etc. De estos factores mencionados, uno de los más importantes es la presencia del refuerzo en compresión.

La aplicación de cargas durante un período más o menos prolongado origina, por efecto del *creep*, deflexiones considerables. Si la sección cuenta con acero en compresión, por compatibilidad de deformaciones, éste se deforma cada vez más absorbiendo mayores esfuerzos y descargando el concreto comprimido. Al disminuir el esfuerzo en el concreto, el *creep* disminuye y por lo tanto la magnitud de las deflexiones.

Las deflexiones a largo plazo se incrementan rápidamente en los primeros días de aplicación y conforme transcurre el tiempo, tienden a incrementarse a un ritmo cada vez menor. Estas deformaciones son ocasionadas por la carga muerta que resiste la estructura y por aquella parte de la carga viva sostenida durante un período suficiente como para permitir el desarrollo de deflexiones considerables.

Por causa del gran número de parámetros que interactúan afectando las deflexiones a largo plazo y la incertidumbre que los acompaña, además de la poca confiabilidad de los cálculos de las deflexiones en general, bajo situaciones normales, es más práctico y también satisfactorio estimar las deflexiones a largo plazo como un factor aplicado a las deflexiones iniciales. Tal procedimiento es recomendado por el código del ACI y por la norma técnica E060 (sección 10.4.3.1). De acuerdo con estas consideraciones la deflexión adicional a largo plazo puede estimarse

multiplicando las deflexiones inmediatas debido a cargas sostenidas por un factor  $[s/(1+50\cdot\rho')]$ .

$$\Delta_d = \Delta_{cp} + \Delta_{sh} = \Delta_i \cdot \frac{s}{1+50\cdot\rho'}$$

donde  $\Delta_d$  es la deflexión a largo plazo o diferida,  $\rho' = A's/(bd)$  es la cuantía de refuerzo en compresión al centro de la luz para elementos continuos y simplemente apoyados, y en el apoyo para volados, y  $s$  es un factor dependiente del tiempo para cargas sostenidas, igual a:

- 2.0 para 5 años o más
- 1.4 para 12 meses
- 1.2. para 6 meses
- 1.0 para 3 meses

El método presentado para estimación de deflexiones es aproximado, y por lo tanto si éstas constituyen un problema en el diseño, es conveniente efectuar cálculos más refinados. Si con procedimientos más elaborados, aún persisten las deformaciones excesivas, se debe considerar algún procedimiento para evitarlas. Entre ellos se tiene: incrementar el peralte de la sección, incrementar la cuantía de acero en compresión o proveer al elemento de una contraflecha.

### **3.3. INCERTIDUMBRES EN LAS VARIABLES BÁSICAS INVOLUCRADAS.**

---

En cualquier circunstancia práctica de la ingeniería, cada una de las variables básicas de una función de estado límite está sujeta a incertidumbres. Las incertidumbres son tomadas en cuenta en un análisis de confiabilidad estructural al describir las variables en términos estadísticos.

Para cada función de estado límite, la variabilidad en los parámetros más sensitivos debe ser cuantificada por un análisis de datos y por la construcción de sus respectivas funciones de densidad de probabilidad. Esto se determina llevando a cabo un análisis estadístico apropiado de la información disponible, la cual incluye certificados de pruebas de laboratorio, información de obra, e inspecciones técnicas efectuadas. Los resultados de estos cálculos son funciones matemáticas que describen la probabilidad de ocurrencia de situaciones particulares. Los parámetros pertenecen típicamente a cuatro tipos de grupos: geometría, propiedades de material, cargas y resistencias.

#### **3.3.1. DESCRIPCION ESTADÍSTICA DE LAS VARIABLES BÁSICAS.**

---

Las variables involucradas en los modelos matemáticos anteriormente mostrados son las siguientes:

- Dimensiones de los elementos estructurales.
- Carga muerta.

- Carga viva.
- Resistencia a compresión del concreto.
- Módulo de elasticidad del concreto.
- Límite de fluencia del acero.

Las dimensiones de los elementos estructurales han sido considerados parámetros determinísticos por tener variabilidades pequeñas y porque sus efectos en el cálculo del índice de confiabilidad, demostrados en los coeficientes de sensibilidad, son irrelevantes.<sup>3</sup>

La sección 9.4.2 de la norma peruana E060, establece que el módulo de elasticidad del concreto  $E_c$ , puede tomarse igual a  $15000\sqrt{f'_c}$ , con lo que se utiliza la distribución de la resistencia a compresión del concreto para simular la variabilidad de  $E_c$ .

### CARGA MUERTA.

Una investigación llevada a cabo por la Asociación Japonesa de Carreteras, acerca de las incertidumbres envueltas en el peso unitario del concreto reforzado concluyó que sigue una distribución normal con una media de 1.0 y un coeficiente de variación de 1.5%<sup>4</sup>. En este trabajo se utiliza una distribución normal con media igual a la carga por metro lineal proveniente del metrado de cargas y por seguridad, un coeficiente de variación de 10%.

El peso muerto de una losa aligerada, conformada por viguetas de concreto de 10 cm de ancho, bloques de ladrillo de 30 cm de ancho y losa superior de 5 cm, es aproximadamente 300 kg/m<sup>2</sup>. La carga por metro lineal que soportaría una vigueta de 40 cm, sería 120 kg/m ó 0.12 ton/m. De acuerdo a las consideraciones del párrafo anterior, la desviación estándar estimada para llevar a cabo este trabajo es de 12 kg/m o su equivalente 0.012 ton/m. Para comodidad del lector se presenta el siguiente cuadro resumen:

Tabla 3.3. Parámetros estadísticos de la distribución de probabilidad de la carga muerta,  $CM$ , utilizados en la calibración.

| Variable | Identificador, $X(i)$ | Distribución de probabilidad | Media, $\bar{X}_i$ (kg/m <sup>2</sup> ) | Desviación estándar, $\sigma_{X_i}$ (kg/m <sup>2</sup> ) |
|----------|-----------------------|------------------------------|---|--|
| $CM$     | X(1)                  | Normal                       | 300.00                                  | 30.00  |

<sup>3</sup> R. O. Foschi, B. R. Folz, y F. Z. Yao (1989). "Reliability-based design of wood structures".. Departamento de Ingeniería Civil. Universidad de Columbia Británica, Vancouver, Canadá.

<sup>4</sup> Yusuke Honjo, Determination of partial factors for vertically loaded piles for a seismic loading condition based on reliability theory, JCSS, Workshop on Reliability Based Code Calibration – 2000.

## CARGA VIVA.

En los últimos 20 años se han desarrollado avances muy rápidos en la modelación probabilística de cargas vivas debido a un aumento creciente de la conciencia en la necesidad de determinar las incertidumbres acerca de las cargas actuantes en una estructura y a la aceptación de la determinación probabilística de estas cargas.

Un *paper* [Ref. 2] presentado por *The ASCE Structural Division* desarrolla un formato probabilístico para la determinación de cargas vivas de diseño en edificaciones, al examinar en detalle una colección de información de carga viva y el comportamiento del proceso de carga. La incorporación de los datos disponibles en un modelo teórico provee los recursos para desarrollar en forma realista y consistente las cargas de diseño correspondientes a un nivel especificado de riesgo.

Mientras el refinamiento de los modelos probabilísticos de cargas es un proceso continuo, la acumulación continua de información de carga viva es fundamental para su aplicación en el proceso de diseño. De hecho, los modelos probabilísticos pueden guiar la acumulación futura de información y el análisis de datos de carga. Un diseño estándar acorde con un modelo probabilístico para cargas vivas debería representar más fielmente que los códigos existentes el proceso de carga viva real, ya que aquellos contienen solamente estimados simples de las sobrecargas de diseño.

En tal investigación, se asume que la sobrecarga, es la superposición de dos procesos de carga viva: uno sostenido y uno extraordinario, como se ilustra en la Figura 3.8. Estos procesos son modelados espacialmente como una carga uniformemente distribuida, aunque en realidad sean el resultado de una combinación de cargas concentradas y distribuidas. Estadísticamente, ambos componentes, la carga sostenida y la extraordinaria, son asumidas distribuidas de acuerdo a distribuciones gamma.<sup>5</sup> El período entre cambios de carga sostenida o entre las ocurrencias extraordinarias es asumido exponencialmente distribuido

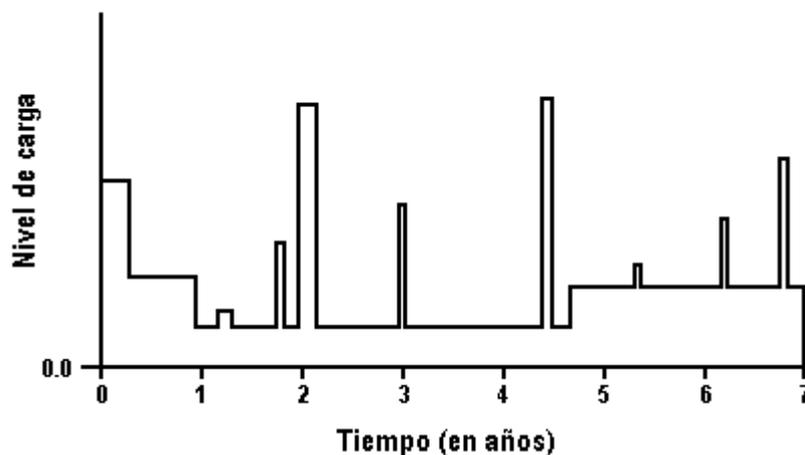


Figura 3.8. Modelación de sobrecargas como la combinación de componentes sostenidos y extraordinarios.

<sup>5</sup> Chalk, Ph. L y Corotis, R. B. (1980). "Probability model for design live loads." *Journal of Structural Engineering Division*, ASCE, Vol. 106, No. ST10, págs. 2017-2033.

Para obtener la distribución de la carga combinada máxima a 30 años y a 50 años, R. O. Foschi, B. R. Folz, y F. Z. Yao <sup>6</sup>, llevaron a cabo una simulación computarizada usando 5000 réplicas. Cada réplica fue una secuencia diferente de carga sostenida y extraordinaria. La superposición de las dos secuencias permitieron el cálculo de la carga máxima combinada. Los resultados de esta simulación se muestran en la Tabla 3.4. para la carga máxima a 30 años. Los resultados simulados para la carga máxima sostenida fueron ajustados con una distribución Extrema Tipo I (Gumbel). Los parámetros correspondientes a esta distribución asociados con cada tipo de sobrecarga se muestran en la Tabla 3.5. Estos parámetros se refieren a la variable  $q$ , definida como  $q=Q/Q_n$ , donde  $Q_n$  es la sobrecarga de diseño para cada caso

Tabla 3.4. Parámetros estadísticos de la distribución de probabilidad de la carga viva,  $CV$ , utilizados en la calibración.

| Uso de la edificación y cargas de diseño (ACI).         | Carga viva sostenida (Dist. Gamma) |      | Carga viva extraordinaria (Dist. Gamma) |      | Carga combinada (Dist. Extrema Tipo I) |      |
|---|------------------------------------|------|---|------|--|------|
|   | Media (kg/m <sup>2</sup> )         | COV  | Media (kg/m <sup>2</sup> )              | COV  | Media (kg/m <sup>2</sup> )             | COV  |
| Residencial, uso propio,<br>$Q_n = 40 \text{ lb/pie}^2$ | 46.14                              | 0.39 | 126.31                                  | 0.33 | 157.90                                 | 0.28 |
| Residencial, en alquiler<br>$Q_n = 40 \text{ lb/pie}^2$ | 64.69                              | 0.24 | 126.31                                  | 0.33 | 159.85                                 | 0.26 |
| Oficinas<br>$Q_n = 50 \text{ lb/pie}^2$                 | 95.26                              | 0.43 | 159.41                                  | 0.31 | 222.68                                 | 0.26 |
| Comercial<br>$Q_n = 100 \text{ lb/pie}^2$               | 142.03                             | 0.15 | 138.07                                  | 0.15 | 234.40                                 | 0.13 |

Fuente: Ref. 1.

Como puede verse, las sobrecargas de diseño  $Q_n$  recomendadas por el código peruano son similares a las del ACI. Para usos residenciales la norma técnica de cargas y diseño sismorresistente E020 recomienda 200 kg/m<sup>2</sup>, para oficinas 250 kg/m<sup>2</sup> y para edificaciones destinadas al comercio 500 kg/m<sup>2</sup>. Las diferencias son producto de la conversión de unidades y el redondeo.

Tabla 3.5. Parámetros  $Q/Q_n$  de la distribución Extrema Tipo I utilizados para ajustar la sobrecarga combinada máxima.

| Uso de la edificación | Carga máxima a 30 años |      |
|-----------------------|------------------------|------|
|                       | Media                  | COV  |
| Residencial           | 0.810                  | 0.28 |
| Oficinas              | 0.912                  | 0.26 |
| Comercial             | 0.480                  | 0.13 |

Fuente: Ref. 1

<sup>6</sup> R. O. Foschi, B. R. Folz, y F. Z. Yao (1989). "Reliability-based design of wood structures". Structural Research Series, Report No. 34. Departamento de Ingeniería Civil. Universidad de Columbia Británica, Vancouver, Canadá.

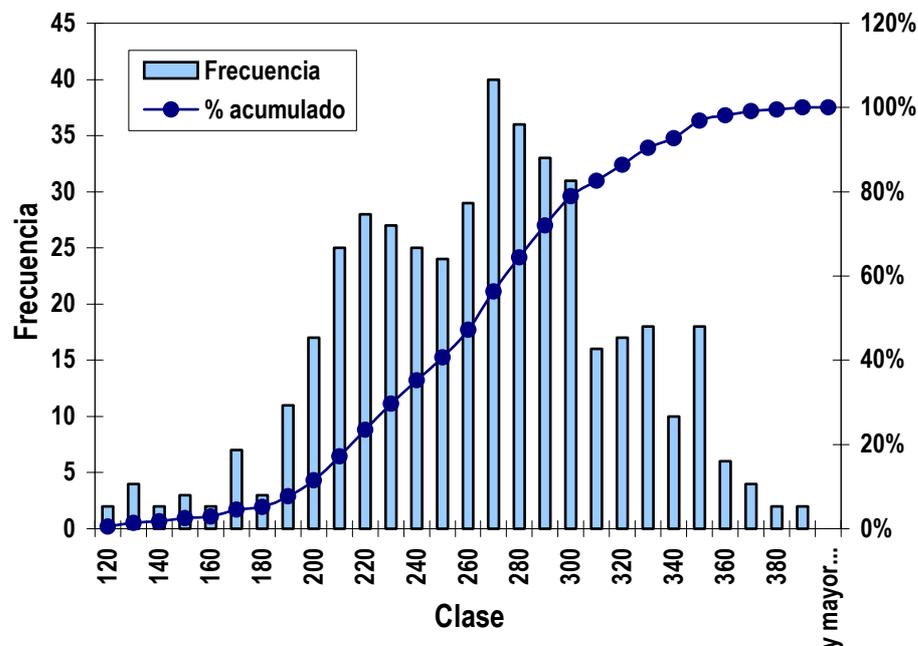
## RESISTENCIA A COMPRESIÓN DEL CONCRETO.

La resistencia a compresión es una de las más importantes y útiles propiedades del concreto. El concreto estructural es usado primariamente para trabajar en compresión. La determinación de la resistencia a compresión del concreto es muy simple y se hace generalmente haciendo una prueba de compresión, según las especificaciones de la norma técnica ASTM C39-86.

Para determinar la variabilidad de la resistencia a compresión y obtener una función de probabilidad que describa su comportamiento, se recopilaron 442 resultados de los reportes de ensayos de laboratorio realizados en el Laboratorio de Estructuras y Ensayo de Materiales de Construcción de la Universidad de Piura (Figura 3.9). Estos reportes corresponden a los ensayos a compresión de testigos con 28 días de edad realizados en los años 2000 y 2001. Los testigos son aquellos provenientes de vaciados realizados en el departamento de Piura cuya mezcla fue diseñada para obtener una resistencia a compresión de  $210 \text{ kg/cm}^2$ .

El análisis estadístico de los datos se efectuó en una hoja de cálculo de Microsoft Excel. El análisis realizado arroja que el valor medio de la muestra recopilada es  $260.38 \text{ kg/cm}^2$  con una desviación estándar de  $51.61 \text{ kg/cm}^2$ . El coeficiente de variación respectivo es de 19.82%. El valor mínimo de resistencia a compresión de la muestra es de  $120 \text{ kg/cm}^2$  y el máximo de  $389 \text{ kg/cm}^2$ . El Gráfico 3.1. muestra el histograma de frecuencias de los datos analizados. El mismo gráfico muestra la curva de porcentaje acumulado.

Gráfico 3.1. Histograma de frecuencias y curva de porcentaje acumulado de la resistencia a compresión del concreto,  $f'c$ .



Se puede apreciar en la curva de porcentaje acumulado que aproximadamente el 85% de los datos está por encima de la resistencia a compresión de diseño,  $210 \text{ kg/cm}^2$ . Esto puede explicarse en términos del factor de seguridad que se emplea

para hacer los diseños de mezclas. Dadas las irregularidades en la calidad de los materiales, las condiciones de elaboración y curado del concreto, se emplea por lo general factores de seguridad en el diseño de mezclas que aumentan la resistencia a compresión requerida hasta en  $84 \text{ kg/cm}^2$  (NT E060, sección 4.3.2.) cuando no se dispone de información estadística de vaciados anteriores. Por esta razón el valor medio de la resistencia a compresión se encuentra a más de  $50 \text{ kg/cm}^2$  de la resistencia de diseño. Es necesario darse cuenta que la información recopilada corresponde a testigos que provienen de obras civiles en las que se ha llevado a cabo un control de calidad.

| <b>UNIVERSIDAD DE PIURA</b><br><b>FACULTAD DE INGENIERÍA</b><br><b>DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA CIVIL</b><br><b>LABORATORIO DE ESTRUCTURAS Y ENSAYO DE MATERIALES DE CONSTRUCCIÓN</b><br><b>ÁREA DE CONCRETOS</b> |                                  |                 |             |               |                   |  |  |
|---|----------------------------------|-----------------|-------------|---------------|-------------------|--|--|
|   |                                  |                 |             |               |                   | INFORME N°                                   | 010075   |
|   |                                  |                 |             |               |                   | ORDEN DE SERVICIO N°                         | 9956   |
| <b>PRUEBA DE RESISTENCIA A LA COMPRESIÓN DE</b><br><b>ESPECÍMENES CILÍNDRICOS DE CONCRETO</b><br><b>NORMA ASTM C39-86</b>   |                                  |                 |             |               |                   |  |  |
| El suscrito, Ing. jefe del laboratorio de Ensayo de Materiales, certifica que en las fechas indicadas se han realizado las pruebas de los especímenes abajo detallados:   |                                  |                 |             |               |                   |  |  |
| SOLICITANTE   | INCOT S.A CONTRATISTAS GENERALES |                 |             |               |                   |  |  |
| OBRA  | PUENTE SOJO                      |                 |             |               |                   |  |  |
| UBICACIÓN   | SULLANA                          |                 |             |               |                   |  |  |
| MUESTREO POR  | EL SOLICITANTE                   |                 |             |               |                   |  |  |
| FECHA DE RECEPCIÓN  | 15/1/2001                        |                 |             |               |                   |  |  |
| identificación del espécimen  | fecha de moldeo                  | fecha de ensayo | edad (días) | diámetro (cm) | carga máxima (kg) | resistencia compresión (kg/cm <sup>2</sup> ) | resistencia especificada (kg/cm <sup>2</sup> ) |
| Veredas lado derecho 178  | 18/12/2000                       | 15/1/2001       | 28          | 15,3          | 46600             | 253  | 210  |
| Veredas lado derecho 179  | 18/12/2000                       | 15/1/2001       | 28          | 15,3          | 46400             | 252  | 210  |
| Veredas lado derecho 180  | 18/12/2000                       | 15/1/2001       | 28          | 15,0          | 42400             | 240  | 210  |
| Veredas lado izquierdo 187  | 19/12/2000                       | 16/1/2001       | 28          | 15,4          | 54800             | 294  | 210  |
| Veredas lado izquierdo 188  | 19/12/2000                       | 16/1/2001       | 28          | 15,4          | 57600             | 309  | 210  |
| Veredas lado izquierdo 189  | 19/12/2000                       | 16/1/2001       | 28          | 15,1          | 56800             | 317  | 210  |
| <b>NOTA:</b>  |                                  |                 |             |               |                   |  |  |
| Los cuidados previos de los especímenes hasta la edad de ensayo, han sido hechos por:   |                                  |                 |             |               |                   | El solicitante                               |  |
| Han sido recepcionados, pertenecientes a la misma orden de trabajo :  |                                  |                 |             |               |                   | 06 especímenes                               |  |
| <b>OBSERVACIONES:</b>   |                                  |                 |             |               |                   |  |  |
| Supervisado por: Ing. Guillermo Sandoval O.<br>Realizado por: Téc. Francisco Castro C.<br>Presenció el ensayo:  |                                  |                 |             |               |                   |  |  |
| Ing. Jefe de laboratorio  |                                  |                 |             |               |                   |  |  |

Figura 3.9. Reporte típico de resultados de pruebas de compresión efectuadas en especímenes de concreto a 28 días de edad con  $f'_c$  de diseño  $210 \text{ kg/cm}^2$ .

Por inspección visual del histograma se puede decir que la muestra recopilada proviene de una población que se distribuye normalmente. Para verificar esta hipótesis se realizó una prueba de bondad de ajuste. Se utilizó para tal fin, la prueba ji-cuadrada. Este método estadístico sirve, entre otras aplicaciones, para evaluar la credibilidad de que los datos muestrales vienen de una población cuyos elementos se ajustan a un tipo de distribución de probabilidad. De hecho, cualquier prueba de bondad de ajuste compara todas las formas de dos distribuciones de probabilidad (discretas o continuas): una describe datos muestrales conocidos y la otra datos poblacionales hipotéticos.

El estadístico ji-cuadrada obedece a la siguiente expresión:

$$X^2 = \sum \frac{(f_o - f_e)^2}{f_e}$$

en donde  $f_o$  es la frecuencia observada y  $f_e$  la frecuencia esperada relacionada. Esta fórmula tiene sentido intuitivo. Interesa evaluar las diferencias entre lo observado y lo esperado, así es razonable calcular la diferencia entre  $f_o$  y  $f_e$ , pero no se puede alcanzar una evaluación total con sumar estas diferencias porque dicha suma es necesariamente igual a cero. Por esta razón las desviaciones son cuadradas. Ese procedimiento tiene la ventaja adicional de amplificar desviaciones grandes, que probablemente sean el resultado de alguna clase de dependencia entre las variables estudiadas, relativas a pequeñas desviaciones que proceden con más certeza de un error muestral. Al dividir las diferencias entre la frecuencia esperada se convierte las desviaciones cuadradas absolutas en relativas y se pone a todos los valores sobre una base igual.

La naturaleza de la distribución muestral ji-cuadrada depende del número de grados de libertad asociado con el problema en proceso de investigación. Este número es igual al de valores de frecuencia esperada que tenemos la libertad de establecer, antes que las restricciones del problema dicten los valores restantes.

Debido a que la variable aleatoria  $\chi^2$  es una suma de cuadrados y si ciertas condiciones se satisfacen, la distribución muestral del estadístico  $\chi^2$ , para  $n$  grados de libertad, puede ser representada por la distribución de probabilidad de la suma de los cuadrados de  $n$  variables aleatorias normales estándar independientes, y luego llamarla distribución ji-cuadrada, con  $n$  grados de libertad. Las condiciones que se acaban de citar son: (1) una muestra lo suficientemente grande de modo que cada frecuencia esperada sea igual a cinco o más, y (2) una población subyacente que sea normalmente distribuida.

Las medidas de resumen de la distribución ji-cuadrada son las siguientes:

$$\begin{aligned}\mu_{\chi^2} &= E(\chi^2) = gl \\ \sigma^2_{\chi^2} &= VAR(\chi^2) = 2 \cdot gl \\ \sigma_{\chi^2} &= DE(\chi^2) = \sqrt{2 \cdot gl}\end{aligned}$$

en donde  $\mu_{\chi^2}$  es la media aritmética o valor esperado,  $\sigma^2_{\chi^2}$  es la varianza y  $\sigma_{\chi^2}$  la desviación estándar de la distribución ji-cuadrada, en tanto que  $gl$  son los grados de libertad asociados.

La prueba ji-cuadrada realizada a la muestra se efectúa para un nivel de significancia  $\alpha$  determinado, por ejemplo  $\alpha=0.05$ . Esto implica que, debido al error muestral, sólo 5% de los valores  $\chi^2$  que se calculen al tomar muestras repetidas de una población para la que la hipótesis de independencia fuera verdadera excedería el valor crítico correspondiente a  $\alpha=0.05$ .

La ejecución de la prueba se muestra en la Tabla 3.6.

La hipótesis formulada corresponde a que la resistencia a compresión del concreto se distribuye normalmente con una media de 260.38 kg/cm<sup>2</sup> y una desviación estándar de 51.61 kg/cm<sup>2</sup>.

Tabla 3.6. Ejecución de la prueba de bondad de ajuste a la muestra recopilada,  $f^c$ .

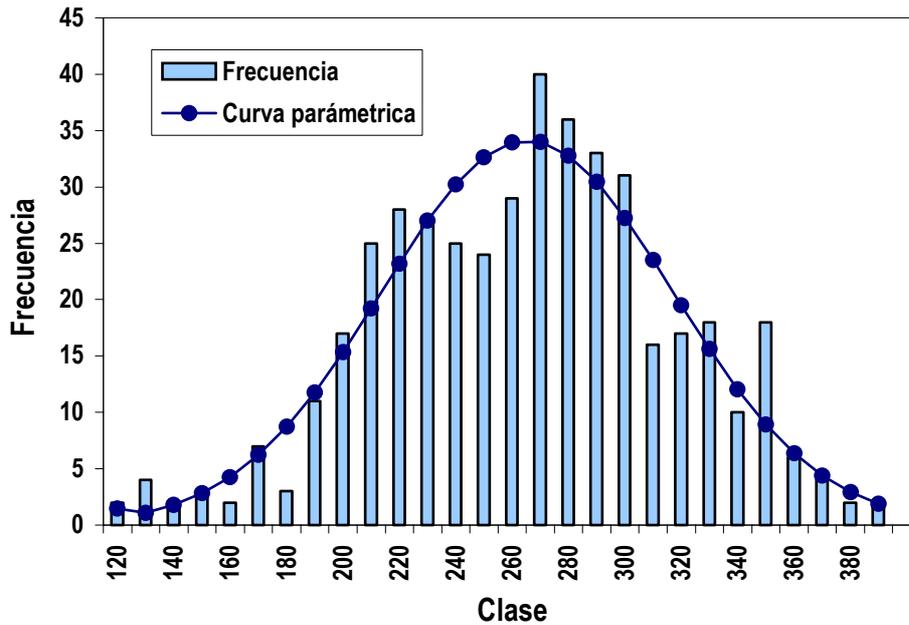
| $f^c$ alcanzada<br>(kg/cm <sup>2</sup> ) | Frecuencia<br>observada, $f_o$ | Frecuencia<br>esperada, $f_e$ | $f_o - f_e$ | $\chi^2 = (f_o - f_e)^2 / f_e$ |
|--|--------------------------------|-------------------------------|-------------|--------------------------------|
| 150                                      | 11                             | 7,17                          | 3,83        | 2,04                           |
| 170                                      | 9                              | 10,49                         | -1,49       | 0,21                           |
| 180                                      | 3                              | 8,72                          | -5,72       | 3,75                           |
| 190                                      | 11                             | 11,78                         | -0,78       | 0,05                           |
| 200                                      | 17                             | 15,33                         | 1,67        | 0,18                           |
| 210                                      | 25                             | 19,22                         | 5,78        | 1,74                           |
| 220                                      | 28                             | 23,21                         | 4,80        | 0,99                           |
| 230                                      | 27                             | 26,99                         | 0,01        | 0,00                           |
| 240                                      | 25                             | 30,24                         | -5,24       | 0,91                           |
| 250                                      | 24                             | 32,64                         | -8,64       | 2,29                           |
| 260                                      | 29                             | 33,93                         | -4,93       | 0,72                           |
| 270                                      | 40                             | 33,98                         | 6,02        | 1,07                           |
| 280                                      | 36                             | 32,78                         | 3,22        | 0,32                           |
| 290                                      | 33                             | 30,45                         | 2,55        | 0,21                           |
| 300                                      | 31                             | 27,26                         | 3,74        | 0,51                           |
| 310                                      | 16                             | 23,50                         | -7,50       | 2,39                           |
| 320                                      | 17                             | 19,52                         | -2,52       | 0,33                           |
| 330                                      | 18                             | 15,62                         | 2,38        | 0,36                           |
| 340                                      | 10                             | 12,03                         | -2,03       | 0,34                           |
| 350                                      | 18                             | 8,93                          | 9,07        | 9,20                           |
| 360                                      | 6                              | 6,39                          | -0,39       | 0,02                           |
| 390                                      | 8                              | 9,18                          | -1,18       | 0,15                           |

La sumatoria de los  $\chi^2$  es igual a 27.80, y para un nivel de significancia de  $\alpha=0.05$ , y 19 grados de libertad se permite una sumatoria de  $\chi^2$  de 30.144 con lo que se acepta la hipótesis de que la muestra recopilada pertenece a una población que se

distribuye normalmente, con una media de 260.38 kg/cm<sup>2</sup> y una desviación estándar de 51.61 kg/cm<sup>2</sup>.

En el Gráfico 3.2 se muestra la superposición de la curva paramétrica normal con media 260.38 y desviación estándar 51.61 con el histograma de frecuencias anterior.

Gráfico 3.2. Curva paramétrica de la población e histograma de la muestra recopilada.



La tabla siguiente muestra un resumen de los parámetros estadísticos utilizados para describir el comportamiento de la resistencia a compresión en el trabajo de calibración.

Tabla 3.7. Parámetros estadísticos de la distribución de probabilidad de la resistencia a compresión del concreto,  $f'c$ , utilizados en la calibración.

| Variable | Identificador, $X(i)$ | Distribución de probabilidad | Media, $\bar{X}_i$ (kg/m <sup>2</sup> ) | Desviación estándar, $\sigma_{Xi}$ (kg/m <sup>2</sup> ) |
|----------|-----------------------|------------------------------|---|---|
| $f'c$    | X(3)                  | Normal                       | 260.38                                  | 51.61   |

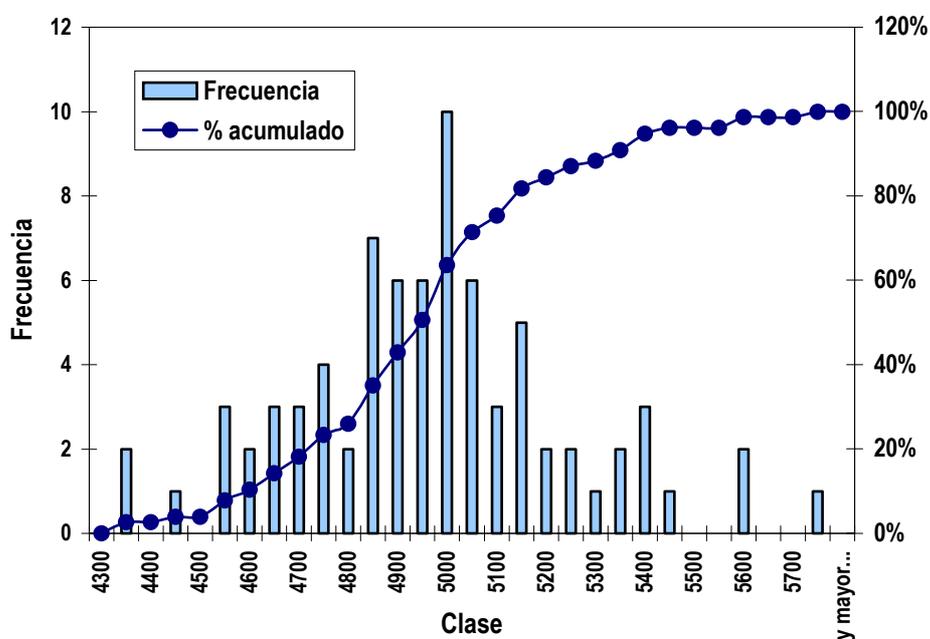
### ESFUERZO DE FLUENCIA DEL ACERO.

El acero es una aleación de diversos elementos, ente ellos: carbono, manganeso, silicio, cromo, níquel y vanadio. El carbono es el más importante y el que determina sus propiedades mecánicas. A mayor contenido de carbono, la dureza, la resistencia a la tracción y el límite elástico aumentan.

El acero para ser utilizado se fabrica bajo las normas ASTM A 615 96a, ASTM A 616 96a, ASTM A 617 96a, y ASTM A 705 96b. Existen tres calidades distintas de acero corrugado: grado 40, grado 60 y grado 75 aunque en el Perú solo se utiliza el segundo. El acero grado 60 tiene un esfuerzo de fluencia de 4200 kg/cm<sup>2</sup> y una resistencia mínima a la rotura de 6300 kg/cm<sup>2</sup>. El código del ACI establece que para aceros con esfuerzo de fluencia mayor que 4200 kg/cm<sup>2</sup>, se considerará como esfuerzo de fluencia, el esfuerzo correspondiente a una deformación de 0.35%. Este esfuerzo no deberá ser superior a los 5600 kg/cm<sup>2</sup> (ACI-3.5.3.2, 9.4).

Para determinar la variabilidad del límite de fluencia del acero y determinar una función de probabilidad que se ajuste a su comportamiento, se recopiló 77 resultados de los reportes de ensayos efectuados en el Laboratorio de Metalotecnia de la Universidad de Piura entre los años 1999-2001. Estos reportes corresponden a ensayos de tracción de barras de acero de construcción de grado 60 fabricados por Aceros Arequipa y SIDERPERU. El Gráfico 3.3. muestra el histograma de frecuencias de los datos analizados. El mismo gráfico muestra también la curva de porcentaje acumulado.

Gráfico 3.3. Histograma de frecuencias y curva de porcentaje acumulado del esfuerzo de fluencia del acero,  $f_y$ .



No se ha discriminado los datos según fabricante debido a que análisis exclusivos determinaron que el valor medio del límite de fluencia de ambas marcas son muy cercanos, al igual que sus desviaciones estándar y el rango de las muestras. Aunque

estas coincidencias pueden deberse a errores muestrales, se ha convenido por facilidad integrar en un solo análisis la muestra completa.

El análisis estadístico de los datos se llevó a cabo en una hoja de Microsoft Excel. Los resultados del análisis son los siguientes: valor medio del límite de fluencia, 4945.93 kg/cm<sup>2</sup>; desviación estándar, 277.91 kg/cm<sup>2</sup>; coeficiente de variación, 5.62%; valor mínimo de la muestra, 4317.07 kg/cm<sup>2</sup>; máximo, 5704 kg/cm<sup>2</sup>.

Como puede apreciarse en el gráfico no hubo un solo dato muestral cuyo valor estuviera por debajo de 4300 kg/cm<sup>2</sup>. El valor medio obtenido es muy cercano a los 5000 kg/cm<sup>2</sup> con lo que se tiene que hay una diferencia de casi 800 kg/cm<sup>2</sup> entre la media y el valor teórico utilizado en los diseños de 4200 kg/cm<sup>2</sup>. Esto conduce a un aumento significativo de la resistencia de los elementos estructurales, pero también estos altos esfuerzos de fluencia podrían conducir a fallas frágiles de los elementos estructurales, concebidos para fallar de forma dúctil. De acuerdo al gráfico, no habrían probabilidades de colapso dúctil, dados los elevados valores del esfuerzo de fluencia.

De igual forma que para la resistencia a compresión del concreto, al efectuarse inspección visual del histograma de frecuencias se puede determinar que la muestra recopilada proviene de una población que sigue una distribución normal. Para probar esta hipótesis se llevó a cabo la prueba de bondad de ajuste ji-cuadrada, cuyas características y significado ya fueron expuestas en la sección anterior.

La hipótesis formulada corresponde a que el esfuerzo de fluencia del acero se distribuye normalmente con una media de 4945.93 kg/cm<sup>2</sup> y una desviación estándar de 277.91 kg/cm<sup>2</sup>.

Tabla 3.8. Ejecución de la prueba de bondad de ajuste la muestra recopilada,  $f_y$ .

| $f_y$ alcanzado (kg/cm <sup>2</sup> ) | Frecuencia observada, $f_o$ | Frecuencia esperada, $f_e$ | $f_o - f_e$ | $\chi^2 = (f_o - f_e)^2 / f_e$ |
|---------------------------------------|-----------------------------|----------------------------|-------------|--------------------------------|
| 4550                                  | 6                           | 5,94                       | 0,06        | 0,00                           |
| 4650                                  | 5                           | 5,11                       | -0,11       | 0,00                           |
| 4750                                  | 7                           | 7,46                       | -0,46       | 0,03                           |
| 4850                                  | 9                           | 9,59                       | -0,59       | 0,04                           |
| 5000                                  | 22                          | 16,34                      | 5,66        | 1,96                           |
| 5100                                  | 9                           | 10,26                      | -1,26       | 0,15                           |
| 5200                                  | 7                           | 8,42                       | -1,42       | 0,24                           |
| 5300                                  | 3                           | 6,08                       | -3,08       | 1,56                           |
| 5750                                  | 9                           | 7,72                       | 1,28        | 0,21                           |

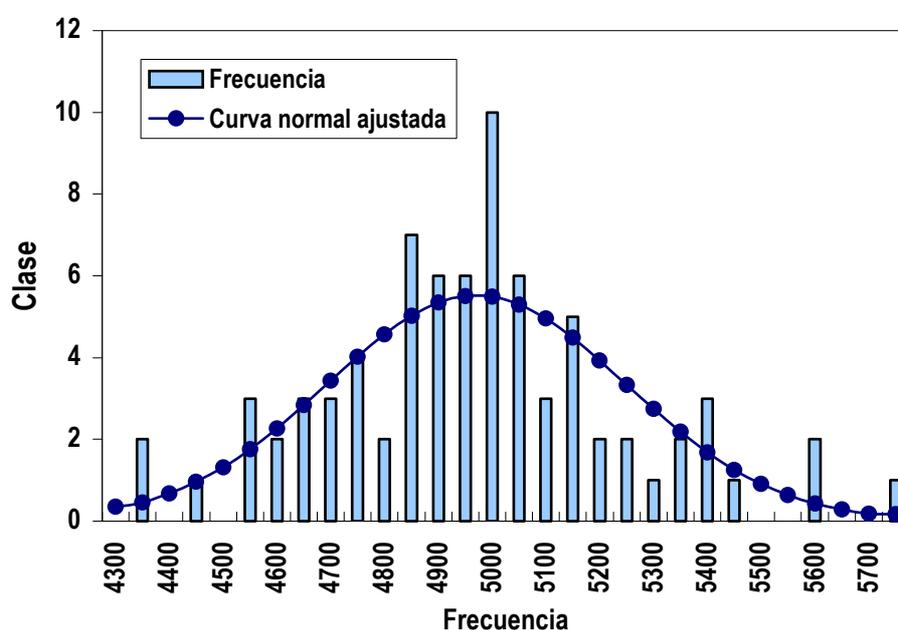
La sumatoria de los  $\chi^2$  es igual a 4.20, para un nivel de significancia de  $\alpha=0.05$ , y 6 grados de libertad se permite una sumatoria de  $\chi^2$  de 12.59 con lo que se acepta la hipótesis de que la muestra recopilada pertenece a una población que se distribuye normalmente, con una media de 4945.93 kg/cm<sup>2</sup> y una desviación estándar de 277.91 kg/cm<sup>2</sup>. En el Gráfico 3.4 se muestra la superposición de la curva normal ajustada con media 4945.93 kg/cm<sup>2</sup> y desviación estándar 277.91 kg/cm<sup>2</sup> y el histograma de frecuencias de la muestra recopilada. La Tabla 3.9 muestra un

resumen de los parámetros estadísticos utilizados para describir el comportamiento del esfuerzo de fluencia del acero en el trabajo de calibración

Tabla 3.9. Parámetros estadísticos de la distribución de probabilidad del esfuerzo de fluencia del acero,  $f_y$ , utilizados en la calibración.

| Variable | Identificador, $X(i)$ | Distribución de probabilidad | Media, $\bar{X}_i$ (kg/m <sup>2</sup> ) | Desviación estándar, $\sigma_{X_i}$ (kg/m <sup>2</sup> ) |
|----------|-----------------------|------------------------------|---|--|
| $f_y$    | X(4)                  | Normal                       | 4945.93                                 | 277.91   |

Gráfico 3.4. Curva paramétrica de la población e histograma de frecuencias de la muestra.



A continuación se presenta una tabla con el resumen de los parámetros que describen las funciones de probabilidad de las variables básicas involucradas en el trabajo de calibración.

Tabla 3.10. Resumen de los parámetros estadísticos que describen las funciones de probabilidad de las variables básicas involucradas en el trabajo de calibración.

| Variable                      | Identificador, $X(i)$ | Distribución de probabilidad | Media, $\bar{X}_i$ | Desviación estándar, $\sigma_{X_i}$ |
|-------------------------------|-----------------------|------------------------------|--------------------|-------------------------------------|
| $CM$ (kg/m <sup>2</sup> )     | X(1)                  | Normal                       | 300.00             | 30.00                               |
| $CV$ (kg/m <sup>2</sup> ) (*) | X(2)                  | Extrema Tipo I               | 222.68             | 57.90                               |
| $f_c$ (kg/cm <sup>2</sup> )   | X(3)                  | Normal                       | 260.38             | 51.61                               |
| $f_y$ (kg/cm <sup>2</sup> )   | X(4)                  | Normal                       | 4945.93            | 277.91                              |

(\*) Para el caso de oficinas.

La tabla siguiente muestra los parámetros estadísticos en términos de  $Q/Q_n$  que describen las funciones de probabilidad de las variables básicas involucradas.

Tabla 3.11. Parámetros estadísticos en términos de  $Q/Q_n$  de las variables básicas.

| Variable                      | Identificador, $X(i)$ | Distribución de probabilidad | Media, $Q/Q_n$ | COV    |
|-------------------------------|-----------------------|------------------------------|----------------|--------|
| $CM$ (kg/m <sup>2</sup> )     | X(1)                  | Normal                       | 1.00           | 10.00% |
| $CV$ (kg/m <sup>2</sup> ) (*) | X(2)                  | Extrema Tipo I               | 0.91           | 26.00% |
| $f'c$ (kg/cm <sup>2</sup> )   | X(3)                  | Normal                       | 1.24           | 19.80% |
| $fy$ (kg/cm <sup>2</sup> )    | X(4)                  | Normal                       | 1.18           | 5.62%  |

### 3.4. PRESENTACIÓN Y DISCUSIÓN DE RESULTADOS.

En esta sección se presentan los cálculos previos necesarios para llevar a cabo la calibración de la primera hipótesis, y la discusión de los resultados de la calibración.

Para calibrar la primera hipótesis, es necesario diseñar de acuerdo a los lineamientos del código los elementos estructurales para las sollicitaciones a las que está sujeto el sistema. Luego se procede a evaluar la confiabilidad del sistema estructural. De este modo se incluye en el análisis el modelo matemático y los factores de amplificación de cargas y reducción de resistencias que el mismo código propone. La evaluación de la confiabilidad se hace para las resistencias nominales y las cargas actuantes reales (sin amplificar), pero incluyendo las incertidumbres envueltas en el problema de diseño. De este modo, se evalúa la posibilidad de que las cargas reales sobrepasen la resistencia real (que ha sido diseñada para soportar cargas de diseño amplificadas) y se obtiene el índice de confiabilidad respectivo.

Para calibrar el código, se hace el mismo procedimiento para otros factores de amplificación de cargas y reducción de resistencias, convenientemente elegidos. De esta manera se puede seleccionar la combinación de factores más apropiada que se ajuste a los estándares de confiabilidad.

Es necesario acotar que la probabilidad de falla de una estructura diseñada con una combinación de factores de carga determinados, depende del modelo matemático utilizado para describir el comportamiento del elemento estructural frente a determinado tipo de sollicitación (por ejemplo, flexión). Esta dependencia se debe a que el modelo matemático determina la función de falla a analizar. De otro lado la confiabilidad de un diseño efectuado con una combinación de factores de carga determinados, no depende de la geometría ni condiciones de apoyo de la estructura elegida para efectuar el análisis, debido a que los requerimientos de resistencia de dicho sistema han sido calculados con el mismo modelo matemático o fórmula que se utilizaría para diseñar una estructura distinta sujeta a las mismas sollicitaciones y a las mismas incertidumbres de las variables básicas involucradas en el problema.

Lo anteriormente expuesto, quiere decir, que la confiabilidad de una vigueta de aligerado, diseñada para trabajar en flexión con la fórmula propuesta por el código y los

requerimientos de resistencia propuestos por el mismo; es la misma que la de una viga de diferente luz, sección y peralte, diseñada para trabajar en flexión con los mismos requerimientos de resistencia. Esto se debe a que la fórmula empleada en el diseño es la misma, y las incertidumbres de las variables a las que está sujeta la estructura también son las mismas. Por esta razón para los trabajos de calibración de códigos se emplean estructuras sencillas, tales como vigas simplemente apoyadas para evaluar flexión, losas para evaluar deflexiones producto de cargas verticales, columnas cortas para evaluar cortante sísmico, columnas para evaluar deformaciones laterales por efectos sísmicos, etc.

### 3.4.1. FACTORES DE AMPLIFICACIÓN DE CARGA Y REDUCCIÓN DE RESISTENCIA CONSIDERADOS EN EL ANÁLISIS.

---

Se han considerado tres casos:

1. Uno propuesto por la norma técnica E060:  $\alpha_D=1.5$  y  $\alpha_L=1.8$
2. Uno propuesto por el código del ACI:  $\alpha_D=1.4$  y  $\alpha_L=1.7$
3. Uno adicional para fines comparativos:  $\alpha_D=1.3$  y  $\alpha_L=1.6$

De igual forma los factores de reducción de resistencia,  $\phi$ , considerados en la calibración varían desde 0.6 hasta 1.0, en intervalos de 0.1. Para el caso de la fuerza cortante se ha efectuado el análisis considerando un punto adicional, con  $\phi=0.85$ , dado el formato de la fórmula de diseño.

### 3.4.2. ÍNDICES DE CONFIABILIDAD OBTENIDOS.

---

Se presentan a continuación los índices de confiabilidad que resultaron del análisis de confiabilidad realizado para los comportamientos en flexión, fuerza cortante y deflexiones.

#### 3.4.2.1. ANÁLISIS DE CONFIABILIDAD EN FLEXIÓN.

---

Para la calibración del código en flexión se utilizó la estructura mostrada en la Figura 3.10:

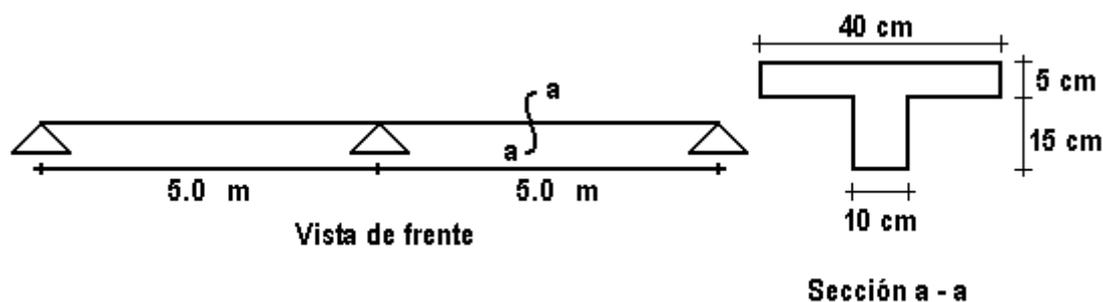


Figura 3.10. Estructura empleada en el análisis a flexión.

La sección transversal utilizada en el trabajo de calibración es aquella en la que sucede el momento máximo. El momento máximo para una carga de 1 ton/ml es igual a 1.76 ton.m.

Se ha calculado la cuantía de acero requerida,  $\rho$ , de la sección de máximo momento positivo de acuerdo al modelo matemático presentado en la sección 3.2.1.1 para el análisis de la flexión. Las resistencias requeridas corresponden a la primera combinación de carga ( $CM+CV$ ) amplificada según lo especificado en la sección 3.4.1 de este trabajo. Los parámetros de diseño son los siguientes:

Tabla 3.12. Parámetros para el diseño en flexión.

| Parámetro | $CM$      | $CV$      | $d$    | $b$    | $f'c$                  | $f_y$                   |
|-----------|-----------|-----------|--------|--------|------------------------|-------------------------|
| Valor     | 120 kg/ml | 100 kg/ml | 0.17 m | 0.40 m | 210 kg/cm <sup>2</sup> | 4200 kg/cm <sup>2</sup> |

La Tabla 3.13 muestra la cuantía de acero necesaria de acuerdo a los requisitos de resistencia de la sección 3.4.1.

Tabla 3.13. Resumen de las cuantías de acero requeridas según requisitos de resistencia.

| $\phi$ | Cuantía de acero, $\rho$ , según requisitos de resistencia |                                  |                                  |
|--------|--|----------------------------------|----------------------------------|
|        | $\alpha_D = 1.5, \alpha_L = 1.8$                           | $\alpha_D = 1.4, \alpha_L = 1.7$ | $\alpha_D = 1.3, \alpha_L = 1.6$ |
| 1,0    | 0,0013257  | 0,0012435                        | 0,0011614                        |
| 0,9    | 0,0014501  | 0,0013840                        | 0,0012925                        |
| 0,8    | 0,0016639  | 0,0015603                        | 0,0014569                        |
| 0,7    | 0,0019072  | 0,0017881                        | 0,0016693                        |
| 0,6    | 0,0022339  | 0,0020938                        | 0,0019542                        |

La capacidad de la sección es igual al momento nominal  $Mn$  dado por:

$$Mn = \rho \cdot f_y \cdot b \cdot d^2 \cdot \left( 1 - 0.59 \cdot \rho \cdot \frac{f_y}{f'c} \right)$$

los componentes de la ecuación anterior son ya conocidos, y la demanda es el momento actuante  $Ma$  dado por:

$$Ma = 1.76 \cdot (CM + CV)$$

donde  $CM$  y  $CV$  son las cargas por metro lineal y el factor 1.76 corresponde al momento máximo positivo producido por una carga unitaria de 1 ton/ml. De acuerdo a esto, la función de falla será la siguiente:

$$G = Mn - Ma$$

$$G = \rho \cdot X(4) \cdot b \cdot d^2 \cdot \left( 1 - 0.59 \cdot \rho \cdot \frac{X(4)}{X(3)} \right) - 1.76 \cdot (X(1) + X(2))$$

La subrutina típica analizada en RELAN para el análisis de la flexión es la siguiente:

```

      SUBROUTINE DETERM(IMODE)
C-----Subroutine for entering deterministic variables
      IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
      RETURN
      END

      SUBROUTINE GFUN (X,N,IMODE,GXP)
C-----Subroutine to calculate the failure function
      IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
      DIMENSION X(N)
      C=0.0014501
      B=0.40
      D=0.17
      GXP = C*X(4) * (1-0.59*C*X(4)/X(3)) *B*D**2-1.76*(X(1)+X(2))
      RETURN
      END

```

La subrutina anterior corresponde al análisis realizado para  $\alpha_D = 1.5$ ,  $\alpha_L = 1.8$  y  $\varphi=0.9$ , caso para el que la cuantía requerida es de 0,0014501. La siguiente es una muestra del archivo de salida de RELAN, con los resultados del análisis realizado para el mismo caso;

```

***** RELAN RELIABILITY ANALYSIS *****
PROBLEM TITLE: Relan\1era hipótesis\Funciones\1.5-1.8\Flexión\0.9.for
DATAFILE:C:\Archivosdeprograma\Relan\1erahipótesis\Variables\Flexión.rel
*****

***** RELAN RELIABILITY ANALYSIS *****

PERFORMANCE FUNCTION: GIVEN EXPLICITLY

ANALYSIS APPROACH: STANDARD FORM/SORM

CONVERGENCE TOLERANCE ON BETA = 0.00010
MAXIMUM NUMBER OF ITERATIONS = 100

VARIABLE   CODE   MEAN VALUE   STD. DEV.
    1         1  0.12000E+00  0.12000E-01
    2         5  0.89001E-01  0.23000E-01
    3         1  0.26038E+04  0.51610E+03
    4         1  0.49459E+05  0.27791E+04

NOTE: ALL THE BASIC VARIABLES ARE UNCORRELATED.

MODE 1 : BETA (FORM) = 4.764      G = -0.855977E-05

PROBABILITY OF FAILURE (FORM) = 0.94939656E-06
ITERATIONS TO CONVERGE = 3
STARTING VECTOR:
  0.13073E+00  0.27406E+00  0.25646E+04  0.44125E+05
DESIGN POINT:
  0.12803E+00  0.29857E+00  0.25658E+04  0.45480E+05
SENSITIVITY FACTORS (DIRECTION COSINES IN STANDARD NORMAL SPACE):
  0.14052E+00  0.94322E+00  -0.15460E-01  -0.30057E+00

BETA (SORM) = 4.749
PROBABILITY OF FAILURE (SORM) = 0.10202623E-05

```

Como puede apreciarse en el archivo de salida, RELAN presenta los valores de los parámetros estadísticos que definen las variables básicas, el índice de confiabilidad  $\beta$  proveniente de un análisis FORM, el valor de la función  $G$  en el punto en que se calcula  $\beta$  (que debe ser igual a 0 y efectivamente toma valores en el orden de  $10^{-5}$ ), y la probabilidad de falla relativa al análisis de primer orden. También el número de iteraciones con las que se logró la convergencia, el vector inicial, el punto de diseño, y los coeficientes de sensibilidad de las variables básicas. Adicionalmente se muestran los resultados para  $\beta$  y la probabilidad de falla relativas a un análisis de segundo orden.

Como puede apreciarse en los coeficientes de sensibilidad, las variables que tienen una mayor influencia en el análisis son la carga viva  $X(2)$ , seguida inmediatamente por el esfuerzo de fluencia del acero  $X(4)$ , la carga muerta  $X(1)$  y finalmente la resistencia a compresión del concreto  $X(3)$ .

Se efectuó un análisis FORM y SORM para cada caso. Los resultados del análisis de confiabilidad para son los siguientes.

Tabla 3.14. Índice de confiabilidad y probabilidad de falla para el diseño por flexión efectuado con  $\alpha_D = 1.5$  y  $\alpha_L = 1.8$ .

| $\varphi$ | $\beta_{FORM}$ | $Pf_{FORM}$ | $\beta_{SORM}$ | $Pf_{SORM}$ |
|-----------|----------------|-------------|----------------|-------------|
| 1,0       | 4,321          | 7,76E-06    | 4,305          | 8,33E-06    |
| 0,9       | 4,764          | 9,49E-07    | 4,749          | 1,02E-06    |
| 0,8       | 5,438          | 2,69E-08    | 5,425          | 2,90E-08    |
| 0,7       | 6,109          | 5,01E-10    | 6,096          | 5,45E-10    |
| 0,6       | 6,895          | 2,69E-12    | 6,881          | 2,97E-12    |

Tabla 3.15. Índice de confiabilidad y probabilidad de falla para el diseño por flexión para el diseño efectuado con  $\alpha_D = 1.4$  y  $\alpha_L = 1.7$ .

| $\varphi$ | $\beta_{FORM}$ | $Pf_{FORM}$ | $\beta_{SORM}$ | $Pf_{SORM}$ |
|-----------|----------------|-------------|----------------|-------------|
| 1,0       | 4,002          | 3,15E-05    | 3,985          | 3,38E-05    |
| 0,9       | 4,534          | 2,89E-06    | 4,519          | 3,11E-06    |
| 0,8       | 5,123          | 1,50E-07    | 5,109          | 1,62E-07    |
| 0,7       | 5,792          | 3,49E-09    | 5,778          | 3,78E-09    |
| 0,6       | 6,572          | 2,49E-11    | 6,558          | 2,73E-11    |

Tabla 3.16. Índice de confiabilidad y probabilidad de falla para el diseño por flexión para el diseño efectuado con  $\alpha_D = 1.3$  y  $\alpha_L = 1.6$ .

| $\varphi$ | $\beta_{FORM}$ | $Pf_{FORM}$ | $\beta_{SORM}$ | $Pf_{SORM}$ |
|-----------|----------------|-------------|----------------|-------------|
| 1,0       | 3,656          | 1,28E-04    | 3,637          | 1,38E-04    |
| 0,9       | 4,195          | 1,36E-05    | 4,179          | 1,47E-05    |
| 0,8       | 4,787          | 8,47E-07    | 4,772          | 9,10E-07    |
| 0,7       | 5,454          | 2,46E-08    | 5,440          | 2,66E-08    |
| 0,6       | 6,229          | 2,34E-10    | 6,216          | 2,55E-10    |

Los gráficos 3.5 y 3.6 muestran la variación de los índices de confiabilidad y sus respectivas probabilidades de falla mostrados en las tablas anteriores.

Gráfico 3.5. Variación de  $\beta_{SORM}$  según el factor de resistencia,  $\varphi$ , para las 3 combinaciones de factores de amplificación de cargas propuestos - flexión.

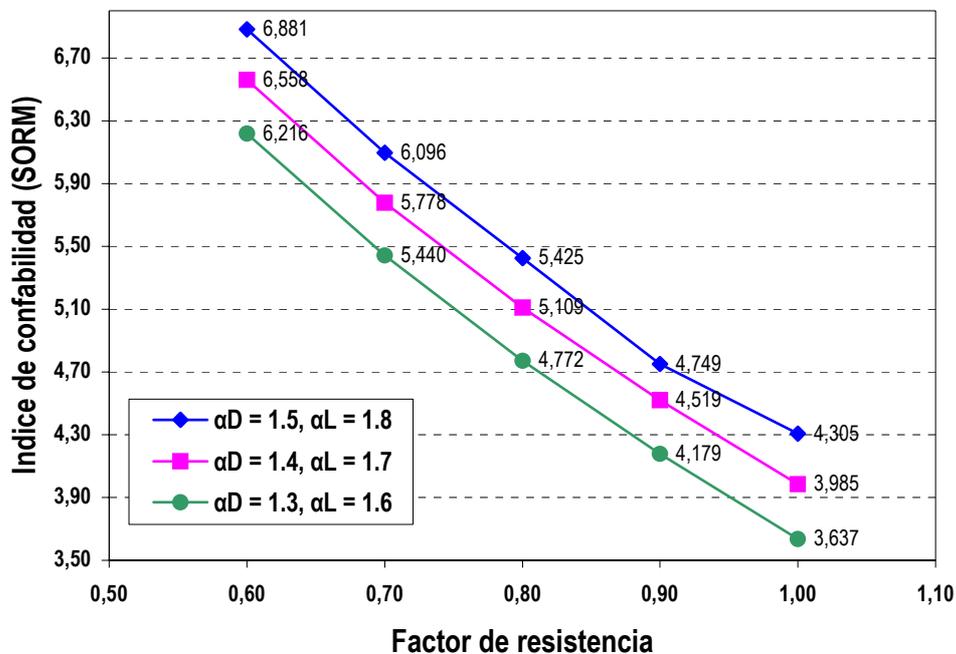
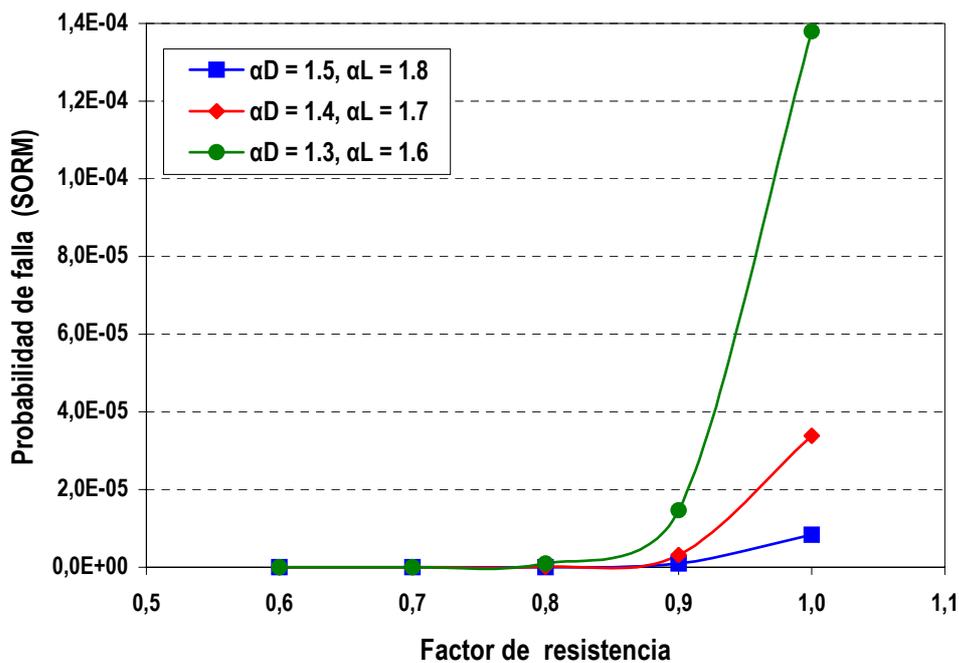


Gráfico 3.6. Variación de  $P_f_{SORM}$  según el factor de resistencia,  $\varphi$ , para las tres combinaciones de factores de amplificación de cargas propuestos - flexión.



Como puede observarse mientras mayor es el factor de resistencia, menor es el índice de confiabilidad y mayor la probabilidad de falla relacionada. Además puede verificarse que la probabilidad de falla aumenta considerablemente mientras menores son los factores de amplificación de cargas y mayor es el factor de resistencia,  $\phi$ .

Es necesario precisar que los índices obtenidos en este trabajo corresponden a estructuras construidas en la ciudad de Piura con  $f'c$  de diseño igual a  $210 \text{ kg/cm}^2$  y acero de construcción grado 60 procedente de SIDERPERU o Aceros Arequipa y que reciben un control de calidad y supervisión de obra de cierto nivel. No es adecuado aplicar la discusión de estos resultados ni sus conclusiones a construcciones efectuadas sin las características mencionadas anteriormente.

Para un factor de resistencia igual a 0.9 como es usual en flexión y para los casos en los que  $\alpha_D = 1.5$  y  $\alpha_L = 1.8$ ; y,  $\alpha_D = 1.4$  y  $\alpha_L = 1.7$  la probabilidad de falla obtenida es muy cercana y se encuentra en el orden de  $10^{-6}$  tal como se aprecia en el Gráfico 3.6. Para estos casos, los  $\beta$  respectivos son 4.749 y 4.519. Sin embargo la probabilidad de falla aumenta hasta el orden de  $10^{-5}$  para  $\alpha_D = 1.3$  y  $\alpha_L = 1.6$  para el mismo factor de resistencia. El índice de confiabilidad obtenido para este caso es igual 4.179.

El índice de confiabilidad objetivo para diseño por cargas verticales es el que se encuentra inherente en la normas LRFD y es igual a 3.00. Como se puede apreciar, la norma peruana supera largamente este índice que sugiere una probabilidad en el orden de  $10^{-3}$ , mucho mayor a la obtenida en este trabajo. Es obvio, por lo tanto, que la norma técnica E060, estaría sobredimensionando los elementos sujetos a flexión cuyo diseño es dominado por la primera hipótesis de resistencia. Entonces, podría ser conveniente reducir los factores de amplificación de cargas para el diseño en flexión a un nivel mucho menor. Es posible, en conclusión, diseñar con  $\alpha_D = 1.3$  y  $\alpha_L = 1.6$  sin estar sujetos a probabilidades de falla mayores que las que se encuentran inherentes en las normas LRFD.

Sin embargo, los elementos estructurales cuyo diseño domina la primera hipótesis de resistencia no están sujetos solamente a flexión, sino también a fuerza cortante. Por uniformidad es conveniente, estudiar la respuesta del diseño por corte a la probabilidad de falla, y unificar criterios en la selección de los factores más adecuados en ambos casos.

### **3.4.2.2. ANÁLISIS DE CONFIABILIDAD PARA FUERZA CORTANTE.**

---

En el análisis de la confiabilidad para fuerza cortante, se empleó la estructura mostrada en la Figura 3.10. La diferencia radica, en que el parámetro que define el diseño es el producto  $b_w \cdot d$ .

Al analizarse el corte con la fórmula  $\phi \cdot 0.53 \cdot b_w \cdot d \cdot \sqrt{f'c}$  es necesario así como en el análisis en flexión ofrecerle a la estructura la resistencia necesaria proveniente de cálculo. Es obvio que en la realidad esto no sería posible ni práctico, así como en el caso de flexión, dadas las prácticas constructivas y las dimensiones pre-establecidas

de los elementos que conforman las estructuras. Sin embargo para fines de calibración de códigos, es preciso, estudiar el comportamiento de un elemento sujeto a determinado tipo de sollicitación, con los requerimientos de cálculo exactos.

La sección transversal utilizada en el trabajo de calibración es aquella situada a  $d$  de la cara del elemento del tramo exterior. En este caso, el valor de la fuerza cortante actuante para una carga distribuida uniforme de 1 ton/ml es igual a 2.92 ton.

Se ha calculado el producto  $b_w \cdot d$  requerido de la sección descrita en el párrafo anterior, según el modelo matemático explicado en la sección 3.2.2.1 de este trabajo. Las resistencias requeridas corresponden a la primera combinación de carga ( $CM+CV$ ) amplificada según lo especificado en la sección 3.4.1 de este trabajo. Los parámetros de diseño son los mostrados en la Tabla 3.21.

Tabla 3.21. Parámetros de diseño para fuerza cortante.

| Parámetro | $CM$      | $CV$      | $d$    | $b_w$  | $f'c$                  |
|-----------|-----------|-----------|--------|--------|------------------------|
| Valor     | 120 kg/ml | 100 kg/ml | 0.17 m | 0.10 m | 210 kg/cm <sup>2</sup> |

La Tabla 3.22. muestra los valores del producto  $b_w \cdot d$  necesarios de acuerdo a los requisitos de resistencia propuestos en la sección 3.4.1.

Tabla 3.22. Resumen de los productos  $b_w \cdot d$  requeridos según requisitos de resistencia.

| $\phi$ | $b_w \cdot d$ , (cm <sup>2</sup> ), según requisitos de resistencia |                                  |                                  |
|--------|---|----------------------------------|----------------------------------|
|        | $\alpha_D = 1.5, \alpha_L = 1.8$                                    | $\alpha_D = 1.4, \alpha_L = 1.7$ | $\alpha_D = 1.3, \alpha_L = 1.6$ |
| 1,0    | 124,425   | 116,821                          | 109,217                          |
| 0,9    | 138,250   | 129,801                          | 121,353                          |
| 0,85   | 146,382   | 137,437                          | 128,491                          |
| 0,8    | 155,531   | 146,026                          | 136,522                          |

La capacidad de la sección es igual al cortante nominal  $Vn$  dado por:

$$Vn = Vc = 1.1 \cdot 0.53 \cdot b_w \cdot d \cdot \sqrt{f'c}$$

los componentes de la ecuación anterior son ya conocidos, y la demanda es el cortante actuante  $Va$  dado por:

$$Va = 2.92 \cdot (CM + CV)$$

donde  $CM$  y  $CV$  son las cargas muerta y viva por metro lineal respectivamente y el factor 2.92 corresponde al momento máximo producido por una carga unitaria de 1 ton/ml a una distancia  $d$  del apoyo del elemento. La función de falla será la siguiente:

$$G = 1.1 \cdot 0.53 \cdot b_w \cdot d \cdot \sqrt{X(3)} - 2.92 \cdot (X(1) + X(2))$$

La subrutina típica para el análisis de la confiabilidad bajo fuerza cortante escrita en RELAN es la siguiente:

```

      SUBROUTINE DETERM(IMODE)
C-----Subroutine for entering deterministic variables
      IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
      RETURN
      END
      SUBROUTINE GFUN (X,N,IMODE,GXP)
C-----Subroutine to calculate the failure function
      IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
      DIMENSION X(N)
      GXP = 0.53*dsqrt(X(3))*0.16102031d0-2.92*(X(1)+X(2))
      RETURN
      END

```

La subrutina anterior corresponde al análisis realizado para  $\alpha_D = 1.5$ ,  $\alpha_L = 1.8$  y  $\varphi=0.85$ , caso para el que  $b_w \cdot d$  requerido es de 146.382 cm<sup>2</sup>. La siguiente es una muestra del archivo de salida de RELAN, con los resultados del análisis realizado para el mismo caso;

```

***** RELAN RELIABILITY ANALYSIS *****
PROBLEM TITLE: : Relan\lera hipótesis\Funciones\1.5-1.8\Corte\0.85.for
DATAFILE:C:\Archivos de programa\Relan\lera hipótesis\Variables\Corte.rel
*****

***** RELAN RELIABILITY ANALYSIS *****

PERFORMANCE FUNCTION: GIVEN EXPLICITLY

ANALYSIS APPROACH: STANDARD FORM/SORM

CONVERGENCE TOLERANCE ON BETA = 0.00010
MAXIMUM NUMBER OF ITERATIONS = 100

VARIABLE   CODE   MEAN VALUE   STD. DEV.
    1         1   0.12000E+00   0.12000E-01
    2         5   0.89001E-01   0.23000E-01
    3         1   0.26038E+03   0.51610E+02

NOTE: ALL THE BASIC VARIABLES ARE UNCORRELATED.

MODE 1 : BETA (FORM) =      3.904      G =  -0.292453E-05

PROBABILITY OF FAILURE (FORM) = 0.47360631E-04
ITERATIONS TO CONVERGE =      5
STARTING VECTOR:
    0.12684E+00   0.12943E+00   0.77672E+02
DESIGN POINT:
    0.12593E+00   0.12370E+00   0.72954E+02
SENSITIVITY FACTORS (DIRECTION COSINES IN STANDARD NORMAL SPACE):
    0.12661E+00   0.34421E+00  -0.93032E+00

BETA (SORM) =      3.786
PROBABILITY OF FAILURE (SORM) = 0.76589658E-04

```

Como puede apreciarse en los coeficientes de sensibilidad, las variables que tienen una mayor influencia en el análisis son la resistencia a compresión del concreto  $X(3)$ , la carga viva  $X(2)$ , y finalmente la carga muerta  $X(1)$ .

De los análisis FORM y SORM realizados para cada caso se obtuvo los siguientes resultados:

Tabla 3.23 Índice de confiabilidad y probabilidad de falla para el diseño por corte efectuado con  $\alpha_D = 1.5$  y  $\alpha_L = 1.8$ .

| $\varphi$ | $\beta_{FORM}$ | $Pf_{FORM}$ | $\beta_{SORM}$ | $Pf_{SORM}$ |
|-----------|----------------|-------------|----------------|-------------|
| 1,0       | 3,387          | 3,53E-04    | 3,243          | 5,92E-04    |
| 0,9       | 3,743          | 9,10E-05    | 3,603          | 1,58E-04    |
| 0,85      | 3,904          | 4,74E-05    | 3,786          | 7,66E-05    |
| 0,80      | 4,051          | 2,55E-05    | 3,956          | 3,82E-05    |

Tabla 3.24. Índice de confiabilidad y probabilidad de falla para el diseño por corte efectuado con  $\alpha_D = 1.4$  y  $\alpha_L = 1.7$ .

| $\varphi$ | $\beta_{FORM}$ | $Pf_{FORM}$ | $\beta_{SORM}$ | $Pf_{SORM}$ |
|-----------|----------------|-------------|----------------|-------------|
| 1,0       | 3,142          | 8,38E-04    | 3,004          | 1,33E-03    |
| 0,9       | 3,539          | 2,01E-04    | 3,395          | 3,43E-04    |
| 0,85      | 3,725          | 9,77E-05    | 3,585          | 1,69E-04    |
| 0,8       | 3,897          | 4,86E-05    | 3,779          | 7,89E-05    |

Tabla 3.25. Índice de confiabilidad y probabilidad de falla para el diseño por corte efectuado con  $\alpha_D = 1.3$  y  $\alpha_L = 1.6$ .

| $\varphi$ | $\beta_{FORM}$ | $Pf_{FORM}$ | $\beta_{SORM}$ | $Pf_{SORM}$ |
|-----------|----------------|-------------|----------------|-------------|
| 1,0       | 2,859          | 2,12E-03    | 2,728          | 3,18E-03    |
| 0,9       | 3,293          | 4,96E-04    | 3,150          | 8,16E-04    |
| 0,85      | 3,504          | 2,30E-04    | 3,360          | 3,89E-04    |
| 0,8       | 3,704          | 1,06E-04    | 3,564          | 1,82E-04    |

Los gráficos 3.11 y 3.12 muestran la variación de los índices de confiabilidad y sus respectivas probabilidades de falla mostrados en las tablas anteriores.

Igual que en el caso de la flexión, y cualquiera que fuese estudiado mientras mayor es el factor de resistencia, menor es el índice de confiabilidad y mayor la probabilidad de falla relacionada. Además puede verificarse que la probabilidad de falla aumenta considerablemente mientras menores son los factores de amplificación de cargas y mayor es el factor de resistencia,  $\varphi$ .

Para un factor de resistencia igual a 0.85 como es usual en corte y para los casos en los que  $\alpha_D = 1.5$  y  $\alpha_L = 1.8$ ; la probabilidad de falla obtenida se encuentra en el orden de  $10^{-5}$  tal como se aprecia en el Gráfico 3.12. Sin embargo, las probabilidades de falla para  $\alpha_D = 1.4$  y  $\alpha_L = 1.7$  y para  $\alpha_D = 1.3$  y  $\alpha_L = 1.6$  son muy cercanas y se encuentran en el orden de  $10^{-4}$ . Los  $\beta$  respectivos son 3.786, 3.585, y 3.360.

De los resultados obtenidos se puede concluir, de la misma forma que para el análisis de la confiabilidad en flexión, que la norma peruana supera el índice de

confiabilidad objetivo de 3.0, el cual sugiere una probabilidad en el orden de  $10^{-3}$ , mucho mayor a la obtenida en este trabajo.

Gráfico 3.11. Variación de  $\beta_{SORM}$  según el factor de resistencia,  $\varphi$ , para las 3 combinaciones de factores de amplificación de cargas propuestos - corte.

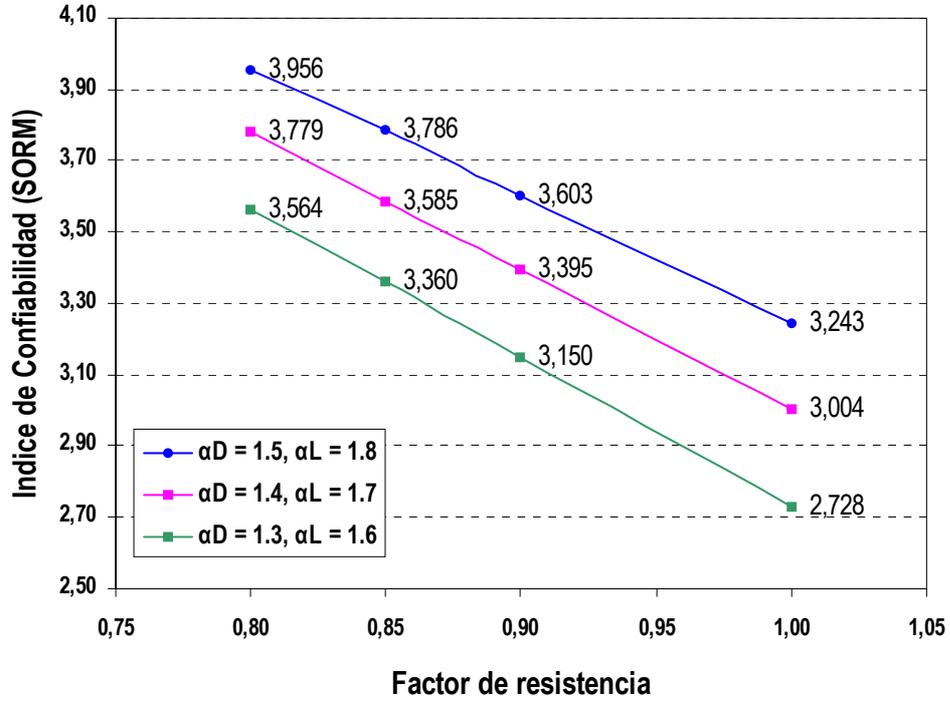
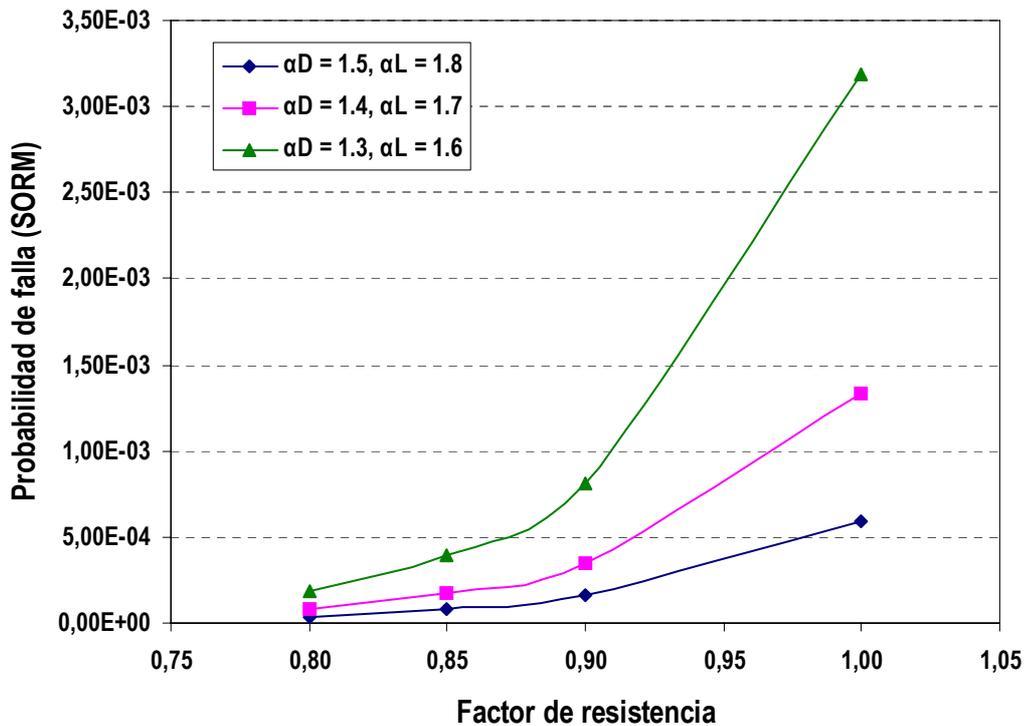


Gráfico 3.12. Variación de  $P_f$  SORM según el factor de resistencia,  $\varphi$ , para las tres combinaciones de factores de amplificación de cargas propuestos - corte.



Es posible, reducir los factores de amplificación de cargas hasta diseñar con  $\alpha_D = 1.3$  y  $\alpha_L = 1.6$  sin estar sujetos a probabilidades de falla mayores que las que se encuentran inherentes en las normas LRFD. Esto si consideramos que se ha realizado un control de calidad de la resistencia a compresión del concreto adecuado, si el acero de refuerzos proviene de fabricantes confiables y si la estructura recibe el uso apropiado tal como se ha considerado en las hipótesis de diseño.

Ahora para una mayor confiabilidad de las estructuras, considerando que alguna o varias de las variables envueltas en el diseño tengan características que vayan en desmedro de la capacidad del elemento, como por ejemplo una resistencia a compresión baja, y/o sobrecargas muy altas debido al cambio de uso de la estructura como es muy frecuente en el Perú, sería conveniente utilizar  $\alpha_D = 1.4$  y  $\alpha_L = 1.7$  en los diseños.

### 3.4.2.3. ANÁLISIS DE CONFIABILIDAD EN SERVICIO (DEFLEXIONES).

Para efectuar el análisis de confiabilidad para el estado límite de servicio se empleó una vigueta de aligerado simplemente apoyada como se muestra en la Figura 3.11.

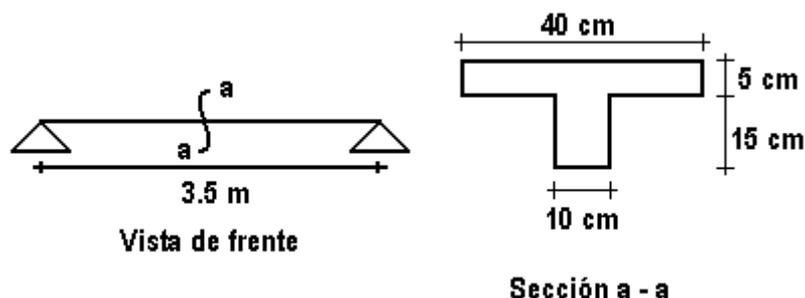


Figura 3.11. Estructura empleada para el análisis de las deflexiones.

La estructura mostrada en la Figura 3.11 tiene la particularidad de adecuarse al requerimiento de peralte mínimo del código del ACI,  $h \approx l/16$ . Se ha adoptado esta medida por evaluarse la confiabilidad de un diseño conservador, dado que la norma técnica E060 establece solo  $h \approx l/25$ . Las razones se evidencian a través de los resultados.

La sección utilizada en el proceso de calibración es aquella en la que sucede la máxima deflexión, es decir, la sección en el centro de la luz. El momento para esta sección puede ser calculado utilizando la siguiente expresión:

$$M = \frac{w \cdot l^2}{8}$$

donde  $w$  es la carga por unidad de longitud que soporta la estructura, y  $l$  es la luz libre.

La deflexión en el centro de la luz en estas condiciones es igual a:

$$\Delta = \frac{5}{48} \cdot \frac{M \cdot l^2}{E_c \cdot I_e}$$

donde  $M$  es el momento actuante en la sección en la que se está evaluando la deflexión es decir el centro de la luz  $l$  del elemento,  $E_c$  es el módulo de elasticidad del concreto y  $I_e$  es la inercia efectiva de la sección.

El análisis de confiabilidad se hará utilizando la inercia efectiva de la sección, como establece el código del ACI. La norma técnica E060 recomienda utilizar la inercia crítica de la sección transversal, cuando la sección se encuentra totalmente agrietada, pero esto llevaría a utilizar una hipótesis que no se ajusta a la realidad.

Dado que las deflexiones dependen del momento actuante en la sección, es necesario diseñar la estructura en flexión, de acuerdo a las combinaciones de factores de amplificación de carga propuestos en la sección 3.4.1 de este trabajo. Los parámetros de diseño empleados son los mostrados en la Tabla 3.12.

A pesar de que la inercia efectiva está sujeta a la variabilidad de las cargas, de la resistencia a compresión, y del esfuerzo de fluencia del acero, se ha preferido asignarle un valor determinístico, debido a que el cómputo de la probabilidad de falla se hace oneroso, lento y no resulta en mayor precisión cuando estas variabilidades están incluidas. La variabilidad del modulo de elasticidad del concreto,  $E_c$ , se modela utilizando la fórmula  $15000 \cdot \sqrt{f'c}$ .

El cálculo de la inercia efectiva,  $I_e$ , se hace utilizando la ecuación propuesta por Branson, basada en estudios estadísticos y que se mostró en la sección 3.2.3.1. Esta ecuación requiere de la relación entre el momento actuante y el momento crítico en la sección en la que se evalúa la flecha.

Tabla 3.29. Parámetros utilizados en la determinación de la inercia efectiva,  $I_e$ .

| Parámetro | $I_g$                    | $M_{cr}$       | $M_{a,LD}$     | $M_{a,D}$      | $(M_{cr}/M_{a,LD})^3$ | $(M_{cr}/M_{a,D})^3$ |
|-----------|--------------------------|----------------|----------------|----------------|-----------------------|----------------------|
| Valor     | 11800<br>cm <sup>4</sup> | 25882<br>kg.cm | 33687<br>kg.cm | 18375<br>kg.cm | 0,453                 | 2,794                |

Los subíndices  $L$  y  $D$  hacen referencia a la acción de la carga viva y muerta simultáneamente. El subíndice  $D$  hace referencia a la acción única de la carga muerta. Se calcula la inercia efectiva de la sección cuando está actuando la carga muerta únicamente, y cuando soporta la combinación de cargas muerta y viva para calcular por diferencia la deflexión que ocurre debido a la carga viva.

El diseño de las cuantías de acero,  $\rho$ , y la distancia desde la fibra extrema en compresión hasta el eje neutro,  $c$ , son necesarios para el cálculo de la inercia crítica,  $I_{cr}$ . Del mismo modo  $I_{cr}$  junto con la inercia bruta de la sección,  $I_g$ , y la relación de momentos ( $M_{cr}/M_a$ ) son necesarias para el cálculo de la inercia efectiva,  $I_e$ , de la sección transversal en la que se está evaluando la flecha. Estos parámetros se muestran en la Tabla 3.30 para la primera combinación de factores de amplificación de cargas  $\alpha_D = 1.5$  y  $\alpha_L = 1.8$ . De igual modo, los mismos parámetros

se muestran en la Tabla 3.31 y 3.32 para  $\alpha_D = 1.4$  y  $\alpha_L = 1.7$  y para  $\alpha_D = 1.3$  y  $\alpha_L = 1.6$ .

Tabla 3.30. Parámetros para el cálculo de  $I_{eLD}$  y  $I_{e,D}$  para  $\alpha_D = 1.5$  y  $\alpha_L = 1.8$ .

| Parámetro                    | $\varphi = 0,6$ | $\varphi = 0,7$ | $\varphi = 0,8$ | $\varphi = 0,9$ | $\varphi = 1,0$ |
|------------------------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| $\rho$                       | 0,00194         | 0,00165         | 0,00144         | 0,00128         | 0,00115         |
| $c$ (cm)                     | 2,89            | 2,69            | 2,53            | 2,39            | 2,28            |
| $I_{cr}$ (cm <sup>4</sup> )  | 2681,42         | 2332,71         | 2066,06         | 1855,29         | 1684,36         |
| $I_{eLD}$ (cm <sup>4</sup> ) | 6817,12         | 6626,55         | 6480,83         | 6365,65         | 6272,24         |
| $I_{e,D}$ (cm <sup>4</sup> ) | 11800,60        | 11800,60        | 11800,60        | 11800,60        | 11800,60        |

Tabla 3.31. Parámetros para el cálculo de  $I_{eLD}$  y  $I_{e,D}$  para  $\alpha_D = 1.4$  y  $\alpha_L = 1.7$ .

| Parámetro                    | $\varphi = 0,6$ | $\varphi = 0,7$ | $\varphi = 0,8$ | $\varphi = 0,9$ | $\varphi = 1,0$ |
|------------------------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| $\rho$                       | 0,00182         | 0,00155         | 0,00135         | 0,00120         | 0,00108         |
| $c$ (cm)                     | 2,81            | 2,61            | 2,45            | 2,32            | 2,21            |
| $I_{cr}$ (cm <sup>4</sup> )  | 2533,13         | 2202,92         | 1950,51         | 1751,08         | 1589,39         |
| $I_{eLD}$ (cm <sup>4</sup> ) | 6736,08         | 6555,62         | 6417,69         | 6308,70         | 6220,34         |
| $I_{e,D}$ (cm <sup>4</sup> ) | 11800,60        | 11800,60        | 11800,60        | 11800,60        | 11800,60        |

Tabla 3.32. Parámetros para el cálculo de  $I_{eLD}$  y  $I_{e,D}$  para  $\alpha_D = 1.3$  y  $\alpha_L = 1.6$ .

| Parámetro                    | $\varphi = 0,6$ | $\varphi = 0,7$ | $\varphi = 0,8$ | $\varphi = 0,9$ | $\varphi = 1,0$ |
|------------------------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| $\rho$                       | 0,00169         | 0,00145         | 0,00126         | 0,00112         | 0,00101         |
| $c$ (cm)                     | 2,72            | 2,53            | 2,38            | 2,25            | 2,14            |
| $I_{cr}$ (cm <sup>4</sup> )  | 2383,56         | 2072,05         | 1834,06         | 1646,09         | 1493,74         |
| $I_{eLD}$ (cm <sup>4</sup> ) | 6654,34         | 6484,11         | 6354,05         | 6251,33         | 6168,07         |
| $I_{e,D}$ (cm <sup>4</sup> ) | 11800,60        | 11800,60        | 11800,60        | 11800,60        | 11800,60        |

Ahora, con los parámetros definidos se puede escribir la función de falla. La comparación se establece sobre la parte de la flecha total que ocurre después de la colocación de elementos no estructurales, bajo la hipótesis de que se trata un piso o techo que soporta y cuyos elementos no estructurales pueden ser dañados por deflexiones excesivas. Para esta condición la dicha deflexión no puede ser mayor que  $l/480$ .

La deflexión actuante estaría dada por la expresión siguiente:

$$\Delta_a = \Delta_{diferida} + \Delta_{i(L)}$$

En la cual:

$$\Delta_{diferida} = \Delta_i \cdot \frac{s}{1 + 50\rho'}$$

$$\Delta_i = (\Delta_{i(D)} + \% \Delta_{i(L)}); y,$$

$$\Delta_{i(L)} = \Delta_{i(L+D)} - \Delta_{i(D)}$$

Donde  $\Delta_i$  es la deflexión inmediata,  $\Delta_{i(D+L)}$  es la deflexión inmediata debida a carga muerta y viva,  $\Delta_{i(D)}$  es la deflexión inmediata debida a carga muerta,  $\Delta_{i(L)}$  es la deflexión inmediata debida a carga viva.

La función de falla finalmente sería:

$$G = l / 480 - \Delta_a$$

La subrutina típica para el análisis de la confiabilidad en condiciones de servicio, que RELAN utiliza es la siguiente:

```

SUBROUTINE DETERM(IMODE)
C-----Subroutine for entering deterministic variables
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
RETURN
END

SUBROUTINE GFUN (X,N,IMODE,GXP)
C-----Subroutine to calculate the failure function
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
DIMENSION X(N)
Ec=15100*dsqrt(X(3))
C-----Deflexión inmediata debida a carga muerta y viva
Xld=1.53125*(X(1)+X(2))
dild=5.0/48.0*Xld*(350**2)/(Ec*6365.65d0)
C-----Deflexión inmediata debida a carga muerta
Xd=1.53125*(X(1))
did=5.0/48.0*Xd*(5.50**2)/(Ec*11800.60d0)
C-----Deflexión inmediata debida a carga viva
dil=dild-did
C-----40% de carga viva en el cálculo de la deflexión inmediata
di=did+0.40*dil
C-----Deflexión diferida
ddif=di*2.0
C-----Deflexión total
d=ddif+dil
C-----Función de falla
GXP = (5.5+0.20)/480-d
RETURN
END

```

La subrutina anterior es la correspondiente al análisis del índice de confiabilidad para  $\alpha_D = 1.5$ ,  $\alpha_L = 1.8$  y  $\phi = 0.9$ . El archivo de salida de RELAN, que resulta de una simulación MonteCarlo con 1000000 de iteraciones se muestra en la siguiente página.

Para el análisis de confiabilidad de deflexiones no fue posible realizar procedimientos FORM ni SORM debido a que el proceso no converge a una solución específica. Por esta razón el análisis de la función se hizo usando una simulación MonteCarlo. Debido al tipo de proceso, no se puede tener una idea concreta de la influencia de las variables básicas a través de los coeficientes de sensibilidad.

Se calcula el índice de confiabilidad después de hacer una relación directa con la probabilidad de falla. Para fines ilustrativos se calculó el índice de confiabilidad después de realizar 10000, 100000 y 1000000 de iteraciones. Los resultados se muestran en las Tablas 3.33, 3.34 y 3.35.

```
***** RELAN RELIABILITY ANALYSIS *****
PROBLEM TITLE: Relan\lera hipótesis\Funciones\1.5-1.8\Deflexion\0.9.for
DATAFILE: D:\Relan\lera hipótesis\Variables\Deflexión.rel
*****

***** RELAN RELIABILITY ANALYSIS *****

PERFORMANCE FUNCTION: GIVEN EXPLICITLY

ANALYSIS APPROACH: STANDARD MONTECARLO SIMULATION
NUMBER OF SIMULATIONS = 0.1E+07

VARIABLE CODE MEAN VALUE STD. DEV.
1 1 0.12000E+00 0.12000E-01
2 5 0.93001E-01 0.22000E-01
3 1 0.26053E+03 0.51385E+02

NOTE: ALL THE BASIC VARIABLES ARE UNCORRELATED.

FOR FAILURE MODE 1
FAILURE PROBABILITY (SIMULATION) = 0.68000000E-03
COEFFICIENT OF VARIATION OF FAILURE PROBABILITY (%) = 3.83
ASSOCIATED RELIABILITY INDEX = 3.203
```

Tabla 3.33. Índice de confiabilidad del análisis de deflexiones para un diseño por flexión usando  $\alpha_D = 1.5$  y  $\alpha_L = 1.8$

| $\beta$           | $\varphi = 0,6$ | $\varphi = 0,7$ | $\varphi = 0,8$ | $\varphi = 0,9$ | $\varphi = 1,0$ |
|-------------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| $\beta_{10000}$   | 3,432           | 3,432           | 3,291           | 3,195           | 3,062           |
| $\beta_{100000}$  | 3,398           | 3,346           | 3,264           | 3,183           | 3,135           |
| $\beta_{1000000}$ | 3,421           | 3,331           | 3,265           | 3,203           | 3,151           |

Tabla 3.34. Índice de confiabilidad del análisis de deflexiones para un diseño por flexión usando  $\alpha_D = 1.4$  y  $\alpha_L = 1.7$

| $\beta$           | $\varphi = 0,6$ | $\varphi = 0,7$ | $\varphi = 0,8$ | $\varphi = 0,9$ | $\varphi = 1,0$ |
|-------------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| $\beta_{10000}$   | 3,432           | 3,291           | 3,239           | 3,062           | 3,036           |
| $\beta_{100000}$  | 3,367           | 3,296           | 3,234           | 3,152           | 3,109           |
| $\beta_{1000000}$ | 3,383           | 3,296           | 3,235           | 3,172           | 3,122           |

Tabla 3.35. Índice de confiabilidad del análisis de deflexiones para un diseño por flexión usando  $\alpha_D = 1.3$  y  $\alpha_L = 1.6$

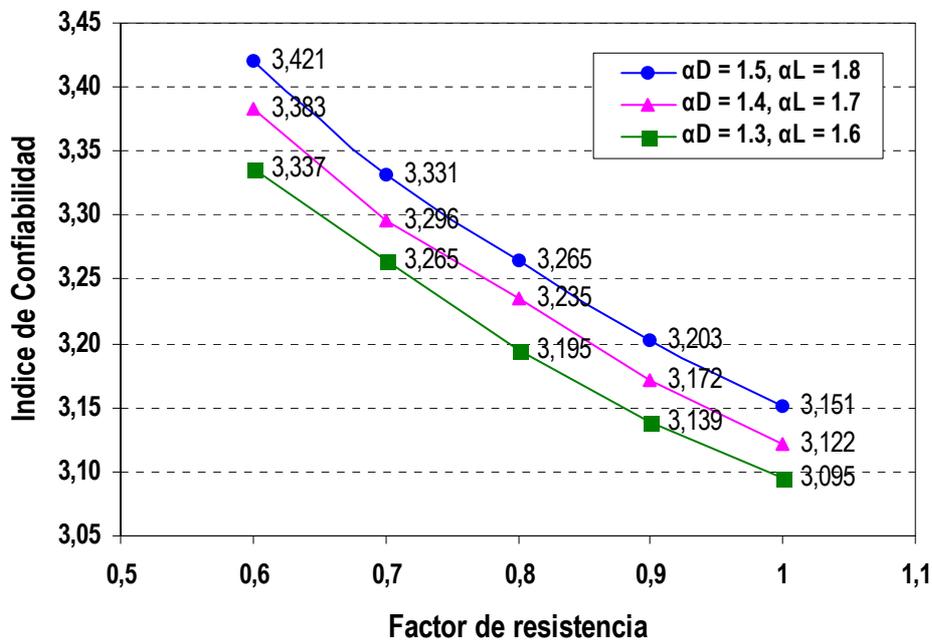
| $\beta$           | $\varphi = 0,6$ | $\varphi = 0,7$ | $\varphi = 0,8$ | $\varphi = 0,9$ | $\varphi = 1,0$ |
|-------------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| $\beta_{10000}$   | 3,432           | 3,291           | 3,195           | 3,036           | 2,968           |
| $\beta_{100000}$  | 3,346           | 3,264           | 3,183           | 3,125           | 3,079           |
| $\beta_{1000000}$ | 3,337           | 3,265           | 3,195           | 3,139           | 3,095           |

Debido a que la magnitud de las deflexiones está directamente relacionado con el diseño en flexión, se relaciona el índice de confiabilidad del análisis de deflexiones con el valor de  $\varphi = 0.9$ .

El Gráfico 3.16 relaciona el índice de confiabilidad para cada pareja de factores de amplificación de cargas.

Las estructuras diseñadas con  $\alpha_D = 1.5$  y  $\alpha_L = 1.8$  tienen un índice de confiabilidad de 3.203 y una probabilidad de falla en el orden de  $10^{-4}$  como se verifica en la Tabla 3.36 y el Gráfico 3.17.

Gráfico 3.16. Variación de  $\beta_{1000000}$  según el factor de resistencia,  $\varphi$ , para las 3 combinaciones de factores de amplificación de cargas propuestos – deflexiones.



Si los daños producto de deflexiones excesivas son severos el índice de confiabilidad objetivo en una calibración es igual a 3.0. Si se considera que los daños serán medianos, se puede reducir este índice hasta 2.5, y si los daños son pequeños se puede llegar hasta 2.0 inclusive.

De acuerdo con esto, se puede reducir los factores de amplificación de cargas a  $\alpha_D = 1.4$  y  $\alpha_L = 1.7$ , cuyo índice de confiabilidad de 3.172 se ajusta a un nivel de daño severo, aunque  $\alpha_D = 1.3$  y  $\alpha_L = 1.6$  aseguran una probabilidad de falla adecuada para los mismos niveles de daño ( $\beta = 3.139$ ).

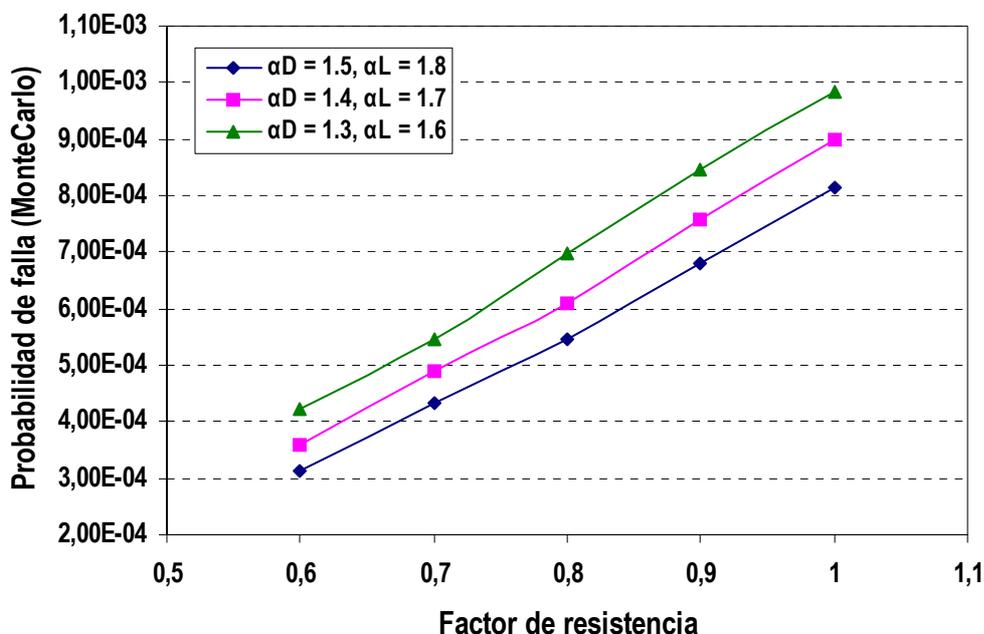
La probabilidad de falla relacionada con los índices de confiabilidad calculados con 1000000 de iteraciones se muestra en la Tabla 3.36.

Tabla 3.36. Probabilidad de falla relacionada con  $\beta_{1000000}$  del análisis de deflexiones.

| $\varphi$ | $\alpha_D = 1.5, \alpha_L = 1.8$ | $\alpha_D = 1.4, \alpha_L = 1.7$ | $\alpha_D = 1.3, \alpha_L = 1.6$ |
|-----------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|
| 0,6       | 3,12E-04                         | 3,58E-04                         | 4,23E-04                         |
| 0,7       | 4,33E-04                         | 4,90E-04                         | 5,47E-04                         |
| 0,8       | 5,47E-04                         | 6,08E-04                         | 6,99E-04                         |
| 0,9       | 6,80E-04                         | 7,57E-04                         | 8,48E-04                         |
| 1,0       | 8,14E-04                         | 8,98E-04                         | 9,84E-04                         |

El Gráfico 3.17 muestra la variación de la probabilidad de falla para para las tres combinaciones de factores de amplificación de cargas propuestos.

Gráfico 3.17. Variación de  $P_f$  MonteCarlo según el factor de resistencia,  $\varphi$ , para las tres combinaciones de factores de amplificación de cargas propuestos - deflexión.



Como se puede apreciar la probabilidad de falla tiene una tendencia creciente, a medida que aumenta el factor de resistencia, y por lo tanto disminuye la capacidad nominal. Este es un patrón de comportamiento que se repite en todos los casos estudiados.

También se efectuó un análisis de confiabilidad de deflexiones para elementos estructurales que no cumplen con los peraltes mínimos propuestos por el código del ACI. Se encontró que la probabilidad de sobrepasar la deflexión máxima permisible es igual al 100% para todos aquellos casos en los que no se cumple con los requerimientos del ACI. Por lo tanto las estructuras diseñadas con los peraltes mínimos establecidos por norma técnica E060, que exige peraltes mucho menores, estarían sobrepasando las deflexiones máximas permitidas en todos los casos, y más aún si se utiliza la inercia crítica en los cálculos, valor que es mucho menor a

la efectiva. Sin embargo, cuando los peraltes son mayores a los mínimos requeridos la probabilidad de sobrepasar la deflexión límite es 0%.

### 3.4.3. SENSITIVIDAD DE LAS VARIABLES BASICAS.

La variabilidad de las variables básicas involucradas en cada problema de diseño, sea flexión, corte o deflexiones es distinta. Además influyen en el cálculo de la probabilidad de falla en mayor o menor grado, según el factor de resistencia y la combinación de factores de amplificación de carga empleados en el diseño. Por estos motivos se ha efectuado una inspección de los coeficientes de sensibilidad que RELAN ha calculado. Los resultados se presentan en las secciones siguientes.

#### 3.4.3.1. SENSITIVIDAD DE LAS VARIABLES BASICAS EN FLEXIÓN.

Se ha estudiado la sensibilidad de las variables básicas y su influencia en la probabilidad de falla de los sistemas estructurales. Por esta razón se presentan cuatro tablas correspondientes a los coeficientes de sensibilidad de la carga viva, esfuerzo de fluencia del acero, carga muerta y resistencia a compresión del concreto para cada uno de los casos estudiados.

Tabla 3.17. Coeficientes de sensibilidad de la carga viva,  $X(2)$

| $\varphi$ | $\alpha_D = 1.5, \alpha_L = 1.8$ | $\alpha_D = 1.4, \alpha_L = 1.7$ | $\alpha_D = 1.3, \alpha_L = 1.6$ |
|-----------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|
| 1         | 0,9411                           | 0,9386                           | 0,9349                           |
| 0,9       | 0,9432                           | 0,9423                           | 0,9402                           |
| 0,8       | 0,9444                           | 0,9441                           | 0,9433                           |
| 0,7       | 0,9439                           | 0,9444                           | 0,9445                           |
| 0,6       | 0,9413                           | 0,9426                           | 0,9436                           |

Tabla 3.18. Coeficientes de sensibilidad del esfuerzo de fluencia del acero,  $X(4)$ .

| $\varphi$ | $\alpha_D = 1.5, \alpha_L = 1.8$ | $\alpha_D = 1.4, \alpha_L = 1.7$ | $\alpha_D = 1.3, \alpha_L = 1.6$ |
|-----------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|
| 1,0       | 0,3011                           | 0,3030                           | 0,3069                           |
| 0,9       | 0,3006                           | 0,3005                           | 0,3016                           |
| 0,8       | 0,3038                           | 0,3018                           | 0,3006                           |
| 0,7       | 0,3104                           | 0,3068                           | 0,3037                           |
| 0,6       | 0,3219                           | 0,3167                           | 0,3119                           |

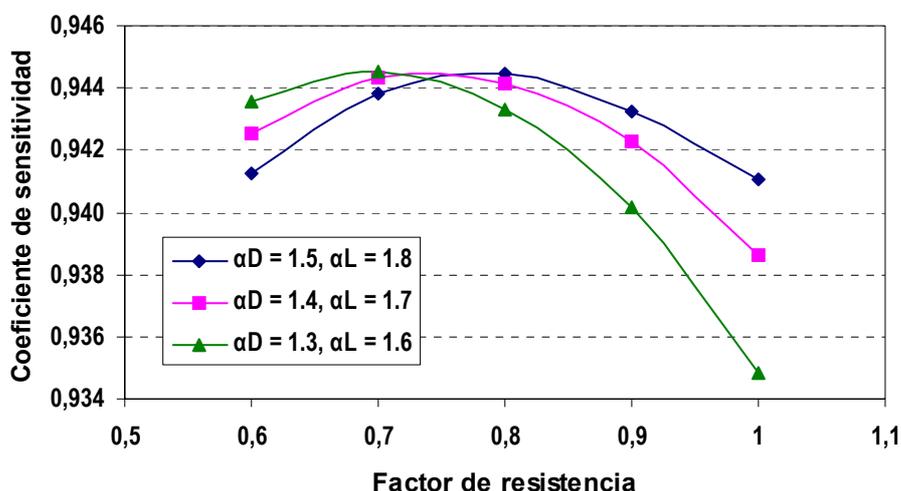
Tabla 3.19. Coeficientes de sensibilidad de la carga muerta,  $X(1)$ .

| $\varphi$ | $\alpha_D = 1.5, \alpha_L = 1.8$ | $\alpha_D = 1.4, \alpha_L = 1.7$ | $\alpha_D = 1.3, \alpha_L = 1.6$ |
|-----------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|
| 1,0       | 0,1536                           | 0,1645                           | 0,1781                           |
| 0,9       | 0,1405                           | 0,1470                           | 0,1577                           |
| 0,8       | 0,1243                           | 0,1314                           | 0,1399                           |
| 0,7       | 0,1114                           | 0,1171                           | 0,1239                           |
| 0,6       | 0,0992                           | 0,1039                           | 0,1093                           |

Tabla 3.20. Coeficientes de sensibilidad de la resistencia a compresión,  $X(3)$ .

| $\varphi$ | $\alpha_D = 1.5, \alpha_L = 1.8$ | $\alpha_D = 1.4, \alpha_L = 1.7$ | $\alpha_D = 1.3, \alpha_L = 1.6$ |
|-----------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|
| 1,0       | 0,0143                           | 0,0136                           | 0,0129                           |
| 0,9       | 0,0155                           | 0,0148                           | 0,0140                           |
| 0,8       | 0,0177                           | 0,0166                           | 0,0155                           |
| 0,7       | 0,0204                           | 0,0191                           | 0,0177                           |
| 0,6       | 0,0244                           | 0,0227                           | 0,0210                           |

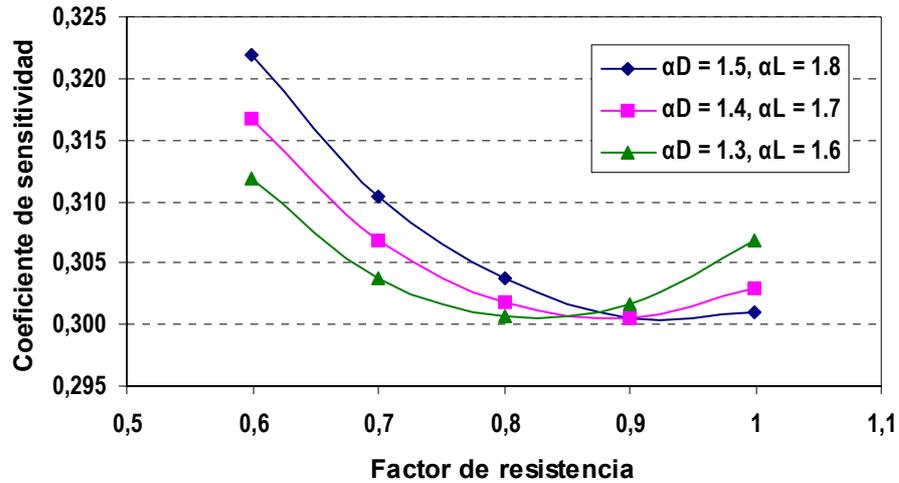
Los gráficos mostrados a continuación de cada tabla permiten discutir, entre uno y otro caso, sobre la importancia de cada una de las variables básicas de acuerdo al factor de resistencia empleado. Las variaciones son pequeñas debido a que el coeficiente de sensibilidad es el coseno de un ángulo.

Gráfico 3.7. Variación del coeficiente de sensibilidad en flexión de la carga viva,  $X(2)$ .

De todas las variables básicas, en todos los casos, la más sensible e importante es la carga viva. Sin embargo, su influencia es mayor o menor de acuerdo a los factores de amplificación de cargas y a los factores de resistencia empleados.

Como puede apreciarse cada curva presenta un punto máximo o un coeficiente de sensibilidad máximo. Esos puntos máximos corresponden a  $\varphi = 0.8$  para  $\alpha_D = 1.5$  y  $\alpha_L = 1.8$ ;  $\varphi \approx 0.75$  para  $\alpha_D = 1.4$  y  $\alpha_L = 1.7$ ; y,  $\varphi = 0.7$  para  $\alpha_D = 1.3$  y  $\alpha_L = 1.7$ . Puede verificarse para estos casos que la cuantía de acero para estos tres puntos específicos, es igual a 0.00166 aproximadamente. Este valor de la cuantía de acero hace que la función esté más influenciada por la variación de la carga viva. Ahora, puede verificarse también observando el Gráfico 3.8. que la carga viva se vuelve menos sensible a medida que el esfuerzo de fluencia cobra más importancia.

Gráfico 3.8. Variación del coeficiente de sensibilidad en flexión del esfuerzo de fluencia del acero,  $X(4)$ .



La carga muerta, es la tercera variable más sensitiva, y al contrario de las dos anteriores, el coeficiente de sensibilidad aumenta mientras menores son los factores de amplificación de cargas y mayores los de reducción de resistencia. La tendencia es creciente como se muestra en el Gráfico 3.9.

Como puede apreciarse la carga muerta influye menos en la función mientras más reforzada se encuentra el elemento estructural, por el contrario, toma más importancia en el cálculo de la probabilidad de falla, mientras menor es la resistencia nominal del elemento.

Gráfico 3.9. Variación del coeficiente de sensibilidad en flexión de la carga muerta,  $X(1)$ .

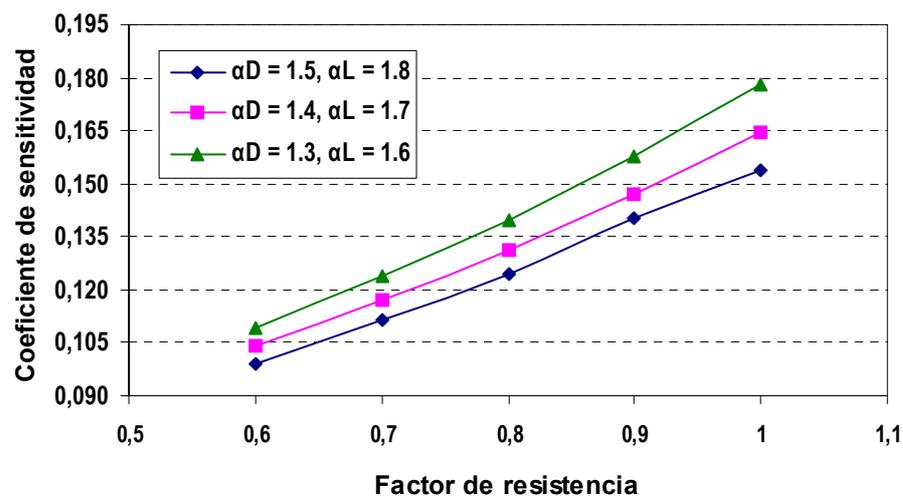
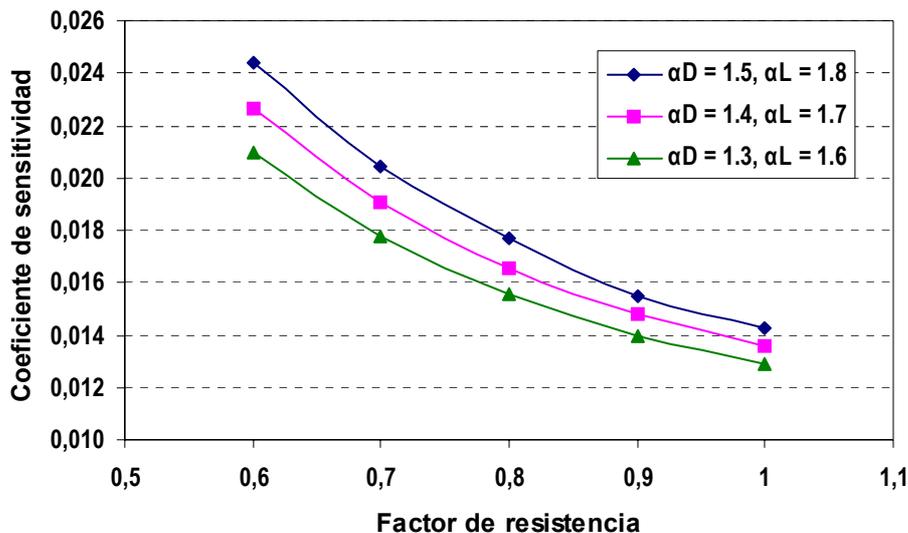


Gráfico 3.10. Variación del coeficiente de sensibilidad en flexión de la resistencia a compresión,  $X(3)$ .



Como puede apreciarse la variable menos sensitiva es la resistencia a compresión del concreto. Las variables menos sensitivas son precisamente aquellas que podrían ser reemplazadas por parámetros determinísticos convenientemente elegidos. Estas variables requieren de información estadística de menor calidad. En el caso del análisis de la probabilidad de falla en flexión la resistencia a compresión del concreto y la carga muerta requiere de mucha menos información estadística descriptiva que la carga viva y el esfuerzo de fluencia del acero y podrían haber sido reemplazados por parámetros determinísticos sin alterar en gran medida el valor calculado del índice de confiabilidad.

Precisamente, las variabilidades de la geometría de la estructura, tales como las dimensiones de la sección transversal y la luz de la vigueta de aligerado, no han sido incluidas en el análisis de confiabilidad; sin embargo se los ha reemplazado por parámetros determinísticos debido a que en trabajos de calibración previos se ha encontrado que los coeficientes de sensibilidad de estas variables son muy pequeños. No tiene sentido práctico entonces utilizar para estos parámetros funciones de probabilidad que conviertan a los cálculos en más onerosos y lentos.

Dada la gran sensibilidad de la función de falla a la carga viva hubiese sido conveniente utilizar parámetros estadísticos que ajusten la variabilidad de la carga viva a la realidad local. Sin embargo, se ha adoptado parámetros que han resultado de estudios realizados en localidades ajenas, bajo la hipótesis de que el comportamiento de la carga viva, que es el resultado de actividades humanas, no difiere en gran medida de un lugar a otro.

### 3.4.3.2. SENSITIVIDAD DE LAS VARIABLES BÁSICAS EN CORTE.

El análisis de la variación de los coeficientes de sensibilidad indica que el cálculo de la confiabilidad en corte es sumamente sensible a la variabilidad de la resistencia

a compresión del concreto, precisamente por haber una dependencia directa entre la resistencia al corte y esta característica mecánica. La Tablas 3.26, 3.27 y 3.28 muestran los resúmenes de los coeficientes de sensibilidad encontrados para cada una de las variables involucradas en el problema de diseño. El orden de cada una muestra la importancia de la variable.

Tabla 3.26. Coeficientes de sensibilidad de la resistencia a compresión, X(3).

| $\varphi$ | $\alpha_D = 1.5, \alpha_L = 1.8$ | $\alpha_D = 1.4, \alpha_L = 1.7$ | $\alpha_D = 1.3, \alpha_L = 1.6$ |
|-----------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|
| 1,0       | 0,83                             | 0,79                             | 0,76                             |
| 0,9       | 0,90                             | 0,86                             | 0,81                             |
| 0,85      | 0,93                             | 0,90                             | 0,85                             |
| 0,8       | 0,95                             | 0,93                             | 0,89                             |

Tabla 3.27. Coeficientes de sensibilidad de la carga viva, X(2).

| $\varphi$ | $\alpha_D = 1.5, \alpha_L = 1.8$ | $\alpha_D = 1.4, \alpha_L = 1.7$ | $\alpha_D = 1.3, \alpha_L = 1.6$ |
|-----------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|
| 1,0       | 0,53                             | 0,58                             | 0,62                             |
| 0,9       | 0,41                             | 0,48                             | 0,55                             |
| 0,85      | 0,34                             | 0,42                             | 0,49                             |
| 0,8       | 0,28                             | 0,35                             | 0,43                             |

Tabla 3.28. Coeficientes de sensibilidad corte de la carga muerta, X(1).

| $\varphi$ | $\alpha_D = 1.5, \alpha_L = 1.8$ | $\alpha_D = 1.4, \alpha_L = 1.7$ | $\alpha_D = 1.3, \alpha_L = 1.6$ |
|-----------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|
| 1,0       | 0,17                             | 0,18                             | 0,20                             |
| 0,9       | 0,14                             | 0,16                             | 0,17                             |
| 0,85      | 0,13                             | 0,14                             | 0,16                             |
| 0,8       | 0,11                             | 0,13                             | 0,14                             |

Gráfico 3.13. Variación del coeficiente de sensibilidad en corte de la resistencia a compresión, X(3).

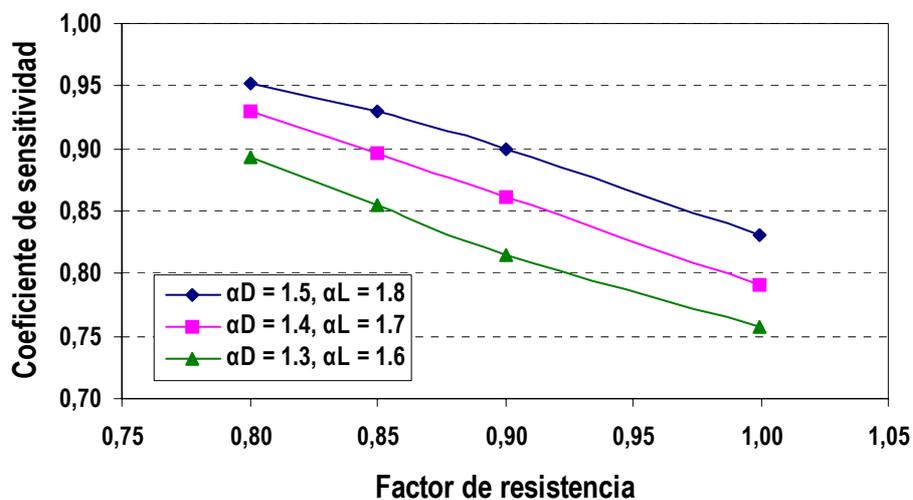
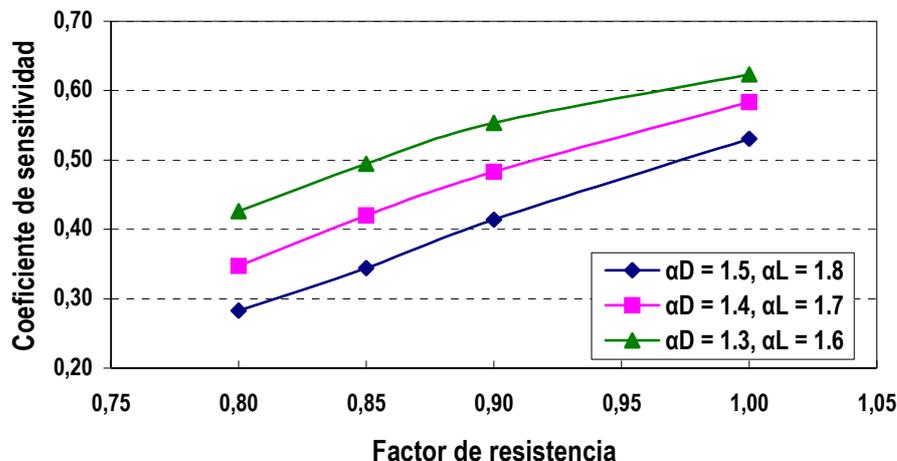


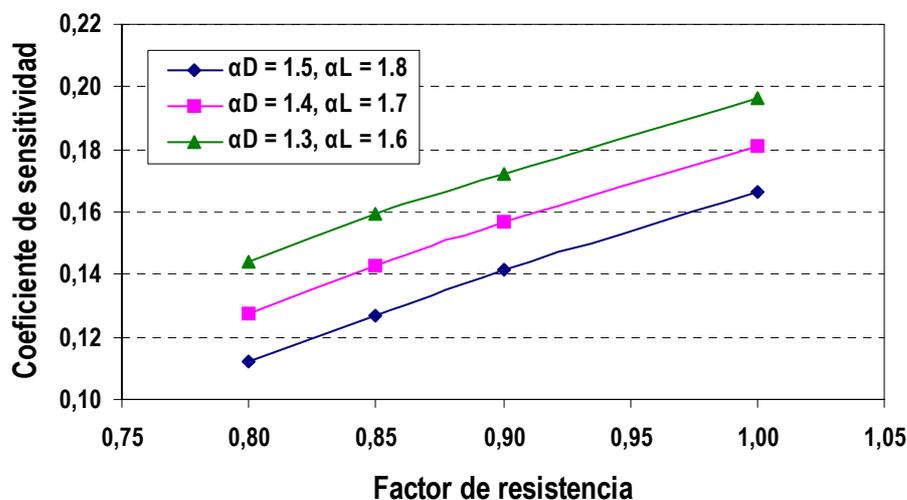
Gráfico 3.14. Variación del coeficiente de sensibilidad en corte de la carga viva,  $X(2)$ .



De los gráficos 3.13, 3.14 y 3.15 puede verificarse, que la resistencia a compresión del concreto pierde importancia y simultáneamente la influencia de la carga viva y de la carga muerta en menor medida se hacen mayores mientras menor es la capacidad nominal de la estructura.

En este caso, contrariamente a lo sucedido para el análisis en flexión, se utilizó para la variable más importante parámetros estadísticos provenientes de una recopilación de datos locales. Esto hace a la calibración del corte inclusive más confiable que la de flexión, dada la utilidad del ajuste probabilístico de la muestra de ensayos de compresión de testigos. Esto no excluye, la necesidad de representar con un modelo probabilístico, que se ajuste a la realidad local el comportamiento de la carga viva, debido a que es en ambos análisis, el de flexión y corte, una de las variables más importantes e influyentes, debido posiblemente a ajustarse a una distribución de valores extremos (Extrema tipo I o Gumbel).

Gráfico 3.15. Variación del coeficiente de sensibilidad en corte de la carga muerta,  $X(1)$ .



La carga muerta es en el análisis de la confiabilidad en corte, la variable menos importante. Podría haber sido reemplazada, en este caso, y aún en el análisis de la flexión por un parámetro determinístico, sin perjuicio del valor del índice de confiabilidad calculado, debido a la importancia mínima de su variabilidad, lo cual ha sido demostrado en los coeficientes de sensibilidad calculados por RELAN.

#### **3.4.3.3. SENSITIVIDAD DE LAS VARIABLES BASICAS EN DEFLEXIONES.**

No se puede analizar la influencia de cada variable en el cálculo de la confiabilidad debido a que las simulaciones de tipo MonteCarlo no calculan los coeficientes de sensibilidad. La función de falla para el análisis de deflexiones no es adecuada para realizar procedimientos FORM o SORM, ya que no se logra convergencia.

## CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

### 4.1. CONCLUSIONES.

El trabajo realizado describe los pasos principales de la calibración de los factores parciales de amplificación de cargas de la primera hipótesis de resistencia propuesta por la norma técnica E060. Los factores parciales calibrados resultan en un nivel de confiabilidad distinto y más cercano a los que se encuentran inherentes en las normas LRFD.

Después de usar las funciones de probabilidad en la modelación de las incertidumbres de las variables básicas, se obtuvo los siguientes índices de confiabilidad:

Tabla 4.1. Resultados del análisis de confiabilidad estructural realizado.

| Análisis de confiabilidad estructural en flexión     |                       |                    |                                   |                                  |
|--|-----------------------|--------------------|-----------------------------------|----------------------------------|
| $\varphi = 0.9$                                      | Índice objetivo (ACI) | Norma técnica E060 | $\alpha_D = 1.4, \alpha_L = 1.7.$ | $\alpha_D = 1.3, \alpha_L = 1.6$ |
| $B$  | 3.00                  | 4.75               | 4.52                              | 4.18                             |
| $P_f$  | 0.0013499             | 0.0000010171       | 0.000003092                       | 0.000014575                      |
| Análisis de confiabilidad estructural en corte       |                       |                    |                                   |                                  |
| $\varphi = 0.85$                                     | Índice objetivo (ACI) | Norma técnica E060 | $\alpha_D = 1.4, \alpha_L = 1.7.$ | $\alpha_D = 1.3, \alpha_L = 1.6$ |
| $B$  | 3.00                  | 3.78               | 3.58                              | 3.36                             |
| $P_f$  | 0.0013499             | 0.000078414        | 0.0001718                         | 0.00038971                       |
| Análisis de confiabilidad estructural en deflexiones |                       |                    |                                   |                                  |
| $\varphi = 0.9$                                      | Índice objetivo (ACI) | Norma técnica E060 | $\alpha_D = 1.4, \alpha_L = 1.7.$ | $\alpha_D = 1.3, \alpha_L = 1.6$ |
| $B$  | 3.00                  | 3.20               | 3.17                              | 3.14                             |
| $P_f$  | 0.0013499             | 0.00068714         | 0.00076219                        | 0.00084474                       |

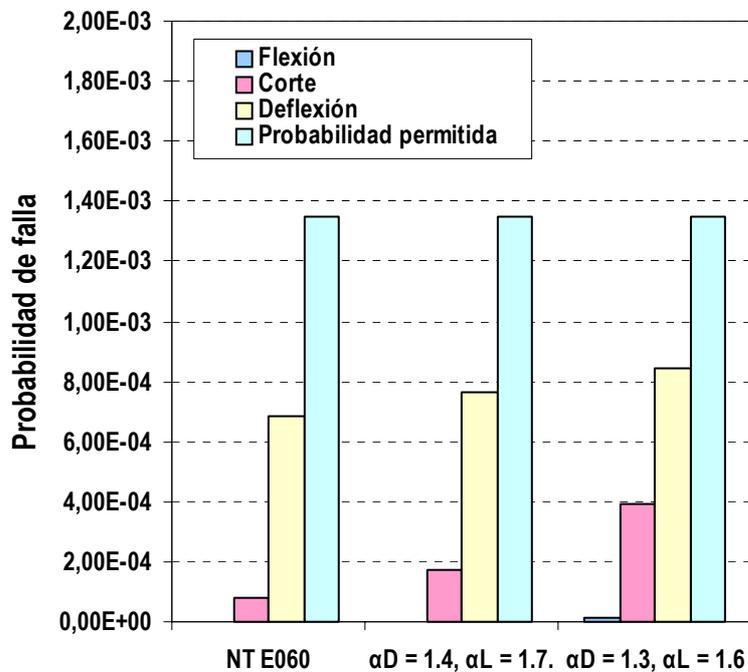
Las conclusiones relativas a los resultados del trabajo son las siguientes:

- El diseño para el control de deflexiones prevalece sobre los factores parciales de la primera hipótesis de resistencia. Los índices de confiabilidad encontrados son muy cercanos al índice de confiabilidad objetivo y revelan las mayores probabilidades de falla en condiciones de servicio a 30 años.
- Es posible reducir los factores de amplificación de carga hasta  $\alpha_D = 1.4$  y  $\alpha_L = 1.7$ . Aunque no hay perjuicio de la estructura si se diseña con  $\alpha_D = 1.3$ ,  $\alpha_L = 1.6$ , ya que estos factores toman en cuenta de forma consistente, racional y suficiente las incertidumbres de las variables involucradas en el diseño. Sin embargo, por seguridad, considerando el alcance limitado de este trabajo, y que no se ha tenido en cuenta una variable adicional que refleje las incertidumbres de modelo, debido

a la ausencia de información, se sugiere la reducción de  $\alpha_D$  y  $\alpha_L$  a 1.4 y 1.7 respectivamente, tal como establece la primera hipótesis de resistencia del código del ACI.

- No obstante, si las deflexiones excesivas no dañan los elementos no estructurales o si estos no son considerados importantes puede efectuarse el diseño utilizando  $\alpha_D = 1.3$ ,  $\alpha_L = 1.6$  sin perjuicio de la falla por resistencia.
- A través de esta reducción de coeficientes se aumenta la amplitud de la probabilidad de falla, como se ve en el Gráfico 4.1 sin embargo esto no perjudica a las estructuras, ya que la nueva probabilidad de falla sigue siendo menor que la máxima permitida (igual a 0.0013499) y relacionada con el índice de confiabilidad igual a 3.0

Gráfico 4.1. Variación de la probabilidad de falla de acuerdo al tipo de trabajo que realizan las estructuras y según los coeficientes seleccionados para el diseño.



- Tal como se aprecia en el gráfico y como se mencionó anteriormente, el control de deflexiones en servicio limita la reducción de los factores parciales a niveles aún menores. La falla por corte es la segunda más probable, y en último lugar se encuentra la falla por flexión debida a cargas verticales. Vale decir, que esta comparación no tiene sentido práctico debido a que una falla por corte, inutiliza la estructura y ya no existiría la posibilidad de verificar una falla por flexión. Entonces es mucho más importante proteger de la falla por corte a las estructuras cuyo diseño domina la primera hipótesis de resistencia.
- Los resultados de la calibración encontrados pueden ser aplicados a proyectos en la ciudad de Piura cuyas prácticas constructivas tengan adecuada supervisión y control de calidad. De igual modo la probabilidad de falla en estas condiciones es

válida si se mantiene a través del tiempo el uso para el que la edificación fue concebida.

Con respecto a la modelación de las incertidumbres y a la importancia de las variables básicas se concluye lo siguiente:

- Se puede verificar que el valor más probable de la carga viva es igual al 91% de la sobrecarga de diseño a 30 años considerada en el norma técnica E060. De otro lado, presenta el mayor coeficiente de variación (26%). Por estas razones y por tener una distribución de valores extremos (Gumbel), su influencia en el cálculo de la confiabilidad es determinante en los análisis de flexión y fuerza cortante. De igual modo, debida a su variabilidad es amplificada por un factor mucho mayor al aplicado a las cargas invariables como la carga muerta. Por estos motivos, la función de probabilidad que describe la variabilidad de la carga viva debe provenir de un ajuste de datos reales y locales. En este trabajo, la función de probabilidad ha sido determinada con base en datos de carga viva procedentes de diversos estudios realizados en Inglaterra, EEUU, Australia y Canadá. Es obvio, por lo tanto, que el patrón de carga viva registrado en localidades peruanas es diferente, aunque se acepta que debido a que la carga viva es el resultado de actividades humanas, las discrepancias no serán muy grandes.
- El modelo probabilístico ajustado a la resistencia a compresión es utilizable solo en los casos en los que haya control de calidad de la resistencia a compresión y en los que la mezcla haya sido diseñada con  $f'c$  igual a 210 kg/cm<sup>2</sup>. Dado a que la capacidad por corte es directamente dependiente de la resistencia a compresión del concreto, y a que la probabilidad de falla por corte es predominante, es necesario, hacer un control de calidad riguroso de la resistencia a compresión que se logra en las estructuras.
- De igual modo los parámetros estadísticos que se han utilizado en este trabajo para describir la variabilidad del esfuerzo de fluencia  $f_y$ , son aplicables en los casos en los que se haya utilizado acero de refuerzo de grado 60 proveniente de fabricantes nacionales confiables.
- La variabilidad de la carga muerta, o dicho sea de paso, del peso unitario del concreto, como se espera lógicamente, es muy reducida. En este trabajo se ha considerado por seguridad un coeficiente de variación de 10%, aunque se ha demostrado que este parámetro tiene muy poca influencia en el cálculo de la confiabilidad.

Para finalizar se puede concluir lo siguiente:

- La cuantificación racional y consistente de las incertidumbres envueltas en todo proceso de diseño es fundamental para la calibración de un código de diseño.
- La inclusión de factores parciales, como parámetros libres, permiten obtener una amplitud de la probabilidad de falla adecuada a través del proceso de calibración.

- Dado que el formato de diseño utilizado por los códigos estructurales en la actualidad, están basados en la teoría de confiabilidad, es posible que el diseñador, utilice los factores de amplificación de cargas y reducción de resistencias que respondan a las incertidumbres actuales de las variables. Esto permitiría un mejoramiento continuo en la fabricación de los materiales de construcción y obligaría a la continua recopilación de los datos necesarios para realizar la calibración adecuada. El nivel de la seguridad estructural quedaría a la elección del diseñador, de acuerdo con la importancia del proyecto, las condiciones económicas y las consecuencias de una posible falla.
- Los cálculos de confiabilidad presentados en este trabajo, están basados en la información estadística disponible al momento de realizarlo. Es muy probable que las características de los parámetros, cuya variabilidad ha sido investigada, en los que está basado este trabajo cambie con el tiempo. Por lo tanto, es necesario comprobar la confiabilidad de estos resultados con un programa continuo de recopilación y procesamiento de información, que permita decidir si lo que se ha propuesto a través de estas páginas es aún válido.

#### **4.2. RECOMENDACIONES.**

---

Para finalizar el trabajo, se recomienda lo siguiente:

- Llevar a cabo una recopilación continua de datos que permitan calibrar a lo largo del tiempo los factores parciales de amplificación de cargas de las hipótesis de resistencia.
- Efectuar un control más riguroso sobre la calidad de los materiales de construcción con el fin de reducir la variabilidad de sus características mecánicas y hacer más confiables las estructuras.
- Investigar el nivel de confiabilidad de las hipótesis de resistencia de la norma técnica E060 que involucran cargas sísmicas.

## BIBLIOGRAFIA

---

1. Foschi, R. O.; Folz, B. R.; Yao, F. Z. (1989). *Reliability-based design of wood structures*. Departamento de Ingeniería Civil. Universidad de Columbia Británica, Vancouver, Canadá.
2. Chalk, P. L.; Corotis, R. B. (1980). *Probability model for design live loads*. Journal of the structural division, ASCE, Vol. 106, No. ST10. Págs. 2017 – 2033.
3. Instituto Nacional de Investigación y Normalización de la Vivienda, ININVI. (1989). Norma técnica de edificación E060.
4. Pillai, S.U.; Kirk, D. W. (1988). *Reinforced concrete design*. Segunda Edición. McGraw-Hill Ryerson, Toronto, Canadá.
5. Harmsen, T.; Mayorca, J. P. (2000). *Diseño de estructuras de concreto armado*. Segunda Edición. Departamento de Ingeniería Civil. Pontificia Universidad Católica del Perú.
6. Zelen, M.; Madisson, E. (1963). *Statistical theory of reliability*. Universidad de Winsconsin Press.
7. Ramakumar, R. (1993). *Engineering reliability: fundamentals and applications*. Prentice Hall, Inc. N. J.
8. Walpole, R.; Myers, R. (1982). *Probabilidad y estadística para ingenieros*. Nueva Editorial Iberoamericana.
9. Miller, I.; Freund, J. E. (1986). *Probabilidad y estadística para ingenieros*. Prentice Hall Hispanoamericana.
10. Kennedy, J. B.; Neville, A. M. (1982). *Estadística para ciencias e ingeniería*. Editorial Harla. México D. F.
11. Nelson, A.; Winter, G. (1993). *Diseño de estructuras de concreto*. Mc Graw Hill. Santafé de Bogotá, Colombia.
12. Gálvez V., A.; Sheen P., W. Ponencia XI Capítulo Peruano ACI. *Diseño probabilístico a estados límite*.
13. Foschi, R. O. (1995). *Methods for estimating risk and reliability*. Departamento de Ingeniería Civil. Universidad de Columbia Británica, Vancouver, Canadá.
14. Sorensen, J.; Hansen, S. O.; Nielsen, T. A. (2000). *Calibration of partial safety factors in danish structural codes*. Joint Committee of Structural Safety Workshop on Code Calibration, Zurich, Alemania.
15. Vrouwenvelder, T. (2000). *Reliability based code calibration. The use of the JCSS Probabilistic Model Code*. Joint Committee of Structural Safety, Workshop on Code Calibration, Zurich, Alemania.
16. Ellingwood, B.; MacGregor, J. M.; Galambos, T. V.; Cornell, C. A. (1982). *Probability based load criteria for structural design: Load Factors and load combinations*. Journal of structural engineering, ASCE 108.
17. Honjo, Y. (2000). *Determination of partial factors for vertically loaded piles for a seismic loading condition based on reliability theory*. Joint Committee of Structural Safety, Workshop on Code Calibration, Zurich, Alemania.
18. Pendola, M.; Hornet, P.; Mohammed, A. (2000). *Proposition of partial safety factors in context of statistical uncertainties in structural reliability analyses*. 8<sup>th</sup> ASCE Specialty Conference on Probabilistic Mechanics and Structural Reliability. PCM2000-040.
19. Francis, A.; Espiner, R. J.; Edwards, A. M. (2000). *Guidelines for the use of structural reliability and risk based techniques to justify the operation of onshore pipelines at design factors greater than 0.72*. B. G. Technology. United Kingdom.

20. Trezos, C. G.; Thomos, G. C. *Reliability based calibration of the greek seismic code*. Joint Committee of Structural Safety, Workshop on Code Calibration, Zurich, Alemania.
21. Bhattacharya, B.; Bassu, R.; Ma, K. T. (2001). *Developing for novel structures: the case of the mobile offshore base*. Departamento de Ingeniería Civil. Universidad de Delaware.