



UNIVERSIDAD  
DE PIURA

FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

**Análisis de la aplicación de talleres y evaluaciones cortas  
en el rendimiento académico de los estudiantes del curso  
de Geometría Fundamental y Trigonometría**

Tesis para optar el Grado de  
Magíster en Educación con mención en Psicopedagogía

**Andrea Milagros Marroquín Liu**

Asesor(es):  
Dra. María del Carmen Barreto Pérez de Guerrero

Piura, setiembre de 2021



### **Aprobación**

La tesis titulada: “Análisis de la aplicación de talleres y evaluaciones cortas en el rendimiento académico de los estudiantes del curso de Geometría Fundamental y Trigonometría” presentada por la Ing. Andrea Milagros Marroquín Liu, en cumplimiento a los requisitos para optar el Grado de Magíster en Educación con mención en Psicopedagogía, fue aprobada por la asesora, Dra. María del Carmen Barreto Pérez de Guerrero y defendida el 23 de setiembre de 2021 ante el Tribunal integrado por:

.....  
Presidente

.....  
Secretario

.....  
Informante





### **Dedicatoria**

Esta tesis se la dedico a Dios por mostrarme siempre el camino de la felicidad.

A mis padres, Javier y Edith, y hermanas y Diana por apoyarme en todo este arduo recorrido.

A Daniela, mi hermanita, quien me ayudó con su sabiduría y paciencia, pero sobre todo porque me dio ánimos para seguir avanzando en los momentos en que estuve agotada.

Y a mi esposo Oscar, porque su amor fue mi fortaleza en los momentos más desesperantes.





## **Agradecimiento**

Quiero agradecer primero al Dr. Dante Guerrero porque fue mi profesor del curso de Geometría Fundamental y Trigonometría, y la persona que me enseñó a ver la geometría de una forma fascinante. Además, por ser mi mentor, por brindarme sus conocimientos y consejos en la labor docente que ejerzo.

A la Dra. María del Carmen Barreto por aceptarme como asesorada para esta tesis, por compartirme sus experiencias y sugerencias, pero sobre todo porque me enseñó a disfrutar de la labor de investigación.

A la Dra. Isabel Marina González Farías, por brindarme su apoyo con sus conocimientos de estadística, ya que, sin su ayuda, no hubiese podido concluir con una de las partes más importantes de esta investigación: la interpretación de los resultados obtenidos.

A mis amigas Diana Salazar, Cecilia Lopez y Fiorella Ruiz, por animarme, motivarme y apoyarme moralmente durante todo este proceso.

Y finalmente, pero no menos importante, a todos mis estudiantes, porque han sido mis mejores maestros.





## Resumen

A lo largo de los últimos años se ha observado la dificultad de los estudiantes que cursan las materias básicas de la carrera de ingeniería, en lo que corresponde al manejo de conceptos básicos sobre la geometría plana y del espacio. Estas dificultades traen consigo falencias en los cursos de Dibujo Técnico, Cálculo Diferencial e Integral, Cálculo Vectorial, Física, etc.

Esto nos permite afirmar que estas deficiencias, involucran a la mayoría de los cursos de los dos primeros años de la carrera de ingeniería. En este sentido, al ver que existe esta dificultad para el estudio de la geometría, la presente investigación, propone una alternativa para la enseñanza - aprendizaje de esta área del saber, que consiste en el análisis de la aplicación de talleres y evaluaciones cortas en el rendimiento académico de los estudiantes del curso de Geometría Fundamental y Trigonometría en el semestre 2018-I de la Universidad de Piura.

El diseño de esta investigación es transeccional descriptivo de un solo grupo, pues se desea observar la situación que se genera al aplicar dos variables: talleres y evaluaciones cortas, en el rendimiento de los estudiantes del curso de Geometría Fundamental y Trigonometría en un momento determinado, el semestre 2018-I. La muestra se determinó por muestreo no probabilístico, intencional, lo que implica que se tomó a los estudiantes que cumplen con la condición de cursar el primer ciclo. Asimismo, los datos utilizados en el análisis estadístico fueron obtenidos de la información brindada por el profesor, de las notas generadas por los alumnos y de la plantilla de asistencia de los estudiantes a los talleres.

Por su parte, los resultados se obtuvieron del análisis estadístico, el cual se realizó a través del programa Minitab18, y se consideraron dos tipos de enfoques: agrupando a los alumnos según la asistencia al taller y sin agrupar a los estudiantes. De los resultados se obtuvieron que la asistencia al taller y las evaluaciones cortas influyen en el promedio de prácticas, pero el porcentaje de influencia obtenido varía dependiendo del enfoque.

En general, los talleres fueron de gran ayuda para los alumnos y tuvieron un impacto significativo en el rendimiento académico, lo cual se vio reflejado en el promedio de prácticas. Se pudo concluir que el trabajo colaborativo hace que la enseñanza-aprendizaje del alumno gire en torno a él, y esto trae como consecuencia que el alumno se motive y sociabilice generando un aprendizaje significativo, lo que se evidencia directamente en el rendimiento académico. Con respecto a las evaluaciones cortas, estas fueron beneficiosas para los alumnos porque tuvieron una mayor motivación para enfocarse en el estudio de la parte teórica del curso lo cual los ayudó a obtener un mejor rendimiento académico.



## Tabla de contenido

Introducción .....	17
Capítulo 1. Planteamiento de la investigación.....	19
1.1 Descripción de la problemática .....	19
1.2 Formulación del problema .....	22
1.3 Justificación de la investigación.....	25
1.4 Objetivos de investigación.....	26
1.4.1 <i>Objetivo general</i> .....	26
1.4.2 <i>Objetivos específicos</i> .....	26
1.5 Matriz de consistencia .....	26
1.6 Antecedentes de la investigación.....	27
1.6.1 <i>Internacionales</i> .....	29
1.6.2 <i>Nacionales</i> .....	36
Capítulo 2. Marco teórico.....	39
2.1 Teoría científica .....	39
2.1.1 <i>Psicología de la Gestalt</i> .....	39
2.1.2 <i>Teoría de aprendizaje significativo de Ausubel</i> .....	40
2.1.3 <i>Teoría de las “situaciones didácticas”</i> .....	40
2.1.4 <i>El modelo de Van Hiele</i> .....	41
2.1.5 <i>Representación semiótica de Duval</i> .....	43
2.2 Base conceptual.....	44
2.2.1 <i>Estilo de enseñanza</i> .....	44
2.2.2 <i>Rendimiento académico</i> .....	45
2.2.3 <i>Evaluaciones cortas</i> .....	45
2.2.4 <i>Talleres</i> .....	47
Capítulo 3. Metodología de la investigación.....	49
3.1 Tipo de investigación .....	49
3.2 Diseño de investigación .....	49
3.3 Población .....	50
3.4 Muestra .....	50
3.5 Variables de investigación .....	51
3.5.1 <i>Variable 1: Talleres</i> .....	51
3.5.2 <i>Variable 2: Evaluaciones cortas</i> .....	57
3.5.3 <i>Variable 3: Rendimiento académico</i> .....	60

3.6 Operacionalización de las variables.....	60
3.7 Técnicas e instrumentos de recolección de datos.....	61
3.8 Procesamiento y presentación de resultados .....	62
3.9 Intervención docente .....	62
3.9.1 Descripción .....	62
3.9.2 Contenido .....	63
Capítulo 4. Resultados de la investigación .....	69
4.1 Rendimiento académico de los estudiantes teniendo en cuenta la variable “asistencia a talleres” .....	69
4.2 Rendimiento académico de los estudiantes teniendo en cuenta la variable evaluaciones cortas	73
4.3 Análisis del rendimiento académico y las variables “talleres” y “evaluaciones cortas” .....	76
Capítulo 5. Conclusiones, limitaciones y prospectivas.....	79
5.1 Conclusiones.....	79
5.2 Limitaciones.....	81
5.3 Prospectivas.....	82
Lista de referencias .....	85
Apéndices .....	91
Apéndice A. Ejemplo de taller - Taller N.° 3 de GFT 2018-I.....	93
Apéndice B. Esquema de la aplicación del modelo Van Hiele en el curso de GFT.....	94
Apéndice C. Ejemplo de los resultados obtenidos de la evaluación corta – Evaluación Corta N.° 8 2018-I I utilizando la plataforma <i>Forms</i> . Segunda mitad del ciclo .....	95
Apéndice D. Ejemplo de evaluación corta – Evaluación Corta N.° 3 2018-I. Primera mitad del ciclo...	98
Apéndice E. Ejemplo de evaluación corta – Evaluación Corta N.° 8 2018-I utilizando la plataforma <i>Forms</i> . Segunda mitad del ciclo.....	100
Apéndice F. Ejemplo de práctica – Práctica N.° 2 de GFT 2018-I .....	103
Apéndice G. Gráficos de dispersión de las prácticas vs. talleres.....	104

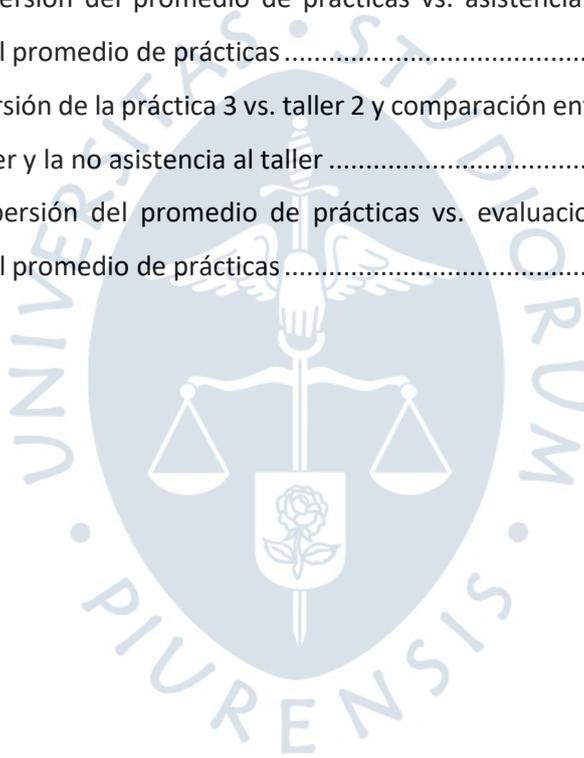
## Lista de tablas

<b>Tabla 1</b> Matriz de consistencia .....	27
<b>Tabla 2</b> Clasificación de antecedentes según el tema relacionado.....	29
<b>Tabla 3</b> Características de la población.....	50
<b>Tabla 4</b> Características de la muestra .....	51
<b>Tabla 5</b> Horario y distribución de grupos para la aplicación de los talleres.....	55
<b>Tabla 6</b> Resumen de talleres y su contenido .....	57
<b>Tabla 7</b> Matriz de operacionalización .....	61
<b>Tabla 8</b> Contenido de las unidades del curso de GFT .....	64
<b>Tabla 9</b> Resumen de prácticas y su contenido.....	66
<b>Tabla 10</b> Análisis de regresión del promedio de prácticas y la asistencia al taller agrupando a los alumnos según la asistencia al taller.....	71
<b>Tabla 11</b> Análisis de regresión del promedio de prácticas y la asistencia al taller sin agrupar a los alumnos según la asistencia al taller.....	72
<b>Tabla 12</b> Análisis de regresión del promedio de prácticas y las evaluaciones cortas agrupando a los alumnos según la asistencia al taller.....	75
<b>Tabla 13</b> Análisis de regresión del promedio de prácticas y las evaluaciones cortas sin agrupar a los alumnos según la asistencia al taller.....	75
<b>Tabla 14</b> Análisis de regresión del promedio de prácticas con las variables asistencia al taller y evaluaciones cortas agrupando a los alumnos según la asistencia al taller .....	77
<b>Tabla 15</b> Análisis de regresión del promedio de prácticas con las variables asistencia al taller y evaluaciones cortas sin agrupar a los alumnos según la asistencia al taller.....	77
<b>Tabla 16</b> Análisis de regresión de las variables asistencia al taller y evaluaciones cortas.....	78



## Lista de Figuras

<b>Figura 1</b> Resumen esquemático sobre los aspectos a tomar en cuenta en el rendimiento académico de los alumnos en el curso de GFT.....	25
<b>Figura 2</b> Secuencia de búsqueda de los antecedentes de la investigación.....	28
<b>Figura 3</b> Línea de tiempo sobre el estilo y metodología de la enseñanza del curso de GFT .....	52
<b>Figura 4</b> Ejemplo de la resolución de un ejercicio de construcción de triángulos. Práctica 2 de GFT 2018-I.....	53
<b>Figura 5</b> Ejemplo de una evaluación corta preliminar .....	59
<b>Figura 6</b> Gráfica circular en la que se representa el porcentaje de alumnos según la asistencia a los talleres.....	69
<b>Figura 7</b> Gráfico de dispersión del promedio de prácticas vs. asistencia de talleres y con línea de tendencia de la media del promedio de prácticas .....	70
<b>Figura 8</b> Gráfico de dispersión de la práctica 3 vs. taller 2 y comparación entre las medias de la práctica según la asistencia al taller y la no asistencia al taller .....	73
<b>Figura 9</b> Gráfico de dispersión del promedio de prácticas vs. evaluaciones cortas y con línea de tendencia de la media del promedio de prácticas.....	74





## Introducción

La geometría es una de las ramas de la matemática, y es la ciencia más utilizada por el hombre para pasar del conocimiento concreto al conocimiento abstracto. Esto se debe a que el espacio físico que rodea a la persona es la principal fuente de su interpretación. Además, es posible entender que la geometría es aquella que modela la realidad espacial como un ejemplo de un conjunto de teorías que se conectan estrechamente y que evolucionan constantemente (Vargas y Gamboa, 2013).

A lo largo de los últimos años se ha observado la dificultad de los estudiantes que cursan las materias básicas de la carrera de Ingeniería, en lo que respecta al manejo de conceptos básicos correspondientes a la geometría plana y del espacio. Ejemplo de ello se da en el reconocimiento de simetrías, problemas de optimización (en las que interviene el cálculo de áreas, perímetros y volúmenes), reconocimiento de figuras, dificultad al realizar mediciones de ángulos, confusión en gráficos de tres dimensiones, entre otras acciones (Scorzo, 2014). Así, las dificultades antes mencionadas, también fueron observadas en los alumnos del curso de Geometría Fundamental y Trigonometría (GFT) de la carrera de Ingeniería de la Universidad de Piura.

Desafortunadamente, las deficiencias que se tienen en la asignatura de GFT traen además falencias en los cursos de Dibujo Técnico, Cálculo Diferencial e Integral, Cálculo Vectorial, Física, etc.; es decir, involucra a la mayoría de los cursos de los dos primeros años de la carrera de Ingeniería.

Al ver que existe una dificultad para el estudio de la geometría (resolución de problemas, expresión de la percepción del mundo circundante, construcción de figuras usando instrumentos de geometría, aplicación de conceptos de trigonometría para resolver problemas, etc.), la presente investigación realiza un intento de alternativa para la enseñanza - aprendizaje de la geometría, dando como resultado el análisis de la aplicación de talleres y evaluaciones cortas en el rendimiento académico de los estudiantes del curso de Geometría Fundamental y Trigonometría en el semestre 2018-I de la Universidad de Piura, la cual se dividió de la siguiente manera:

En el primer capítulo se aborda el planteamiento de la investigación en el cual se describe la problemática, se formula el problema, se justifica la investigación realizada, así como también se determinan los objetivos, la matriz de consistencia y los antecedentes de la investigación.

En el segundo capítulo se presentan las bases teórico-científicas que sustentan la investigación.

En el tercer capítulo se describe la metodología de la investigación indicándose el tipo y diseño de investigación, la población y la muestra establecida, las variables de investigación, la operacionalización de las variables y, por último, se explica la intervención docente.

En el cuarto capítulo se muestran los resultados de la investigación que permiten comprobar el logro del objetivo formulado a partir del cual se realiza la respectiva discusión de los resultados.

En el quinto y último capítulo, se sistematizan las conclusiones y limitaciones del trabajo realizado, para que profesionales y estudiantes interesados en el tema lo tengan a disposición y así contribuyan en la ampliación del estudio realizado.



## Capítulo 1. Planteamiento de la investigación

Este primer capítulo abarca el planteamiento de la investigación, en la que se expone la problemática que motiva la investigación, se formula el problema específico que se pretende abordar identificando objetivos generales y específicos que guiarán el estudio, y con esto se justifica la investigación siendo conveniente, pertinente, novedosa y relevante. Por último, pero no menos importante, se presentan los antecedentes internacionales, nacionales y locales consultados para hacer una revisión del estado de la cuestión de los temas relacionados con la enseñanza de la geometría.

### 1.1 Descripción de la problemática

Con el objetivo de relatar la problemática planteada en la presente investigación, se hará una descripción de las contribuciones de diferentes autores con respecto a la enseñanza-aprendizaje de la geometría, empezando con la definición de matemática, su importancia y su enseñanza.

La definición de matemática es “ciencia deductiva que estudia las propiedades de los entes abstractos, como números, figuras geométricas o símbolos, y sus relaciones” (DRAE, 2020, p. 1). Asimismo, también es oportuno señalar que desde sus inicios, la matemática ha tenido un fin práctico, motivo por el que el ser humano resuelve problemas por medio del cálculo y las mediciones, mediante abstracción y razonamiento lógico.

Por su parte, Stewart (citado en Corbalán, 2008) señala que la sociedad consume mucha matemática<sup>1</sup> y se evidenciaría si se adhiere una etiqueta roja que indicara “matemática en el interior” sobre las cosas que necesitan de ella. Así, aparecería dicho título sobre los televisores, teléfonos, automóviles, máquinas agrícolas, instalaciones eléctricas, etc.

Además, Galileo (como se cita en Mulero et. al., 2012) menciona que la sociedad se desarrolla en términos matemáticos, ya que en ella se encuentran las diferentes formas de expresión que hacen que el ser humano desarrolle capacidades únicas. De este modo, la divulgación de la matemática constituye una vía por la que el hombre -de cualquier nivel social o cultural- conoce los conceptos que han cambiado la vida de la civilización. En esta línea, un aporte interesante constituye el que proporciona Santana Pineda cuando refiere que “el que domina las matemáticas piensa, razona, analiza y por ende actúa con lógica en la vida cotidiana, por lo tanto, domina el mundo” (citado en Aguilar et. al., 2009, p. 5).

---

<sup>1</sup> La norma señala que es usual utilizar la forma plural “matemáticas” que la forma singular “matemática”, teniéndose la misma definición. Para algunas personas, es válido utilizarlo de forma plural, ya que “las matemáticas” constituyen una serie de materias relacionadas a los números y las operaciones como aritmética, álgebra, geometría, etc.; mientras que para otras personas es correcto utilizarlo de forma singular, ya que es una sola ciencia, como astronomía, física, química, etc.

Al parecer, gran parte de la población de diferentes culturas, concuerdan en que es necesario apropiarse del conocimiento matemático y es importante pensar de forma matemática sobre todo para situaciones de la vida cotidiana. Esto da certeza de que aprender matemática es de suma importancia tanto para el currículo escolar de todos los países como en la vida diaria, porque son parte del conocimiento humano, y se puede evidenciar en seis tipos de actividades que son universales: contar, localizar, medir, diseñar, jugar y explicar (Bishop, 1987). Esta afirmación constituye, además, un aspecto interesante para abordar lo referido a la enseñanza de las matemáticas. Al respecto, Mulero et.al. (2012) exponen que esta actividad, tradicionalmente, se suele presentar como una disciplina tediosa y aburrida.

Respecto de lo antes señalado, (Mora, 2004) señala que entre el profesor y el alumno se desarrolla una relación dialéctica permitiéndose que el proceso sea mutuo y compartido. Así, en el aprendizaje de la matemática, es necesario que los profesores innoven en la forma de transmitir el tema al aula de clases, sobre todo en la actualidad, ya que pueden disponer de muchos recursos, ideas y medios para iniciar actividades matemáticas con sus estudiantes. Ello exige, profundizar sobre los métodos de aprendizaje y, en especial, sobre las técnicas adecuadas para el desarrollo de la enseñanza.

Con lo mencionado anteriormente, se puede justificar el interés de la enseñanza y aprendizaje de la matemática, no solo para los estudiantes de ciencias sino para la población en general, motivo por el que es contradictorio que, siendo una ciencia importante y necesaria de conocer, su estudio sea tedioso y aburrido.

Una rama importante de la matemática la constituye la geometría, cuya enseñanza y aprendizaje en una carrera de ingeniería compone el tema de la presente investigación. Para comenzar es conveniente proporcionar una definición de este término. Geometría deriva del griego *geo* "tierra", y se entiende como la rama de la matemática que se ocupa, en su forma más elemental, de las propiedades del espacio. Además, se propone resolver problemas métricos como el cálculo del área y diámetro de figuras planas, así como el cálculo de superficie y volumen de cuerpos sólidos (Aguilar et. al., 2009).

La importancia de estudiar la geometría tanto en la escuela como en la universidad se evidencia en sus orígenes: en los deseos de representar la realidad, decorar pertenencias, construir viviendas, diseñar motivos ornamentales, utilizando diseños geométricos como la simetría y la regularidad de las formas. De esta manera, la geometría tiene un impacto en la mejora de la organización de la vida social de diferentes culturas como se puede ver en importantes civilizaciones como la china, india, egipcia, griega, maya y azteca (Camargo y Acosta, 2012).

En esa misma línea, Vargas y Gamboa (2013) señalan que la geometría es el idioma universal del hombre, ya que le permite construir el mundo que lo rodea, así como describir la percepción que tiene de este al resto de la humanidad, lo que, además, esto constituye el lenguaje a través del cual

entendemos y expresamos la realidad. Al mismo tiempo, la geometría es utilizada para garantizar la perfección estética, lo que claramente se puede ver plasmado en las pirámides de Keops, en las esculturas, pinturas del Renacimiento, entre otras (Mulero et. al., 2012).

En resumen, y como afirma Medina et al. (2018), “la geometría contribuye a resolver los problemas prácticos como, por ejemplo, la medición de longitudes, áreas y volúmenes, y desempeña un papel instrumental para el desarrollo de la arquitectura, la geografía y la astronomía” (p. 26). Hoy en día, se hace uso de la geometría en el aspecto visual de la tecnología, conocida como realidad virtual, y para esto se utiliza el análisis numérico, las herramientas de programación y la geometría proyectiva para el diseño de este tipo de programas.

Con lo dicho anteriormente, es correcto afirmar que se le debe dar mayor importancia a la enseñanza de la geometría, sobre todo desde los colegios, porque aporta a la formación de la persona desde sus diferentes dimensiones, así como posibilita a los alumnos experimentar actividades matemáticas de diferente naturaleza y ayuda a ampliar la perspectiva multifacética de la realidad.

De manera convencional el aprendizaje de la geometría está conformado por una parte empírica, donde se encuentran la percepción, intuición, visualización y el carácter instrumental; y por una parte teórica, relacionada con los aspectos abstractos, conceptuales, deductivos, formales y rigurosos de esta disciplina (Camargo y Acosta, 2012).

Con respecto a la enseñanza de la geometría, los estudios realizados tanto por Báez e Iglesias (2007) como por Paredes et al. (2007) expresan que la mayoría de las instituciones educativas desarrollan la enseñanza de la geometría de una manera tradicional, caracterizada principalmente por la clase magistral (una enseñanza basada en el lápiz y papel o pizarra y tiza). Esto no permite que el estudiante desarrolle por completo sus habilidades de análisis, síntesis y desarrollo de la lógica, así como mostrar su conocimiento abstracto y expresar su percepción del mundo circundante.

Una respuesta que dan Barrantes y Blanco (2004) sobre la dificultad del aprendizaje de la geometría es que el auge de la matemática moderna en la década de los setenta provocó que se pase a segundo plano la enseñanza de la geometría, relegándose al final de los contenidos anuales de estudio en el colegio, razón por la que, muchas veces, no se llegaban a abarcar dichos temas. Esto dio lugar a que los futuros maestros de matemática enseñen en los centros de educación con un conocimiento casi nulo de la geometría y sin ninguna referencia de cómo enseñarlo. Aunque este estudio fue hecho para futuros profesores, se toma en cuenta porque presenta una dificultad que también es trasladable a los alumnos, los cuales, en muchas oportunidades, son los ingresantes a la carrera de Ingeniería que muestran las diferentes dificultades en la rama de la geometría.

En esta misma línea, Vargas y Gamboa (2013) indican que el conocimiento de los docentes de geometría, obtenido de sus experiencias pasadas, ejerce mucho peso en la forma de plantear sus clases porque, al carecer de un punto de referencia, no les permite explorar nuevas formas de enseñanza.

Como consecuencia, los profesores en las clases de matemáticas se inclinan hacia los temas considerados más asequibles e importantes para el aprendizaje de esta ciencia, motivo por el que los temas de geometría espacial se ven olvidados al ser considerados poco importantes o porque se considera que serán aprendidos más adelante. Además, la influencia de sus experiencias les hace pensar que la geometría plana es más fácil que la geometría espacial. Esta se le puede atribuir como una de las causas para la reprobación de las asignaturas referentes a la matemática y específicamente a la geometría.

Otro posible motivo de reprobación es, como explican Golbach y Mena (2011), que frecuentemente los alumnos tratan de resolver sus dudas ellos mismos y terminan dándose explicaciones inadecuadas y erróneas desde el punto de vista matemático, ya que relacionan las diferentes estructuras del saber sin que ello haya sido explicado explícitamente. Entonces, el aprendizaje significativo bajo un enfoque constructivista considera que las dificultades que presenta el alumno en el aprendizaje son por los errores que comete y no son ratificados, los cuales obstaculizan la construcción significativa de su aprendizaje y que, finalmente, se manifiesta en las evaluaciones al dar respuestas equivocadas.

Lo antes mencionado se puede ver claramente en los alumnos de la carrera de ingeniería de la Universidad de Piura, ya que, desafortunadamente no llegan con todos los conocimientos que se requieren para iniciarla. Se puede pensar que la enseñanza que tuvieron no fue completa, pero también se puede justificar en que no han construido un conocimiento verdadero. Añadido a esto, es importante mencionar que antes de iniciar primer ciclo, los estudiantes deben de cursar el ciclo propedéutico o rendir el examen de convalidación, los cuales sirven como indicativos para conocer si es que ellos tienen los conocimientos suficientes para iniciar la carrera de Ingeniería. Al parecer, todas estas medidas no son suficientes, ya que no todos los alumnos aprueban el curso de GFT.

Ante esto, la presente investigación busca abordar los errores del alumno con respecto a los conocimientos previos erróneos que tuviese, para corregir y construir nueva información con base científica (principios, leyes, conceptos o teorías) que le ayudará a entender y afrontar los ejercicios planteados. Para esto, se hará uso de una nueva metodología la cual implica la aplicación de “talleres y evaluaciones cortas”.

Finalmente, este estudio pretende mostrar, a través de resultados estadísticos, la incidencia de aplicación de talleres y evaluaciones cortas en el rendimiento académico de los estudiantes universitarios del primer ciclo que cursan la asignatura Geometría Fundamental y Trigonometría (GFT) en el semestre 2018-I de la Universidad de Piura.

## **1.2 Formulación del problema**

En la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Piura, se enseña la asignatura de Geometría Fundamental y Trigonometría (GFT) la cual es de carácter obligatorio y pertenece al área de las Ciencias

Básicas de la Ingeniería. Se dicta en el primer ciclo de las carreras de Ingeniería Industrial y de Sistemas, Ingeniería Civil e Ingeniería Mecánica – Eléctrica. Es preciso mencionar también que la mayoría de los alumnos que se encuentran en este ciclo de formación, tienen una edad aproximada de 17 años.

De acuerdo con el Syllabus del curso, el objetivo de la asignatura es “facilitar al estudiante las herramientas metodológicas esenciales para construir el saber racional con rigor científico, dentro del marco teórico – práctico y conceptual de la Geometría y la Trigonometría plana, espacial y esférica, las cuales son utilizadas también como medio para la abstracción y expresión exacta” (Guerrero, 2018, p. 1). De este modo, con el estudio de esta asignatura, se pretende que el estudiante adquiera un aprendizaje significativo en el cual los alumnos puedan aplicar los contenidos teóricos en los ejercicios prácticos y den sentido a los mismos.

Sin embargo, se observa que el alumno ingresa a la universidad y no tiene las capacidades para afrontar la vida universitaria como tal, motivo por el que los cursos de primer ciclo les ayudan a adaptarse al nuevo ambiente. Además, de lo antes mencionado, también se encuentra un problema común: el alumno tiene la idea errónea de que la metodología de estudio empleada en el colegio (memorística y de simple observación) se pueda aplicar a la vida universitaria, lo que en la realidad es totalmente diferente. Añadido a eso, los estudiantes llegan del colegio con desiguales conocimientos o, hasta en algunos casos, sin nociones sobre el curso.

Entonces, ante esta dificultad, el alumno recurre al método memorístico para resolver los problemas propuestos sin tener ningún entendimiento de lo que está resolviendo. Consiguientemente, el estudiante desapruueba el curso, por lo que piensa que ingeniería no es su carrera y termina por abandonarla.

Una forma de evidenciar esta problemática es a través del historial del rendimiento final del curso desde 2012-I hasta el 2018-I. Una pequeña medición de la cantidad de desaprobados durante los ciclos entre 2012-I y 2013-II, señaló que el porcentaje de reprobados en el curso fue del 48% en promedio; mientras que durante los ciclos 2014-I al 2018-I, el porcentaje de desaprobados fue del 32.2% en promedio. Cabe resaltar que durante este último período se inició el dictado de talleres.

Al ver estos porcentajes de desaprobados, se aprecia que una gran cantidad de alumnos al culminar el primer ciclo de la carrera, no llegan a construir un razonamiento con rigor científico el cual es la base para los siguientes cursos de la carrera, tales como:

- ✓ Física General I: En el curso se estudian los cuerpos rígidos, brindándose así una perspectiva de los fenómenos que suceden en la naturaleza, apoyándose en conocimientos de cálculo, álgebra y geometría.
- ✓ Cálculo Diferencial e Integral: El estudiante, a través de la presentación de conceptos y demostración de los teoremas, se pone en contacto con una forma de razonar

ordenada y correctamente fundamentada, contribuyendo al desarrollo de la capacidad de análisis y de síntesis del estudiante.

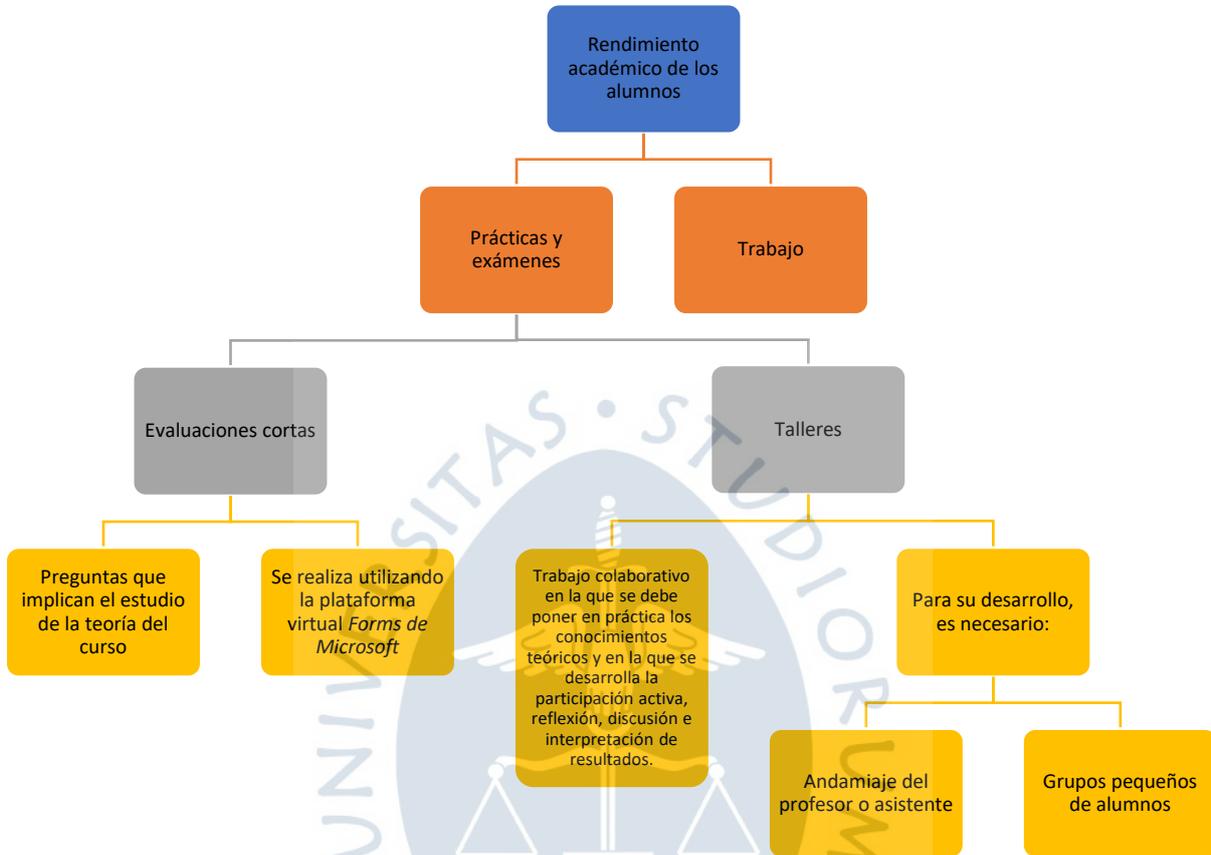
- ✓ Cálculo Vectorial: El curso contribuye en la continuación del hábito de pensamiento ordenado y riguroso, así como de la capacidad de análisis y síntesis para el cálculo diferencial e integral de las funciones vectoriales.
- ✓ Dibujo Técnico: En el curso se desarrollan habilidades y destrezas básicas para la representación gráfica, la capacidad de imaginación geométrica para resolver problemas tridimensionales en el plano utilizando la geometría.

Por consiguiente, se quiere analizar si la nueva metodología, aplicando talleres y evaluaciones cortas, complementa el aprendizaje de los alumnos; al reforzar la teoría con las evaluaciones cortas para luego aplicarlas en ejercicios prácticos, reflejándose en el rendimiento académico final del curso del alumnado. A continuación, en la Figura 1, se muestra un resumen esquemático sobre los aspectos a tomar en cuenta en el rendimiento académico de los alumnos en el curso de GFT.



**Figura 1**

Resumen esquemático sobre los aspectos a tomar en cuenta en el rendimiento académico de los alumnos en el curso de GFT



Fuente: Elaboración propia.

En consecuencia, el interés de la investigación se centra en resolver la siguiente pregunta ¿Cuál es la incidencia de los talleres y evaluaciones cortas en el rendimiento académico de los estudiantes del curso de Geometría Fundamental y Trigonometría en el semestre 2018-I de la Universidad de Piura?

### 1.3 Justificación de la investigación

La investigación se justifica porque resulta ser conveniente, pertinente, relevante y novedosa.

Es conveniente porque existe una problemática asociada al proceso de aprendizaje en la cual el estudiante está acostumbrado desde la época de colegio en repetir los mecanismos aprendidos en clase para aplicarlos en otros ejercicios, mientras que el aprendizaje universitario demanda que el estudiante adquiera conocimientos teóricos y sepa aplicarlos en diferentes situaciones propuestas, esto será la base para el razonamiento propio, la inducción y la deducción, en otras palabras, la formación de un juicio propio.

Es pertinente porque atiende a la mejor comprensión del curso, trata de que se adquiera de mejor forma los conocimientos de este, lo cual conlleva a la disminución del abandono de la carrera por miedo a tener un bajo rendimiento.

Es relevante porque al aplicar talleres y evaluaciones cortas, se creará un hábito de estudio continuo, aumentando el rendimiento de los estudiantes y mejorando la comprensión de los conocimientos básicos de geometría.

Es novedosa porque se implementan nuevas acciones para el manejo de los talleres, y se diseñaría, a manera de propuesta, una metodología para la realización de estos. Además, la aplicación de las evaluaciones cortas es una herramienta que se está implementando por primera vez en el curso.

En resumen, la investigación se justifica porque tiene aportes metodológicos pedagógicos para la enseñanza-aprendizaje del curso de GFT con la aplicación de los talleres y evaluaciones cortas, puesto que solucionaría la problemática del bajo rendimiento del curso y en algunos casos, el abandono de la carrera. Además, mejoraría la comprensión de los conocimientos básicos de geometría y se vería reflejado en el incremento del rendimiento académico del curso y de los cursos venideros de la carrera.

#### **1.4 Objetivos de investigación**

##### **1.4.1 Objetivo general**

Analizar el aporte de la aplicación de los talleres y evaluaciones cortas en el rendimiento académico de los estudiantes del curso de Geometría Fundamental y Trigonometría en el semestre 2018-I de la Universidad de Piura.

##### **1.4.2 Objetivos específicos**

- ✓ Describir el rendimiento académico de los estudiantes del curso de GFT del semestre 2018-I de la Universidad de Piura, teniendo en cuenta la variable “asistencia a los talleres”.
- ✓ Describir el rendimiento académico de los estudiantes del curso de GFT del semestre 2018-I de la Universidad de Piura, teniendo en cuenta la variable “evaluaciones cortas”.
- ✓ Analizar la relación entre el rendimiento académico de los estudiantes del curso de GFT del semestre 2018-I, la asistencia a los talleres y el desempeño en las evaluaciones cortas.

#### **1.5 Matriz de consistencia**

A continuación, se muestra en la Tabla 1 la matriz de consistencia en la cual se muestra el problema, objetivos, variables y la metodología utilizada para la siguiente investigación.

**Tabla 1***Matriz de consistencia*

Problema	Objetivo	Variables	Metodología
¿Cuál es el aporte de los talleres y evaluaciones cortas en el rendimiento académico de los estudiantes del curso de Geometría Fundamental y Trigonometría en el semestre 2018-I de la Universidad de Piura?	Analizar el aporte de la aplicación de los talleres y evaluaciones cortas en el rendimiento académico de los estudiantes del curso de Geometría Fundamental y Trigonometría en el semestre 2018-I de la Universidad de Piura.	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Talleres</li> <li>✓ Evaluaciones cortas</li> <li>✓ Rendimiento académico</li> </ul>	<p>Investigación cuantitativa de tipo descriptivo.</p> <p>Cuantitativa en tanto que se analizó la cantidad de asistencia a los talleres y las notas de las evaluaciones cortas, y el aporte que dio al rendimiento académico de los alumnos de GFT.</p>

Fuente: Elaboración propia.

### 1.6 Antecedentes de la investigación

Cabe aclarar que dentro de la región Piura, no se ha encontrado antecedentes respecto al tema de investigación.

La búsqueda de los antecedentes para el presente estudio se realizó según la secuencia mostrada en la Figura 2. De esta manera, se abordaron los temas de metodología de enseñanza-aprendizaje, trabajo colaborativo o talleres, evaluaciones virtuales o evaluaciones cortas referidas en este estudio, cómo se han desarrollado los cursos de geometría en los primeros años de la carrera de ingeniería, el desarrollo del análisis estadístico de la investigación y, por último, pero no menos importante, la relevancia del estudio de la geometría.

**Figura 2**

*Secuencia de búsqueda de los antecedentes de la investigación*



Fuente: Elaboración propia.

A continuación, en la Tabla 2, se muestra un resumen de la clasificación de los antecedentes con respecto a los temas que se abordan y en relación con la relevancia que tiene con la investigación presentada donde se indican los nombres de los autores con sus respectivas investigaciones.

Tabla 2

Clasificación de antecedentes según el tema relacionado

	Temas abordados en la investigación					
	Metodología de enseñanza-aprendizaje	Talleres	Evaluaciones cortas	Geometría en los primeros años de la carrera de Ingeniería	Desarrollo del análisis estadístico	Relevancia del estudio de la Geometría
Antecedentes	Fernández-Nieto (2018). La geometría para la vida y su enseñanza. Duval y Van Hiele	Herrada y Baños (2018). Experiencias de aprendizaje cooperativo en matemáticas.	Espino, et al. (2020). Entorno virtual e-evaluaciones como herramienta de gestión en grupos numerosos.	Scorzo (2014). La geometría en un curso de ingreso a carreras de ingeniería.	Beltran, et al. (2015). Análisis cuantitativo y cualitativo del aprendizaje del Programación I en la Universidad Central del Ecuador.	Scorzo (2014). La geometría en un curso de ingreso a carreras de ingeniería.
	Mato-Vazquez, et al., (2017). Impacto del uso de estrategias metacognitivas en la enseñanza de las matemáticas.	Mato-Vazquez, et al. (2017). Impacto del uso de estrategias metacognitivas en la enseñanza de las matemáticas.	Portocarrero (2017). Implementación de estrategias de evaluación formativa en el nivel primario del colegio peruano norteamericano Abraham Lincoln.			
	Villarreal (2015). El aula taller y el modelo de Van Hiele como base para el desarrollo del pensamiento y el aprendizaje de la Geometría Analítica en la educación superior.	Curty (2015). Estilos de aprendizaje y trabajo grupal para el aprendizaje de la geometría.	Builes y Abad (2015). Gestión de las evaluaciones virtuales para cursos masivos de pregrado en ingeniería como un elemento dinamizador de la innovación didáctica.			
	Curty (2015). Estilos de aprendizaje y trabajo para el aprendizaje de la geometría.	Fernández (2015). El aula taller y el modelo de Van Hiele como base para el desarrollo del pensamiento y el aprendizaje de la Geometría Analítica en la educación superior.	Golbach y Mena (2010). Identificación de los errores en la resolución de problemas de geometría analítica y su comparación con el rendimiento académico en alumnos de ingeniería.			
		Gomez (2011). Ruta de apoyo pedagógico para la enseñanza de Geometría y Trigonometría, en el curso "Matemáticas Básicas".				

Fuente: Elaboración propia.

### 1.6.1 Internacionales

**1.6.1.1 Antecedente 1.** Espino et al. (2020). Entorno virtual e-evaluaciones como herramienta de gestión en grupos numerosos. Vivat Academia, (151), 107-125.

El objetivo de la investigación fue diseñar e implementar un “entorno virtual de aprendizaje mediante el uso de e-evaluaciones basadas en herramientas web que contribuya en la solución al problema de la evaluación y seguimiento del rendimiento del estudiante en grupos numerosos” (p. 112). El estudio se realizó en la unidad académica de ingeniería mecatrónica de la Universidad

Politécnica de Sinaloa, México. Para determinar el impacto del entorno virtual, se utilizó un cuestionario que medía el grado de satisfacción de los estudiantes y docentes con respecto al uso, accesibilidad y el funcionamiento del mismo.

De la investigación se concluyó que la e-evaluación para los docentes resultó conveniente, ya que el tiempo de desarrollo, evaluación y retroalimentación del proceso de evaluación fueron eficientes; se optimizó el tiempo de evaluación y el docente dispuso de la información necesaria para interpretar y analizar el proceso de aprendizaje; y el desarrollo de la plataforma aporta elementos de apoyo didáctico al estudiante.

El estudio es de utilidad porque muestra los beneficios del uso de la herramienta virtual e-evaluación tanto para el docente como para el estudiante. Esto se relaciona con el presente estudio porque dentro de la nueva metodología planteada, se aplican evaluaciones cortas utilizando la plataforma virtual *Forms*.

**1.6.1.2 Antecedente 2.** Fernández-Nieto (2018). La geometría para la vida y su enseñanza. Trabajo presentado a la Aibi revista de investigación, administración e ingeniería. 6(1), 33-61.

El objetivo general planteado fue resaltar la importancia del aprendizaje de la geometría tanto en la vida como en la enseñanza del desarrollo del pensamiento. La metodología de investigación fue de tipo documental (monografía).

De la investigación se concluye que el aprendizaje de la geometría es sumamente importante para la construcción, explicación y comprensión del espacio; también debe ir enfocada a resolver los problemas que tienen relación con el entorno físico para así construir un aprendizaje significativo. En la investigación se resaltan dos modelos para la enseñanza de la geometría: Duval y Van Hiele los cuales presentan tres niveles cognitivos para la construcción geométrica y cinco niveles de razonamiento geométrico, respectivamente.

La investigación es de utilidad porque da a conocer dos diferentes modelos que orientan la enseñanza de la geometría los cuales fueron una base a tomar en cuenta para la enseñanza del curso de GFT.

**1.6.1.3 Antecedente 3.** Herrada y Baños (2018). Experiencias de aprendizaje cooperativo en matemáticas. Espiral. Cuadernos del Profesorado, 11(23), 99-108.

Los objetivos de la investigación fueron “destacar el potencial del aprendizaje cooperativo en la enseñanza de las matemáticas y dar a conocer diferentes experiencias en las que se ha implementado dicha metodología en diferentes materias” (p. 99).

La metodología consistió en la recopilación de artículos y revistas periódicas que describen investigaciones y experiencias sobre innovaciones didácticas basadas en el uso del aprendizaje colaborativo para la enseñanza de Matemáticas. Se concluye que el aprendizaje colaborativo es “una metodología adecuada para la enseñanza de las matemáticas, ya que favorece la adquisición de

competencias y mejora el rendimiento académico de los estudiantes, independientemente de la etapa educativa y de la materia en cuestión” (p. 99).

La investigación es de utilidad porque resalta que la dificultad asociada al estudio de la matemática hace que la metodología de enseñanza tradicional resulte poco eficiente; en cambio, se hace hincapié a la importancia de realizar el aprendizaje colaborativo en el aprendizaje de las matemáticas porque es preciso que el proceso de enseñanza-aprendizaje gire en torno al alumno, ya que favorece el aprendizaje significativo. Además, fomenta la adquisición de competencias y habilidades transversales fundamentales en el ámbito laboral. Con esto se mejora la motivación, sobre todo la de socialización, y el rendimiento académico. Esto se relaciona con el presente estudio porque en el desarrollo de la nueva metodología, se realizan talleres que tienen como base el trabajo colaborativo entre los alumnos pertenecientes a un mismo grupo.

**1.6.1.4 Antecedente 4.** Mato-Vázquez et al. (2017). Impacto del uso de estrategias metacognitivas en la enseñanza de las matemáticas. *Perfiles educativos*, 39(158), 91-111.

El objetivo de la investigación fue analizar las implicancias que tiene la incorporación de estrategias metacognitivas en el aprendizaje de la matemática con estudiantes de sexto curso de primaria.

La metodología fue “cuasi experimental en la que se analizó el nivel de comprensión del alumnado a partir de la instrucción explícita del docente, su participación en una práctica guiada, trabajo cooperativo y una práctica individual para analizar su nivel de aprendizaje” (p. 91). Se concluye que el uso de estrategias metacognitivas desempeña un rol importante en la formación matemática debido a que permite al alumno percatarse de su aprendizaje, identificando sus errores, examinando los saberes previos y explorando sus propios procesos de pensamiento.

Si bien la investigación fue realizada con estudiantes de primaria, es de utilidad porque se aplican estrategias metacognitivas del aprendizaje, y dentro de estas se efectuaron cuatro pasos de los cuales uno de ellos se trató del trabajo cooperativo de los estudiantes. Este trabajo se realizó de una forma similar al realizado en el curso de GFT, en que los alumnos eran los protagonistas del desarrollo de los ejercicios. Además, resalta la mejora significativa del aprendizaje destacando la participación activa de los alumnos al momento de responder las preguntas del taller optimizando el procesamiento mental, lo cual aumentó la posibilidad de solucionar los problemas con éxito y elegir la información precisa para elaborar un trabajo de calidad.

**1.6.1.5 Antecedente 5.** Beltrán et al. (2015). Análisis cuantitativo y cualitativo del aprendizaje de Programación I en la Universidad Central del Ecuador. Trabajo presentado a la Revista Tecnológica ESPOLE-RTE, Vol. 28.

El objetivo de la investigación fue identificar los problemas principales en el proceso de aprendizaje para luego proponer métodos y herramientas que lleven a la mejora de la motivación y el compromiso de los estudiantes.

La metodología aplicada en la investigación fue mixta: experimental (cuantitativo) y descriptivo (cualitativo). Para el análisis cuantitativo, se tomó una muestra de: entre los semestres 2009-2010 y 2014-2015, con 2858 estudiantes matriculados, de los cuales 1519 (53%) aprobaron y 1339 (47%) reprobaron. Se evidenció que existieron problemas en el proceso de enseñanza – aprendizaje, debido al alto porcentaje de estudiantes que no lograron superar el curso. Para el análisis cualitativo, se realizaron encuestas a docentes: de 10 profesores que impartieron el curso, 6 respondieron; y de 539 estudiantes matriculados, respondieron 85.

En conclusión, un alto porcentaje de estudiantes desaprobó el curso siendo el docente la variable más influyente. Como posible solución a los problemas hallados, se propuso el uso de “juegos” (Gamificación de tareas autónomas) en un ambiente *e-learning* para incentivar y mejorar la motivación del alumno.

La investigación es de utilidad porque sirve de comparación con la presente investigación porque se realiza un análisis estadístico para determinar el porcentaje de estudiantes que aprobaron y reprobaron el curso; utilizándose datos similares a los utilizados en la presente investigación: la muestra eran estudiantes del primer semestre de la carrera y el método de evaluación estuvo dividido en 50% exámenes y 50% actividades complementarias como tareas, lecciones, participación en clase y prácticas. Además, en las conclusiones se refuerza la idea sobre la aplicación de una herramienta virtual para motivar el estudio de los alumnos, en este caso en la presente investigación, el uso de las evaluaciones cortas.

**1.6.1.6 Antecedente 6.** Builes y Abad (2015). Gestión de las evaluaciones virtuales para cursos masivos de pregrado en ingeniería como un elemento dinamizador de la innovación didáctica. Encuentro Internacional de Educación en Ingeniería.

En todos los programas de ingeniería y áreas afines de la Universidad Nacional de Colombia Sede Medellín, se atiende una población de 1200 alumnos por periodo académico. Por razones de logística y el escaso número de profesores, se acarrearán problemas de masificación y a esto se le asocian los problemas con la evaluación masiva. Ya que los cursos que contienen mayor alumnado, tienen alumnos con edades entre 15 y 18 años, una población que demuestra su dominio en los medios digitales. Entonces, las asignaturas deben de brindar la posibilidad de aprender de distintas formas y

dejar que el estudiante se convierta en un actor proactivo en el que él mismo pueda regular su propio aprendizaje. Esto se puede lograr con la educación virtual.

El objetivo de la investigación fue mostrar la experiencia de la gestión de evaluaciones virtuales para cursos masivos de pregrado en ingeniería. En la experiencia se tienen en cuenta las estrategias y herramientas pedagógicas, tecnológicas y epistemológicas.

La investigación presenta una modernización de las evaluaciones de la asignatura Fundamentos de programación, modernización de las evaluaciones por la problemática asociada a la falta de fortalecimiento de la abstracción, memoria y lógica (por la gran cantidad de alumnos, 1200, que realizan dichas evaluaciones por períodos académicos). Se concluye que este tipo de evaluación ha permitido reducir el tiempo de calificación de las actividades evaluativas aunque el diseño instruccional de las mismas consume mucho tiempo, los estudiantes fortalecieron sus competencias de autoaprendizaje y con mayores opciones de uso de herramientas informáticas.

La investigación es de utilidad porque primero tiene algunos propósitos de enseñanza similares al curso de GFT, por ejemplo el desarrollar en los estudiantes habilidades de pensamiento crítico y creativo, y competencias en colaboración y comunicación encaminadas en el diseño de la solución de problemas reales. Asimismo, se presenta la experiencia en la gestión de evaluaciones virtuales con la intención de modernizar los procesos evaluativos teniendo en cuenta indicadores medibles que contribuyan a la rigurosidad de la enseñanza, esto debido a que los estudiantes llegan a la universidad con habilidades en el manejo de dispositivos móviles como celular y cierta habilidad en el uso del computador. Esto servirá como comparación con respecto a la gestión de evaluaciones cortas.

En la actualidad, la presencialidad no es un factor preponderante en los procesos de enseñanza y de aprendizaje y los estudiantes de esta generación muestran mayor afinidad por las herramientas informáticas y de comunicación.

La experiencia en la gestión de las evaluaciones virtuales para grupos masivos también se integra como una estrategia que permite disminuir el índice de deserción académica de la asignatura y a su vez brinda oportunidades para la ampliación de la cobertura.

**1.6.1.7 Antecedente 7.** Villarreal (2015). El aula taller y el modelo de Van Hiele como base para el desarrollo del pensamiento y el aprendizaje de la Geometría Analítica en la Educación Superior. *RECME-Revista Colombiana de Matemática Educativa*, 1(1), 585-590.

La investigación tuvo como objetivo mostrar “el diseño, puesta en práctica y análisis de una propuesta de enseñanza de la geometría analítica en estudiantes de primer año de ingeniería” (p. 585). Se concluyó del estudio que seguir el modelo de Van Hiele, desarrollando tanto los niveles de razonamiento como las fases para la enseñanza, hizo que se obtenga un nivel de conocimientos alto, que los estudiantes comprendieran los conceptos de manera profunda y pudieran aplicarlos a situaciones planteadas; además se vio mejoras en el conocimiento procedimental. “A nivel actitudinal,

los estudiantes comprendieron el valor de los conceptos geométricos en general, su nivel motivacional aumentó, así como la atención y la habituación, entonces, al mejorar estos dispositivos básicos<sup>2</sup> de aprendizaje, se mejora el aprendizaje mismo” (p. 589).

Con respecto a la metodología del aula taller, este permite a los estudiantes “hacer su trabajo con un alto grado de independencia respecto del docente y los alumnos más rezagados encuentren, en sus compañeros más adelantados, un soporte para sus propios procesos, lo cual posibilita que el maestro focalice su acompañamiento a los estudiantes que más lo necesitan” (p. 590).

La investigación es de utilidad porque trabajó con el modelo de Van Hiele para la enseñanza de la geometría, el cual también se trabaja en la presente investigación; y diseñó una metodología para el aula taller la cual ayuda a contrastar con los resultados obtenidos en la presente investigación.

**1.6.1.8 Antecedente 8.** Scorzo (2014). La geometría en un curso de ingreso a carreras de ingeniería. En Lestón, P. (Ed.) Trabajo presentado en la conferencia CLAME (Comité Latinoamericano de matemática Educativa A.C), pp. 737-744.

Los objetivos de la investigación fueron: sintetizar algunas características del curso de ingreso (propedéutico de tres cursos) a carreras de ingeniería de la Universidad Nacional de la Matanza, explicar tanto los motivos de la incorporación del curso de geometría en el primer ciclo de carrera como la organización de los contenidos de la asignatura. Por otro lado, la Universidad de la Matanza se preocupa por la inclusión del alumnado desde el inicio de la carrera, por lo que, el último objetivo es describir las acciones realizadas en el dictado de la materia para lograr la permanencia del alumnado.

La metodología aplicada en el estudio es descriptiva, y finalmente se concluyó que tener clases de consulta de asistencia voluntaria a lo largo de todo el curso, favorece la permanencia de los alumnos.

La investigación es de utilidad porque se explica la incorporación del curso de Geometría en una carrera de ingeniería, mostrando las falencias que tenían los alumnos en diferentes cursos por la falta de conocimientos básicos de geometría. Por lo tanto, muestra la importancia del dictado de la asignatura. Además, se concluye sobre las clases de consulta de asistencia voluntaria, lo cual se realiza en los talleres de la presente investigación. Además, esta conclusión servirá de contraste con respecto a la metodología aplicada en los talleres.

---

<sup>2</sup> El autor se refiere como dispositivos básicos de aprendizaje, al desarrollo de cada una de las fases del modelo Van Hiele, el manejo de instrumentos básicos para la geometría como el compás y el seguimiento de las instrucciones.

**1.6.1.9 Antecedente 9.** Gómez (2011). Ruta de apoyo pedagógico para la enseñanza de Geometría y Trigonometría, en el curso “Matemáticas Básicas” de la Universidad Nacional de Colombia Sede Medellín. Trabajo presentado como requisito parcial para optar el título de Magíster en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales.

El objetivo de la investigación fue estudiar las fortalezas y debilidades en el aprendizaje de geometría y trigonometría, y presenta una propuesta metodológica de las mismas. Además, diseña guías de trabajo, tanto para estudiantes como para docentes, para fortalecer las falencias encontradas en los estudiantes.

La metodología aplicada en la investigación fue descriptiva – cualitativa. Descriptiva en cuanto intenta especificar los conocimientos que poseen los estudiantes, las fortalezas y debilidades académicas que poseen al cursar “Matemáticas Básicas”. Cualitativa en cuanto intenta dar una interpretación a los datos, teniendo en cuenta la contextualización del ambiente, los detalles y las experiencias vividas. La población fue la totalidad del alumnado que cursaron el curso de Matemáticas Básicas del primer semestre del año 2011.

De la investigación se concluye que se lograron identificar las fortalezas y debilidades de los estudiantes, no obstante, no se realizó un análisis a priori sobre los conocimientos previos de estos. Con esta información se modificó la guía de aprendizaje, inicialmente elaborada por la “Escuela de Matemáticas” de la Universidad Nacional de Colombia- Sede Medellín. Dicha guía promueve el trabajo individual y en equipo con actividades que propician la reflexión y el aprendizaje colaborativo con la participación activa y la construcción de conocimientos.

La investigación es de utilidad porque muestra una guía de aprendizaje en la cual promueve el trabajo individual y en equipo de los alumnos para llegar a la construcción de conocimientos. Con esto se propone el uso de una nueva metodología adicional a las clases magistrales tradicionales, la cual sirve de comparación con la nueva metodología planteada en la investigación presentada.

**1.6.1.10 Antecedente 10.** Golbach y Mena (2011). Identificación de los errores en la resolución de problemas de geometría analítica y su comparación con el rendimiento académico en alumnos de ingeniería. Premisa. 48, 16-29.

El objetivo de la investigación fue presentar los resultados de aplicar una serie de ejercicios y, a través de este, estudiar y analizar los errores cometidos por los alumnos y las estrategias que plantean ellos para la resolución del problema.

La metodología aplicada en la investigación es la de diseño exploratorio descriptivo no experimental y de corte transversal. Se sustenta en las concepciones constructivistas cognitivas del aprendizaje. La población de estudio estuvo conformada por “alumnos de primer año de la carrera de ingeniería en Sistemas de Información que cursaron la asignatura de Álgebra y Geometría Analítica en la Facultad Regional Tucumán de la Universidad Tecnológica Nacional, en el ciclo lectivo 2009” (p. 21).

El estudio concluye que el rendimiento académico obtenido por los alumnos en general fue bajo y que “es necesario enseñar a cada estudiante a usar la metodología de resolución de problemas que le permita entender su razonamiento, aumentar la confianza en sus habilidades matemáticas y su seguridad para alcanzar un conocimiento más completo” (p. 28).

La investigación es de utilidad porque resalta la importancia de que el docente conozca los conocimientos previos del alumno para construir un aprendizaje correcto, por lo tanto, da un punto de vista sobre la metodología de enseñanza y refuerza la idea de dar a conocer al alumno sobre si sus ideas y conceptos son correctos o erróneos con la aplicación de una evaluación continua, esto servirá de contraste con las evaluaciones cortas aplicadas en el presente estudio y en el procedimiento seguido en las clases y talleres.

### **1.6.2 Nacionales**

**1.6.2.1 Antecedente 11.** Curty (2015). Estilos de aprendizaje y trabajo grupal para el aprendizaje de la geometría. *Horizonte de la Ciencia*, 5(9), 148-160.

El objetivo de la investigación fue determinar la relación existente entre los estilos de aprendizaje y el trabajo en grupo para el aprendizaje de la Geometría. El estudio se realizó en los estudiantes de educación secundaria de la provincia de Huancayo.

La metodología utilizada fue el experimental con un diseño cuasi experimental de tres grupos no equivalentes. La población fue de 385 estudiantes de cuarto grado de secundaria y la muestra no probabilística fue de 104 estudiantes. Además, se aplicó el cuestionario CHAEA, para la identificación de los estilos de aprendizaje y la formación de los grupos. De la investigación se concluyó que sí existe relación entre los estilos de aprendizaje y el aprendizaje grupal.

A pesar de que la investigación se realizó en alumnos de educación secundaria, es de utilidad porque con el estudio experimental se evidencia la importancia de realizar trabajo en grupo y que, junto con saber el estilo de aprendizaje de los alumnos, se obtiene un impacto significativo en el rendimiento académico. Además, destaca que el aprendizaje colaborativo, utilizando el modelo de Van Hiele, fue eficiente.

**1.6.2.2 Antecedente 12.** Portocarrero (2017). Implementación de estrategias de evaluación formativa en el nivel primario del colegio peruano norteamericano Abraham Lincoln. Trabajo presentado para la obtención del grado de Magíster en Educación, mención en Teorías y Gestión Educativa de la Universidad de Piura.

El objetivo general de la investigación fue implementar estrategias de evaluación formativa en las clases de primer a quinto grado de primaria del colegio Lincoln.

La metodología aplicada en la investigación fue socio – crítica; puesto que la investigación requería tanto el estudio del comportamiento observable de la práctica educativa como las interpretaciones que le daban los alumnos a dichas prácticas.

Se obtuvo de conclusión que la evolución del rendimiento académico de los alumnos de primaria, utilizando estrategias de evaluación formativa, generó un impacto positivo, disminuyendo la desaprobación de los alumnos en más del 50% desde el segundo bimestre al cuarto bimestre.

Si bien la investigación se realiza en alumnos de primaria, es de utilidad porque explica la experiencia en la implementación de estrategias de evaluación formativa<sup>3</sup> en favor de una mejora de la práctica educativa y se vio reflejada en el rendimiento académico de los alumnos en el cuarto bimestre. En otras palabras, el aporte de esta investigación afianza la importancia de la evaluación como generadora de aprendizaje que demuestra que la evaluación formativa favorece el progreso en el proceso de aprendizaje tanto en los estudiantes, porque reorienta su desempeño y supera sus dificultades; como del profesor, porque puede rediseñar las instrucciones hasta obtener un diseño acorde al grupo de alumnos que se tiene. Esta metodología de evaluación afianza la aplicación de las evaluaciones cortas porque tratan de recoger información a través de estrategias de interrogación y retroalimentación para reajustar la enseñanza.



---

<sup>3</sup> Es una herramienta que permite tener información sobre el aprendizaje del alumno durante el proceso de enseñanza. Ayuda a identificar si se comprendió el tema y a reflexionar en lo que se debe mejorar. Las dimensiones de la evaluación formativa son: Identificar y comunicar claramente los objetivos, elaborar tareas de desempeño, generar preguntas estratégicas, retroalimentarse durante la interrogación, coevaluar, autoevaluar, genera un ambiente de colaboración y usar las evidencias para reajustar la enseñanza.



## Capítulo 2. Marco teórico

El marco teórico de la investigación sistematiza los fundamentos teóricos sobre las estrategias de aprendizaje y modelos de aprendizaje, específicamente para esta investigación, sobre el aprendizaje de la geometría. Además, establece la base conceptual sobre estilos de enseñanza, rendimiento académico, evaluación y talleres.

### 2.1 Teoría científica

A continuación, se hace una revisión de algunas de las teorías que son utilizadas para la enseñanza-aprendizaje de la geometría.

#### 2.1.1 *Psicología de la Gestalt*

La psicología de la Gestalt, también llamada psicología de la forma, está enfocada principalmente en la percepción. Su principio básico dice que la actividad mental no es una copia idéntica del mundo percibido, definiendo la percepción como el proceso de extracción y selección de información relevante que permite el desempeño racional y coherente en el mundo circundante (Oviedo, 2004).

Christian Von Ehrenfels introduce la noción de Gestalt en 1890, como “forma” o “estructura” al darse cuenta que una melodía puede sonar similar usando diferentes notas, mientras que usando las mismas notas, pero con diferente secuencia se podía obtener diferentes melodías (Vargas, 2008). Entonces, la inteligencia desde el punto de vista de la Gestalt, es la facultad de percibir una situación y darle un orden para encontrar una solución de forma creativa.

Se entiende como percepción al “significado que añadimos a la información no procesada que recibimos de los sentidos, esto significa que se construye sobre la base de la realidad objetiva y de los conocimientos” (Woolfolk, 1999, p. 252). En otras palabras, según la teoría de la Gestalt, es la tendencia de la gente a organizar la información sensorial en esquemas o relaciones; en vez de percibir partes aisladas de información, se percibe como un todo organizado con significado. Por ejemplo, en el siguiente símbolo “13”; si se pregunta qué letra es, la respuesta sería la letra B, mientras que si se pregunta qué número es, la respuesta sería el número 13. La gráfica es la misma, pero la percepción o el significado de ella cambia según la expectativa que se tenga de la gráfica (Woolfolk, 1999).

Entonces, este pensamiento explica el proceso de aprendizaje en el que la mente capta los elementos de su entorno como un todo procesándola y desarrollando nuevas ideas o modificando las antiguas; es el proceso en el que el aprendizaje genera un cambio interno del individuo como conocimiento significativo, sentimiento, creatividad y pensamientos. Esta es una forma creativa de aprendizaje que establece la reestructuración de una situación – problema en contraste con las formas mecánicas de aprendizaje por ensayo y error (Rojas, 2001).

En definitiva, la psicología de la Gestalt es importante en el aprendizaje de la geometría porque explica cómo las personas comprenden su medio ambiente y esto se da principalmente a través de la

percepción. Con esto se construye el conocimiento relacionando la realidad objetiva con los conocimientos previos, y este proceso a su vez, genera un cambio interno en el individuo dando como resultado el aprendizaje (Duval, 2016).

### **2.1.2 Teoría de aprendizaje significativo de Ausubel**

Para Ausubel, las personas aprenden mediante la recepción de conocimientos; es decir, se entienden los conceptos, teorías y principios, mas no se descubren. Para fomentar el aprendizaje significativo, propuso el modelo de enseñanza expositiva, ya que esto significa comunicación de las ideas; con esto el docente presenta su clase de forma organizada y secuenciada. Se debe agregar que el aprendizaje se adquiere cuando se organiza la nueva información por jerarquías y este va progresando de forma deductiva: de lo general a lo particular, de la regla general o principios a los ejemplos (Woolfolk, 1999).

Por otro lado, Ausubel indica que el aprendizaje realiza un cambio en el significado de la experiencia del alumno y para que esto se dé, el docente debería saber los conocimientos previos del alumno y enseñar consecuentemente. El aprendizaje depende de la estructura cognitiva previa, entonces no debe ser memorístico; es un aprender constante en el que el alumno incorpora lo aprendido al conocimiento que posee y lo transforma en nuevo conocimiento. De esta manera, se desarrolla la creatividad y se podrá dar soluciones a nuevas situaciones (Ausubel, 1983).

Entonces, según esta teoría, las personas enriquecen sus conocimientos principalmente a través de la recepción más que por descubrimiento, por lo tanto, la enseñanza exige cuatro momentos: Interacción entre maestro y estudiantes (en clase, el maestro da ejemplos y luego se les pide a los estudiantes que den más ejemplos), hacer exposiciones deductivas (generar conceptos generales para luego dar teoremas específicos de los conceptos generales), respetar la secuencia y finalmente presentar las ideas de forma organizada para que el conocimiento sea mejor aprendido (Rojas, 2001).

### **2.1.3 Teoría de las “situaciones didácticas”**

Cuando se habla de una situación didáctica se refiere a la interrelación de tres elementos fundamentales: estudiante, profesor y medio didáctico (Chavarría, 2006).

Se le llama “situación” al modelo de interacción de un sujeto y un medio determinado; es el entorno del alumno diseñado por el profesor que la considera como una herramienta para la adquisición de conocimientos en la cual el profesor no interviene. La situación didáctica es todo el entorno del alumno incluidos el docente y el sistema educativo (Brousseau, 2007). En otras palabras, es el proceso en el cual el profesor proporciona un escenario ficticio al estudiante y este intenta dar una solución planteando hipótesis y construyendo su conocimiento sin la participación del profesor.

Tanto Rodríguez (2020), Gómez (2011) y Panizza (2003), indican que la teoría desarrollada por Guy Brousseau, enfocada para mejorar el proceso de enseñanza de las matemáticas, plantea que los

conocimientos no se forman de manera espontánea, sino que es necesario que se cumplan ciertas condiciones, es decir, el alumno aprende adaptándose a un medio con obstáculos.

El concepto de obstáculo, adaptándola al aprendizaje de la matemática, se manifiesta por los errores que se comete, pero no son errores al azar, sino que son reproducibles y persistentes. Estos errores que el sujeto realiza están interconectados por una fuente común y es la manera en que el sujeto conoce (Bohorquez et al., 2009).

La secuencia que sigue la teoría de las situaciones didácticas es la siguiente (Ricaldi y Torres, 2017):

- ✓ **Acción:** El alumno trabaja individualmente con un problema aplicando sus conocimientos previos y desarrollando un determinado saber.
- ✓ **Formulación:** Consiste en el trabajo en grupo donde se requiere la comunicación entre los integrantes para compartir sus experiencias, construir un conocimiento y llegar a una respuesta.
- ✓ **Validación:** Se pone en juicio el resultado obtenido. Los alumnos comparan y discuten las diferentes respuestas obtenidas.
- ✓ **Institucionalización:** Tiene como finalidad oficializar el conocimiento aparecido en la actividad y está a cargo del docente.

#### **2.1.4 El modelo de Van Hiele**

Fue propuesto por el matrimonio holandés Van Hiele, que centró sus investigaciones en el estudio del aprendizaje de la geometría y cómo se produce la evolución del razonamiento geométrico. Indican que el aprendizaje de la geometría no está en función de la edad que se tenga, sino en iniciar en el nivel más bajo de razonamiento (nivel 1) e ir avanzando hasta llegar al nivel más alto (nivel 5). No se puede saltar un nivel de razonamiento, se tiene que pasar por cada uno de ellos (Van Hiele, 1986).

- ✓ **Nivel 1 – Reconocimiento:** “Reconoce las figuras basándose en las características globales como la posición, el tamaño y la forma, utiliza algunas definiciones, sin comprenderlas” (Gómez, 2011, p. 19). El aprendizaje de la geometría en este nivel es el equivalente al enseñado en nivel inicial, por ejemplo, algo tiene forma rectangular como una puerta, algo tiene forma cuadrada como una ventana o algo tiene forma circular como una pelota (Ministerio de Educación, 2013).
- ✓ **Nivel 2 – Análisis:** “Identifican las partes y algunas propiedades de las figuras geométricas, pero no identifican las propiedades entre los grupos de figuras” (Gómez, 2011, p. 19), es decir, solo describe el elemento que se mira, por ejemplo, el cuadrado tiene cuatro lados y tiene 4 ángulos rectos, el triángulo tiene tres lados. El aprendizaje de la geometría en este nivel es el equivalente al enseñado en 1° y 2° de primaria (Ministerio de Educación, 2013).

- ✓ Nivel 3 – Clasificación: “Determinan las figuras por sus propiedades y se empiezan a encontrar relaciones lógicas entre las diversas clases de figuras geométricas” (Gómez, 2011, p. 19), por ejemplo, se distinguen los diferentes tipos de triángulos según el tipo de ángulo que tengan, equilátero, isósceles y rectángulo. El aprendizaje de la geometría en este nivel es el equivalente al enseñado en 3° y 4° de primaria (Ministerio de Educación, 2013).
- ✓ Nivel 4 – Razonamiento deductivo o deducción formal: Los alumnos utilizan un lenguaje más técnico. Organizan una serie de enunciados con secuencia lógica, que les permite concluir o determinar algunas propiedades y características de los objetos geométricos. Un ejemplo de razonamiento deductivo es el siguiente: pueden identificar el triángulo y calcular el perímetro, área, suma de ángulos interiores, conocer sus propiedades y teoremas. El aprendizaje de la geometría en este nivel es el equivalente al enseñado desde 5° de primaria hasta 5° de secundaria (Ministerio de Educación, 2013).
- ✓ Nivel 5 – Rigor: Este es el nivel más alto del pensamiento geométrico donde la persona razona formalmente haciendo uso del método deductivo. Se puede trabajar sin necesidad de ejemplos visuales, se conocen los sistemas axiomáticos y se realizan razonamientos abstractos. Aquí el alumno puede aplicar las relaciones entre las propiedades de las figuras geométricas en dos y tres dimensiones, demostrar los teoremas por medio de la deducción, evaluar el nivel de exactitud de los cálculos y cuál es el margen de error realizado, y del resultado obtenido, puede formular conjeturas y argumentarlas. El aprendizaje de la geometría en este nivel es el que debe tener un alumno universitario (Ministerio de Educación, 2013).

Por otro lado, el modelo propone cinco fases de aprendizaje los cuales son “una guía para el docente en el diseño y organización de las experiencias de aprendizaje adecuadas para el progreso del estudiante en su paso de un nivel a otro” (Vargas y Gamboa, 2013, p. 84). Estas cinco fases deben ser vivenciadas en las sesiones de clase para que el alumno progrese en su nivel de razonamiento:

- ✓ Fase 1 - Información: El docente debe identificar los conocimientos previos de sus alumnos. Al iniciar un tema, hacer preguntas como ¿qué saben al respecto? O ¿qué entienden por...?
- ✓ Fase 2 - Orientación dirigida: El docente guía a los alumnos con actividades y proponiendo problemas para que los alumnos descubran las diversas relaciones básicas de la red de conocimientos por formar. Explicar a los alumnos las definiciones, propiedades y teoremas sobre el tema, para luego, plantear un ejercicio el cual es resuelto por el docente junto con los alumnos.
- ✓ Fase 3 - Explicitación: Los estudiantes indican por escrito los resultados que han obtenido, intercambian sus experiencias y discuten sobre ellas con el profesor y sus compañeros, con el fin de que sean plenamente conscientes de las relaciones descubiertas y afiancen el lenguaje teórico que corresponde al tema estudiado. El expresar por escrito los resultados, ayuda al

estudiante a ordenar sus ideas y utilizar las palabras adecuadas lo cual genera una mejor comprensión de los términos geométricos. Después de resolver el ejercicio, se les pide a los alumnos que expliquen el procedimiento, teniendo en cuenta que se debe seguir un razonamiento lógico. La idea es generar debates de las diferentes formas de cómo abordar un mismo problema.

- ✓ Fase 4 - Orientación libre: Se consolida el aprendizaje realizado en las fases anteriores. El docente debe proponer a sus alumnos problemas que no sean una simple aplicación directa de un dato o fórmula, sino plantear un problema más complicado en el que deba ejecutar varias tareas o intervengan varios pasos y que las respuestas que se obtengan sean variadas, por lo tanto, que tenga varias vías de resolución.
- ✓ Fase 5 - Integración: El estudiante mira de forma general todo lo aprendido sobre el tema estudiado, integrando los nuevos conocimientos, los métodos aprendidos de trabajo y las formas de razonamiento que tenían anteriormente.

### **2.1.5 Representación semiótica de Duval**

Raymond Duval es un filósofo, psicólogo de formación y profesor emérito de la Université du Littoral Côte d'Opale en Dunkerque, Francia. Desarrolla investigación en psicología cognitiva desde la década de 1970, el aprendizaje matemático y el papel de los registros de representación semiótica para la comprensión del conocimiento matemático, ofreciendo importantes aportes al área de la Educación Matemática. Basó su trabajo en las investigaciones de Charles Sanders Peirce, padre de la semiótica contemporánea, y Ferdinand de Saussure, filósofo suizo cuyas ideas sirvieron para el desarrollo del estudio de la lingüística moderna en el siglo XX (de Freitas y Rezende, 2015).

Duval (2004), indica que la matemática es un campo de estudio en el que se requiere la conceptualización, el razonamiento, la resolución de problemas y la comprensión de textos. Para enseñar y aprender matemática se requiere tanto del lenguaje natural o el de las imágenes como la utilización de distintos registros de representación y expresión (representación semiótica). La representación semiótica es el conjunto de signos que son el medio de expresión de las representaciones mentales para hacerlas visibles a otras personas, por ejemplo, "Juan es 3 años mayor que Pedro. Juntos tienen 23 años ¿qué edad tienen?"

$$\text{Representación semiótica} \rightarrow X + (X + 3) = 23$$

Según Torregrosa y Quesada (2007), el modelo teórico propuesto por Duval muestra que la caracterización de los procesos de visualización son un punto de partida para el razonamiento deductivo y esto resulta de gran importancia para resolver los problemas geométricos.

El modelo de Duval consiste, como mínimo, en tres actividades cognitivas: 1) La construcción, que alude al diseño de configuración mediado por instrumentos geométricos (uso de lápiz, compás y

regla), 2) el razonamiento relacionado con procesos discursivos, y 3) la visualización, cuya atención recae en las representaciones espaciales (Fernández-Nieto, 2018).

Finalmente, después de exponer las diferentes teorías para la enseñanza-aprendizaje de la geometría, para la presente investigación se ha tomado en cuenta el modelo de Van Hiele tanto para el dictado de clases como para la realización de talleres. El motivo es por ser un modelo que abarca todos los niveles de razonamiento (los 5 niveles) y es una guía que abarca todo el marco pedagógico del curso, tanto la forma de aprendizaje según el nivel de razonamiento del alumno como las pautas que debe seguir el docente para la enseñanza del curso de geometría.

## **2.2 Base conceptual**

A continuación, se sistematiza la base conceptual de cuatro elementos relevantes para la presente investigación: el estilo de enseñanza, el rendimiento académico, las evaluaciones cortas y los talleres.

### **2.2.1 Estilo de enseñanza**

Educar es un proceso dinámico y transformador que produce en el ser humano una serie de transformaciones sistemáticas y cambios graduales. Por lo tanto, es importante que el docente conozca su estilo de enseñanza y el mejor estilo de enseñanza que requiere el curso que se enseña, así mejora las percepciones e interacciones con los estudiantes, lo cual se ve reflejado en el incremento del rendimiento académico de los mismos (Guerra et al., 2016).

Guerra et al. (2016), delimitan 4 estilos de enseñanza:

- ✓ Abierto: este estilo se aplica para el estudiante con estilo de aprendizaje Activo. Se promueve el trabajo en equipo, la generación de ideas y cambian con frecuencia de metodología. Son activos, creativos, improvisadores, innovadores, flexibles y espontáneos.
- ✓ Formal: este estilo se aplica para el estudiante con estilo de aprendizaje Reflexivo. Se tiene una planificación detallada, fomentan y valoran en los estudiantes la reflexión, el análisis y la sustentación de sus ideas con racionalidad.
- ✓ Estructurado: este estilo se aplica para el estudiante con estilo de aprendizaje Teórico. Le dan importancia a la planificación, énfasis en que sea coherente, estructurado, impartir los contenidos integrados en un marco teórico amplio. Exige la demostración.
- ✓ Funcional: este estilo se aplica para el estudiante con estilo de aprendizaje Pragmático. Da breves explicaciones y con ejercicios prácticos. Las evaluaciones están enfocadas en los ejercicios prácticos considerando más el resultado final que los procedimientos.

El estilo de enseñanza que más se acopla al dictado del curso de GFT, es la enseñanza Formal, ya que se intenta generar en el estudiante un aprendizaje analítico y reflexivo, que sustente sus ideas con racionalidad.

### **2.2.2 Rendimiento académico**

A continuación, se indicará la definición de rendimiento académico según diferentes autores.

El rendimiento académico según Obando y Mieles (2017) dice “no solo se asume como un criterio esencial en la determinación de los niveles de calidad educativa, también expresan el nivel de esfuerzo, de los implicados, pero los resultados que se obtiene se expresan en una nota” (p. 214).

Según Touron (1985) el rendimiento académico es lo que se muestra sobre el conocimiento del estudiante y de los elementos que conforman el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Navarro (2003) explica que el rendimiento académico es el nivel de conocimiento que demuestra el alumno sobre un área o materia. Pero no siempre se verá reflejado el rendimiento real del alumno en la nota obtenida. Entonces, si se quiere conceptualizar el rendimiento académico desde una evaluación, es necesario que en la evaluación se considere el desempeño individual del estudiante, la influencia del grupo de pares, el ambiente del aula y el propio contexto educativo.

Tejedor y García-Valcárcel (2007), concluyen que el rendimiento establece el éxito o fracaso del alumno incluyendo la referencia al tratamiento de las actitudes del alumno hacia los estudios (rasgos de personalidad e inteligencia, origen social, trayectorias académicas, estilos de aprendizaje, aspiraciones y expectativas) y la institución (métodos pedagógicos, condiciones en que se desarrolla la docencia, etc.); con las cuales las necesidades académicas del alumno se verán satisfechas.

Y finalmente Sánchez Ortega y Zegarra Pinto (2017) expresan que el rendimiento académico es el conjunto de promedios obtenidos por el estudiante en determinadas actividades académicas como respuesta a un proceso de formaciones de acuerdo con objetivos educativos fijados, omitiéndose factores importantes como el nivel intelectual, las aptitudes, actitudes, condiciones de vida, la influencia del profesor, objetivos, contenidos, recursos didácticos, sistema de evaluación, infraestructura, etc.

Después de reflexionar sobre los diferentes enfoques establecidos por diferentes autores para el rendimiento académico, se procede a indicar con qué concepto de rendimiento académico se trabajó en la presente investigación.

En la presente investigación, se ha considerado el rendimiento como el indicador cuantitativo que muestra el éxito o fracaso del alumno, en función de si se ha llegado a los objetivos del curso o no, tomando en cuenta las condiciones institucionales; para esto se hace uso del sistema de calificaciones establecido por el Ministerio de Educación del Perú que va desde 0 hasta 20, siendo la nota mínima aprobatoria 11.

### **2.2.3 Evaluaciones cortas**

Según la DRAE (2020), la evaluación es la “acción y efecto de evaluar; es estimar, apreciar, señalar el valor de algo”. Según Mora (2004), es una fuerza positiva cuando sirve para el progreso y se utiliza para identificar los puntos débiles y fuertes; y según Chapul (2020), la evaluación es continua y

permite la retroalimentación del proceso de enseñanza-aprendizaje entre el alumno y el profesor y debe ser tomada no como una represión sino como una oportunidad de mejora.

La evaluación consiste en hacer juicios acerca de los procesos y los resultados del pensamiento y el aprendizaje, evaluar al alumno lo que ha entendido del tema y, desde la posición del profesor, pensar en qué se podría mejorar la siguiente vez en favor de la enseñanza (Woolfolk, 1999). En definitiva, la evaluación se centra en la efectividad de la estructura del conocimiento del aprendizaje y es observado por el evaluador (Rojas, 2001).

Sin embargo, desde sus comienzos, la evaluación aparece influida por su procedencia del campo empresarial y por eso, mide cuantitativamente los resultados de la producción, en el caso del campo educativo, mide el progreso del alumno cuantificando lo aprendido (Casanova, 1998).

No se ha encontrado en estudios anteriores la definición de evaluación corta como tal, sin embargo, la definición que más se le acerca es la referida al vocablo de “e-evaluación”.

La e-evaluación es una alternativa de entorno virtual el cual da una facilidad informática para la comunicación y el intercambio de información en el que se desarrollan procesos de enseñanza-aprendizaje, para esto, hace uso de una plataforma que permite la interacción docente y estudiante a través del internet (Mestre Gómez et al., 2007).

Este entorno virtual permite a profesores y estudiantes explorar nuevos modos de aprendizaje y colaboración, desde la flexibilidad que las configuraciones educativas convencionales no suelen ofrecer (Yuste et al., 2012).

De manera análoga, se entiende como el proceso electrónico de evaluación en el que son utilizadas las TIC<sup>4</sup> para la presentación de las actividades, tareas y el registro de respuestas. Asimismo, permite seleccionar el instrumento de evaluación como, por ejemplo, opción múltiple; verdadero y falso; resolver problemas con procedimiento y resultado, entre otros (Builes y Abad, 2015).

Con esta herramienta se generan ambientes de aprendizaje amigables y brinda retroalimentación inmediata lo que ayuda a mejorar el nivel de aprendizaje. Además, es fácil de utilizar y mejora el desempeño académico, incrementando la motivación. Por otro lado, el uso de e-evaluaciones hace que el docente ahorre tiempo, evalúe con una mejor calidad de retroalimentación para los estudiantes lo que permite hacer un seguimiento del rendimiento de los estudiantes (Espino et al., 2020).

La evaluación corta, según como se aplicó en el semestre 2018-I, es un control que mide el aprendizaje teórico asimilado por el alumno y su planteamiento está enfocado, como lo expresa Mora

---

<sup>4</sup> TIC: Tecnologías de la información y comunicación.

(2004), para identificar los puntos débiles y fuertes, lo que llegaron a entender y lo que faltó por reforzar, expresado de forma cuantitativa.

De acuerdo con Casanova (1998), la evaluación se puede clasificar según su funcionalidad en sumativa y formativa.

La evaluación formativa, así como su propia denominación lo indica, tiene la función de mejorar o perfeccionar el proceso que se evalúa; de esta manera, se puede detectar las actividades y situaciones educativas que favorecen el aprendizaje del alumno. Esto permite una acción reguladora del proceso enseñanza-aprendizaje de forma que el alumno no solo debe adaptarse al sistema educativo, sino que el sistema educativo también se adecúa a la forma de aprender del alumno. Este tipo de evaluación trata de garantizar que los medios de enseñanza sean los adecuados teniendo en cuenta las características de los implicados.

Mientras que la evaluación sumativa, sirve para valorar el producto o proceso terminado con realizaciones o consecuencias concretas y valorables, sirve para decidir si el resultado es positivo o negativo determinando el grado en que se han alcanzado los objetivos previstos (Casanova, 1998). Es la que se realiza al término de una etapa de proceso para verificar sus resultados (Rosales, 2014).

Por lo tanto, la evaluación corta se una evaluación formativa porque cumple con el concepto de dicha evaluación.

#### **2.2.4 Talleres**

Existe diferentes formas de llamar el “taller” en las investigaciones como; “trabajo en grupo”, “trabajo en equipo”, “trabajo colaborativo” o “trabajo cooperativo”. Para la presente investigación, se tomará en cuenta la definición según los siguientes autores:

Maya Betancourt (2007), define el taller como una unidad productiva de conocimiento<sup>5</sup> a partir de una realidad concreta donde los participantes trabajan haciendo converger la teoría y la práctica. En otras palabras, es una estrategia donde un número de estudiantes reunidos con una finalidad educativa tienen una participación activa y reflexiva, siendo el objetivo principal la producción de ideas basadas en la teoría brindada previamente y resolviendo los problemas propuestos.

Orellana (2012) propone que el taller es un espacio de construcción colectiva<sup>6</sup> que combina teoría y práctica sobre un tema, aprovechando la experiencia de los estudiantes (por lo visto en clase)

---

<sup>5</sup> La unidad productiva de conocimiento entendiéndose como relación dialéctica entre los objetos de estudio y el alumno. Además, se debe tomar en cuenta el papel que juegan los valores y la cultura en la conceptualización de las realidades (León Guevara, 2011).

<sup>6</sup> La construcción colectiva se define como el aporte de la experiencia interna y personal de un alumno que aborda la situación de aprendizaje; se compone de producciones que adquieren fuerza en el contexto de las

y sus necesidades de capacitación. La finalidad del taller es la capacitación de los participantes y que logren obtener los aprendizajes como consecuencia de la reflexión y discusión que se dan por los conceptos y las metodologías compartidas.

Con el taller el estudiante recibe la ayuda que necesita y al mismo tiempo aporta sus conocimientos y razonamientos a sus compañeros, con esto se potencia la participación de todos los alumnos del grupo. Por lo tanto, es beneficioso realizar talleres porque es donde el alumno desarrolla habilidades personales como el trabajo en equipo y el liderazgo, así como la reflexión conjunta de un conjunto de información que debe ser procesada para obtener conclusiones (Dorce, 2016).

Como lo indica Ochoa (2000), la actividad cooperativa es un factor imprescindible de la autorregulación metacognitiva exitosa, en la construcción de significados y resolución de problemas que no lograría el estudiante promedio trabajando de forma aislada.

Por lo tanto, la actividad cooperativa desarrollada en el aula taller, “dinamiza la activación de las diversas habilidades de pensamiento por lo que se dispone el razonamiento para estar al nivel de los conceptos que se van a aprender” (Villarreal, 2015, p. 590).



---

relaciones, ya que su aparición la provoca el trabajo colaborativo por la necesidad de resolver un problema en conjunto con otros alumnos (Serment y Páramo, 2000).

### **Capítulo 3. Metodología de la investigación**

En la metodología de la investigación se presenta cada una de las acciones y operaciones que sirven de base para la obtención de los datos de las variables los cuales serán procesadas y con ello, obtener los resultados que serán discutidos al final de la investigación.

#### **3.1 Tipo de investigación**

Antes de comenzar a detallar el tipo de investigación hecha, se describirá el contexto en el cual se efectuó la misma.

La investigación está focalizada en el curso de Geometría Fundamental y Trigonometría (GFT) antes denominado Geometría Métrica Superior (GM), el cual forma parte del plan de estudios de la carrera de Ingeniería y se dicta en el primer ciclo.

En los últimos años, el grupo de profesores y futuros docentes que han tenido a cargo el curso de GFT y del cual la investigadora formó parte desde el año 2018, han venido planteando diversas metodologías que propicien una mejora en el aprendizaje del curso, pasando de una metodología centrada en el profesor a una metodología que genere una mayor participación del alumno y un trabajo colaborativo. Entre las debilidades que detectaron los profesores a cargo de GFT en los alumnos, se encontraron: poco dominio previo del curso, escasa comprensión teórica del mismo, falta de hábitos de estudio y dificultades para seguir un razonamiento. Adicionalmente, se evaluaron las consecuencias que generaba la falencia del aprendizaje de GFT en los cursos posteriores que necesitan contar con dichos contenidos y su aplicación, detectándose que los alumnos desaprobaban dichos cursos y hasta llegaban a abandonar la carrera. De esta manera, nace la inquietud por no solo implementar una metodología que ayude al alumno a superar las dificultades que tiene en el aprendizaje de la geometría, sino que además se cuente con un medio que permita identificar si las decisiones tomadas generan una mejora en el rendimiento académico final del curso.

En el presente estudio se realiza un análisis estadístico para determinar la incidencia que tienen las variables: talleres y evaluaciones cortas, con el rendimiento final del curso, por tal motivo, la investigación es de carácter cuantitativa. Asimismo, se describe la ejecución de la nueva metodología realizada al curso de GFT en la que se aplican talleres y evaluaciones cortas las cuales tienen características específicas basadas en fundamentos pedagógicos. De acuerdo con lo que expone Fernández Collao et al. (2014) las investigaciones descriptivas son investigaciones que se encargan de describir fenómenos, situaciones, contextos y eventos, detallándose cómo son y cómo se manifiestan, por este motivo, la presente investigación es también una investigación descriptiva.

#### **3.2 Diseño de investigación**

El diseño de esta investigación es cuantitativa transeccional descriptivo de un solo grupo, pues se desea observar la situación que se genera al aplicar las variables: talleres y evaluaciones cortas, en

el rendimiento de los estudiantes del curso de Geometría Fundamental y Trigonometría en un momento determinado, el semestre 2018-I.

El referido diseño se grafica de la siguiente manera:



En este diseño, M es la muestra en la que se realizará la investigación y O indica la observación hecha en la muestra a observar.

### 3.3 Población

La población estuvo conformada por trescientos cuarenta y un (341) alumnos matriculados en el curso de Geometría Fundamental y Trigonometría en el semestre 2018-I de la Universidad de Piura. En la Tabla 3, se muestra las características de la población.

**Tabla 3**

*Características de la población*

Sección		A	B	C
Cantidad		134	151	52
Carrera	IC	59	68	26
	IIS	40	43	14
	IME	35	40	12
Ciclo	1	134	151	48
	2	0	0	3
	3	0	0	1

Nota: IC: Ingeniería Civil, IIS: Ingeniería Industrial y de Sistemas, IME: Ingeniería Mecánica Eléctrica.

Fuente: Elaboración propia.

### 3.4 Muestra

La muestra se determina por muestreo no probabilístico, intencional, lo que implica que se tomó a los estudiantes que cumplen con la condición de estar en el primer ciclo, es decir, no se ha tomado en cuenta a los estudiantes repitentes del curso. En la Tabla 4, se presentan las características de la muestra.

**Tabla 4***Características de la muestra*

Sección		A	B	C
Cantidad Total		134	151	48
Carrera	IC	59	68	25
	IIS	40	43	12
	IME	35	40	11
Ciclo	1	134	151	48

Fuente: Elaboración propia.

### 3.5 Variables de investigación

En la investigación se han considerado las siguientes variables: Talleres, evaluaciones cortas y Rendimiento académico. A continuación, se explicará cada una de ellas.

#### 3.5.1 Variable 1: Talleres

Con base en el marco teórico expuesto en el capítulo 2, se procede a presentar la definición de “taller”, la cual se aplicó en GFT en el semestre 2018-I. El taller es la unidad productiva de conocimiento, un espacio de construcción colectiva, donde los estudiantes hacen converger la teoría y la práctica manifestándolas con una participación activa y reflexiva.

Para comprender la estructura de los talleres se explicará cómo se fueron concibiendo estos a lo largo de los años. Hasta el año 2009 el curso fue dictado de la manera tradicional aplicando la metodología centrada en el profesor y limitada al hecho de que él mismo era: “un simple transmisor de contenidos geométricos” (Haro Salazar, 2018, p. 19). A partir del 2010, se introdujeron seminarios que se realizaban durante toda la mañana del sábado antes de los exámenes parcial y final los cuales eran llamados *sábado maratónico*; aquí el alumno podía practicar los ejercicios que los profesores a cargo del curso proponían. Estos seminarios estaban enfocados en que el alumno desarrolle por el mismo o junto con sus compañeros, los ejercicios propuestos; y formule las dudas que se tenían al momento de desarrollar los ejercicios, recurriendo a los profesores encargados del curso que acompañaban a los alumnos durante toda la mañana.

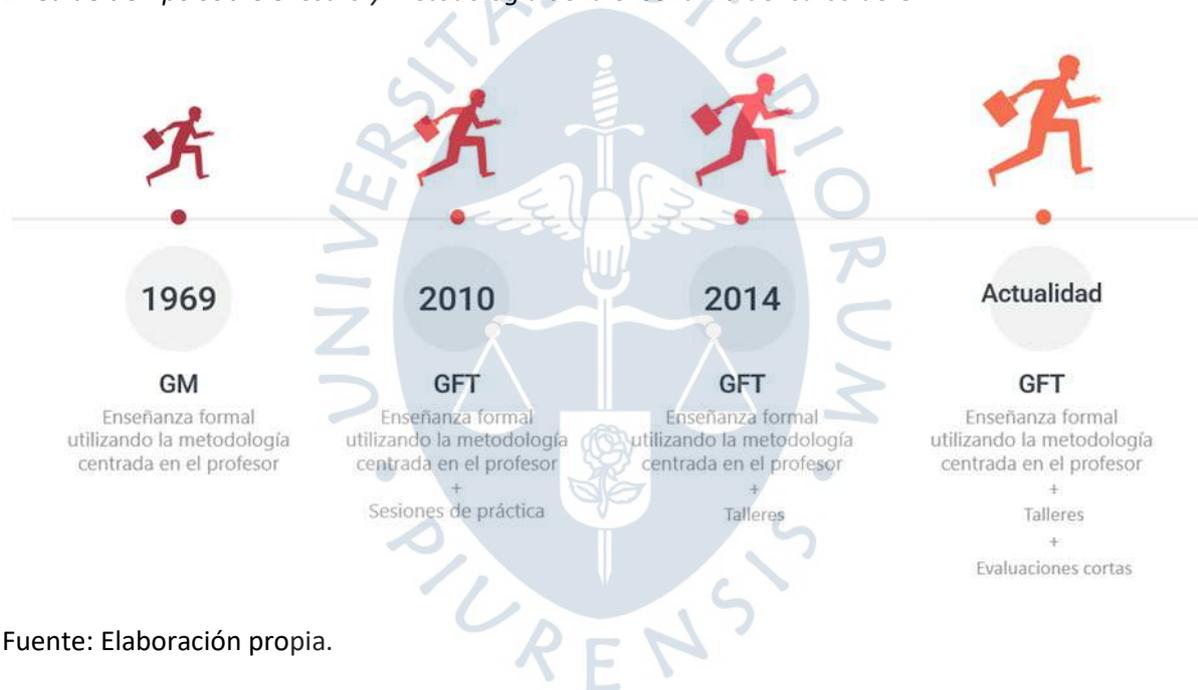
Luego en el 2014, se estableció por parte de la facultad, el dictado de talleres una vez por semana con una duración de 2 horas por la tarde. En estos talleres a los alumnos se les organizaba en grupos de cuatro integrantes y también desarrollaban los ejercicios propuestos por el docente. Se les asignaba un asistente, quien se encargaba de resolver dudas de cuatro grupos, es decir, el asistente debía estar pendiente de las dudas de 16 alumnos. El asistente era un estudiante de la carrera de ingeniería de tercer ciclo o mayor que haya pasado con muy buena nota el curso de GFT, según el criterio del profesor. Con este método, se perdía el contacto del profesor con el alumno para saber

cuáles eran sus dificultades, por lo que, en el 2018-I se propuso la metodología de talleres que se explica en la presente investigación.

Por otro lado, el cálculo del promedio del curso, tradicionalmente estaba conformado por las prácticas, exámenes parcial y final, y el trabajo semestral. En cambio, en el 2018-I, se introdujo la evaluación corta, la cual fue abordada en el promedio final del curso como una nota no anulable de práctica. Esto se realizó con el objetivo de generar hábito de estudio en el alumno y que tome conciencia de la importancia de estudiar la teoría del curso. En la Figura 3 se muestra la línea de tiempo sobre el estilo y la metodología de enseñanza que se tuvo en el curso de geometría desde sus inicios hasta la actualidad.

**Figura 3**

*Línea de tiempo sobre el estilo y metodología de la enseñanza del curso de GFT*



Fuente: Elaboración propia.

A continuación, se explicará uno de los temas importantes de la evaluación en el curso de GFT, la cual es la construcción de triángulos. En el curso, se enseñan las propiedades y teoremas de los triángulos planos y esféricos; con respecto a los triángulos planos, el curso no solamente se enfoca en resolver triángulos, hallar los valores de los tres lados y los tres ángulos del triángulo, sino que además se enseña la construcción de estos.

Esta parte de la geometría es muy importante porque ayuda a estimular la creatividad, agilizar la mente y buscar solución a un problema planteado (Orozco, 2015). Para estimular todos estos aspectos, el alumno debe resolver el problema de construcción de triángulos, el cual debe ser desarrollado utilizando únicamente regla y compás. El procedimiento de desarrollo es hacer un análisis

con ayuda de una figura auxiliar, en el cual se debe plasmar las relaciones geométricas para construir el triángulo. Luego se procede a elaborar la síntesis, que consiste en determinar los datos arbitrarios y explicar cómo se construye el triángulo pedido. Por lo tanto, para resolver este tipo ejercicio no requiere del pensamiento numérico, sino de ingenio, indagación, exploración del pensamiento sobre todos los teoremas y propiedades geométricas.

A continuación, se muestra en la Figura 4 un ejemplo de la resolución de un ejercicio de construcción de triángulos del curso de GFT en el ciclo 2018-I, en el cual se pedía construir gráficamente un triángulo ABC conociendo “el segmento de longitud  $c$ ”, la “altura desde el vértice  $C$ ” y “el ángulo  $C$ ”.

**Figura 4**

*Ejemplo de la resolución de un ejercicio de construcción de triángulos. Práctica 2 de GFT 2018-I.*

5. Construir gráficamente un triángulo ABC conociendo  $c$ ,  $h_c$  y  $\sphericalangle C$ .

Análisis	Síntesis
1. Se supone el problema resuelto.	1. Se traza el segmento AB. A dista $c$ de B.
2. Se fija el segmento AB. A dista $c$ de B.	2. Se traza una paralela al segmento AB con una distancia $h_c$ .
3. C se encuentra a una altura $h_c$ del segmento AB.	3. Se traza el arco capaz en el segmento AB y ángulo $C$ .
4. Desde el vértice C, se mira el segmento AB con un ángulo $C$ .	4. Se obtienen 2 intersecciones.
5. Datos suficientes para la construcción.	5. Se construye el triángulo ABC.

Fuente: Material obtenido del docente del curso de GFT 2018-I.

Según la experiencia que se tiene en el curso de GFT, los alumnos tienen mucha dificultad para realizar las construcciones de los triángulos y, muchas veces, plantear solos la solución para la

construcción ha sido un desafío. Ya que durante la clase solo se puede desarrollar uno o dos ejercicios y estos no son suficientes para que el alumno refuerce sus conocimientos sobre el tema estudiado, se les ha proveído la ayuda complementaria de los “talleres” para que encontrar la solución a los problemas ya no sea una odisea.

Desde el 2014-I al 2017-II, se desarrollaron talleres de la siguiente forma:

- ✓ Los talleres se realizaban el día previo a la práctica.
- ✓ Se utilizaban dos horarios, de 3 a 5 pm. y de 5 a 7 pm.
- ✓ Por la cantidad de alumnos que se tenía, se realizaban en dos o tres aulas para cada horario.
- ✓ Intervinieron alumnos asistentes de apoyo estudiantil con una ratio de 24 alumnos por asistente.
- ✓ El profesor debía atender los talleres dividiendo su tiempo en todas las aulas para los talleres.

Los problemas que se tenía con esta metodología eran: al ser el taller un día antes de la práctica, los alumnos estaban enfocados en saber si los ejercicios del taller iban a entrar en la práctica que en razonar los ejercicios para entenderlos. Al tenerse varias aulas en un solo horario, el profesor no podía involucrarse mucho con el aprendizaje de los alumnos durante el taller, tan solo podía supervisar por un momento el trabajo de los asistentes de apoyo estudiantil. Los asistentes de apoyo estudiantil, si bien habían obtenido un buen promedio en el curso de GFT, algunos no tenían la habilidad para explicar de forma adecuada algunos temas y dirigir apropiadamente sus grupos, pero trataban de ayudar en lo que podían. En consecuencia, se mantenía la deserción estudiantil.

Con esto, se planteó una nueva metodología para ayudar a mejorar el rendimiento de los estudiantes y disminuir la deserción estudiantil en el curso de GFT.

Las alternativas de solución fueron:

- ✓ Mejorar la calidad de aplicación del taller lo que trae consigo la dedicación del profesor a los talleres.
- ✓ Capacitar a los asistentes de apoyo estudiantil, no solamente con respecto al contenido a tratar durante los talleres (recordar el contenido del curso) sino en que tengan claro el objetivo que se desea alcanzar con los alumnos, por lo que se les especifica las labores que deben hacer, por ejemplo, detectar el problema que tiene el alumno para poder resolver esa duda específica y no resolverles ellos mismos los ejercicios por completo.
- ✓ Se desarrollaron los talleres en 3 días de la semana: martes, miércoles y jueves. De martes a jueves, los talleres fueron de 3 a 5 pm y los martes y jueves, se dictaron también de 5 a 7 pm; en total, se dividieron los talleres en cinco aulas. Además, se dictaban una semana antes de la práctica (Tabla 5).

- ✓ Esto originó un incremento de la dedicación docente en 10 horas por semana.

**Tabla 5**

*Horario y distribución de grupos para la aplicación de los talleres*

Día	Hora	Sección A	Sección B	Sección C	Nro. alumnos
Martes	3 - 5 pm	G1 - G25			100
	5 - 7 pm	G26 - G34	G1 - G16		100
Miércoles	3 - 5 pm			TODOS	62
Jueves	3 - 5 pm		G17 - G39		91

Fuente: Elaboración propia.

Cada aula estuvo conformada por 68 alumnos los cuales hicieron grupos de 4 integrantes cada uno de libre elección, por lo que de la sección A se tuvieron 34 grupos, de la sección B se obtuvieron 39 grupos y de la sección C se obtuvieron 16 grupos.

Se tuvieron 3 asistentes de apoyo estudiantil para cada horario de taller, y estos fueron capacitados todos los lunes por la tarde para el desarrollo de los talleres durante la semana. Los asistentes de apoyo, para ser seleccionados, tuvieron que cumplir con los requisitos de estar en el tercer ciclo de la carrera de ingeniería, tener un promedio acumulado mayor a 14 y haber pasado el curso de GFT con nota mayor o igual a 15.

La labor de los asistentes de apoyo era, tomar asistencia a los integrantes de los grupos, verificar que desarrollen los ejercicios planteados y ayudar a los alumnos del grupo a despejar las dudas para resolver un ejercicio según como se explicó líneas anteriores. La ayuda era de forma orientativa más no de resolverles los ejercicios.

Durante los talleres, se les entregaba una hoja de ejercicios a cada alumno y se les dejaba un cuadernillo en blanco a cada grupo la que debía ser llenada con la resolución de los ejercicios propuestos de forma colaborativa. Este cuadernillo debía ser entregado al finalizar el taller. Primero, los ejercicios debían desarrollarlo de forma individual y después, al surgir una duda, resolverlo de manera cooperativa con los integrantes del grupo. Si la duda persistía, se recurría al asistente de apoyo o al profesor.

Para resolver los ejercicios de construcción, los alumnos deben recopilar toda la información que se da en el ejercicio, directa e indirecta que se tenga, para resolver el problema; de esta manera, el foco está puesto en la reflexión y planificación en lugar de simplemente ir a la acción. El objetivo es que los alumnos reflexionan sobre sus propias ideas y terminen interiorizando mejor aquello que piensan, afianzando aún más el conocimiento que tienen. Esto ayuda mucho en la elaboración del análisis y síntesis que es lo que se evalúa en la construcción de triángulos, pero además en la búsqueda

de la forma más eficiente y eficaz para resolverlo. Obviamente, esto último se desarrolla con la repetición de varios ejercicios.

Los talleres no eran evaluados, lo que significaba que el avance que tuvieran en el taller al entregar el cuadernillo no tenía consecuencia en el promedio del curso.

Los ejercicios planteados en el taller dependían de la naturaleza del tema estudiado, pero en general, estaba conformado por una parte teórica, preguntas de teoría tales como “cuáles son”, “qué es” y demostraciones; resolución de ejercicios numéricos y construcción de triángulos. Además, la cantidad de ejercicios planteados dependían de la dificultad que conllevaba resolver cada ejercicio, ya que este incide directamente en el tiempo de resolución (ver Apéndice A).

A continuación, se explica sobre el dictado de los talleres aplicando las fases pertinentes del modelo de Van Hiele (Vargas y Gamboa, 2013). Sin embargo, en el Apéndice B se esquematiza la aplicación del modelo de Van Hiele en el curso de GFT en su totalidad:

- ✓ Fase 4 - Orientación libre: En esta fase se produce la consolidación del aprendizaje realizado en las fases anteriores. El docente debe proponer problemas retadores en los que el estudiante deba realizar varias tareas o intervengan varios pasos, y que las respuestas que se obtengan sean variadas, por lo tanto, que tenga varias vías de resolución. En los talleres se les plantean diversos ejercicios, desde sencillos hasta retadores, en los que resolverlos de forma individual puede resultar dificultoso y para eso se pueden ayudar discutiéndolos con sus compañeros de grupo.
- ✓ Fase 5 – Integración: En esta fase los estudiantes establecen una visión global de todo lo aprendido integrando los nuevos conocimientos, los nuevos métodos de trabajo y las nuevas formas de razonamiento con los que tenían anteriormente.

En el semestre 2018-I se realizaron siete talleres conteniendo los temas que se muestran en la Tabla 6. Los talleres realizados, siguiendo la definición presentada en el capítulo 2, se dieron a partir del taller 2. El taller 1 se realizó utilizando una nota técnica en que los alumnos debían responder preguntas teóricas sobre “Capítulo 1 - Lógica y geometría” y se desarrolló durante la clase. Por lo tanto, no se considera como un taller y por tal motivo no se encuentra dentro de la tabla resumen. Por otro lado, en la tabla se muestra el taller 8, que estuvo conformado por el tema de números complejos. Este tema se caracteriza por ser absolutamente de cálculo numérico, entonces, por la misma naturaleza del tema, el taller 8 no incluyó la parte de construcción de triángulos.

**Tabla 6***Resumen de talleres y su contenido*

Taller 2	Preguntas teóricas sobre los lugares geométricos (arco capaz, circuncentro, ortocentro, incentro, etc.) y sobre propiedades básicas de los triángulos. Elaboración de análisis y síntesis en la construcción de triángulos dándose 3 datos de partida. Hacer figuras auxiliares en la que se supone el problema resuelto y relacionarla con el análisis del ejercicio, y finalmente, practicar los trazos para la construcción del triángulo siguiendo la síntesis realizada utilizando regla y compás.
Taller 3	Preguntas de teoría sobre semejanza de triángulos y sobre el teorema de Tales de Mileto. Preguntas sobre demostración del circuncentro, incentro, ortocentro. Elaboración de análisis y síntesis en la construcción de triángulos dándose 3 datos de partida relacionados al tema de semejanza de triángulos. Hacer figuras auxiliares en la que se supone el problema resuelto y relacionarla con el análisis del ejercicio, y finalmente, practicar los trazos para la construcción del triángulo siguiendo la síntesis realizada utilizando regla y compás.
Taller 4	Elaboración de análisis y síntesis en la construcción de triángulos dándose 3 datos de partida, haciendo uso de una figura auxiliar en la que se supone el problema resuelto, y finalizándose el ejercicio con la construcción del triángulo siguiendo la síntesis realizada utilizando compás y regla.
Taller 5	Preguntas teóricas sobre el tema de Transformaciones. Se plantea diferentes ejercicios sobre construcción de triángulos y diferentes elementos geométricos en los cuales se vio el tema de transformaciones, dándose condiciones específicas en la cual debe hacer uso de una figura auxiliar en la que se supone el problema resuelto, y finalizándose el ejercicio con la construcción del triángulo o figura geométrica siguiendo la síntesis realizada utilizando compás y regla.
Taller 6	Preguntas teóricas sobre el tema de Homotecia. Se plantea diferentes ejercicios sobre construcción de triángulos y diferentes elementos geométricos en los cuales se vio el tema de transformaciones y homotecia, dándose condiciones específicas en la cual debe hacer uso de una figura auxiliar en la que se supone el problema resuelto, y finalizándose el ejercicio con la construcción del triángulo o figura geométrica siguiendo la síntesis realizada utilizando compás y regla.
Taller 7	Se plantea diferentes ejercicios sobre construcción de triángulos y diferentes elementos geométricos en la cual se vio el tema de homotecia, dándose condiciones específicas en la cual debe hacer uso de una figura auxiliar en la que se supone el problema resuelto, y finalizándose el ejercicio con la construcción del triángulo o figura geométrica siguiendo la síntesis realizada utilizando compás y regla.
Taller 8	Se practicaron las diferentes operaciones matemáticas con números complejos (suma, resta, multiplicación, división, potenciación, radicación y número complejo elevado a otro número complejo).

Fuente: Elaboración propia.

### 3.5.2 Variable 2: Evaluaciones cortas

La evaluación corta es una evaluación que se incorporó al sistema de evaluación del curso de GFT en el semestre 2018-I con la finalidad de que el alumno adquiriera un hábito de estudio universitario, en el que vea necesario el prestar atención a la clase y luego, en casa, realice un repaso de lo aprendido sobre la parte teórica, en otras palabras, que tenga la necesidad de aprender la teoría del curso.

Por lo tanto, la evaluación corta está enfocada en medir el conocimiento teórico y lo que se quiere para esta evaluación es que no sea tediosa para el alumno, para ello se pensó en facilitar la forma de responder los cuestionarios y el método de marcar era la mejor elección.

Al inicio del semestre, se pensó que el tiempo óptimo para estas evaluaciones sería de 5 minutos al iniciar la clase. El objetivo era que los alumnos repasen el contenido de la clase anterior, pero al momento de aplicarlo, esto trajo consigo una serie de inconvenientes que se explican más

adelante. Entonces, se decidió por tomar la evaluación fuera de la hora de clase y, además se decidió ampliar el tiempo de la evaluación a 30 minutos. Esto último fue porque la plataforma virtual *Forms de Microsoft*, brinda como tiempo mínimo de 30 minutos para que el mismo sistema abra y cierre la evaluación.

Esta evaluación tiene una función formativa para con el alumno, ya que este puede verificar o corregir sus conocimientos teóricos al término de evaluación, es decir, obtiene una retroalimentación inmediata. Por otra parte, para el docente también fue de bastante ayuda porque la herramienta virtual daba la información sobre la cantidad de alumnos que respondían las diferentes alternativas que se daban mostrándose en un gráfico de círculo, el porcentaje de alumnos que responde correctamente y la puntuación media del grupo que había dado la evaluación (ver Apéndice C), esto ayudaba a ver los puntos fuertes y débiles de los alumnos y reforzarlos en clase.

A continuación, se explicará las dos formas en que se llevó a cabo la evaluación corta. Como se dijo en líneas anteriores, en el 2018-I se introdujo por primera vez la evaluación corta, por lo que tuvo dos formas de llevarlo a cabo; la primera se realizó durante la primera mitad del semestre, y la segunda durante la segunda mitad del semestre.

La primera forma se desarrolló de la siguiente manera: Se realizaba durante los 5 primeros minutos de clases y estuvo compuesta por 5 preguntas de marcar. Aquí, el docente debía de habilitar y deshabilitar de forma manual el cuestionario. Esto trajo consigo algunas incomodidades por parte de los alumnos, primero, el malestar por parte del alumno al querer enviar la evaluación en el último momento y la plataforma se cerraba. Segundo, no todos los alumnos tenían dispositivo celular para hacerlo de forma virtual, entonces se les tomaba la evaluación de forma física, esto generaba desorden. Tercero, se complicaba tomar la evaluación de forma virtual por la cantidad de alumnos que se tenía en aula; no todos los alumnos tenían acceso a internet y siempre iban a preferir conectarse al internet de la universidad que, para la cantidad de alumnos que realizaban la evaluación en ese momento, la red desmejoraba notablemente. En la Figura 5 se muestra un ejemplo de una evaluación corta preliminar realizado en Word. En el Apéndice D se muestra un ejemplo de la evaluación corta que se tomó durante la primera mitad del semestre utilizando la plataforma *Forms*.

## Figura 5

*Ejemplo de una evaluación corta preliminar.*

UNIVERSIDAD DE PIURA  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
CURSO: GFT  
Evaluación corta N°1  
Nombre: \_\_\_\_\_  
Sección: \_\_\_\_\_

MARCAR LA RESPUESTA CORRECTA

1. ¿Quién afirmó "Nadie entre aquí sin saber geometría?" (1pto)

<input type="checkbox"/>	Tales de Mileto
<input type="checkbox"/>	Proclo
<input type="checkbox"/>	Euclides
<input type="checkbox"/>	Platón
<input type="checkbox"/>	Pitágoras

2. ¿Qué es un postulado? (1pto)

<input type="checkbox"/>	Proposición evidente en sí misma y, por tanto, no necesita demostración.
<input type="checkbox"/>	Proposición que se admite sin demostración, aunque no tiene la misma evidencia del axioma.
<input type="checkbox"/>	Proposición que para ser evidente necesita demostración.

3. ¿Quién afirmó "Todo es número?" (1pto)

<input type="checkbox"/>	Tales de Mileto
<input type="checkbox"/>	Proclo
<input type="checkbox"/>	Euclides
<input type="checkbox"/>	Platón
<input type="checkbox"/>	Pitágoras

4. ¿Qué es una proposición contrarrecíproca? (1pto)

<input type="checkbox"/>	Si no se cumple T, no se cumple H.
<input type="checkbox"/>	Si se cumple T, se cumple H.
<input type="checkbox"/>	Si se cumple H, se cumple T.
<input type="checkbox"/>	Si no se cumple H, no se cumple T.

5. Sobre las limitaciones del método axiomático. Seleccione la respuesta falsa (1pto)

<input type="checkbox"/>	Los sistemas axiomáticos no se cumplen en el mundo real.
<input type="checkbox"/>	El método axiomático puede ser aplicado en todo su rigor.
<input type="checkbox"/>	El conjunto obtenido puede ser lógico pero no refleja la realidad.
<input type="checkbox"/>	Se presta a construir sistemas de proposiciones deducidas de postulados.
<input type="checkbox"/>	La consistencia hay que buscarla fuera del sistema axiomático.

Fuente: Elaboración propia

Ya que la finalidad de la evaluación corta era mejorar el proceso de evaluación, con estos inconvenientes era difícil ver con claridad si los objetivos se estaban logrando, por lo tanto, se propuso la segunda forma.

Esta estuvo compuesta por aproximadamente 20 preguntas de marcar que debían responder en un lapso de 30 minutos los días domingo de 8:30 hasta las 9:00 de la mañana. Se podían resolver utilizando un dispositivo móvil, tablet o laptop desde sus casas. En general, el puntaje de cada pregunta era de un punto, pero este puntaje se designaba en función de la dificultad que tenía la pregunta. En el Apéndice E se muestra un ejemplo de la evaluación corta que se tomó durante la segunda mitad del semestre.

Se hicieron 16 evaluaciones cortas en total durante todo el semestre y cada evaluación corta evaluaba lo aprendido en la clase anterior. Asimismo, se sumaban los puntajes que se obtenían en cada evaluación corta.

Para la obtención de la nota correspondiente a las evaluaciones cortas en el sistema vigesimal, se realizó la operación de "regla de tres simple directa", la cual fue calculada con la suma máxima de los puntos obtenidos del salón de cada una de las evaluaciones cortas y la nota máxima del sistema de calificación en el Perú, el 20.

Su finalidad fue tener una relación sobre el conocimiento teórico adquirido por los alumnos con base en el alumno con mayor capacidad de aprendizaje, el cual se vio reflejado en el mayor puntaje

obtenido. Este método fue utilizado porque se analizó que sería conveniente evaluar a los alumnos según el aprendizaje en conjunto.

### 3.5.3 Variable 3: Rendimiento académico

El rendimiento académico es el indicador de éxito o fracaso del alumno en función de si se ha llegado a los objetivos del curso o no. Es la puntuación obtenida en la evaluación corta, prácticas, exámenes y promedio final del curso, en el cual se desarrollan problemas prácticos y se deben de fundamentar con la teoría aprendida.

El sistema de evaluación del curso de GFT estuvo conformado por ocho prácticas con peso uno cada práctica y con opción de eliminar las dos prácticas con menor nota; dos exámenes, parcial y final, con peso tres cada examen; las evaluaciones cortas equivalente a una práctica no anulable y un trabajo grupal con peso dos. Por lo tanto, el rendimiento académico final del curso se calculó de la siguiente manera:

$$\text{Rendimiento final del curso} = \frac{(8 \text{ prácticas} - 2 \text{ menores}) + (\text{parcial} + \text{final}) * 3 + (\text{Ev. Cortas}) + \text{Trabajo} * 2}{15}$$

### 3.6 Operacionalización de las variables

En la Tabla 7 se presenta el resumen de las variables con sus definiciones, conceptual y operacional, dimensiones e indicadores.

Tabla 7

## Matriz de operacionalización

Variables	Definición conceptual	Definición operacional	Dimensiones	Indicadores
1.Talleres	Estrategia donde los participantes tienen una participación activa. Un número de estudiantes reunidos con una finalidad educativa; el objetivo principal debe ser que esas personas produzcan ideas basándose en la teoría brindada previamente, y resolver los problemas propuestos (Maya Betancourt, 2007).	Estrategia donde los estudiantes resuelven las dudas que se tienen al aplicar los conocimientos teóricos en los ejercicios. Para su desarrollo se sigue la siguiente metodología: resolver la duda de forma individual, luego consultar con sus compañeros de grupo; si la duda persiste preguntar al asistente de apoyo o al profesor del curso.	Asistencia al taller.	Número de veces que asiste Nota en práctica inmediata al taller.
2.Evaluación corta	Es una alternativa de entorno virtual el cual da una facilidad informática para la comunicación y el intercambio de información en el que se desarrollan procesos de enseñanza-aprendizaje, para esto, hace uso de una plataforma que permite la interacción docente y estudiante utilizando el internet (Mestre Gómez et al., 2007).	Evaluación enfocada en la teoría del tema a estudiar. Está compuesta por preguntas múltiples de marcar, la cual se desarrolla desde la computadora o celular, utilizando la plataforma <i>Forms de Microsoft</i> .	Contenido teórico Frecuencia de evaluación semanal	Nota obtenida en la evaluación corta.
3.Rendimiento en el curso de GFT	Conjunto de destrezas cognitivas que el estudiante adquiere de manera progresiva y las demuestra en las evaluaciones.	Mejora en el desarrollo de problemas fundamentando con la teoría aprendida. Realización de análisis y síntesis en problemas de construcción, el cual se verá reflejado en la nota de prácticas o exámenes.	Rendimiento en la práctica inmediata al taller. Rendimiento final del curso en función de la cantidad de veces asistidas al taller.	Porcentaje de aprobación de la práctica inmediata al taller. Porcentaje de aprobación del curso

Fuente: Elaboración propia.

### 3.7 Técnicas e instrumentos de recolección de datos

Los datos utilizados en el análisis estadístico fueron obtenidos de la información cuantitativa brindada por el profesor de las notas generadas por los alumnos (promedio de las evaluaciones cortas contado como una práctica no anulable, las prácticas, los exámenes parcial y final, y el promedio final del curso) y de la plantilla de asistencia de los alumnos a los talleres.

### 3.8 Procesamiento y presentación de resultados

Para la presentación de los resultados, es necesario realizar un procesamiento de los datos, el cual se realizó una regresión lineal en el que se dio a conocer la relación que existe entre la variable dependiente (promedio de prácticas) con las variables independientes (asistencia al taller y evaluaciones cortas).

La regresión lineal es “una técnica estadística utilizada para estudiar la relación entre una variable dependiente o respuesta y las variables independientes” (Rojo, 2007, p. 68) o predictoras que son las que van a tratar de dar una explicación a la variable respuesta. Este método tiene la ventaja de utilizar más información en la construcción del modelo y, consecuentemente, dar estimaciones más precisas (Rojo, 2007).

El análisis estadístico se realizó a través del programa Minitab18, considerando el procedimiento que a continuación se indica:

- ✓ Elaboración de la base de datos: La base de datos se definió según la lista de variables que intervienen en la investigación que son: la asistencia de los alumnos a los talleres, el promedio de las prácticas que tenían relación al taller inmediato y las notas de las evaluaciones cortas. Esta información fue obtenida de los registros realizados por los docentes que dictaron el curso de GFT en el semestre 2018-I.
- ✓ Elaboración de tablas: Los resultados se organizaron en 2 tipos de tablas, la primera fue teniendo en cuenta la agrupación de los datos según la asistencia a los talleres, y la segunda fue sin considerar la agrupación de los datos según la asistencia a los talleres. Con estos dos puntos de vista, se elaboraron los análisis de regresión entre las variables independientes (talleres y evaluaciones cortas) con la variable dependiente (promedio de prácticas).
- ✓ Elaboración de gráficos: Se realizaron los diferentes gráficos para visualizar de una mejor forma la representación de la relación entre las variables de la investigación.
- ✓ Interpretación de los resultados: Se interpretaron los resultados más resaltantes obtenidos de las tablas y gráficos, y con esta interpretación, se pudieron dar las diferentes conclusiones de la investigación realizada.

### 3.9 Intervención docente

#### 3.9.1 Descripción

El curso de GFT se dicta para los alumnos del primer ciclo de la facultad de Ingeniería dirigido a los programas académicos de Ingeniería Industrial y Sistemas, Ingeniería Civil e Ingeniería Mecánico-Eléctrica.

Tiene un valor de 5 créditos, lo que significan las horas de clase dictadas. Se dictan dos clases por semana con una duración de 1 hora con 40 minutos dividida en dos bloques de 50 minutos cada

uno y, un taller con una duración de 2 horas por la tarde. El curso tiene una duración de 14 semanas de clase.

Los objetivos del curso son (Guerrero, 2018):

- ✓ Abstraer, analizar, sintetizar, evaluar y aplicar los aspectos teóricos.
- ✓ Construir lugares geométricos y triángulos, conociendo sus propiedades.
- ✓ Demostrar y aplicar teoremas geométricos y trigonométricos.
- ✓ Desarrollar los hábitos de orden, agudeza mental y claridad.

El estilo de enseñanza ejercido en el curso es Formal y Estructurado. Formal porque se realiza un aprendizaje reflexivo en la cual los alumnos deben sustentar sus ideas desde la racionalidad, y Estructurado porque también se realiza un aprendizaje teórico en la cual los alumnos deben demostrar lo aprendido.

### 3.9.2 Contenido

GFT está dividido en cuatro unidades, cuyos objetivos son:

- I. **Unidad 1:** Inducción y deducción en geometría, dar conocimiento sobre los postulados y axiomas, dar conocimiento de las geometrías no euclídeas, así como también sobre la recta orientada y con esto el teorema de Chasles y que los alumnos tengan un conocimiento básico sobre la razón simple de distancia. Conocer las definiciones exactas sobre circuncentro, incentro, ortocentro, bisectriz, mediatriz, recta, circunferencia, recta perpendicular, etc.; y la construcción de estas con regla y compás. Conocer los lugares geométricos para la construcción de triángulos.
- II. **Unidad 2:** Aplicar los conocimientos teóricos basándose en las definiciones exactas de los lugares geométricos para la construcción de triángulos, en el cálculo numérico del triángulo (hallar valores de los lados del triángulo y ángulos), la aplicación de teoremas de existencia del triángulo y conocimiento de los teoremas de senos, cosenos, tangentes, fórmula de Briggs, área del triángulo, teorema de Pitágoras y Pitágoras generalizado.
- III. **Unidad 3:** Conocimiento sobre las transformaciones isométricas (traslación, rotación, simetría axial y reflexión) e isomórficas (homotecia).
- IV. **Unidad 4:** Conocimiento sobre los números complejos y sus operaciones matemáticas, conocimiento sobre diedros y triedros, y sus propiedades, conocimiento sobre el triángulo asociado al triedro y las leyes de senos y cosenos para el cálculo de valores (ángulos de cara, ángulos diedros y ángulo sólido).

Se muestra en la Tabla 8 el contenido de cada unidad con la especificación de la cantidad de horas de clase realizadas para cada tema.

**Tabla 8***Contenido de las unidades del curso de GFT*

Unidad	Tema	Horas de clase
Unidad 1	Lógica y geometría	2h
	Relación entre puntos de una recta y números reales	2h
	Algunas propiedades del triángulo	2h
	Relación entre ángulos y arcos de circunferencia	4h
	Segmentos proporcionales	4h
Unidad 2	Relaciones métricas en el triángulo	4h
	Resolución de triángulos planos	4h
Unidad 3	Generalidades sobre transformaciones	8h
	Semejanza y homotecia	8h
Unidad 4	Números complejos	4h
	Introducción a la trigonometría esférica	2h
	Esfera y triángulos esféricos	2h
	Resolución de triángulos esféricos	2h

Fuente: Elaboración propia.

**3.9.2.1 Metodología del curso.** La metodología del curso estuvo conformada por clases teóricas expositivas y, según el tema que se trate, pueden ser inductivas, analíticas, deductivas y sintéticas. Durante las clases se realizan casos prácticos, ejemplos, solución de problemas, construcción de triángulos y figuras geométricas. Se hace uso de calculadora simple y los instrumentos básicos de dibujo como lápiz, regla, borrador y compás.

Al ser GFT un curso del primer ciclo de la carrera, en el aula se pueden ver alumnos muy preparados, ya sea porque en el colegio le enseñaron o porque fueron a academias preuniversitarias, como alumnos que no tienen ningún conocimiento de la geometría. Entonces, al no ser homogéneo el nivel de preparación de los alumnos, en el dictado de las clases se aplica la teoría de aprendizaje significativo de Ausubel, siempre se inicia el tema explicando los conocimientos previos necesarios para abordar un nuevo tema. De igual forma, si un tema no se concluyó en una clase, en la siguiente se hace un repaso del contenido visto en la clase anterior. Esta es una forma de mantener la ilación del tema y el interés de los alumnos.

Además, en el dictado de la clase, se aplican las siguientes fases del modelo de Van Hiele (Vargas y Gamboa, 2013):

- ✓ Fase 1 – Información: El docente identifica los conocimientos previos que puedan tener los estudiantes. En la clase de GFT, al iniciar el tema se realizan preguntas como ¿qué saben al respecto? O ¿qué entienden por...?
- ✓ Fase 2 - Orientación dirigida: Como su nombre lo dice, orienta al alumno mediante ejercicios para que descubran y aprendan las relaciones básicas de la red de conocimientos por formar. En el curso, a los alumnos, se les explica la definición, las propiedades y los teoremas que abarca, para luego, plantear un ejercicio y que traten de resolverlo.

- ✓ Fase 3: Explicitación: Los alumnos expresan el paso a paso de la secuencia lógica para la resolución del ejercicio, luego deben intercambiar sus experiencias con el profesor y los demás compañeros de clase. Con esto se trabajan dos aspectos, que el alumno sea consciente de las relaciones descubiertas, y que afiancen el lenguaje teórico que corresponde al tema estudiado. Por lo general, después de resolver un ejercicio, se generan debates de las diferentes formas de cómo se puede abordar un mismo problema.

Por ejemplo, al estudiar las propiedades del triángulo, se hace un repaso de los conocimientos vistos en el colegio como los criterios de congruencia y las categorías de ángulos y rectas. Con esto repasado, se procede a expandir un poco más el conocimiento que se tenía introduciendo definiciones universitarias (la definición de bisectriz enseñada en el colegio es de “una línea que parte el ángulo en dos”, mientras que en la universidad sería “conjunto de puntos que cumplen con la condición de equidistar a los lados que forman el ángulo”) y por último se les enseña a realizar los trazos utilizando regla, compás y lápiz.

Para verificar si el alumno ha comprendido los nuevos conocimientos y ha adquirido este nuevo nivel de razonamiento, se aplican las evaluaciones del ciclo, prácticas y exámenes; y para verificar si se entendió la clase expuesta, se aplican las evaluaciones cortas.

**3.9.2.1.1 Prácticas.** Las prácticas son evaluaciones en las cuales el alumno demuestra si ha alcanzado con los objetivos del tema estudiado. En la Tabla 9 se muestra de forma resumida, la cantidad de prácticas tomadas en el semestre 2018-I, y su contenido.

Tabla 9

*Resumen de prácticas y su contenido*

1	Tener conocimiento del quinto postulado, sobre la geometría hiperbólica e identificar las proposiciones: recíproca, contraria y contrarrecíproca. Demostrar su conocimiento sobre abscisas, distancia y teorema de Chasles en ejercicios prácticos; y demostrar su conocimiento sobre la definición exacta de los lugares geométricos (mediatriz y recta perpendicular) y construirlo utilizando compás y regla.
2	Demostrar su conocimiento sobre la definición exacta de los lugares geométricos (arco capaz, circuncentro, bisectriz) y sobre propiedades básicas de los triángulos. Explicar, analizando y sintetizando, la construcción del triángulo dándose algunos datos de partida, haciendo uso de una figura auxiliar en la que se supone el problema resuelto, y finalizándose el ejercicio con la construcción del triángulo siguiendo la síntesis realizada.
3	Demostrar su conocimiento sobre semejanza de triángulos y sobre el teorema de Tales de Mileto. Demostrar su conocimiento sobre la división de un segmento según una proporción dada. Explicar, analizando y sintetizando, la construcción del triángulo dándose algunos datos de partida relacionados al tema de semejanza de triángulos, haciendo uso de una figura auxiliar en la que se supone el problema resuelto, y finalizándose el ejercicio con la construcción del triángulo siguiendo la síntesis realizada.
4	Conocimiento sobre la demostración del teorema de cosenos. Resolver un triángulo (conocer los tres lados y tres ángulos del triángulo) partiendo de datos iniciales, teniendo en cuenta la existencia del triángulo según sus propiedades básicas. Explicar, analizando y sintetizando, la construcción del triángulo dándose algunos datos de partida, haciendo uso de una figura auxiliar en la que se supone el problema resuelto, y finalizándose el ejercicio con la construcción del triángulo siguiendo la síntesis realizada.
5	Resolución de lugares geométricos deduciendo teoremas en el que el alumno debe apoyarse en la construcción de una figura auxiliar. Explicar, analizando y sintetizando, la construcción del triángulo dándose condiciones específicas en la cual debe hacer uso de una figura auxiliar en la que se supone el problema resuelto, y finalizándose el ejercicio con la construcción del triángulo siguiendo la síntesis realizada.
6	Resolver problema de distancia mínima entre dos puntos aplicando transformaciones. Demostrar su conocimiento sobre la simetría axial y central en ejercicios prácticos (triángulo órtico y punto de Fermat). Explicar, analizando y sintetizando, la construcción de un problema planteado teniendo en cuenta condiciones específicas en la cual debe hacer uso de una figura auxiliar en la que se supone el problema resuelto, y finalizándose el ejercicio con la construcción de la figura pedida siguiendo la síntesis realizada.
7	Resolver problemas prácticos teniendo claro el concepto de homotecia y los teoremas de homotecia. Explicar, analizando y sintetizando, la construcción de figuras teniendo en cuenta las condiciones específicas iniciales en la cual debe hacer uso de una figura auxiliar en la que se supone el problema resuelto, y finalizándose el ejercicio con la construcción de la figura pedida siguiendo la síntesis realizada.
8	Demostrar sus conocimientos sobre números complejos y las operaciones matemáticas con números complejos en la resolución de problemas prácticos.

Fuente: Elaboración propia.

Las prácticas están divididas en 2 partes, la primera que puede estar conformada por la parte teórica o ejercicios numéricos, y la segunda parte está conformada por la “construcción de triángulos”. La construcción de triángulos está enfocada en que el alumno resuelva el problema (por lo general es construir un triángulo específico, pero también puede ser cualquier figura geométrica) partiendo de una cantidad limitada de información, por ejemplo, teniendo un par de lados del triángulo y un ángulo, o teniendo 2 ángulos y un lado, o teniendo el perímetro y dos ángulos, etc.; los datos se van complicando mientras se vaya avanzando en los temas del curso.

Para resolverlo, no hay una sola forma de hacerlo, entonces la percepción del alumno es muy importante porque al tener los datos, relacionarlos con sus propiedades, teoremas, restricciones, etc., decidirá la mejor forma para llegar a obtener el triángulo pedido. En el Apéndice F, se muestra un ejemplo de una práctica tomada en el curso de GFT 2018-I.

Como lo explica Orozco (2015), el aprendizaje a través de la construcción de triángulos es positiva porque ayuda al alumno a organizar sus ideas, su lenguaje, sus inferencias y deducciones. Por otro lado, ayuda a evidenciar el grado de interés que tiene el alumno hacia las matemáticas, teniendo en cuenta que la motivación es uno de los requisitos más importantes para que se de un aprendizaje significativo.





## Capítulo 4. Resultados de la investigación

En este capítulo, se presenta de manera detallada los resultados alcanzados durante el procesamiento de los datos de la investigación, presentándolos de manera organizada y teniendo en cuenta los objetivos de esta.

En la investigación se determinó un objetivo general, que consistió en analizar el aporte de la aplicación de los talleres y evaluaciones cortas en el rendimiento académico de los estudiantes del curso de GFT, y tres objetivos específicos que consistieron en:

- ✓ Describir el rendimiento académico de los estudiantes del curso de GFT del semestre 2018-I de la Universidad de Piura, teniendo en cuenta la variable talleres.
- ✓ Describir el rendimiento académico de los estudiantes del curso de GFT del semestre 2018-I de la Universidad de Piura, teniendo en cuenta la variable evaluaciones cortas.
- ✓ Analizar la relación entre el rendimiento académico de los estudiantes del curso de GFT del semestre 2018-I, la asistencia a los talleres y el desempeño en las evaluaciones cortas.

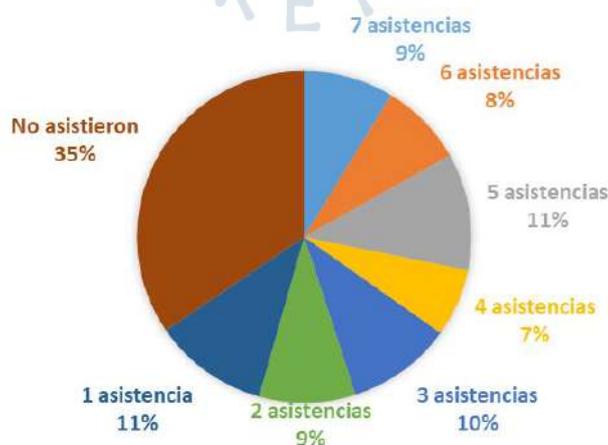
### 4.1 Rendimiento académico de los estudiantes teniendo en cuenta la variable “asistencia a talleres”

Para ver la incidencia de los talleres en el rendimiento académico final del curso, es necesario ver su incidencia en las prácticas, ya que en los talleres se reforzaba el contenido del curso que se evaluaría en la práctica más próxima.

A continuación, se muestra en la Figura 6, la gráfica circular que indica el porcentaje de alumnos que asistieron a los talleres. De acuerdo con la figura, se observa que el 35% de los alumnos no asistieron a los talleres, mientras que el 30% asistieron entre uno y tres talleres, y el 35% asistieron entre cuatro y siete talleres.

**Figura 6**

*Gráfica circular en la que se representa el porcentaje de alumnos según la asistencia a los talleres*

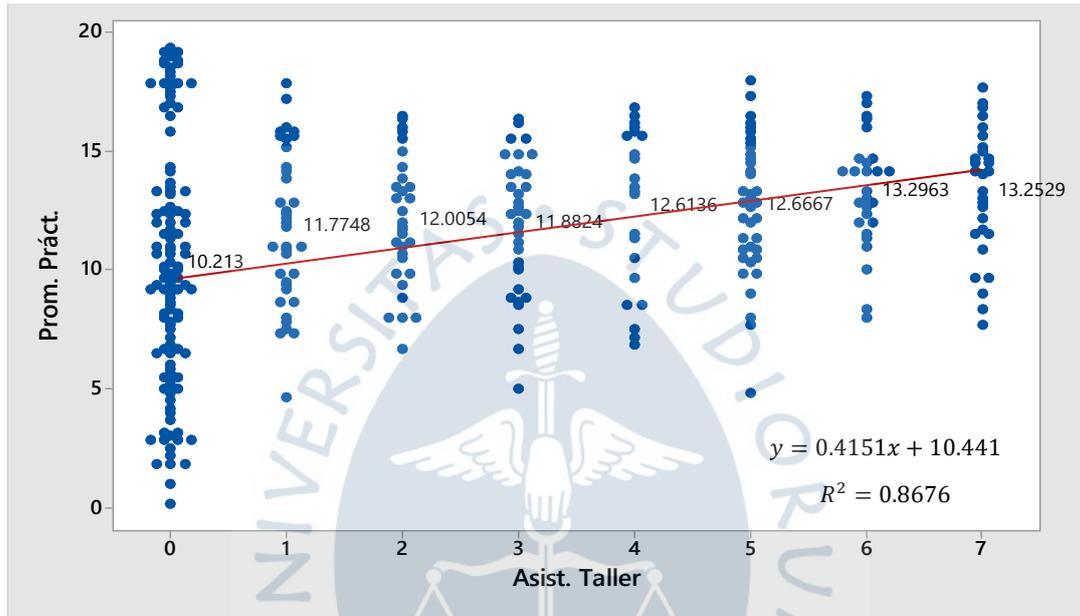


Fuente: Elaboración propia.

Luego de ver la distribución de los alumnos con respecto a la asistencia a los talleres, se procede a mostrar en la Figura 7, el gráfico de los valores individuales del promedio de prácticas de los alumnos con respecto a la asistencia de los talleres.

**Figura 7**

*Gráfico de dispersión del promedio de prácticas vs. asistencia de talleres y con línea de tendencia de la media del promedio de prácticas*



Fuente: Elaboración propia.

Se puede observar que los alumnos que no asistieron a los talleres tienen notas que van desde 0 hasta 19. La gran dispersión que se tiene se debe a que se ha considerado como muestra a todo el alumnado que se encontraba en primer ciclo y no se ha discernido los alumnos que son muy buenos y pueden obtener muy buenas notas sin ayuda, ya sea porque son alumnos excepcionales o tienen buen método de estudio; ni los alumnos que son muy malos en el curso por diferentes razones, falta de motivación, mala base escolar, malos métodos de estudio, problemas personales, circunstancias familiares, etc.

En cambio, se puede ver que los alumnos que sí asisten a los talleres, su dispersión no es tan grande, esto se debe a que el taller era voluntario y los alumnos que asistían a los talleres iban con disposición para el aprendizaje.

Desde el punto de vista del grupo de alumnos que sí asistieron a los talleres, ya sea desde uno hasta siete talleres, los rangos de notas suben considerablemente con respecto a los alumnos que no asisten a los talleres. Los alumnos que no asistieron a ningún taller obtuvieron de promedio de prácticas 10.2, mientras que los que asistieron de uno a tres talleres obtuvieron un rango de nota entre

11.7 y 12 en el promedio de prácticas. Por otro lado, los que asistieron entre cuatro a siete talleres, obtuvieron un rango de nota de 12.6 a 13.2 en el promedio de prácticas.

Agrupando a los alumnos según la asistencia al taller, se obtiene una línea de regresión con R-cuadrado de 86.76%, lo cual indica una gran influencia de la asistencia al taller sobre el promedio de prácticas. Se puede concluir que, en promedio, asistir a un taller más, mejora la nota en las prácticas en +0.43 puntos.

Además, en el análisis de regresión realizado con este mismo enfoque, mostrado en la Tabla 10, se observa un valor de  $p$  menor que 0.005, lo cual indica una relación significativa entre la variable asistencia al taller sobre el promedio de prácticas, y un R-cuadrado ajustado de 84.56%, lo cual indica que la relación entre las variables es alta.

**Tabla 10**

*Análisis de regresión del promedio de prácticas y la asistencia al taller agrupando a los alumnos según la asistencia al taller*

<b>Ecuación de regresión</b>					
Promedio de prácticas		=	10.856 + 0.4151 Asistencia al Taller		
<b>Coefficiente</b>					
Término	Coefficiente	EE del coeficiente	Valor T	Valor p	FIV
Constante	10.856	0.277	39.21	0.000	
Asistencia al Taller	0.4151	0.0662	6.27	0.001	1.00
<b>Resumen del modelo</b>					
S	R-cuad.	R-cuad. (ajustado)		R-cuad. (pred)	
3.428914	86.76%	84.56%		70.58%	

Fuente: Elaboración propia.

Sin embargo, realizando el análisis de regresión entre estas mismas variables tomando en cuenta toda la muestra de forma general, sin agrupaciones (Tabla 11); se observa un valor de  $p$  menor que 0.005, lo cual reitera la relación significativa que existe entre la variable asistencia al taller sobre el promedio de prácticas, pero se tiene un R-cuadrado ajustado de 9.09%, lo cual indica que la relación entre las variables es muy baja. Esto significa que es posible que existan otras variables que incidan en el promedio de prácticas de los alumnos. Se podría decir, por ejemplo, la cantidad de horas de estudio que le dedican al curso, el nivel de atención que prestan en clase, la motivación que tengan para estudiar la carrera, el conocimiento previo que traigan del colegio, etc.

Ha de recalarse que este resultado es contradictorio con el resultado anterior, y esto se puede justificar porque se tiene mucha dispersión en los resultados de los alumnos que no asisten a los talleres, generando que el R-cuadrado sea bajo, y por lo tanto se observa una incidencia baja.

**Tabla 11**

*Análisis de regresión del promedio de prácticas y la asistencia al taller sin agrupar a los alumnos según la asistencia al taller*

<b>Ecuación de regresión</b>					
Promedio de prácticas		=	10.515 + 0.4803 Asistencia al Taller		
<b>Coefficiente</b>					
Término	Coefficiente	EE del coeficiente	Valor T	Valor p	FIV
Constante	10.515	0.290	36.22	0.000	
Asistencia al Taller	0.4803	0.0821	5.85	0.000	1.00
<b>Resumen del modelo</b>					
S	R-cuad.	R-cuad. (ajustado)	R-cuad. (pred)		
3.69313	9.37%	9.09%	8.28%		

Fuente: Elaboración propia.

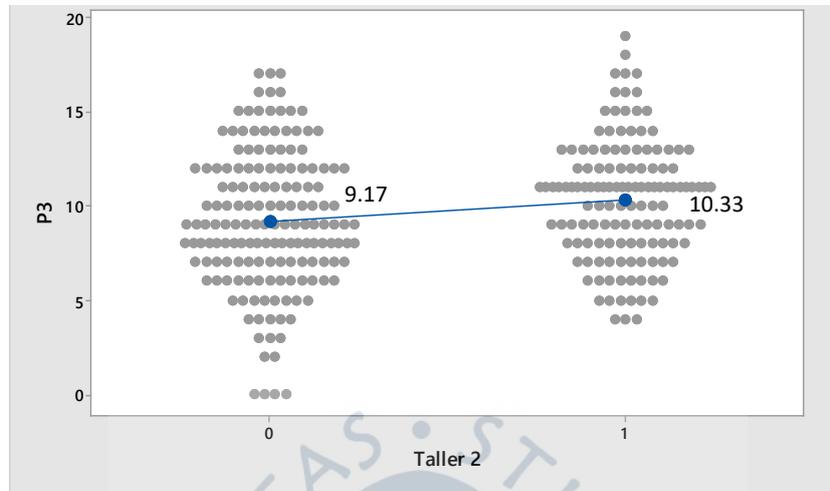
Se han realizado los análisis de regresión de las variables promedio de prácticas con asistencia a los talleres bajo dos enfoques, agrupando a los alumnos según la asistencia al taller y sin agrupar a los alumnos según la asistencia al taller. Ahora, se mostrará el análisis sobre la incidencia de cada taller con la práctica próxima. Previamente a esto, se realizará una aclaración sobre los talleres.

Los talleres, descritos en esta investigación, se desarrollaron desde el taller 2 hasta el taller 8. El taller 1 fue una nota técnica en la que los alumnos respondían preguntas teóricas sobre “Lógica y geometría”, por lo tanto, ese taller no se ha considerado dentro del análisis que se va a presentar a continuación.

Realizada esta aclaración, se procede a mostrar el análisis sobre la incidencia de cada taller sobre la práctica próxima. En la Figura 8 se puede observar el gráfico de dispersión de la práctica 3 vs. taller 2. En esta gráfica se muestra, con un intervalo de confianza de 95%, una diferencia significativa entre las medias de la práctica 3 según la asistencia o no al taller 2. Esto quiere decir, que el taller sí incide sobre la práctica. Este mismo gráfico se realizó para las diferentes prácticas: 4, parcial, 5, 6, 7 y 8; con sus respectivos talleres 3, 4, 5, 6, 7 y 8 (ver Apéndice G). En estos gráficos se obtuvieron los mismos resultados que en la Figura 7, una diferencia significativa entre las medias de las prácticas según la asistencia o no al taller, lo que demostró que los talleres sí inciden sobre las prácticas.

**Figura 8**

*Gráfico de dispersión de la práctica 3 vs. taller 2 y comparación entre las medias de la práctica según la asistencia al taller y la no asistencia al taller*



Fuente: Elaboración propia.

En general, la asistencia a los talleres tiene una incidencia sobre el promedio de prácticas, dependiendo del punto de vista en que se quiera enfocar, y según esto, la relación tendrá mayor o menor porcentaje. Además, analizándola de forma individual, es beneficiosa porque ayuda a obtener una nota mayor en la práctica en comparación a si no se asiste a los talleres.

#### **4.2 Rendimiento académico de los estudiantes teniendo en cuenta la variable evaluaciones cortas**

Para ver la incidencia de las evaluaciones cortas en el rendimiento académico final del curso, es necesario ver su incidencia en las prácticas, ya que, así como los talleres, reforzaban el contenido del curso que se evaluaría en la práctica más próxima.

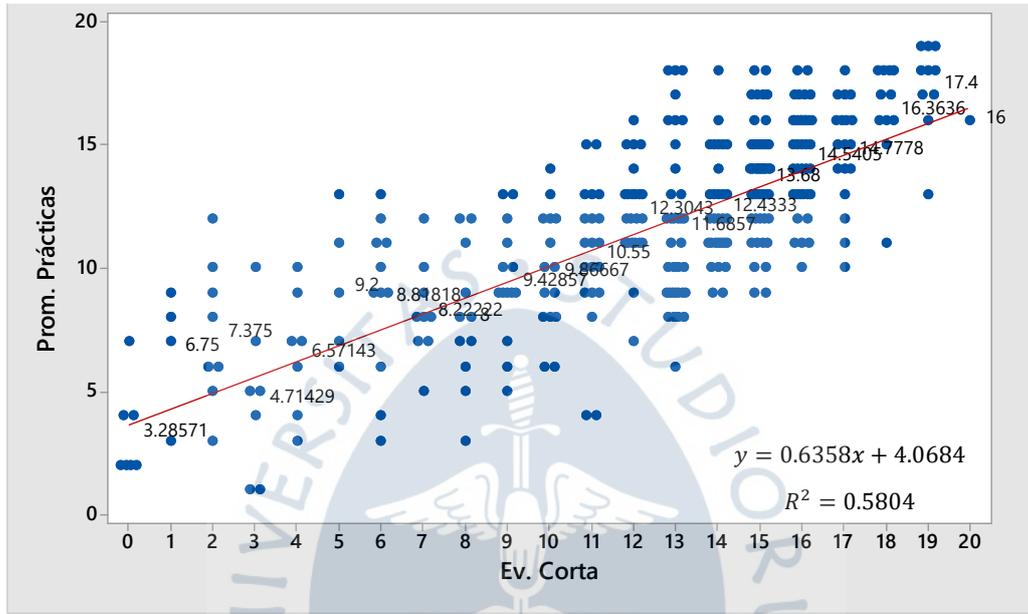
Primero, se inicia mostrando en la Figura 9, el gráfico de dispersión del promedio de prácticas vs. las evaluaciones cortas. Además, en el gráfico también se puede visualizar la línea de tendencia de la media del promedio de prácticas. Se puede observar que los alumnos desaprobados en las evaluaciones cortas obtuvieron como resultado notas entre 3.3 y 9.9 en el promedio de prácticas, mientras que los alumnos que tuvieron notas aprobatorias en las evaluaciones cortas obtuvieron como resultado notas entre 10.6 y 17.4 en el promedio de prácticas.

También se puede ver una mayor dispersión en el promedio de prácticas para aquellos alumnos que tuvieron como nota de evaluación corta de 0 hasta 8. Con respecto a esta observación, la determinación de la causa de esta dispersión, implica un estudio más amplio y cabe recalcar que la presente investigación no está enfocada en ver estas causas, pero se podría indicar una posible hipótesis al respecto, como por ejemplo: que los alumnos no dominaron la parte teórica y que, al ser

las evaluaciones cortas de opción múltiple, pudo haber tenido una circunstancia de suerte con la cual llegó a tener un puntaje que no refleja realmente su conocimiento sobre el tema.

**Figura 9**

*Gráfico de dispersión del promedio de prácticas vs. evaluaciones cortas y con línea de tendencia de la media del promedio de prácticas*



Fuente: Elaboración propia.

A continuación, se realiza el análisis de regresión con respecto a las variables promedio de prácticas y evaluaciones cortas teniendo en cuenta la agrupación de los alumnos según la asistencia a los talleres (Tabla 12), donde se obtiene un valor  $p$  menor que 0.005 lo que indica que la evaluación corta influye en el promedio de prácticas, y un R-cuadrado ajustado de 89.17%, lo cual indica que la relación entre las variables es alta.

**Tabla 12**

*Análisis de regresión del promedio de prácticas y las evaluaciones cortas agrupando a los alumnos según la asistencia al taller.*

<b>Ecuación de regresión</b>					
Promedio de prácticas		=	4.851 + 0.5778 Evaluaciones cortas		
<b>Coefficiente</b>					
Término	Coefficiente	EE del coeficiente	Valor T	Valor p	FIV
Constante	4.851	0.982	4.94	0.003	
Evaluaciones cortas	0.5778	0.0754	7.66	0.000	1.00
<b>Resumen del modelo</b>					
S	R-cuad.	R-cuad. (ajustado)	R-cuad. (pred)		
0.359130	90.72%	89.17%	78.73%		

Fuente: Elaboración propia.

Sin embargo, realizando el análisis de regresión entre las variables (Tabla 13), tomando en cuenta toda la muestra de forma general, sin agrupaciones; se observa un valor  $p$  menor que 0.005, lo cual reitera la relación significativa que existe entre la variable evaluaciones cortas sobre el promedio de prácticas, pero se tiene un R-cuadrado ajustado de 57.91%, lo cual indica que la relación entre las variables es ligeramente mayor al 50%. Este resultado indica que sí existe relación entre ambas variables y que la discrepancia entre los dos resultados obtenidos se deba a la dispersión en los resultados de los alumnos, ya que se está tomando una muestra donde hay alumnos muy buenos, pero también alumnos con un rendimiento bajo (no están motivados, no quieren estudiar la carrera o la base escolar haya sido muy baja, etc.).

En general se puede concluir que, tomar las evaluaciones cortas es beneficioso para el alumno porque los obliga a estudiar la parte teórica del curso y, por lo tanto, tienen un mejor promedio de prácticas.

**Tabla 13**

*Análisis de regresión del promedio de prácticas y las evaluaciones cortas sin agrupar a los alumnos según la asistencia al taller.*

<b>Ecuación de regresión</b>					
Promedio de prácticas		=	4.068 + 0.6358 Evaluaciones cortas		
<b>Coefficiente</b>					
Término	Coefficiente	EE del coeficiente	Valor T	Valor p	FIV
Constante	4.068	0.384	10.60	0.000	
Evaluaciones cortas	0.6358	0.0297	21.40	0.000	1.00
<b>Resumen del modelo</b>					
S	R-cuad.	R-cuad. (ajustado)	R-cuad. (pred)		
2.51295	58.04%	57.91%	57.51%		

Fuente: Elaboración propia.

### 4.3 Análisis del rendimiento académico y las variables “talleres” y “evaluaciones cortas”

Como se pudo ver en los apartados anteriores, se evidencia claramente que existe una relación directa entre el promedio de prácticas y la asistencia a los talleres, así como también la relación que hay entre el promedio de prácticas y las evaluaciones cortas, independientemente del enfoque dado, agrupando a los alumnos según la asistencia al taller o sin agrupar.

No obstante, es necesario elaborar el análisis de estas dos variables, talleres y evaluaciones cortas, en simultáneo para ver la influencia que tienen sobre el promedio de prácticas.

Bajo el enfoque de analizar agrupando a los alumnos según la asistencia a los talleres (Tabla 14), se muestra el análisis de regresión del promedio de prácticas, con la asistencia al taller y las evaluaciones cortas, obteniéndose el siguiente resultado. La variable asistencia al taller obtuvo como resultado un valor  $p$  igual a 0.247, lo cual es mayor que 0.005. Esto significaría que no existe una relación significativa entre esta variable y el promedio de prácticas. Por otro lado, la variable evaluaciones cortas obtuvo como resultado un valor  $p$  igual a 0.085, lo cual es mayor que 0.005. De igual forma, esto significaría que no existe una relación significativa entre esta variable y el promedio de prácticas. Sin embargo, se obtiene un R-cuadrado ajustado de 90.33%, lo cual indica que ambas variables sí influyen en el promedio de prácticas y con un alto porcentaje.

Esta contradicción se debe a que existe una relación entre estas variables, asistencia al taller y evaluaciones cortas, y al existir una dependencia entre ellas, se generan los valores de  $p$  mayor que 0.005. Esto se explica en que, la parte teórica es importante para entender la parte práctica, pero también, la parte práctica ayuda a entender mejor la parte teórica.

Al existir una relación entre ellas, entonces se obtiene como resultado que estas variables no son significativas para el promedio de prácticas, como si no hubiese una aportación de la variable por sí sola, pero en realidad esto se debe a que la información de una (la asistencia al taller) ya se encuentra vinculada en la otra (en las evaluaciones cortas) y viceversa.

**Tabla 14**

*Análisis de regresión del promedio de prácticas con las variables asistencia al taller y evaluaciones cortas agrupando a los alumnos según la asistencia al taller.*

<b>Ecuación de regresión</b>					
Promedio de prácticas = 6.94 + 0.167 Asistencia al taller + 0.371 Evaluaciones Cortas					
<b>Coficiente</b>					
Término	Coficiente	EE del coeficiente	Valor T	Valor p	FIV
Constante	6.94	1.84	3.76	0.013	
Asistencia al taller	0.167	0.127	1.31	0.247	5.91
Evaluaciones cortas	0.371	0.173	2.14	0.085	5.91
<b>Resumen del modelo</b>					
S	R-cuad.	R-cuad. (ajustado)	R-cuad. (pred)		
0.339461	93.09%	90.33%	78.34%		

Fuente: Elaboración propia.

Por otro lado, bajo el enfoque de analizar sin agrupar a los alumnos según la asistencia a los talleres (Tabla 15), se muestra el análisis de regresión del promedio de prácticas, con la asistencia al taller y las evaluaciones cortas, obteniéndose el siguiente resultado. La variable asistencia al taller obtuvo como resultado un valor  $p$  igual a 0.861, lo cual es mayor que 0.005. Esto significaría que no existe una relación significativa entre esta variable y el promedio de prácticas, mientras que la variable evaluaciones cortas obtuvo como resultado un valor  $p$  menor que 0.005. Además, se obtiene un R-cuadrado ajustado de 57.79%.

Así como el análisis anterior, esto significa que la variable asistencia al taller se encuentra representada en las evaluaciones cortas y que la relación de estas dos variables sí influyen en el promedio de prácticas y con un porcentaje ligeramente mayor al 50%.

**Tabla 15**

*Análisis de regresión del promedio de prácticas con las variables asistencia al taller y evaluaciones cortas sin agrupar a los alumnos según la asistencia al taller.*

<b>Ecuación de regresión</b>					
Promedio de prácticas = 4.068 + 0.0107 Asistencia al taller + 0.6336 Evaluaciones Cortas					
<b>Coficiente</b>					
Término	Coficiente	EE del coeficiente	Valor T	Valor p	FIV
Constante	4.068	0.384	10.59	0.000	
Asistencia al taller	0.0107	0.0609	0.18	0.861	1.18
Evaluaciones cortas	0.6336	0.0324	19.57	0.000	1.18
<b>Resumen del modelo</b>					
S	R-cuad.	R-cuad. (ajustado)	R-cuad. (pred)		
2.51663	58.04%	57.79%	57.26%		

Fuente: Elaboración propia.

Entonces, al ver que sí existe relación entre las variables asistencia al taller y evaluaciones cortas, a continuación, se muestra en la Tabla 16, el análisis de regresión entre ambas variables, con lo cual se obtuvo un valor  $p$  menor que 0.005 y un R-cuadrado ajustado de 80.25%. Con esto se confirma lo que se dijo en líneas anteriores, que sí existe una relación entre estas variables. Entonces, ante esto, se puede concluir que los alumnos que practicaron ejercicios resolvieron sus dudas sobre los mismos ejercicios, y estudiaron la teoría del curso les ayudó a comprender el curso y obtener un rendimiento académico aprobatorio.

**Tabla 16**

*Análisis de regresión de las variables asistencia al taller y evaluaciones cortas.*

<b>Ecuación de regresión</b>					
Evaluaciones cortas	=	10.563 + 0.669 Asistencia al taller			
<b>Coefficiente</b>					
Término	Coefficiente	EE del coeficiente	Valor T	Valor p	FIV
Constante	10.563	0.516	20.47	0.000	
Asistencia al taller	0.669	0.123	5.43	0.002	1.00
<b>Resumen del modelo</b>					
S	R-cuad.	R-cuad. (ajustado)	R-cuad. (pred)		
0.799519	83.07%	80.25%	69.99%		

Fuente: Elaboración propia.

## Capítulo 5. Conclusiones, limitaciones y prospectivas

### 5.1 Conclusiones

La enseñanza y aprendizaje de la matemática, en especial de la geometría en la carrera de Ingeniería, se justifica por ser el pilar del pensamiento inductivo-deductivo, lo que sirve para afrontar el mundo que se encuentra lleno de información que debe ser procesada de forma analítica.

Desde el enfoque constructivista, se considera que las dificultades presentadas por los estudiantes en el aprendizaje, así como los errores que cometen obstaculizan la construcción significativa de su aprendizaje, lo que se manifiesta en las evaluaciones al dar respuestas equivocadas.

Con el presente estudio se quiso analizar si la nueva metodología, que consiste en la aplicación de talleres y evaluaciones cortas, complementan el aprendizaje de los alumnos. Para esto, se utilizó el modelo de Van Hiele tanto para el dictado de clases como para la realización de los talleres. Así como lo afirmaron Curty (2015) y Villarreal (2015), después de haberse realizado los análisis respectivos, se concluyó que la aplicación de este modelo en el curso de GFT fue beneficioso e hizo que los alumnos comprendieran los conceptos aprendidos en clase y pudieran aplicarlos en los ejercicios planteados.

Con respecto a la asistencia a los talleres, se vio que el 35% de los alumnos no asistieron a ningún taller. Asimismo, es necesario mencionar que dentro de este grupo de estudiantes se tuvo una gran dispersión en los datos. Esto se debió a que se ha considerado como muestra a todos los alumnos del primer ciclo en donde hay alumnos que son muy buenos, que sin ayuda pueden obtener buenas notas ya sea porque son alumnos muy hábiles, tienen una buena formación escolar, poseen un nivel de comprensión muy rápido, etc.; pero también hay alumnos con bajo rendimiento por diferentes razones, falta de motivación, mala base escolar, malos métodos de estudio, pocas horas de estudios, insuficientes horas de sueño, problemas personales, circunstancias familiares, etc.

Entonces, con esta muestra (los alumnos que cursan la asignatura de GFT) se ha planteado dos enfoques: realizar el análisis de las variables agrupando a los alumnos según la asistencia al taller y realizar el análisis de las variables sin agrupar a los alumnos.

En ambos enfoques, se obtuvo que la variable asistencia al taller influía en el promedio de prácticas, pero el porcentaje de influencia obtenido varió dependiendo del enfoque. Con el primer enfoque se obtuvo un porcentaje de 84.56%, mientras que con el segundo enfoque se obtuvo un porcentaje de 9.09%.

En general, los talleres fueron de gran ayuda para los alumnos y tuvieron un impacto significativo en el rendimiento académico lo cual se vio reflejado en el promedio de prácticas. Tal como lo indicaron Herrada y Baños (2018), Mato-Vázquez et al. (2017) y Villarreal (2015), se pudo ver que el trabajo colaborativo hace que la enseñanza-aprendizaje del alumno gire en torno a él, y esto trae como consecuencia que el alumno se motive y sociabilice generando a la vez un aprendizaje significativo. Es

por ello que se puede afirmar que la incidencia del taller se vio reflejada directamente en su rendimiento académico.

Asimismo, por lo que se pudo observar durante los talleres, se generaba una metacognición en el alumno en la que detectaba errores (ya sean suyos o del grupo), además de que entre ellos se explicaban los procedimientos con fundamentos teóricos, lo que generaba una discusión de conocimientos y permitía examinar sus saberes previos y sus procesos de pensamientos.

También se observó que los talleres ayudaron a los alumnos más rezagados porque eran apoyados por sus compañeros, explicándose el tema de tal forma que llegaba a entenderse por el compañero.

Del mismo modo, se pudo constatar que lo que indicó Gómez (2011) es aceptable, ya que el trabajo en equipo e individual fue una forma eficiente para generar el aprendizaje en el alumno, así como se observó con los talleres y las evaluaciones cortas, respectivamente.

Con respecto a las evaluaciones cortas, también se elaboraron los análisis de regresión teniendo en cuenta los dos enfoques, obteniéndose como resultado para ambos enfoques, que la variable evaluaciones cortas sí influyen en el rendimiento académico; y al igual que en los talleres, el porcentaje de influencia será mayor o menor dependiendo del enfoque. De este modo, con el primer enfoque se obtuvo un porcentaje de 89.17% mientras que con el segundo enfoque se obtuvo un 57.91%.

Además, tal como lo indicó Portocarrero (2017), Espino et al. (2020) y Golbach y Mena (2011) en sus estudios; se verifica que la evaluación juega un papel muy importante en la generación del aprendizaje del alumno porque les enseña a tener hábitos de estudio, es decir, los estudiantes aprenden a aprender. Igualmente, el uso de una herramienta virtual benefició la evaluación corta porque, para el alumno esta herramienta le brindaba una retroalimentación inmediata, y para el docente, se obtenía la información oportuna para reforzar los temas que no se habían entendido con claridad.

En general, se puede concluir que las evaluaciones cortas fueron beneficiosas para los alumnos, ya que estas propiciaron que los estudiantes tuvieran una mayor motivación para enfocarse en el estudio de la parte teórica del curso lo que, a la vez, los ayudó a obtener un mejor rendimiento académico.

Seguidamente, se pasó a realizar el análisis de regresión de las variables evaluaciones cortas y asistencia al taller, en simultáneo, y además tomando en cuenta los dos enfoques, se obtuvieron los siguientes resultados. Con ambos enfoques, para la asistencia al taller, se obtuvo un valor  $p$  mayor a 0.005, lo cual indicaba que esta variable no tenía una relación significativa con el promedio de prácticas, pero cuando se analizó la variable de forma independiente, se obtenía como resultado que sí existía una relación con el promedio de prácticas.

Por otro lado, este análisis bajo el primer enfoque, se obtuvo un R-cuadrado ajustado de 90.33% y bajo el segundo enfoque un R-cuadrado ajustado de 57.79%. Esto quiere decir que, dependiendo del enfoque, el porcentaje de relación entre las variables independientes con el promedio de prácticas será mayor o menor, pero en ambos casos, el porcentaje será mayor al 50%.

Entonces, esta nueva información se interpreta como que la variable asistencia al taller se encuentra representada en las evaluaciones cortas, es decir, existe una dependencia entre las variables evaluaciones cortas y asistencia al taller, y al existir una dependencia entre ellas, al realizar el análisis de regresión, se genera un valor p mayor a 0.005.

Al descubrir que existe relación entre las variables, evaluaciones cortas y talleres, se realizó el análisis de regresión entre ellas para ver la relación que existía entre ellas. De ahí se obtuvo como resultado que efectivamente existe una influencia significativa con una relación de 80.25%. Esto se interpreta en que los alumnos para entender la parte práctica necesitan de la parte teórica, o también, la parte teórica se entiende mejor cuando se desarrolla la parte práctica.

Finalmente, se concluye que, con los resultados obtenidos de los análisis de regresión, para garantizar que el alumno haya entendido el curso, este debe efectuar de manera conjunta las acciones de estudio de teoría y resolver ejercicios prácticos entendiéndolos con razonamiento lógico; es decir, los talleres y las evaluaciones cortas, al trabajarlas en conjunto dan resultados satisfactorios para la enseñanza-aprendizaje. Se puede constatar con las investigaciones realizadas por Scorzo (2014) y Gómez (2011), que es una buena ayuda para los alumnos la aplicación de la nueva metodología complementaria siendo esta la aplicación de los talleres y las evaluaciones cortas.

Al final, es importante reiterar que la meta no es solo obtener una nota aprobatoria, sino, sobre todo, tener la certeza de que se ha entendido la materia cursada. Esto concuerda con la investigación realizada por Portocarrero (2017), la cual menciona que, al implementar estrategias de evaluación formativa, como la evaluación constante, tuvo mejoras en el rendimiento de los alumnos de primaria.

## **5.2 Limitaciones**

Esta investigación ha sido el primer paso para reestructurar el proceso de enseñanza-aprendizaje, así como también reestructurar la forma de evaluación del curso y ayudar al docente a obtener los datos necesarios para mejorar el rendimiento de los estudiantes.

Sin embargo, en el proceso de la investigación se presentó la siguiente limitación: fue la primera vez que se introdujeron las evaluaciones cortas en el sistema de evaluación del curso GFT, y por ser la primera vez, se plantearon varias “prueba y error”, en las que se tuvieron que modificar la fecha, hora y cantidad de preguntas de la evaluación. Esto pudo ocasionar algún impacto en las notas obtenidas por los alumnos.

### 5.3 Prospectivas

Se sabe que, para adquirir un conocimiento, debe haber compromiso por parte del que quiere conocer y esto no es una actividad en la que se pueda obligar. Como docentes, podemos ayudar al estudiante brindando herramientas para que el aprendizaje no sea una tarea tediosa, como lo indicó Mulero et al. (2012) y debe ayudar a que el interés en esta actividad por aprender no se extinga.

De ahí que, realizar el análisis de la incidencia de los talleres y las evaluaciones cortas, en pos de contribuir a la forma de enseñar y evaluar, así como también ayudar a que el aprendizaje del alumno sea satisfactorio y significativo, se presentan las siguientes sugerencias para contribuir a la ampliación del estudio realizado:

Para la presente investigación, solo se tuvo la nota final de la práctica, pero no se tuvieron los resultados específicos de los alumnos en las prácticas para saber en dónde vacilaban más (parte teórica, numérica o construcción). Por lo que, para investigaciones futuras, se aconsejaría hacer un análisis minucioso sobre las falencias de los alumnos en cada práctica. Esta información ayudaría tanto a alumnos como docentes en la mejora continua de la labor enseñanza-aprendizaje, ya que se tendría una retroalimentación en cada una de las prácticas.

En los talleres, se podría tomar un control más directo para obtener una mejor información con respecto a la implicancia del taller sobre los alumnos, y ver si es que el alumno está aprovechando esta metodología. Así mismo, se podría implementar la realización de una encuesta de satisfacción para que el alumno de su opinión sobre los talleres impartidos.

Con respecto a las evaluaciones cortas, el escenario óptimo sería tomarlas al finalizar la clase para tener una retroalimentación directa. Otra alternativa sería aplicar un cuestionario de una sola pregunta “¿qué aprendió de la clase hoy?”, con la finalidad de que los alumnos expresen lo que entendieron al final de cada clase y que se den cuenta de lo que están aprendiendo, en otras palabras, practicar la metacognición. Además, de esa manera se estaría aplicando la quinta fase del modelo Van Hiele.

Después de haber llevado el curso de GFT, se podría analizar qué incidencia tuvo el pasar este curso para los cursos venideros de la rama de matemática y si el haber tenido talleres y evaluaciones cortas, generó en el alumno un hábito de estudio.

Por otro lado, con respecto al análisis de los resultados, se encontró que existía una dispersión en los datos. Esto podría deberse al hecho de haber considerado a todos los alumnos del primer ciclo como si tuvieran el mismo nivel académico, con la misma forma de aprendizaje y como si todos los alumnos le dedicaran el mismo tiempo de estudio al curso. Por lo tanto, se aconseja para futuras investigaciones, tomar en cuenta los siguientes aspectos: rendimiento académico escolar de la muestra, las horas de estudio, el método de estudio aplicado para el curso de GFT, la motivación ya sea por el curso como por la carrera, etc.; con la finalidad de trabajar con una muestra más homogénea.

Y, por último, se entrega esta investigación para que sea utilizada como fuente bibliográfica dirigida a contribuir sobre el aprendizaje de los estudiantes. Y para que sea utilizada como un punto de inicio para posteriores investigaciones que conlleven a un mejor diseño de las estrategias empleadas en el proceso de enseñanza-aprendizaje por los docentes del curso de geometría.





### Lista de referencias

- Aguilar, A., Bravo, F., Gallegos, H., Villegas, M., y Figueroa, R. (2009). *Geometría y Trigonometría - Primera edición*. Pearson Educación.
- Ausubel, D. (1983). Teoría del aprendizaje significativo. *Fascículos de CEIF*, 1-10.
- Báez, R., y Iglesias, M. (2007). Principios didácticos a seguir en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la geometría en la UPEL "El Mácaro". *Uniandes*, 301-311.
- Barrantes, M., y Blanco, L. (2004). Recuerdos, expectativas y concepciones de los estudiantes para maestro sobre la geometría escolar. *Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas*, 22(2), 241-250.
- Beltrán, J., Sánchez, H., y Rico, M. (2015). Análisis cuantitativo y cualitativo del aprendizaje de Programación I en la Universidad Central del Ecuador. *Revista Tecnológica ESPOL*, 28(5), 194-210.
- Bishop, A. (1987). Aspectos sociales y culturales de la educación matemática - Conferencia invitada en el II Congreso Internacional sobre Investigación en la Didáctica de las Ciencias y las Matemáticas. (T. d. Vidal, Entrevistador)
- Bohorquez, H., Boscán, L., Hernández, A., Salcedo, S., y Morán, R. (2009). La concepción de la simetría en estudiantes como un obstáculo epistemológico para el aprendizaje de la geometría. *Educere*, 13(45), 477-489.
- Brousseau, G. (2007). *Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas*, 7. Libros del Zorzal.
- Builes, J. A. J., y Abad, G. A. (2015). Gestión de las evaluaciones virtuales para cursos masivos de pregrado en ingeniería como un elemento dinamizador de la innovación didáctica. *Encuentro Internacional de Educación en Ingeniería*.
- Camargo, L., y Acosta, M. (2012). La geometría, su enseñanza y su aprendizaje. *Tecné, Episteme y Didaxis: ted* (32), 4-8. Recuperado el 5 de noviembre de 2020, [http://www.scielo.org.co/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S0121-38142012000200001&lng=en&tlng=es](http://www.scielo.org.co/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0121-38142012000200001&lng=en&tlng=es).
- Casanova, M. (1998). Evaluación: Concepto, tipología y objetivos. *La evaluación educativa. Escuela básica*, 1, 67-102.
- Chapul, I. (2020). La evaluación: visión de una profesora del bachillerato universitario. *Revista Digital Universitaria*, 19(6).
- Chavarría, J. (2006). *Teoría de las situaciones didácticas*. Cuadernos de investigación y formación en educación matemática, 2, 1-10.
- Corbalán, F. (2008). *Paseo matemático por la vida cotidiana*. Zaragoza: Padres y Maestros/Journal of Parents and Teachers, (316), 15-18.

- Curty, R. (2015). Estilos de aprendizaje y trabajo grupal para el aprendizaje de la geometría. *Horizonte de la Ciencia*, 5(9), 148-160.
- de Freitas, J. L. M., y Rezende, V. (2015). Entrevista: Raymond Duval e a teoria dos registros de representacao semiótica. *Revista Paranaense de Educacao Matemática*, 2(3).
- Dorce, C. (2016). Geometría en el aula a partir de un tratado español de fortificación del siglo XVI. UNIÓN. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 48, 187-207.
- DRAE (2020). *Real Academia Española*. Obtenido de Diccionario de la lengua española (23° ed.): Recuperado el 28 de enero, <https://dle.rae.es/matem%C3%A1tico#Obs8ajk>
- Duval, R. (2004). Semiosis y pensamiento humano: registros semióticos y aprendizajes intelectuales. Universidad del Valle.
- Duval, R. (2016). Las condiciones cognitivas del aprendizaje de la geometría. Desarrollo de la visualización, diferenciaciones de los razonamientos, coordinación de sus funcionamientos.
- Espino, P., Torres, J., Hernández, R., y Martínez, C. (2020). Entorno virtual e-evaluaciones como herramienta de gestión en grupos numerosos. *Vivat Academia*, (151), 107-125.
- Fernández Collao, C., Baptista Lucio, P., y Hernández Sampieri, R. (2014). *Metodología de la Investigación*. Editorial McGraw Hill.
- Fernández-Nieto, E. (2018). *La geometría para la vida y su enseñanza*. Aibi revista de investigación, administración e ingeniería, 6(1), 33-61.
- Golbach, M., y Mena, A. (2011). Identificación de los errores en la resolución de problemas de geometría analítica y su comparación con el rendimiento académico en alumnos de ingeniería. *Premisa*, 48, 16-29.
- Gómez, O. (2011). *Ruta de apoyo pedagógico para la enseñanza de Geometría y Trigonometría, en el curso "Matemáticas Básicas" de la Universidad Nacional de Colombia Sede Medellín*. Medellín: Universidad de Colombia.
- Guerra, E., Pérez, O., y Martinez, P. (2016). Estilos de enseñanza y rendimiento académico. *Revista de Estilos de Aprendizaje*. Fall Edition, 9(18).
- Guerrero, D. (2018). *Syllabus - Geometría Fundamental y Trigonometría "ciclo I"*. Universidad de Piura. Piura: Publicado por web.
- Haro Salazar, C. (2018). *Cuerpos geométricos y figuras planas (Master's thesis, Universidad Nacional de Educación)*.
- Herrada, R., y Baños, R. (2018). Experiencias de aprendizaje cooperativo en matemáticas. *Espiral. Cuadernos del Profesorado*, 11(23), 99-108.
- León Guevara, J. (2011). *La unidad de producción de conocimiento como respuesta a los desafíos metodológicos de la educación en el tercer milenio*.

- Mato-Vázquez, D., Espiñeira, E., y López-Chao, V. A. (2017). Impacto del uso de estrategias metacognitivas en la enseñanza de las matemáticas. *Perfiles educativos*, 39(158), 91-111.
- Maya Betancourt, A. (2007). *El taller educativo. Qué es. Fundamentos, cómo organizarlo, dirigirlo y evaluarlo. (2a Edic.)* Editorial Magisterio: Colombia.
- Medina, N., Ferreira, J., y Marzol, R. (2018). Factores personales que inciden en el bajo rendimiento académico de los estudiantes de geometría. *Revista de Estudios interdisciplinarios en Ciencias Sociales. Universidad Privada Dr. Rafael Beloso Chacín*.
- Mestre Gómez, U., Fonseca Pérez, J., y Valdés Tamayo, P. (2007). Entornos virtuales de enseñanza aprendizaje.
- Ministerio de Educación (2013). *Mapa de progreso del aprendizaje. Matemática: Geometría*. Lima: IPEBA - Programa Estándares de Aprendizaje.
- Mora, C. (2004). Estrategias para el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas. *Revista de Pedagogía* 24(70), 181-272. Recuperado en 05 de noviembre de 2020, de [http://ve.scielo.org/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S0798-97922003000200002&lng=es&tlng=es](http://ve.scielo.org/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0798-97922003000200002&lng=es&tlng=es).
- Mulero, J., Segura, L., y Sepulcre, J. M. (2012). *Un nuevo enfoque divulgativo para la enseñanza de las matemáticas en la docencia universitaria*. España: X Jornadas de Redes de Investigación en docencia universitaria. La participación y el compromiso de la comunidad universitaria, Universidad de Alicante, 2035-2048.
- Navarro, R. (2003). El rendimiento académico: concepto, investigación y desarrollo. *REICE. Revista Iberoamericana sobre Calidad, Eficacia y Cambio en Educación*, 1(2), 0.
- Obando, C., y Mielles, C. (2017). *El rendimiento académico: aproximación necesaria a un problema pedagógico actual*. Revista Conrado, 13(58), 213-220.
- Ochoa, R. (2000). Autorregulación, metacognición y evaluación. *Acción pedagógica*, 9(1), 4-11.
- Orellana, L. (2012). *Guía para planificar talleres y formato del plan*. Recuperado el 30 de mayo. Obtenido de Apuntes de didáctica y proyectos: <http://lizzi2012.blogspot.com/>
- Orozco, B. (2015). *Construcción de polígonos, enfatizado en la clasificación y construcción de triángulos (Doctoral dissertation, Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua, UNAN-MANAGUA)*.
- Oviedo, G. (2004). La definición del concepto de percepción en psicología con base en la teoría Gestalt. *Revista de estudios sociales*, 89-96.
- Panizza, M. (2003). *II Conceptos básicos de la teoría de situaciones didácticas*. Vol. 7.
- Paredes, Z., Iglesias, M., y Ortiz, J. (2007). Sistemas de cálculo simbólico y resolución de problemas en la formación inicial de docentes de matemática. *Enseñanza de la matemática*, 12, 89-105.
- Portocarrero, F. (2017). *Implementación de estrategias de evaluación formativa en el nivel primario del colegio Peruano Norteamericano Abraham Lincoln*. Lima - Perú: Pirhua.

- Ricaldi, M., y Torres, I. (2017). *Situaciones didácticas para el desarrollo del análisis crítico y reflexivo en geometría*.
- Rodriguez, A. (2020). *Psicología educativa*. Recuperado el 10 de julio. Obtenido de lifeder.com: <https://www.lifeder.com/situaciones-didacticas/>
- Rojas, F. (2001). *Enfoques sobre el aprendizaje humano*. Venezuela: Departamento de ciencia y tecnología del comportamiento Universidad Simón Bolívar.
- Rojo, J. (2007). *Regresión lineal múltiple*. Madrid: Instituto de Economía y Geografía.
- Rosales, M. (2014). Proceso evaluativo: evaluación sumativa, evaluación formativa y Assesment su impacto en la educación actual. In *Congreso Iberoamericano de Ciencias, Tecnología, Innovación y Educación.*, Vol. 4, p. 662.
- Sánchez Ortega, J., y Zegarra Pinto, O. (2017). *Aplicación del Programa Virtual LMS-Schoology para mejorar el rendimiento académico del área de Investigación en estudiantes de Maestría de la Universidad Autónoma del Perú*. In IV Congreso Iberoamericano de Estilos de Aprendizaje. Universidad de Piura.
- Scorzo, R. (2014). La geometría en un curso de ingreso a carreras de ingeniería. En *Lestón, Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* , pp. 737-744. Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.
- Serment, H., y Páramo, P. (2000). La construcción colectiva: un proceso de enseñanza y de aprendizaje.
- Tejedor, F., y García-Valcárcel, A. (2007). Causas del bajo rendimiento del estudiante universitario (en opinión de los profesores y alumnos). Propuestas de mejora en el marco del EEES. *Revista de educación*, 342(1), 443-473.
- Torregrosa, G., y Quesada, H. (2007). Coordinación de procesos cognitivos en geometría. *Revista Latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 10(2), 275-300.
- Touron, J. (1985). La predicción del rendimiento académico: procedimientos, resultados e implicaciones. *Revista española de pedagogía*, 473-495.
- Van Hiele, P. (1986). *Structure and insight: A theory of mathematics education*.
- Vargas, F. (2008). *Gestalt y aprendizaje, volumen 8 N.º 1*. Costa Rica: Instituto de Investigación en Educación.
- Vargas, G., y Gamboa, R. (2013). *El modelo de Van Hiele y la enseñanza de la geometría*. Costa Rica: Universida Nacional.
- Villarreal, J. E. (2015). El aula taller y el modelo de Van Hiele como base para el desarrollo del pensamiento y el aprendizaje de la Geometría Analítica en la Educación Superior. *RECME-Revista Colombiana de Matemática Educativa*, 1(1), 585-590.
- Woolfolk, A. (1999). *Psicología educativa*, 7. México: PRENTICE HALL.

Yuste, R., Alonso, L., y Blázquez, F. (2012). La e-evaluación de aprendizajes con educación superior a través de aulas virtuales síncronas. *Comunicar*, 20(39), 159-167.





Apéndices





**UNIVERSIDAD DE PIURA**  
**FACULTAD DE INGENIERIA**  
**GEOMETRIA FUNDAMENTAL Y TRIGONOMETRÍA**  
**TALLER N.º 3**  
**Duración: 1h 40 min**

---

Lea detenidamente la Nota Técnica 3 y resuelva las siguientes preguntas:

**A. Teoría**

1. ¿Cuáles son los criterios de congruencia de triángulos?
2. ¿Qué es un lugar geométrico?
3. ¿Qué es una mediatriz, en términos de lugar geométrico?
4. ¿Cuáles son los tipos y relaciones de ángulo que se generan cuando dos paralelas son cortadas por una secante?
5. ¿Qué es una bisectriz en términos de lugar geométrico?

**B. Demostraciones**

6. Demostrar que las tres mediatrices de un triángulo se cortan en un punto llamado circuncentro, que es el centro de una circunferencia circunscrita al triángulo.
7. Demostrar que las tres bisectrices de un triángulo se cortan en un punto llamado incentro, que es el centro de una circunferencia inscrita al triángulo.
8. Demostrar que las tres alturas de un triángulo se cortan en un punto llamado ortocentro, que es el centro de una circunferencia circunscrita al triángulo.
9. Enuncie y demuestre el teorema recíproco de las mediatrices.
10. Enuncie el teorema contrarrecíproco de las bisectrices.

**C. Construcciones Geométricas**

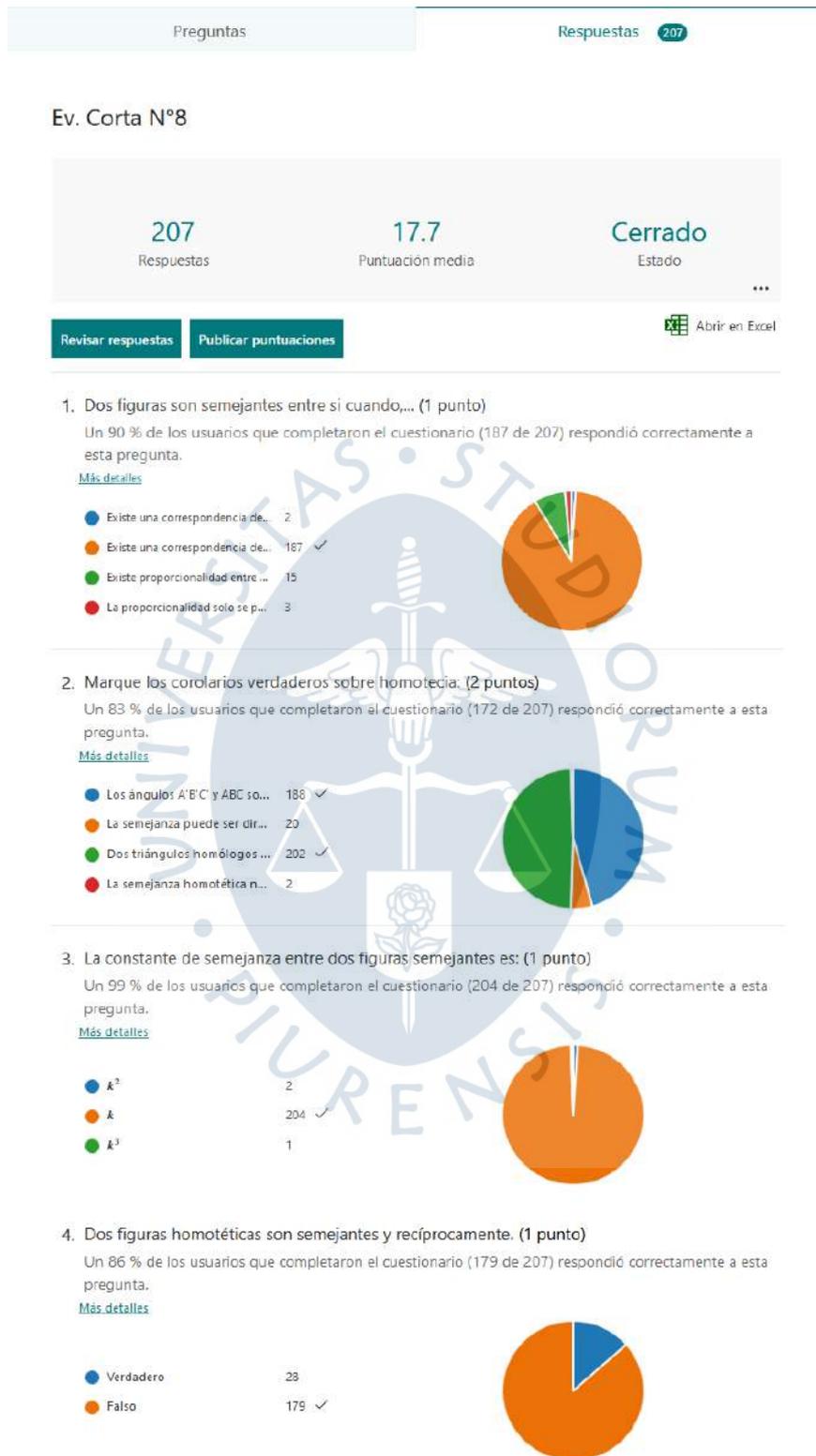
Utilizando únicamente regla, compás y lápiz:

11. Construir gráficamente un triángulo conociendo  $a$ ,  $b$  y  $c$ .
12. Construir gráficamente un triángulo conociendo  $a$ ,  $b$  y  $\sphericalangle A$ .
13. Construir gráficamente un triángulo ABC conociendo  $a$ ,  $b+c$ , y el  $\sphericalangle B$ .
14. Construir gráficamente un triángulo ABC conociendo  $a$ ,  $b-c$ , y el  $\sphericalangle C$ .
15. Construir gráficamente un triángulo, conociendo  $a$ ,  $h_a$  y  $\sphericalangle A$ .

## Apéndice B. Esquema de la aplicación del modelo Van Hiele en el curso de GFT.

Modelo Van Hiele		
Nivel	Explicación	Se enseña en:
1 Reconocimiento	Reconoce las figuras basándose en las características globales como la posición, el tamaño y la forma, utiliza algunas definiciones, sin comprenderlas.	Inicial
2 Análisis	Identifican las partes y algunas propiedades de las figuras geométricas, pero no identifican las propiedades entre los grupos de figuras.	1° y 2° de primaria
3 Clasificación	Determinan las figuras por sus propiedades y se empiezan a encontrar relaciones lógicas entre las diversas clases de figuras geométricas.	3° y 4° de primaria
4 Razonamiento deductivo	Organizan una serie de enunciados con secuencia lógica, que les permite concluir o determinar algunas propiedades y características de los objetos geométricos.	5° de primaria a 5° de secundaria
5 Rigor	La persona razona formalmente haciendo uso del método deductivo. Se puede trabajar sin necesidad de ejemplos visuales, se conocen los sistemas axiomáticos y se realizan razonamientos abstractos.	Universidad
Aplicación de las fases Van Hiele en el curso de GFT Cap 3. Algunas propiedades del triángulo		
Fases		Se aplica en:
1 Información	En la clase de GFT, al iniciar el tema se realizan preguntas como ¿qué saben al respecto? O ¿qué entienden por...? Al iniciar el capítulo, se hace un repaso de los conocimientos previos, conocimiento que los alumnos aprendieron en el colegio y que son la base para introducirse a los conocimientos nuevos del capítulo, como por ejemplo: los criterios de congruencia de triángulos, la denominación de los ángulos según la ubicación en la que se encuentran, definición de recta, semirrecta, rayo y las definiciones que les dieron en el colegio sobre las líneas notables.	Clase
2 Orientación dirigida	En esta fase, se les explica a los alumnos las definiciones universitarias de los elementos de la geometría, como por ejemplo: la definición de bisectriz enseñada en el colegio es de "una línea que parte el ángulo en dos", mientras que en la universidad sería "conjunto de puntos que cumplen con la condición de equidistar a los lados que forman el ángulo". Esto va acompañado de una demostración gráfica realizando trazos utilizando compás y regla. Con ese gráfico, se explican las propiedades que tiene esa línea notable reforzándose la definición dada. Luego se procede a plantear un ejercicio en el que se aplican los conocimientos recién aprendidos.	Clase
3 Explicación	En la explicación, el docente desarrolla el ejercicio junto con la participación de los alumnos quienes aportan el paso a paso de la resolución del ejercicio. El docente dirige este procedimiento mostrando la secuencia lógica del procedimiento y si algún alumno muestra otro punto de vista para la resolución del ejercicio, en el aula se genera un intercambio de opiniones teniendo en cuenta los conceptos recién aprendidos. Por ejemplo, el ejercicio podría ser el trazar la bisectriz del ángulo 135°. Previamente se les enseña cómo trazar un ángulo de 60° y de 90°, y cómo trazar la bisectriz. En este caso, existen varias formas para obtener el ángulo de 135° (90°+45° o 120°+15°), los alumnos escogen una de las opciones y van indicando el paso a paso de lo que se pide en el ejercicio.	Clase
4 Orientación libre	En esta fase se produce la consolidación del aprendizaje realizado en las fases anteriores. El docente debe proponer problemas retadores en los que el estudiante deba realizar varias tareas o intervengan varios pasos, y que las respuestas que se obtengan sean variadas, por lo tanto, que tenga varias vías de resolución. En el taller, se les entrega una serie de ejercicios para que el alumno resuelva por él mismo o puede solicitar la ayuda de sus compañeros, el asistente o el docente. Un ejemplo de ejercicio en el taller es: Construir un triángulo conociendo dos lados del triángulo y el ángulo opuesto a uno de ellos. Para este tipo de ejercicios, el alumno deberá tener en cuenta todos los conocimientos recién aprendidos y ver de qué manera le pueden servir para construir el triángulo pedido.	Taller
5 Integración	Los estudiantes establecen una visión global de todo lo aprendido integrando los nuevos conocimientos, los nuevos métodos de trabajo y las nuevas formas de razonamiento con los que tenían anteriormente. Esta fase queda demostrada cuando el alumno puede resolver el ejercicio por el mismo sin necesidad de ayuda.	Taller

**Apéndice C. Ejemplo de los resultados obtenidos de la evaluación corta – Evaluación Corta N.º 8 2018-I utilizando la plataforma *Forms*. Segunda mitad del ciclo**



## 5. La dilatación es una transformación que preserva o invierte la dirección. (1 punto)

Un 94 % de los usuarios que completaron el cuestionario (195 de 207) respondió correctamente a esta pregunta.

[Más detalles](#)

● Verdadero	195 ✓
● Falso	12

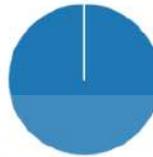


## 6. La constante de semejanza entre dos figuras semejantes con respecto a sus áreas es: (1 punto)

Un 100 % de los usuarios que completaron el cuestionario (207 de 207) respondió correctamente a esta pregunta.

[Más detalles](#)

● $k^2$	207 ✓
● $k$	0
● $k^3$	0



## 7. Una homotecia es una transformación geométrica que a partir de un punto fijo multiplica todas las distancias por diferentes factores. (1 punto)

Un 88 % de los usuarios que completaron el cuestionario (182 de 207) respondió correctamente a esta pregunta.

[Más detalles](#)

● Verdadero	25
● Falso	182 ✓



## 8. La homotecia puede ser negativa si... (1 punto)

Un 100 % de los usuarios que completaron el cuestionario (206 de 207) respondió correctamente a esta pregunta.

[Más detalles](#)

● $k=0$	0
● $k<0$	206 ✓
● $k>0$	1



## 9. La constante de semejanza entre dos figuras semejantes con respecto a sus volúmenes es: (1 punto)

Un 100 % de los usuarios que completaron el cuestionario (207 de 207) respondió correctamente a esta pregunta.

[Más detalles](#)

● $k^2$	0
● $k$	0
● $k^3$	207 ✓

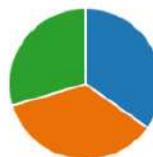


## 10. Para la aplicación de una homotecia sobre una figura, se debe tener conocido: (2 puntos)

Un 80 % de los usuarios que completaron el cuestionario (166 de 207) respondió correctamente a esta pregunta.

[Más detalles](#)

● Centro de homotecia	199 ✓
● Razón de homotecia	203 ✓
● Distancias del centro de ho...	169 ✓

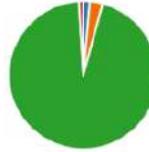


11. La homotecia de una recta con respecto a un centro de homotecia fuera de la recta es... (2 puntos)

Un 95 % de los usuarios que completaron el cuestionario (197 de 207) respondió correctamente a esta pregunta.

[Más detalles](#)

La misma recta	3
Puntos dobles	6
Una recta paralela	203 ✓
Una recta perpendicular	2

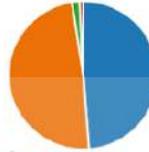


12. La homotecia de una recta con respecto a un centro de homotecia en la recta es... (2 puntos)

Un 77 % de los usuarios que completaron el cuestionario (160 de 207) respondió correctamente a esta pregunta.

[Más detalles](#)

La misma recta	182 ✓
Figuras dobles	182 ✓
Una recta paralela	6
Una recta perpendicular	3



13. La transformación inversa de una homotecia es... (2 puntos)

Un 80 % de los usuarios que completaron el cuestionario (166 de 207) respondió correctamente a esta pregunta.

[Más detalles](#)

no existe	2
$1/k$	195 ✓
$k^{-1}$	167 ✓
$-k$	9



14. Dos circunferencias con distintos radios, ¿cuántos centros de homotecia tiene? (1 punto)

Un 95 % de los usuarios que completaron el cuestionario (197 de 207) respondió correctamente a esta pregunta.

[Más detalles](#)

1 centro de homotecia posi...	5
1 centro de homotecia neg...	0
2 centros de homotecia pos...	4
2 centros de homotecia neg...	1
1 centro de homotecia posi...	197 ✓



15. La homotecia de una figura, siempre es una semejanza directa. (1 punto)

Un 90 % de los usuarios que completaron el cuestionario (187 de 207) respondió correctamente a esta pregunta.

[Más detalles](#)

Verdadero	187 ✓
Falso	20



**Apéndice D. Ejemplo de evaluación corta – Evaluación Corta N.º 3 2018-I. Primera mitad del ciclo.**

**UNIVERSIDAD DE PIURA  
FACULTAD DE INGENIERÍA**

**CURSO: Geometría Fundamental y Trigonometría**

**EVALUACIÓN CORTA N.º 3**

**Nombre:**

**Fecha: jueves, 5 de abril de 2018**

**Hora: 9:00 am**

**Duración: 5 min**

**Sección: B**

---

**Sin libros, ni apuntes, ni calculadora**

---

1. Una mediatriz es:(2 puntos)

- El lugar geométrico de los puntos del plano que equidistan de dos puntos dados.
- El lugar geométrico de los puntos del plano que no equidistan de dos puntos dados
- El lugar geométrico de los puntos del plano que equidistan de un punto dados
- El lugar geométrico de las rectas del plano que equidistan de dos puntos dados
- El lugar geométrico de los puntos del plano que equidistan de dos rectas dados

2. Elija la(s) opción(es) correcta(s):(2 puntos)

- Las tres mediatrices de un triángulo se cortan en un punto, llamado circuncentro, que es el centro de la circunferencia circunscrita al triángulo.
- Las tres mediatrices de un triángulo se cortan en un punto, llamado circuncentro, que es el centro de la circunferencia inscrita al triángulo
- Las tres mediatrices de un triángulo no se cortan en ningún punto.
- Las tres mediatrices de un triángulo se cortan en un punto, llamado incentro, que es el centro de la circunferencia inscrita al triángulo
- Las tres mediatrices de un triángulo se cortan en un punto, llamado ortocentro, que es el centro de la circunferencia circunscrita al triángulo

3. Elija la(s) opción(es) correcta(s):(2 puntos)

- Las tres bisectrices interiores de un triángulo se cortan en un punto, llamado incentro, que es el centro de la circunferencia inscrita en el triángulo.
- Las tres bisectrices exteriores de un triángulo se cortan en un punto, llamado incentro, que es el centro de la circunferencia inscrita en el triángulo.
- Las tres bisectrices interiores de un triángulo se cortan en un punto, llamado circuncentro, que es el centro de la circunferencia inscrita en el triángulo.
- Las tres bisectrices interiores de un triángulo se cortan en un punto, llamado circuncentro, que es el centro de la circunferencia circunscrita en el triángulo.
- Las tres bisectrices interiores de un triángulo se cortan en un punto, llamado ortocentro, que es el centro de la circunferencia inscrita en el triángulo

4. Elija las opciones que son criterios de congruencia de triángulos:(2 puntos)

- Los tres ángulos iguales.
- Un lado, el ángulo adyacente y el ángulo opuesto.
- Dos ángulos adyacentes y la altura uno de los lados opuestos.
- Un lado y los ángulos adyacentes.
- Dos lados y el ángulo adyacente a uno de ellos



**Apéndice E. Ejemplo de evaluación corta – Evaluación Corta N.º 8 2018-I utilizando la plataforma Forms. Segunda mitad del ciclo**

## Ev. Corta N°8

Geometría Fundamental y Trigonometría

Hola, ANDREA: al enviar este formulario, el propietario podrá ver su nombre y dirección de correo electrónico.

\* Obligatorio

1. Dos figuras son semejantes entre si cuando,... \*  
(1 Punto)

- Existe una correspondencia de proporcionalidad entre sus ángulos
- Existe una correspondencia de proporcionalidad entre sus lados.
- Existe proporcionalidad entre sus ángulos y lados.
- La proporcionalidad solo se puede dar en ciertos casos.

2. Marque los corolarios verdaderos sobre homotecia: \*  
(2 puntos)

- Los ángulos A'B'C' y ABC son iguales respectivamente.
- La semejanza puede ser directa como indirecta.
- Dos triángulos homólogos son semejantes
- La semejanza homotética no conserva las alineaciones.

3. La constante de semejanza entre dos figuras semejantes es: \*  
(1 Punto)

- $k^2$
- $k$
- $k^3$

4. Dos figuras homotéticas son semejantes y recíprocamente. \*  
(1 Punto)

- Verdadero
- Falso

5. La dilatación es una transformación que preserva o invierte la dirección. \*  
(1 Punto)

- Verdadero
- Falso

6. La constante de semejanza entre dos figuras semejantes con respecto a sus áreas es: \*  
(1 Punto)
- $k^2$
- $k$
- $k^3$
7. Una homotecia es una transformación geométrica que a partir de un punto fijo multiplica todas las distancias por diferentes factores. \*  
(1 Punto)
- Verdadero
- Falso
8. La homotecia puede ser negativa si... \*  
(1 Punto)
- $k=0$
- $k<0$
- $k>0$
9. La constante de semejanza entre dos figuras semejantes con respecto a sus volúmenes es: \*  
(1 Punto)
- $k^2$
- $k$
- $k^3$
10. Para la aplicación de una homotecia sobre una figura, se debe tener conocido: \*  
(2 puntos)
- Centro de homotecia
- Razón de homotecia
- Distancias del centro de homotecia a la figura
11. La homotecia de una recta con respecto a un centro de homotecia fuera de la recta es... \*  
(2 puntos)
- La misma recta
- Puntos dobles
- Una recta paralela
- Una recta perpendicular
12. La homotecia de una recta con respecto a un centro de homotecia en la recta es... \*  
(2 puntos)
- La misma recta
- Figuras dobles
- Una recta paralela
- Una recta perpendicular

13. La transformación inversa de una homotecia es... \*  
(2 puntos)

- no existe*
- $1/k$
- $k^{-1}$
- $-k$

14. Dos circunferencias con distintos radios, ¿cuántos centros de homotecia tiene? \*  
(1 Punto)

- 1 centro de homotecia positiva
- 1 centro de homotecia negativa
- 2 centros de homotecia positivas
- 2 centros de homotecia negativas
- 1 centro de homotecia positiva y 1 centro de homotecia negativa

15. La homotecia de una figura, siempre es una semejanza directa. \*  
(1 Punto)

- Verdadero
- Falso

Enviar



**Apéndice F. Ejemplo de práctica – Práctica N.º 2 de GFT 2018-I**

**UNIVERSIDAD DE PIURA**  
**FACULTAD DE INGENIERÍA**  
**CURSO: Geometría Fundamental y Trigonometría**  
**PRÁCTICA CALIFICADA N.º 2**  
**Nombre: \_\_\_\_\_**

**Fecha: Martes, 10 de abril de 2018**  
**Hora: 7:10 am**  
**Duración: 1 hora y 30 min**  
**Sección: \_\_\_\_\_**

**Sin libros, ni apuntes, ni calculadora**

---

**Teoría**

1. Enuncie y explique el teorema del arco capaz. Además trace un arco capaz con un ángulo obtuso **(3ptos)**.
2. Indicar verdadero (V) o falso (F) según corresponda. En caso de falso, explicar la falsedad del enunciado **(1pto cada uno)**:

a. Las tres mediatrices de un triángulo se cortan en un punto llamado circuncentro, que es el centro de la circunferencia inscrita al triángulo.	( )
b. Las tres bisectrices exteriores de un triángulo se cortan en un punto llamado incentro, que es el centro de la circunferencia circunscrita en el triángulo	( )
c. Los ángulos alternos externos son suplementarios	( )

3. Demostrar que las tres alturas de un triángulo se cortan en un punto llamado ortocentro, que es el centro de una circunferencia circunscrita al triángulo formado por las paralelas de los lados del triángulo inicial **(2ptos)**.

**Construcción**

Haga una **figura auxiliar (1pto)** con la cual sustente el **análisis (1.5ptos)** –conjunto de relaciones entre los elementos de la solución, en la que se ve a grandes rasgos, cómo podría resolverse el problema-, con estas relaciones (o condiciones) se realiza a continuación la **síntesis (1.5ptos)** o construcción, donde cada una de las condiciones se transforman en un lugar geométrico:

4. Construir gráficamente un triángulo ABC conociendo **c**, **a+b**, y el **∠B**.
5. Construir gráficamente un triángulo ABC conociendo **c**, **h<sub>c</sub>** y **∠C**.
6. Construir gráficamente un triángulo ABC conociendo **a**, **b** y **∠A** (UTILIZAR ARCO CAPAZ).

### Apéndice G. Gráficos de dispersión de las prácticas vs. talleres.

Gráfico de dispersión de la práctica 4 vs. taller 3 y comparación entre las medias de haber asistido o no al taller.

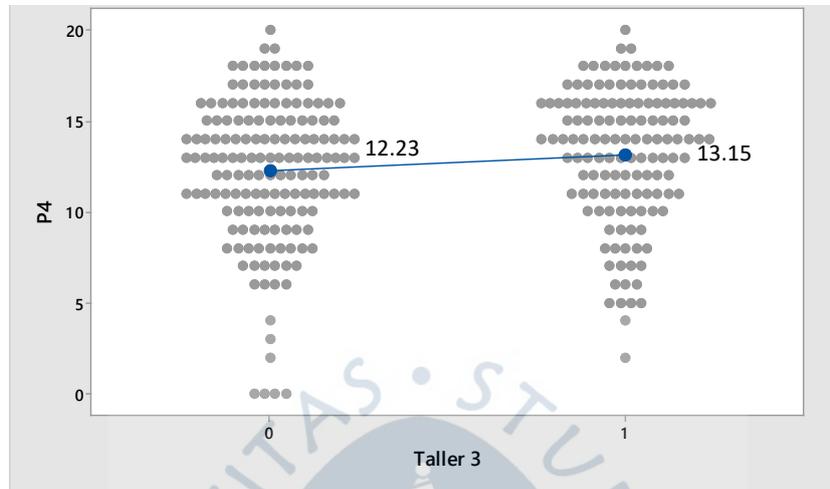


Gráfico de dispersión del examen parcial vs. taller 4 y comparación entre las medias de haber asistido o no al taller.

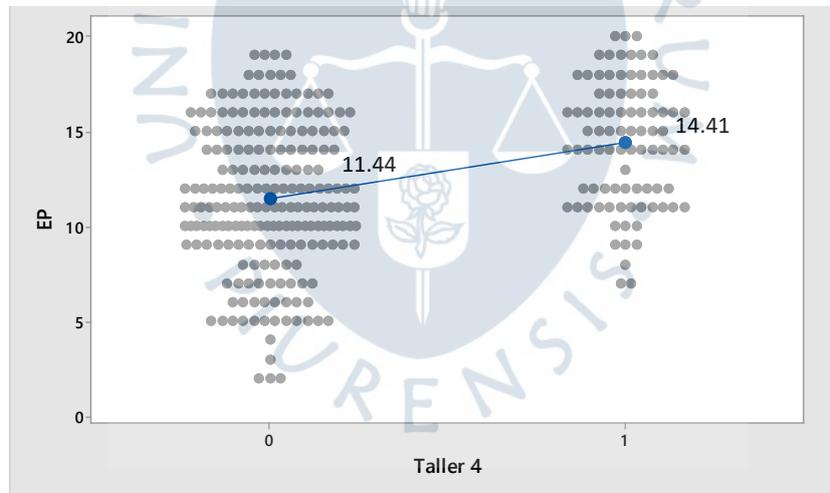


Gráfico de dispersión de la práctica 5 vs. taller 5 y comparación entre las medias de haber asistido o no al taller.

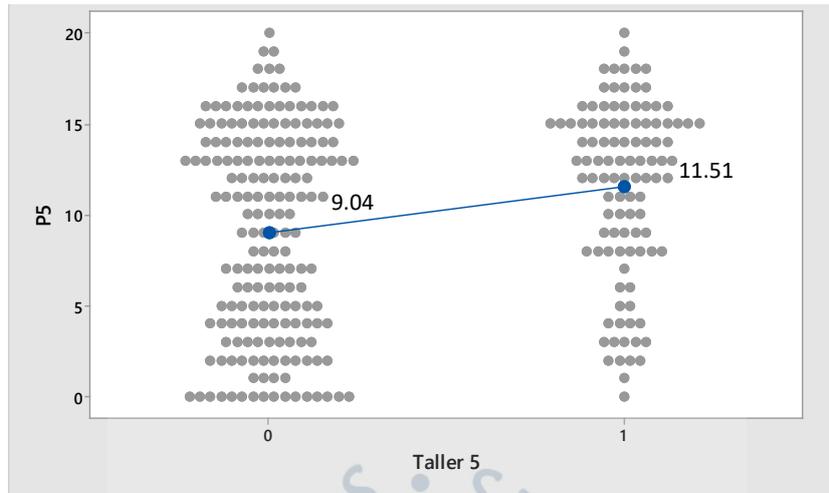


Gráfico de dispersión de la práctica 6 vs. taller 6 y comparación entre las medias de haber asistido o no al taller.

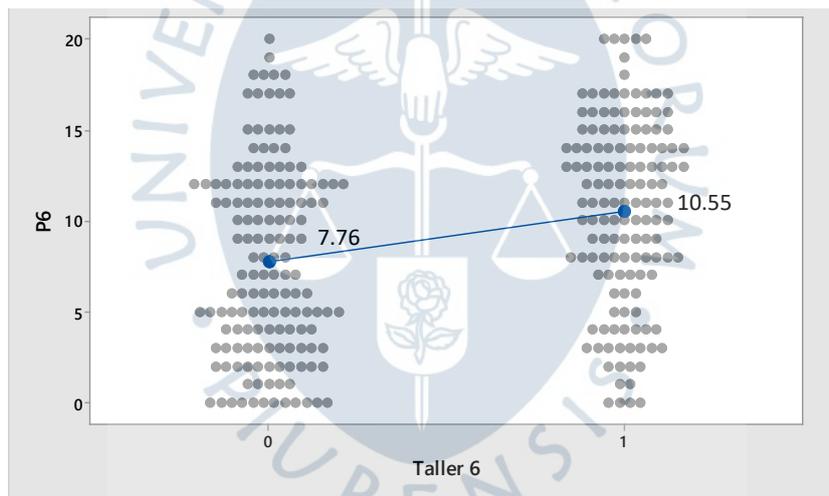


Gráfico de dispersión de la práctica 7 vs. taller 7 y comparación entre las medias de haber asistido o no al taller.

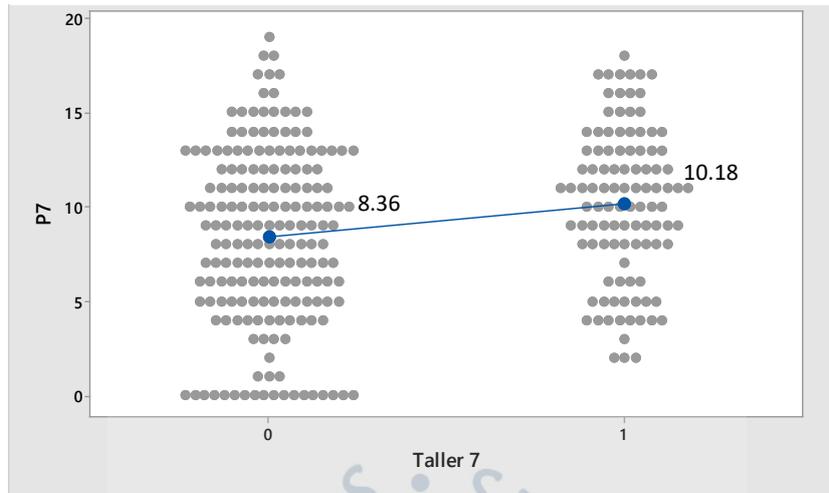


Gráfico de dispersión de la práctica 8 vs. taller 8 y comparación entre las medias de haber asistido o no al taller.

