



UNIVERSIDAD
DE PIURA

REPOSITORIO INSTITUCIONAL
PIRHUA

ANÁLISIS, DISEÑO Y FABRICACIÓN DE UNA LEVA INDUSTRIAL MEDIANTE TÉCNICAS AVANZADAS DE MANUFACTURA

Fernando Sánchez-Elías Burstein

Piura, 09 de Junio de 2009

FACULTAD DE INGENIERÍA

Área Departamental de Ingeniería Mecánico-Eléctrica

Junio 2009



Esta obra está bajo una [licencia Creative Commons Atribución-NoComercial-SinDerivadas 2.5 Perú](#)

Repositorio institucional PIRHUA – Universidad de Piura

UNIVERSIDAD DE PIURA
FACULTAD DE INGENIERÍA
Departamento de Ingeniería Mecánica



“Análisis, diseño y fabricación de una leva industrial mediante técnicas avanzadas de manufactura”

Tesis para obtener el título de
Ingeniero Mecánico – Eléctrico

Fernando Eduardo Sánchez – Elías Burstein

Asesor: Ing. Jorge Yaksetig Castillo

Piura, mayo 2009

**A Dios y a mi familia,
porque sin ellos
nada sería posible.**

PRÓLOGO

En nuestro país, al igual que en todo el mundo, existe una creciente demanda de energía eléctrica, la cual se ha acentuado en la actualidad debido a un vertiginoso crecimiento de la economía nacional. El exceso de potencia que consumimos en horas punta del día es cubierto casi en su totalidad por centrales térmicas repartidas en todo el Perú, que brindan una generación alternativa mediante grupos electrógenos movidos por motores de combustión interna. Por ello, estas centrales toman gran importancia y es esencial que tengan listos sus equipos para entrar en marcha en todo momento.

La presente tesis surge de la solicitud de la empresa de generación ElectroPerú-Tumbes a la Universidad de Piura para reparar, o si se daba el caso reemplazar, una leva dañada que pertenece al sistema de inyección de combustible del motor endotérmico de uno de los grupos electrógenos MAK de la ciudad de Tumbes. Partiendo de esto dedicamos un estudio minucioso a este caso en particular. La utilidad de esta tesis radica en todos los procedimientos realizados para estudiar en detalle la pieza, hacer un aporte en cuanto a técnicas para determinar y ajustar correctamente su complicada geometría y además proponer nuevos métodos de fabricación, de tal manera que el resultado sea una pieza durable y de calidad, con excelentes características mecánicas y dinámicas.

En la rama de ingeniería mecánica el desarrollo de este tema es muy interesante, ya que la Universidad de Piura afronta el reto de confeccionar una pieza que no se fabrica en el Perú, innovando en tecnologías de diseño y manufactura. Por la oportunidad de permitirme exponer esta investigación y apoyarme durante el proceso de realización del presente trabajo, agradezco al equipo de personas del Laboratorio de Tecnología Mecánica de la universidad, en especial al ingeniero Jorge Yaksetig Castillo por su paciencia y asesoramiento constante.

Resumen de Tesis

Aspecto metodológico

Planteamiento del problema

La presente tesis surge de la solicitud de la empresa de generación ElectroPerú-Tumbes a la Universidad de Piura para reparar, o si se daba el caso reemplazar, una leva dañada que pertenece al sistema de inyección de combustible del motor endotérmico de uno de los grupos electrógenos MAK de la ciudad de Tumbes.

Objetivos

El objetivo central de este trabajo es el análisis cuidadoso, la correcta fabricación y el reemplazo de la leva industrial averiada, para cumplir con la solicitud de la empresa generadora ElectroPerú-Tumbes. Para ello se debe realizar un estudio y ajuste detallado de la pieza original, y así asegurar un correcto funcionamiento y evitar una falla en el futuro. Por otro lado, se debe plantear un proceso de manufactura con el fin de procurar un gran ahorro económico, al fabricar la pieza aquí en el Perú.

Hipótesis

Se cree que la falla se produjo debido a la existencia de una zona crítica en el tramo de ascenso del seguidor, donde el ángulo de presión sobrepasa los valores recomendados para evitar cargas laterales excesivas. Esta es una característica inevitable en este tipo de motores ya que la subida brusca y empinada se da debido al corto tiempo que es requerido para la inyección de combustible. Ya que no es posible cambiar la geometría del elemento, se obligaría a una elección apropiada del material de fabricación, de lo contrario la leva tendería a fallar una y otra vez en el mismo lugar.

Se realizará el estudio del material de la pieza mediante análisis micrográficos y pruebas de dureza. Se determinará su perfil a través de un proceso de digitalización de coordenadas y se perfeccionará utilizando una técnica especial de ajuste de curvas: el método de Bézier; tomando en cuenta el radio de curvatura, el ángulo de presión y las derivadas de orden superior resultantes del movimiento del seguidor. Asimismo, se propondrá alternativas en cuanto a los materiales de manufactura, proceso de fabricación y mecanizados; utilizando herramientas y maquinaria de última generación, de tal manera que el resultado sea una pieza durable y de calidad, con excelentes características mecánicas y dinámicas.

ÍNDICE

Dedicatoria	iii
Prólogo	v
Resumen	vii
Índice	ix
Introducción	1
I. La realidad actual de la energía en el Perú	1
II. Síntesis del problema	2
III. Objetivos	3
Capítulo I. Conceptos previos	5
I. Descripción de la máquina	5
II. El sistema de alimentación	6
III. La bomba de inyección	8
IV. La inyección	9
Capítulo II. Diseño de levas	11
I. Conceptos básicos	11
II. Tipos de levas y seguidores	12
III. Términos asociados al mecanismo	14
IV. Leyes de desplazamiento del seguidor	14
V. Técnicas avanzadas de diseño: las curvas de Bézier	20
VI. Obtención del perfil de leva	24
VII. Comprobación del perfil de leva	24
VIII. Teoría de contacto	27
Capítulo III. Desmontaje, análisis y ajuste de la leva original	29
I. Desmontaje de la leva	29
II. Identificación del material	29
III. Determinación y ajuste del perfil	32
IV. El método de Bézier modificado	40
V. Comprobación del perfil	45

Capítulo IV. Fabricación de la leva nueva y reemplazo de la pieza dañada	47
I. Mejoras en la estructura física del elemento	47
II. Elaboración del plano constructivo y del modelo sólido final	49
III. Procedimiento de fabricación y mecanizados	52
IV. Montaje de la leva	54
Conclusiones y recomendaciones	57
I. Conclusiones	57
II. Aportes	59
III. Recomendaciones	59
Referencias Bibliográficas	61
Anexos	63
1. Datos originales de desplazamiento completo y sus derivadas.	65
2. Datos obtenidos después de utilizar el método de Bézier.	69
3. Datos obtenidos después de usar el método de Bézier modificado.	73
4. Desviación entre datos iniciales y los obtenidos por Bézier modificado.	77
5. Valores del ángulo de presión a lo largo del desplazamiento.	79
6. Parámetros para el proceso de fabricación de la leva.	81

INTRODUCCIÓN

1. La realidad actual de la energía en el Perú

Actualmente, el Sistema Eléctrico Interconectado Nacional (SEIN) presenta una máxima demanda de potencia (en horas punta) de alrededor de 4200 MW ⁽¹⁾. En diciembre del 2008 esta energía provino principalmente de dos fuentes: un 60,2% de plantas hidroeléctricas y un 39,8% de plantas térmicas; en menor proporción se dio el aporte de las energías eólica y solar, un 0,01%. De los 4200 MW, hasta un 15% está destinado para uso propio de la red (subestaciones, pérdidas en líneas de alta y baja tensión, y otros); y lo restante sólo sería obtenible si todos los equipos funcionaran sin parar por mantenimiento programado o fallas, y si los ríos tuvieran un caudal a plenitud, como sucede en época de lluvias.

En tiempo de sequía, la generación hidráulica sólo alcanza valores de un poco más de 1500 MW. Por otro lado, el gas, visto siempre como solución inmediata para el vertiginoso crecimiento de la economía y su consiguiente sed de energía, hoy se encarga de generar unos 1400 MW, y al igual que el agua ya no puede aumentar su aporte, pues el gaseoducto simplemente ya no soporta más carga. Por ello las centrales de generación alternativa (diesel, carbón o residual) toman gran importancia.

Las empresas que forman parte de la red son responsables de la calidad de energía con la que abastecen a sus clientes. Hay mala calidad de energía cuando existe un alejamiento significativo (en magnitud y duración) en el nivel de tensión, frecuencia o forma de onda que conduce a una interrupción en el servicio, al daño, fallo o mal funcionamiento de equipos dependientes de la energía eléctrica.

En resumen, el crecimiento constante de la demanda de energía en el Perú (alrededor del 8% anual), la escasez de agua en los ríos, el exceso de potencia que se consume en ciertas horas del día, así como ciertos imprevistos (fallas técnicas u otros), son factores que influyen directamente en la calidad de energía y pueden ser causa de serios problemas en nuestra realidad nacional; y en el caso de las centrales térmicas, las obligan a tener disponibles sus equipos en todo momento.

Los elementos principales que conforman las plantas térmicas son los grupos electrógenos, máquinas industriales movidas por motores de combustión interna. Su disponibilidad depende de que cada uno de sus componentes se encuentre listo para intervenir en el momento indicado.

(1) Fuente: Ministerio de Energía y Minas. Estadística eléctrica. Diciembre 2008.

II. Síntesis del problema

La planta térmica que suministra energía eléctrica a la ciudad de Tumbes posee dos grupos electrógenos, que deben estar disponibles para entrar en marcha en el momento que el Comité de Operación Económica del Sistema Interconectado Nacional (COES-SINAC) lo considere necesario. Sin embargo, debemos tomar en cuenta algo importante: por el simple hecho de tener los equipos disponibles para cualquier eventualidad, aún en el caso de que las máquinas no estén en funcionamiento, la empresa, ElectroPerú, percibe ciertas ganancias económicas.

El motor de uno de los grupos presentó fallas en el sistema de inyección. Este sistema es accionado por medio de varios mecanismos compuestos por una leva, un seguidor de rodillo y un vástago; unos se encargan de abrir y cerrar las válvulas, otros controlan el ingreso de carburante a través de los inyectores hacia la cámara de combustión. El problema se presentó en una de las levas del mecanismo, la cual se avería con frecuencia y causa la indisponibilidad del equipo y naturalmente pérdidas económicas. Como puede verse en la figura 1, la leva en cuestión presenta gran desgaste en su superficie, y una grave lesión, con un deterioro localizado en la zona de rodadura.



Figura 1. Imagen de la leva dañada.

El grado del daño y el desgaste ocasionado por el constante trabajo hacen imposible la reparación de la leva para un funcionamiento a largo plazo, por lo que es necesario reemplazarla. Para resolver el problema la empresa pensó en importar una leva, del propio fabricante, lo cual era lo más recomendable, ya que ellos tienen el conocimiento y las herramientas necesarias para fabricar un elemento mecánico de gran calidad y confiabilidad, pero suponía una alta inversión económica y una demora de unos 4 meses, tiempo durante el cual la máquina estaría parada e indisponible.

En este contexto el Laboratorio de Tecnología Mecánica de la Universidad de Piura, por invitación de ElectroPerú, asumió el reto y propuso la fabricación de una leva nueva, aquí en el Perú. El interés del tema radica en la explicación de todos los procedimientos y análisis matemáticos, químicos y físicos que se llevaron a cabo para cumplir con el objetivo. Este trabajo explicará con detalle cada uno de ellos.

III. Objetivos

Con el fin de hacer un aporte significativo en el estudio y análisis previos a la fabricación de una leva, así como proponer alternativas para su correcta fabricación y mecanizados posteriores, la tesis tiene los siguientes objetivos:

Generales

- Estudiar el diseño de levas, resumiendo los aspectos más importantes para esta tesis, para el caso de una leva plana con seguidor de rodillo, de manera que este estudio pueda servir como guía para futuras investigaciones.
- Realizar un estudio detallado de la pieza original mediante análisis micrográficos y pruebas de dureza, y así determinar las propiedades mecánicas y físicas que deberá poseer para un correcto funcionamiento.
- Determinar perfil propio de la leva mediante un proceso de digitalización de coordenadas; luego perfeccionarlo utilizando software de diseño geométrico asistido por computador, mediante una técnica especial de ajuste de curvas: el método de Bézier.
- Plantear un aporte en cuanto a ajuste y suavización de curvas para este caso en particular: el de reconstruir y corregir un contorno previamente diseñado, de manera sencilla e intuitiva, haciendo una variante al método de Bézier.
- Efectuar una comprobación minuciosa del perfil obtenido, tomando en cuenta el radio de curvatura, el ángulo de presión y las derivadas de orden superior resultantes del movimiento del seguidor, y así identificar las zonas críticas de la pieza.
- Hacer una simulación virtual del mecanismo para mostrar el comportamiento dinámico de la pieza ya fabricada.
- Proponer nuevas alternativas en cuanto a los materiales de manufactura del elemento, proceso de fabricación y mecanizados posteriores utilizando herramientas y maquinaria de última generación; y evitando en lo posible cualquier tipo de tratamiento térmico, que mal aplicado puede dañar la estructura interna de la pieza.

Específicos

- El análisis cuidadoso, la correcta fabricación y el reemplazo de una de las levas correspondiente al sistema de inyección del motor de combustión que pertenece a uno de los grupos eléctricos de la empresa ElectroPerú, en la ciudad de Tumbes.
- Procurar un gran ahorro económico, al fabricar la pieza aquí en el Perú.

CAPÍTULO I

CONCEPTOS PREVIOS

I. Descripción de la máquina

La máquina averiada es un grupo electrógeno marca Mak Motorem, modelo 8M601C, identificado como el número 2 en la central de Tumbes, tiene una capacidad de generación eléctrica de 9 MW. Los grupos electrógenos son equipos formados esencialmente por un motor de combustión interna y un generador. En este caso el equipo está conformado por un motor de encendido por compresión, de 4 tiempos, 8 cilindros, con una potencia al eje aproximada de 9,6 MW (1,2 MW/cilindro) y que gira a una velocidad de 400 RPM; esta máquina va acompañada de un generador que produce energía a una tensión de 10 kV, con una potencia aparente de alrededor de 11200 KVA.

Este generador diesel es un equipo de alta potencia y de gran tamaño, por lo que se encuentra siempre en instalaciones fijas; y está preparado para un funcionamiento constante durante periodos largos de tiempo. Aunque se trata de un modelo antiguo, tiene ventajas como su duración, costo de mantenimiento relativamente bajo, y menor consumo de combustible en comparación con los que utilizan gas natural, propano o gasolina por ejemplo; además el motor se considera más seguro ya que, a diferencia de los que funcionan a gas o gasolina, no utilizan chispa, el diesel que se emplea no es inflamable a condiciones normales, la ignición se da al someter al fluido a altas presiones dentro de la cámara de combustión.

Durante la fase de combustión, en la cual se da una serie de explosiones en los cilindros en forma cíclica, la presión alcanza valores muy altos concentrados en un espacio de tiempo muy breve, lo cual da lugar a trepidaciones. Además, la alta velocidad de giro del rotor, su propia masa y las fuerzas que van asociado a ello son los principales motivos para la generación de altos esfuerzos sobre cada miembro del mecanismo. Consecuencia directa de ello es el peso elevado de estos motores, ya que a causa de la rudeza de su funcionamiento, las estructuras fijas y móviles y cada órgano de transmisión de potencia deben ser lo suficientemente robustos para soportar las vibraciones y los “golpes” a los que estarán sometidos.



Figura 1.1. Vista del grupo electrógeno Mak 2. Ciudad de Tumbes.

Aunque los motores son máquinas muy complejas formadas por cientos de piezas distintas agrupadas en varios mecanismos y sistemas, se puede considerar al motor Diesel compuesto de los siguientes elementos:

- **Órganos principales:** comprenden la estructura fija (bancada, bastidores, el cilindro con la camisa, y la culata); el sistema biela-manivela (eje cigüeñal, biela, pistón y vástago) y el sistema de distribución con sus correspondientes accionamientos.
- **El aparato de inyección:** bomba de inyección, pulverizadores y accesorios.
- **Órganos auxiliares:** circuitos de refrigeración y de lubricación, sistema de arranque y maniobra, filtros, compresores para la sobrealimentación (si se da el caso), etc.

La leva en cuestión pertenece al aparato de inyección del motor, el cual forma parte del sistema de alimentación de combustible. Para fines de este estudio se considera importante hablar brevemente de este sistema y especificar la función que cumple la leva dentro de él, y así definir el trabajo que realiza, para entender mejor el tipo de esfuerzos a los que está sometida, y quizá intuir el porqué de la falla.

II. El sistema de alimentación

Uno de los mecanismos principales dentro de un motor de combustión es el sistema de alimentación de combustible, esencial en el funcionamiento del motor, ya que tiene la tarea de suministrar el fluido carburante e introducirlo dentro de los cilindros en las condiciones ideales para lograr una combustión eficaz y lo más regular posible para el correcto desarrollo del ciclo. Para lograr esto, se debe cumplir varios requerimientos:

- Dosificar el combustible, es decir ingresar la cantidad exacta y necesaria a cada cilindro según la carga y la velocidad del motor.

- Entregar el combustible perfectamente limpio.
- Introducir el fluido en el momento preciso, cuando el aire dentro del cilindro haya alcanzado la presión y temperatura adecuadas.
- Regular el gradiente de inyección, comunicándole al fluido la energía cinética y presión suficientes para su penetración en la masa de aire comprimido.
- Pulverizar el combustible, es decir dividirlo en pequeñísimas gotas del modo más uniforme posible. Una buena pulverización facilita el encendido.
- Asegurar una buena difusión del fluido, para que pueda reaccionar con el oxígeno necesario para la ignición, evitando zonas de aire no utilizado dentro de la cámara.

Una serie de elementos forman parte de este sistema y hacen posible todo lo antes mencionado. En la figura 1.2 se muestra el esquema del circuito de combustible del motor en estudio. Se puede observar cinco elementos principales:

1. Depósito de combustible
2. Bomba de alimentación
3. Filtros
4. Bomba de inyección
5. Inyector

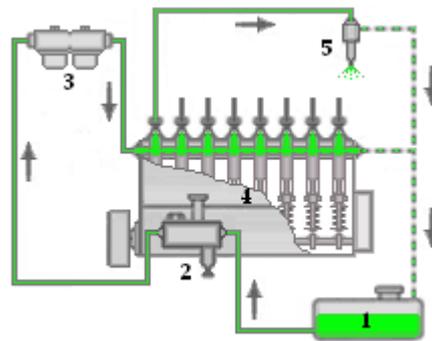


Figura 1.2. Esquema del circuito de alimentación de combustible.

Durante su funcionamiento se puede diferenciar dos apartados fundamentales:

- **El circuito de baja presión**, formado básicamente por el depósito de combustible, la bomba de alimentación y una serie de filtros y tuberías. La función que cumple la bomba de alimentación es la de succionar el fluido del depósito y enviarlo a través de rejillas y filtros, que eliminan las impurezas, hacia la bomba de inyección a una presión conveniente, que normalmente oscila entre 1 y 2 bar.
- **El circuito de alta presión**, formado, en síntesis, por la bomba de inyección y los inyectores. La bomba de inyección se encarga de impulsar el combustible hacia los inyectores a una presión adecuada, para luego introducirlo totalmente pulverizado dentro de la cámara de combustión. Normalmente, válvulas de descarga dosifican el fluido, de tal manera que el sobrante vuelve al depósito a través de tuberías de retorno, representadas mediante líneas punteadas en la figura 1.2.

Es conveniente tener una idea clara del circuito de alimentación, no obstante detallar su funcionamiento y explicar cada uno de sus componentes sería una exposición muy extensa. Para proseguir con este estudio no será necesario hacerlo; sin embargo, sí es de interés el circuito de alta presión, y en particular la bomba de inyección.

III. La bomba de inyección

El motor Mak posee un sistema de inyección mecánico, formado por un tipo de bomba de inyección llamada bomba de elementos en línea, cuya característica principal es la de disponer de tantos elementos de bombeo como cilindros tenga el motor. En la figura 1.3 se muestra el montaje de la bomba en forma simplificada. Como puede verse, cada elemento de bombeo está compuesto por un cilindro y su correspondiente émbolo, movido por una leva (ésta es la pieza que se estudia en la presente tesis), que a su vez va montada sobre un árbol de levas que recibe el movimiento del cigüeñal mediante engranajes o correas dentadas. Varios accesorios adicionales complementan este mecanismo, en la figura 1.3 se muestra algunos de ellos; sin embargo en la actualidad existen distintos tipos y montajes más complejos.

1. Árbol de levas
2. Rodillo del seguidor
3. Seguidor de empuje
4. Platillo inferior
5. Resorte
6. Pie del émbolo
7. Platillo superior
8. Émbolo

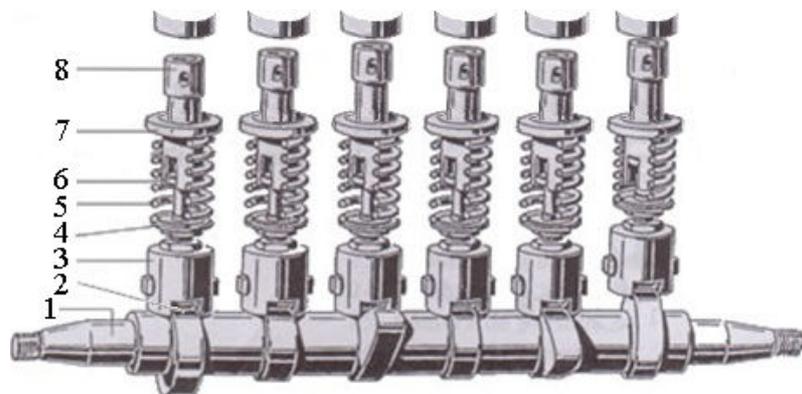


Figura 1.3. **Vista simplificada del montaje de la bomba de inyección.**

El equipo de inyección, compuesto de una bomba y de un inyector por cada cilindro, dosifica y envía el combustible pulverizado a los cilindros del motor en la cantidad y presión adecuadas. Generalmente la bomba de alimentación va acoplada recibiendo el movimiento de una leva adicional instalada en el mismo árbol de levas. El arranque del mecanismo se obtiene mediante aire comprimido.

Este tipo de bombas de inyección tiene una constitución robusta y gran fiabilidad mecánica, sus inconvenientes son su tamaño, peso (casi todos sus componentes son fabricados de acero) y que están limitadas por su lentitud, un bajo número de revoluciones que las hacen aptas para vehículos pesados y aplicaciones industriales, pero no para vehículos rápidos. Para este último caso a lo largo del tiempo se han visto reemplazadas por las bombas de inyección rotativas, que poseen un solo elemento de impulsión para todos los cilindros, tienen una constitución más ligera, menor costo de fabricación y mayor velocidad.

Actualmente, las bombas lineales generalmente se utilizan en motores diesel de alta potencia, desde vehículos pesados como camiones, autobuses, tractores, máquinas agrícolas, maquinarias de construcción como excavadoras, niveladoras y dumpers, hasta motores navales y grupos electrógenos.

IV. La inyección

En resumen, el mecanismo funciona de la siguiente manera:

El émbolo se desplaza hacia arriba y hacia abajo en el interior de su cilindro, esto se debe al movimiento oscilatorio del seguidor al cual se encuentra acoplado. El impulso de ascenso proviene del árbol de levas, cuando la leva al girar vence el empuje del resorte y levanta el seguidor; el descenso está mandado por el resorte, que entra en acción cuando el saliente de la leva en su giro deja de actuar sobre el seguidor.

El émbolo, al descender, destapa las lumbreras del conducto de alimentación y a la vez crea una depresión dentro de su cilindro, que sumada al efecto de la presión en los conductos provocada por la bomba de alimentación, permite la entrada de combustible al cilindro, llenándolo totalmente. La subida del émbolo causa la impulsión del combustible hacia los inyectores, al comienzo de la subida las lumbreras no están tapadas, y por ello una parte del fluido es devuelto hacia el conducto de alimentación, otra parte sobrante sale a través de las tuberías de retorno hacia el depósito.

Mientras el combustible no salga por el inyector, la presión irá aumentando a medida que el émbolo vaya subiendo. En la figura 1.4 se muestra un detalle de la zona entre el émbolo y la salida al inyector. Una válvula de resorte situada antes del inyector está debidamente regulada para que la cantidad de fluido y el momento de inyectarlo sean precisos, con el fin de obtener una mezcla perfecta aire-combustible y asegurar un buen funcionamiento del motor. En el momento que la presión causada por el émbolo vence la resistencia del resorte de la válvula, comienza la inyección.

1. Émbolo
2. Lumbrera de admisión
3. Conducto de alimentación
4. Pared del cilindro de la bomba
5. Tapón de la válvula
6. Resorte de la válvula
7. Conducto de salida al inyector

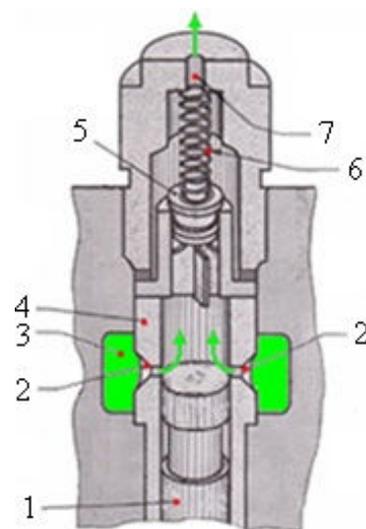


Figura 1.4. Detalle de la zona entre el émbolo y la salida del inyector.

Por otro lado el aire, previamente filtrado, se encuentra ya en el interior del cilindro del motor (donde se dará la explosión) y va siendo comprimido, de este modo alcanza una presión aproximada de 40 bar y una temperatura de alrededor de los 600°C, condiciones ideales para la inflamación. Es en este instante cuando el combustible se inyecta, pulverizado y a una presión altísima (de 150 a 300 kg/cm²), mezclándose ambos fluidos en la cámara de combustión.

En esta breve introducción se ha tratado conceptos básicos, importantes para entender el funcionamiento del sistema de alimentación del motor Diesel. Durante la explicación se ve con claridad la importancia de las levas, encargadas de accionar los mecanismos del sistema de alimentación como son la bomba de alimentación y la bomba de inyección. Convirtiendo el movimiento de rotación en movimiento oscilatorio, absorben e impulsan combustible, y abren y cierran válvulas de admisión o escape; sin ellas no sería posible esto. He aquí la importancia del tema, de definir una geometría correcta y un material adecuado para su fabricación, ya que de ellas depende en un principio el buen o mal funcionamiento del motor. Con esto se puede seguir adelante y empezar el estudio detallado de las levas de inyección.

CAPÍTULO II DISEÑO DE LEVAS

I. Conceptos básicos

Una leva es un elemento mecánico que sirve para impulsar a otro, llamado seguidor, para que éste desarrolle un movimiento específico. Tiene una superficie adecuada para transmitir potencia por contacto directo, transformando un movimiento de entrada conocido (usualmente rotatorio) en oscilación, traslación o ambos, del seguidor. En la figura 2.1 se puede observar una vista del montaje más común del mecanismo: una leva de disco acoplada a un seguidor de rodillo. Las levas desempeñan un papel muy importante dentro de la maquinaria moderna, y son elementos vitales en el funcionamiento de cualquier motor, ya que se encargan de transmitir movimiento y potencia. Las numerosas aplicaciones de este elemento van desde pequeños automatismos mecánicos usados en juguetería, todo tipo de vehículos motorizados, hasta grandes máquinas industriales, como en el caso de esta tesis.

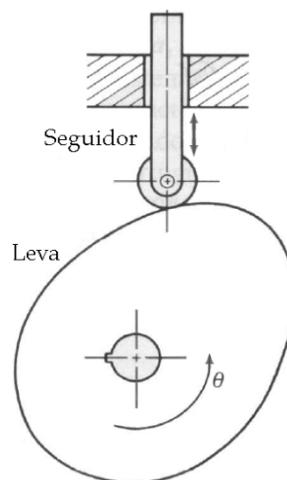


Figura 2.1. Vista del montaje de una leva de disco y un seguidor de rodillo.

Como se puede observar en la figura 2.1, un mecanismo leva – seguidor consiste en dos miembros móviles que se encuentran en contacto directo, cada uno de ellos con un solo grado de libertad. Esto establece una ley de dependencia entre sus movimientos, llamada ley de desplazamiento del seguidor. Los mecanismos de leva y seguidor son, en general, sencillos y poco costosos, tienen pocas piezas móviles y pueden ocupar espacios muy

reducidos. Además, se puede diseñar levas para obtener casi cualquier ley de desplazamiento deseada, ajustando las diversas geometrías y combinaciones de leva y seguidor. Por ello son sumamente versátiles, y son ampliamente utilizados en todo el campo de la mecánica moderna.

Las levas pueden ser de diferentes formas y tamaños dependiendo del uso que se les dará, por ello se requiere todo un proceso de fabricación en particular para cada una. El material que se empleará en su fabricación debe ser elegido con mucho cuidado, sobre todo en el caso de máquinas industriales. Normalmente fabricadas de una aleación de acero, deben estar preparadas para un trabajo pesado y constante de gran fricción y desgaste, debido a los grandes esfuerzos a los que estarán sometidas.

Sumado a esto se encuentra el principal detalle del diseño: el perfil físico de la leva, muchas veces se trata de una geometría compleja que necesita todo un estudio físico y matemático de alto nivel para su correcta definición. Hoy en día, los perfiles pueden ser mecanizados por electroerosión, por máquinas de control numérico, etc. Y si el volumen de producción o el material lo justifican, pueden obtenerse por moldeo, sinterización o fusión.

Otro punto importante que el diseñador debe tomar en cuenta, es el de asegurar el contacto permanente del seguidor y la leva, ya que, debido a la inercia y a las altas velocidades durante el funcionamiento, se pueden producir “saltos” del seguidor que perjudicarían la buena marcha del sistema. Esto casi siempre se consigue de dos maneras: por medio de una fuerza (ya sea el mismo peso del seguidor o un resorte acoplado), o a través de una restricción mecánica, según la configuración geométrica de los elementos.

II. Tipos de levas y seguidores

Existen tipos variados de perfiles y formas de las levas, por ello es necesario utilizar cierta terminología para distinguir unas de otras. Los más comunes son:

- ***De disco, de placa o radial*** (Figura 2.2 a)
- ***Cilíndrica o de tambor*** (Figura 2.2 b)
- ***De cuña o de traslación*** (Figura 2.2 c)
- ***Lateral o de cara*** (Figura 2.2 d)

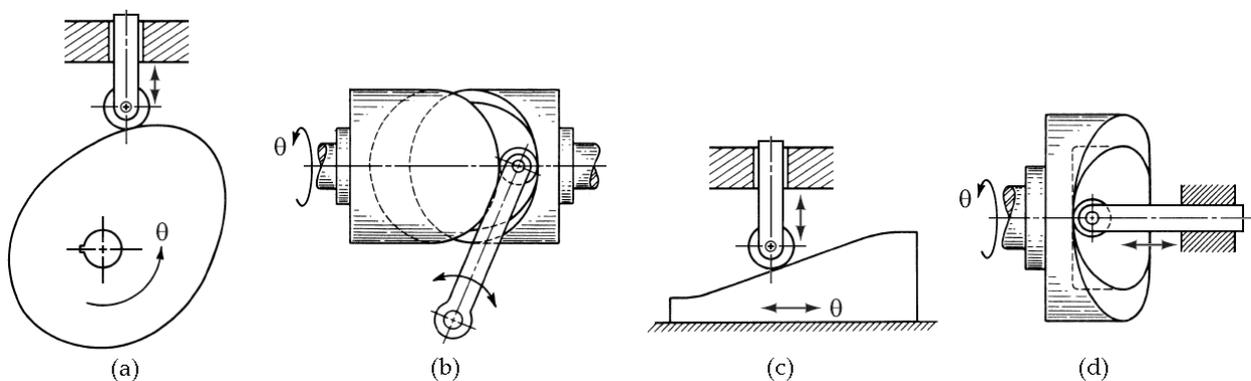


Figura 2.2. Tipos de levas.

Además de estas, hay otras muy poco utilizadas, como son las levas cónicas, esféricas y globoides; para ellas se requiere un estudio aparte, y debido a su manufactura complicada y costosa, son estudiadas casi siempre solo teóricamente. Entre las que se muestran en la figura 2.2 la menos común en aplicaciones prácticas es la leva de cuña, debido a que necesita un movimiento alternativo de traslación como entrada en lugar de un movimiento continuo de rotación. Las levas de cara y las cilíndricas, a pesar de que su diseño y fabricación es poco difícil debido a su geometría compleja, se pueden encontrar en diversos mecanismos en la actualidad. De todas ellas la más usada en el mercado es la leva de disco o de placa.

Por otro lado, los seguidores o palpadores pueden clasificarse de maneras distintas, de tal manera que un mismo seguidor puede encajar en más de una clasificación según sus características. Algunos autores los diferencian según el movimiento que realizan como consecuencia del contacto con la leva, que puede ser de rotación (oscilatorio) o traslación (alternativo); otra forma es fijándose en la dirección del movimiento del seguidor respecto al eje de giro de la leva, así pueden ser excéntricos, radiales o axiales. Sin embargo, la mayoría de textos distinguen los tipos de seguidor de acuerdo a su geometría: circular o de rodillo, puntual, de cara plana, de cuña, de cara esférica, etc. A continuación se ilustran algunos de ellos:

- *Seguidor de rodillo, en traslación* (Figura 2.3 a)
- *Seguidor de cara plana, en traslación* (Figura 2.3 b)
- *Seguidor de cara esférica, en rotación* (Figura 2.3 c)
- *Seguidor de rodillo, en rotación* (Figura 2.3 d)
- *Seguidor puntual, en traslación* (Figura 2.3 e)

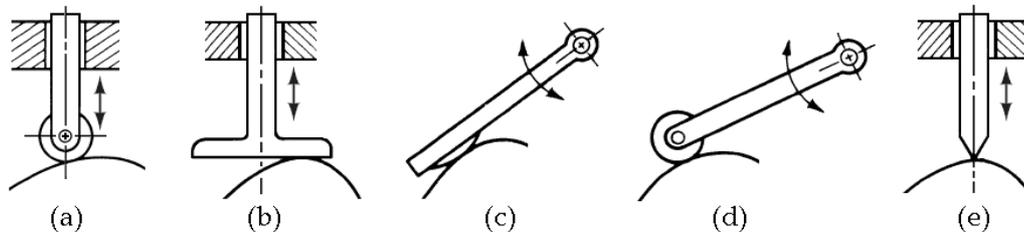


Figura 2.3. Tipos más comunes de seguidores.

De estos tipos, el más utilizado es el seguidor de rodillo, que posee la ventaja de tener bajo desgaste por fricción (rodante), y presenta una distribución aceptable de esfuerzos por contacto; a diferencia de los seguidores de cara plana o cara esférica (deslizantes) que presentan un desgaste considerable en corto tiempo, y aún más los de contacto puntual, que debido a las fuerzas concentradas en un solo punto tienen esfuerzos de contacto muy elevados, y por ello su estudio es puramente teórico. En conclusión, normalmente se prefiere que el seguidor tenga una forma geométrica simple, que le permita seguir fácilmente el contorno de la leva, y así el diseño pueda centrarse en obtener un perfil adecuado de ella. En lo sucesivo, el desarrollo del tema se centrará en las levas de disco con seguidor de rodillo en traslación, aunque los principios puedan ser aplicados al diseño de cualquiera de ellos.

III. Términos asociados al mecanismo

Los mecanismos leva – seguidor tienen una nomenclatura asociada a ellos. Antes de continuar con el diseño de levas se debe observar la figura 2.4, en ella se pueden ver los términos que he considerado importantes para el desarrollo de esta tesis.

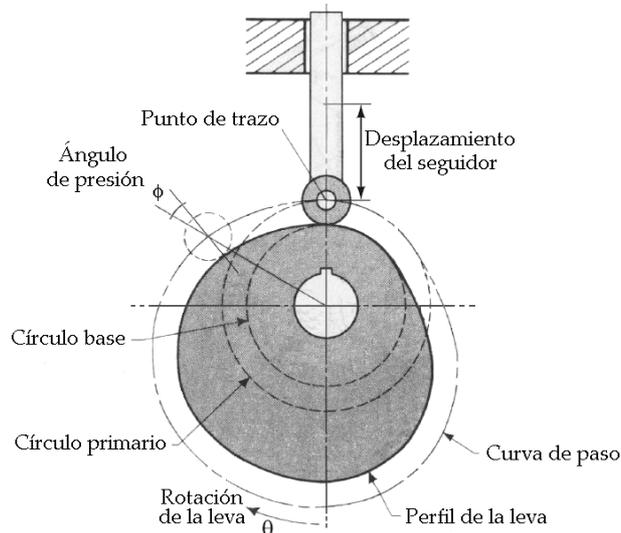


Figura 2.4. **Nomenclatura del mecanismo leva – seguidor.**

Punto de trazo. Es un punto teórico ubicado en el centro del seguidor de rodillo o en el punto medio de la superficie de un seguidor de cara plana.

Curva de paso. Es el lugar geométrico generado por el punto de trazo, y describe una trayectoria similar al perfil de la leva, pero separada de ésta por el radio del rodillo.

Círculo primario. Es el círculo más pequeño que se puede trazar con centro en el eje de rotación de la leva y tangente a la curva de paso.

Círculo base. Es el círculo más pequeño que se puede trazar con centro en el eje de rotación de la leva y tangente al perfil de ella.

Ángulo de presión. Es el ángulo comprendido entre la dirección del desplazamiento del seguidor y la normal a la superficie de la leva en ese punto de tangencia.

IV. Leyes de desplazamiento del seguidor

Durante la rotación de la leva, el seguidor ejecuta una secuencia de movimientos de subida y bajada. Al producirse un ciclo de movimiento completo, es decir un giro de 360° , el seguidor se mueve describiendo una forma similar a la que se muestra en el diagrama de la figura 2.5. En este diagrama típico se ha elegido como ejemplo un perfil arbitrario de leva, el eje de las abscisas representa el ángulo de giro (θ) con una longitud total igual al perímetro del círculo primario desarrollado (la gráfica muestra doce partes, cada una de 30°); y el eje de las ordenadas representa el recorrido del seguidor (y). En la figura se

puede distinguir los distintos tramos del ciclo, en un primer momento el seguidor realiza un movimiento de “subida”, tiende a alejarse del centro de rotación de la leva hasta llegar a un punto máximo donde se mantiene estático por un instante, realizando una primera “detención”, y luego emprende el “retorno” acercándose al centro de rotación de la leva hasta llegar al punto mínimo, donde se puede identificar una segunda “detención”.

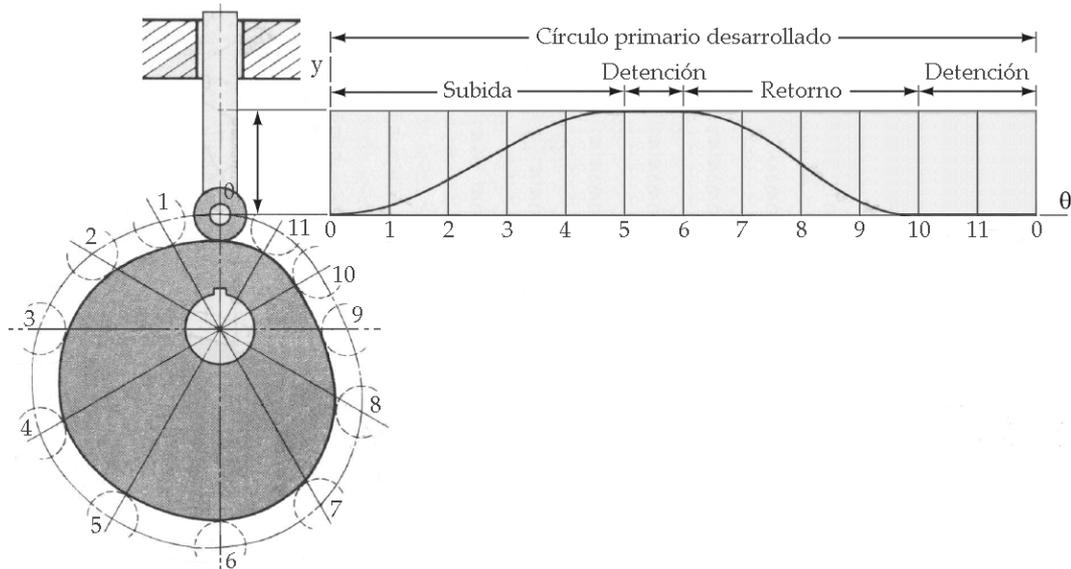


Figura 2.5. Diagrama de desplazamiento del seguidor.

El seguidor debe cumplir con unas leyes de desplazamiento deseadas, éstas se diseñan a partir de especificaciones de movimiento preestablecidas. Por ejemplo, las características esenciales de un diagrama de desplazamiento tales como la duración de los tramos de subida, bajada o detención, y la elevación total del seguidor, casi siempre son dictadas por las necesidades de la aplicación. Uno de los pasos clave en el diseño de la leva es la elección de las formas apropiadas para los movimientos de subida y bajada, la tarea del proyectista es seleccionar qué tipos son preferibles dependiendo de la situación. El diagrama de desplazamiento se puede construir con precisión una vez que la relación $y = y(\theta)$ haya sido especificada, esta ecuación describe en forma exacta el perfil de la leva, y a partir de ella se puede determinar su comportamiento dinámico.

No se debe olvidar que la leva y el seguidor forman parte de un sistema mecánico dinámico con propiedades inerciales y de impacto, por tanto la velocidad, aceleración, y en algunos casos las derivadas de mayor orden del desplazamiento del seguidor son de gran importancia. Por ejemplo, una discontinuidad en la velocidad o aceleración originaría variaciones extremas en las fuerzas, que podrían ocasionar la pérdida de contacto entre leva y seguidor, desajustes, ruidos, vibraciones, y por último provocar la falla o destrucción del mecanismo.

Por lo antes mencionado, se debe procurar un movimiento “suave” del seguidor. Se asegura una velocidad constante mediante un movimiento de entrada uniforme, cuyo diagrama de desplazamiento es una recta con pendiente constante, como se ilustra en la figura 2.6. Se muestra también los diagramas de la primera y segunda derivadas (velocidad y aceleración). Sin embargo este movimiento no es útil para aplicaciones de media y alta velocidad de la leva, debido a los vértices que presenta en ciertos puntos, donde se producen aceleraciones infinitas y excesivas fuerzas de inercia.

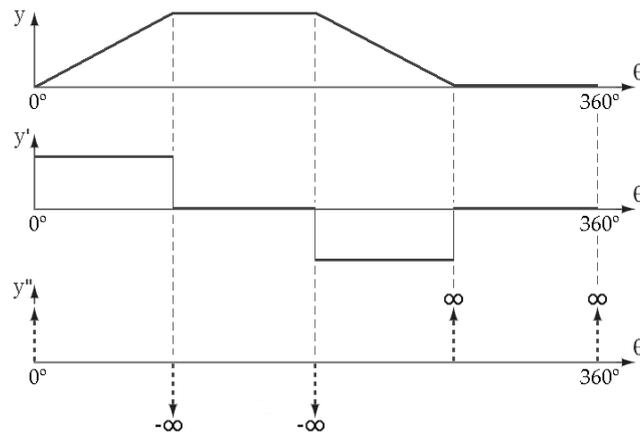


Figura 2.6. Diagrama de desplazamiento uniforme (y), velocidad (y'), aceleración (y'').

Esta gráfica puede modificarse para corregir el comportamiento antes descrito, los cambios bruscos de velocidad se eliminan curvando los vértices. En la figura 2.7 (a) se muestra el primer tramo del diagrama de desplazamiento uniforme modificado, donde el inicio y final de la subida se ha trazado utilizando un movimiento parabólico, el cual produce una aceleración constante. En la figura 2.7 (b) se incluye un detalle del método gráfico utilizado para el trazado de la parábola.

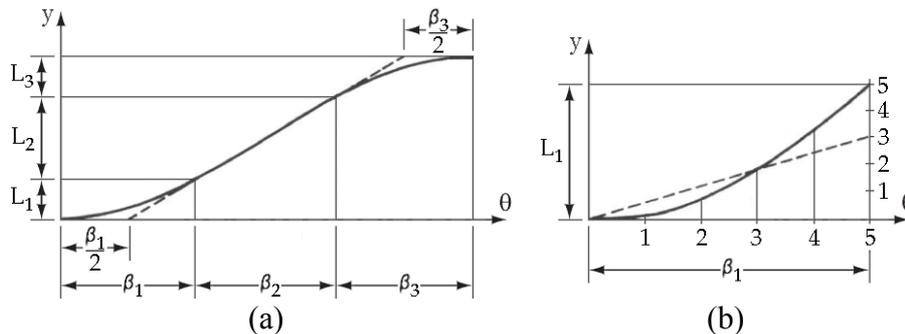


Figura 2.7. Diagrama de desplazamiento uniforme modificado.

Desafortunadamente, este diagrama tampoco exhibe características muy atractivas, esta vez la aceleración presenta cambios escalonados que son inaceptables. La derivada de ésta, llamada “sobrealceleración” o “pulso” tiene picos infinitos en varios puntos. Esta derivada es una medida de la razón de cambio respecto al tiempo de la fuerza de inercia, que indica los niveles de impacto. El impacto acorta la vida útil del mecanismo, debido al desgaste de las superficies y a la fatiga de los componentes adyacentes.

La búsqueda de un mejor perfil de elevación y caída, condujo a los diseñadores de levas a estudiar algunas funciones alternativas. Hay varios tipos de curvas posibles que se usan para suavizar el desplazamiento, entre las más conocidas tenemos: la parábola, el armónico simple y la cicloide, que a continuación serán descritas. Otras curvas son los polinomios algebraicos con base canónica y los polinomios trigonométricos en base Fourier. Además existen métodos más avanzados de diseño como son las curvas de Nurbs y los polinomios algebraicos con base Bernstein que definen las leyes de desplazamientos por curvas de Bézier, de los que se tratará más adelante. Éstos últimos se utilizan usualmente con un tipo de software de diseño geométrico que provee técnicas de ajuste de curvas asistida por computador (CAGD).

La siguiente selección de perfiles para corregir las desventajas antes mencionadas es la de aceleración constante; que se obtiene mediante una curva de desplazamiento enteramente parabólica. En la figura 2.8 (a) se muestra el tramo de subida del diagrama de desplazamiento con su primera derivada (velocidad), en la figura 2.8 (b) se muestra la segunda y tercera derivadas (aceleración y sobreaceleración). Se puede observar que la aceleración tiene valores finitos, es una constante positiva en la primera mitad de la elevación y es una constante negativa en la segunda mitad. Sin embargo el perfil de sobreaceleración tiene tres picos infinitos debido a los cambios súbitos de pendiente de la velocidad y a la discontinuidad de la curva de aceleración. Cuando la leva gira a baja velocidad, las fuerzas de inercia que se generan pueden despreciarse; sin embargo en aplicaciones de velocidad moderadamente alta y en maquinaria de gran tamaño y peso, este perfil no sería una selección apropiada.

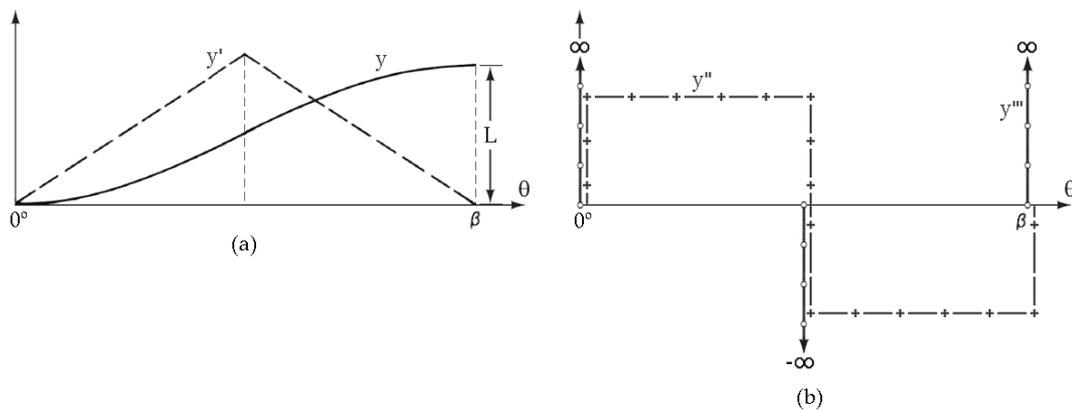


Figura 2.8 (a). **Diagramas de desplazamiento parabólico (y) y velocidad (y').**
(b). **Diagramas de aceleración (y'') y sobreaceleración (y''').**

Para una leva pesada de alta velocidad, como la que se estudia en esta tesis, es muy importante cerciorarse que su perfil sea descrito por un diagrama continuo y en lo posible con cambios ligeros de pendiente. Otra representación algebraica que se acerca a estos requisitos es el movimiento armónico simple. Para una elevación L , y durante el tramo ascendente del seguidor, las curvas de desplazamiento y velocidad se muestran en la figura 2.9 (a), la aceleración y sobreaceleración se pueden ver en la figura 2.9 (b). Se observa que, aunque la forma de la aceleración es también armónica, al inicio y final de la elevación hay cambios bruscos que ocasionan dos picos teóricamente infinitos en la curva de sobreaceleración.

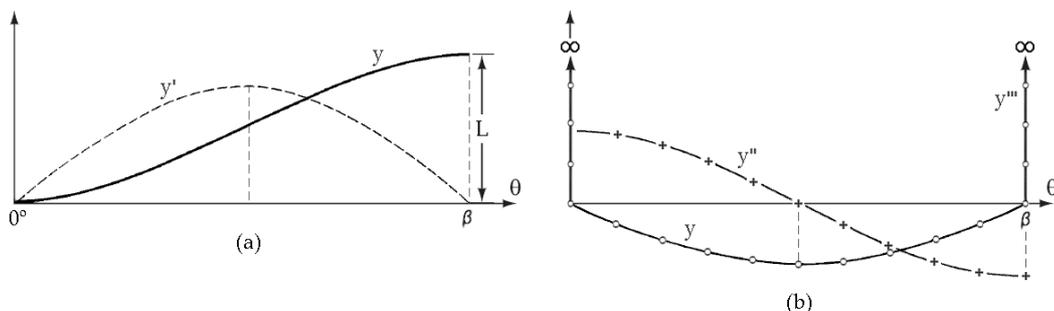


Figura 2.9 (a). **Diagramas de desplazamiento armónico simple (y) y velocidad (y').**
(b). **Diagramas de aceleración (y'') y sobreaceleración (y''').**

Aunque presenta esta deficiencia, diseñar un perfil de leva siguiendo este diagrama es más recomendable que utilizar una curva parabólica. En la actualidad se usa mucho para aplicaciones de baja y media velocidad y en mecanismos poco pesados, debido a que es fácil de fabricar. La construcción gráfica para el perfil armónico simple se ilustra en la figura 2.10 (a). El procedimiento se explica por sí solo, el semicírculo de diámetro L debe dividirse en tantos segmentos angulares como divisiones se harán en las abscisas, luego se trazan una serie de rectas partiendo unas del semicírculo y otras de las abscisas, las cuales se entrecruzan y definen puntos de la curva. En la figura 2.10 (b) se adjunta las ecuaciones que rigen este movimiento, y sus derivadas.

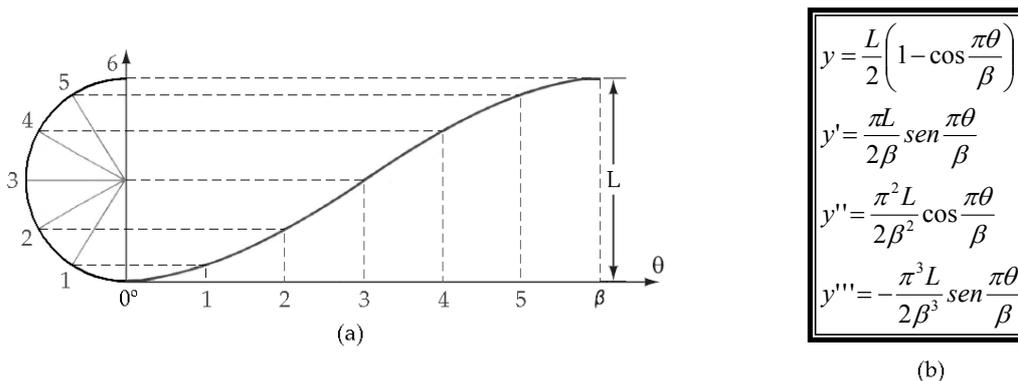


Figura 2.10 (a). Método gráfico para trazar la curva ascendente armónica simple.
(b). Ecuación de desplazamiento ascendente armónico simple y derivadas.

Otro tipo de movimiento que asegura derivadas “suaves” es el movimiento cicloidal. En las figuras 2.11 podemos ver esta función y sus derivadas. Tanto la velocidad como la aceleración son nulas en el inicio y fin de la elevación, lo cual es ideal debido al empalme con las detenciones. Se observa también, por primera vez, que la curva de sobreaceleración tiene una magnitud finita durante todo el ciclo. Aunque la aceleración máxima se ve más alta que en los perfiles anteriores, la cicloide reúne las características más adecuadas en conjunto, por ello, hasta ahora, es la mejor curva para aplicaciones de alta velocidad.

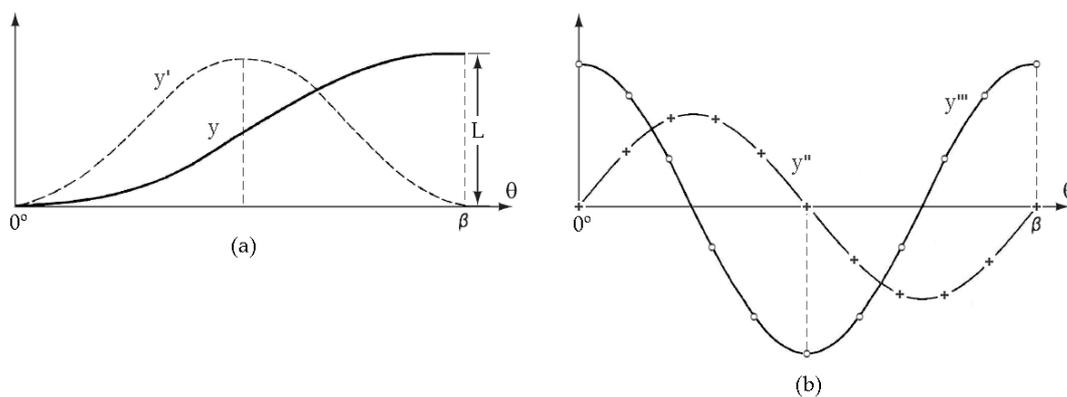
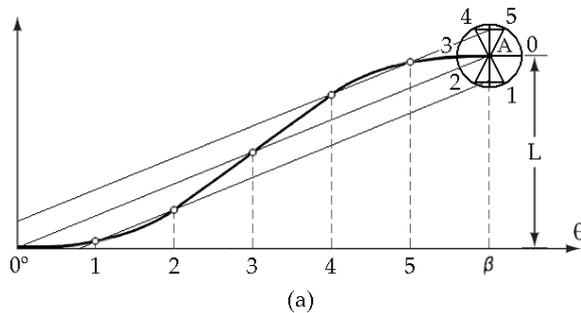


Figura 2.11 (a). Diagrama de desplazamiento cicloidal (y) y velocidad (y').
(b). Diagramas de aceleración (y'') y sobreaceleración (y''').

Gráficamente, la cicloide se puede generar del siguiente modo: se traza un círculo de radio $L/2\pi$ con centro en el punto A, como se muestra en la figura 2.12 (a). Luego se divide este círculo en tantos segmentos como se dividirán las abscisas, y se proyecta estos puntos desde la periferia del círculo horizontalmente hacia la línea vertical que pasa por B. Desde

estas intersecciones obtenidas se trazan rectas paralelas a la diagonal OB, hasta intersectar la correspondiente ordenada numerada, obteniendo así puntos sobre la curva cicloidial del desplazamiento. En la figura 2.10 (b) se ven las ecuaciones que rigen el movimiento cicloidial ascendente, y sus derivadas.



$$\begin{aligned}
 y &= L \left(\frac{\theta}{\beta} - \frac{1}{2\pi} \operatorname{sen} \frac{2\pi\theta}{\beta} \right) \\
 y' &= \frac{L}{\beta} \left(1 - \cos \frac{2\pi\theta}{\beta} \right) \\
 y'' &= \frac{2\pi L}{\beta^2} \operatorname{sen} \frac{2\pi\theta}{\beta} \\
 y''' &= \frac{4\pi^2 L}{\beta^3} \cos \frac{2\pi\theta}{\beta}
 \end{aligned}$$

(b)

Figura 2.12 (a). Método gráfico para trazar la curva ascendente cicloidial.
(b). Ecuación de desplazamiento ascendente cicloidial y derivadas.

Las funciones antes descritas ajustan los perfiles usuales de levas para un requisito básico de elevación y descenso; sin embargo, en muchos casos, se utiliza más de una función para detallar el perfil deseado, se toman partes de una parábola o trozos de movimiento armónico o cicloidial, que se combinan para formar curvas más adecuadas dependiendo de la aplicación. De esta manera el movimiento trapezoidal modificado, por ejemplo, es una combinación de curvas parabólicas y cicloidales, que logra minimizar los valores máximos de la curva de aceleración, asegurando su continuidad al mismo tiempo. Otro es el movimiento de seno modificado, una mezcla de curvas armónicas y cicloidales que asegura picos de velocidad menores en comparación con otros perfiles, y fuerzas de contacto mínimas entre leva y seguidor.

Desafortunadamente, para conseguir cualquier tipo de movimiento del seguidor, no siempre es suficiente combinar los movimientos antes mencionados, por ello otra opción que se utiliza cada vez más son los polinomios algebraicos con base canónica. Los polinomios son muy útiles ya que se pueden expresar como aproximación de otras funciones, y se pueden diseñar “a la medida” para que se ajusten a casi cualquier perfil requerido; la desventaja es que los cálculos analíticos a veces resultan muy largos y tediosos. La ecuación polinomial estándar es la siguiente:

$$y = \sum_{i=0}^n a_n \theta^n = a_0 + a_1 \theta + a_2 \theta^2 + \dots + a_{n-2} \theta^{n-2} + a_{n-1} \theta^{n-1} + a_n \theta^n$$

donde “y” es el desplazamiento del seguidor, θ es el ángulo de rotación de la leva, y a_0 , a_1 , a_2 , etc. son constantes que dependen de las condiciones de frontera. Con un ejemplo se explica mejor esta alternativa: supongamos que deseamos obtener un polinomio para el tramo de elevación, que cumpla con los siguientes requisitos:

$$\begin{array}{llll}
 \text{Para: } \theta = 0 & y = 0 & y' = 0 & y'' = 0 \\
 \text{Para: } \theta = \beta & y = L & y' = 0 & y'' = 0
 \end{array}$$

los cuales son los mismos que cumple la curva cicloidal. Con estas seis condiciones de frontera se puede escribir un polinomio de quinto grado. Las ecuaciones serán:

$$\begin{aligned}y &= a_0 + a_1\theta + a_2\theta^2 + a_3\theta^3 + a_4\theta^4 + a_5\theta^5 \\y' &= \omega a_1 + 2\omega a_2\theta + 3\omega a_3\theta^2 + 4\omega a_4\theta^3 + 5\omega a_5\theta^4 \\y'' &= 2\omega^2 a_2 + 6\omega^2 a_3\theta + 12\omega^2 a_4\theta^2 + 20\omega^2 a_5\theta^3\end{aligned}$$

Éstas son las ecuaciones de desplazamiento, velocidad y aceleración. Se puede ver que la derivada correspondiente a $d\theta/dt$ se ha sustituido por ω (velocidad angular), que es una constante. En estas ecuaciones se debe reemplazar las condiciones antes mencionadas, quedando seis expresiones, según como sigue:

$$\begin{aligned}0 &= a_0 & L &= a_0 + a_1\beta + a_2\beta^2 + a_3\beta^3 + a_4\beta^4 + a_5\beta^5 \\0 &= \omega a_1 & 0 &= \omega a_1 + 2\omega a_2\beta + 3\omega a_3\beta^2 + 4\omega a_4\beta^3 + 5\omega a_5\beta^4 \\0 &= 2\omega^2 a_2 & 0 &= 2\omega^2 a_2 + 6\omega^2 a_3\beta + 12\omega^2 a_4\beta^2 + 20\omega^2 a_5\beta^3\end{aligned}$$

de las cuales se puede deducir fácilmente que:

$$a_0 = 0 \qquad a_1 = 0 \qquad a_2 = 0$$

y luego realizando una serie de operaciones, podemos obtener los demás coeficientes:

$$a_3 = \frac{10L}{\beta^3} \qquad a_4 = -\frac{15L}{\beta^4} \qquad a_5 = \frac{6L}{\beta^5}$$

Finalmente, se sustituye las constantes halladas en la ecuación inicial, obteniendo como resultado la ley de desplazamiento:

$$y = \frac{10L}{\beta^3}\theta^3 - \frac{15L}{\beta^4}\theta^4 + \frac{6L}{\beta^5}\theta^5$$

Esta expresión describe un diagrama de desplazamiento muy parecido a una curva cicloidal, y puede verificarse que los valores extremos que se presentan en velocidad, aceleración y sobrealceleración, son comparables. Se puede obtener un mejor perfil con un polinomio de mayor grado; por ejemplo, para crear un polinomio de octavo grado se incluye entre las condiciones de frontera los requisitos para y'''' . En todo caso, a medida que el nivel de dificultad va aumentando, se hace necesario el uso de un software, ya que en una computadora se puede manejar curvas más complicadas que se ajusten más a un tipo de aplicación en particular.

V. Técnicas avanzadas de diseño: Las curvas de Bézier

Para el estudio y elaboración de las leyes de desplazamiento del seguidor, se puede utilizar diversos tipos de funciones; la mayor parte de bibliografía define estas leyes mediante el uso de métodos tradicionales, que son los descritos anteriormente. Sin embargo en el caso de levas de aplicación industrial de alta velocidad, como el que se

estudia en la presente tesis, se recomienda utilizar procedimientos más avanzados. Con el fin de investigar y probar nuevas técnicas para el diseño de este tipo de levas, se presentan a continuación las curvas de Bézier.

Una desventaja de los métodos tradicionales es que sus coeficientes no tienen un significado geométrico, por lo tanto la modificación de un coeficiente no produce un efecto intuitivo sobre la forma de la función. Si se presenta la necesidad de editar o ajustar un perfil, se obliga a cambiar la función que describe la curva; esto no es práctico ya que la menor modificación necesitaría de nuevos cálculos y operaciones matemáticas. La idea que presenta el método de Bézier es encontrar una función que no necesite cambiarse, sino que para modificar su trayecto sólo se necesite variar ciertos parámetros, cuyo efecto en la forma de la curva sea predecible. Es decir, una función en la que el diseñador pueda intuir los valores que debe ir cambiando para obtener poco a poco la forma de curva deseada.

El método de Bézier, al igual que la mayoría de métodos avanzados de diseño de curvas y superficies, se basa en la utilización de “puntos de control” y una “función base”. Esta es una técnica especial de diseño que se define sobre un dominio unitario, como una función polinómica $b(u)$ de grado n , expresada de la siguiente manera:

$$b(u) = \sum_{i=0}^n b_i B_i^n(u) \quad u \in [0,1]$$

donde los $n+1$ coeficientes b_i son los puntos de control, que en este caso se denominan ordenadas de Bézier; cada ordenada define un punto de coordenadas $b_i = (1/n, b_i)$, que se encuentran equiespaciados en el eje de las abscisas. Por otro lado, el término $B_i^n(u)$ representa la función base Bernstein, cuyo desarrollo matemático es:

$$B_i^n(u) = \binom{n}{i} u^i (1-u)^{n-i} \quad \text{donde} \quad \binom{n}{i} = \frac{n!}{i!(n-i)!}$$

que constituye una base numérica estable y cumple con las siguientes propiedades:

- Satisface la fórmula recursiva $B_i^n(u) = (1-u)B_i^{n-1}(u) + uB_{i-1}^{n-1}(u)$
- Es una partición de la unidad $\sum_{i=0}^n B_i^n(u) = 1$
- Posee positividad: $B_i^n(u) \geq 0$ para $u \in [0,1]$, y simetría: $B_i^n(u) = B_{n-i}^n(1-u)$

En la figura 2.13 se puede ver las curvas $B_i^n(u)$ generadas por los polinomios de base Bernstein de grado dos y tres. Este polinomio se puede interpretar como “la influencia de cada coeficiente b_i en la curva resultante de Bézier $b(u)$ ”. Por ejemplo, si observamos la figura 2.13 (b), de la curva B_0^3 podemos deducir que la influencia del coeficiente b_0 será máxima para $u = 0$ y luego irá disminuyendo junto con el valor de la curva hasta hacerse 0 en $u = 1$. Las curvas B_1^3 y B_2^3 hacen que b_1 y b_2 tengan una influencia creciente desde $u = 0$ hasta llegar a un máximo y luego disminuyan hasta 0 en $u = 1$. Por último, al observar la curva B_3^3 se deduce que la influencia del coeficiente b_3 será nula en $u = 0$ e irá aumentando hasta hacerse máxima en $u = 1$.

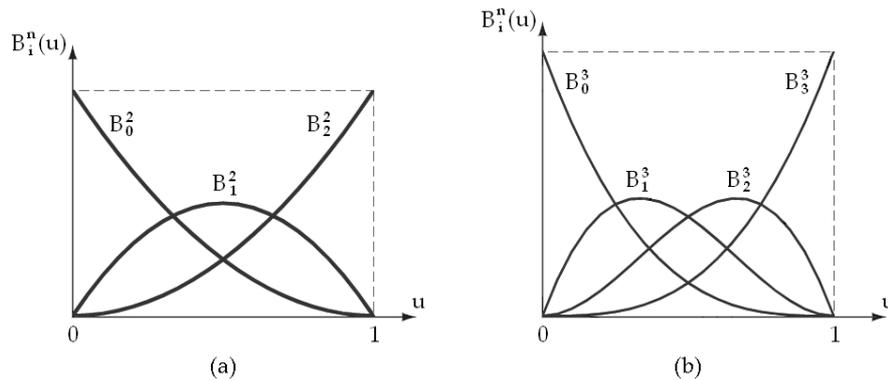


Figura 2.13. **Curvas generadas por los polinomios de base Bernstein.**
(a) De grado 2. (b) De grado 3.

Estas características se cumplen siempre para los polinomios con base Bernstein. Generalizando entonces, se puede decir que todas estas funciones son nulas al inicio excepto B_0^n que alcanza su valor máximo en ese punto, de la misma manera todas son nulas al final excepto B_n^n que alcanza el mismo valor máximo que la función anterior en ese punto; y que además de ellas ninguna otra llega a tener un valor máximo tan alto en algún punto. Esto implica que solamente al inicio y al final la curva de Bézier $b(u)$ pasa por los puntos de control (b_0 y b_n). Sin embargo, como se muestra en la figura 2.14, los puntos de control intermedios (b_1, b_2, b_3, \dots) sí dejan sentir su influencia, de tal manera que al desplazar verticalmente un punto cualquiera b_i modificando el valor de su ordenada, la curva $b(u)$ tiende a seguirlo, deformándose en sus proximidades. De esta manera, la curva $b(u)$ sigue la forma poligonal descrita por los puntos de control, pero más suavemente.

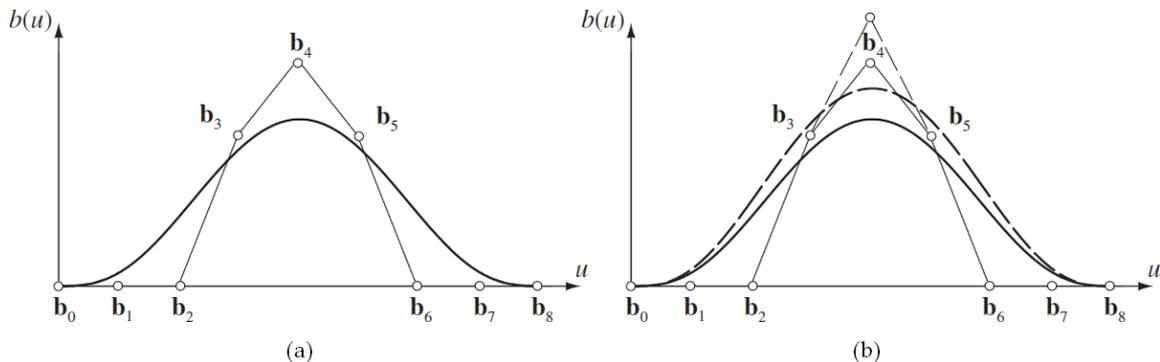


Figura 2.14. **Ejemplo de curvas de Bézier con sus puntos de control respectivos.**

La gráfica de la función $b(u)$ se llama curva de Bézier no paramétrica. En la figura podemos observar también que el valor máximo de la curva no sobrepasa el valor del punto de control más alto. En general, y debido a las características antes mencionadas, se puede afirmar que la curva estará formada por el mínimo polígono convexo que contiene a los puntos de control. Otra característica que es importante resaltar es que la modificación de un solo punto de control afecta a toda la curva.

No se debe perder de vista que el estudio de este método en la presente tesis es con el fin de utilizarlo para el diseño de levas, cuyas leyes de desplazamiento están dadas en función de la variable independiente θ . Para precisar la función $b(\theta)$ definida en el dominio $\theta \in [\theta_i, \theta_f]$ utilizando curvas de Bézier $b(u)$ que se desarrollan en un dominio unitario, es necesario realizar un cambio lineal de variable:

$$u(\theta) = \frac{\theta - \theta_i}{\theta_f - \theta_i} \quad \theta \in [\theta_i, \theta_f] \rightarrow u \in [0, 1]$$

Una cuestión primordial para el diseño, ya visto antes, es la continuidad. El grado de continuidad indica el número de veces que se puede derivar una ecuación obteniendo una función continua. Por ejemplo, una curva C^0 es continua pero su derivada no. Si la continuidad es C^1 la curva y su derivada son continuas. En el caso de las curvas de Bézier, las derivadas r -ésimas en los extremos ($u = 0$; $u = 1$) sólo dependen de los $r + 1$ puntos de control más próximos; por lo tanto la imposición de condiciones de continuidad entre dos curvas es más sencilla que en la base canónica. De esta manera, una curva Bézier bien elaborada llega a tener un alto grado de continuidad, condición ideal para un perfil de leva.

Por ello, este método permite tener un buen control sobre las tres primeras derivadas de la ley de desplazamiento, que son las que intervienen en la descripción cinemática y dinámica del mecanismo. Además, debido a la suavidad y flexibilidad que presentan las curvas obtenidas, se tienen resultados óptimos al diseñar la ley de desplazamiento, ya sea por tramos o por trayectos completos, siempre y cuando los puntos de control utilizados y la continuidad obtenida sean los correctos. En la figura 2.15 se presenta el diagrama de desplazamiento del tramo de subida completa para una elevación L y un ángulo de giro arbitrario β , utilizando las curvas de Bézier de grados 5, 7 y 9, y continuidades C^2 , C^3 y C^4 respectivamente. Asimismo se presentan sus tres primeras derivadas respecto al ángulo θ , que, debido a que la velocidad angular de la leva es constante, coinciden con la velocidad, aceleración y sobreaceleración.

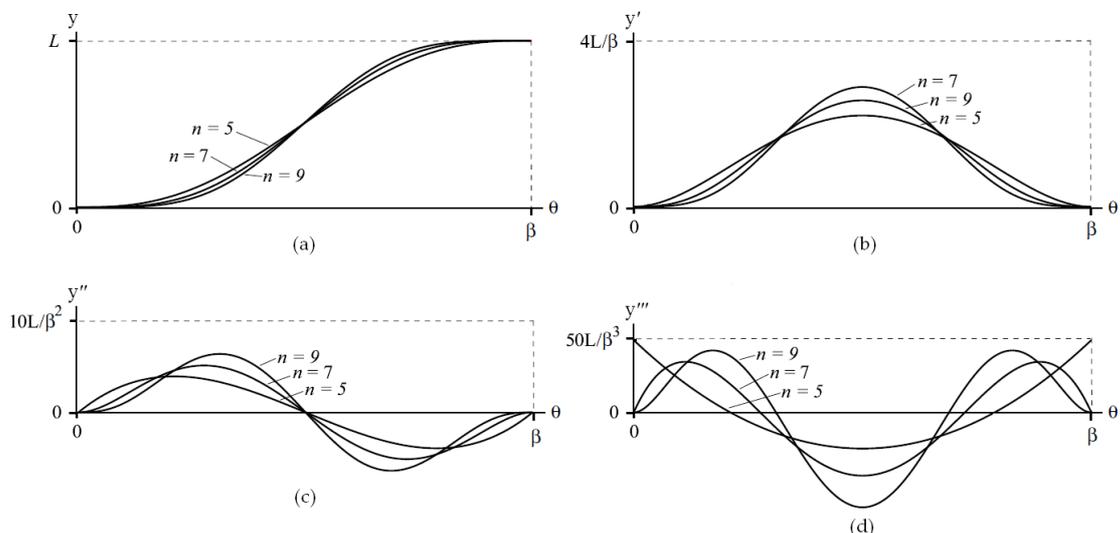


Figura 2.15 (a). **Diagrama de desplazamiento de subida completa con curvas de Bézier**
 (b, c, d). **Diagramas de velocidad (y'), aceleración (y'') y sobreaceleración (y''') correspondientes.**

Si se analiza la curva de sobreaceleración (íntimamente relacionada con la generación de vibraciones en el sistema), se puede observar que carece de picos infinitos, esto es una condición muy importante. De esta manera se ve claramente que las curvas de Bézier presentan mejores características que la parábola, la cicloide o la curva armónica. Naturalmente, un mejor manejo de este método y mayor exactitud en la elaboración de las curvas se obtiene mediante el uso de un software apropiado, que ayudará a minimizar el error en el diseño final de la leva.

VI. Obtención del perfil de leva

El trazado del perfil se puede realizar de dos maneras: gráficamente o analíticamente. El método visto en la mayor parte de bibliografía consultada es el método gráfico, que se desarrolla de la forma mostrada en la figura 2.5. En resumen se explica de esta forma: después de elegir el diagrama de desplazamiento, se dibuja el círculo base de la leva, y ambos se dividen en partes y secciones iguales respectivamente. Luego para cada división dibujada sobre la circunferencia base se debe añadir en dirección radial el valor correspondiente a la ordenada del diagrama, y por último se procede a unir todos los puntos hallados. Todo esto se realiza en sentido contrario al giro de la leva, y como se puede deducir, del número de divisiones depende el grado de precisión del perfil que se obtendrá. Sin embargo, aunque este método tradicional es más sencillo, resulta inexacto. Para obtener una exactitud adecuada en el trazado de una leva real, se debe hacer muchas divisiones; y al mismo tiempo, el dibujo debe hacerse a una escala de al menos diez veces el tamaño final de la leva.

En la actualidad, debido al uso de computadoras, el método analítico poco a poco está sustituyendo al método gráfico. Esto se debe al surgimiento de nuevos software que utilizan este método que, además de trabajar con gran velocidad y precisión, pueden realizar simulaciones del mecanismo antes de fabricarlo y ayudarnos en el análisis de esfuerzos y pruebas de resistencia. También pueden darnos ciertos datos muy útiles como ángulos de presión, velocidad, aceleración, sobreaceleración o fuerzas en determinados puntos de una manera muy aproximada. Otra ventaja es que a partir de la información que contiene la computadora se puede programar una máquina de control numérico para la fabricación de la pieza.

El perfil de una leva cuyo seguidor se desplaza en dirección radial a su eje de giro (no excéntrica), se describe analíticamente utilizando la función de desplazamiento $y(\theta)$, y el radio del círculo base R_B , mediante la abscisa m y la ordenada n , según las siguientes ecuaciones en coordenadas polares:

$$m = (R_B + y(\theta))\cos \theta \qquad n = (R_B + y(\theta))\sen \theta$$

VII. Comprobación del perfil de leva

La comprobación del perfil es el último paso en el diseño de levas. Después que el perfil se ha sintetizado mediante un diagrama continuo y procurando cambios ligeros de pendiente; es decir, tomando en cuenta los valores de velocidad, aceleración y sobreaceleración, se debe revisar que el diseño geométrico sea aceptable. Existen dos factores principales que deben tomarse en cuenta para que las características físicas de la pieza sean correctas: el ángulo de presión y el radio de curvatura.

Como ya se ha mencionado, el ángulo de presión es un ángulo que varía durante el ciclo de movimiento de la leva, y es comprendido entre la dirección de desplazamiento del seguidor (que para nuestro caso es la dirección radial al eje de giro de la leva), y la perpendicular a la superficie de la leva que atraviesa el punto de paso en ese instante. Esta

línea perpendicular a la superficie, es la línea de acción de la fuerza ejercida por la leva sobre el seguidor. Un ángulo de presión grande producirá una apreciable fuerza lateral ejercida sobre el vástago del seguidor que tenderá a flexionar al seguidor sobre su guía, provocando un desgaste mayor, y vibración por un aumento de la fuerza de fricción, e impedirá un avance suave del seguidor. La experiencia demuestra que para un correcto funcionamiento del mecanismo, es recomendable que el valor de este ángulo no supere los 30° . Para el caso desarrollado en esta tesis, el ángulo de presión φ se puede calcular mediante la siguiente expresión:

$$\varphi = \operatorname{arctg} \left(\frac{y'(\theta)}{y(\theta) + R_p} \right)$$

donde $y(\theta)$ es la ecuación de desplazamiento y R_p es el radio del círculo primario. Esta expresión se puede derivar con respecto al ángulo de giro ($d\varphi/d\theta$) e igualar a cero para encontrar los máximos valores de φ .

Para la solución de problemas prácticos, varios autores relacionan los ángulos θ y φ con la relación R_p/L obtenida al derivar la función; de esta manera, por ejemplo, para un desplazamiento total L en un ángulo de giro θ dado, se puede hallar un valor para el radio primario de la leva R_p de manera que el ángulo de presión φ no exceda los 30° . O de otra forma, la relación R_p/L especificada serviría para calcular el ángulo de rotación que debe tener un tramo para que el ángulo de presión no exceda un valor recomendado. En su tesis doctoral, C. H. Acevedo Peñaloza desarrolla una serie de gráficos que relacionan un valor cualquiera β del ángulo de giro de una leva con la relación R_p/L , para que el ángulo de presión no sobrepase los valores de 25° , 28° y 30° . La figura 2.16 muestra uno de esos gráficos, ajustado para un movimiento de subida completa de una curva de Bézier de grado 9 y continuidad C^4 . Se debe tomar en cuenta que en este caso, para hallar la derivada $d\varphi/d\theta$ correctamente utilizando ecuaciones de Bézier, se debe hacer el cambio de variable $u = \theta / \beta$.

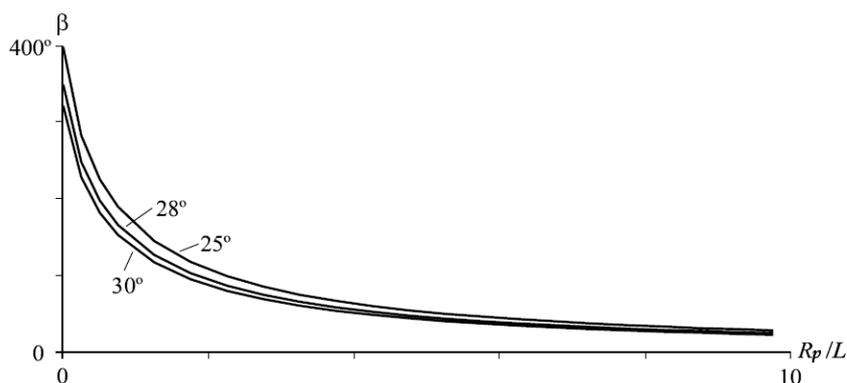


Figura 2.16. **Ángulo de presión en el movimiento de subida completa de una curva de Bézier de grado 9.**

Otro parámetro importante a tomar en cuenta es el radio de curvatura. Si este radio tiene valores incorrectos se pueden presentar dos situaciones: el doble contacto de la superficie del seguidor sobre la leva, que ocurre cuando el radio del rodillo es mayor que el radio de curvatura de la leva en tramos cóncavos; y la presencia de puntas en el perfil de la leva, si el radio de curvatura de la superficie es igual a cero. En la figura 2.17 se muestran ambas situaciones, en cualquiera de ellas habrá problemas para que el seguidor cumpla con el

movimiento deseado. En general se recomienda que el radio de curvatura mínimo de la curva de paso sea mayor que el radio del rodillo ($\rho_{min} > R_r$).



Figura 2.17. Problemas por valores incorrectos del radio de curvatura.

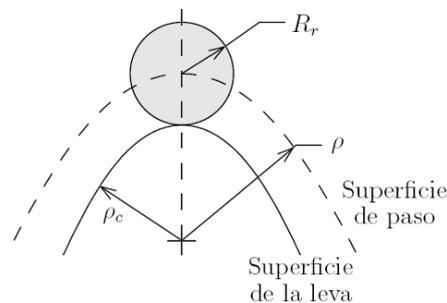


Figura 2.18. Nomenclatura para verificar la existencia de puntas en levas.

En la figura 2.18 se ve que el radio de curvatura de la superficie de paso es igual al radio de curvatura del perfil de la leva más el radio del rodillo ($\rho = \rho_c + R_r$). El cálculo de ρ en función del ángulo de giro θ se realiza utilizando la siguiente fórmula:

$$\rho(\theta) = \frac{\left[(R_p + y(\theta))^2 + (y'(\theta))^2 \right]^{3/2}}{(R_p + y(\theta))^2 + 2(y'(\theta))^2 - (R_p + y(\theta))(y''(\theta))}$$

El cálculo de esta ecuación utilizando curvas de Bézier es facilitado en la tesis de C. H. Acevedo Peñaloza, que para este caso desarrolla gráficos cuyo propósito es hallar el radio de curvatura mínimo para un valor cualquiera β del ángulo de giro de la leva, y para distintos valores de R_p/L . La figura 2.18 muestra dos de esos gráficos, para un movimiento de subida completa de una curva de Bézier de grado 9 y continuidad C^4 . Para este caso también es necesario hacer el cambio de variable $u = \theta / \beta$.

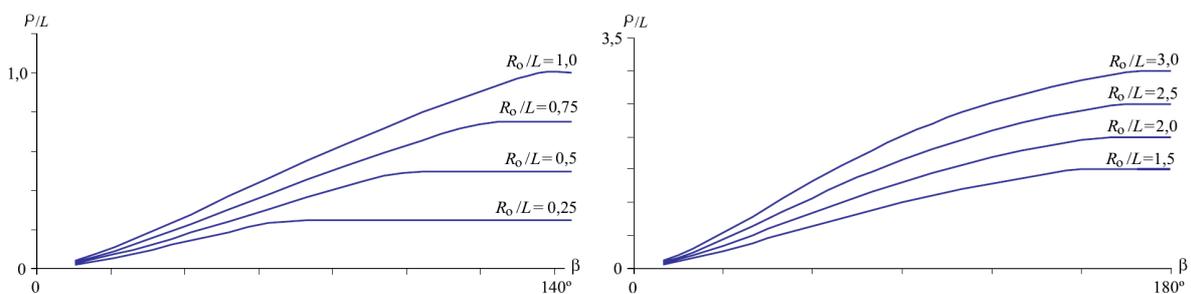


Figura 2.19. Radio de curvatura en el movimiento de subida completa de una curva de Bézier de grado 9.

VIII. Teoría de contacto

Debido a que el mecanismo leva – seguidor es un sistema que cumple su función mediante el contacto directo, es importante resaltar la presencia de esfuerzos sobre ambos miembros por las fuerzas generadas sobre la superficie de rodadura debido a las masas en movimiento, los cuales producen deflexiones y conllevan poco a poco al deterioro de las piezas. Estos esfuerzos dependen principalmente de la geometría de las superficies en contacto, de las cargas y del material que constituye a cada parte.

Las levas en su mayoría son elementos considerados axialmente cortos, debido a que casi siempre su espesor es mucho menor que el radio del círculo base. De este espesor, la superficie de rodadura ocupa sólo una parte. Por ello, aunque la teoría de contacto permite hacer un estudio tridimensional de cualquier geometría, con frecuencia el análisis de este mecanismo se hace tomando en cuenta esfuerzos bidimensionales o planos, con sus dos componentes principales: normal y tangencial.

Si se considera a la leva y al seguidor de rodillo como dos sólidos de rigidez infinita, se podría decir que el área de contacto entre ellos es una línea, aunque en la realidad esto no es cierto. Por la acción de las fuerzas y debido a la elasticidad de los cuerpos, ambos materiales se deforman desarrollando un área suficiente para soportar la carga que actúa sobre ellos. Sin embargo estas áreas son muy pequeñas, haciendo que los esfuerzos por compresión tiendan a ser extremadamente altos. En la figura 2.20 se muestra la “huella de contacto” para el caso en estudio, así como su distribución de presiones, que tiene forma semielíptica, con un máximo en la línea central de la huella y valores nulos en los bordes.

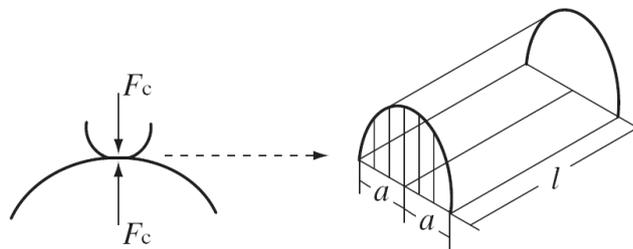


Figura 2.20. **Huella de contacto y su distribución semielíptica de presiones.**

Como se puede ver, para una fuerza normal de contacto F_C esta huella se convierte en un rectángulo de área teórica $2.a.l$, siendo $2a$ el ancho de la huella y l el ancho del camino de rodadura. La expresión para hallar “a” en el caso de dos materiales distintos en contacto es:

$$a = \sqrt{\frac{4F_C}{\pi d} \frac{\frac{(1-\nu_1^2)}{E_1} + \frac{(1-\nu_2^2)}{E_2}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}}$$

donde ν_1 , ν_2 y E_1 , E_2 son los módulos de Poisson y los módulos de elasticidad de cada material respectivamente; y R_1 , R_2 son los radios de curvatura de cada elemento en el punto de estudio. Este radio es importante ya que influye directamente en la geometría de la huella, haciendo que varíe a durante el giro de la leva.

De la figura 2.20, para calcular la presión en cualquier punto de la semielipse para un valor de x dentro del rango $-a \leq x \leq a$ se utiliza la ecuación:

$$P = \frac{2F_C}{\pi a l} \sqrt{1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2}$$

de lo que se deduce que se alcanzará un máximo en el centro de la huella, donde $x = 0$, y valores nulos en los bordes, donde $x = a$ y $x = -a$.

Los párrafos anteriores muestran una vista rápida de la teoría de contacto en el caso de dos elementos curvos compuestos por material elástico. El análisis se ha realizado tomando en cuenta sólo la carga normal y sólo sobre la superficie, pero para el caso de levas y seguidores se debe tomar en cuenta otros factores diversos, como por ejemplo las fuerzas generadas por deslizamiento o las fuerzas tangenciales, cuyo efecto es notorio sobre todo por debajo de la superficie de rodadura; asimismo se debe recordar que la acción de una fuerza en un punto afecta a toda la pieza. En general, analizar la leva como un todo, observando su geometría y como un mecanismo dinámico, se torna en un estudio más complejo que se realizará más adelante mediante el uso de una computadora para el caso particular de la leva que es motivo de esta tesis.

CAPÍTULO III

DESMONTAJE, ANÁLISIS Y AJUSTE DE LA LEVA ORIGINAL

I. Desmontaje de la leva

Como una solución temporal, los primeros trabajos de reparación de la leva “in situ” consistieron en la reconstrucción de la superficie de rodadura mediante un proceso de recargue con soldadura de acero de alta resistencia Tenacito 80, y posteriormente Citodur 600; estos trabajos dieron muy buenos resultados, cumpliendo largamente con el tiempo de garantía establecido. Sin embargo, un cierto tiempo después, se presentó otra anomalía, y debido a que el material había sido ya maltratado por los mecanizados y calentamientos sucesivos durante las operaciones de soldeo, la leva duró sólo unos pocos días y volvió a fallar. En este punto hacer otra reparación resultaba inútil, era necesario fabricar una nueva y reemplazarla.

Con el fin de construir una pieza idéntica al modelo original era fundamental tener cierta información, era de vital importancia obtener su perfil físico, así como averiguar el material del que había sido forjada y los tratamientos a los que había sido sometida. Se debía desacoplar la leva para realizar el cambio, y así se aprovechó para hacerle los estudios correspondientes. Para este propósito, un inconveniente que se presentó es que el eje de levas del motor Mak tiene 8 metros de longitud, 150 milímetros de diámetro, y un peso aproximado de cuatro toneladas; veinticuatro levas vienen instaladas en el eje una tras otra. Desacoplar la leva en cuestión significaba extraer todo el eje. Para evitar una excesiva maniobra de desmontaje y montaje de todo el pesado sistema, que implicaba un importante tiempo de parada del equipo (con las consecuencias económicas que acarrea), se optó por seccionar con un esmeril manual la leva fallada, y sacarla en dos mitades.

II. Identificación del material

El primer paso fue el análisis metalográfico para identificar el material de fabricación de la pieza. En el laboratorio se procedió a extraer, limpiar y pulir una muestra de acero de la leva original que, luego de ser atacada con Nital al 2%, permitió observar a simple vista la presencia de una capa oscura en el exterior de unos 2,5 milímetros de espesor, como se muestra en la figura 3.1. Por experiencia se señaló que este color intenso sobre la superficie de rodadura se debía a un tratamiento de cementación. La cementita (Fe_3C) es

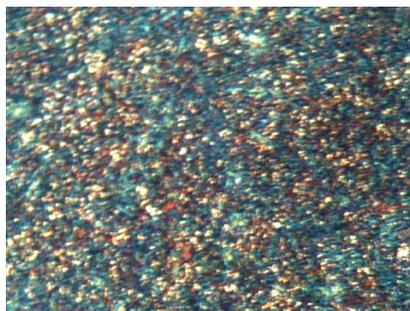
un compuesto que se forma durante un tratamiento térmico cuando hay un exceso de carbono en el acero, y su característica principal es su gran dureza (que aumenta de acuerdo al contenido de carbono), por lo que le confiere al metal esta importante propiedad para evitar el desgaste superficial.



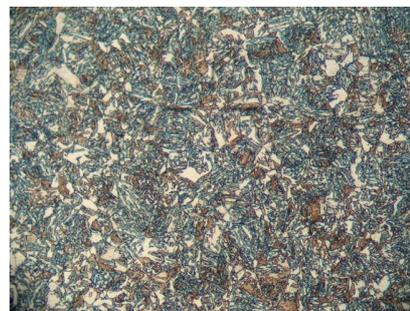
Figura 3.1. **Muestra de la capa superficial de cementación de la leva en estudio.**

Para determinar con más precisión la causa de las dos coloraciones se utilizó una vista microscópica. En ella se pudo observar que, en general, la estructura corresponde a un acero bonificado, es decir sometido a dos tratamientos térmicos consecutivos: templeado y revenido. Durante un tratamiento térmico, se somete al material a una serie de cambios de temperatura controlados, alterando así su estructura micrográfica con el fin de mejorar sus propiedades para una aplicación en particular. El temple consiste en un fuerte calentamiento del metal (mayor a 1000°C), y luego en un enfriamiento súbito (en agua o en aceite). Este proceso produce una transformación casi instantánea del acero, resultando una microestructura llamada martensita. La martensita es muy dura, pero muy frágil. La fragilidad se disminuye aplicando un tratamiento de revenido, que consiste primero en un calentamiento ligero y después en un enfriamiento lento, con el que se consigue mejorar la tenacidad a costa de una disminución en la dureza. La estructura final de martensita revenida es tenaz y resistente a la deformación y el desgaste, muy recomendable para este tipo de trabajo.

Las imágenes obtenidas mediante el microscopio Nikon Epiphot, con una ampliación a mil veces el tamaño real de la muestra, corresponden a las mostradas en la figura 3.2. La capa oscura presenta una microestructura de martensita revenida con presencia de cementita, típica de un acero de alto carbono que ha sido sometido a un tratamiento térmico de cementación; mientras que el material base presenta una microestructura de martensita revenida con islas de ferrita.



(a)



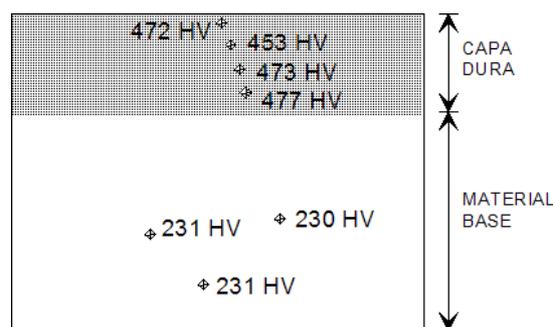
(b)

Figura 3.2 (a). **Muestra de la microestructura de la capa superficial de color oscuro.**
(b). **Muestra de la microestructura del metal base.**

La diferencia en la microestructura se debe principalmente al contenido de carbono. Para aclarar este argumento, se realizó el análisis químico del material. Por combustión mediante un analizador de carbono y azufre se comprobó el alto contenido de carbono de la capa superficial, alrededor de 0,9495%, mientras que en la base la concentración era menor, aproximadamente 0,1697%; el promedio de contenido de azufre era de sólo 0,0292%. El azufre no es un elemento propio de la aleación, sino que se presenta como una impureza del proceso de fabricación, y en una proporción tan baja (<0,1%) que no altera las características del material. Por otro lado, los aceros, además de Fe y C, presentan en su constitución otros elementos que se agregan para conseguir o mejorar determinadas propiedades específicas; de esta manera se puede obtener un acero inoxidable, más duro, templable, soldable, más resistente, etc. Los más comunes son el níquel, cromo, molibdeno, manganeso, vanadio y silicio.

Para completar el análisis, se realizó por último un ensayo de dureza. Este ensayo mide la resistencia del material a la deformación plástica localizada (aplastamientos, raspones, abolladuras). La técnica se basa en un penetrador de área muy pequeña, compuesto de un material superduro, que es forzado a ingresar lentamente en un punto sobre la superficie del metal. La máquina utilizada, el durómetro Rockwell, está provista de un software que relaciona todas las variables durante la aplicación de la carga con la profundidad o tamaño de la huella resultante, para calcular un valor de dureza. Para la capa superficial se usó la escala Rockwell C, que utiliza un penetrador de punta de diamante, y dio como resultado una dureza de 47 HRC. Para el material base se usó la escala Rockwell B, que utiliza como penetrador una esfera de acero de 1/16" de diámetro, arrojando como resultado un valor de 97 HRB.

A continuación, como una forma de comprobar los resultados anteriores, se recurrió a una escala alternativa. El microdurómetro Vicker y Knoop usa como penetrador una pirámide de diamante, y se vale de un procedimiento similar al anterior. El análisis de la muestra en varios puntos ratificó los resultados del ensayo de dureza Rockwell, y derivó en el gráfico siguiente:



En conclusión: el material base de fabricación de la leva en estudio es un acero con bajo contenido de carbono (0,1697%), sometido a tratamientos térmicos de templado y revenido, con una dureza de 97 HRB. La superficie de rodadura ha sido cementada, y tiene un espesor de capa dura de alrededor de 2,5 milímetros, con un valor de dureza de 47 HRC. Estos resultados son importantes como guía en el proceso de fabricación de la leva nueva, y durante los tratamientos térmicos y mecanizados posteriores. Sin embargo en este trabajo se desea proponer alternativas para mejorar las propiedades mecánicas del elemento y así optimizar su funcionamiento.

III. Determinación y ajuste del perfil

Como se ha visto en el capítulo anterior, diseñar el perfil de una leva no es sencillo, no puede reducirse sólo a obtener una ecuación que permita al seguidor elevarse una cierta altura; la continuidad de la curva de desplazamiento y sus primeras derivadas es un requisito muy importante, que debe cumplirse. De esta manera, si la curva es elegida correctamente, se podrá reducir al mínimo los efectos inerciales y de impacto propios del sistema mecánico dinámico leva – seguidor. Por otro lado, una vez elegidas las curvas, se debe verificar que no existan problemas debido al radio de curvatura; y tener cuidado de que el ángulo de presión no exceda los valores permitidos. Por último es necesaria una simulación virtual del mecanismo, que mostrará las cargas dinámicas y los esfuerzos máximos a los que estaría sometida la pieza ya fabricada.

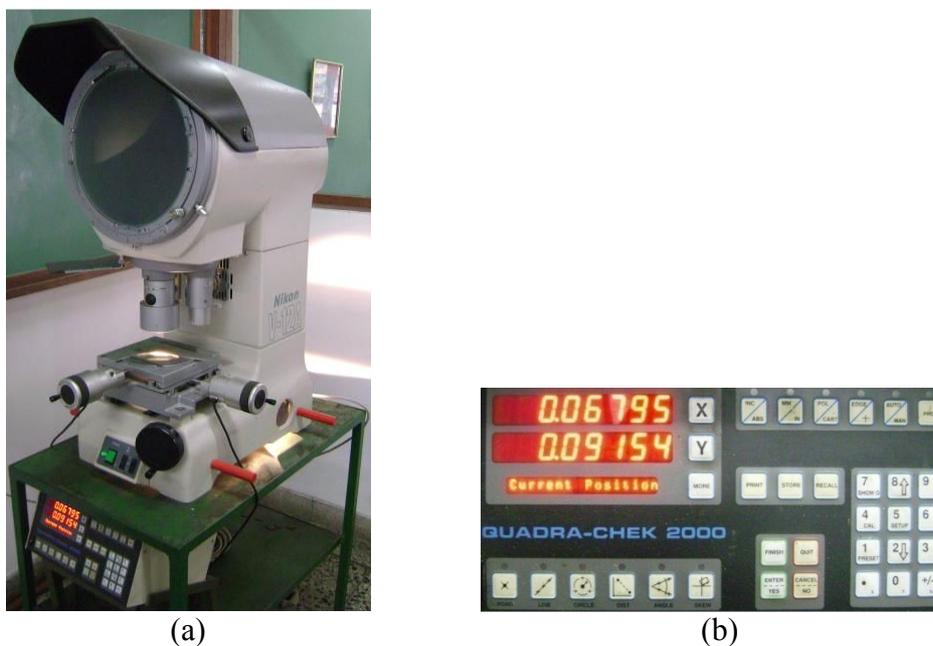
En este caso, no se tenían datos numéricos ni gráficos de la curva de desplazamiento del seguidor; la información que se necesitara debía sacarse directamente de las levas. Por ello, de la mitad superior de la leva extraída, mostrada en la figura 3.3 (a), se dibujó su contorno y se hizo una plantilla de aluminio. La mitad inferior no se tomó en cuenta porque corresponde a un arco de circunferencia. Sin embargo la pieza tenía lesiones sobre su pista de rodadura, por lo que este perfil sólo era aproximado. Para mejorarlo se moldeó el perfil de una leva en buenas condiciones: se recubrió con resina epóxica el borde de la plantilla anterior y se colocó, como se ve en la figura 3.3 (b), sobre una leva del eje (previamente aceiteada para evitar la adherencia).



Figura 3.3 (a). Vista de perfil de la mitad superior de la leva extraída. (b). Colocación de la plantilla recubierta con resina sobre una leva del eje.

De esta manera el contorno de la leva quedó grabado. Se eligió una resina epóxica ya que, por sus propiedades, al endurecerse conserva su forma original, no se contrae ni se agrieta. La razón de este procedimiento es que una vez obtenido el molde, con un eje de referencia se puede identificar las coordenadas de varios puntos del contorno, luego introducir esta información a una computadora y así digitalizar el perfil. Tener el perfil digitalizado es más práctico, ya que podemos visualizarlo y modificarlo a voluntad, obtener el diagrama de desplazamiento y sus derivadas en forma más rápida, suavizar la curva para mejorar el comportamiento dinámico, obtener las ecuaciones respectivas, etc. Y una vez hecho esto, se tiene la gran ventaja de poder modelar la pieza y enlazar el programa con una máquina de control numérico para su fabricación y mecanizados. Actualmente existe gran cantidad de software especializado en el manejo de curvas y simulación 3D con los que nos podemos ayudar para cumplir con estos objetivos.

Para ubicar las coordenadas exactas de los puntos se utilizó un proyector de perfiles, una máquina electrónica que es capaz de especificar la posición de un punto cualquiera sobre su plataforma de trabajo con una precisión de hasta cinco cifras decimales. Este proyector, acoplado a un capturador de datos, puede transmitir las coordenadas a una computadora mediante un programa de comunicación basado en lenguaje C++, y por medio de un puerto serial RS-232. Ambos artefactos se ven en la figura 3.4.



(a) **Proyector de perfiles Nikon, modelo V-12A .**
 (b) **Tablero del capturador de datos Quadra-Chek.**

Los datos se obtuvieron en coordenadas polares, es decir, se identificó el desplazamiento del seguidor en función del ángulo de giro, en una posición inicial arbitraria y utilizando como referencia el radio del círculo base de la leva, igual a 130 milímetros. Así se ubicó la posición de 129 puntos sobre el contorno de la plantilla en un giro de 144° , el cual incluye los tramos de subida y retorno del seguidor. Los resultados se pueden ver en el cuadro de datos iniciales mostrado a continuación en la tabla 3.1. Estos resultados revelan un perfil para un ascenso máximo de 45 milímetros durante un giro de 40° (entre 5° y 45°) y un descenso total durante un giro de 95° (entre 45° y 140°). Se observó también que no existe un tramo de reposo entre ambos movimientos; hay una sola detención, extensa, entre 140° y 360° . Cabe resaltar que, usando esta referencia de ángulos, la lesión que sufrió la leva se encuentra localizada entre los 20° y los 40° .

Posteriormente, para analizar mejor el conjunto, los datos fueron transferidos a una hoja de cálculo de Microsoft Excel, donde se completó los puntos intermedios faltantes a través de una aproximación lineal, y se pudo ver en una curva continua los puntos dispersos de la digitalización. Luego, considerando una velocidad angular media de la leva igual a 225 RPM, se halló además mediante derivación numérica las gráficas de velocidad, aceleración y sobreaceleración del seguidor, que se muestran en la figura 3.5. Los valores completos de desplazamiento, así como los valores que definen cada una de sus derivadas se muestran en el anexo 1.

Tabla 3.1. Datos iniciales tomados a partir de la digitalización del perfil de la leva en estudio.

Nº Pto	Ángulo [sexag.]	Desplazam. [mm]
1	0	0.000
2	1	0.000
3	2	0.000
4	3	0.000
5	4	0.000
6	5	0.230
7	6	0.530
8	7	0.950
9	8	1.430
10	9	2.000
11	10	2.670
12	11	3.380
13	12	4.130
14	13	4.980
15	14	5.880
16	15	6.910
17	16	8.000
18	17	9.220
19	18	10.550
20	19	11.950
21	20	13.420
22	21	15.100
23	22	16.800
24	23	18.500
25	24	20.250
26	25	22.020
27	26	23.830
28	27	25.630
29	28	27.390
30	29	29.090
31	30	30.720
32	31	32.280
33	32	33.790
34	33	35.270
35	34	36.700
36	36	39.450
37	37	40.820
38	38	41.940
39	39	42.880
40	40	43.630
41	41	44.190
42	42	44.600
43	43	44.940

Nº Pto	Ángulo [sexag.]	Desplazam. [mm]
44	44	44.960
45	45	44.997
46	46	44.970
47	47	44.940
48	48	44.890
49	49	44.830
50	50	44.750
51	51	44.660
52	52	44.550
53	53	44.440
54	54	44.310
55	55	44.160
56	56	44.000
57	57	43.830
58	58	43.630
59	59	43.420
60	60	43.200
61	61	42.970
62	62	42.720
63	63	42.450
64	64	42.170
65	65	41.880
66	66	41.570
67	67	41.250
68	68	40.970
69	69	40.560
70	70	40.200
71	71	39.820
72	72	39.410
73	73	39.000
74	74	38.530
75	75	38.080
76	76	37.610
77	77	37.150
78	78	36.680
79	79	36.180
80	80	35.680
81	81	35.160
82	82	34.620
83	83	34.050
84	84	33.470
85	85	32.870
86	86	32.260

Nº Pto	Ángulo [sexag.]	Desplazam. [mm]
87	87	31.630
88	88	31.000
89	89	30.370
90	90	29.680
91	91	29.000
92	92	28.280
93	93	27.560
94	94	26.810
95	95	26.060
96	96	25.280
97	97	24.480
98	98	23.670
99	99	22.850
100	100	22.000
101	101	21.140
102	102	20.270
103	103	19.360
104	104	18.450
105	105	17.490
106	106	16.550
107	107	15.580
108	108	14.650
109	109	13.740
110	110	12.850
111	111	12.000
112	112	11.200
113	113	10.410
114	114	9.650
115	116	8.250
116	118	6.960
117	120	5.780
118	122	4.720
119	124	3.760
120	126	2.930
121	128	2.200
122	130	1.570
123	132	1.070
124	134	0.640
125	136	0.350
126	138	0.150
127	140	0.000
128	142	0.000
129	144	0.000

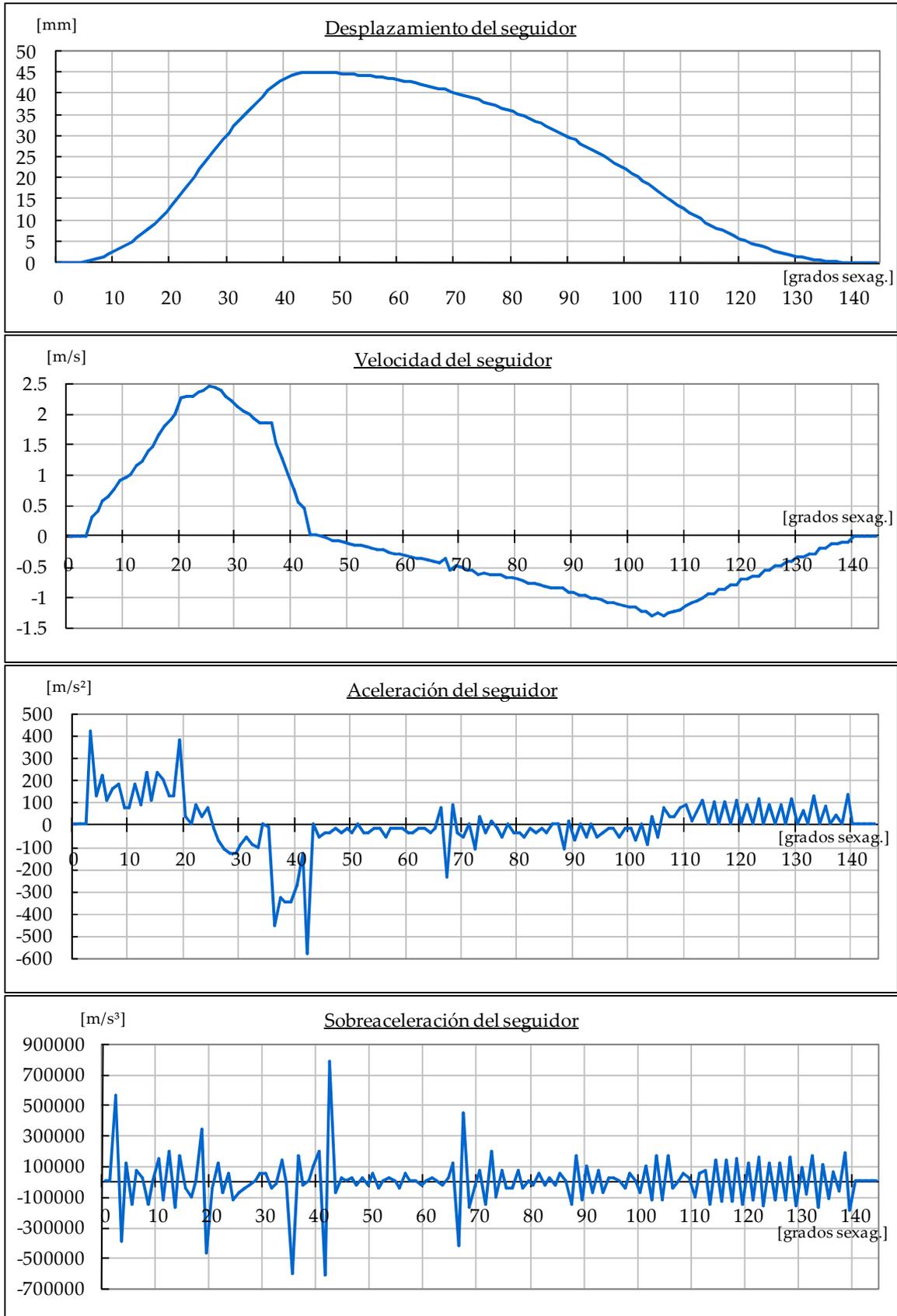


Figura 3.5. Gráficas obtenidas a partir de la digitalización del perfil de la leva en estudio.

Como se puede ver, en general las gráficas de las derivadas presentan irregularidades: cambios bruscos en distintos puntos, notorios en la segunda y tercera derivadas; y varios picos que se pueden considerar infinitos (en el caso de la sobreaceleración se observa un valor máximo de alrededor de 800000 m/s^3). Sería un fracaso si se fabricara una leva a partir de estos datos, ya que las alteraciones se dan debido a que la digitalización arroja una nube de puntos dispersos que sólo aproximan la forma. Se necesita hacer ajustes para obtener una curva más suave; pero este ajuste tiene limitaciones: este elemento pertenece a un mecanismo en el que trabajan ocho levas idénticas que se encargan de la inyección de combustible. La curva que define el perfil no puede tener cambios pronunciados, ya que esto llevaría a un desorden total del árbol de levas del motor.

Para obtener una curva con ecuaciones bien definidas, que sirva para el proceso de fabricación, lo primera idea fue comparar la nube de puntos con geometrías conocidas. La figura 3.6 muestra las gráficas de desplazamiento real superpuestas a las gráficas de los desarrollos clásicos de los movimientos del seguidor, ya estudiados en el capítulo anterior: parabólico, armónico simple y cicloidal.

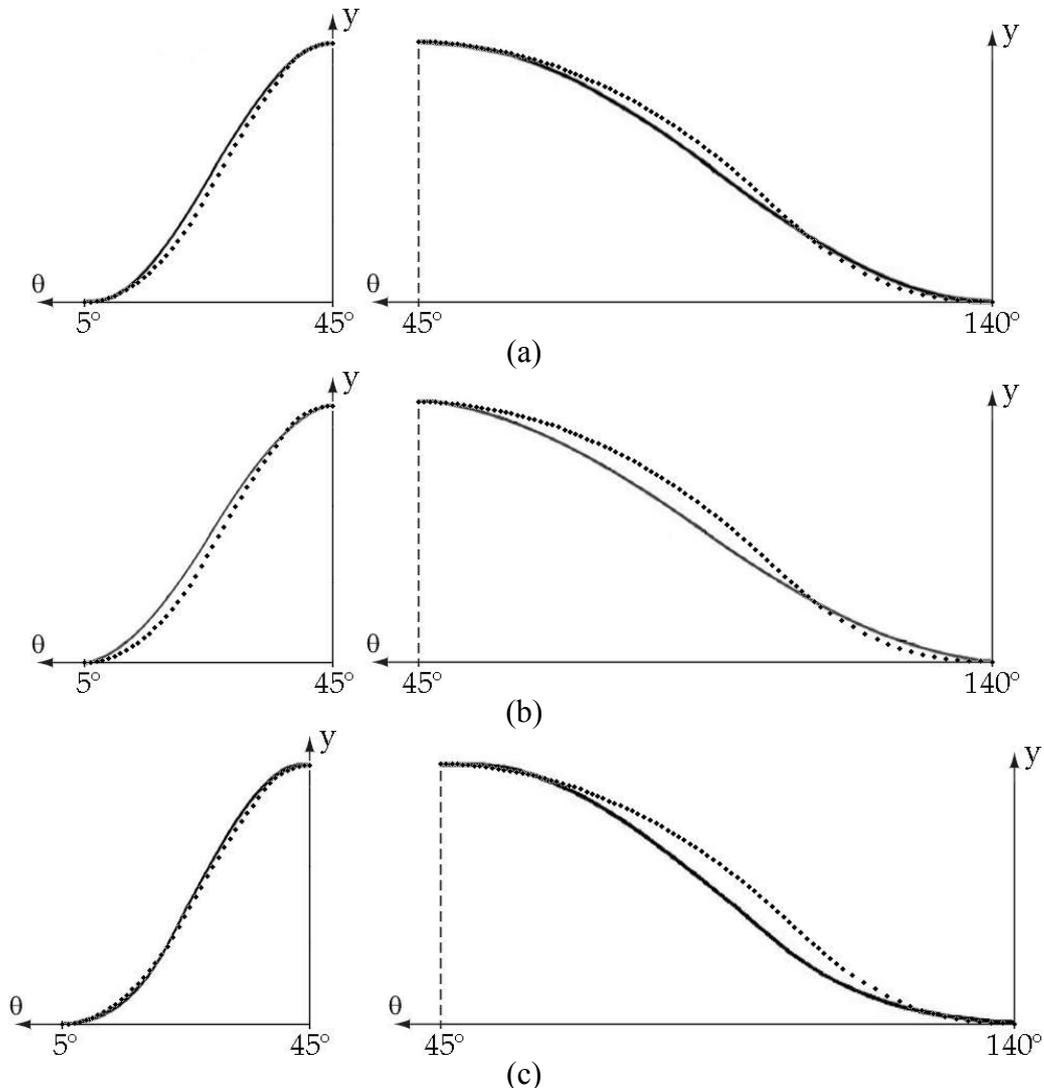


Figura 3.6. Comparación de la nube de puntos del perfil digitalizado con las curvas tradicionales.
(a) Con la parabólica. (b) Con la armónica simple. (c) Con la cicloidal.

Se puede apreciar que, aunque los desarrollos se aproximan en cierta forma al perfil real (en el tramo de subida la curva parabólica y la cicloidal se le asemejan mucho), ninguno de ellos se ajusta exactamente a lo encontrado en la digitalización. Por otro lado, intentar hallar una polinomial que se adecue a estos requerimientos es difícil, ya que la precisión depende del grado de las ecuaciones (y a mayor grado mayor dificultad), y además una ligera modificación implica hacer los cálculos nuevamente. Incluso si se lograra encontrar varias expresiones algebraicas que definan el perfil por tramos, la continuidad de la función y sus derivadas no se garantiza.

Lo más recomendable en este caso era utilizar directamente los puntos digitalizados, enlazarlos para formar una curva continua y luego suavizarla, siguiendo de esta manera el perfil original. Aquí es donde toman importancia las técnicas de ajuste por computador, las cuales presentan métodos sencillos e intuitivos, utilizando geometrías “de alto nivel”, que permiten mayor flexibilidad en el manejo de curvas. El ajuste se realizó con ayuda de Microsoft Excel, donde se pudo desarrollar un programa basado en el método de Bézier. A continuación se explicará cómo con esta herramienta auxiliar se pueden obtener óptimos resultados en cuanto a la forma del perfil y sus derivadas.

Se procedió a ingresar a la hoja de cálculo la fórmula que define los polinomios de base Bernstein, vista en el capítulo anterior:

$$B_i^n(u) = \binom{n}{i} u^i (1-u)^{n-i} \quad \text{donde} \quad \binom{n}{i} = \frac{n!}{i!(n-i)!}$$

donde i variará entre 0 y n , siendo $n+1$ una constante igual al número de puntos de control que se utilizarán; y asimismo u variará entre 0 y 1, a intervalos separados por una distancia igual a $1/n$. De esta manera, para cada valor de u habrá $n+1$ coeficientes obtenidos, dando como resultado una matriz de $(n+1) \times (n+1)$.

Luego, se ingresó a la hoja de cálculo los valores de cada uno de los puntos de control, que son en un principio los datos obtenidos de la digitalización (se debe tomar en cuenta que a más puntos de control más exacta será la curva obtenida). Y se escribió la ecuación que define el método de Bézier, también ya vista antes:

$$b(u) = \sum_{i=0}^n b_i B_i^n(u)$$

primero haciendo la multiplicación $b_i B_i^n(u)$, y luego las sumatorias correspondientes. Cabe aclarar que se trabajó los movimientos de subida y el retorno por separado. Así el perfil digitalizado se modificó automáticamente punto por punto, variando el valor de cada uno en pequeñas cantidades para afinar el recorrido. Los $n+1$ coeficientes resultantes son los puntos de la curva Bézier, es decir, los que conforman la nueva curva ya suavizada. Estos puntos se pueden ver en la tabla 3.2.

Una vez realizado este procedimiento, era sencillo variar la curva de Bézier simplemente modificando los puntos de control, sin necesidad de hacer cálculos complicados. Fue fácil también hallar las gráficas de velocidad, aceleración y sobreaceleración mediante derivación numérica. Esta primera solución se puede observar en las gráficas de la figura 3.7. Los valores que definen cada una de estas derivadas se muestran en el anexo 2.

Tabla 3.2. Datos resultantes al utilizar el método de Bézier en los puntos hallados en la digitalización del perfil de la leva en estudio.

Nº Pto	Ángulo [sexag.]	Desplazam. [mm]
1	0	0.000000
2	1	0.000898
3	2	0.017402
4	3	0.082681
5	4	0.225231
6	5	0.458742
7	6	0.785346
8	7	1.201360
9	8	1.701356
10	9	2.280450
11	10	2.935457
12	11	3.665341
13	12	4.471119
14	13	5.355329
15	14	6.321256
16	15	7.372071
17	16	8.510039
18	17	9.735864
19	18	11.048202
20	19	12.443374
21	20	13.915304
22	21	15.455659
23	22	17.054191
24	23	18.699184
25	24	20.377937
26	25	22.077247
27	26	23.783876
28	27	25.485064
29	28	27.169078
30	29	28.825750
31	30	30.446869
32	31	32.026239
33	32	33.559230
34	33	35.041758
35	34	36.468795
36	35	37.832699
37	36	39.121877
38	37	40.320393
39	38	41.409084
40	39	42.368285
41	40	43.181556
42	41	43.838934
43	42	44.338167
44	43	44.683706
45	44	44.886292
46	45	44.968369
47	46	44.970000
48	47	44.931162

Nº Pto	Ángulo [sexag.]	Desplazam. [mm]
49	48	44.876585
50	49	44.807365
51	50	44.724103
52	51	44.627182
53	52	44.516645
54	53	44.392253
55	54	44.253669
56	55	44.100600
57	56	43.932879
58	57	43.750466
59	58	43.553421
60	59	43.341860
61	60	43.115909
62	61	42.875673
63	62	42.621199
64	63	42.352450
65	64	42.069288
66	65	41.771487
67	66	41.458764
68	67	41.130827
69	68	40.787446
70	69	40.428497
71	70	40.054003
72	71	39.664132
73	72	39.259171
74	73	38.839476
75	74	38.405402
76	75	37.957245
77	76	37.495189
78	77	37.019281
79	78	36.529433
80	79	36.025448
81	80	35.507051
82	81	34.973938
83	82	34.425811
84	83	33.862398
85	84	33.283468
86	85	32.688826
87	86	32.078302
88	87	31.451741
89	88	30.808994
90	89	30.149915
91	90	29.474362
92	91	28.782207
93	92	28.073344
94	93	27.347703
95	94	26.605260
96	95	25.846057

Nº Pto	Ángulo [sexag.]	Desplazam. [mm]
97	96	25.070220
98	97	24.277994
99	98	23.469785
100	99	22.646221
101	100	21.808214
102	101	20.957039
103	102	20.094393
104	103	19.222448
105	104	18.343869
106	105	17.461789
107	106	16.579742
108	107	15.701552
109	108	14.831182
110	109	13.972563
111	110	13.129428
112	111	12.305152
113	112	11.502639
114	113	10.724253
115	114	9.971799
116	115	9.246550
117	116	8.549317
118	117	7.880539
119	118	7.240381
120	119	6.628823
121	120	6.045744
122	121	5.490977
123	122	4.964338
124	123	4.465653
125	124	3.994748
126	125	3.551453
127	126	3.135591
128	127	2.746976
129	128	2.385414
130	129	2.050710
131	130	1.742669
132	131	1.461106
133	132	1.205835
134	133	0.976650
135	134	0.773289
136	135	0.595365
137	136	0.442304
138	137	0.313329
139	138	0.207585
140	139	0.124400
141	140	0.063494
142	141	0.024543
143	142	0.005501
144	143	0.000305
145	144	0.000000

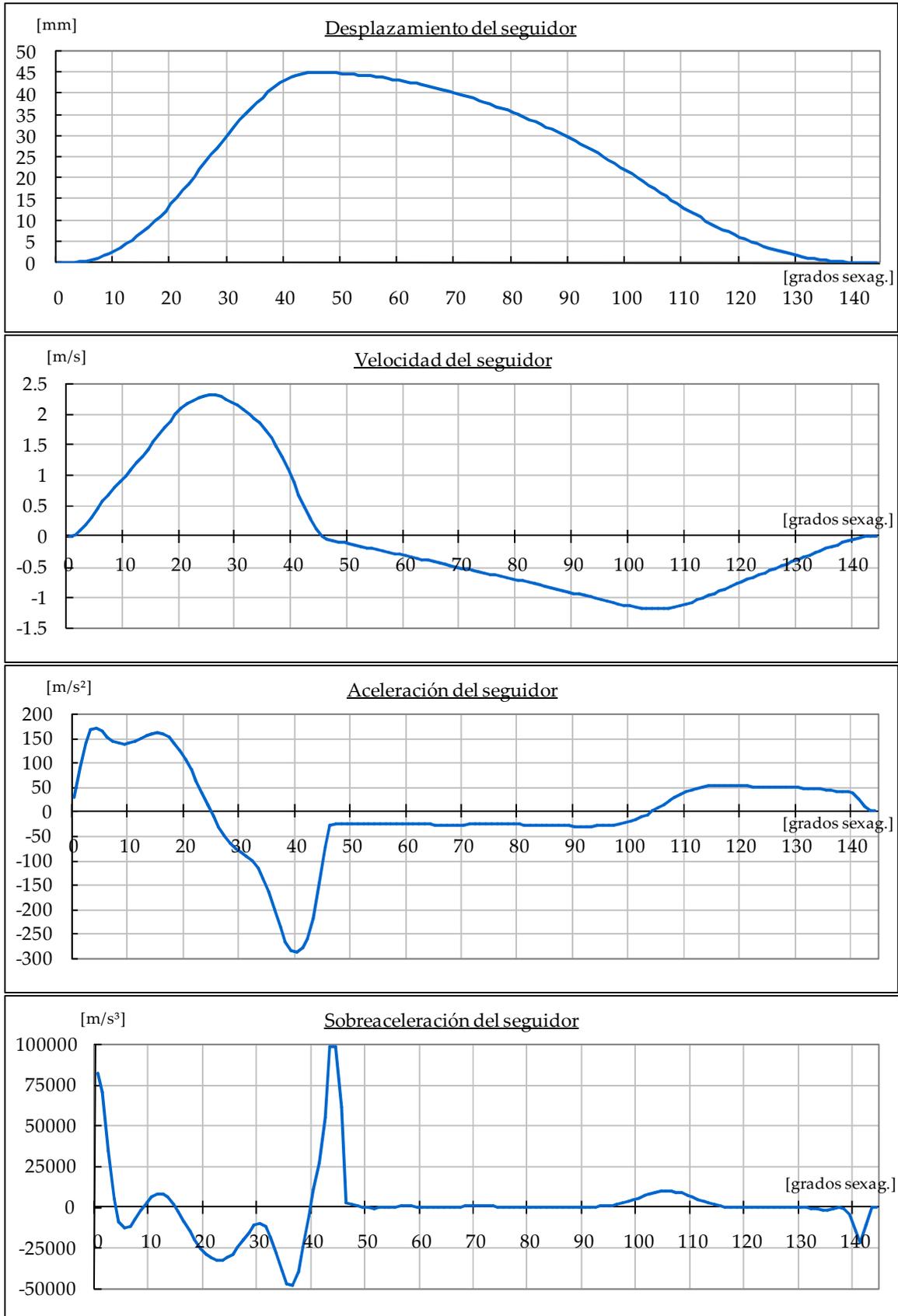


Figura 3.7. Gráficas obtenidas después de utilizar el método de Bézier sobre los puntos hallados en la digitalización del perfil de la leva en estudio.

Según los resultados, se comprueba la eficacia del método de Bézier para el manejo de este tipo de geometrías: en ninguna de las derivadas se observan cambios súbitos, además los picos infinitos han sido eliminados, sólo en el caso de la sobreaceleración se ve dos picos de aproximadamente 80000 y 100000 m/s^3 (la octava parte de lo que se tenía antes); pero por deducción estos valores máximos indican posibles “saltos” del seguidor, lo cual se puede corregir utilizando un resorte adecuado que pueda mantener en contacto permanente a la leva y el seguidor.

Siguiendo con la sobreaceleración, la cual indica los golpes de inercia que sufre el mecanismo, la zona crítica del perfil de la leva se localiza entre los 20° y los 40° (justo donde falló la pieza), ya que aunque esta zona se encuentra suavizada, se nota un punto de -32500 m/s^3 a los 23° y otro de -48400 m/s^3 a los 36°, esto significa una fuerte presión del seguidor contra la leva en estos lugares, sobre todo a los 36°. Se presume que el desgaste y la lesión que presenta la superficie de rodadura de la leva se deben a la existencia de este punto crítico, que tenía un valor mayor al que se encontró en esta simulación.

Las gráficas ya no presentaban irregularidades mayores, los nuevos datos eran adecuados para proseguir con la manufactura. El proceso de fabricación siguió adelante, se modeló el sólido partiendo de la hoja de cálculo, luego se enlazó con la máquina de control numérico y la leva empezó a ser mecanizada; todo esto se explicará con detalle en el siguiente capítulo. Sin embargo, con el fin de que la presente tesis sirva como una buena base para una futura reparación de la leva, es conveniente seguir adelante con la investigación. Lo que se tratará a continuación son estudios posteriores que sugieren añadir una variante para el método antes utilizado; luego de su explicación y desarrollo se podrá comprobar que este nuevo método mejora en gran medida las propiedades dinámicas del elemento.

IV. El método de Bézier modificado

La idea es reducir al mínimo el valor de la sobreaceleración en los puntos críticos que causaron la lesión de la pieza, de esta manera disminuiría la fuerza de impacto entre la leva y el seguidor, y se podría asegurar una mayor vida útil de la pieza. Continuando con el método de Bézier, y mediante un procedimiento minucioso, se optó por ir modificando manualmente cada uno de los puntos de control (cuidando que no se alejen demasiado de los valores reales), e ir viendo qué sucedía con las derivadas de la función. Pero aquí se presentó un problema: al modificar varios puntos de control de manera arbitraria, variaba la concavidad en zonas reducidas de la curva de desplazamiento, formando un recorrido irregular, y presentando cambios bruscos notorios en las derivadas; y, en vez de mejorar, alteraban el orden inicial que se tenía en las gráficas.

Para solucionar este inconveniente se pensó en una variante para este método, que fue muy efectiva: tomar los datos resultantes de la curva suavizada como puntos de control para aplicar otra vez el método de Bézier; tomar los nuevos resultados y aplicarles por tercera vez el método de Bézier, y así sucesivamente, iterando, hasta encontrar la curva deseada. Se hizo doce repeticiones, algunas se muestran en la figura 3.8 junto con el perfil original. Después de un rápido proceso de prueba y error se obtuvo una solución óptima, que se puede ver en la tabla 3.3. La curva obtenida y sus derivadas se exhiben en la figura 3.9. Los valores que definen cada una de estas derivadas se muestran en el anexo 3.

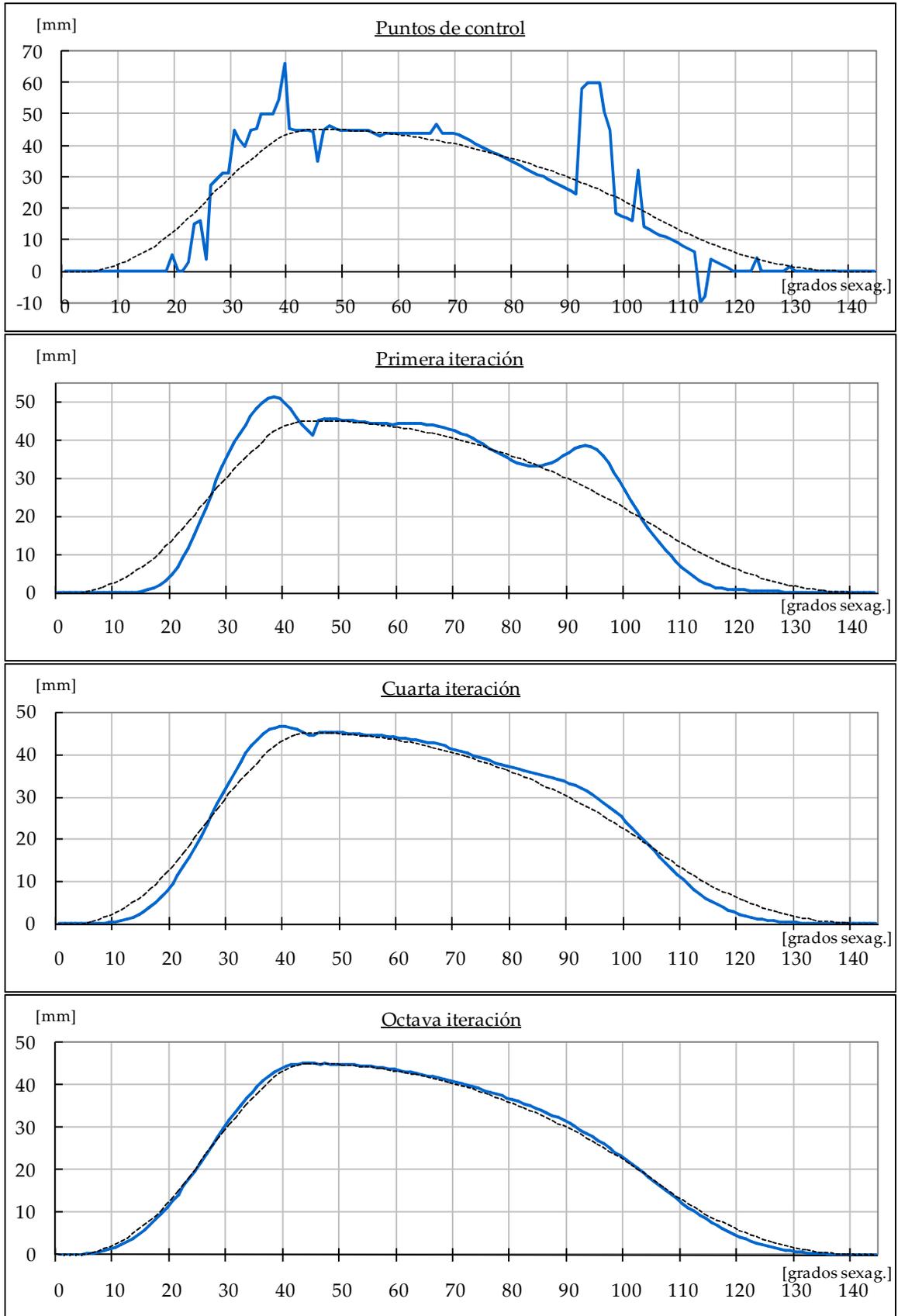


Figura 3.8. Gráficas de algunas iteraciones obtenidas después de utilizar el método de Bézier modificado sobre los puntos de control alterados manualmente.

Tabla 3.3. Resultados finales obtenidos al utilizar el método de Bézier modificado sobre los puntos de control alterados manualmente.

Nº Pto	Ángulo [sexag.]	Desplazam. [mm]
1	0	0.000000
2	1	0.017756
3	2	0.071163
4	3	0.167121
5	4	0.312648
6	5	0.514740
7	6	0.780232
8	7	1.115666
9	8	1.527163
10	9	2.020299
11	10	2.599988
12	11	3.270373
13	12	4.034730
14	13	4.895376
15	14	5.853592
16	15	6.909554
17	16	8.062279
18	17	9.309585
19	18	10.648059
20	19	12.073047
21	20	13.578652
22	21	15.157752
23	22	16.802030
24	23	18.502022
25	24	20.247184
26	25	22.025968
27	26	23.825928
28	27	25.633834
29	28	27.435808
30	29	29.217479
31	30	30.964164
32	31	32.661060
33	32	34.293467
34	33	35.847028
35	34	37.308003
36	35	38.663558
37	36	39.902092
38	37	41.013592
39	38	41.990016
40	39	42.825721
41	40	43.517927
42	41	44.067214
43	42	44.478084
44	43	44.759558
45	44	44.925836
46	45	44.997020
47	46	44.999900
48	47	44.961130

Nº Pto	Ángulo [sexag.]	Desplazam. [mm]
49	48	44.906261
50	49	44.835980
51	50	44.750790
52	51	44.651049
53	52	44.537016
54	53	44.408878
55	54	44.266778
56	55	44.110830
57	56	43.941136
58	57	43.757797
59	58	43.560912
60	59	43.350586
61	60	43.126927
62	61	42.890040
63	62	42.640027
64	63	42.376979
65	64	42.100968
66	65	41.812042
67	66	41.510217
68	67	41.195470
69	68	40.867736
70	69	40.526899
71	70	40.172794
72	71	39.805199
73	72	39.423838
74	73	39.028383
75	74	38.618453
76	75	38.193621
77	76	37.753417
78	77	37.297342
79	78	36.824869
80	79	36.335456
81	80	35.828560
82	81	35.303647
83	82	34.760205
84	83	34.197756
85	84	33.615876
86	85	33.014201
87	86	32.392449
88	87	31.750427
89	88	31.088046
90	89	30.405339
91	90	29.702461
92	91	28.979710
93	92	28.237529
94	93	27.476515
95	94	26.697423
96	95	25.901173

Nº Pto	Ángulo [sexag.]	Desplazam. [mm]
97	96	25.088846
98	97	24.261689
99	98	23.421107
100	99	22.568664
101	100	21.706069
102	101	20.835174
103	102	19.957960
104	103	19.076524
105	104	18.193064
106	105	17.309866
107	106	16.429283
108	107	15.553716
109	108	14.685599
110	109	13.827372
111	110	12.981464
112	111	12.150270
113	112	11.336128
114	113	10.541300
115	114	9.767951
116	115	9.018125
117	116	8.293731
118	117	7.596520
119	118	6.928073
120	119	6.289782
121	120	5.682841
122	121	5.108232
123	122	4.566720
124	123	4.058842
125	124	3.584909
126	125	3.145001
127	126	2.738972
128	127	2.366453
129	128	2.026858
130	129	1.719397
131	130	1.443085
132	131	1.196762
133	132	0.979104
134	133	0.788649
135	134	0.623811
136	135	0.482911
137	136	0.364196
138	137	0.265868
139	138	0.186108
140	139	0.123105
141	140	0.075083
142	141	0.040326
143	142	0.017211
144	143	0.004226
145	144	0.000000

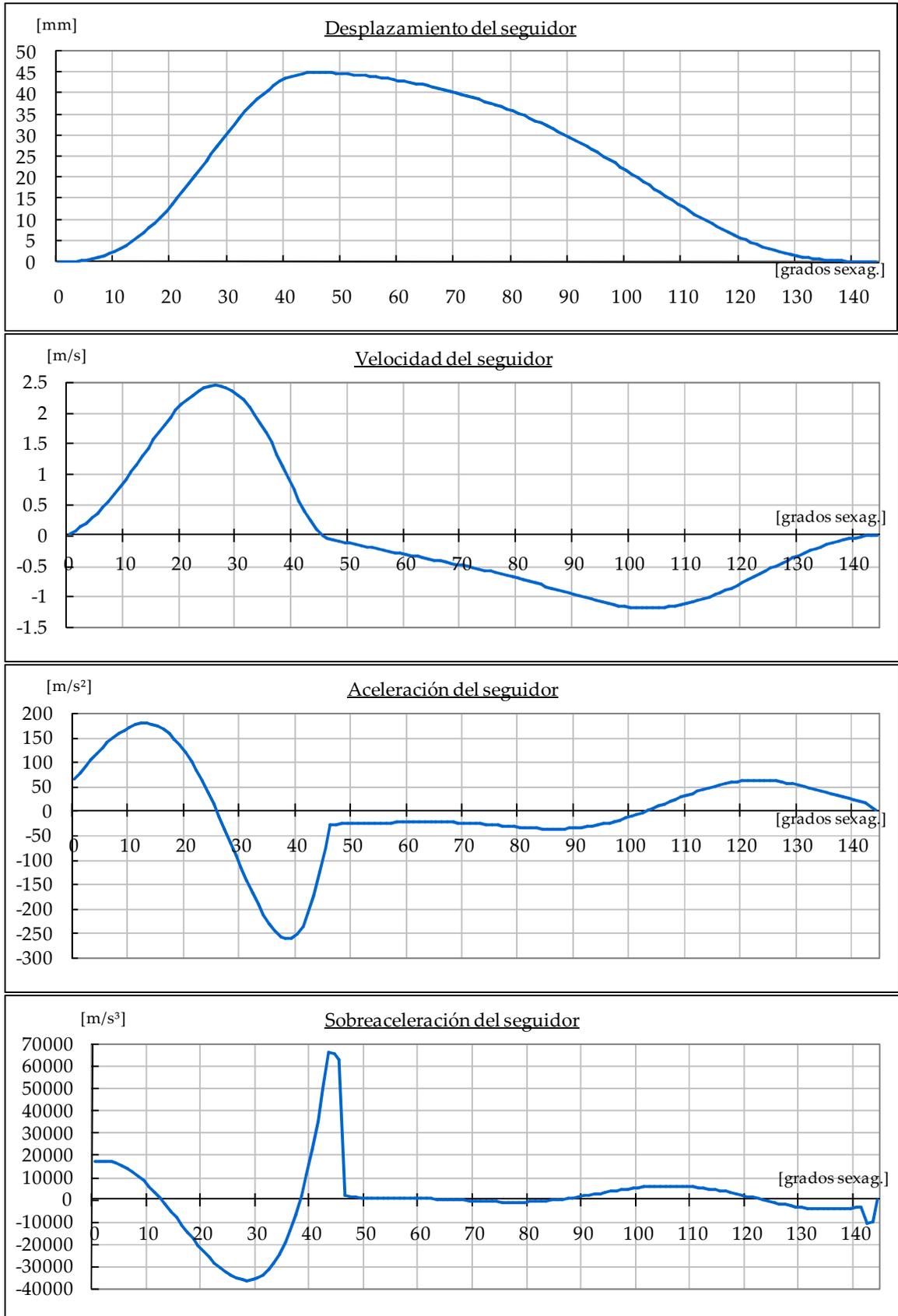


Figura 3.9. Gráficas obtenidas después de utilizar el método de Bézier modificado sobre los puntos de control alterados manualmente.

Al observar las gráficas finales se advierte la suavidad con la que van variando las curvas de las tres derivadas, las irregularidades y los cambios reiterados de concavidad han sido anulados; a pesar de ello la forma inicial del perfil se conserva, cada coordenada se alteró como máximo en décimas de milímetro. Sin embargo, las derivadas se calcularon teniendo en cuenta la velocidad de giro real de la leva, igual a 225 RPM; a esta velocidad cada décima de milímetro cuenta para advertir cambios notorios en los resultados. En el anexo 4 se adjunta un cuadro comparativo que indica la desviación entre los datos iniciales de la digitalización y los valores hallados luego de aplicar el método de Bézier modificado.

El objetivo principal se realizó con éxito: se logró afinar la curva de la tercera derivada reduciendo el valor del punto crítico ubicado a 36° (-48400 m/s^3). El nuevo punto crítico se ubica a 28° y tiene un valor de -36400 m/s^3 , una reducción de aproximadamente 25%, lo cual es más recomendable. Además, el pico de 80000 m/s^3 se redujo a 17000 m/s^3 , y el de 100000 m/s^3 pasó a ser 65900 m/s^3 , una disminución aproximada de 78% y 34% respectivamente, lo que teóricamente indica que la compresión ejercida del seguidor sobre el resorte debido a la inercia disminuye bastante. Esta conclusión evidencia la validez del método de Bézier modificado para este tipo de problemas: el de copiar y corregir un perfil ya diseñado, de manera sencilla e intuitiva.

Finalmente, para dibujar el perfil real, la curva de desplazamiento del seguidor se llevó a coordenadas polares, dibujándose alrededor del círculo base de la leva (de radio igual a 130 milímetros). El producto de este procedimiento se muestra en la figura 3.10.

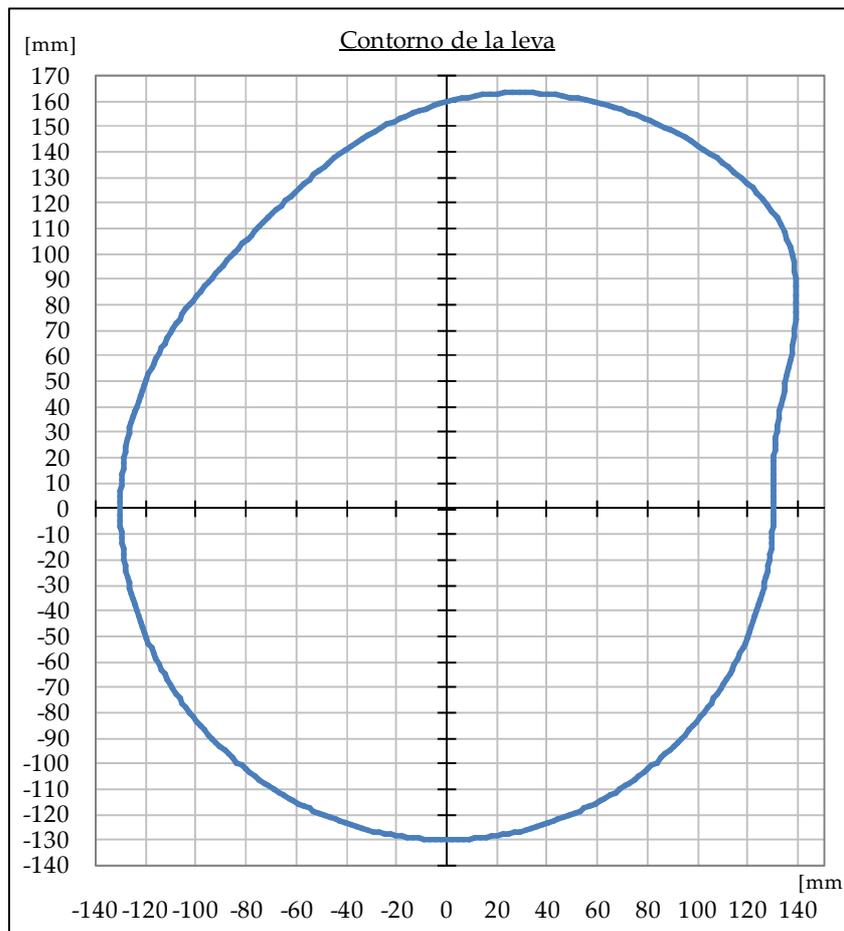


Figura 3.10. Gráfica final del perfil en coordenadas polares.

V. Comprobación del perfil

Dentro del tema de comprobación del perfil de la leva se ven dos asuntos importantes: el radio de curvatura y el ángulo de presión. Como se ha explicado en el capítulo anterior, dos defectos se pueden originar debido a un radio de curvatura incorrecto: el doble contacto del rodillo del seguidor con la leva, y la existencia de puntas en el perfil (Figura 2.17). Para el caso en estudio no será necesario hacer un examen riguroso para descartar estos dos últimos inconvenientes. Primero porque mediante el tratado anterior se comprueba que no existen puntas en el perfil. Y segundo, la leva ha funcionado durante varios años; un doble contacto a la velocidad de trabajo transformaría al seguidor en un martillo que destruiría la pista de rodadura en un instante, si se hubiera presentado este problema todo el sistema hubiera fallado poco tiempo después de arrancar. Aún con ello, con el fin de confirmar lo antes dicho, se ha dibujado la figura 3.11, donde se ve el rodillo del seguidor, de 60 milímetros de diámetro, en su camino de rodadura. Se puede notar que en ningún momento el radio del rodillo es mayor que el radio de curvatura del contorno de la leva.

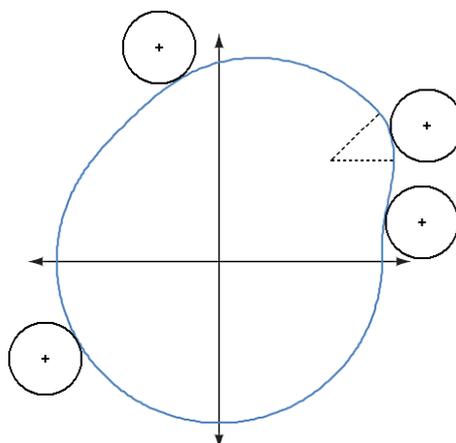


Figura 3.11. **Verificación de la ausencia de defectos debido a un radio de curvatura incorrecto.**

Lo que sí es de interés es observar el comportamiento del ángulo de presión. Partiendo de los datos del perfil mejorado, tomando en cuenta que cada dato está separado por una distancia igual a un grado sexagesimal, y que el radio del círculo base es 130 milímetros, se pudo obtener una aproximación del valor de este ángulo, la cual se ve en la figura 3.12.

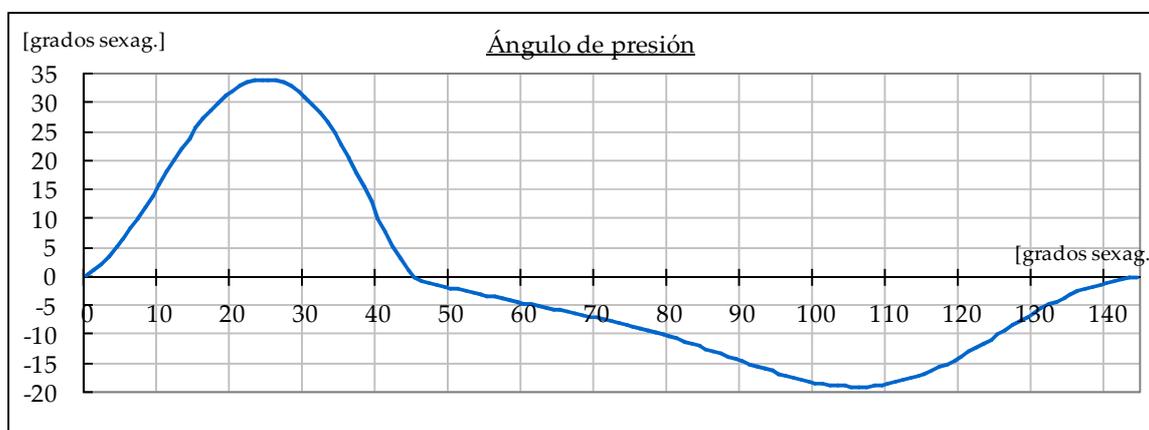


Figura 3.12. **Gráfica de aproximación del ángulo presión para el caso en estudio.**

La pendiente del ángulo de presión se calculó de la siguiente forma: el cateto opuesto es la diferencia entre dos puntos contiguos de la curva de desplazamiento; el cateto adyacente se acerca mediante la longitud de arco, que es igual al producto de 0.0174533 radianes (un grado sexagesimal) por la distancia desde el punto menor hasta el eje de giro de la leva. Mediante estos cálculos se obtiene una muy buena aproximación, y se realizaron debido a que no se tiene una fórmula que defina el recorrido del perfil. La tabla que indica los valores numéricos del ángulo de presión se puede ver en el anexo 5.

Para una óptima marcha del sistema, la experiencia recomienda que el ángulo de presión no exceda los 30° para evitar cargas laterales excesivas sobre el eje del seguidor y por consiguiente sobre la superficie de rodadura; que además podrían provocar vibraciones y golpeteo, impidiendo la buena marcha del equipo. Sin embargo el perfil del elemento estudiado en esta tesis sobrepasa dicho valor entre los ángulos de giro 18° y 30° como se aprecia en la figura 3.10; alcanzando un valor máximo aproximado de 34° . Esto confirma la hipótesis de que esta es una zona crítica, y que la leva tenderá a fallar en este lugar. No obstante, debido a que el objetivo es hacer una pieza idéntica a la original, no hay mucho que se pueda hacer con respecto a la geometría, la solución adecuada sería por un lado lograr una adecuada lubricación del mecanismo, y por otro lado mejorar el material base, que precisamente es el reto que se planteará en el siguiente capítulo.

CAPÍTULO IV FABRICACIÓN DE LA LEVA NUEVA Y REEMPLAZO DE LA PIEZA DAÑADA

I. Mejoras en la estructura física del elemento

Luego de hallar el perfil correcto y realizar un análisis minucioso de la geometría, estructura y comportamiento dinámico del elemento, el siguiente paso es iniciar el proceso de manufactura. Aunque bien se podía fabricar la pieza exactamente igual a la original, se optó por hacer los siguientes cambios, que optimizarían sus características:

1. Para evitar el trabajo de mover el mecanismo y desacoplar el pesado eje al reemplazar la leva, es conveniente elaborar una que sea fácil de colocar (y extraer en caso de falla). Para una instalación sencilla se pensó en fabricarla en dos partes: un lado semicircular, y otro que incluya el perfil de subida y retorno; ambas mitades unidas por tornillos. La experiencia revela que para estos casos se debe hacer cuatro agujeros (de no ser así se obstruye el camino de rodadura), y, debido a que todo vaciado de material debilita al elemento, se debe tener especial cuidado en hacerlos lejos de la zona crítica. La figura 4.1 muestra dos imágenes virtuales en 3D de la leva, de 165 milímetros de espesor, en forma simplificada, desarrolladas en el software SolidWorks, donde se ve la ubicación de las cuatro perforaciones, para pernos M27 x 2 milímetros, que ingresarán desde el lado semicircular.

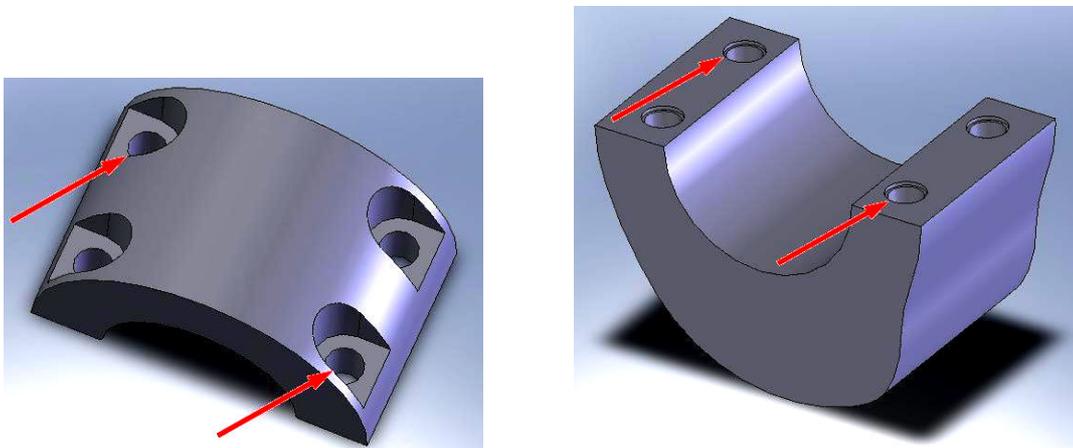


Figura 4.1. Vista 3D de la leva en dos partes, mostrando perforaciones para pernos.

- Como ya se ha mencionado, la leva posee un ángulo de presión que excede los valores adecuados en ciertos lugares y puntos críticos donde sufre fuertes golpes de inercia; sin embargo su geometría no debe alterarse. Por ello el siguiente aporte fue la mejora del material, mediante la elección de un material base tenaz y resistente y la construcción de un nuevo camino de rodadura compuesto por un metal superduro.

Para el material principal se utilizó acero fino al carbono AISI 1045, un metal de alta calidad y gran pureza de fabricación, con un 0,45% de carbono, 0,7% de manganeso y 0,3% de silicio. Posee una dureza media, alrededor de 91 HRB (200 HV). Aunque las propiedades de este tipo de aceros dependen esencialmente de su contenido de carbono, el contenido de manganeso y silicio aumentan su resistencia mecánica. Se trata de un acero tenaz, resistente, mecanizable y soldable, adecuado para partes de maquinaria que se encuentren sometidos a esfuerzos que puedan causar fallas por fatiga.

El rodillo del seguidor tiene un espesor de 65 milímetros, es decir, el camino real de rodadura se encuentra en la zona central de la superficie de la leva. La idea fue eliminar esta zona mediante mecanizado, profundizando unos milímetros por debajo de la superficie para dejarla en bajo relieve, y luego rellenarla con soldadura Citodur 600, un acero aleado de alta dureza (54HRC, 580 HV) y muy buena resistencia al desgaste, que ha presentado óptimos resultados en reparaciones anteriores de la pieza en estudio.

- Lo siguiente fue determinar las perforaciones que se necesitaban para una apropiada lubricación y refrigeración del mecanismo: dos agujeros de 16 milímetros de diámetro a ambos lados de la pista de rodadura y otros dos de 4 milímetros de diámetro en los lados laterales de la leva, comunicados entre sí. La última variante consistió en corregir los “ángulos vivos”, es decir, contornear los bordes de manera que no existan aristas con ángulos de 90° ni cambios bruscos de diámetro, para evitar que se produzcan concentraciones de esfuerzos y tensiones superficiales en el acero.

Estas modificaciones se hicieron con el fin de mejorar la performance del elemento en estudio, proponiendo una nueva alternativa en cuanto a este tema. En la figura 4.2 se puede observar señalados con flechas rojas estos últimos cambios. La 4.2 (a) muestra la nueva pista de rodadura y los bordes rebajados; en la 4.2 (b) los agujeros para la lubricación.

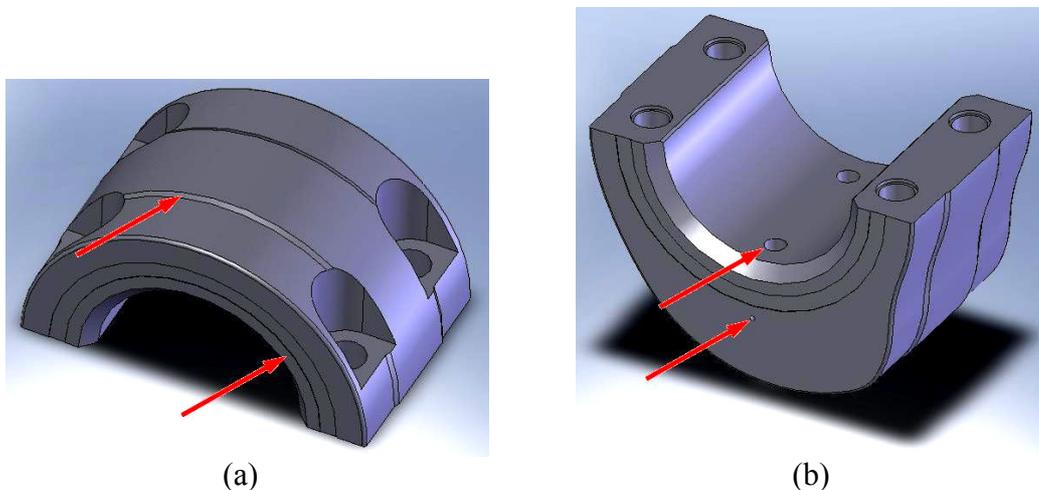


Figura 4.2 (a). Vista de la parte semicircular, mostrando nueva pista y bordes.
(b). Vista de la parte perfilada, mostrando agujeros de lubricación.

II. Elaboración del plano constructivo y del modelo sólido final

Las coordenadas de los puntos obtenidos después de utilizar el método de Bézier fueron transferidas al software SolidWorks, un potente programa de dibujo técnico, diseño y simulación mecánica. Aquí se completó el contorno de la leva y, sumado a los cambios ya mencionados, se preparó el modelo sólido y los planos correspondientes, que se pueden observar en la figura 4.3 y 4.4 respectivamente. A continuación se escribe un resumen de las características físicas del mecanismo, importantes en el diseño de la pieza:

- Elevación máxima del seguidor: 45 milímetros.
- Tramo de elevación del seguidor durante un giro de 40° (entre 5° y 45°).
- Tramo de descenso del seguidor durante un giro de 95° (entre 45° y 140°).
- Único tramo de reposo del seguidor durante un giro de 225° (entre 140° y 365°).

- Diámetro del círculo base de la leva: 260 milímetros.
- Espesor de la leva: 165 milímetros.
- Diámetro del rodillo del seguidor: 60 milímetros.
- Espesor del rodillo del seguidor (pista de rodadura): 65 milímetros.
- Diámetro del eje de levas: 150 milímetros.
- Velocidad angular media de la leva: 225 RPM.

- Defectos debido al radio de curvatura: ninguno.
- Sobrepasa levemente el nivel recomendado de ángulo de presión entre los 18° y 30° .
- Zona crítica (falla): tramo de ascenso del seguidor, entre los 20° y los 35° .

- Agujeros para refrigeración: 2 de 16 milímetros, 2 de 4 milímetros.
- Perforaciones: 4 para pernos M27 x 2 milímetros, 2 para pines guía de 28 milímetros.

- Material de fabricación: acero al carbono AISI 1045.
- Material para la nueva pista de rodadura: soldadura Citodur 600.

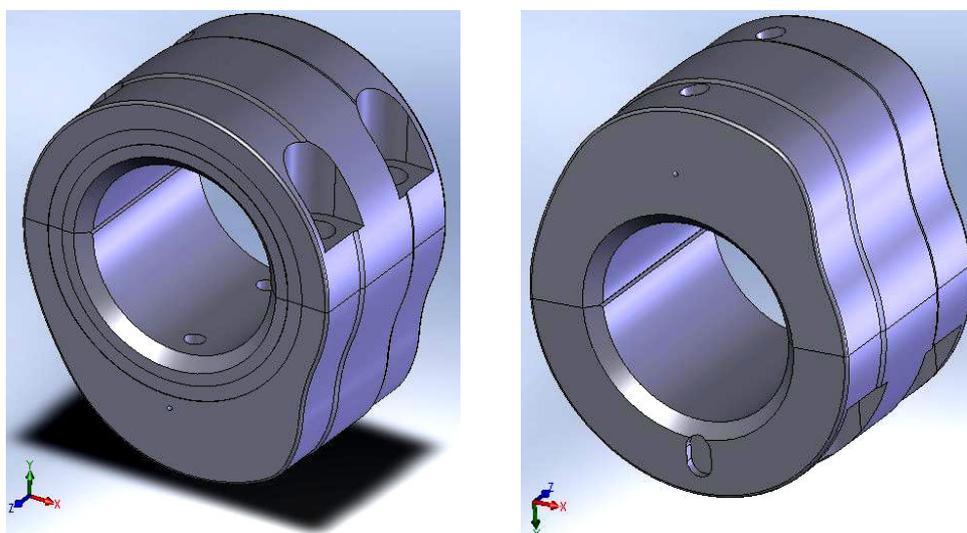


Figura 4.3. Simulación del modelo sólido de la leva terminada.

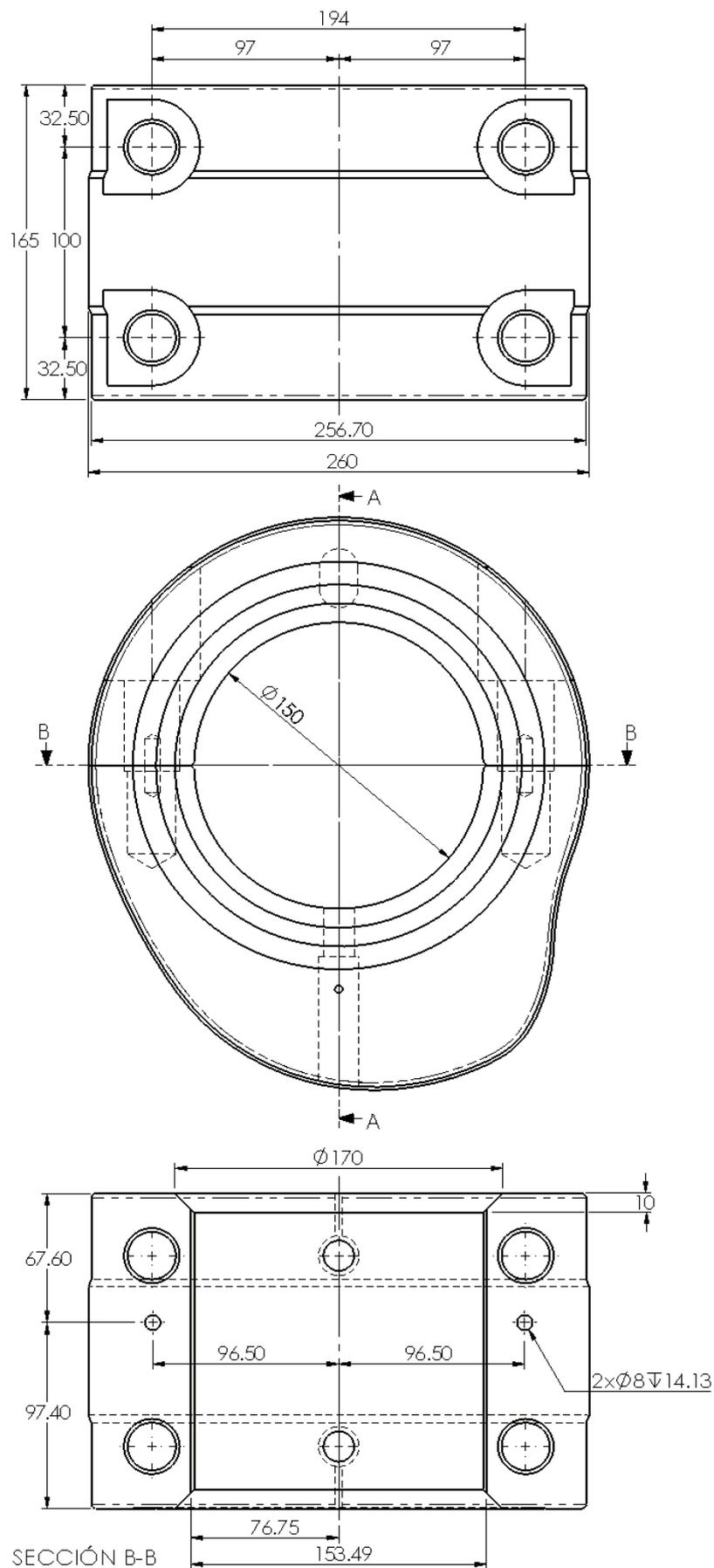


Figura 4.4 (a). Plano constructivo de la leva en estudio. Parte 1.

III. Procedimiento de fabricación y mecanizados

El procedimiento de fabricación en su totalidad se llevó a cabo en el Laboratorio de Tecnología Mecánica de la Universidad de Piura. Partiendo de la experiencia ganada en varios servicios anteriores de reparación y asesoramiento técnico que se brindó a la empresa ElectroPerú, el equipo de trabajo planteó la nueva alternativa para la manufactura de la leva. Esta se basó en obtener una matriz tenaz y resistente y una superficie dura y fuerte contra el desgaste, utilizando herramientas de última generación; y evitando en lo posible cualquier tipo de tratamiento térmico, que mal aplicado puede dañar la estructura interna de la pieza. En los párrafos siguientes se tratará de mostrar en detalle cada una de las actividades que fueron necesarias para lograr estos objetivos.

El instrumento que se utilizó para la obtención del elemento fue la fresadora MAHO, una máquina CNC (control numérico computarizado) que funciona con programación en códigos G, un conjunto de datos alfa-numéricos que generan una serie de órdenes a lo largo de los ejes cartesianos X, Y, Z. Esta máquina ha sido uno de los más importantes adelantos en manufactura en los últimos tiempos, al desarrollar nuevas técnicas de producción que optimizan la calidad de los productos y a la vez reducen costos. Algunas de las ventajas que presenta para el diseño y la fabricación son:

- Habilita la confección de prototipos más precisos. Puede elaborarse un modelo de la pieza en un software de diseño y procesarla a través de un software CAD/CAM para generar las secuencias de fabricación.
- Permite un mejor planeamiento de operaciones y un mejor control del proceso en sí, todo desde un computador.
- Disminuye el tiempo de programación de las instrucciones, ya que utiliza un lenguaje sencillo como lo es el código G.
- Reduce la dificultad para manufacturar piezas complejas, manejando casi cualquier tipo de geometría y cumpliendo correctamente con las especificaciones de diseño.
- Puede automatizar varios procedimientos, disminuyendo el tiempo de manufactura y aumentando la productividad.
- Aminorar los costos por herramientas, la misma máquina es capaz de realizar distintos tipos de mecanizado: fresado, taladrado, torneado, esmerilado, punzonado y otros.
- Incrementa la seguridad para el usuario, ya que las operaciones se llevan a cabo en un espacio cerrado dentro de la máquina, pero que, debido a sus paredes transparentes, permite observar todo el proceso.

El acero AISI 1045 necesario fue proveído por la empresa Aceros Böhler, que garantiza un buen producto y estricto control de calidad. Se partió de un cilindro de 320 milímetros de diámetro y 165 milímetros de espesor. El primer paso fue hacer una perforación central de 140 milímetros de diámetro (10 milímetros por debajo de la medida real), que corresponde al lugar ocupado por el eje de levas. En seguida se le seccionó en dos pedazos, para formar las dos partes de las que estaría compuesta la pieza final, siguiendo una recta que pasara por el centro de la perforación anterior. Luego se procedió a hacer los agujeros para los pernos de sujeción, pasantes en el meridiano donde se moldearía el lado semicircular, y roscados para pernos M27 x 2 milímetros en el otro lado. Ya ensamblados los fragmentos, se completó la perforación anterior a la medida real de 150 milímetros de diámetro. Así el cilindro perforado quedó listo para hacer el mecanizado del perfil.

Desde el SolidWorks, el archivo que contenía el dibujo del perfil de la leva se exportó al software de integración SurfCam para procesarlo y generar la trayectoria de la herramienta para el mecanizado. Esta secuencia de instrucciones tiene decenas de miles de bloques de programación, por lo que será imposible presentarla; lo que se puede mostrar son algunas imágenes extraídas del SurfCam durante la generación de la trayectoria de la herramienta, que se exponen en la figura 4.5.

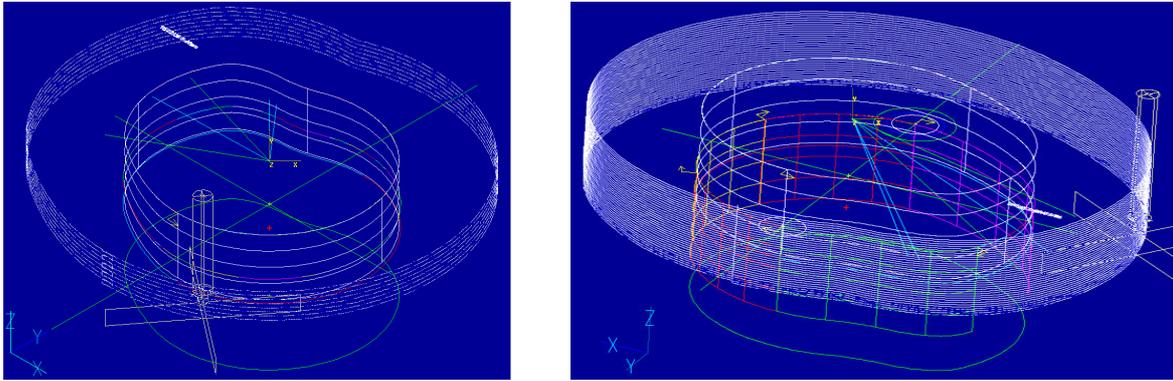


Figura 4.5. **Generación de la trayectoria de la herramienta para el mecanizado.**

Para el procedimiento se utilizó una herramienta de corte de plaquita de metal duro, revestida con nitruro de titanio-aluminio, y de punta semiesférica. Debido al recubrimiento multiestrato, esta herramienta posee estabilidad química y térmica, es recomendada para aceros resistentes y tiene una respuesta muy favorable a altas velocidades de corte. Para lubricar y refrigerar se utilizó el fluido especial para maquinados SP-1440, un líquido a base de agua que no oxida, no ensucia y no se descompone. Antes de empezar se hizo la respectiva simulación del mecanizado, lograda con el comando “verify” del SurfCam. En la figura 4.6 se puede ver algunos momentos de esta simulación.

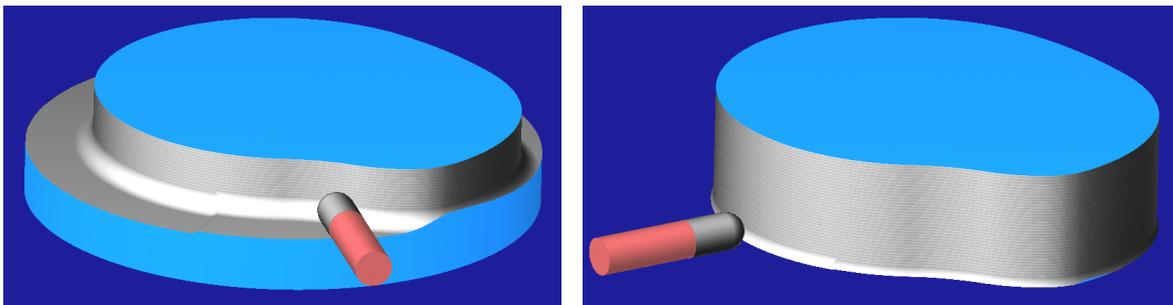


Figura 4.6. **Imágenes de simulación del mecanizado del perfil de la leva.**

Ya verificado el trabajo que realizaría la máquina, se procedió a montar y fijar el cilindro hueco en la fresadora CNC. La fijación de la pieza es un tema muy importante, se debe tener especial cuidado para evitar deslizamientos de la pieza o colisiones de la herramienta con los dispositivos de sujeción durante el maquinado. Para esto se utilizó un eje fabricado especialmente para este propósito, donde la pieza quedó bien sujeta. El siguiente paso fue contornear el perfil de la leva. Pero se debe tomar en cuenta que se planeaba hacer un recargue en la zona de rodadura, por ello, para no alterar la forma final, se optó por “rebajar” el contorno. Después del rectificado, todo el perfil quedó 1,65 milímetros por debajo de la medida real. Adicionalmente, se maquinó el área de lo que sería la nueva pista de rodadura, un ancho de 67 milímetros, quedando en un bajo relieve de 2 milímetros. La franja que quedó puede verse como imagen virtual en la figura 4.7.

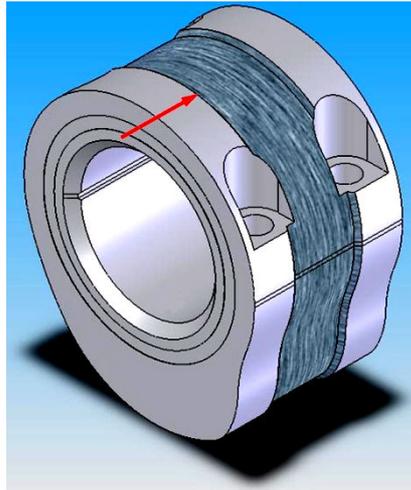


Figura 4.7. **Simulación del modelo sólido de la leva con la zona de rodadura en bajo relieve.**

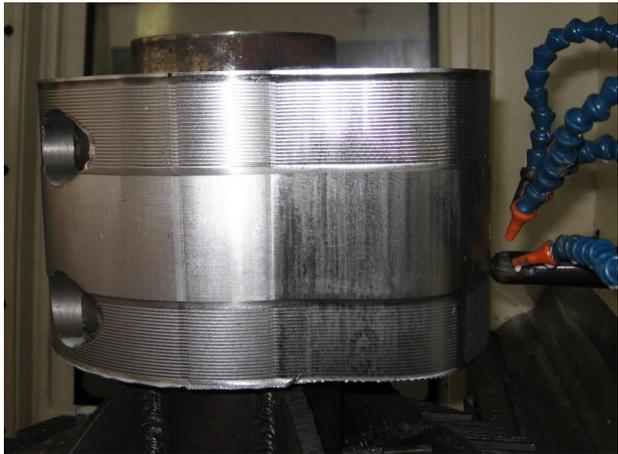
De esta manera, la preforma quedó lista para el recargue con soldadura; para ello se le desmontó y llevó a la estación de soldeo. Antes de iniciar la soldadura se precalentó la pieza hasta una temperatura de 250°C y en un ambiente libre de corrientes de aire, para favorecer la fusión de los metales e impedir que se generen tensiones internas en el material. Después se inició el procedimiento. Por experiencia se sabe que, para obtener mejores resultados, antes de colocar una capa protectora de alta dureza es recomendable aplicar un “cojín” o amortiguador de un material tenaz y que conserve sus propiedades a altas temperaturas. Ideal para esto es el acero inoxidable 29/9 cuyo electrodo está especialmente diseñado para soldar aceros de alta resistencia. Mediante un procedimiento SMAW se efectuó este primer recargue. Luego se volvió a la fresadora para uniformizar la superficie; finalmente la cama de acero inoxidable quedó de un espesor parejo de 2 milímetros.

De regreso a la estación de soldeo se calentó la pieza a 250°C y, nuevamente mediante un proceso de soldadura manual de arco eléctrico, se aplicó dos pases de Citodur 600. Todo con un riguroso control, revisando los espesores mediante calibradores especiales y monitoreando constantemente la temperatura con un pirómetro óptico para evitar que descienda por debajo de los límites permisibles. La capa dura quedó con una altura de 1,75 milímetros (se incluyó un offset de 0,1 milímetros para acabados). En el anexo 6 se ofrece un cuadro resumen de los parámetros del proceso.

Finalmente se llevó la pieza a la fresadora para dar los acabados respectivos: trabajar los agujeros para la lubricación, contornear los bordes, rectificar el camino de rodadura con una piedra esmeril y realizar las últimas pasadas de desbaste y pulido manual; cada acción fue controlada desde una computadora. Así la leva quedó lista para su entrega. En la figura 4.8 se puede apreciar dos tomas de la fase final del maquinado real.

IV. Montaje de la leva

La pieza terminada fue trasladada a Tumbes, colocada y asegurada en el eje de levas del motor del grupo electrógeno Mak 2. El equipo se puso en funcionamiento, se examinó la marcha del sistema por varias horas. Todo quedó conforme.



(a)



(b)

Figura 4.8. Imágenes reales de los acabados finales de la leva.

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

I. Conclusiones

La presente tesis parte de un evento en particular: la solicitud de la empresa ElectroPerú-Tumbes a la Universidad de Piura con el fin de reemplazar una pieza dañada, una leva industrial perteneciente al sistema de inyección de combustible del motor de uno de los grupos electrógenos Mak de la ciudad de Tumbes. A raíz de ello, el equipo del Laboratorio de Tecnología Mecánica se dedicó al estudio detallado de este caso en particular.

En esta investigación se incluye el análisis metalográfico y los ensayos de dureza de la pieza original, la obtención, ajuste y análisis del perfil, y la fabricación respectiva de la leva. Cada uno de estos temas desarrollados y explicados en detalle; con aportes significativos en cuanto a métodos de ajuste y comprobación del perfil, y procedimientos de fabricación alternativos. De esta manera se logró alcanzar los objetivos inicialmente planteados. Las conclusiones extraídas se pueden resumir de la siguiente manera:

- Para el estudio y la elaboración de las leyes de movimiento del seguidor, la mayor parte de la bibliografía desarrolla los métodos tradicionales: parabólico, armónico, cicloidal, y los polinomios algebraicos. Sin embargo, su gran desventaja es que sus funciones no presentan un significado geométrico; la modificación de un coeficiente no produce un efecto predecible sobre la forma de la curva. Para el caso en estudio, en que se presenta la necesidad de editar varias veces un perfil para que siga la forma de un movimiento ya diseñado, todo se complica ya que la menor modificación implica un nuevo cálculo y una función distinta (o varias, si se desea hacerlo por tramos).
- Se concluye que el procedimiento de digitalización de coordenadas del perfil fue muy beneficioso y se recomienda en el caso de piezas mecánicas de geometría complicada. Tener el contorno digitalizado fue mucho más práctico, se pudo visualizar el diagrama de desplazamientos, observar sus características y modificarlo a voluntad, se obtuvo las gráficas de velocidad, aceleración y sobreaceleración de forma más rápida, se logró suavizar la curva e incluso se hizo la comprobación respectiva del perfil; todo el proceso simplificado mediante el uso de una computadora. Una vez hecho esto, se tuvo la gran ventaja de poder modelar la pieza y enlazar el programa con la máquina de control numérico para los mecanizados respectivos.

- Se determina que el ajuste mediante curvas de Bézier presenta óptimos resultados para el caso que se estudia en esta tesis: el de reconstruir y corregir el perfil de una leva ya diseñada. La idea que presenta esta técnica es encontrar una curva de fácil manejo que se base en el modelo original, en la cual el diseñador pueda intuir los parámetros que debe ir cambiando para obtener poco a poco la forma deseada. De esta manera se logra mejorar la curva de desplazamiento sin alejarse de la forma inicial.
- Para levas de aplicación industrial de alta potencia se recomienda usar procedimientos más avanzados, que generen curvas precisas y con mejor comportamiento dinámico. Debido a esta exigencia se propuso una variante en el método de Bézier modificado, y mediante la ayuda de una hoja de cálculo, se pudo mejorar la curva de desplazamientos a través de la optimización de las características de las derivadas de orden superior y mediante un análisis del radio de curvatura y el ángulo de presión. Se identificó los puntos críticos en las derivadas y se disminuyó sus valores máximos con mínimas desviaciones del perfil, del orden de las décimas de milímetro; sin alterar además los ángulos de giro que marcan el inicio y fin de la inyección de combustible.
- De los resultados del estudio del ángulo de presión de la leva original se deduce que existe una zona crítica ubicada en la zona central del tramo de ascenso, en donde se sobrepasa el valor recomendado por varios autores (30°) para evitar cargas laterales excesivas. Se concluye que esta es una característica inevitable en este tipo de motores ya que la subida brusca y empinada se da debido al corto tiempo que es requerido para la inyección de combustible. Ya que no es posible cambiar la geometría del elemento se obliga a una elección apropiada del material de fabricación, de lo contrario la leva tenderá a fallar una y otra vez en el mismo lugar.
- El análisis metalográfico mostró un acero bonificado como el metal que forma la pieza original, con una microestructura de martensita revenida, y con una capa cementada de 2 milímetros sobre la superficie de rodadura. En el ensayo de dureza se obtuvo 47 HRC en esta capa. Como resultado un material base tenaz y resistente, y una superficie dura y fuerte contra el desgaste. Estas características sirvieron como guía para la elección del acero AISI 1045 que, por sus propiedades, cumple con los requerimientos, más una pista de rodadura reconstruida con acero inoxidable 29/9 y reforzada con soldadura Citodur 600, cuya dureza se encuentra alrededor de los 50 HRC.
- El procedimiento de fabricación utilizando acero al carbono AISI 1045 como metal base de la pieza, su mecanización mediante una fresadora CNC para alcanzar una preforma seccionada en dos partes, posteriormente la construcción de un nuevo camino de rodadura compuesto por material superduro mediante recargue con soldadura de acero inoxidable 29/9 y luego Citodur 600, realizando los detalles y acabados mediante herramientas de corte y rectificado de última generación, dio muy buenos resultados. La leva continúa operando satisfactoriamente; a la fecha lleva siete meses trabajando 14 horas diarias, aproximadamente 3000 horas en operación.
- Finalmente se cumplió con el objetivo principal: la correcta fabricación y el reemplazo de una de las levas del sistema de inyección del motor de combustión que pertenece a uno de los grupos electrógenos de la empresa ElectroPerú, en la ciudad de Tumbes. Así se demostró que, utilizando técnicas de ajuste de curvas asistidas por computador y tecnologías modernas de fabricación, se puede afrontar trabajos muy complejos que

requieren un nivel de precisión importante y a la vez ahorrar tiempo y dinero a las empresas peruanas. Un análisis económico simple demuestra que traer la pieza del extranjero hubiera ocasionado un gasto tres veces mayor a lo que costó, por lo que fue rentable para ElectroPerú-Tumbes optar por la fabricación de la leva en el Perú.

II. Aportes

Los aportes logrados con el desarrollo del presente trabajo son los siguientes:

- Se determinó tablas y gráficas referidas a las tres primeras derivadas del movimiento del seguidor y al ángulo de presión del perfil de una de las levas que conforma el mecanismo de inyección de combustible del motor del generador Mak; las que pueden ser aprovechadas para investigaciones posteriores.
- Se ha definido el método de Bézier modificado, como una nueva técnica de carácter iterativo que sirve especialmente en el caso de copiar y mejorar una curva ya diseñada.
- Mediante el método propuesto se han obtenido nuevas coordenadas del perfil, que pueden utilizarse para fabricar otra leva en el futuro. Estas coordenadas han sido ajustadas de tal manera que mejoran el comportamiento dinámico de la pieza.

III. Recomendaciones

Una vez concluida esta tesis, se considera importante hacer las siguientes sugerencias:

1. En cuanto a investigaciones posteriores:
 - Extender los estudios realizados al análisis del seguidor correspondiente a la leva en estudio: determinar los esfuerzos ocasionados por el peso del mismo, la fricción, la fuerza del resorte y la presión de inyección sobre la superficie de rodadura, y su influencia sobre la estructura y el funcionamiento de la leva.
 - Debido a que el ángulo de presión sobrepasa los límites en cierta zona, determinar si existe esfuerzos excesivos debido a la flexión del vástago del seguidor sobre las guías; ya que esto puede producir vibraciones perjudiciales y más aún causar una falla por deslizamiento entre leva y seguidor.
 - A partir de datos reales crear un modelo dinámico de todo el mecanismo de inyección de combustible en un software de simulación, para precisar de manera verídica el comportamiento del sistema.
2. En cuanto al mantenimiento:

- Se recomienda verificar el correcto arranque del motor, ya que un arranque violento produciría altas aceleraciones y esfuerzos irregulares que conducirían a una falla rápida del mecanismo.
- Someter al mecanismo de inyección a un mantenimiento programado, que incluya una buena limpieza y lubricación, así como la inspección general y comprobación de los parámetros de funcionamiento.
- Al menos cada seis meses, se recomienda realizar un examen con tintes penetrantes sobre la superficie de rodadura de todas las levas de inyección, para descartar grietas o microfisuras. Esto es una medida del desgaste superficial, que servirá como indicador para decidir entre la reparación o el cambio de la pieza.
- Una vez al año verificar el buen estado y buena marcha del eje que sostiene las levas.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Erdman, Arthur; Sandor, George. (1984). *“Diseño mecánico: análisis y síntesis”*. 1ª ed. New Jersey: Prentice-Hall.
- Shigley, Joseph; Uicker, John. (1988). *“Teoría de máquinas y mecanismos”*. 3ª ed. México: McGraw-Hill.
- Norton, Robert. (1995). *“Diseño de maquinaria”*. 2ª ed. México: McGraw-Hill.
- Calero, Roque; Carta, José. (1999). *“Fundamentos de mecanismos y máquinas para ingenieros”*. 2ª ed. Madrid: McGraw-Hill.
- Mabie, Hamilton; Ocvirk, Fred. (1985). *“Mecanismos y dinámica de maquinaria”*. 2ª ed. Madrid: Limusa.
- Miranda, José Carlos. (2003). *“Mecanismos. Notas de clase”*. Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey.
- Acevedo Peñaloza, Carlos Humberto. (2002). *“Estudio del ángulo de presión y de la presión de contacto en mecanismos leva palpador cuya ley de desplazamiento se diseña por curvas de Bézier”*. Tesis doctoral. Departamento de Ingeniería Mecánica, Universidad Politécnica de Cataluña.
- Dommarco, Ricardo. (1997). *“Fatiga de contacto por rodadura, degradación y falla superficial”*. Tesis doctoral. Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de Mar de Plata.
- Guerrero, Rosalba. (2002). *“Introducción a la ciencia de los materiales”*. Laboratorio de Metalotecnia, Universidad de Piura.
- Torres, Juan Carlos. (1998). *“Diseño asistido por ordenador”*. Departamento de Lenguajes y Sistemas Informáticos, Universidad de Granada.
- Obert, Edward. (1970). *“Motores de combustión interna: análisis y aplicaciones”*. 6ª ed. México: Continental.
- Giacosa, Dante. (1980). *“Motores endotérmicos”*. 3ª ed. Barcelona: Dossat.

Anexo 1 (inicio). Datos originales de desplazamiento completo y sus derivadas.

*Velocidad angular de la leva = 225 RPM = 23.56 rad/seg = 1350 grad. sex./seg							
Ángulo [grad. sex.]	Tiempo [seg]	Desplazam. [mm]		Velocidad [m/s]		Aceleración [m/s ²]	Sobrecelerac. [m/s ³]
0	0.000000	0.000		0.00000		0.0000	0.000
1	0.000741	0.000		0.00000		0.0000	0.000
2	0.001481	0.000		0.00000		0.0000	565886.250
3	0.002222	0.000		0.00000		419.1750	-393660.000
4	0.002963	0.000		0.31050		127.5750	123018.750
5	0.003704	0.230		0.40500		218.7000	-147622.500
6	0.004444	0.530		0.56700		109.3500	73811.250
7	0.005185	0.950		0.64800		164.0250	24603.750
8	0.005926	1.430		0.76950		182.2500	-147622.500
9	0.006667	2.000		0.90450		72.9000	0.000
10	0.007407	2.670		0.95850		72.9000	147622.500
11	0.008148	3.380		1.01250		182.2500	-123018.750
12	0.008889	4.130		1.14750		91.1250	196830.000
13	0.009630	4.980		1.21500		236.9250	-172226.250
14	0.010370	5.880		1.39050		109.3500	172226.250
15	0.011111	6.910		1.47150		236.9250	-49207.500
16	0.011852	8.000		1.64700		200.4750	-98415.000
17	0.012593	9.220		1.79550		127.5750	0.000
18	0.013333	10.550		1.89000		127.5750	344452.500
19	0.014074	11.950		1.98450		382.7250	-467471.250
20	0.014815	13.420		2.26800		36.4500	-49207.500
21	0.015556	15.100		2.29500		0.0000	123018.750
22	0.016296	16.800		2.29500		91.1250	-73811.250
23	0.017037	18.500		2.36250		36.4500	49207.500
24	0.017778	20.250		2.38950		72.9000	-123018.750
25	0.018519	22.020		2.44350		-18.2250	-73811.250
26	0.019259	23.830		2.43000		-72.9000	-49207.500
27	0.020000	25.630		2.37600		-109.3500	-24603.750
28	0.020741	27.390		2.29500		-127.5750	0.000
29	0.021481	29.090		2.20050		-127.5750	49207.500
30	0.022222	30.720		2.10600		-91.1250	49207.500
31	0.022963	32.280		2.03850		-54.6750	-49207.500
32	0.023704	33.790		1.99800		-91.1250	-12301.875
33	0.024444	35.270		1.93050		-100.2375	135320.625
34	0.025185	36.700		1.85625		0.0000	-12301.875
35	0.025926	38.075		1.85625		-9.1125	-602791.875
36	0.026667	39.450		1.84950		-455.6250	172226.250
37	0.027407	40.820		1.51200		-328.0500	-24603.750
38	0.028148	41.940		1.26900		-346.2750	0.000
39	0.028889	42.880		1.01250		-346.2750	98415.000
40	0.029630	43.630		0.75600		-273.3750	196830.000
41	0.030370	44.190		0.55350		-127.5750	-615093.750
42	0.031111	44.600		0.45900		-583.2000	787320.000
43	0.031852	44.940		0.02700		0.0000	-73811.250
44	0.032593	44.960		0.02700		-54.6750	24603.750
45	0.033333	44.980		-0.01350		-36.4500	0.000
46	0.034074	44.970		-0.04050		-36.4500	24603.750

Anexo 1 (continuación). Datos originales de desplazamiento completo y sus derivadas.

Ángulo [grad. sex.]	Tiempo [seg]	Desplazam. [mm]	Velocidad [m/s]	Aceleración [m/s ²]	Sobreacelerac. [m/s ³]
47	0.034815	44.940	-0.06750	-18.2250	-24603.750
48	0.035556	44.890	-0.08100	-36.4500	24603.750
49	0.036296	44.830	-0.10800	-18.2250	-24603.750
50	0.037037	44.750	-0.12150	-36.4500	49207.500
51	0.037778	44.660	-0.14850	0.0000	-49207.500
52	0.038519	44.550	-0.14850	-36.4500	0.000
53	0.039259	44.440	-0.17550	-36.4500	24603.750
54	0.040000	44.310	-0.20250	-18.2250	0.000
55	0.040741	44.160	-0.21600	-18.2250	-49207.500
56	0.041481	44.000	-0.22950	-54.6750	49207.500
57	0.042222	43.830	-0.27000	-18.2250	0.000
58	0.042963	43.630	-0.28350	-18.2250	0.000
59	0.043704	43.420	-0.29700	-18.2250	-24603.750
60	0.044444	43.200	-0.31050	-36.4500	0.000
61	0.045185	42.970	-0.33750	-36.4500	24603.750
62	0.045926	42.720	-0.36450	-18.2250	0.000
63	0.046667	42.450	-0.37800	-18.2250	-24603.750
64	0.047407	42.170	-0.39150	-36.4500	24603.750
65	0.048148	41.880	-0.41850	-18.2250	123018.750
66	0.048889	41.570	-0.43200	72.9000	-418263.750
67	0.049630	41.250	-0.37800	-236.9250	442867.500
68	0.050370	40.970	-0.55350	91.1250	-172226.250
69	0.051111	40.560	-0.48600	-36.4500	-24603.750
70	0.051852	40.200	-0.51300	-54.6750	73811.250
71	0.052593	39.820	-0.55350	0.0000	-147622.500
72	0.053333	39.410	-0.55350	-109.3500	196830.000
73	0.054074	39.000	-0.63450	36.4500	-98415.000
74	0.054815	38.530	-0.60750	-36.4500	73811.250
75	0.055556	38.080	-0.63450	18.2250	-49207.500
76	0.056296	37.610	-0.62100	-18.2250	-49207.500
77	0.057037	37.150	-0.63450	-54.6750	73811.250
78	0.057778	36.680	-0.67500	0.0000	-49207.500
79	0.058519	36.180	-0.67500	-36.4500	0.000
80	0.059259	35.680	-0.70200	-36.4500	-24603.750
81	0.060000	35.160	-0.72900	-54.6750	49207.500
82	0.060741	34.620	-0.76950	-18.2250	-24603.750
83	0.061481	34.050	-0.78300	-36.4500	24603.750
84	0.062222	33.470	-0.81000	-18.2250	-24603.750
85	0.062963	32.870	-0.82350	-36.4500	49207.500
86	0.063704	32.260	-0.85050	0.0000	0.000
87	0.064444	31.630	-0.85050	0.0000	-147622.500
88	0.065185	31.000	-0.85050	-109.3500	172226.250
89	0.065926	30.370	-0.93150	18.2250	-123018.750
90	0.066667	29.680	-0.91800	-72.9000	98415.000
91	0.067407	29.000	-0.97200	0.0000	-73811.250
92	0.068148	28.280	-0.97200	-54.6750	73811.250
93	0.068889	27.560	-1.01250	0.0000	-73811.250
94	0.069630	26.810	-1.01250	-54.6750	24603.750
95	0.070370	26.060	-1.05300	-36.4500	24603.750

Anexo 1 (final). Datos originales de desplazamiento completo y sus derivadas.

Ángulo [grad. sex.]	Tiempo [seg]	Desplazam. [mm]	Velocidad [m/s]	Aceleración [m/s ²]	Sobreacelerac. [m/s ³]
96	0.071111	25.280	-1.08000	-18.2250	0.000
97	0.071852	24.480	-1.09350	-18.2250	-49207.500
98	0.072593	23.670	-1.10700	-54.6750	49207.500
99	0.073333	22.850	-1.14750	-18.2250	0.000
100	0.074074	22.000	-1.16100	-18.2250	-73811.250
101	0.074815	21.140	-1.17450	-72.9000	98415.000
102	0.075556	20.270	-1.22850	0.0000	-123018.750
103	0.076296	19.360	-1.22850	-91.1250	172226.250
104	0.077037	18.450	-1.29600	36.4500	-123018.750
105	0.077778	17.490	-1.26900	-54.6750	172226.250
106	0.078519	16.550	-1.30950	72.9000	-49207.500
107	0.079259	15.580	-1.25550	36.4500	0.000
108	0.080000	14.650	-1.22850	36.4500	49207.500
109	0.080741	13.740	-1.20150	72.9000	24603.750
110	0.081481	12.850	-1.14750	91.1250	-98415.000
111	0.082222	12.000	-1.08000	18.2250	49207.500
112	0.082963	11.200	-1.06650	54.6750	73811.250
113	0.083704	10.410	-1.02600	109.3500	-147622.500
114	0.084444	9.650	-0.94500	0.0000	135320.625
115	0.085185	8.950	-0.94500	100.2375	-135320.625
116	0.085926	8.250	-0.87075	0.0000	135320.625
117	0.086667	7.605	-0.87075	100.2375	-135320.625
118	0.087407	6.960	-0.79650	0.0000	147622.500
119	0.088148	6.370	-0.79650	109.3500	-147622.500
120	0.088889	5.780	-0.71550	0.0000	123018.750
121	0.089630	5.250	-0.71550	91.1250	-123018.750
122	0.090370	4.720	-0.64800	0.0000	159924.375
123	0.091111	4.240	-0.64800	118.4625	-159924.375
124	0.091852	3.760	-0.56025	0.0000	123018.750
125	0.092593	3.345	-0.56025	91.1250	-123018.750
126	0.093333	2.930	-0.49275	0.0000	123018.750
127	0.094074	2.565	-0.49275	91.1250	-123018.750
128	0.094815	2.200	-0.42525	0.0000	159924.375
129	0.095556	1.885	-0.42525	118.4625	-159924.375
130	0.096296	1.570	-0.33750	0.0000	86113.125
131	0.097037	1.320	-0.33750	63.7875	-86113.125
132	0.097778	1.070	-0.29025	0.0000	172226.250
133	0.098519	0.855	-0.29025	127.5750	-172226.250
134	0.099259	0.640	-0.19575	0.0000	110716.875
135	0.100000	0.495	-0.19575	82.0125	-110716.875
136	0.100741	0.350	-0.13500	0.0000	61509.375
137	0.101481	0.250	-0.13500	45.5625	-61509.375
138	0.102222	0.150	-0.10125	0.0000	184528.125
139	0.102963	0.075	-0.10125	136.6875	-184528.125
140	0.103704	0.000	0.00000	0.0000	0.000
141	0.104444	0.000	0.00000	0.0000	0.000
142	0.105185	0.000	0.00000	0.0000	0.000
143	0.105926	0.000	0.00000	0.0000	0.000
144	0.106667	0.000	0.00000	0.0000	0.000

Anexo 2 (inicio). Datos obtenidos después de utilizar el método de Bézier.

Ángulo [grad. sex.]	Tiempo [seg]	Desplazam. [mm]	Velocidad [m/s]	Aceleración [m/s ²]	Sobreacelerac. [m/s ³]
0	0.000000	0.000000	0.001212	28.441900	81607.639428
1	0.000741	0.000898	0.022280	88.892003	70113.172914
2	0.001481	0.017402	0.088126	140.827687	33679.111598
3	0.002222	0.082681	0.192443	165.775177	5249.526409
4	0.002963	0.225231	0.315239	169.663715	-9067.370996
5	0.003704	0.458742	0.440916	162.947144	-13349.200913
6	0.004444	0.785346	0.561618	153.058847	-12019.024425
7	0.005185	1.201360	0.674995	144.155866	-7836.032012
8	0.005926	1.701356	0.781777	138.351398	-2547.075617
9	0.006667	2.280450	0.884259	136.464675	2497.091877
10	0.007407	2.935457	0.985344	138.314373	6249.394447
11	0.008148	3.665341	1.087799	142.943554	8079.783258
12	0.008889	4.471119	1.193684	148.928578	7803.635832
13	0.009630	5.355329	1.304001	154.709049	5573.575833
14	0.010370	6.321256	1.418600	158.837624	1728.336382
15	0.011111	7.372071	1.536258	160.117873	-3306.360325
16	0.011852	8.510039	1.654864	157.668718	-9046.303352
17	0.012593	9.735864	1.771655	150.967752	-14956.629434
18	0.013333	11.048202	1.883483	139.888767	-20497.210081
19	0.014074	12.443374	1.987105	124.705649	-25214.338752
20	0.014815	13.915304	2.079479	106.028361	-28827.833910
21	0.015556	15.455659	2.158019	84.674410	-31246.519660
22	0.016296	17.054191	2.220740	61.528840	-32489.673445
23	0.017037	18.699184	2.266317	37.462415	-32564.690928
24	0.017778	20.377937	2.294067	13.340422	-31394.999773
25	0.018519	22.077247	2.303949	-9.915134	-28870.497300
26	0.019259	23.783876	2.296605	-31.300687	-25016.824200
27	0.020000	25.485064	2.273419	-49.831668	-20199.509911
28	0.020741	27.169078	2.236507	-64.794268	-15245.394480
29	0.021481	28.825750	2.188511	-76.087153	-11392.749887
30	0.022222	30.446869	2.132150	-84.526227	-10046.540600
31	0.022963	32.026239	2.069538	-91.968109	-12373.125565
32	0.023704	33.559230	2.001413	-101.133387	-18800.613124
33	0.024444	35.041758	1.926500	-115.059767	-28524.764412
34	0.025185	36.468795	1.841270	-136.189222	-39204.076744
35	0.025926	37.832699	1.740389	-165.229279	-47153.873095
36	0.026667	39.121877	1.617997	-200.158074	-48377.282793
37	0.027407	40.320393	1.469732	-235.993098	-40453.852175
38	0.028148	41.409084	1.294922	-265.958915	-24510.968633
39	0.028889	42.368285	1.097916	-284.115188	-5540.659038
40	0.029630	43.181556	0.887460	-288.219380	10952.209129
41	0.030370	43.838934	0.673964	-280.106632	26425.859670
42	0.031111	44.338167	0.466478	-260.531921	55220.163886
43	0.031852	44.683706	0.273491	-219.628096	98571.078042
44	0.032593	44.886292	0.110804	-146.612483	98356.856245
45	0.033333	44.968369	0.002202	-73.755552	60848.734315
46	0.034074	44.970000	-0.052432	-28.682416	2691.309228
47	0.034815	44.931162	-0.073678	-26.688853	1481.864686

Anexo 2 (continuación). Datos obtenidos después de utilizar el método de Bézier.

Ángulo [grad. sex.]	Tiempo [seg]	Desplazam. [mm]	Velocidad [m/s]	Aceleración [m/s ²]	Sobreacelerac. [m/s ³]
48	0.035556	44.876585	-0.093448	-25.591176	944.441530
49	0.036296	44.807365	-0.112404	-24.891590	98.990894
50	0.037037	44.724103	-0.130842	-24.818263	-581.086641
51	0.037778	44.627182	-0.149226	-25.248698	-833.093698
52	0.038519	44.516645	-0.167929	-25.865804	-717.186114
53	0.039259	44.392253	-0.187089	-26.397053	-415.957014
54	0.040000	44.253669	-0.206642	-26.705169	-95.360144
55	0.040741	44.100600	-0.226424	-26.775806	147.726399
56	0.041481	43.932879	-0.246258	-26.666379	282.615330
57	0.042222	43.750466	-0.266010	-26.457035	314.647916
58	0.042963	43.553421	-0.285608	-26.223962	255.875130
59	0.043704	43.341860	-0.305033	-26.034425	115.220461
60	0.044444	43.115909	-0.324318	-25.949077	-92.698670
61	0.045185	42.875673	-0.343540	-26.017742	-334.918448
62	0.045926	42.621199	-0.362812	-26.265830	-557.982834
63	0.046667	42.352450	-0.382268	-26.679151	-700.168559
64	0.047407	42.069288	-0.402031	-27.197794	-711.631336
65	0.048148	41.771487	-0.422177	-27.724928	-572.289544
66	0.048889	41.458764	-0.442714	-28.148847	-299.975545
67	0.049630	41.130827	-0.463565	-28.371051	53.271244
68	0.050370	40.787446	-0.484581	-28.331590	414.433231
69	0.051111	40.428497	-0.505567	-28.024603	707.679687
70	0.051852	40.054003	-0.526326	-27.500396	872.463908
71	0.052593	39.664132	-0.546697	-26.854126	877.182834
72	0.053333	39.259171	-0.566589	-26.204361	725.313137
73	0.054074	38.839476	-0.585999	-25.667092	452.785155
74	0.054815	38.405402	-0.605012	-25.331696	117.571599
75	0.055556	37.957245	-0.623776	-25.244606	-215.467334
76	0.056296	37.495189	-0.642476	-25.404211	-490.204902
77	0.057037	37.019281	-0.661294	-25.767326	-671.119538
78	0.057778	36.529433	-0.680381	-26.264451	-748.555262
79	0.058519	36.025448	-0.699836	-26.818937	-736.660040
80	0.059259	35.507051	-0.719702	-27.364611	-665.482418
81	0.060000	34.973938	-0.739972	-27.857561	-570.225711
82	0.060741	34.425811	-0.760607	-28.279950	-481.089489
83	0.061481	33.862398	-0.781555	-28.636313	-416.458805
84	0.062222	33.283468	-0.802767	-28.944801	-380.778409
85	0.062963	32.688826	-0.824208	-29.226859	-366.817044
86	0.063704	32.078302	-0.845857	-29.498575	-360.727098
87	0.064444	31.451741	-0.867708	-29.765780	-347.697747
88	0.065185	30.808994	-0.889757	-30.023334	-316.172941
89	0.065926	30.149915	-0.911996	-30.257537	-259.384523
90	0.066667	29.474362	-0.934409	-30.449673	-174.000696
91	0.067407	28.782207	-0.956965	-30.578563	-56.656472
92	0.068148	28.073344	-0.979616	-30.620530	100.239699
93	0.068889	27.347703	-1.002297	-30.546279	311.840868
94	0.069630	26.605260	-1.024924	-30.315285	601.971832
95	0.070370	25.846057	-1.047380	-29.869380	1001.159998
96	0.071111	25.070220	-1.069506	-29.127780	1541.419635

Anexo 2 (final). Datos obtenidos después de utilizar el método de Bézier.

Ángulo [grad. sex.]	Tiempo [seg]	Desplazam. [mm]	Velocidad [m/s]	Aceleración [m/s ²]	Sobreacelerac. [m/s ³]
97	0.071852	24.277994	-1.091082	-27.985988	2248.385903
98	0.072593	23.469785	-1.111812	-26.320517	3132.137970
99	0.073333	22.646221	-1.131309	-24.000415	4178.651008
100	0.074074	21.808214	-1.149087	-20.905118	5344.112238
101	0.074815	20.957039	-1.164572	-16.946516	6554.156939
102	0.075556	20.094393	-1.177125	-12.091585	7709.324477
103	0.076296	19.222448	-1.186082	-6.380974	8696.752863
104	0.077037	18.343869	-1.190808	0.061065	9406.571721
105	0.077778	17.461789	-1.190763	7.028896	9750.031991
106	0.078519	16.579742	-1.185557	14.251142	9675.585571
107	0.079259	15.701552	-1.175000	21.418242	9179.241066
108	0.080000	14.831182	-1.159135	28.217680	8306.644709
109	0.080741	13.972563	-1.138233	34.370750	7146.212867
110	0.081481	13.129428	-1.112773	39.664241	5814.751224
111	0.082222	12.305152	-1.083392	43.971464	4438.720152
112	0.082963	11.502639	-1.050821	47.259405	3135.153079
113	0.083704	10.724253	-1.015814	49.581741	1996.008433
114	0.084444	9.971799	-0.979086	51.060265	1078.591206
115	0.085185	9.246550	-0.941264	51.859222	403.042738
116	0.085926	8.549317	-0.902850	52.157772	-43.714983
117	0.086667	7.880539	-0.864214	52.125391	-299.362979
118	0.087407	7.240381	-0.825603	51.903640	-415.210579
119	0.088148	6.628823	-0.787156	51.596077	-445.117385
120	0.088889	6.045744	-0.748937	51.266360	-436.128759
121	0.089630	5.490977	-0.710961	50.943302	-422.068476
122	0.090370	4.964338	-0.673226	50.630659	-420.780377
123	0.091111	4.465653	-0.635721	50.318969	-435.181067
124	0.091852	3.994748	-0.598448	49.996613	-457.657706
125	0.092593	3.551453	-0.561414	49.657607	-476.551363
126	0.093333	3.135591	-0.524630	49.304606	-482.751360
127	0.094074	2.746976	-0.488108	48.947013	-474.454452
128	0.094815	2.385414	-0.451851	48.595565	-459.568881
129	0.095556	2.050710	-0.415855	48.255144	-457.577420
130	0.096296	1.742669	-0.380110	47.916197	-503.178331
131	0.097037	1.461106	-0.344617	47.543473	-648.612408
132	0.097778	1.205835	-0.309399	47.063019	-949.771317
133	0.098519	0.976650	-0.274538	46.359485	-1413.900076
134	0.099259	0.773289	-0.240197	45.312151	-1908.869196
135	0.100000	0.595365	-0.206633	43.898174	-2108.056662
136	0.100741	0.442304	-0.174116	42.336651	-1648.344251
137	0.101481	0.313329	-0.142755	41.115655	-693.751928
138	0.102222	0.207585	-0.112299	40.601765	-794.884050
139	0.102963	0.124400	-0.082224	40.012962	-5032.089428
140	0.103704	0.063494	-0.052584	36.285488	-14919.346043
141	0.104444	0.024543	-0.025706	25.234121	-22033.140224
142	0.105185	0.005501	-0.007014	8.913276	-11282.219467
143	0.105926	0.000305	-0.000412	0.556076	-750.703043
144	0.106667	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000

Anexo 3 (inicio). Datos obtenidos después de usar el método de Bézier modificado.

Ángulo [grad. sex.]	Tiempo [seg]	Desplazam. [mm]	Velocidad [m/s]	Aceleración [m/s ²]	Sobreacelerac. [m/s ³]
0	0.000000	0.000000	0.023971	64.973266	16978.739227
1	0.000741	0.017756	0.072099	77.550110	17266.084994
2	0.001481	0.071163	0.129544	90.339802	17210.805768
3	0.002222	0.167121	0.196462	103.088547	16818.337183
4	0.002963	0.312648	0.272824	115.546575	16097.171357
5	0.003704	0.514740	0.358414	127.470406	15058.762370
6	0.004444	0.780232	0.452836	138.625044	13717.414209
7	0.005185	1.115666	0.555522	148.786092	12090.154013
8	0.005926	1.527163	0.665733	157.741762	10196.593493
9	0.006667	2.020299	0.782579	165.294794	8058.781572
10	0.007407	2.599988	0.905020	171.264262	5701.051291
11	0.008148	3.270373	1.031882	175.487263	3149.864159
12	0.008889	4.034730	1.161873	177.820495	433.655151
13	0.009630	4.895376	1.293592	178.141721	-2417.318379
14	0.010370	5.853592	1.425549	176.351115	-5371.120561
15	0.011111	6.909554	1.556179	172.372507	-8394.270316
16	0.011852	8.062279	1.683862	166.154529	-11451.860750
17	0.012593	9.309585	1.806940	157.671669	-14507.661267
18	0.013333	10.648059	1.923734	146.925254	-17524.199042
19	0.014074	12.073047	2.032567	133.944366	-20462.816491
20	0.014815	13.578652	2.131785	118.786724	-23283.701429
21	0.015556	15.157752	2.219775	101.539537	-25945.886584
22	0.016296	16.802030	2.294990	82.320362	-28407.215234
23	0.017037	18.502022	2.359968	61.277981	-30624.269747
24	0.017778	20.247184	2.401359	38.593336	-32552.259878
25	0.018519	22.025968	2.429947	14.480551	-34144.867727
26	0.019259	23.825928	2.440673	-10.811943	-35354.046395
27	0.020000	25.633834	2.432664	-37.000126	-36129.769330
28	0.020741	27.435808	2.405257	-63.762918	-36419.727664
29	0.021481	29.217479	2.358025	-90.740494	-36168.972641
30	0.022222	30.964164	2.290810	-117.532326	-35319.500671
31	0.022963	32.661060	2.203749	-143.694919	-33809.778340
32	0.023704	34.293467	2.097308	-168.739199	-31574.205068
33	0.024444	35.847028	1.972316	-192.127499	-28542.511041
34	0.025185	37.308003	1.829999	-213.270100	-24639.088277
35	0.025926	38.663558	1.672021	-231.521276	-19782.252730
36	0.026667	39.902092	1.500524	-246.174797	-13883.435485
37	0.027407	41.013592	1.318172	-256.458823	-6846.301191
38	0.028148	41.990016	1.128203	-261.530157	1434.207960
39	0.028889	42.825721	0.934477	-260.467781	11072.904403
40	0.029630	43.517927	0.741538	-252.265630	22195.464990
41	0.030370	44.067214	0.554674	-235.824545	34939.619848
42	0.031111	44.478084	0.379990	-209.943345	49456.421701
43	0.031852	44.759558	0.224476	-173.308958	65911.596888
44	0.032593	44.925836	0.096099	-124.485553	65582.219528
45	0.033333	44.997020	0.003887	-75.906131	62862.704156
46	0.034074	44.999900	-0.052339	-29.341165	1693.407187
47	0.034815	44.961130	-0.074074	-28.086789	1232.400559

Anexo 3 (continuación). Datos obtenidos después de usar el método de Bézier modificado.

Ángulo [grad. sex.]	Tiempo [seg]	Desplazam. [mm]	Velocidad [m/s]	Aceleración [m/s ²]	Sobrecelerac. [m/s ³]
48	0.035556	44.906261	-0.094879	-27.173900	885.971451
49	0.036296	44.835980	-0.115007	-26.517625	634.791291
50	0.037037	44.750790	-0.134650	-26.047409	461.135202
51	0.037778	44.651049	-0.153944	-25.705828	348.891095
52	0.038519	44.537016	-0.172986	-25.447390	283.558464
53	0.039259	44.408878	-0.191836	-25.237346	252.236573
54	0.040000	44.266778	-0.210530	-25.050505	243.601889
55	0.040741	44.110830	-0.229086	-24.870059	247.874819
56	0.041481	43.941136	-0.247508	-24.686448	256.775952
57	0.042222	43.757797	-0.265794	-24.496243	263.472311
58	0.042963	43.560912	-0.283940	-24.301079	262.514036
59	0.043704	43.350586	-0.301941	-24.106624	249.762291
60	0.044444	43.126927	-0.319797	-23.921615	222.309100
61	0.045185	42.890040	-0.337517	-23.756941	178.390041
62	0.045926	42.640027	-0.355115	-23.624801	117.290725
63	0.046667	42.376979	-0.372615	-23.537919	39.248116
64	0.047407	42.100968	-0.390050	-23.508846	-54.652298
65	0.048148	41.812042	-0.407464	-23.549329	-162.582339
66	0.048889	41.510217	-0.424908	-23.669760	-282.078905
67	0.049630	41.195470	-0.442441	-23.878708	-410.152511
68	0.050370	40.867736	-0.460129	-24.182524	-543.395606
69	0.051111	40.526899	-0.478042	-24.585040	-678.089434
70	0.051852	40.172794	-0.496253	-25.087328	-810.308576
71	0.052593	39.805199	-0.514837	-25.687557	-936.022023
72	0.053333	39.423838	-0.533864	-26.380906	-1051.189972
73	0.054074	39.028383	-0.553406	-27.159566	-1151.855356
74	0.054815	38.618453	-0.573524	-28.012792	-1234.229402
75	0.055556	38.193621	-0.594274	-28.927036	-1294.770458
76	0.056296	37.753417	-0.615702	-29.886125	-1330.255405
77	0.057037	37.297342	-0.637839	-30.871499	-1337.843217
78	0.057778	36.824869	-0.660707	-31.862494	-1315.130095
79	0.058519	36.335456	-0.684309	-32.836665	-1260.195910
80	0.059259	35.828560	-0.708633	-33.770143	-1171.641635
81	0.060000	35.303647	-0.733647	-34.638026	-1048.617649
82	0.060741	34.760205	-0.759305	-35.414780	-890.842822
83	0.061481	34.197756	-0.785538	-36.074663	-698.614418
84	0.062222	33.615876	-0.812260	-36.592156	-472.808983
85	0.062963	33.014201	-0.839366	-36.942384	-214.874376
86	0.063704	32.392449	-0.866730	-37.101551	73.186669
87	0.064444	31.750427	-0.894213	-37.047338	388.841117
88	0.065185	31.088046	-0.921656	-36.759308	729.057832
89	0.065926	30.405339	-0.948885	-36.219265	1090.346859
90	0.066667	29.702461	-0.975714	-35.411601	1468.805180
91	0.067407	28.979710	-1.001945	-34.323597	1860.168265
92	0.068148	28.237529	-1.027369	-32.945694	2259.866680
93	0.068889	27.476515	-1.051774	-31.271719	2663.087014
94	0.069630	26.697423	-1.074938	-29.299062	3064.836244
95	0.070370	25.901173	-1.096641	-27.028813	3460.008814
96	0.071111	25.088846	-1.116662	-24.465843	3843.455439

Anexo 3 (final). Datos obtenidos después de usar el método de Bézier modificado.

Ángulo [grad. sex.]	Tiempo [seg]	Desplazam. [mm]	Velocidad [m/s]	Aceleración [m/s ²]	Sobreacelerac. [m/s ³]
97	0.071852	24.261689	-1.134785	-21.618839	4210.052875
98	0.072593	23.421107	-1.150799	-18.500282	4554.773734
99	0.073333	22.568664	-1.164503	-15.126375	4872.755485
100	0.074074	21.706069	-1.175708	-11.516927	5159.367795
101	0.074815	20.835174	-1.184239	-7.695173	5410.277398
102	0.075556	19.957960	-1.189939	-3.687560	5621.509666
103	0.076296	19.076524	-1.192670	0.476521	5789.506178
104	0.077037	18.193064	-1.192317	4.765044	5911.177499
105	0.077778	17.309866	-1.188788	9.143694	5983.950607
106	0.078519	16.429283	-1.182015	13.576250	6005.810273
107	0.079259	15.553716	-1.171958	18.024999	5975.333953
108	0.080000	14.685599	-1.158606	22.451172	5891.719645
109	0.080741	13.827372	-1.141976	26.815409	5754.806396
110	0.081481	12.981464	-1.122113	31.078228	5565.087092
111	0.082222	12.150270	-1.099092	35.200515	5323.713354
112	0.082963	11.336128	-1.073017	39.144007	5032.492357
113	0.083704	10.541300	-1.044022	42.871779	4693.875542
114	0.084444	9.767951	-1.012265	46.348723	4310.939257
115	0.085185	9.018125	-0.977932	49.542012	3887.357429
116	0.085926	8.293731	-0.941235	52.421536	3427.366493
117	0.086667	7.596520	-0.902404	54.960326	2935.722880
118	0.087407	6.928073	-0.861692	57.134935	2417.653432
119	0.088148	6.289782	-0.819370	58.925790	1878.799220
120	0.088889	5.682841	-0.775722	60.317493	1325.153321
121	0.089630	5.108232	-0.731042	61.299088	762.993160
122	0.090370	4.566720	-0.685635	61.864268	198.808135
123	0.091111	4.058842	-0.639810	62.011533	-360.776733
124	0.091852	3.584909	-0.593875	61.744291	-909.080268
125	0.092593	3.145001	-0.548139	61.070899	-1439.446866
126	0.093333	2.738972	-0.502901	60.004642	-1945.329532
127	0.094074	2.366453	-0.458453	58.563657	-2420.373245
128	0.094815	2.026858	-0.415073	56.770788	-2858.497640
129	0.095556	1.719397	-0.373020	54.653382	-3253.977956
130	0.096296	1.443085	-0.332536	52.243028	-3601.523174
131	0.097037	1.196762	-0.293838	49.575233	-3896.350264
132	0.097778	0.979104	-0.257115	46.689048	-4134.253446
133	0.098519	0.788649	-0.222531	43.626638	-4311.667362
134	0.099259	0.623811	-0.190215	40.432810	-4425.723083
135	0.100000	0.482911	-0.160265	37.154497	-4474.295873
136	0.100741	0.364196	-0.132743	33.840203	-4456.043651
137	0.101481	0.265868	-0.107676	30.539430	-4370.435157
138	0.102222	0.186108	-0.085054	27.302071	-4217.766812
139	0.102963	0.123105	-0.064830	24.177799	-3999.167353
140	0.103704	0.075083	-0.046921	21.215453	-3716.589360
141	0.104444	0.040326	-0.031206	18.462424	-3372.786832
142	0.105185	0.017211	-0.017530	15.964063	-11154.624853
143	0.105926	0.004226	-0.005705	7.701378	-10396.860544
144	0.106667	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000

Anexo 4. Desviación entre datos iniciales y los obtenidos por Bézier modificado.

Datos iniciales [mm]	Datos alterados [mm]	Desviac. [mm]
0.000	0.000000	0.000000
0.000	0.017756	0.017756
0.000	0.071163	0.071163
0.000	0.167121	0.167121
0.000	0.312648	0.312648
0.230	0.514740	0.284740
0.530	0.780232	0.250232
0.950	1.115666	0.165666
1.430	1.527163	0.097163
2.000	2.020299	0.020299
2.670	2.599988	-0.070012
3.380	3.270373	-0.109627
4.130	4.034730	-0.095270
4.980	4.895376	-0.084624
5.880	5.853592	-0.026408
6.910	6.909554	-0.000446
8.000	8.062279	0.062279
9.220	9.309585	0.089585
10.550	10.648059	0.098059
11.950	12.073047	0.123047
13.420	13.578652	0.158652
15.100	15.157752	0.057752
16.800	16.802030	0.002030
18.500	18.502022	0.002022
20.250	20.247184	-0.002816
22.020	22.025968	0.005968
23.830	23.825928	-0.004072
25.630	25.633834	0.003834
27.390	27.435808	0.045808
29.090	29.217479	0.127479
30.720	30.964164	0.244164
32.280	32.661060	0.381060
33.790	34.293467	0.503467
35.270	35.847028	0.577028
36.700	37.308003	0.608003
38.075	38.663558	0.588558
39.450	39.902092	0.452092
40.820	41.013592	0.193592
41.940	41.990016	0.050016
42.880	42.825721	-0.054279
43.630	43.517927	-0.112073
44.190	44.067214	-0.122786
44.600	44.478084	-0.121916
44.940	44.759558	-0.180442
44.960	44.925836	-0.034164
44.980	44.997020	0.017020
44.970	44.999900	0.029900
44.940	44.961130	0.021130

Datos iniciales [mm]	Datos alterados [mm]	Desviac. [mm]
44.890	44.906261	0.016261
44.830	44.835980	0.005980
44.750	44.750790	0.000790
44.660	44.651049	-0.008951
44.550	44.537016	-0.012984
44.440	44.408878	-0.031122
44.310	44.266778	-0.043222
44.160	44.110830	-0.049170
44.000	43.941136	-0.058864
43.830	43.757797	-0.072203
43.630	43.560912	-0.069088
43.420	43.350586	-0.069414
43.200	43.126927	-0.073073
42.970	42.890040	-0.079960
42.720	42.640027	-0.079973
42.450	42.376979	-0.073021
42.170	42.100968	-0.069032
41.880	41.812042	-0.067958
41.570	41.510217	-0.059783
41.250	41.195470	-0.054530
40.970	40.867736	-0.102264
40.560	40.526899	-0.033101
40.200	40.172794	-0.027206
39.820	39.805199	-0.014801
39.410	39.423838	0.013838
39.000	39.028383	0.028383
38.530	38.618453	0.088453
38.080	38.193621	0.113621
37.610	37.753417	0.143417
37.150	37.297342	0.147342
36.680	36.824869	0.144869
36.180	36.335456	0.155456
35.680	35.828560	0.148560
35.160	35.303647	0.143647
34.620	34.760205	0.140205
34.050	34.197756	0.147756
33.470	33.615876	0.145876
32.870	33.014201	0.144201
32.260	32.392449	0.132449
31.630	31.750427	0.120427
31.000	31.088046	0.088046
30.370	30.405339	0.035339
29.680	29.702461	0.022461
29.000	28.979710	-0.020290
28.280	28.237529	-0.042471
27.560	27.476515	-0.083485
26.810	26.697423	-0.112577
26.060	25.901173	-0.158827

Datos iniciales [mm]	Datos alterados [mm]	Desviac. [mm]
25.280	25.088846	-0.191154
24.480	24.261689	-0.218311
23.670	23.421107	-0.248893
22.850	22.568664	-0.281336
22.000	21.706069	-0.293931
21.140	20.835174	-0.304826
20.270	19.957960	-0.312040
19.360	19.076524	-0.283476
18.450	18.193064	-0.256936
17.490	17.309866	-0.180134
16.550	16.429283	-0.120717
15.580	15.553716	-0.026284
14.650	14.685599	0.035599
13.740	13.827372	0.087372
12.850	12.981464	0.131464
12.000	12.150270	0.150270
11.200	11.336128	0.136128
10.410	10.541300	0.131300
9.650	9.767951	0.117951
8.950	9.018125	0.068125
8.250	8.293731	0.043731
7.605	7.596520	-0.008480
6.960	6.928073	-0.031927
6.370	6.289782	-0.080218
5.780	5.682841	-0.097159
5.250	5.108232	-0.141768
4.720	4.566720	-0.153280
4.240	4.058842	-0.181158
3.760	3.584909	-0.175091
3.345	3.145001	-0.199999
2.930	2.738972	-0.191028
2.565	2.366453	-0.198547
2.200	2.026858	-0.173142
1.885	1.719397	-0.165603
1.570	1.443085	-0.126915
1.320	1.196762	-0.123238
1.070	0.979104	-0.090896
0.855	0.788649	-0.066351
0.640	0.623811	-0.016189
0.495	0.482911	-0.012089
0.350	0.364196	0.014196
0.250	0.265868	0.015868
0.150	0.186108	0.036108
0.075	0.123105	0.048105
0.000	0.075083	0.075083
0.000	0.040326	0.040326
0.000	0.017211	0.017211
0.000	0.004226	0.004226
0.000	0.000000	0.000000

Anexo 5. Valores del ángulo de presión a lo largo del desplazamiento.

Ángulo de giro [grad. sex.]	Ángulo de presión [grad. sex.]	Ángulo de giro [grad. sex.]	Ángulo de presión [grad. sex.]	Ángulo de giro [grad. sex.]	Ángulo de presión [grad. sex.]
0	0.448372	48	-1.190549	96	-16.918292
1	1.348279	49	-1.471038	97	-17.267116
2	2.420676	50	-1.745117	98	-17.589482
3	3.665821	51	-2.014748	99	-17.882234
4	5.078902	52	-2.281307	100	-18.142295
5	6.649803	53	-2.545697	101	-18.366700
6	8.363053	54	-2.808467	102	-18.552619
7	10.198041	55	-3.069903	103	-18.697384
8	12.129547	56	-3.330119	104	-18.798520
9	14.128621	57	-3.589130	105	-18.853764
10	16.163759	58	-3.846914	106	-18.861095
11	18.202294	59	-4.103466	107	-18.818763
12	20.211838	60	-4.358836	108	-18.725312
13	22.161639	61	-4.613168	109	-18.579614
14	24.023692	62	-4.866715	110	-18.380895
15	25.773507	63	-5.119859	111	-18.128764
16	27.390514	64	-5.373114	112	-17.823251
17	28.858097	65	-5.627126	113	-17.464827
18	30.163344	66	-5.882669	114	-17.054442
19	31.296589	67	-6.140626	115	-16.593543
20	32.250823	68	-6.401978	116	-16.084100
21	33.021072	69	-6.667777	117	-15.528619
22	33.603785	70	-6.939123	118	-14.930149
23	33.996276	71	-7.217136	119	-14.292278
24	34.196255	72	-7.502927	120	-13.619116
25	34.201444	73	-7.797566	121	-12.915267
26	34.009315	74	-8.102049	122	-12.185785
27	33.616927	75	-8.417273	123	-11.436116
28	33.020900	76	-8.743999	124	-10.672019
29	32.217530	77	-9.082831	125	-9.899485
30	31.203079	78	-9.434181	126	-9.124638
31	29.974263	79	-9.798254	127	-8.353622
32	28.528999	80	-10.175024	128	-7.592498
33	26.867433	81	-10.564215	129	-6.847123
34	24.993289	82	-10.965296	130	-6.123045
35	22.915539	83	-11.377461	131	-5.425396
36	20.650342	84	-11.799637	132	-4.758797
37	18.223118	85	-12.230477	133	-4.127273
38	15.670551	86	-12.668364	134	-3.534187
39	13.042228	87	-13.111428	135	-2.982182
40	10.401629	88	-13.557550	136	-2.473144
41	7.826305	89	-14.004386	137	-2.008174
42	5.407277	90	-14.449385	138	-1.587582
43	3.248065	91	-14.889811	139	-1.210882
44	1.463999	92	-15.322774	140	-0.876814
45	0.182580	93	-15.745254	141	-0.583363
46	-0.598691	94	-16.154132	142	-0.327793
47	-0.900956	95	-16.546220	143	-0.106690
				144	0.000000

Anexo 6. Tabla 1. Parámetros para el mecanizado real de la leva.

Máquina - Herramienta		
Tipo		Fresadora
Marca		MAHO
Control		Por computadora
Programación		Códigos G
Nº de ejes		4
Potencia		15 kilowatts
Velocidad	mínima	20 RPM
	máxima	5000 RPM

PARÁMETROS PARA FRESADO	
Material base	Acero AISI 1045
Herramienta	
Tipo	Plaquita recubierta con nitruro de titanio-aluminio
Forma	Semiesférica
Diámetro	25,4 milímetros
Marca	Millstar
Nº de filos	2
Largo total	150 milímetros
Datos de corte	
Método	Oposición
Velocidad angular	477 RPM
Velocidad de avance	160 milímetros/minuto
Velocidad de corte	30 metros/minuto
Lubro - refrigerante	Cutting oil - Special 1440

PARÁMETROS PARA RECTIFICADO	
Material base	Acero AISI 1045, Citodur 600
Herramienta	
Tipo	Piedra esmeril
Forma	Disco circular
Diámetro	250 milímetros
Marca	Norton
Datos de corte	
Velocidad angular	3000 RPM
Velocidad de avance	500 milímetros/minuto
Velocidad de corte	1884 metros/minuto

Anexo 6. Tabla 2. Parámetros para la reconstrucción del camino de rodadura.

PARÁMETROS DE SOLDADURA			
Material base		Acero AISI 1045	
Precalentamiento		250°C	
Procedimiento			Corriente eléctrica
Tipo	SMAW (<i>Shielded Metal Arc Welding</i>)	Soldadura por arco eléctrico con electrodo recubierto.	
Aplicación	Manual		
Posición	Vertical ascendente		
		Tipo	Continua
		Polaridad	Directa
		Intensidad	160 amperios

Primer estrato	
Espesor de capa	2 milímetros
Material	Inox 29/9
Descripción	Electrodo inoxidable del tipo rutilico, con depósitos de estructura austeno-ferrítica.
Composición	C=0,1% Mn=1% Si=1,1% Cr=29% Ni=10% Mo=0,5%
Características del metal depositado	Mecanizable.
	Insensible a la fisuración en caliente.
	Alta resistencia a la rotura (tenacidad).
	Muy resistente al impacto, calor, corrosión y fricción mecánica.
	Sin poros y con buen acabado, gracias al revestimiento rutilico.
Aplicaciones	Para soldar aceros disímiles o con problemas de soldabilidad.
	Para recuperar ejes, matrices, engranajes, cadenas, herramientas y, en general, piezas sometidas a altos esfuerzos.
	Como base para recubrimientos protectores especiales.

Segundo estrato	
Espesor de capa	1,75 milímetros
Material	Citodur 600
Descripción	Electrodo de buena resistencia a la abrasión e impacto moderado, con depósitos que contienen carburos de cromo.
Composición	C=0,5% Mn=0,3% Si=0,4% Cr=7% Mo=0,5% V=0,5%
Características del metal depositado	No es mecanizable, pero sí puede ser rectificado y pulido.
	Muy resistente a la erosión y desgaste por rozamiento.
	Elevada dureza.
	Libre de poros y con buen acabado.
Aplicaciones	En zonas donde hay desgaste por golpe combinado con rozamiento.
	Para obtener mayor rendimiento en recubrimientos protectores.
	Para recuperar martillos, yunques, herramientas trituradoras, cuchillas de bulldozers, árboles de levas y, en general, piezas sometidas a altos niveles de abrasión.