



UNIVERSIDAD
DE PIURA

REPOSITORIO INSTITUCIONAL
PIRHUA

CAPÍTULO 7: GENERALIDADES SOBRE TRANSFORMACIONES (II)

Dante Guerrero-Chanduví

Piura, 2015

FACULTAD DE INGENIERÍA

Área Departamental de Ingeniería Industrial y de Sistemas



Esta obra está bajo una [licencia](#)
[Creative Commons Atribución-](#)
[NoComercial-SinDerivadas 2.5 Perú](#)

Repositorio institucional PIRHUA – Universidad de Piura



UNIVERSIDAD DE PIURA

Capítulo 7: Generalidades sobre Transformaciones (II)

B. Transformaciones puntuales elementales en el plano

GEOMETRÍA FUNDAMENTAL Y TRIGONOMETRÍA CLASES

CAPITULO VII: GENERALIDADES SOBRE TRANSFORMACIONES

B. Transformaciones puntuales elementales en el plano

B. TRANSFORMACIONES PUNTUALES ELEMENTALES EN EL PLANO

Consideraremos las siguientes: traslación, rotación, simetría central y reflexión.

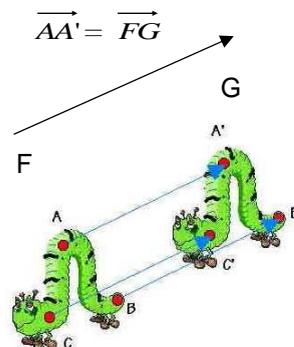
Al conjunto de puntos del plano llamaremos S .

TRASLACION

Es una transformación de S sobre sí mismo, de modo que 2 homólogos A y A' cumplen en magnitud y sentido que siendo un vector dado llamado "**vector de la traslación**". La traslación se puede simbolizar así:

$$T = \text{Trasl}(FG)$$

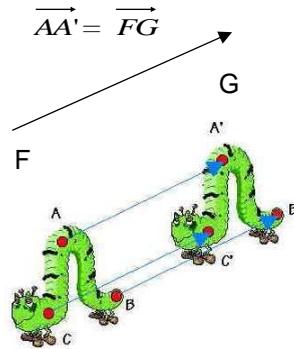
Una recta paralela a FG se llama "**guía de traslación**".



B. TRANSFORMACIONES PUNTUALES ELEMENTALES EN EL PLANO

Corolarios

- No hay puntos dobles.
- Las traslaciones del plano forman grupo abeliano.
- Una recta se transforma en una recta paralela a la primera.
- Conserva alineaciones y ángulos.



B. TRANSFORMACIONES PUNTUALES ELEMENTALES EN EL PLANO

Ejemplo 1: Construir un trapecio conociendo las bases y los lados.

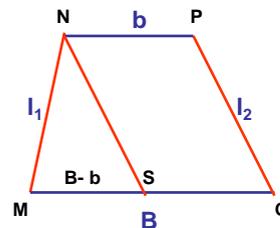
Análisis

Suponiendo el problema resuelto

Una transformación que sea una **traslación**, con un **vector de traslación** PN, traslada P a N y Q a S; l_2 pasa a ser NS.

El triángulo MNS tiene los 3 lados conocidos: l_1 , l_2 y $B-b$; lo podemos construir, resolviendo el problema después de la transformación.

Una transformación inversa, traslación de vector NP, nos proporcionará P y Q, quedando resuelto el problema.



B. TRANSFORMACIONES PUNTUALES ELEMENTALES EN EL PLANO

ROTACIÓN

Es una transformación de S sobre sí mismo, de modo que 2 homólogos, P y P' cumplan que:

1. $OP = OP'$
2. $\angle POP' = \angle \theta$ en valor y signo.

siendo

O un punto fijo llamado **centro de rotación** (o centro de giro), y

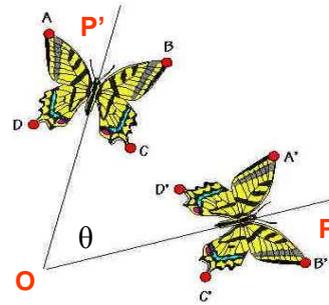
θ un ángulo llamado **ángulo de giro**.

Podemos simbolizar una rotación así::

$$T = \text{Rot} (O, \theta).$$

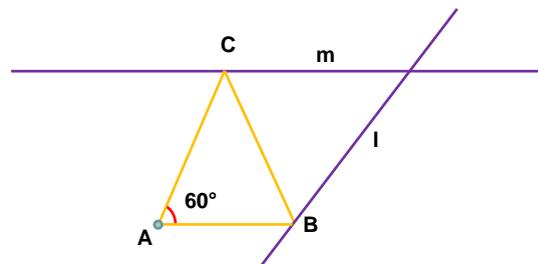
Corolarios:

1. Las rotaciones concéntricas forman un grupo abeliano.
2. El centro de rotación es doble.
3. Conserva alienaciones y ángulos.



B. TRANSFORMACIONES PUNTUALES ELEMENTALES EN EL PLANO

Ejemplo 2: Dado un punto A y dos rectas l y m ; hallar un triángulo equilátero ABC tal que B y C estén en l y m .



Análisis

Suponiendo el problema resuelto:

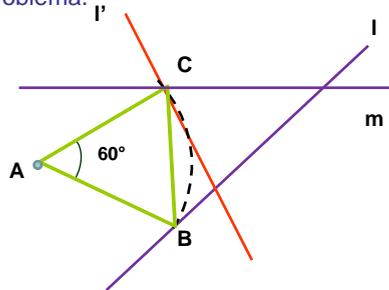
Observamos que un giro de alrededor de A llevará al punto B sobre el vértice C .

B. TRANSFORMACIONES PUNTUALES ELEMENTALES EN EL PLANO

Síntesis

Las etapas serán pues:

1. Transformar la recta l mediante un giro de 60° alrededor de A obteniendo l' .
2. Hallar la intersección de l' con m obteniendo N .
3. Invertir el giro, girando C en sentido inverso, para obtener B , quedando resuelto el problema.



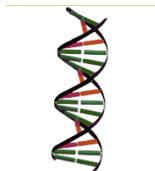
NOTA: Hemos hecho girar l en sentido directo alrededor de A .
Obtendríamos otra solución haciéndola girar de nuevo, en sentido inverso.

B. TRANSFORMACIONES PUNTUALES ELEMENTALES EN EL PLANO

SIMETRÍA

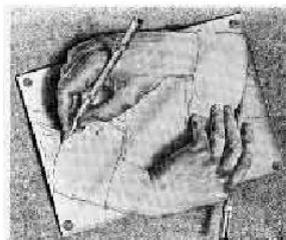
La *simetría* es uno de esos conceptos que resultan más fáciles de intuir que de definir con rigor.

Todos conocemos numerosas formas naturales o artificiales que poseen atractivas simetrías. Un cristal, un virus, el ADN, una galaxia, el cuerpo de muchos animales, multitud de flores, las pirámides de Egipto o las mayas, el Partenón, un mosaico árabe, una vidriera gótica, etc.



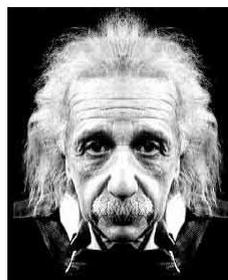
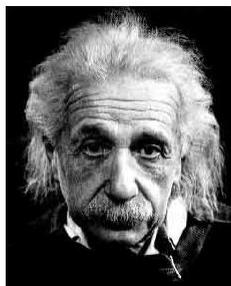
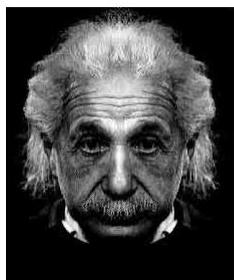


Alhambra
Patio de los Leones



B. TRANSFORMACIONES PUNTUALES ELEMENTALES EN EL PLANO

¿cuál es el eje de simetría?



B. TRANSFORMACIONES PUNTUALES ELEMENTALES EN EL PLANO

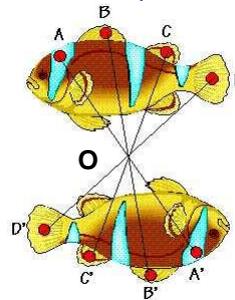
SIMETRIA CENTRAL

Transformación de S sobre sí mismo tal que **O** sea el punto medio de **AA'** (siendo A y A' homólogos).

O es un punto fijo, llamado centro de simetría.

Podemos simbolizarla así:

$$T = \text{Sim}(\mathbf{O})$$



Corolarios:

1. La simetría central es una transformación involutiva.

$$T \times T = I$$

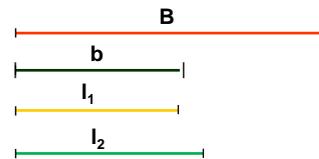
$$I = \text{Identidad}$$

2. Puede considerarse como una rotación alrededor de **O**, siendo $\theta = 180^\circ$

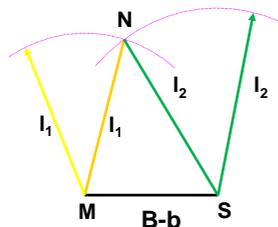
B. TRANSFORMACIONES PUNTUALES ELEMENTALES EN EL PLANO

Síntesis

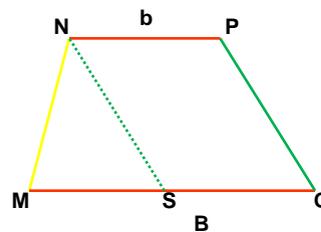
Aplicaremos el problema a unos datos concretos:



Construimos el triángulo de lados l_1 , l_2 y $B-b$:

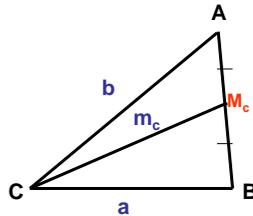


E invertimos la transformación, obteniendo el trapecio buscado.



B. TRANSFORMACIONES PUNTUALES ELEMENTALES EN EL PLANO

Ejemplo 3: Construir un triángulo ABC dado a, b y m_c



Análisis

Vemos que una transformación que transporta puntos de la figura a otros puntos de la figura es:

$$T = \text{Sim}(M_c)$$

$$A \rightarrow B = A'$$

$$B \rightarrow A = B'$$

$$C \rightarrow C'$$

B. TRANSFORMACIONES PUNTUALES ELEMENTALES EN EL PLANO

Síntesis

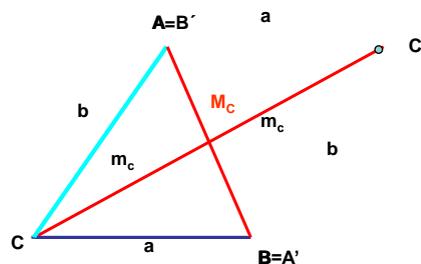
Vemos que una transformación que transporta puntos de la figura a otros puntos de la figura es:

$$T = \text{Sim}(M_c)$$

$$A \rightarrow B = A'$$

$$B \rightarrow A = B'$$

$$C \rightarrow C'$$



El triángulo **ABC** se convierte en el **A'B'C'**, congruente con **ABC**.

Como **BCAC'** forman un paralelogramo, **AC' = a** y podemos construir el triángulo **CAC'** como auxiliar.

Su mediana en **A** es **AM_c**; prolongando una cantidad igual obtenemos **B**.

B. TRANSFORMACIONES PUNTUALES ELEMENTALES EN EL PLANO

REFLEXION O SIMETRIA AXIAL

Dada una recta fija L del plano, se llama reflexión sobre L o simetría axial respecto a L a la transformación del conjunto S sobre sí mismo tal que L sea la mediatriz de AA' (A y A' , puntos homólogos)

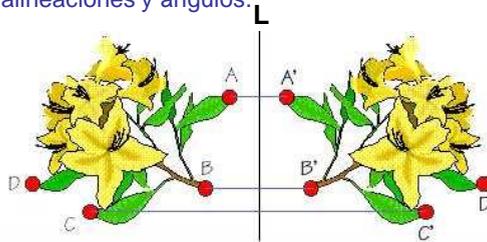
A la recta L se la llama **eje de simetría**

Podemos simbolizar así:

$$T = \text{Refl}(L)$$

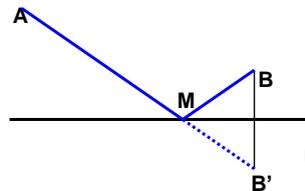
Corolarios

1. La reflexión es una transformación involutiva.
2. Conserva alineaciones y ángulos.



B. TRANSFORMACIONES PUNTUALES ELEMENTALES EN EL PLANO

Ejemplo 4: Dada una recta r y dos puntos A y B en un mismo semiplano respecto a r , encontrar el camino más corto de A a B pasando por r .



Análisis

Suponemos el problema resuelto

Sea el camino AMB

Una simetría respecto a r trasladará B al semiplano opuesto. Obtenemos B' tal que $AM + MB = AM + MB'$ el cual será mínimo cuando A , M y B' estén en línea recta.

Transformamos B en B' , mediante una simetría axial, siendo el eje de simetría r , el camino MB en el camino MB' . Resolvemos el problema de que el camino AB' sea mínimo, obteniendo M . Finalmente invertimos la transformación, pasando el camino MB' a su simétrico MB .