



UNIVERSIDAD
DE PIURA

FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

Propuesta pedagógica para el desarrollo del pensamiento algebraico: clasificación, seriación y patrones en niños de 5 años

Tesis para optar el Título de Licenciado
en Educación. Nivel Inicial

Tamy Norma Bacigalupo Arcaya

Asesor(es):
Mgtr. María Lucero Ugaz Santiváñez

Piura, noviembre de 2022

NOMBRE DEL TRABAJO

Tesis_Algebra Temprana_Tamy_Bacigalupo Arcaya.pdf

AUTOR

Tamy Bacigalupo

RECUENTO DE PALABRAS

38547 Words

RECUENTO DE CARACTERES

223460 Characters

RECUENTO DE PÁGINAS

170 Pages

TAMAÑO DEL ARCHIVO

3.7MB

FECHA DE ENTREGA

Nov 10, 2022 4:55 PM GMT-5

FECHA DEL INFORME

Nov 10, 2022 5:12 PM GMT-5

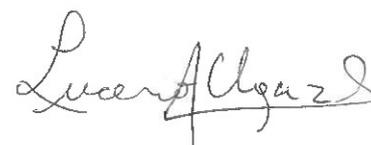
● 13% de similitud general

El total combinado de todas las coincidencias, incluidas las fuentes superpuestas, para cada base c

- 11% Base de datos de Internet
- Base de datos de Crossref
- 8% Base de datos de trabajos entregados
- 3% Base de datos de publicaciones
- Base de datos de contenido publicado de Crossr

● Excluir del Reporte de Similitud

- Material bibliográfico
- Material citado
- Fuentes excluidas manualmente
- Material citado
- Coincidencia baja (menos de 8 palabras)
- Bloques de texto excluidos manualmente



09750965

Dedicatoria

A todas las profesoras del nivel Inicial, que con su esfuerzo diario siguen fortaleciendo el aprendizaje de los niños.





Agradecimientos

Agradezco a Dios y a la Virgen María por mostrarme el verdadero camino de mi vocación.

A mis padres, por su confianza y energía. Gracias por enseñarme a seguir adelante con mis proyectos personales.

De manera especial, a la Mgtr. María Lucero Ugaz Santiváñez, por su valiosa asesoría y seguir cultivando en mi persona ese amor por las matemáticas en el nivel Inicial.

A mi abuela, por recordarme los detalles de la vida y motivarme a seguir siendo una mejor persona cada día.

A mis hermanos, por su alegría y compañía. Gracias por permitirme ser su guía como hermana mayor.

A mi novio, por su soporte y fortaleza incondicional hacia mi persona. Gracias por animarme en los momentos más difíciles.

A mis amigas, por su motivación para seguir formándome como una buena profesora.





Resumen

La presente investigación tiene como objetivo diseñar una propuesta pedagógica para el desarrollo del pensamiento algebraico, la cual incorpora contenidos correspondientes a la edad de 5 años como la clasificación, la seriación y el trabajo con patrones. Así pues, se enmarca en el paradigma interpretativo, con un enfoque cualitativo porque se basa en la revisión bibliográfica para la elaboración de la propuesta, la cual está orientada en un diseño curricular con una adaptación de las fases planteadas por Taba (1974): diagnóstico, formulación de objetivos, selección de contenidos, organización y diseño de actividades. Como contribución al ámbito de la pedagogía y la didáctica matemática en la etapa preescolar, se presenta una secuencia didáctica compuesta por 12 sesiones de aprendizaje, elaboradas bajo el enfoque del álgebra temprana, para alcanzar propósitos de aprendizajes observables en desempeños precisados elaborados por la tesista. Cada sesión se sustenta en el marco teórico presentado en la investigación, asimismo su diseño permite lograr una formalización de los conocimientos, favoreciendo la iniciación del pensamiento algebraico en los niños de 5 años. Así, se concluye que la elaboración de desempeños precisados basados en el enfoque del álgebra temprana permite una progresión del aprendizaje de este contenido matemático en esta edad infantil.





Tabla de contenidos

Introducción.....	15
Capítulo 1. Planteamiento de la investigación	17
1.1 Caracterización del problema	17
1.2 Problema de investigación	18
1.2.1 Problema general	18
1.2.2 Problemas específicos	18
1.3 Justificación de la investigación	19
1.4 Objetivos de la investigación.....	20
1.4.1 Objetivo general.....	20
1.4.2 Objetivos específicos.....	20
1.5 Antecedentes de estudio	20
Capítulo 2. Marco teórico	27
2.1 Álgebra escolar en Educación Infantil	27
2.1.1 Enfoque del álgebra temprana.....	28
2.1.2 Estándares del contenido matemático de álgebra a nivel internacional.....	30
2.1.3 El álgebra en el Programa Curricular Peruano de Educación Inicial	39
2.2 Pensamiento algebraico en la Educación Infantil	41
2.2.1 Definición de pensamiento algebraico.....	42
2.2.2 Conocimientos de naturaleza algebraica iniciados en Educación Infantil	44
2.2.3 Contenidos algebraicos para la edad de 5 años.....	54
Capítulo 3. Metodología de la investigación	63
3.1 Tipo de investigación.....	63
3.2 Diseño de la investigación	63
Capítulo 4. Propuesta pedagógica.....	65
4.1 Datos informativos	65
4.1.1 Título	65
4.1.2 Objetivo.....	65
4.1.3 Área curricular.....	65
4.2 Justificación de la propuesta pedagógica.....	65
4.3 Metodología de la propuesta pedagógica.....	75
4.4 Sesiones de aprendizaje	81
4.4.1 Sesión de aprendizaje N°1.....	81
4.4.2 Sesión de aprendizaje N°2.....	87
4.4.3 Sesión de aprendizaje N°3.....	95

4.4.4 Sesión de aprendizaje N°4.....	102
4.4.5 Sesión de aprendizaje N°5.....	108
4.4.6 Sesión de aprendizaje N°6.....	119
4.4.7 Sesión de aprendizaje N°7.....	124
4.4.8 Sesión de aprendizaje N°8.....	131
4.4.9 Sesión de aprendizaje N°9.....	135
4.4.10 Sesión de aprendizaje N°10.....	141
4.4.11 Sesión de aprendizaje N°11.....	147
4.4.12 Sesión de aprendizaje N°12.....	153
Conclusiones	159
Recomendaciones	161
Lista de referencias	163



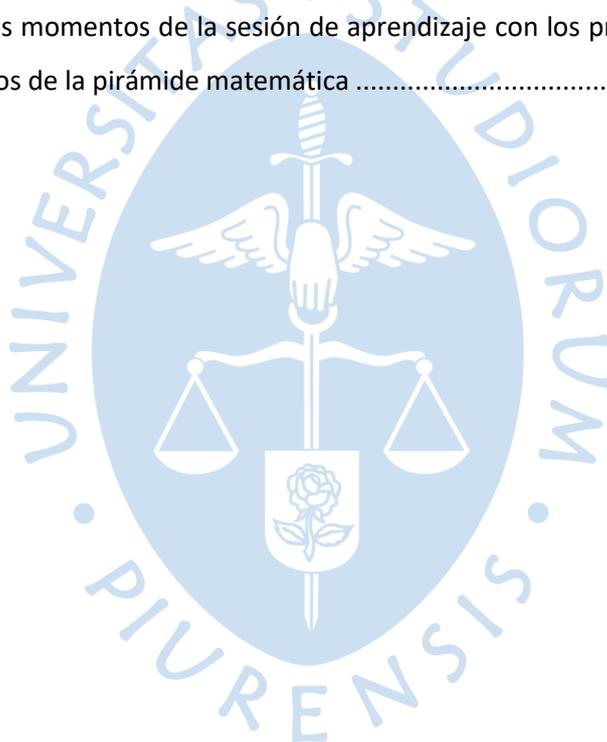
Lista de tablas

Tabla 1 Estándares de álgebra en la etapa Pre-K-2 según la NCTM	32
Tabla 2 Estándares de procesos matemáticos para la educación escolar según la NCTM.....	34
Tabla 3 Descripción del contenido “número y álgebra” en la sublínea “patrones y álgebra” para la etapa foundation según ACARA	36
Tabla 4 Contenidos en relación al álgebra temprana en la etapa preescolar según el Ministerio de Educación de Singapur	37
Tabla 5 Conocimientos algebraicos para el segundo ciclo en la Orden ECI/3960/2007.....	38
Tabla 6 Objetivos de aprendizaje en relación al álgebra temprana para el tercer nivel de transición de la educación parvularia según MINEDUC.....	39
Tabla 7 Desempeños relacionados al álgebra en la edad de 5 años del Programa Curricular Peruano de Educación Inicial	41
Tabla 8 Tipos de clasificación	46
Tabla 9 Etapas de la clasificación según Piaget e Inhelder	46
Tabla 10 Propiedades de la relación de equivalencia en una clasificación.....	48
Tabla 11 Operaciones lógicas para la seriación	50
Tabla 12 Progresión del trabajo con patrones en el nivel infantil	54
Tabla 13 Conocimientos algebraicos para la edad de 5 y 6 años.....	56
Tabla 14 Secuencia de enseñanza para el álgebra temprana de 3 a 12 años.....	59
Tabla 15 Fases de la investigación	64
Tabla 16 Aspectos curriculares de la propuesta pedagógica	65
Tabla 17 Fundamento teórico de las sesiones de aprendizaje para la propuesta pedagógica	67
Tabla 18 Propuesta de desempeños precisados en relación a los desempeños del Programa Curricular de Educación Inicial, sobre el álgebra temprana para la edad de 5 años	76
Tabla 19 Fundamento teórico para la elaboración de los desempeños precisados.....	78



Lista de figuras

Figura 1 Nivel de atención desde pre-kindergarten hasta el nivel 12 para los estándares de contenido de la NCTM	31
Figura 2 Clasificación de bloques lógicos según su forma	45
Figura 3 Seriación de muñecas rusas de forma decreciente	49
Figura 4 Patrones de repetición	52
Figura 5 Nivel de complejidad de los patrones de repetición con uno o más atributos	53
Figura 6 Pirámide de la educación matemática según Alsina	57
Figura 7 Resumen teórico de las sesiones de aprendizaje de la propuesta pedagógica	71
Figura 8 Estructura de una actividad según el MINEDU	73
Figura 9 Esquema de la sesión de aprendizaje para la propuesta pedagógica.....	73
Figura 10 Relación de los momentos de la sesión de aprendizaje con los procesos pedagógicos, nivel de contexto y los recursos de la pirámide matemática	74





Introducción

La introducción del pensamiento algebraico en el nivel Inicial propone actividades que promuevan la identificación de las propiedades del objeto, construcción del conocimiento, clasificación según diversos criterios y el reconocimiento de patrones en una seriación. Dichas tareas permiten la maduración cognitiva de los niños para lograr un aprendizaje matemático acorde a las necesidades educativas sobre el álgebra en los siguientes años de su educación básica regular. De acuerdo con Kieran (2004), este tipo de pensamiento involucra actividades para justificar, predecir, debatir, demostrar y analizar; y así estimular un aprendizaje que parte desde lo concreto hacia lo abstracto. Con respecto al nivel infantil, es necesario desarrollar conocimientos de naturaleza algebraica como la seriación, la clasificación y los patrones a través de actividades explorativas en el aula (Alsina, 2019).

Tradicionalmente, el álgebra es una rama de la matemática asociada a niveles superiores de la etapa escolar. No obstante, diversos lineamientos curriculares internacionales afirman la necesidad de establecer una base de aprendizaje algebraico desde los primeros años de escolarización para favorecer su progreso en los niveles superiores. Esta premisa se concreta en el enfoque del álgebra temprana que, como afirma Zapatera (2018), es la introducción de los modos del pensamiento algebraico desde la etapa preescolar para concretar experiencias educativas que permitan un desarrollo gradual de las matemáticas.

Dentro de este marco, la investigación plantea como objetivo diseñar una propuesta pedagógica para el desarrollo del pensamiento algebraico que incorpore la clasificación, seriación y patrones en estudiantes de 5 años. En este sentido, es necesario crear situaciones de aprendizaje que involucren actividades basadas en experiencias concretas para el niño.

La investigación comprende cuatro capítulos, los cuales se exponen a continuación:

El primer capítulo describe el planteamiento de la investigación. Así, se enuncia la caracterización de la problemática surgiendo los problemas de investigación, respondidos mediante los objetivos. Estos últimos están justificados en la fundamentación y los antecedentes de estudio.

El segundo capítulo integra las bases teóricas de la investigación, tomando como base el enfoque del álgebra temprana para precisar los estándares del contenido de álgebra a nivel internacional y nacional. Por otro lado, se expone definiciones sobre el pensamiento algebraico, los conocimientos de naturaleza algebraica y sus contextos didácticos.

El tercer capítulo precisa la metodología de la investigación, atribuyendo su lineamiento al paradigma interpretativo bajo el enfoque cualitativo, con un diseño curricular que permite una sucesión de fases para la elaboración del presente estudio.

El cuarto capítulo organiza la propuesta pedagógica consistiendo en la presentación de los datos informativos, fundamentación y metodología para su desarrollo. Asimismo, plantea 12 sesiones de aprendizaje que involucran los contenidos algebraicos de clasificación, seriación y patrones, para entornos educativos de un aula de 5 años relacionados con los desempeños precisados realizados por la tesista, los cuales se encuentran con un fundamento conceptual en el marco teórico de la investigación.

Finalmente, la investigación cierra con conclusiones y recomendaciones, para brindar una visión innovadora de las matemáticas en el nivel infantil.



Capítulo 1. Planteamiento de la investigación

1.1 Caracterización del problema

En las últimas décadas, las orientaciones curriculares internacionales de los primeros niveles educativos han iniciado la incorporación de contenidos matemáticos relacionados al álgebra, un ejemplo de ello es la Asociación Americana National Council of Teachers of Mathematics, la cual recoge los principios y estándares para la educación matemática (NCTM, 2000). Esta corporación argumenta que, en los primeros años de escolarización, los programas de matemática deben basarse en la comprensión de patrones, relaciones y funciones. De acuerdo con Moreira y Mendes (2021), “la introducción del álgebra desde el inicio de la escolarización debe ser comprendida como el desarrollo de un modo de pensar que antecede al uso del lenguaje algebraico” (p. 159), para así, establecer una base de conocimientos previos para el desarrollo formal del álgebra en los grados superiores.

De esta manera, el álgebra temprana es el enfoque que propone la introducción de modos del pensamiento algebraico desde la etapa infantil por medio de la integración de otros contenidos matemáticos (Zapatera, 2018), al promover la formación de habilidades relacionadas al razonamiento matemático, la resolución de problemas y la maduración de estructuras mentales. Squalli (2000) postula la necesidad de establecer la diferencia entre álgebra y pensamiento algebraico. La primera la define como “*un type d'activités mathématiques* [un tipo de actividad matemática]”, mientras que la segunda es “*un ensemble d'habiletés intellectuelles interviennent dans ces activités* [un conjunto de habilidades intelectuales implicadas en estas actividades]” (p. 277). Ambos términos se complementan, sin embargo, el pensamiento algebraico requiere de competencias básicas para el contenido de álgebra.

Alsina (2019a) en sus investigaciones sobre el álgebra temprana en el nivel infantil, postula una secuencia de contenidos basados en la incorporación de conocimientos matemáticos vinculados a las relaciones de clasificación y seriación, así como al trabajo con patrones. Por lo tanto, se propone un cambio curricular a través de una propuesta pedagógica, la cual permita establecer relaciones para estimular el pensamiento algebraico en niños de 5 años, a partir del diseño de sesiones de aprendizaje que involucren dichos contenidos.

A lo largo de las prácticas preprofesionales realizadas, se pudo destacar la necesidad de entornos educativos más específicos para el área de matemática, debido a la ausencia de actividades relacionadas al trabajo con patrones en el Programa Curricular de Educación Inicial (Ministerio de Educación, 2016b), puesto que la enseñanza en las aulas del nivel infantil solo enfatiza el concepto de número, formas geométricas y nociones espaciales. Como afirma Zapatera (2018) se prioriza los conocimientos aritméticos, retrasando la introducción del pensamiento algebraico en edades tempranas. En el desarrollo del pensamiento algebraico, se requiere de la experimentación con objetos

para reconocer sus atributos físicos, realizar seriaciones a partir de patrones repetitivos y describir cambios cualitativos y cuantitativos (Pincheira y Alsina, 2021).

El enfoque del álgebra temprana hace referencia a la introducción de nociones algebraicas que anticipan a los contenidos matemáticos formales (Butto y Rojano, 2010). De hecho, Carraher y Shilemann (2002) manifiestan que el inicio de dichas nociones no debe retrasarse, sino ser trabajadas desde edades tempranas. En tal sentido, este enfoque permite interpretar y aplicar contenidos ya existentes de la matemática preescolar, permitiendo que los estudiantes sean capaces de reflexionar sobre dichos contenidos y analizar el uso de representaciones simbólicas (Aké, 2013).

Castro (2012) plantea que el maestro debe construir sesiones de aprendizaje que permitan al estudiante establecer conexiones entre los conocimientos impartidos. Se propone concretar la idea algebraica factible al estudiante, para así lograr un mejor desempeño escolar. Para ilustrar esta premisa, Lucana (2017) argumenta que la aplicación de actividades lúdicas determina la influencia positiva en el aprendizaje del álgebra para estudiantes del nivel Secundaria. En consecuencia, se afirma la creación de entornos de aprendizajes que respondan a las necesidades del educando permitiendo así el desarrollo del conocimiento algebraico. Esta situación evidencia que, al no estimular oportunamente este tipo de contenido, el estudiante no logra desarrollar habilidades básicas para consolidar la formalización del conocimiento algebraico.

En nuestro ámbito nacional no se evidencia un aporte sólido sobre el álgebra temprana, reflejando así una demanda en impulsar el pensamiento algebraico desde la educación preescolar, es por ello que se concreta a través del diseño de una propuesta pedagógica presentado en esta investigación, siendo necesario un análisis de los lineamientos curriculares de la Educación Inicial en el Perú y los contenidos básicos para estructurar una secuencia de aprendizaje basada en el desarrollo de este tipo de pensamiento matemático.

1.2 Problema de investigación

1.2.1 Problema general

En relación a lo expuesto, surge la siguiente interrogante en el marco de esta investigación: ¿Cómo promover el pensamiento algebraico incorporando los conocimientos de clasificación, seriación y patrones en niños de 5 años?

1.2.2 Problemas específicos

- ¿Cuál es el sustento teórico que fundamenta el desarrollo del pensamiento algebraico para establecer una secuencia didáctica para trabajar con niños de 5 años?
- ¿Cuál es la postura del Programa Curricular Peruano de Educación Inicial en los desempeños del área de matemática sobre el pensamiento algebraico?

- ¿Cómo debe ser una propuesta pedagógica que incorpore los contenidos de naturaleza algebraica como la clasificación, seriación y patrones en niños de 5 años?

1.3 Justificación de la investigación

La relevancia de esta investigación radica en la sistematización de los conocimientos matemáticos básicos para el desarrollo del pensamiento algebraico, tomando en cuenta el enfoque del álgebra temprana, el cual consolida las habilidades y destrezas de los estudiantes del nivel preescolar para una mejor formación en las matemáticas. Asimismo, permite estructurar su pensamiento algebraico gracias a entornos de aprendizajes basados en el conocimiento de relaciones, funciones y patrones (NCTM, 2000).

Esta investigación promueve un avance para la visión del álgebra escolar, enfatizando su importancia en la capacitación a los educadores para que puedan concientizarse en la reestructuración de los programas de aprendizaje en el área curricular de matemática, logrando que sus estudiantes sean capaces de desarrollar habilidades a partir de la clasificación, la seriación y el trabajo con patrones. Por consiguiente, al presentar el álgebra temprana como un enfoque que orienta esta propuesta didáctica para el nivel Inicial, impulsa la innovación en la investigación del pensamiento algebraico en esta etapa escolar.

Alsina (2019) propone una organización de nociones de álgebra temprana para la edad de 5 años en el nivel Inicial. La utilidad de esta propuesta metodológica para esta investigación permite estimular los contenidos matemáticos particulares del álgebra temprana, por medio de la identificación y comparación de los atributos de los objetos, clasificación de objetos y construcción de seriaciones en base a un patrón repetitivo. Asimismo, “conocimientos vinculados a las relaciones y los patrones, a las formas de representación y al análisis del cambio” (Alsina, 2019, p. 7). De esta manera, el trabajo con patrones origina un cambio curricular el cual permite una nueva manera de pensar y actuar con los diversos materiales del aula estableciendo relaciones estructurales para la estimulación del pensamiento algebraico.

El aporte de este estudio es una secuencia de 12 sesiones de aprendizaje, las cuales integran los conocimientos de naturaleza algebraica como la clasificación, la seriación y el trabajo con patrones para promover el pensamiento algebraico en niños de 5 años. Cada sesión se estructura de manera sistemática, partiendo de contextos informales para lograr una formalización del aprendizaje matemático. Así, se resalta la necesidad de trabajar una propuesta pedagógica basada en un fundamento teórico que permita consolidar una base de contenidos, los cuales fomenten un acondicionamiento del álgebra en los niveles posteriores de la educación básica, y así dar solución a la problemática actual en relación con este tipo de contenidos en el nivel infantil.

1.4 Objetivos de la investigación

1.4.1 Objetivo general

Diseñar una propuesta pedagógica para el desarrollo del pensamiento algebraico que incorpore la clasificación, seriación y patrones en niños de 5 años.

1.4.2 Objetivos específicos

- Analizar el sustento teórico sobre el pensamiento algebraico, en niños de 5 años, para determinar una secuencia didáctica.
- Examinar los desempeños del área de matemática en la edad de 5 años del Programa Curricular Peruano de Educación Inicial para la elaboración de desempeños precisados sobre el pensamiento algebraico.
- Elaborar sesiones de aprendizaje que permitan el desarrollo del pensamiento algebraico como la clasificación, seriación y patrones en niños de 5 años, para estructurar la propuesta pedagógica sobre los contenidos.

1.5 Antecedentes de estudio

En base al desarrollo del pensamiento algebraico se han considerado los siguientes antecedentes de estudio en el campo internacional:

Moreno (2015b) en su tesis de licenciatura titulada “Una aproximación al álgebra temprana por medio de una secuencia de tareas matemáticas de patrones numéricos”, realizada en el Instituto de Educación y Pedagogía de la Universidad del Valle (Colombia), propone identificar y registrar los patrones numéricos por medio de dos situaciones basadas en la multiplicación como contenido matemático.

Para el diseño de esta secuencia de tareas, se llevaron a cabo 6 sesiones con una duración de 60 minutos, dirigida a 24 estudiantes de tercer grado de la Institución Educativa Escuela Normal Superior Farallones de Cali. Dichas tareas realizadas de manera individual por cada educando, abarcan el acercamiento al pensamiento algebraico por medio de los patrones numéricos, asimismo están compuestas por dos situaciones la primera sobre la multiplicación como patrón y la segunda acerca de la multiplicación como relación. Para la recolección de la información se emplearon registros audiovisuales y notas de voz.

El análisis de las respuestas proporcionadas por los estudiantes se registró en tablas según cada situación. Así, con sus resultados se pone de manifiesto que el diseño y estructura de las actividades matemáticas planteadas permite una aproximación a la generalización de patrones numéricos y al álgebra escolar, agregando la posibilidad de desarrollar el pensamiento algebraico por medio de los contenidos curriculares del nivel primario.

Esta investigación es relevante porque permite conocer los fundamentos teóricos respecto al enfoque del álgebra temprana. De igual manera, resalta el trabajo con patrones para el desarrollo del pensamiento algebraico, insumo necesario para el desarrollo del presente trabajo.

Vergel (2014) en su tesis doctoral titulada “Formas de pensamiento algebraico temprano en alumnos de cuarto y quinto grados de Educación Básica Primaria (9-10 años)” de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas (Colombia), tiene como objetivo identificar y estudiar las formas de pensamiento algebraico en estos ciclos de escolaridad a partir de tareas basadas en la generalización de patrones.

Esta investigación cualitativa de tipo interpretativa y descriptiva, se realizó con un grupo de 12 estudiantes de la Institución Educativa Distrital Eduardo Umaña Mendoza de la ciudad de Bogotá. Durante 6 meses se concretaron tareas sobre secuencias figurales y numéricas lineales, las cuales permiten plantear situaciones próximas a las formas del pensamiento algebraico. De esta manera, se establecieron 13 sesiones de trabajo, cada una con una extensión de 2 horas orientadas por la docente del colegio y grabadas por el autor de la tesis. Algunas sesiones se complementaron con entrevistas dirigidas a los estudiantes para conocer sus argumentos sobre las actividades realizadas.

Este trabajo doctoral evidencia que los recursos semióticos como movimientos, gestos, actividad perceptual y ritmo son relevantes para la manifestación y constitución del pensamiento algebraico en estudiantes de este nivel escolar. Asimismo, brinda elementos didácticos y metodológicos que permiten nuevas formas de intervención en el aula para el álgebra escolar.

Esta investigación es relevante porque permite conocer las diversas estrategias que los estudiantes utilizan para dar solución a problemas respecto a la caracterización del pensamiento algebraico y la generalización de patrones. De esta manera, se relaciona con el fundamento teórico sobre dicho contenido matemático tratado en la presente investigación.

Moreira y Mendes (2021) en su artículo de investigación titulado “El desarrollo del pensamiento algebraico en estudiantes al inicio de la escolarización” de la Universidad Francisco Gavidia (Brasil), orientando a la producción de contenidos vinculados a este tipo de pensamiento a través de actividades relacionadas con la generalización del patrón de una secuencia recurrente.

Se propusieron tareas organizadas en grupos de 2 o 3 estudiantes, que involucraron situaciones de secuencia con patrones recursivos y repetidos, dirigidas a 26 niños de 6 años de una escuela municipal de la ciudad de São Paulo. Cada clase mantuvo un formato de 3 fases: antes, durante y después. La primera fase corresponde a la planificación de la sesión y al comienzo de la tarea, la segunda a la ejecución y la última al debate colectivo sobre las ideas utilizadas en la resolución de la misma.

Asimismo, se grabaron las sesiones, las cuales fueron utilizadas como insumo para la redacción de narrativas pedagógicas. Dicho análisis se realizó bajo la perspectiva histórica y cultural de Vygotsky, destacando la capacidad de los estudiantes para realizar generalizaciones mediante su lengua nativa.

Así, se concluye que dichas actividades matemáticas para este nivel educativo permiten formular un razonamiento matemático y evidencian el trabajo con generalizaciones algebraicas. Esta investigación es de relevancia porque muestra indicios del desarrollo sobre el pensamiento algebraico a la edad de 6 años, destacando el trabajo en clase y la intencionalidad del docente.

Pinto y Ayala-Altamirano (2021) en su investigación titulada “Álgebra más allá de letras y números: Oportunidades para desarrollar el pensamiento algebraico en la Educación Primaria” de la Universidad Federal da Grande Dourados (Brasil), se propusieron como objetivos identificar los elementos teóricos y analizar las estrategias pedagógicas que fomenten el pensamiento algebraico en dicho nivel escolar.

Por medio de un taller de matemática se realizaron 10 sesiones sobre las líneas de contenido del pensamiento algebraico: aritmética generalizada, equivalencia de expresiones y pensamiento funcional (Kaput, 2008). Dichas sesiones tienen como propósito orientar a los estudiantes a expresar y justificar sus planteamientos matemáticos generales por medio de diversos temas del álgebra escolar. De manera virtual, participaron 21 estudiantes de cuarto grado de primaria, los cuales fueron agrupados de 4 a 5 personas, disponiendo de tres problemas impresos para trabajar de manera individual y posteriormente exponer sus respuestas en grupo.

Se concluye que los estudiantes son capaces de establecer diferentes habilidades algebraicas, por medio de la resolución de problemas, como trabajar con cálculos numéricos, desarrollar el sentido numérico y reconocer patrones. De esta manera, se reconoce el carácter algebraico que tiene la aritmética evidenciando la posibilidad de impulsar dicho pensamiento en el nivel primario.

Este artículo es pertinente porque afirma que el desarrollo de habilidades algebraicas debe ser un trabajo diario en los primeros grados de dicho nivel escolar, complementando así el fundamento teórico y metodológico para la elaboración de la propuesta didáctica de la presente investigación.

Anwandter et al. (2019) en su estudio colaborativo titulado “Emergencia del pensamiento algebraico en preescolar: estrategias de alumnos en relación con el concepto de equivalencia matemática” realizado en Ontario (Canadá), presenta como objetivo describir las estrategias relacionadas a este tipo de pensamiento en base a la equivalencia matemática.

Esta investigación cualitativa de tipo descriptiva ha sido orientada a 36 niños de etapa preescolar (entre 4 y 5 años de edad) de tres escuelas de Ontario. Se les presentaron dos tareas: la primera enmarcada en la historia de los huevos de Pascua y la segunda referida a dos conjuntos con cubos. Para ello, se recolectaron los datos por medio de la grabación de vídeos, para luego codificar

las estrategias, por medio del software NVivo, según los tres elementos del pensamiento algebraico: proceso de generalización, razonamiento analítico y razonamiento sobre las relaciones.

Los resultados de este estudio demuestran que los estudiantes del nivel Infantil son capaces de emplear diversas estrategias para dar solución a problemas relacionados con la noción de equivalencia. Entre ellas se destacan tres: correspondencia 1 a 1, medida y distribución 1 a 1, afirmando que la equivalencia matemática favorece el acceso al pensamiento algebraico en esta etapa escolar.

Este antecedente es significativo porque guarda relación con la edad seleccionada para la presente investigación y confirma la iniciación del pensamiento algebraico desde los primeros años de escolaridad, lo cual proporciona una nueva visión de las matemáticas en el nivel Infantil a partir de la incorporación de contenidos no sólo numéricos sino también algebraicos.

Acosta y Alsina (2018) en su estudio titulado “Alfabetización algebraica a partir de 3 años: el caso de los patrones” de la Universidad de Girona (España) plantean como objetivos diseñar y aplicar una trayectoria de aprendizaje a un grupo de 24 niños (12 varones y 12 mujeres) de 3 a 4 años de edad de un colegio público de esta ciudad.

Esta investigación se fundamenta en el diseño *Design-based research*, de carácter cualitativo para la creación de un itinerario didáctico que contiene 9 propuestas de aprendizaje para la iniciación del pensamiento algebraico. Esta metodología requiere de la evaluación de los conocimientos previos de los estudiantes, aplicando así el *Test of Early Mathematics Ability -TEMA3-* [Test de competencia matemática básica 3], evidenciando un nivel medio de índice de competencia matemática con un valor de 93,54.

Las sesiones, desarrolladas por dos profesores, se orientan bajo el itinerario que contiene situaciones de vida cotidiana, recursos manipulativos, lúdicos, literarios, tecnológicos y gráficos. Asimismo, el método de enseñanza del aula se fundamenta en el trabajo por proyectos, siendo el niño el protagonista de su propio aprendizaje. La recolección y análisis de los datos cualitativos presentados en las sesiones se realizaron por medio de notas de campo, notas de observación y registros audiovisuales y fotográficos.

La recopilación de datos brindó como resultados que los niños pueden realizar actividades sobre la identificación, reconocimiento y representación de patrones, los cuales tienen una estructura simple en las situaciones de aprendizaje propuestas. Por consiguiente, este antecedente evidencia que la implementación de una pedagogía basada en representar y generalizar patrones repetitivos permite el desarrollo del pensamiento algebraico en la etapa preescolar.

A nivel nacional, aún no se registran estudios correspondientes a la edad escolar seleccionada para esta investigación, no obstante, se ha considerado pertinente mencionar los siguientes antecedentes:

De la Cruz (2021) en su investigación titulada “Desarrollo del pensamiento algebraico en estudiantes de tercer grado de educación básica alternativa de Huancavelica” de la Universidad Nacional de Huancavelica, tiene como objetivo identificar la progresión de los 6 niveles del pensamiento algebraico correspondientes al grado mencionado.

Esta investigación básica con un diseño descriptivo simple, recoge los datos por medio de la técnica de evaluación educativa, la cual consiste en realizar una prueba diagnóstica en base al pensamiento algebraico. Su población corresponde a 71 estudiantes del tercer grado del Centro de Educación Básica Alternativa “Mariscal Ramón Castilla Marquesado”, optando así por un muestreo no probabilístico. Asimismo, se empleó como instrumento la prueba pedagógica, la cual consistía en 10 actividades presentadas de manera gradual respecto a cada nivel del pensamiento algebraico. Por esta razón, se realizó un análisis de datos por medio de la estadística a nivel descriptivo e interpretativo.

Sus conclusiones reflejan que los estudiantes tienen la capacidad para desarrollar los ejercicios de los primeros niveles del pensamiento algebraico, sin embargo, tuvieron dificultades en los niveles 4 y 5. En sus recomendaciones, el autor considera oportuno incorporar actividades sobre este tipo de pensamiento a los lineamientos curriculares del área de matemática.

Este antecedente nacional permite conocer la realización de problemas sobre el pensamiento algebraico de manera progresiva. Asimismo, profundiza sobre el fundamento teórico de dicho pensamiento, el cual se abarca en la presente investigación.

Ñaupá (2016) en su investigación titulada “Prevalencia de Conocimiento de Pre-Álgebra en los estudiantes de la Institución Educativa Secundaria José Carlos Mariátegui Puno – 2016”, presenta como objetivo averiguar y diagnosticar los niveles de conocimiento que los estudiantes poseen acerca de los procesos aritméticos y algebraicos elementales.

Dicha investigación cuantitativa de tipo no experimental emplea la técnica del examen para recoger los conocimientos sobre el pre-álgebra en estudiantes de cuarto y quinto de secundaria. El desarrollo de la prueba tuvo una duración de 2 horas de clases con una población de 135 estudiantes, estableciendo una muestra por estratos para las 4 secciones de los grados escolares.

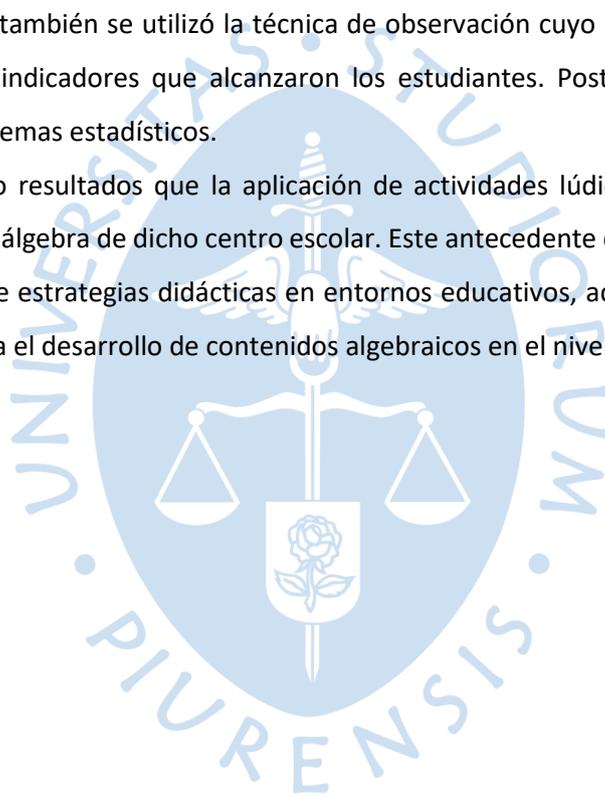
En sus conclusiones se enfatiza que el nivel de conocimiento de pre-álgebra en los últimos años de escolaridad es deficiente, debido a que no se lograron consolidar los contenidos de origen aritmético tratados en el nivel primario. Este estudio afirma la importancia de cada etapa escolar, resaltando la iniciación para la comprensión del pensamiento algebraico desde el nivel Inicial.

Lucana (2018) en su investigación titulada “Influencia de la actividad lúdica en el aprendizaje del álgebra en estudiantes de primer grado de la I.E.S. José Carlos Mariátegui, Aplicación UNA Puno 2017” de la Universidad Nacional del Altiplano (Puno).

Esta investigación cualitativa con un diseño cuasi-experimental, considera a la sección A como grupo experimental integrado por 33 estudiantes y la sección B como grupo control conformado por 34 estudiantes. Dicha suma de secciones representa la muestra con un total de 67 estudiantes. Se llevó a cabo la técnica del examen empleando como instrumentos dos pruebas escritas, para demostrar la siguiente hipótesis: “las actividades lúdicas influyen positivamente en la mejora del aprendizaje del álgebra en los estudiantes de Primer Grado de la I.E.S. José Carlos Mariátegui” (p. 53).

La primera prueba es de entrada, la cual permite identificar los conocimientos previos que tienen los estudiantes al comienzo de la investigación, y la segunda prueba es de salida para dar a conocer el dominio de aprendizaje logrado posterior a la aplicación del experimento. Cabe agregar, que a lo largo de la investigación se aplicaron las actividades lúdicas solo al grupo experimental. Para la recolección de datos también se utilizó la técnica de observación cuyo instrumento fue la lista de cotejo, registrando los indicadores que alcanzaron los estudiantes. Posteriormente, se realizó un análisis a través de esquemas estadísticos.

Se obtuvo como resultados que la aplicación de actividades lúdicas contribuye de manera eficaz al aprendizaje del álgebra de dicho centro escolar. Este antecedente es relevante porque afirma que el planteamiento de estrategias didácticas en entornos educativos, acorde a las necesidades de los estudiantes, respalda el desarrollo de contenidos algebraicos en el nivel infantil.





Capítulo 2. Marco teórico

2.1 Álgebra escolar en Educación Infantil

El álgebra escolar, según Cañadas (2016, p. 8), “hace referencia a los contenidos propios del álgebra que se trabajan en niveles educativos previos al universitario y se centra en el conocimiento matemático”. En este sentido, a pesar de que la enseñanza del álgebra se realiza de manera formal en el nivel secundario; en educación infantil es importante crear entornos educativos basados en contenidos propios de esta etapa, lo cual permita consolidar una base para el desarrollo del pensamiento algebraico (Blanton y Kaput, 2004; Vergel, 2014; National Council of Teachers of Mathematics, 2000), siendo necesaria su intervención a través de actividades que involucren la exploración y manipulación de las cualidades del objeto para que el estudiante sea capaz de adquirir un conocimiento físico del mismo.

Teniendo en cuenta a Kaput (2008), existen cuatro razones principales para reformular el álgebra en los primeros grados de escolaridad:

1. Incorporar un grado de potencialidad y concordancia a las matemáticas del nivel primario.
2. Optimizar los cursos de álgebra tardíos y aislados del nivel secundario.
3. Democratizar el acceso al álgebra para transformarlo en un poder matemático para cada estudiante.
4. Formar una capacidad conceptual sobre el álgebra por medio de un espacio curricular con una visión actual de las matemáticas.

De esta manera, mejora el progreso para adquirir los conocimientos básicos en cada nivel de la educación escolar correspondientes al álgebra, en el área curricular de las matemáticas. Tal como expresan Blanton et al. (2015) el álgebra es una rama matemática de contenido longitudinal, que inicia desde el nivel inicial hasta el nivel secundario, mediante la cual el estudiante convierte sus habilidades naturales sobre patrones y relaciones en modos formales del pensamiento matemático, el desarrollo de contenidos algebraicos básicos para una formalización posterior de su conocimiento.

La alternativa que se propone es enseñar las matemáticas en contextos en los que el estudiante comprenda y aplique conceptos y principios matemáticos al solucionar problemas, empleando un pensamiento estratégico durante el proceso de solución, para finalmente, transferir los conocimientos a situaciones novedosas y de la vida diaria. (Medrano y Flores-Macías, 2018, p. 11)

Por lo tanto, se propone experiencias de aprendizaje que permitan la enseñanza anticipada del álgebra, basada en la aplicación crítica de conocimientos y la formación de la capacidad de resolución de problemas. Dentro de este marco, el álgebra es un elemento del currículo de la matemática infantil enfocado a desarrollar relaciones, realizar trabajo con patrones y generalizaciones

(Castro y Castro, 2016). Resaltando así las actividades vinculadas a los patrones, siendo una noción necesaria para trabajar diversos tipos de ordenaciones, especialmente en el caso de las seriaciones. Como plantea Kieran (2004), existen tres tipos de actividades relacionadas al álgebra:

- *Generacionales*: Implican la formación de los objetos del álgebra como las expresiones y ecuaciones. El centro de este tipo de actividades involucra representar e interpretar situaciones, propiedades, relaciones y patrones.
- *Transformacionales*: Son aquellas actividades que requieren un cambio de registro de expresión, pero que, bajo unas reglas mantienen la equivalencia.
- *Globales*: Este tipo de actividades utilizan el álgebra como una herramienta, sin embargo, no son exclusivas para este contenido. Planteando así, procesos y tareas matemáticas generales como la resolución de problemas, modelado, análisis de relaciones, demostraciones y estudio del cambio.

Al examinar esta última categorización, resalta una visión integrada del álgebra basada en la argumentación, construcción de significados y formas de representación. Dichas capacidades también se desarrollan a la edad de 5 años, lo cual evidencia un vínculo de este contenido matemático con el nivel infantil. Así, el álgebra se conceptualiza como un razonamiento porque surge de la actividad humana, considerando las formas de hacer, pensar y hablar de las matemáticas (Kaput, 2008). Por lo tanto, demuestra la importancia de su desarrollo desde la etapa preescolar.

2.1.1 Enfoque del álgebra temprana

A comienzos de los años noventa surgieron diversas investigaciones sobre el álgebra. Lins y Kaput (2004) dan a conocer su importancia en el nivel inicial, exponiendo lo siguiente:

- Una formación basada en experiencias apropiadas permite que los niños sean capaces de realizar de manera óptima las matemáticas.
- Existe una notable variación en la educación del álgebra y el pensamiento algebraico.
- La integración de las recientes tecnologías a la formación de enseñar el álgebra.

De esta manera, se destaca una visión significativa sobre la enseñanza del álgebra a estudiantes de la etapa preescolar, incorporando el uso de nuevas metodologías y la creación de situaciones de aprendizaje de acuerdo a las necesidades de los niños. Es así que, gracias al proceso de innovación pedagógica impulsado por el movimiento matemático moderno, nace el *Early Algebra* [Álgebra Temprana], a favor de una visión dinámica y evolutiva de la matemática para promover el descubrimiento matemático y la resolución de problemas (Malara y Navarra, 2018). Según esta nueva perspectiva, el proceso de enseñanza aborda las dificultades de los estudiantes por medio de la creación de experiencias de innovación en el aula. El álgebra temprana, de acuerdo con Zapatera (2018), es un enfoque que introduce modos del pensamiento algebraico a partir de los primeros años

de escolarización, integrados a otros contenidos matemáticos. Resaltando así, la capacidad de argumentación y el establecimiento de relaciones por parte del niño del nivel inicial.

En términos de Kaput (2000) esta propuesta supone la algebrización del currículo, impulsando la estimulación del pensamiento algebraico a partir del nivel preescolar, lo cual propone un cambio en los lineamientos curriculares del área de matemática infantil para plantear programas educativos que permitan establecer vínculos con otros contenidos, logrando que los niños, a la edad de 5 años, sean capaces de desarrollar su habilidad de comprensión y reflexionen el conocimiento matemático por medio del aprendizaje del álgebra.

Por otra parte, Carraher et al. (2017) destaca que el álgebra temprana tiene relación con la propuesta curricular de las primeras matemáticas en los siguientes aspectos:

- Se fundamenta en el contexto de fondo del problema utilizando la intuición y el razonamiento.
- La notación formal de las representaciones algebraicas se introduce gradualmente a lo largo de la escolaridad.
- Se encuentra en el plan de estudios haciendo referencia a los temas de operaciones y las formas de representación.

En tal sentido, la introducción de conocimientos algebraicos básicos es pertinente en el nivel Inicial porque permite que el niño sea capaz de estimular su capacidad de deducción y creatividad. Molina (2009) agrega que esta propuesta curricular plantea un aprendizaje para la comprensión de las matemáticas, y de manera particular, favorece el aprendizaje del álgebra. Asimismo, señala que los inconvenientes en el aprendizaje del álgebra predominan en la manera de introducir y trabajar las matemáticas elementales. Por lo tanto, es importante trabajar conceptos fundamentales para establecer una base algebraica con un progreso de la adquisición del aprendizaje formal de este contenido matemático en los niveles posteriores de educación escolar.

Desde el punto de vista de Medrano y Tirado (2017), el álgebra temprana integra diversos contenidos algebraicos por medio de la solución de problemas con el objetivo de fortalecer los aprendizajes. Es decir, no es necesario añadir más contenidos al programa escolar, sino profundizar los contenidos establecidos enfatizando las ideas de generalización, estructura y relaciones (Butto y Rojano, 2010). La anticipación de trabajar dichos conocimientos permite que el estudiante logre desarrollar su capacidad de argumentación y memoria para demostrar lo aprendido por medio de diversas representaciones en el área de matemática.

La introducción del álgebra “en la escuela elemental supone un cambio del foco de atención desde los aspectos simbólicos y procedimentales hacia aspectos estructurales del razonamiento algebraico.” (Godino et al., 2012, p. 487) Es decir, que este enfoque en los primeros años de escolaridad se oriente a la organización de los contenidos algebraicos para promover el desarrollo cognitivo del niño. Por lo tanto, el eje central del álgebra temprana recae en los procesos de pensamiento que

inducen las ideas algebraicas (Butto y Delgado, 2012). Estas ideas se realizan por medio de la observación de patrones, propiedades y relaciones matemáticas, y de este modo, fomentan hábitos de pensamiento bajo una estructura matemática (Molina, 2009). Esto corresponde a una organización de los contenidos matemáticos referentes a la introducción del pensamiento algebraico, entre los cuales destacan la clasificación, la seriación y el uso de patrones. Para ello, se sugiere un entorno escolar en el cual los estudiantes puedan explorar, modelizar, discutir, argumentar, comprobar ideas y practicar sus conocimientos de cálculo (Blanton y Kaput, 2005). Dichas acciones deben permitir que el niño sea protagonista de su propio aprendizaje, para incrementar sus capacidades de razonamiento y comunicación en el marco de experiencias reales proporcionadas por el docente.

2.1.2 Estándares del contenido matemático de álgebra a nivel internacional

Un plan de estudios con énfasis en una lista de contenidos no es favorable, en cambio, si también involucra un conjunto de experiencias para los estudiantes supone un enfoque novedoso para desarrollar a profundidad los temas ya existentes sobre el álgebra (Kilpatrick, 2011). De esta manera, el currículum permite que los niños sean capaces de madurar sus estructuras mentales para adquirir habilidades correspondientes al pensamiento algebraico.

Esta premisa ha sido adoptada por los lineamientos curriculares a nivel internacional, los cuales dan a conocer los contenidos matemáticos que permiten desarrollar este tipo de pensamiento, brindando un marco educativo para la elaboración de la propuesta pedagógica de esta investigación. Y así, lograr identificar las nociones algebraicas necesarias para construir las bases del razonamiento algebraico desde la etapa preescolar. Es por ello que, para efectos de este estudio, se han considerado los siguientes currículos:

- Estados Unidos plantea identificar, comparar y analizar patrones de repetición, la representación simbólica y la explicación de cambios cualitativos y cuantitativos.(NCTM, 2000).
- Canadá propone la ordenación y clasificación de objetos del entorno, así como la creación y descripción de patrones (ACARA, 2015).
- Singapur presenta la comparación, emparejamiento y clasificación de elementos considerando un atributo, así como la identificación, extensión y creación de patrones sencillos (Ministry of Education, 2013).
- España plantea reconocer similitudes y diferencias entre los objetos, clasificar para establecer relaciones de pertenencia y ordenar de manera gradual (Orden ECI/3960/2007).
- Chile presenta la creación de diversos tipos de patrones con dos o tres objetos, la exploración de las cualidades del objeto para establecer relaciones según un criterio de clasificación y la seriación en uno o dos atributos (MINEDUC, 2018).

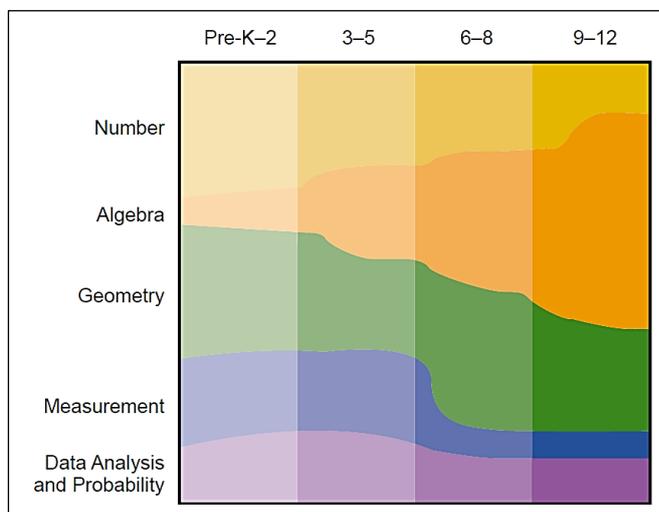
- Perú propone el reconocimiento de las características de los objetos para compararlos y agruparlos, así como la seriación hasta con cinco objetos (MINEDU, 2017b).

En primer lugar, la asociación norteamericana *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM, 2000), la cual recoge los principios y estándares para la educación matemática, describe cinco áreas de contenido a trabajar: Álgebra, Número y Operaciones, Análisis de Datos y Probabilidad, Geometría y Medida. Argumentando que, para trabajar el primer contenido, materia de la presente investigación, los programas de matemática de los primeros años deben basarse en la comprensión de funciones, relaciones y patrones.

Por otro lado, es importante conocer el progreso del álgebra a lo largo de la educación escolar, ilustrado en la Figura 1, para mostrar la atención educativa que debe proporcionarse para cada rango de edad. El nivel de atención al contenido de álgebra inicia en la etapa infantil, incrementándose de manera progresiva a lo largo de las edades correspondientes al nivel primario. Asimismo, se observa que la enseñanza de la matemática es integradora porque involucra unas áreas con otras, sin dejar de lado el contenido del álgebra.

Figura 1

Nivel de atención desde pre-kindergarten hasta el nivel 12 para los estándares de contenido de la NCTM



Nota. Adaptado de *Principles and Standards for school mathematics* (p.30), por National Council of Teachers of Mathematics, 2000.

El planteamiento que propone la NCTM (2000) es la introducción del álgebra desde los 3 años de edad, para lograr establecer un soporte de aprendizajes que permitan adquirir un conocimiento algebraico complejo en los siguientes niveles de escolaridad. Para ello el estándar de álgebra enfatiza las *“relationships among quantities, including functions, ways of representing mathematical*

relationships, and the analysis of change [relaciones entre cantidad, incluidas las funciones, las formas de representar las relaciones matemáticas y el análisis de cambio]" (p. 37). Con una visión multidimensional del álgebra, se concretan actividades que involucren la exploración del entorno para luego comunicar lo aprendido por medio de diversas representaciones. De esta manera, los conocimientos algebraicos para la etapa Pre-K-2 (*Pre-Kindergarten*) [preescolar], correspondiente a la edad de 3 a 6 años.

Estas nociones algebraicas se desarrollan en las siguientes fases, especificadas posteriormente en la Tabla 1:

- Reconocimiento, comparación y análisis de patrones por medio de la manipulación de objetos y luego empleando secuencias de sonidos y numéricos.
- Representación y manipulación simbólica.
- Modelización de situaciones mediante una representación gráfica.
- Descripción de cambios cualitativos y cuantitativos.

Tabla 1

Estándares de álgebra en la etapa Pre-K-2 según la NCTM

Estándares de álgebra	Etapa Pre-K-2
	Sort, classify, and order objects by size, number, and other properties [Seleccionar, clasificar y ordenar objetos por el tamaño, la cantidad y otras propiedades].
Understand patterns, relations, and functions [Comprender patrones, relaciones y funciones]	Recognize, describe, and extend patterns such as sequences of sounds and shapes or simple numeric patterns and translate from one representation to another [Reconocer, describir y ampliar patrones tales como secuencias de sonidos y formas o sencillos patrones numéricos, y pasar de una representación a otra].
	Analyze how both repeating and growing patterns are generated [Analizar cómo se generan patrones de repetición y de crecimiento].
Represent and analyze mathematical situations and structures using algebraic symbols [Representar y analizar situaciones y estructuras matemáticas utilizando símbolos algebraicos]	Use concrete, pictorial, and verbal representations to develop an understanding of invented and conventional symbolic notations [Usar representaciones concretas, pictóricas y verbales para desarrollar la comprensión de notaciones simbólicas inventadas y convencionales].

Analyze change in various contexts [Analizar el cambio en varios contextos]	Describe qualitative change, such as a student's growing taller [Describir cambios cualitativos, como el aumento de estatura de un alumno "ser más alto"].
	Describe quantitative change, such as a student's growing two inches in one year [Describir cambios cuantitativos, como el aumento de estatura de un alumno en dos pulgadas en un año].

Nota. Adaptado de NCTM (2000, p.90).

Así como se describen estándares de contenido, la NCTM (2000) también presenta estándares de procesos matemáticos, los cuales favorecen la competencia matemática. Dichos procesos se definen como aquellos recursos proporcionados por el área de matemática, para precisar el modo de adquirir y utilizar los contenidos (Alsina, 2012). Es decir, proponen la manera de trabajar un determinado tema, contribuyendo a la metodología del docente. Cada proceso matemático, expuesto en la Tabla 2, responde a un esquema para ser desarrollado de manera adecuada:

- La resolución de problemas integra diversas situaciones para dar paso a matemáticas significativas. Lo cual permite que el estudiante adquiera una forma de pensar en situaciones diferentes a su propio contexto.
- El razonamiento y la demostración implican analizar de manera crítica, es decir, el estudiante es capaz de observar estructuras o regularidades en situaciones concretas. Una demostración matemática es una expresión formal del uso de este proceso, el cual requiere ser utilizado de manera constante para su desarrollo.
- La comunicación es una manera de expresar las ideas, siendo objetos de discusión y reflexión. Transmitir el conocimiento posibilita al estudiante la capacidad de desarrollar sus propias ideas, para estructurarlas y establecer relaciones entre ellas.
- El proceso de conectar las ideas matemáticas supone una comprensión profunda, de esta manera, el estudiante aprende la utilidad del conocimiento para dar sentido a nuevas ideas. Entendiendo a las matemáticas como un área de estudio integrado.
- La representación es el acto de manifestar una noción o relación matemática. Convirtiéndose en elemento fundamental para comprender un concepto, comunicar argumentos y aplicar las matemáticas a contextos de problematización.

Estos procesos matemáticos brindan una visión metodológica para la elaboración de las sesiones de aprendizaje en la propuesta pedagógica de la presente investigación. Asimismo, proporcionan aspectos relevantes en relación a las capacidades de razonamiento, planteamiento de hipótesis, análisis de cambio y modelado, las cuales se involucran de manera progresiva en el inicio,

desarrollo y cierre de cada sesión. Logrando así, alcanzar los propósitos de aprendizaje planteados para cada situación de aprendizaje.

Tabla 2

Estándares de procesos matemáticos para la educación escolar según la NCTM

Proceso matemático	Descripción
Problem solving [Resolución de problemas]	Build new mathematical knowledge through problema solving [Construir nuevos conocimientos a través de la resolución de problemas].
	Solve problems that arise in mathematics and in other contexts [Resolver problemas que surjan de las matemáticas y de otros contextos].
	Apply and adapt a variety of appropriate strategies to solve problems [Aplicar y adaptar diversas estrategias para resolver problemas].
	Monitor and reflect on the process of mathematical problem solving [Controlar y reflexionar el proceso de resolución de los problemas matemáticos].
Reasoning and proof [Razonamiento y demostración]	Recognize reasoning and proof as fundamental aspects of mathematics [Reconocer el razonamiento y la demostración como aspectos fundamentales de las matemáticas].
	Make and investigate mathematical conjectures [Formular e investigar conjeturas matemáticas].
	Develop and evaluate mathematical arguments and proofs [Desarrollar y evaluar argumentos y demostraciones matemáticas].
	Select and use various types of reasoning and methods of proof [Seleccionar y usar varios tipos de razonamientos y métodos de prueba].
Communication [Comunicación]	Organize and consolidate their mathematical thinking through communication [Organizar y consolidar su pensamiento matemático a través de la comunicación].
	Communicate their mathematical thinking coherently and clearly to peers, teachers, and others [Comunicar su pensamiento matemático con coherencia y claridad a los compañeros].
	Analyze and evaluate the mathematical thinking and strategies of others [Analizar y evaluar las estrategias y el pensamiento matemático de los demás].
	Use the language of mathematics to express mathematical ideas precisely [Usar el lenguaje de las matemáticas para expresar ideas matemáticas con precisión].
Connections [Conexiones]	Recognize and use connections among mathematical ideas [Reconocer y usar conexiones entre ideas matemáticas].

	Understand how mathematical ideas interconnect and build on one another to produce a coherent whole [Comprender como las ideas matemáticas se interconectan y construyen unas sobre otras para producir un todo coherente].
	Recognize and apply mathematics in contexts outside of mathematics [Reconocer y aplicar las matemáticas en contextos no matemáticos].
Representation [Representación]	Create and use representations to organize, record, and communicate mathematical ideas [Crear y utilizar representaciones para organizar, registrar y comunicar ideas matemáticas].
	Select, apply, and translate among mathematical representations to solve problems [Seleccionar, aplicar y traducir representaciones matemáticas para resolver problemas].

Nota. Extraído de NCTM (2000, pp. 52-67).

En la misma línea, el currículo de matemáticas australiano se basa en el organismo *Australian Curriculum, Assessment and Reporting Authority* (ACARA, 2015). Dicho plan de estudios se organiza en la interacción de cuatro áreas de competencia como la comprensión, fluidez, resolución de problemas y razonamiento con tres vertientes de contenido: número y álgebra, medida y geometría, y, por último, estadística y probabilidad; describiendo así lo que se debe enseñar y aprender.

Este primer contenido, fomenta el trabajo conjunto del número y el álgebra, argumentando que su desarrollo simultáneo permite que uno enriquezca la enseñanza del otro. De esta manera, los estudiantes desarrollan actividades relacionadas a la exploración de las propiedades del número, identificación de patrones, formulación de generalizaciones, aplicación de habilidades numéricas y algebraicas, resolución de dificultades y comunicación del razonamiento (ACARA, 2015). Así son capaces de comprender su entorno empleando la estrategia de resolución de problemas para posteriormente manifestar lo aprendido.

La etapa *foundation*, correspondiente a la edad de 5 y 6 años, en la vertiente de contenido matemático número y álgebra contiene la sublínea de patrones y álgebra, la cual se relaciona con el contenido a desarrollar en esta investigación. En esta sublínea, los niños clasifican objetos de su entorno para luego explicar el criterio de esa clasificación, este aspecto es relevante para la elaboración de situaciones de aprendizajes que permitan el desarrollo del pensamiento algebraico. Asimismo, realizan actividades relacionadas a la creación y descripción de patrones haciendo uso de materiales, sonidos o dibujos, resaltando la exploración del medio que lo rodea para identificarlos (ACARA, 2015). Para ejemplificar lo mencionado, se muestra en la Tabla 3 los estándares de álgebra correspondiente a este nivel preescolar.

Tabla 3

Descripción del contenido “número y álgebra” en la sublínea “patrones y álgebra” para la etapa foundation según ACARA

Vertiente de contenido	Sublínea matemática	Edad	Elaboraciones
Number and algebra [Número y álgebra]	Patterns and algebra [Patrones y álgebra]	Sort and classify familiar objects and explain the basis for these classifications [Ordenar y clasificar objetos familiares y explicar la base de estas clasificaciones]. Copy, continue and create patterns with objects and drawings [Copiar, continuar y crear patrones con objetos y dibujos].	Observing natural patterns in the world around us [Observar patrones naturales en el mundo que nos rodea]. Creating and describing patterns using materials, sounds, movements or drawings [Crear y describir patrones utilizando materiales, sonidos, movimientos o dibujos].

Nota. Extraído de ACARA (2015, pp. 9-10).

Otro currículo que promueve el estudio del álgebra temprana es el de la República de Singapur, en el cual la educación infantil se orienta en el lineamiento propuesto en *Nurturing Early Learners* (Ministry of Education, 2013). Este marco educativo promueve la enseñanza de la aritmética como punto de partida para las matemáticas. Asimismo, está organizado en tres líneas centrales: relaciones y patrones simples, conteo y sentido numérico, y, por último, formas básicas y conceptos espaciales simples. La primera, relacionada al tema tratado en esta investigación, aborda el conocimiento de asociaciones simples para desarrollar capacidades de pensamiento lógico, por medio de actividades como:

- Emparejar una relación entre dos objetos que tienen algo en común.
- Clasificar los objetos que son diferentes del resto.
- Comparar dos objetos según sus atributos como la longitud o el tamaño.
- Ordenar un conjunto de objetos de una manera determinada.
- Realizar patrones tomando en cuenta un elemento de repetición.

Para efectos de este estudio, es importante destacar las tareas relacionadas a la clasificación, ordenación y el trabajo con patrones, permitiendo conocer y establecer relaciones simples para el niño. De esta manera, en la Tabla 4 se exponen los conocimientos claves en relación al álgebra temprana, aunque este currículo asiático aborda desde los 4 hasta los 6 años en la etapa preescolar, la edad escogida para esta investigación se encuentra en dicho rango de edades.

Tabla 4

Contenidos en relación al álgebra temprana en la etapa preescolar según el Ministerio de Educación de Singapur

Objetivo de aprendizaje	Conocimientos clave
Recognise and use simple relationships and patterns	Match, sort and compare things by one attribute (i.e. according to colour, shape or size) [Emparejar, clasificar y comparar cosas por un atributo (por ejemplo, según el color, la forma o tamaño)].
[Reconocer y utilizar relaciones y patrones sencillos]	Put things in an order according to size or length and sequence events [Poner las cosas en orden según el tamaño o la longitud y eventos de secuencia].
	Recognise, extend and create simple patterns [Reconocer, extender y crear patrones simples (por ejemplo: patrón AB)].

Nota. Extraído de Ministry of Education (2013, p. 16).

Por otra parte, en la Orden ECI/3960/2007, de 19 de diciembre, por la que se establece el currículo y se regula la ordenación de la educación infantil en España, se organizan tres áreas para los contenidos matemáticos en esta etapa educativa: conocimiento de sí mismo y autonomía personal, conocimiento del entorno y, por último, lenguajes: comunicación y representación. Estas áreas son consideradas como ámbitos particulares para el desarrollo del niño, permitiendo un acercamiento a su entorno para la participación e interpretación en dicho contexto. La distribución para esta etapa escolar es de la siguiente manera: el primer ciclo aborda hasta los 3 años y el segundo ciclo desde los 3 hasta los 6 años.

Como la edad a tratar en la presente investigación corresponde al segundo ciclo del currículo español, es importante identificar el bloque de contenido que corresponde al enfoque del álgebra temprana (Tabla 5), el cual promueve actividades para identificar semejanzas y diferencias, también clasificar y ordenar elementos. Por lo tanto, el niño en este ciclo al mostrar interés por su entorno es capaz, gradualmente, de adquirir habilidades relacionadas a la clasificación, ordenación y análisis de cambios; promoviendo así su aprendizaje con patrones. Los contenidos tratados en el currículo español dan a conocer actividades que inician con la exploración del medio físico para posteriormente establecer conocimientos de naturaleza algebraica.

Tabla 5*Conocimientos algebraicos para el segundo ciclo en la Orden ECI/3960/2007*

Área	Bloque	Contenidos
Conocimiento del entorno	Medio físico: elementos, relaciones y medida	Percepción de semejanzas y diferencias entre los objetos. Discriminación de algunos atributos de objetos y materias. Interés por la clasificación de elementos. Relaciones de pertenencia y no pertenencia.
		Identificación de cualidades y sus grados. Ordenación gradual de elementos.

Nota. Extraído de la Orden ECI/3960/2007.

Para concluir, en Sudamérica, el currículo de Chile se rige por el Ministerio de Educación (MINEDUC) (Ministerio de Educación, 2018) el cual propone las bases curriculares para la educación parvularia correspondiente a la etapa infantil. El tercer nivel corresponde a la transición de la educación parvularia a la educación, entre las edades de 4 a 6 años, las cuales contienen la edad seleccionada para esta investigación. Asimismo, los objetivos de aprendizaje se establecen en tres ámbitos de experiencia, los cuales son: desarrollo personal y social, comunicación integral e interacción y comprensión del entorno.

Este último ámbito de experiencia contiene el núcleo de aprendizaje denominado pensamiento matemático, en el cual el niño logra “interpretar y explicar los diversos elementos y situaciones del entorno, tales como ubicación en el espacio-tiempo, relaciones de orden, comparación, clasificación, seriación, identificación de patrones” (p. 94). Para efectos de este estudio, es importante mencionar que este currículo chileno guarda relación con el currículo español porque promueve en el niño la iniciación en situaciones reales de aprendizaje, para realizar actividades matemáticas que permitan el desarrollo del pensamiento algebraico. Por consiguiente, se destaca el papel del contexto educativo para establecer nociones que permitan relacionar y ordenar objetos. En la Tabla 6 se presentan los objetivos de aprendizaje relacionados al álgebra temprana, resaltando la creación de diferentes patrones a nivel auditivo, visual y gestual, así como la clasificación y seriación de objetos considerando dos o más atributos al mismo tiempo.

Tabla 6

Objetivos de aprendizaje en relación al álgebra temprana para el tercer nivel de transición de la educación parvularia según MINEDUC

Ámbito de experiencia	Núcleo de aprendizaje	Objetivos de aprendizaje
Interacción y comprensión del entorno	Pensamiento matemático	Crear patrones sonoros, visuales, gestuales, corporales u otros, de dos o tres elementos.
		Experimentar con diversos objetos estableciendo relaciones al clasificar por dos o tres atributos a la vez (forma, color, tamaño, función, masa, materialidad, entre otros) y seriar por altura, ancho, longitud o capacidad para contener.

Nota. Extraído de MINEDUC (2018, p.99).

2.1.3 El álgebra en el Programa Curricular Peruano de Educación Inicial

La propuesta curricular peruana dirigida por el Ministerio de Educación (MINEDU) (Ministerio de Educación, 2016a) responde a un enfoque por competencias, el cual permite que el estudiante sea capaz de desarrollar habilidades y actitudes de acuerdo a situaciones de aprendizaje basadas en experiencias reales. Asimismo, es importante conocer las definiciones curriculares de competencia, capacidad y desempeño, que concretan el conocimiento correspondiente a cada curso impartido en los tres niveles (Inicial, Primaria y Secundaria) de la Educación Básica Regular. En este estudio, nos centramos solo en el nivel Inicial.

En primer lugar, competencia es aquella “facultad que tiene una persona de combinar un conjunto de capacidades a fin de lograr un propósito específico en una situación determinada, actuando de manera pertinente y con sentido ético” (Ministerio de Educación, 2016a, p.29). Así, el estudiante al identificar sus habilidades personales e intelectuales logra tomar decisiones para afrontar nuevas experiencias educativas. Por otra parte, las capacidades son los recursos que involucran las habilidades, actitudes y conocimientos del estudiante, actuando competentemente, para realizar una tarea de manera satisfactoria (MINEDU, 2016a). Por lo tanto, el educando es capaz de construir su conocimiento en base a las experiencias proporcionadas en la práctica educativa. En la misma línea, los desempeños representan las acciones específicas que desarrollan los estudiantes para obtener el nivel adecuado correspondiente a la competencia.

Dichas definiciones curriculares se proponen para colaborar en la planificación de las sesiones de aprendizaje planteadas en la propuesta pedagógica de esta investigación, las cuales dan a conocer los propósitos de aprendizajes para cada una de ellas. El Programa Curricular de Educación Inicial establece el marco educativo para los estudiantes menores de 6 años. Atendiendo los dos ciclos de la Educación Básica Regular, el primero dirigido a los niños de 0 a 2 años y el segundo de 3 a 5 años. Para

efectos de estudio, nos centramos en el segundo ciclo, el cual aborda 5 áreas curriculares: Ciencia y Tecnología, Personal Social, Psicomotriz, Comunicación y Matemática; siendo esta última la que involucra conocimientos relacionados al álgebra temprana.

El área de matemática se basa en el enfoque de resolución de problemas que sostiene los fundamentos teóricos y procedimentales para el desarrollo de las competencias, dicho enfoque se concreta en las siguientes premisas (MINEDU, 2016b):

- La matemática como producto cultural dinámico.
- Toda situación matemática permite la resolución de problemas.
- Búsqueda de solución por parte del estudiante.
- Fomentar la creatividad a partir de situaciones planteadas por los estudiantes o el docente.
- Estímulos de aprendizaje como las emociones y actitudes.

Por lo tanto, el niño desarrolla sus conocimientos matemáticos, trabajando de manera individual y colectiva, para dar solución a experiencias educativas propuestas en clase. Cabe agregar, que el docente debe tener en cuenta las necesidades de los estudiantes para que sean protagonistas de su propio aprendizaje. Para ello, es necesario el desarrollo de dos competencias presentadas en esta área curricular (MINEDU, 2016b):

- Resuelve problemas de cantidad.
- Resuelve problemas de forma, movimiento y localización.

La primera competencia involucra que el niño pueda “establecer relaciones, lo que los lleva a comparar, agrupar, ordenar, quitar, agregar y contar, utilizando sus propios criterios y de acuerdo con sus necesidades e intereses” (MINEDU, 2016b, p. 171). Dichas actividades como la clasificación, ordenación y seriación están relacionadas con la iniciación del álgebra en la etapa preescolar. Estas nociones algebraicas demuestran una propuesta curricular basada en el enfoque del álgebra temprana, no obstante, aún no justifican una representación significativa para contenidos matemáticos relacionados a este enfoque.

La competencia “Resuelve problemas de cantidad” incluye dos desempeños relacionados al álgebra en el nivel infantil. En la Tabla 7 se presentan dichos desempeños, el primero corresponde a la noción algebraica de clasificación y el segundo a la seriación. Clasificar y ordenar objetos son aspectos clave para el desarrollo del pensamiento algebraico, no obstante, no se visualiza de manera concreta el trabajo con patrones como se pudo identificar en los currículos internacionales anteriormente mencionados.

Tabla 7

Desempeños relacionados al álgebra en la edad de 5 años en el Programa Curricular de Educación Inicial

Área curricular	Competencia	Capacidad	Desempeños
Matemática	Resuelve problemas de cantidad	Traduce cantidades a expresiones numéricas.	Establece relaciones entre los objetos de su entorno según sus características perceptuales al comparar y agrupar, y dejar algunos elementos sueltos.
		Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones.	
		Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo.	Realiza seriaciones por tamaño, longitud y grosor hasta con cinco objetos.

Nota. Extraído de MINEDU (2016b, p. 173).

2.2 Pensamiento algebraico en la Educación Infantil

Antes de ingresar en la educación formal, los niños desarrollan conceptos relacionados con patrones, funciones y álgebra, en palabras de De Faria (2013) “cuando los estudiantes perciben que ciertas operaciones presentan propiedades particulares entonces ellos están empezando a pensar algebraicamente” (p. 4) se evidencia que los niños en la etapa preescolar aprenden conocimientos relacionados al contenido algebraico, como la identificación de atributos de los objetos y el trabajo con patrones. Es así como Jason (2008) argumenta cinco facultades relevantes para desarrollar este tipo de pensamiento, invitando a la reflexión constructiva de la estructura matemática:

- Aprender a describir lo que observan a su alrededor utilizando la imaginación y su capacidad de expresión.
- Identificar las relaciones entre las propiedades de los objetos.
- Estimular y desarrollar la capacidad para generalizar situaciones.
- Realizar hipótesis, por medio de la exploración, para la construcción de significados a partir de sus propias experiencias.
- Organizar los elementos de su entorno para ser clasificados según sus atributos.

Por lo tanto, habilidades como la comunicación, imaginación, conexión de ideas, generalización, conjeturas y clasificación son el punto de partida para estimular la construcción del pensamiento algebraico en los niños del nivel infantil. Dicho razonamiento se describe, según Godino y Font (2003), como la ciencia de los patrones y el orden. En otras palabras, Kieran (2004) lo define como una forma de pensamiento que utiliza la generalización como ruta para estimular un aprendizaje

que parte desde lo concreto hacia lo abstracto, destacando el uso de material estructurado que permita una adecuada metodología de dicho contenido matemático en la práctica docente, por medio de actividades explorativas en el aula que logren desarrollar conocimientos de naturaleza algebraica como la seriación, clasificación y patrones (Alsina, 2019).

El pensamiento algebraico, teniendo en cuenta a Vergel (2015), es una forma exclusiva de reflexionar matemáticamente, puesto que permite que el niño descubra su entorno y sea capaz de establecer relaciones. Este razonamiento, en palabras de Butto y Rojano (2010), comprende las relaciones funcionales, generalizar patrones y relaciones numéricas, formalizar generalizaciones, trabajar con la estructura y utilizar formas de expresión como la modelización y el simbolismo. La importancia de la introducción de este tipo de pensamiento en la etapa infantil se fundamenta en la construcción de aprendizajes sólidos que permitan la adquisición y tratamiento más complejo del álgebra en los siguientes niveles escolares (Acosta y Alsina, 2018).

2.2.1 Definición de pensamiento algebraico

En el transcurso del tiempo, diversos autores han planteado el concepto del pensamiento algebraico exponiendo sus características más relevantes, para ello es importante conocer los aportes de cada uno para así identificar la definición que corresponda al desarrollo del nivel infantil. Socas (1999) lo define como una “línea de estudio e investigación en Didáctica de las matemáticas, se ocupa de los fenómenos de enseñanza, aprendizaje y comunicación de los conceptos algebraicos en el sistema educativo y en el medio social” (p. 261). En tal sentido, se establece un marco general de este pensamiento, enfatizando su didáctica como parte del área de matemática en la etapa escolar.

Por su parte, Godino y Font (2003) agregan que la representación, generalización y formalización de patrones son características esenciales del razonamiento algebraico. Enfatizando que existe un progreso en el uso del lenguaje y el simbolismo necesarios para el desarrollo de este pensamiento. Asimismo, González (2017) argumenta que tiene la particularidad de inferir lo general en lo particular y lo particular en lo general, identificar patrones y establecer un modelo matemático. De esta manera, el trabajo con patrones, actividad reflejada en los currículos internacionales mencionados anteriormente, se considera un rasgo propio del desarrollo del pensamiento algebraico en los primeros años de escolaridad.

Chalé y Acuña (2017) sostienen que este tipo de pensamiento es el producto de una actividad multifacética sustentada en el aprendizaje de estructuras y significados matemáticos. Resaltando así, la diversidad de tareas algebraicas que permiten el desarrollo del razonamiento del niño, partiendo de lo más simple a lo más complejo. De la misma manera, Cyrino y Oliveira (2011) agregan que es “un modo de describir significados atribuidos a los objetos del álgebra, a las relaciones existentes entre ellos, a la modelación, y a la resolución de problemas en el contexto de la generalización de estos

objetos” (p. 103). Dichos objetos algebraicos pueden ser estructurados por la docente en el nivel preescolar para reforzar habilidades como el planteamiento de soluciones, conexión de ideas y trabajar el modelado.

Ante las definiciones expuestas anteriormente, se destacan las siguientes características del pensamiento algebraico correspondientes al nivel infantil:

- Aprendizaje de nociones algebraicas.
- Desarrollo de actividades para representar, generalizar y formalizar patrones.
- Enseñanza desde lo general hacia lo particular y también de manera inversa.
- Maduración de estructuras mentales.
- Descripción de objetos algebraicos.

De esta manera, es importante el papel del docente para proponer actividades que respondan a estas particularidades del razonamiento algebraico, teniendo en cuenta la edad y desarrollo madurativo de los niños. En base a esta premisa, Kieran (2004) propone una definición que enmarca el pensamiento algebraico en el nivel preescolar:

Algebraic thinking in the early grades involves the development of ways of thinking within activities for which letter-symbolic algebra can be used as a tool but which are not exclusive to algebra and which could be engaged in without using any letter-symbolic algebra at all, such as, analyzing relationships between quantities, noticing structure, studying change, generalizing, problem solving, modeling, justifying, proving, and predicting [El pensamiento algebraico en los primeros grados implica el desarrollo de formas de pensamiento dentro de las actividades para las cuales el álgebra simbólica de letras se puede usar como una herramienta, pero que no son exclusivas del álgebra y que podrían ser realizadas sin usar ningún álgebra simbólica, como por ejemplo, el análisis de las relaciones entre cantidades, notar la estructura, estudio del cambio, generalización, resolución de problemas, modelado, justificación, demostración y predicción]. (p. 149)

Por consiguiente, Kieran (2004) genera un puente entre la investigación del álgebra desde el nivel inicial al secundario, destacando el desarrollo del pensamiento algebraico en este primer nivel impulsando la capacidad de razonamiento por parte del niño, lo cual involucra situaciones de aprendizaje que permitan realizar tareas para clasificar, seriar, probar, predecir, analizar y modelar. Siendo importante, la creación de entornos educativos adecuados para trabajar estos contenidos algebraicos.

2.2.2 Conocimientos de naturaleza algebraica iniciados en Educación Infantil

En el estudio de las matemáticas en la educación infantil, es importante iniciar con actividades en base a conocimientos de naturaleza algebraica, los cuales son previos al desarrollo formal del álgebra (Alsina, 2020). Como respalda Hidalgo (2020), la consolidación para el desarrollo del pensamiento algebraico se argumenta en el trabajo con patrones, el cual necesita de actividades como la clasificación, seriación y ordenación, esenciales para una nueva propuesta de nociones matemáticas. De esta manera, permite la consolidación de un fundamento para este tipo de pensamiento en las primeras edades de escolarización.

2.2.2.1 Clasificación. En la etapa preescolar, los niños son capaces de organizar objetos según sus características perceptuales como el color, la forma y el tamaño. La clasificación, como plantean Hohmannz y Weikart (1999), es el proceso de agrupar cosas según los atributos y propiedades que tengan en común, por lo cual es un criterio básico empleado por los niños al momento de organizar sus materiales y sucesos que están involucrados en el juego.

En este proceso, el estudiante comienza a establecer relaciones entre los objetos semejantes y lo mismo ocurre con las situaciones y materiales similares. Por lo tanto, desde el punto de vista de los autores, la exploración de los atributos de los objetos y la clasificación permiten al infante construir conocimientos del mundo físico y social. Necesitando de siete experiencias claves para el descubrimiento de la clasificación, siendo las cuatro primeras correspondientes a la edad de 2 y 3 años, y las tres restantes se manifiestan en los preescolares de mayor edad, de 4 hasta 6 años, involucrando una lógica más estricta. Para este estudio, se considera el último rango de edad, sin embargo, es importante tener en cuenta los conocimientos previos que debe desarrollar el niño para lograr una trayectoria de aprendizaje adecuada:

- Explorar y describir las similitudes, diferencias y atributos de los objetos.
- Distinguir y describir formas.
- Clasificar e igualar.
- Usar y describir objetos en varias formas.
- Retener mentalmente más de un atributo a la vez.
- Distinguir entre “algunos” y “todos”.
- Describir las características que algo no posee o la clase a la que no pertenece.

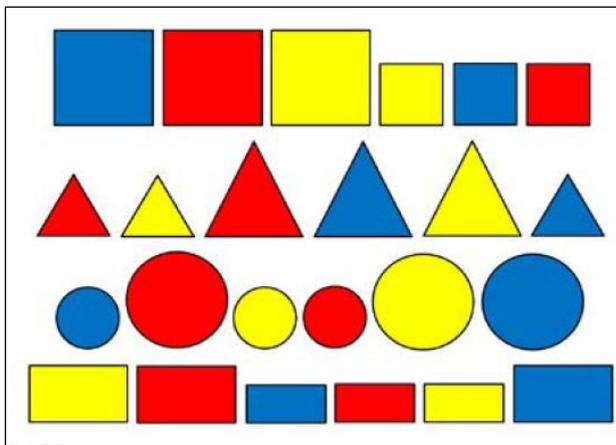
De esta manera, para la edad de 5 años, se plantean experiencias de aprendizaje que permitan reconocer dos o más atributos en un grupo de objetos y explicar las características que no poseen. Para ello, es importante que el niño logre desarrollar dos tipos de procesos, los cuales, según Arteaga y Macías (2016), permiten agrupar los objetos según sus atributos similares para establecer una clasificación. Dichos procesos son los siguientes:

- Centración consiste en la capacidad para enfocarse en una característica o propiedad de un objeto por medio de la percepción, específicamente con el sentido de la vista.
- Decantación implica la capacidad para seleccionar objetos que cumplan una característica específica dentro de un conjunto de objetos.

Un ejemplo del resultado de estos procesos (Figura 2) es la representación de una clasificación según la forma geométrica empleando un material estructurado. En este caso, se puede observar tres atributos como color, forma y tamaño, escogiendo el segundo atributo como característica para clasificar los bloques lógicos.

Figura 2

Clasificación de bloques lógicos según su forma



Nota. Adaptado de *Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en educación infantil* (p.91), por E. Castro y E. Castro, 2016, Ediciones Pirámide.

A través de la actividad de clasificar, se reconoce un conjunto de elementos como iguales debido a que tienen en común una o más características, dependiendo del criterio para dicha clasificación. Es así como Bustamante (2015) argumenta tres tipos de clasificación (Tabla 8) basándose en los atributos físicos de los objetos, la relación como grupo de objetos y la finalidad de su utilidad. Esta diversidad de criterios, involucra una capacidad de percepción y razonamiento por parte del niño para clasificar según su preferencia.

Tabla 8*Tipos de clasificación*

Tipo de clasificación	Descripción	Ejemplo
Descriptiva	Cuando se hace en función de los atributos físicos.	Color, forma, tamaño, textura.
Genérica	Cuando los elementos forman parte de una familia.	Prendas de vestir, animales, frutas.
Relacional	Cuando los elementos se relacionan por su uso o fin común.	Piscina, salvavidas, traje de baño.

Nota. Extraído de Bustamante (2015, p. 66).

En la misma línea, Piaget e Inhelder (1997) manifiestan que la clasificación es un agrupamiento fundamental que se basa en las asimilaciones por parte del esquema sensoriomotor. Asimismo, estos autores consideran tres etapas para la clasificación, desde los 3 años hasta los 12 años de edad, partiendo de percepciones sensoriomotoras luego una diferenciación de subconjuntos para lograr finalmente una clasificación operatoria. Para efectos de esta investigación, se considera necesario mencionar solo las dos primeras etapas ya que ayudan al aprendizaje de la clasificación en los niños de 5 años. A continuación, se exponen las etapas de clasificación correspondientes a cada edad (Tabla 9).

Tabla 9*Etapas de la clasificación según Piaget e Inhelder*

Etapas de la clasificación	Edad	Descripción
Etapas 1: Colección de figuras	3 a 4 años	Ordena los objetos teniendo en cuenta sus semejanzas, diferencias individuales y luego unirlos espacialmente en filas, círculos o cuadrados. De esta manera, la colección de objetos supone una figura en el espacio, la cual funciona como una expresión perceptiva de la clase a la que pertenecen los objetos.
Etapas 2: Colecciones no figurativas	5 a 8 años	Ordena los objetos formando pequeños conjuntos sin forma espacial que permita diferenciar los subconjuntos.

Nota. Extraído de Piaget e Inhelder (1997, p.105).

Por consiguiente, para la edad de 5 años, la cual pertenece a la etapa de colecciones no figurativas, el niño logra crear pequeños grupos de objetos. Para ello, según Castro-Rodríguez y Castro (2016) es importante desarrollar capacidades vinculadas a la noción de clasificación como:

- Reconocer semejanzas y diferencias entre atributos de objetos.
- Emparejar objetos idénticos.
- Clasificar de forma dicotómica un conjunto de objetos según un criterio.
- Determinar criterios para hacer grupos de objetos dados.
- Reconocer el criterio por el que se hizo un agrupamiento. (p. 93)

De esta manera, el niño es capaz de identificar y establecer el criterio de clasificación que aplica para un grupo de objetos. Dentro de este marco, de acuerdo con Arteaga y Macías (2016), el estudiante realiza tres fases de clasificación, primero la fase de selección de aquellos elementos que poseen un atributo en común. Luego realiza una clasificación simple, la cual consiste en ordenar los elementos tomando en cuenta un criterio: color, forma, tamaño o peso. Y finalmente, aplica una clasificación múltiple, organizando los elementos considerando dos o más criterios, por ejemplo: color-forma, color-tamaño, forma-tamaño, etc. En tal sentido, se inicia con el trabajo de un atributo para lograr clasificar teniendo en cuenta dos o más atributos de los elementos. Así, Fernández (2017) afirma que la clasificación permite realizar particiones según un criterio determinado, resaltando el uso de materiales estructurados por el docente, de esta manera propone las siguientes situaciones de aprendizaje:

- Por medio de la observación, el estudiante descubre el criterio de clasificación.
- Actividades con criterios afirmativos y negativos empleando las frases: “ser” y “no ser”, a través de la intuición del estudiante.
- Clasificar en tres grupos empleando tres clases de elementos distintos.
- Clasificar elementos que pertenecen a una misma clase utilizando atributos diferentes, teniendo en cuenta que los atributos son de los mismos elementos.
- Clasificar elementos en dos o tres grupos, para luego en cada grupo realizar una clasificación considerando dos criterios de esos mismos objetos. Así, el estudiante observa que los objetos de un mismo grupo pueden ser clasificados por diferentes criterios.

Por consiguiente, el niño para realizar actividades de clasificación necesita relacionar las características de los objetos para determinar si cumplen o no con el criterio establecido. Estos criterios pueden sustentarse de manera afirmativa o negativa, es decir, aquellos atributos que cumplen o no con las características del objeto. Así, al establecer una regla de asociación entre los elementos que han sido clasificados, se establece una relación de equivalencia. Esta relación matemática implica tres propiedades (Tabla 10), tal como expresa Berdonneau (2007), la primera que asocia el objeto con

él mismo, la segunda que vincula un objeto arbitrario con el tercer objeto, y, por último, la tercera que el primer objeto se relaciona con el tercer objeto. En tal sentido, el niño requiere de un proceso gradual de clasificación partiendo de lo concreto a lo abstracto por medio de la construcción de su percepción, abstracción y desarrollo de sus operaciones lógicas.

Tabla 10

Propiedades de la relación de equivalencia en una clasificación

Propiedad de la relación de equivalencia	Descripción
Reflexiva	Cada elemento está asociado consigo mismo.
Simétrica	Desde el momento en que un elemento arbitrario está asociado a otro, éste está también asociado al primero.
Transitiva	Si de tres elementos arbitrarios sabemos que uno de ellos está asociado a uno de los tres, y que este otro está asociado a un tercero, tenemos la certeza de que el primero está asociado al tercero.

Nota. Extraído de Berdonneau (2007, p. 58).

2.2.2.2 Seriación. Definida, según Bustamante (2015), como la “capacidad de ordenar elementos de mayor a menor o viceversa, de acuerdo con un atributo o característica” (p. 66). Piaget e Inhelder (1997), agregan que la seriación supone ordenar los elementos teniendo en cuenta sus dos dimensiones: creciente o decreciente. En base al esquema sensomotor, para lograr comparar diez objetos, se desarrollan las siguientes etapas:

- La primera etapa consiste en formar parejas de elementos, uno grande y otro pequeño.
- En la segunda etapa, el niño construye la serie por ensayo y error, comparando los nuevos elementos en función de los anteriores.
- Finalmente, la tercera etapa denominada método sistemático supone realizar una comparación dos a dos, el más pequeño con respecto al más pequeño de los demás objetos.

De esta manera, utiliza un método operatorio, es decir, anticipa los pasos para construir la serie estableciendo relaciones lógicas. Por lo tanto, en el nivel infantil es fundamental descubrir las características de los objetos para posteriormente, establecer comparaciones a través del tanteo empírico. Como resultado, se puede realizar una seriación de objetos en una dimensión creciente o decreciente, lo cual se puede observar en la Figura 3.

Figura 3*Seriación de muñecas rusas de forma decreciente*

Nota. Adaptado de *Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en educación infantil* (p.92), por E. Castro y E. Castro, 2016, Ediciones Pirámide.

Este conocimiento, Reyes-Veléz (2017, p. 203) lo conceptualiza como “una operación lógica que consiste en establecer relaciones entre elementos que son diferentes en algún aspecto y ordenar esas diferencias”. Por consiguiente, a la edad de 5 años, el niño es capaz de establecer una seriación en base a las comparaciones que realiza entre los objetos de su entorno. De esta manera, para que asimile la noción de seriación necesita desarrollar dos relaciones lógicas, descritas por el autor de la siguiente manera:

- La transitividad definida como aquella relación entre el elemento de una serie y el elemento posterior, con el fin de determinar la relación entre el primero y el último.
- La reciprocidad consiste en que cada elemento de una serie guarda relación con el elemento inmediato. Asimismo, se invierte dicha relación al cambiar el orden de comparación.

Por consiguiente, según Ríos (1991) la didáctica de la seriación consiste en construir relaciones comparativas entre los elementos de la serie. Permitiendo al niño establecer situaciones de transitividad y reversibilidad lo cual involucra la noción de número. Similarmente, Chamorro (2005) enuncia cuatro operaciones lógicas para la construcción de series o sucesiones ordenadas, las cuales se exponen en la siguiente Tabla 11.

Tabla 11

Operaciones lógicas para la seriación

Operación lógica	Descripción
Reversibilidad	Capacidad para ordenar en dos direcciones: hacia adelante y hacia atrás (empleando la relación recíproca del anterior).
Transitividad	Capacidad para admitir que si A es anterior a B y B es anterior a C, entonces A es anterior a C.
Carácter dual	Un elemento, según su posición en la serie, es, a la vez, sucesor del anterior y antecesor del siguiente.
Asimetría	Capacidad para asignar a todo par de elementos de la serie una relación asimétrica: dados dos elementos A, B; si A es anterior a B, B no es anterior a A.

Nota. Extraído de Chamorro (2005, p. 134).

Por otra parte, existen cuatro capacidades correspondientes a la etapa infantil vinculadas a la seriación, Castro-Rodríguez y Castro (2016, p. 93) mencionan las siguientes:

- Reconocer diferencias relativas entre dos o más objetos.
- Utilizar razonamiento transitivo.
- Ordenar de modo seriado entre cinco y diez objetos (por tanteo).
- Dada una serie, insertar algún objeto.

De esta manera, el niño a la edad de 5 años tiene la capacidad de establecer relaciones entre los objetos de su entorno para construir una seriación tomando en cuenta entre cinco y diez elementos, así como la inclusión de un objeto en una serie. Como argumentan Hohmann y Weikart (1999, p. 583), tres experiencias claves muestran la manera de crear un orden fundamentado en diferencias. La primera se orienta a diferencias evidentes, y las dos restantes involucra la exploración de diferencias más sutiles y crear patrones:

- Comparar atributos (más largo/más corto, más grande/más pequeño).
- Colocar varios objetos uno después del otro en una serie o patrón y describir sus relaciones (grande/más grande/el más grande; rojo/azul/rojo/azul).

En consecuencia, el aprendizaje para este contenido matemático requiere de entornos educativos que permitan experimentar con los objetos, para así compararlos según sus atributos y construir una seriación tomando en cuenta un patrón de repetición. De eso se desprende tres tipos de series, las cuales según Arteaga y Macías (2016) son las siguientes:

- Las primeras series elaboradas por el niño, son las series cualitativas, su nombre responde a las cualidades del objeto es por ello que se ordenan según un patrón de repetición.

- Luego, se encuentran las series cuantitativas, en las cuales se realiza una comparación entre los elementos de una colección para ordenarlos de manera creciente o decreciente.
- Por último, las series con mayor dificultad para el estudiante son las series temporales. Debido a la limitada noción del tiempo que posee el estudiante.

Para efectos de este estudio, se han considerado las dos primeras siendo necesarias para un trabajo adecuado de la seriación a la edad de 5 años. Asimismo, para el trabajo de este tipo de series, Fernández (2017) postula tres planteamientos que permiten identificar y construir el criterio para una seriación a partir de su razonamiento. De esta manera, las actividades de seriaciones se llevan a cabo cuando:

- El estudiante selecciona de manera libre el criterio para realizar la seriación, validando toda acción que pueda justificar. Permitiendo que utilice su razonamiento para fundamentar sus razones.
- El estudiante establece una seriación teniendo en cuenta un criterio determinado, el cual debe ser claro y preciso.
- El estudiante determina el criterio empleado en la seriación. Posteriormente, lo aplica en su propia construcción de series.

2.2.2.3 Patrón. Desde el punto de vista de Castro-Rodríguez y Castro (2016):

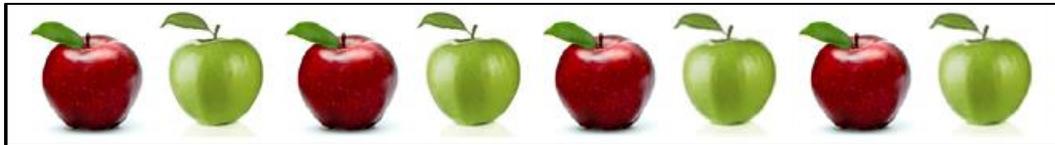
Los patrones se encuentran en nuestro entorno (en la naturaleza), en distintas disciplinas (el arte, la ciencia, la música). El trabajo con patrones se considera fundamental para el desarrollo del pensamiento matemático; más concretamente se le reconoce ser precursor del pensamiento algebraico ya que permite llegar a generalizaciones, contribuyendo directamente a la capacidad de establecer modelos matemáticos, y sentar las bases para el desarrollo de habilidades algebraicas. Por otra parte, la búsqueda de un patrón es una estrategia importante en resolución de problemas. Las experiencias de los niños con patrones son numerosas, pues se encuentran en sonidos, música, canciones rítmicas, cuentos... A partir de dichas experiencias aprenden a identificar, analizar, construir y extender patrones. (pp. 93-94)

Es por ello que el trabajo con patrones permite el desarrollo del pensamiento algebraico en la etapa infantil, a partir de situaciones reales con el niño por medio de la exploración del entorno para realizar actividades basadas en la identificación, análisis y construcción de patrones. Esta noción, según Del Río y Ruiz (2016), se forma cuando se establece una regla permitiendo elaborar una secuencia de elementos correspondientes a esa pauta. Asimismo, afirman que la formación del patrón origina nuevos elementos los cuales inician desde el núcleo del patrón. Es así, que se define como la “pauta, es lo común, lo repetido con regularidad en diferentes hechos o situaciones y que se prevé que puede volver a repetirse.” (Castro et al., 2010, p. 57)

Beatty (2010) plantea que el trabajo con patrones permite que el estudiante descubra y articule la estructura matemática, y por lo tanto tener la capacidad de describir y extender el patrón. Según las reglas de formación de los patrones se pueden clasificar en patrones de repetición y patrones de desarrollo. Para los primeros niveles de educación básica, en este caso para la edad de 5 años, se propone trabajar con los primeros teniendo como propósito de aprendizaje la formalización de patrones. Según Alsina y Giralt (2017) los patrones de repetición “son una correspondencia por copia, en los que se repite n veces el patrón” (p. 116). De igual manera, en este tipo de patrón se repite el mismo núcleo para formar la serie, lo cual se puede observar en la Figura 4:

Figura 4

Patrones de repetición



Nota. Adaptado de “Introducción al álgebra en educación infantil: Un itinerario didáctico para la enseñanza de los patrones” (p. 116), por A. Alsina y I. Giralt, 2017, *Revista de Didácticas Específicas*, (16).

Autores como Zazkis y Liljedahl (2002) sostienen que los niños pueden generar o continuar repitiendo patrones haciendo uso de un enfoque procedimental o rítmico. De esta manera, es necesario el uso de materiales estructurados para trabajar este tipo de patrones en el nivel Inicial. En paralelo, Zapatera (2018) agrega que los patrones de repetición son los más sencillos de identificar, en los cuales se repiten los elementos según uno o más atributos como: el color, la forma, el tamaño y la orientación. En la Figura 5 se muestra el nivel de complejidad de este tipo de patrón dependiendo de uno o más atributos.

Figura 5

Nivel de complejidad de los patrones de repetición con uno o más atributos

1 atributo	Color	
	Forma	
	Tamaño	
	Orientación	
>1 atributo	Color + forma	
	Color + tamaño	
	Forma + tamaño	
	Color + forma + tamaño	
	Color + forma + tamaño + orientación	

Nota. Adaptado de “Introducción del pensamiento algebraico mediante la generalización de patrones. Una secuencia de tareas para Educación Infantil y Primaria” (p. 56), por R. Zapatera, 2017, *Números. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 97.

En la misma línea, se puede argumentar que existe un vínculo de los patrones con el pensamiento algebraico, porque se respalda en actividades que consisten en manipular y descubrir patrones en los primeros niveles de educación escolar (Castro et al., 2017). Como lo hace notar Godino et al. (2015), una de las características más sencillas del pensamiento algebraico son los patrones, manifestándose de manera natural en las matemáticas tanto en situaciones numéricas, físicas y geométricas. Para ello, es necesario realizar actividades progresivas para el trabajo con patrones, las cuales, según Castro-Rodríguez y Castro (2016) se especifican en:

- Encontrar una regularidad.
- Repetir una serie finita visual de objetos visuales, auditivos o gestuales.
- Identificar el núcleo de la serie de patrones repetitivos.
- Formar la sucesión generada por repetición de un motivo simple.
- Seguir una secuencia utilizando el patrón.

De esta manera, es necesario el uso de materiales estructurados para el reconocimiento del patrón permitiendo su reproducción en una seriación. Para ejemplificar lo mencionado, la Tabla 12 presenta el progreso del trabajo con patrones desde los 3 a los 5 años de edad. Partiendo del reconocimiento del patrón, continuando con su reproducción y finalmente su extensión. A pesar que este estudio solo enfatiza la edad de 5 años, es necesario explicar el desarrollo de tareas con patrones

para el nivel Inicial, logrando un aprendizaje adecuado que permita el desarrollo del pensamiento algebraico.

Tabla 12

Progresión del trabajo con patrones en el nivel infantil

Edad	Progresión	Descripción
3 años	Reconocer patrones.	Estoy viendo un patrón en una camisa con tiras blancas y negras: blanca, negra, blanca, negra.
	Completar patrones.	Identificar un elemento omitido en un patrón sencillo del tipo ABAB.
	Copiar o reproducir patrones.	Se trata de mostrar objetos en fila con uno de ellos omitido, ABAB_BAB..., y pedir que lo identifiquen y lo rellenen.
4 años	Extender patrones.	Dado un conjunto de objetos en fila ABABAB, reproducir la serie en otro lugar.
	Copiar o reproducir patrones.	Dados objetos en fila, ABABAB, añadir AB al final (varias veces).
		Dado un conjunto de objetos en fila, ABBABBABB, reproducir la serie en otro lugar.
5 años	Extender patrones.	Dados objetos en fila, ABBABBABB, añadir ABB al final (varias veces).

Nota. Extraído de Castro-Rodríguez y Castro (2016, pp. 98-99).

2.2.3 Contenidos algebraicos para la edad de 5 años

El álgebra escolar de las primeras edades corresponde a un entendimiento de las matemáticas, específicamente, a su estructura (Castro et al., 2017). Lo que incide, que sea el docente según Fellicetti y Pineda (2016), quién propicie situaciones significativas permitiendo al estudiante realizar transiciones entre lo aprendido y sus saberes previos por medio de abstracciones progresivas. Butto y Rojano (2010) sostienen que la introducción del pensamiento algebraico es recomendable entre los siete y once años de edad teniendo en cuenta los contenidos del currículo del nivel primario. No obstante, Cruz y Corona-Galindo (2019), afirman que debe ser a partir de los 3 años de edad por medio de materiales didácticos que permitan el desarrollo de este razonamiento.

En la misma línea, Hidalgo (2020) argumenta que el trabajo con patrones favorece la introducción del pensamiento algebraico, lo cual requiere de procesos como la seriación, clasificación y ordenación, fundamentales para un nuevo planteamiento de conceptos matemáticos. La

construcción simultánea de dichos conocimientos potencia el desarrollo lógico del infante (Cardoso y Cerecedo, 2008).

Dentro de este marco, Alsina (2019) postula los contenidos para el álgebra en la etapa infantil basándose en el criterio utilizado por Canals (1989) para los temas de lógica. Dicho criterio se enmarca en la psicología de Piaget, construido de manera progresiva través de una investigación aplicada, para así estructurar los conocimientos matemáticos de las primeras edades en tres actividades mentales:

- Identificar correspondiente al conocimiento físico.
- Relacionar correspondiente al conocimiento matemático.
- Operar correspondiente al conocimiento matemático.

Queda en evidencia que el estudiante del nivel infantil, primero inicia por un proceso de experimentación y manipulación de los objetos, para posteriormente comparar y relacionar estos elementos. Dichas actividades son importantes para estimular los conocimientos matemáticos particulares del álgebra temprana. La Tabla 13 incorpora las categorías propuestas por Alsina (2019), describiendo los conocimientos algebraicos para las edades de 5 y 6 años, de la siguiente manera:

- *Identificar objetos algebraicos*: incorpora los conocimientos vinculados al reconocimiento de las cualidades del objeto y las agrupaciones de elementos por distintos criterios.
- *Relacionar objetos algebraicos*: contiene los tipos de relaciones de equivalencia y orden, las correspondencias y los patrones.
- *Operar objetos algebraicos*: implica el análisis de cambios.

Por consiguiente, se inicia con actividades que involucren los atributos afirmativos o negativos de los objetos para establecer clasificaciones según un criterio determinado. Luego, determinar relaciones de comparación entre elementos para construir una seriación teniendo en cuenta un patrón de repetición. Y finalmente, lograr analizar los cambios cualitativos como el color o forma de dichos elementos. De esta manera, se refleja la progresión del pensamiento algebraico en el nivel infantil, específicamente para la edad de 5 años.

Tabla 13*Conocimientos algebraicos para la edad de 5 y 6 años*

Identificar objetos algebraicos	Relacionar objetos algebraicos	Operar objetos algebraicos
Reconocer de más de tres atributos afirmativos o negativos de un objeto. Identificar un objeto a partir de sus atributos.	Realizar clasificaciones diferentes de un mismo grupo de elementos, por criterios menos evidentes.	Introducir las cadenas de cambios.
Usar etiquetas afirmativas y negativas para realizar representaciones gráficas los atributos.	Realizar ordenaciones de hasta diez elementos por una cualidad, de manera ascendente o descendente.	
Iniciar agrupaciones definidas por dos atributos diferentes, afirmativos y simultáneos. Reconocer los elementos que poseen ambos atributos y los que no poseen ninguno de los dos.	Realizar correspondencias cualitativas más complejas.	
Reconocer grupos que forman parte de otros (noción de inclusión).	Identificar el criterio utilizado en clasificaciones, ordenaciones y correspondencias cualitativas realizadas.	
	Realizar seriaciones a partir de patrones de repetición ABC: construir, identificar y representar el patrón.	

Nota. Adaptado de Alsina (2019). Para efectos de este estudio, no se ha tomado en cuenta la representación con flechas ni la introducción de cadenas de cambio porque se consideró la selección de contenidos acorde a los contenidos de clasificación, seriación y patrones.

Friz et al. (2019) postulan que la enseñanza y aprendizaje de la matemática, toma en cuenta dos aspectos: los procesos cognitivos del niño en una situación de aprendizaje y el juicio del docente para seleccionar la metodología, formas de participación, planificación de actividades y el uso de recursos. De esta manera, la elaboración de una propuesta didáctica, teniendo en cuenta a Fellicetti y Pineda (2016), necesita del concepto de infancia desde el punto de vista de la integralidad, es decir, que cualquier acción dirigida a potenciar una dimensión específica, influye de manera directa en las demás. Las autoras respaldan actividades significativas que permitan espacios de exploración y la

transitividad del conocimiento concreto hacia el abstracto, siendo proporcionales a la capacidad del docente el cual reconoce la importancia de la construcción de saberes por medio de la propia experiencia del estudiante.

En el nivel Infantil, el estudiante aprende los fundamentos del pensamiento algebraico basados en actividades que incorporan competencias relacionadas al álgebra como: la observación de patrones, las relaciones y las propiedades matemáticas (Socas, 2011). De este modo, el rol del docente es importante para desarrollar este tipo de pensamiento matemático, siendo responsable de conocer la naturaleza del álgebra en esta etapa escolar. Por consiguiente, su formación debe tener en cuenta los procesos y significados algebraicos, así como la comunicación y construcción de nociones; para descubrir su funcionalidad en el área de matemática (Godino et al., 2014). Cabe mencionar que la pedagogía del docente, el aspecto intelectual del estudiante, sus conocimientos previos y las orientaciones curriculares son requisitos que deben integrarse para propiciar el pensamiento algebraico en la etapa infantil (Castro et al., 2011). Y así, lograr su desarrollo durante los siguientes niveles de escolaridad.

Dentro de este marco, Alsina (2010) establece una Pirámide de la Educación Matemática la cual, en contraste con la Pirámide de la Alimentación, explica la organización y frecuencia útil de los recursos para el desarrollo del pensamiento matemático. Esta herramienta, presentada en la Figura 6, permite al docente garantizar su metodología para la enseñanza de las matemáticas, agrupando los recursos en función de la periodicidad de uso:

- *Diariamente*: las situaciones problemáticas que aparecen en la vida cotidiana, la capacidad de observar y analizar los componentes matemáticos del entorno, la experiencia de elementos matemáticos por medio del propio cuerpo, la elaboración de esquemas mentales a través de la manipulación de materiales diversos y la resolución de problemas a través del juego.
- *Alternativamente*: los recursos literarios y tecnológicos con un contenido matemático.
- *Ocasionalmente*: los libros de texto.

Lo expuesto anteriormente afirma que uno de los principales recursos que el docente debe utilizar para lograr una metodología adecuada para la enseñanza de la matemática infantil, son las situaciones que involucran la propia experiencia del estudiante considerando el uso de su cuerpo y la exploración del entorno.

Figura 6

Pirámide de la educación matemática según Alsina



Nota. Adaptado de “La pirámide de la educación matemática, una herramienta para ayudar a desarrollar la competencia matemática” (p. 14), por Á. Alsina, 2010, *Aula de Innovación Educativa*, (189).

Posteriormente, Alsina (2020) plantea un itinerario definido como “una secuencia de enseñanza intencionada que contempla tres fases” (p. 7) para el desarrollo del pensamiento algebraico en el nivel infantil. Basado en la comprensión y el desarrollo del pensamiento matemático crítico por medio de recursos y metodologías que aseguren un aprendizaje satisfactorio. Una actividad apropiada para la introducción del pensamiento algebraico es la resolución de problemas debido a que el niño recurre a su propio criterio en un contexto determinado, lo cual le permite explicar y demostrar su pensamiento (Uceda, 2016). Desde el punto de vista de Cardoso y Cerecedo (2008):

Una situación didáctica busca lograr en el alumno la construcción de un conocimiento significativo, así como propiciar una autonomía en el alumno, es decir, animarlo a actuar según su propia decisión dejando que elija la manera que cree mejor para llevar a cabo una actividad fomentando así su creatividad y permitiendo la toma de decisiones. Por tanto, esta propuesta de las situaciones didácticas implica que los educadores consideren a los problemas como un recurso didáctico que posibilita el desarrollo de las competencias matemáticas. (p. 9)

La secuencia de enseñanza planteada por Alsina (2020), explicada en la Tabla 14, corresponde con el Principio de Niveles propuesto por Freudenthal (1991), argumentando que la matemática tiene niveles de comprensión, lo cual afirma que es progresiva, partiendo de contextos reales del álgebra

temprana para concluir en contextos más abstractos. Es por esta razón que Ginsburg (2002), en su investigación a niños de cuatro y cinco años, identifica tres tipos de matemática cotidiana que se presentan en el juego libre, los cuales son: la enumeración, la magnitud y el patrón. Siendo el patrón uno de los conocimientos algebraicos necesarios para desarrollar el álgebra temprana, lo cual demuestra que el estudiante emplea contenidos matemáticos de manera involuntaria al momento de jugar libremente.

Tabla 14

Secuencia de enseñanza para el álgebra temprana de 3 a 12 años

Fases	Descripción	Materiales
Contextos informales	La enseñanza del contenido matemático inicia en situaciones reales del niño, respaldándose en los conocimientos informales, la experiencia y el sentido común.	<ul style="list-style-type: none"> • Materiales manipulativos • Juegos
Contextos intermedios	La enseñanza continúa en contextos que sirven de nexo entre los contextos reales y los contextos formales, los cuales permiten la esquematización y generalización progresiva del conocimiento matemático mediante la exploración y reflexión.	<ul style="list-style-type: none"> • Recursos literarios: cuentos y canciones. • Recursos tecnológicos: applets, robots educativos programables.
Contextos formales	La enseñanza del contenido culmina en la representación y formalización del conocimiento matemático por medio de procedimientos y notaciones convencionales.	<ul style="list-style-type: none"> • Recursos tecnológicos: applets, robots educativos programables.

Nota. Extraído de Alsina (2019b, p. 6).

Ante la necesidad de contextualizar situaciones de aprendizaje que permitan la exploración y resolución de problemas, Moreno (2015a) afirma:

El infante empieza a construir sus propios procesos cognitivos a partir de la realidad donde está creciendo, es por ello necesario, aprovechar esas interacciones que realiza con el exterior a través de los sentidos. El niño aprenderá mejor y podrá asimilar de manera más efectiva los aprendizajes a través de los sentidos del tacto, la vista, el olfato, el oído y el gusto, y de entre ellos, el sentido táctil le proporcionará un mayor enriquecimiento por su idiosincrasia en estas edades tan tempranas. (p. 774)

Cada uno de los sentidos brinda información al niño para comprender su entorno, siendo capaz de crear sus propios conceptos. El sentido del tacto permite conocer las cualidades del objeto,

convirtiéndose los materiales manipulativos en recursos esenciales para los primeros años de aprendizaje. Como plantea Bracho et al. (2011) este tipo de materiales destaca por su naturaleza instrumental para la construcción de conceptos y como referente para el desarrollo de las actividades del niño. De esta manera, la experiencia con los materiales le permite la selección y activación de conocimientos para formular sus primeras hipótesis en una situación de aprendizaje (Battista, 2008).

Alsina y Martínez (2016) argumentan que la manipulación es un requisito para adquirir los conocimientos matemáticos de manera gradual, adaptando los materiales según el nivel evolutivo y madurativo del niño. En tal sentido, el estudiante de 5 años emplea sus sentidos para explorar y analizar las propiedades del objeto, procesando la información recibida para realizar conexiones que le permitan comprender su entorno. Por consiguiente, en educación infantil según Torra (2016) los materiales favorecen la enseñanza de las matemáticas, permitiendo realizar diversas representaciones de un mismo planteamiento.

En líneas generales, Moreno (2013) argumenta que los materiales son el enlace entre la metodología y la enseñanza, siendo un respaldo para la tarea pedagógica del docente. Asimismo, como afirma el autor es una estrategia de aprendizaje que considera las particularidades del estudiante, interviniendo el desarrollo de sus competencias y capacidades educativas. Representando “un pequeño reto, que promueva las ganas de investigar y de superarse, y otros han de permitir la investigación, la formulación de preguntas y la búsqueda de respuestas.” (Feu, 2009, p. 10)

En relación a la secuencia de enseñanza para el álgebra temprana, esta inicia desde situaciones significativas y reales del estudiante para adquirir un conocimiento. De esta manera, como sostienen Cruz y Montenegro (2013), el material debe tener una característica importante: que sea transformable. Lo cual permite la transición de lo concreto a lo abstracto, y así el infante como protagonista de su aprendizaje desarrolla sus propias facultades. Para ejemplificar el trabajo con materiales manipulables, se expone a continuación el decálogo propuesto por Canals (2003, como se citó en Biniés, 2008, p. 75) para el nivel infantil:

- Presentar una propuesta de trabajo, a poder ser en forma de una “pequeña investigación”.
- Invitar a la acción, dejando bien claro qué es lo que vamos a hacer.
- Observar a niños y niñas, sus reacciones, sus intereses, y acoger las posibles ideas o iniciativas.
- Estar dispuesto a cambiar el camino previsto para seguirlas, aceptando lo imprevisto.
- Pedir la estimación de resultados en las medidas y cálculos (base del cálculo mental) y la anticipación de fenómenos geométricos en el espacio.
- Provocar y acompañar el descubrimiento de alguna cosa nueva. Cuando lo han hecho, maravillarse y felicitarles calurosamente.

- Potenciar el diálogo, invitando a los alumnos a que expresen aquello que han hecho y que han visto. Pedirles una explicación oral coherente.
- Resumir aquello que se ha hecho, se ha dicho y, sobre todo, aquello que se ha aprendido. Ayudar a formular conclusiones.
- Relacionarlo con conceptos que se han trabajado con anterioridad y, en ocasiones, con otras actividades (calculadora, estadística...).
- De manera opcional pasar alguna cosa a lenguaje escrito, primero coloquial y después matemático (con cifras y signos).





Capítulo 3. Metodología de la investigación

3.1 Tipo de investigación

La presente investigación se enmarca en el paradigma interpretativo, debido a que se busca identificar el fenómeno educativo para tomar en cuenta las circunstancias en las cuales se expone la problemática de indagación (Gómez, 2002). Para efectos de este estudio, se plantea una propuesta pedagógica que promueva el desarrollo del pensamiento algebraico partiendo de las necesidades educativas sobre el área de matemática en niños de 5 años, para ello es necesario conocer la progresividad de los contenidos algebraicos para propiciar un aprendizaje significativo en los estudiantes.

Asimismo, Miranda y Ortiz (2020) proponen la comprensión del entorno educativo teniendo en cuenta el criterio del investigador. Por lo tanto, esta investigación se enmarca en el enfoque cualitativo porque se sustenta en el enfoque de álgebra temprana para el planteamiento de sesiones de aprendizaje que logren el desarrollo longitudinal del pensamiento algebraico en los primeros años de escolaridad.

3.2 Diseño de la investigación

Asimismo, “el carácter cualitativo que caracteriza al paradigma interpretativo busca profundizar en la investigación, planteando diseños abiertos y emergentes desde la globalidad y contextualización.” (Ricoy, 2006, p. 17) De esta manera, la metodología de esta investigación se basa en la construcción de 12 sesiones de aprendizaje orientadas en los desempeños precisados planteados por la tesista, los cuales se fundamentan conceptualmente en la presente investigación.

Para la elaboración de la propuesta pedagógica se toma en cuenta las 6 fases presentadas por Taba (1974), las cuales respaldan un diseño de investigación para la elaboración de esta propuesta pedagógica, partiendo del diagnóstico de necesidades matemáticas en niños de 5 años para lograr la organización de actividades de aprendizaje que respondan a una secuencia didáctica para el desarrollo del pensamiento algebraico. En la Tabla 15 se exponen las directrices de cada una de las fases.

Tabla 15

Fases de la investigación

Fases de la investigación	Actividades
Fase 1: Diagnóstico de necesidades	Identificar los antecedentes de estudio, respecto al álgebra temprana y el pensamiento algebraico en el nivel infantil para establecer relaciones conceptuales y metodológicas con la investigación.
Fase 2: Formulación de objetivos	Determinar los logros de aprendizaje a nivel de la competencia, capacidad y desempeño correspondiente al contenido del pensamiento algebraico en niños de 5 años.
Fase 3: Selección de contenidos	Fundamentar los conocimientos de naturaleza algebraica como la clasificación, seriación y el trabajo con patrones basado en los aportes científicos y metodológicos presentados en el marco teórico de la investigación.
Fase 4: Organización del contenido	Esquematizar los contenidos de clasificación, seriación y patrones teniendo en cuenta una secuencia didáctica basada en los niveles de contexto y recursos para la elaboración de las sesiones de aprendizaje.
Fase 5: Diseño de actividades de aprendizaje	Elaborar doce sesiones de aprendizaje que involucren el enfoque del álgebra temprana para desarrollar el pensamiento algebraico basado en actividades de clasificación, seriación y patrones para niños de 5 años.
Fase 6: Organización de actividades de aprendizaje	Organizar las doce sesiones de aprendizaje según los desempeños precisados propuestos por la tesista para el planteamiento de la propuesta pedagógica.

Nota. Adaptado de Taba (1974) para la elaboración del desarrollo de la investigación.

Capítulo 4. Propuesta pedagógica

4.1 Datos informativos

4.1.1 Título

“Desarrollamos nuestro pensamiento algebraico bajo el enfoque del álgebra temprana”

4.1.2 Objetivo

Promover el desarrollo del pensamiento algebraico por medio de contenidos de naturaleza algebraica en el nivel infantil, específicamente en la edad de 5 años, como la clasificación, seriación y patrones.

4.1.3 Área curricular

La clasificación, seriación y el trabajo con patrones se ubican en el área curricular de Matemática, específicamente en la competencia “Resuelve problemas de cantidad” propuesta por el MINEDU (2016b). Asimismo, se consideran los siguientes aspectos curriculares en la Tabla 16 para la formulación de esta propuesta pedagógica:

Tabla 16

Aspectos curriculares de la propuesta pedagógica

Competencia	Capacidad	Desempeños
Resuelve problemas de cantidad	Traduce cantidades a expresiones numéricas.	Establece relaciones entre los objetos de su entorno según sus características perceptuales al comparar y agrupar, y dejar algunos elementos sueltos.
	Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones.	
	Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo.	Realiza seriaciones por tamaño, longitud y grosor hasta con cinco objetos.

Nota. Extraído de MINEDU (2016b).

4.2 Justificación de la propuesta pedagógica

Una visión innovadora de las matemáticas, la respalda el enfoque del álgebra temprana, en el cual se sustenta esta propuesta pedagógica. Para ello, es necesario la creación de situaciones matemáticas que pongan a prueba las capacidades de los niños como la observación y el razonamiento, permitiendo que su papel en el aprendizaje sea activo y promueva un aprendizaje significativo (Berga, 2013).

En el caso de los niños de 5 años, es necesario el uso de materiales estructurados que permitan establecer relaciones entre los objetos por medio de actividades que involucren nociones algebraicas

para clasificar, seriar y trabajar con patrones. De esta manera, este último sustenta el desarrollo del pensamiento algebraico, el cual necesita de la seriación y la clasificación para lograr la construcción de contenidos matemáticos (Hidalgo, 2020). Por su parte, Espinoza et al. (2019) resalta el papel del docente, quién por medio de una estrategia lúdica permite que el niño haga propio los conocimientos a través de una enseñanza organizada e intencionada.

Dentro de este marco, se presenta una propuesta pedagógica, bajo el enfoque del álgebra temprana para fomentar el desarrollo del pensamiento algebraico en niños de 5 años. Para ello, se plantean 12 sesiones de aprendizaje, las cuales desarrollan conocimientos de naturaleza algebraica como la seriación, la clasificación y los patrones a través de actividades explorativas en el aula (Alsina, 2019). Como afirma Castro (2012), el maestro construye situaciones educativas para realizar conexiones entre los conocimientos impartidos. Es así, como las actividades propuestas en cada sesión se presentan de manera progresiva para fomentar el aprendizaje de cada contenido matemático.

La introducción de esta rama matemática es relevante en el nivel Infantil, porque construye un fundamento sólido que facilite la adquisición y el tratamiento de un conocimiento más complejo del álgebra en los siguientes niveles de educación escolar (Acosta y Alsina, 2018). Contribuyendo al desarrollo de una matemática integral e innovadora, que permita reforzar las capacidades relacionadas al razonamiento, intuición, resolución de problemas y comunicación. Tal como expresa Godino y Font (2003) “esta visión ampliada del álgebra como instrumento de modelización matemática es la que se puede y debe ir construyendo progresivamente desde los primeros niveles educativos, puesto que la modelización algebraica es una cuestión de grado” (p. 778). Por consiguiente, es importante la intervención educativa por parte del docente, para lograr el desarrollo óptimo de las nociones algebraicas, siendo necesario el uso de materiales didácticos estructurados en base a los propósitos de aprendizaje de cada sesión.

Esta propuesta pedagógica responde a un fundamento teórico, la cual se especifica en la Tabla 17 y se sintetiza en la Figura 8, relacionando cada sesión de aprendizaje con los contenidos matemáticos para el desarrollo del pensamiento algebraico.

Tabla 17

Fundamento teórico de las sesiones de aprendizaje para la propuesta pedagógica

Sesión de aprendizaje	Contenido matemático	Fundamento teórico
Sesión N°1: “Clasificamos el material de reciclaje que hemos recolectado en casa”	Reconocimiento de las características de los materiales de reciclaje.	Por medio de los procesos de centración y decantación, el niño es capaz de identificar las características de los objetos, así como sus diferencias y similitudes (Arteaga y Macías, 2016).
	Clasificación de los materiales de reciclaje según sus semejanzas y diferencias.	Asimismo, la exploración de los atributos de los objetos permite que el niño construya un conocimiento del mundo físico y social al niño, siendo una de las primeras experiencias para la descripción de semejanzas, diferencias y atributos de los objetos (Hohmannz y Weikart, 1999).
Sesión N°2: “Agrupamos tubos de cartón usando diagramas de Venn”	Reconocimiento de dos atributos: color (rojo, azul, amarillo, verde) y tamaño (grande, pequeño) de un material lógico estructurado (tubos de cartón).	El estudiante realiza una clasificación descriptiva, es decir, organiza los objetos teniendo en cuenta sus atributos físicos (Bustamante, 2015).
	Clasificación a partir de dos atributos afirmativos, diferentes y simultáneos: color (rojo, azul, amarillo, verde) y tamaño (grande, pequeño) empleando diagramas de Venn.	
	Identificación de elementos que cumplen con dos atributos afirmativos, diferentes y simultáneos: color (rojo, azul, amarillo, verde) y tamaño (grande, pequeño); y los que no cumplen por medio de la noción dentro-fuera.	

Sesión de aprendizaje	Contenido matemático	Fundamento teórico
Sesión N°3: “Clasificamos los bloques lógicos”	Reconocimiento de dos atributos: tamaño (grande, pequeño) y color (rojo, azul, amarillo) de un material lógico estructurado (bloques de Dienes).	La capacidad de retener mentalmente más de un atributo se le atribuye a la actividad de clasificar elementos (Hohmannz y Weikart, 1999). El estudiante desarrolla la capacidad de clasificar de manera dicotómica un conjunto de objetos considerando un criterio (Castro-Rodríguez y Castro, 2016).
	Uso de etiquetas con atributos diferentes: tamaño (grande, pequeño) y color (rojo, azul, amarillo) empleando la conjugación “y”.	
	Clasifica los bloques lógicos teniendo en cuenta los dos atributos: tamaño (grande, pequeño) y color (rojo, azul, amarillo).	
Sesión N°4: “Aprendemos con la ruleta de los atributos”	Reconocimiento de los atributos afirmativos de color (rojo, azul, amarillo, verde), tamaño (grande, pequeño) y textura (rugosa, lisa) de un material lógico estructurado (tubos de cartón).	El uso de material estructurado, en el área de matemática, permite llevar a cabo actividades de clasificación empleando criterios afirmativos y negativos de los objetos, por medio de la intuición del niño (Fernández, 2017).
	Reconocimiento de los atributos negativos de color (rojo, azul, amarillo, verde) de un material lógico estructurado (tubos de cartón).	
Sesión N°5: “Usamos tiras de etiquetas para descubrir el tubo de papel”	Reconocimiento de atributos afirmativos y negativos de color (azul, rojo, amarillo), tamaño (grande, pequeño) y textura (rugoso, liso) de un material lógico estructurado.	El niño, entre las edades de 5 y 6 años, emplea etiquetas afirmativas y negativas para realizar representaciones gráficas de los atributos de los objetos; actividad que corresponde a la primera categoría para el conocimiento de objetos algebraicos (Alsina, 2019).
	Uso de etiquetas afirmativas y positivas para identificar los atributos de color (azul, rojo, amarillo), tamaño (grande, pequeño) y textura (rugoso, liso) de un material lógico estructurado.	

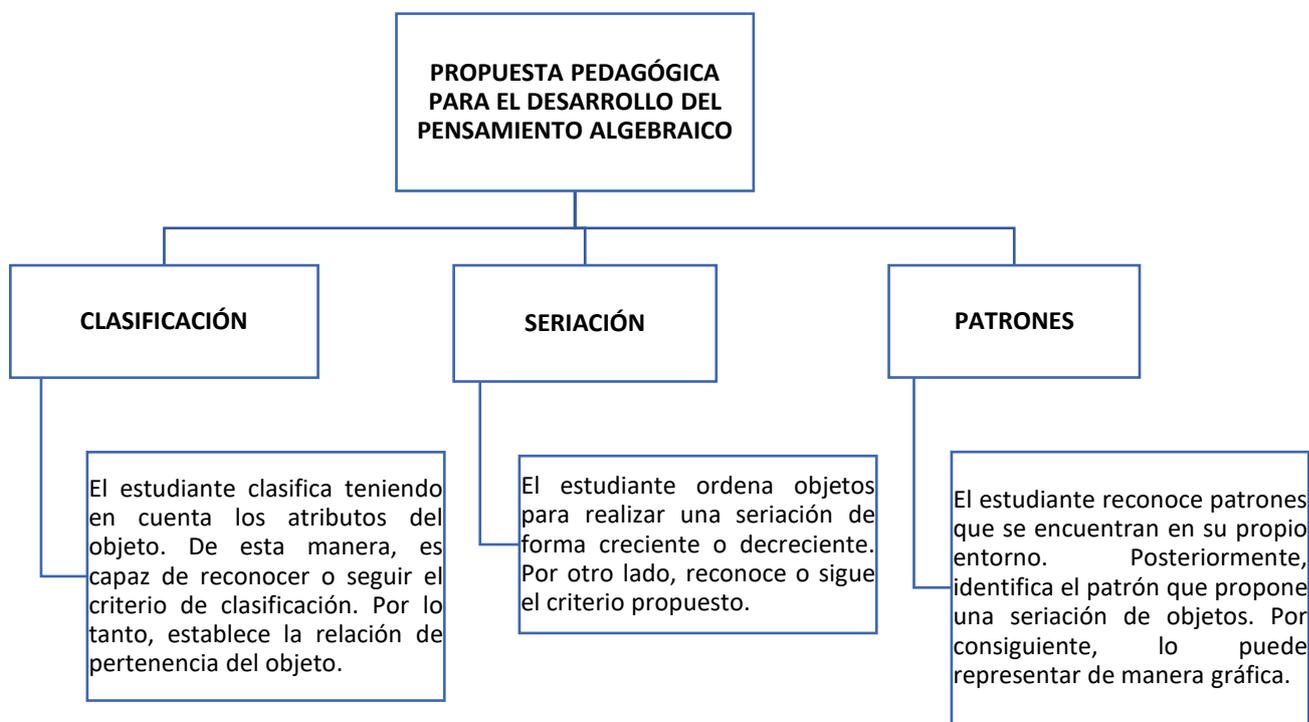
Sesión de aprendizaje	Contenido matemático	Fundamento teórico
Sesión N°6 “¿A qué grupo lo podemos incluir?”	<p>Identificación de las características de objetos del entorno como utensilios de cocina, juguetes y vestimenta.</p> <p>Reconocer la noción de inclusión en un agrupamiento de objetos del entorno como utensilios de cocina, juguetes y vestimenta.</p>	<p>El niño al relacionar objetos que forman parte de una familia establece una clasificación de tipo genérica como: prendas de vestir, animales o frutas (Bustamante, 2015).</p>
Sesión N°7 “Descubrimos como hemos formado los conjuntos”	<p>Identificación de las características perceptuales del objeto (color, forma, tamaño).</p> <p>Determinación del criterio de clasificación.</p>	<p>El niño al reconocer el criterio por el cual se ha realizado un grupo de elementos, incide en una de las capacidades relacionadas a la clasificación (Castro-Rodríguez y Castro, 2016).</p>
Sesión N°8 “Clasificamos las pelotas”	<p>Reconocimiento de las características de una pelota (color, textura, tamaño).</p> <p>Construcción de clasificaciones a partir de criterios menos notorios.</p>	<p>Al clasificar elementos que pertenecen a una misma clase utilizando atributos diferentes, permite que el estudiante evidencie que los atributos corresponden a los mismos objetos clasificados (Fernández, 2017).</p>
Sesión N°9 “Descubrimos la transformación final de la caja mágica de colores”	<p>Reconocimiento de las características cualitativas (color) de las pelotas.</p> <p>Descubrimiento de la transformación final de las pelotas mediante un cambio cualitativo (color).</p>	<p>La tercera categoría de los conocimientos algebraicos, para las edades de 5 y 6 años, corresponde a la actividad introductoria de las cadenas de cambio, como es el caso de los cambios cualitativos (Alsina, 2019).</p>

Sesión de aprendizaje	Contenido matemático	Fundamento teórico
Sesión N°10 “Armamos una serie con vasos lógicos”	<p>Seriación entre cinco y diez objetos en base a una característica como la altura, de manera creciente o decreciente.</p> <p>Reconocimiento de las nociones alto-bajo y largo-corto por medio de la manipulación de objetos.</p>	<p>El niño al establecer las relaciones entre los objetos, fomenta la capacidad de ordenar de manera seriada de cinco a diez elementos (Castro-Rodríguez y Castro, 2016).</p> <p>Una experiencia clave para el desarrollo de la seriación es comparar los atributos de los objetos como largo/corto o grande/pequeño (Hohmann y Weikart, 1999).</p>
Sesión N°11 “Elaboramos un tren de sellos utilizando témperas”	<p>Construcción de una seriación por medio de la repetición de un patrón.</p> <p>Identificación del patrón de repetición en una seriación.</p>	<p>El patrón de repetición es un tipo de patrón en el cual se repite el núcleo para construir una serie (Castro-Rodríguez y Castro, 2016).</p> <p>A través de un enfoque procedimental o rítmico, el niño es capaz de generar o continuar repitiendo patrones (Zazkis y Liljedahl, 2002).</p>
Sesión N°12 “Realizamos series de colores”	<p>Identificación de un patrón de repetición en una seriación.</p> <p>Construcción de un patrón de repetición en una seriación.</p> <p>Representación de un patrón de repetición en una seriación.</p>	<p>El trabajo con patrones se relaciona con la seriación, porque el estudiante puede identificar el núcleo de una serie y así construirla empleando el patrón de repetición (Castro-Rodríguez y Castro, 2016).</p>

Nota. Elaboración propia.

Figura 7

Resumen teórico de las sesiones de aprendizaje de la propuesta pedagógica



Nota. Elaboración propia.

Por otra parte, la estructura de una actividad en el nivel Inicial corresponde, según el MINEDU (2019), a los siguientes lineamientos (Figura 8):

- **Propósitos de aprendizaje:** Aquellos aprendizajes que se esperan lograr en el desarrollo de la sesión de aprendizaje, reflejados en la competencia y desempeños del área curricular seleccionada.
- **Materiales:** los recursos utilizados en la sesión de aprendizaje.
- **Descripción de la actividad:** contemplada en los tres momentos de la sesión, los cuales son: el inicio, desarrollo y cierre.

Figura 8*Estructura de una actividad según el MINEDU*

ACTIVIDAD 1:

1. Propósito de aprendizaje

Competencia(s)/Estándar	Desempeños

2. Materiales:

3. Descripción de la actividad:

- Inicio:
- Desarrollo:
- Cierre:

Nota. Extraído de MINEDU (2019, p. 73).

De esta manera, las pautas propuestas por el MINEDU (2019) muestran una visión general para elaborar la estructura de una sesión de aprendizaje. Así, se propone una organización que complemente los aspectos mencionados anteriormente, para trabajar las estrategias planteadas para cada situación educativa bajo el enfoque del álgebra temprana para niños de 5 años. La Figura 9 ejemplifica el esquema planteado en las sesiones de aprendizaje para la propuesta pedagógica.

Figura 9

Esquema de la sesión de aprendizaje para la propuesta pedagógica

Sesión de aprendizaje N°					
1. <u>Datos informativos</u>					
<ul style="list-style-type: none"> • Edad: • Duración: • Profesora: 					
2. <u>Propósito de la sesión</u>					
3. <u>Contenido matemático</u>					
4. <u>Propósitos esperados</u>					
Área	Competencia	Desempeño	Desempeño precisado	Evidencia de aprendizaje	Instrumento de evaluación
	Capacidades				
Enfoque transversal	Valor	Acciones observables			
5. <u>Secuencia didáctica</u>					
Antes de la sesión de aprendizaje					
Momento de la sesión / Duración / Procesos pedagógicos	Estrategias				
Inicio (_ min.) Motivación Saberes previos Problematización Propósito					
Desarrollo (_ min.) Gestión y acompañamiento					
Cierre (_ min.) Evaluación					
6. <u>Materiales</u>					
7. <u>Lista de cotejo</u>					
Nombre del estudiante	INDICADORES				Observaciones
	SÍ	NO	SÍ	NO	

Nota. Elaboración propia.

- Los datos informativos presentan la información sobre la edad seleccionada a trabajar en el nivel Inicial, la duración de la sesión y el nombre de la docente.
- El propósito de la sesión determina el aprendizaje que se espera lograr en el desarrollo de la sesión de aprendizaje.
- El contenido matemático muestra los conocimientos matemáticos a trabajar de acuerdo a la secuencia de la propuesta pedagógica sobre el desarrollo del pensamiento algebraico.

- Los propósitos esperados son los lineamientos curriculares según el Programa Curricular de Educación Inicial (Minedu, 2017b) de acuerdo al propósito y el contenido matemático de la sesión.
- La secuencia didáctica es la organización de las estrategias para lograr el propósito de la sesión según los momentos de la sesión de aprendizaje (inicio, desarrollo y cierre).
- Los materiales son los recursos utilizados en la sesión de aprendizaje.
- La lista de cotejo es el instrumento de evaluación para evidenciar los aprendizajes.

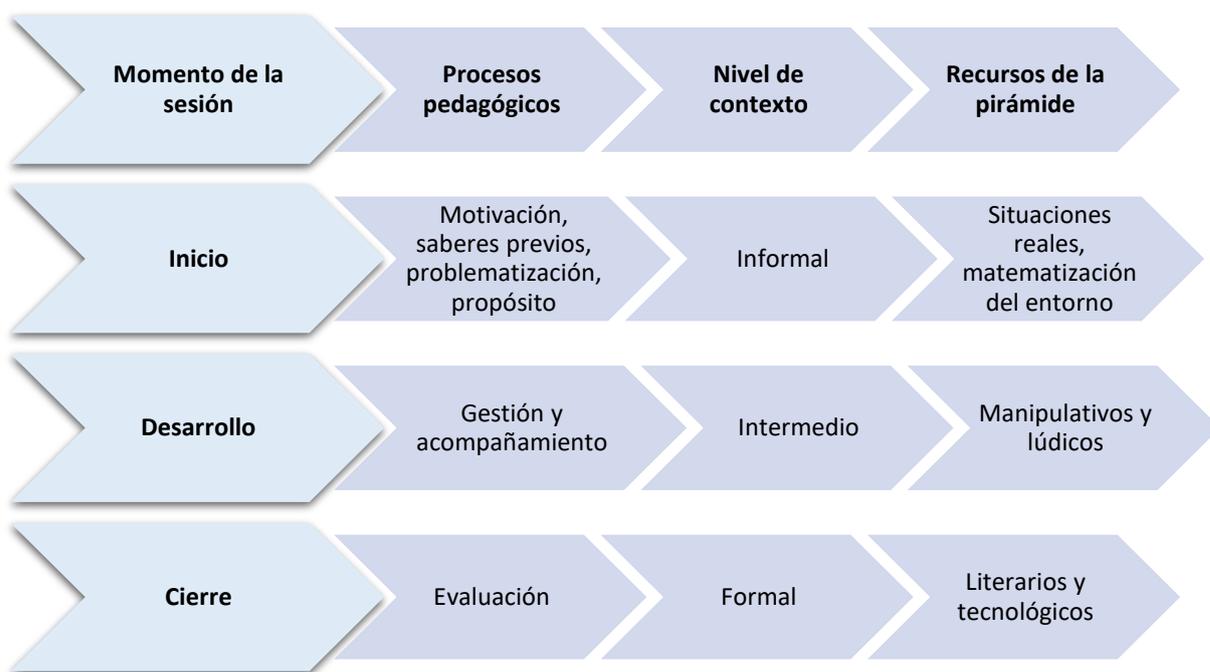
Por su parte, los lineamientos de esta propuesta pedagógica se sustentan en el itinerario de enseñanza del álgebra temprana propuesto por Alsina (2019b), el cual considera tres niveles de contexto:

- *Informal*: parte de la realidad del estudiante (entorno, situaciones reales).
- *Intermedio*: es el paso al nivel formal (recursos literarios, recursos tecnológicos).
- *Formal*: es la formalización del conocimiento (representaciones gráficas).

Así, en la secuencia didáctica se reflejan estos niveles de acuerdo al momento de la sesión de aprendizaje, nivel de contexto según Alsina (2019b) y los recursos de la pirámide matemática explicados en el marco teórico de la investigación, dicha relación se muestra en la Figura 10.

Figura 10

Relación de los momentos de la sesión de aprendizaje con los procesos pedagógicos, nivel de contexto y los recursos de la pirámide matemática



Nota. Elaboración propia

4.3 Metodología de la propuesta pedagógica

Para el desarrollo de esta propuesta pedagógica, se ha considerado establecer 12 sesiones de aprendizaje que permitan el desarrollo progresivo del pensamiento algebraico en niños de 5 años. Para ello, es importante resaltar que la estructura de una sesión, según el Ministerio de Educación (2016a), considera las bases curriculares relacionadas al área, competencia, capacidad y desempeño; orientan el proceso de enseñanza-aprendizaje. Estas bases se denominan: propósitos de aprendizaje esperados, especificados en cada sesión de la propuesta pedagógica.

La planificación curricular de cada sesión considera los desempeños propuestos por el Ministerio de Educación (2016b) expuestos anteriormente (apartado 4.1.3). En ese mismo contexto, el MINEDU permite precisar los desempeños para relacionarlos al contexto o situación educativa. Por lo tanto, ha resultado pertinente, la elaboración de desempeños precisados que aborden el desarrollo del pensamiento algebraico para la edad de 5 años. Respondiendo así, a la flexibilidad del Currículo Nacional de Educación Básica (Ministerio de Educación, 2016a), característica que permite la adaptación a las necesidades educativas del estudiante.

A pesar que el Ministerio de Educación (2016b) formula desempeños relacionados a la clasificación y seriación, considerados como conocimientos de naturaleza algebraica, no se visualiza de manera específica el trabajo con patrones. Este lineamiento curricular en algunos casos le resta claridad al desempeño, por lo tanto, es necesaria la formulación de los mismos para responder a las características del niño de 5 años. Tales como el conocimiento del entorno, razonamiento intuitivo, resolución de problemas, formulación de hipótesis y modelización, siendo aspectos que permiten un mejor desarrollo curricular en el aprendizaje del álgebra temprana. ●

Ilustrando las afirmaciones anteriores, en la Tabla 18 se exponen los desempeños seleccionados del MINEDU (2016b) en relación con los desempeños precisados elaborados por la tesista. De esta manera, se resalta los contenidos de clasificación, seriación y patrones como parte del trabajo progresivo del pensamiento algebraico en esta etapa infantil.

Tabla 18

Propuesta de desempeños precisados en relación a los desempeños del Programa Curricular de Educación Inicial, sobre el álgebra temprana para la edad de 5 años

Desempeño	Desempeño precisado
Establece relaciones entre los objetos de su entorno según sus características perceptuales al comparar y agrupar, y dejar algunos elementos sueltos.	Identifica las características perceptuales del objeto por medio de la manipulación.
	Determina la característica común de un grupo de objetos para clasificarlos.
	Agrupa elementos considerando dos atributos diferentes, reconociendo aquellos elementos que cumplen con ambos atributos y los que no cumplen con ninguno de los dos.
	Usa etiquetas con atributos diferentes empleando la conjugación “y” para reconocer ambos.
	Reconoce tres o más atributos afirmativos o negativos de un objeto a partir de la identificación de sus atributos.
	Reconoce cuando un grupo está incluido en otro grupo de elementos.
	Usa etiquetas afirmativas y negativas para representar gráficamente los atributos del objeto.
	Construye distintas clasificaciones de un mismo conjunto de objetos, teniendo en cuenta criterios menos notorios.
Realiza seriaciones por tamaño, longitud y grosor hasta con cinco objetos.	Reconoce el criterio utilizado en una clasificación.
	Descubre la transformación final del objeto a través de un cambio cualitativo.
	Establece seriaciones entre cinco y diez objetos por una característica, de forma creciente o decreciente.
	Realiza una seriación teniendo en cuenta el patrón de repetición.
	Identifica, construye y representa el patrón de repetición en una seriación establecida.

Nota. Elaboración propia en base a los desempeños precisados en el MINEDU (2016b).

Por su parte, cada desempeño precisado se sustenta teóricamente, adaptándose a la propuesta de contenidos algebraicos para las edades de 5 y 6 años según Alsina (2019):

- *Identificar objetos algebraicos*: Abarca las actividades de la clasificación, partiendo de la identificación de las características de los objetos para lograr clasificarlos de acuerdo a diversos criterios.
- *Relacionar objetos algebraicos*: Implica actividades basadas en la construcción de series entre cinco y diez objetos, clasificaciones con criterios menos notorios y el trabajo con patrones de repetición.
- *Operar objetos algebraicos*: Corresponde a la introducción de actividades con cambios cualitativos del objeto.

Así, se evidencia la gradualidad de los contenidos respecto al pensamiento algebraico en esta etapa del nivel Inicial. Lo expuesto se esquematiza en la Tabla 19 evidenciando la elaboración de cada desempeño precisado de acuerdo a las tres categorías de contenidos algebraicos para determinar el contenido de naturaleza algebraica que se refleja en cada ítem.



Tabla 19

Fundamento teórico para la elaboración de los desempeños precisados

Conocimientos de álgebra temprana	Propuesta de contenidos para 5-6 años según Alsina (2019)	Contenido de naturaleza algebraica	Indicadores	Desempeños precisados
Identificar algebraicos	objetos	Reconocer más de tres atributos afirmativos o negativos de un objeto. Identificar un objeto a partir de sus atributos.	El estudiante por medio de la experimentación identifica las características físicas del objeto.	Identifica las características perceptuales del objeto por medio de la manipulación.
			El estudiante detecta tres o más atributos afirmativos o negativos de un objeto.	Determina la característica común de un grupo de objetos para clasificarlos.
			El estudiante identifica la característica común de un grupo de objetos.	Reconoce tres o más atributos afirmativos o negativos de un objeto a partir de la identificación de sus atributos.
		Usar etiquetas afirmativas y negativas para realizar representaciones gráficas de los atributos.	El estudiante representa gráficamente los atributos de los objetos a partir de etiquetas afirmativas y negativas.	Usa etiquetas con atributos diferentes empleando la conjugación “y” para reconocer ambos.
				Usa etiquetas afirmativas y negativas para representar gráficamente los atributos del objeto.

	<p>Iniciar agrupaciones definidas por dos atributos diferentes, afirmativos y simultáneos. Reconocer los elementos que poseen ambos atributos y los que no poseen ninguno de los dos.</p>	<p>El estudiante agrupa elementos teniendo en cuenta dos atributos diferentes. Reconoce aquellos que cumplen con ambos atributos y los que no cumplen con ninguno.</p>	<p>Agrupar elementos considerando dos atributos diferentes, reconociendo aquellos elementos que cumplen con ambos atributos y los que no cumplen con ninguno de los dos.</p>
	<p>Reconocer grupos que forman parte de otros (noción de inclusión).</p>	<p>El estudiante determina cuando un grupo está incluido en otro grupo de elementos.</p>	<p>Reconoce cuando un grupo está incluido en otro grupo de elementos.</p>
	<p>Realizar clasificaciones diferentes de un mismo grupo de elementos, por criterios menos evidentes.</p>	<p>El estudiante elabora distintas clasificaciones de un mismo conjunto de objetos, utilizando criterios menos notorios.</p>	<p>Construye distintas clasificaciones de un mismo conjunto de objetos, teniendo en cuenta criterios menos notorios.</p>
	<p>Realizar ordenaciones de hasta diez elementos por una cualidad, de manera ascendente o descendente. Realizar correspondencias cualitativas más complejas.</p>	<p>El estudiante construye seriaciones entre 5 y 10 objetos por una característica, de forma creciente o decreciente.</p>	<p>Establece seriaciones entre cinco y diez objetos por una característica, de forma creciente o decreciente.</p>
Relacionar objetos algebraicos	<p>Identificar el criterio utilizado en clasificaciones, ordenaciones y correspondencias cualitativas realizadas. Empezar a expresar relaciones por medio de la representación con flechas.</p>	<p>El estudiante identifica el criterio de clasificación.</p>	<p>Reconoce el criterio utilizado en una clasificación.</p>
	<p>Realizar seriaciones a partir de patrones de repetición ABC: construir, identificar y representar el patrón.</p>	<p>El estudiante construye seriaciones en base al patrón de repetición.</p>	<p>Realiza una seriación teniendo en cuenta el patrón de repetición.</p>



			El estudiante reconoce, construye y representa el patrón de repetición en una seriación.	Identifica, construye y representa el patrón de repetición en una seriación establecida.	
Operar algebraicos	objetos	Introducir los operadores neutros e inversos.	Clasificación	El estudiante descubre la transformación final de un objeto por medio de un cambio cualitativo.	Descubre la transformación final del objeto a través de un cambio cualitativo.
		Introducir las cadenas de cambios.			



4.4 Sesiones de aprendizaje

4.4.1 Sesión de aprendizaje N°1

Sesión de aprendizaje N°1 “Clasificamos el material de reciclaje que hemos recolectado en casa”

1. Datos informativos

- Edad: 5 años
- Duración: 50 minutos
- Profesora: Tamy Bacigalupo Arcaya

2. Propósito de la sesión: Clasificar los materiales de reciclaje teniendo en cuenta sus semejanzas y diferencias.

3. Contenido matemático

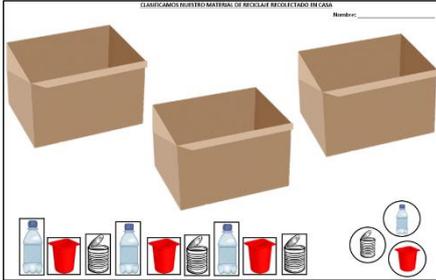
- Reconocimiento de las características de los materiales de reciclaje.
- Clasificación de los materiales de reciclaje según sus semejanzas y diferencias.

4. Propósitos esperados

Área	Competencia	Desempeño	Desempeño precisado	Evidencia de aprendizaje	Instrumento de evaluación
Matemática	Resuelve problemas de cantidad	Establece relaciones entre los objetos de su entorno según sus características perceptuales al comparar y agrupar, y dejar algunos elementos sueltos.	Identifica las características perceptuales del objeto por medio de la manipulación.	Menciona tres o más características físicas de los materiales de reciclaje.	Diario de campo
	Capacidades				
	Traduce cantidades a expresiones numéricas		Determina la característica común de un grupo de objetos para clasificarlos.	Clasifica los materiales de reciclaje en diversas cajas considerando sus semejanzas y diferencias.	
	Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones.				
Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo.					

Enfoque transversal	Valor	Acciones observables
Ambiental	Justicia y solidaridad	Disposición a evaluar el impacto que genera los residuos de plástico, cartón y papel en la vida cotidiana, de manera que los estudiantes implementan el reciclaje como una práctica del cuidado del medio ambiente y el bienestar común.

5. Secuencia didáctica

<p>Antes de la sesión de aprendizaje</p>	<p>La docente envía a los padres de familia un comunicado pidiéndoles su ayuda para recolectar con los estudiantes diversos materiales de reciclaje como: envases de yogurt, frascos, revistas, periódicos, papeles, botellas, chapas de botella, latas, etc.</p> <p>Para la recolección de los materiales, los estudiantes junto con la docente decoran una caja utilizando papeles de colores. La caja está ubicada a la entrada del salón de clase, para que todos los estudiantes puedan verla y así colocar día a día los materiales reciclados en casa.</p> <p>Por otro lado, la maestra forra con papel decorativo, cuatro cajas diferentes para la organización de los materiales de reciclaje.</p> <p>Asimismo, la docente imprime la ficha de aplicación según la cantidad de estudiantes.</p> 
--	--

Momento de la sesión / Procesos pedagógicos / Duración	Estrategias
<p>Inicio (10 min.)</p> <p>Motivación Saberes previos Problematización Propósito</p>	<p>La profesora invita a los estudiantes a sentarse en el suelo formando un círculo. Luego, ubica la caja de los materiales de reciclaje en el centro de todos los niños.</p> <p>A continuación, coloca todos los materiales reciclados por los niños en el suelo, realizando la siguiente pregunta: “¿Qué podemos hacer con sus materiales que han reciclado en casa? ¿Se pueden organizar? ¿De qué manera?”</p> <p>Por medio de una lluvia de ideas de los estudiantes se mencionan diversas maneras de organizar los materiales teniendo en cuenta, por ejemplo: la forma, el tamaño, quién trajo cada material, textura, etc.</p> <p>De esta manera, la docente junto con los estudiantes acuerda organizar los materiales según su forma, para ello menciona lo siguiente: “¿Qué vamos hacer hoy? Vamos a organizar nuestros materiales que hemos recolectado en casa”.</p>

Desarrollo
(25 min.)

Gestión y
acompañamiento

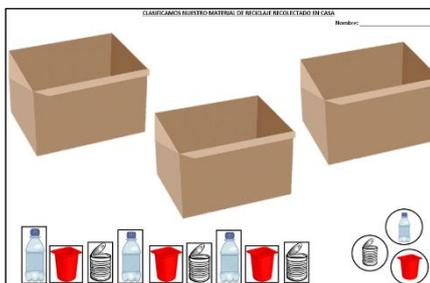
La docente utilizando una pandereta, les menciona a los niños: “¿Qué les parece si todos ayudamos a organizar los materiales? Ahora, ustedes van a escoger un material de reciclaje mientras toco la pandereta, cuando deje de tocarla volverán a sus lugares”. Tocando la pandereta, la docente invita a los niños a recoger un material de reciclaje del centro del círculo y luego deja de tocar la pandereta para que regresen a sus lugares.

A continuación, la maestra pide a dos estudiantes con sus materiales elegidos se coloquen en el centro del círculo, y ahora les realiza las siguientes preguntas: “¿Qué material has elegido? ¿Cómo es? ¿Por qué? ¿Se parece al de tu compañero? ¿Por qué?” De esta manera, con las respuestas de ambos estudiantes se mencionan las características de los materiales de reciclaje como: color, tamaño, textura, etc. Luego, la docente invita a los estudiantes regresar a sus lugares.

Seguidamente, la docente muestra cuatro cajas forradas con papel decorativo, realizando la siguiente interrogante: “¿Cómo podemos usar estas cajas?” Con las respuestas de los niños se concluye organizar los materiales utilizando las cajas, de esta forma se invita a los estudiantes ponerse de pie para clasificar los materiales de reciclaje, teniendo en cuenta su forma, en las cinco cajas decorativas.

Una vez clasificados los materiales, se pide a los estudiantes regresar a sus lugares iniciales formando un círculo alrededor de las cuatro cajas decorativas. Luego, señalando cada caja realiza las siguientes interrogantes: “¿Qué hemos colocado en esta caja? ¿Y en esta caja? ¿Qué materiales hemos colocado?” Escuchando sus respuestas se reafirman la forma del material que se ha colocado en cada caja, por ejemplo: una caja de botellas, una caja de papeles, una caja de envases y una caja de latas.

La docente pide a los estudiantes que se coloquen en sus mesas respectivas, para entregar la ficha de aplicación a cada uno, preguntando lo siguiente: “¿Cómo podemos clasificar los materiales?”

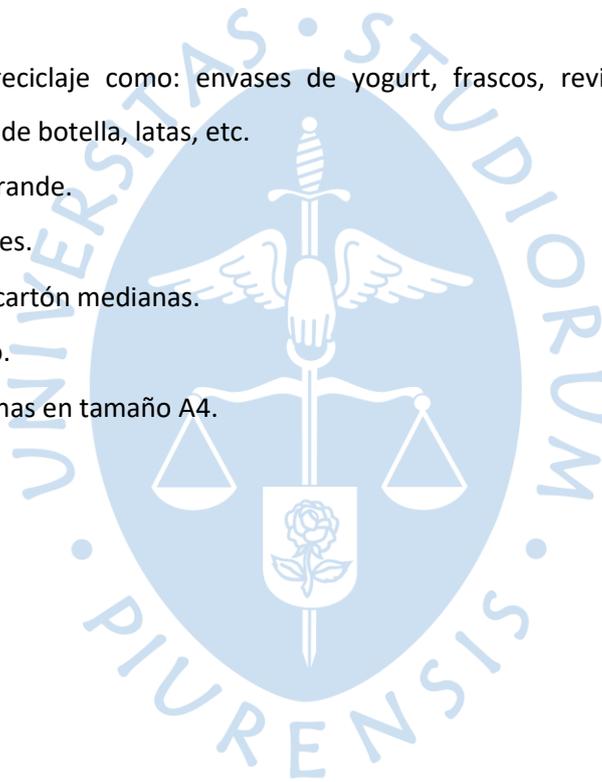


Con la respuesta de los estudiantes, la maestra les invita a colocar el *sticker* de cada imagen del material (botella, lata, envase de yogurt) para clasificarlos en las tres cajas, que observan en la ficha de aplicación.

<p>Cierre (15 min.)</p> <p>Evaluación</p>	<p>La docente guía a cada grupo de estudiantes en el desarrollo de su actividad, realizándoles las siguientes preguntas: “¿Cómo vas a clasificar los materiales? ¿Cuáles vas a poner en cada caja?” Escuchando sus respuestas y retroalimentando explicando una manera de clasificar los materiales como: botella, lata y envase de yogurt teniendo en cuenta sus características.</p> <p>Luego se invita a los estudiantes a pegar su ficha de aplicación en la pizarra, entregándoles a cada uno un poco de limpiatipo. De esta manera, la docente finaliza la sesión preguntando: “¿Qué hemos realizado el día de hoy? ¿Qué hemos aprendido?” Escuchando sus respuestas y enfatizando en la actividad de clasificar los materiales de reciclaje.</p>
--	---

6. Materiales

- Materiales de reciclaje como: envases de yogurt, frascos, revistas, periódicos, papeles, botellas, chapas de botella, latas, etc.
- Caja de cartón grande.
- Papeles de colores.
- Cuatro cajas de cartón medianas.
- Papel decorativo.
- Impresión de fichas en tamaño A4.
- Tijeras.
- Goma.
- Limpiatipo.



7. Lista de cotejo

Nombre del estudiante	INDICADORES				Observaciones
	Menciona tres o más características físicas de los materiales de reciclaje		Clasifica los materiales de reciclaje en diversas cajas considerando sus semejanzas y diferencias		
	SÍ	NO	SÍ	NO	



CLASIFICAMOS NUESTRO MATERIAL DE RECICLAJE RECOLECTADO EN CASA

Nombre: _____



4.4.2 Sesión de aprendizaje N°2

Sesión de aprendizaje N°2 “Agrupamos tubos de cartón usando Diagramas de Venn”

1. Datos informativos

- Edad: 5 años
- Duración: 50 minutos
- Profesora: Tamy Bacigalupo Arcaya

2. Propósito de la sesión: Agrupar los tubos de cartón considerando dos atributos diferentes, afirmativos y simultáneos, identificando los tubos que cumplen ambos atributos y cuáles no cumplen ninguno de los dos atributos.

3. Contenido matemático

- Reconocimiento de dos atributos: color (rojo, azul, amarillo, verde) y tamaño (grande, pequeño) de un material lógico estructurado (tubos de cartón).
- Clasificación a partir de dos atributos afirmativos, diferentes y simultáneos: color (rojo, azul, amarillo, verde) y tamaño (grande, pequeño) empleando diagramas de Venn.
- Identificación de elementos que cumplen con dos atributos afirmativos, diferentes y simultáneos. color (rojo, azul, amarillo, verde) y tamaño (grande, pequeño); y los que no cumplen por medio de la noción dentro-fuera.

4. Propósitos esperados

Área	Competencia	Desempeño	Desempeño precisado	Evidencia de aprendizaje	Instrumento de evaluación
Matemática	Resuelve problemas de cantidad.	Establece relaciones entre los objetos de su entorno según sus características perceptuales al comparar y agrupar, y dejar algunos elementos sueltos.	Agrupa elementos considerando dos atributos afirmativos, diferentes y simultáneos, reconociendo aquellos elementos que cumplen con ambos atributos y los que no cumplen con ninguno de los dos.	Clasifica los tubos de cartón teniendo en cuenta los atributos de tamaño y color que representa la etiqueta.	Lista de cotejo Diario de campo
	Capacidades				
	Traduce cantidades a expresiones numéricas.				
	Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones.				
	Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo.				

Enfoque transversal	Valor	Acciones observables
Ambiental	Justicia y solidaridad	Disposición a evaluar el impacto que genera los residuos de cartón en la vida cotidiana, de manera que los estudiantes implementan el reciclaje como una práctica del cuidado del medio ambiente y el bienestar común.

5. Secuencia didáctica

Antes de la sesión de aprendizaje	<p>La docente envía a los padres de familia un comunicado pidiéndoles su ayuda para recolectar con los estudiantes tubos de papel higiénico.</p> <p>Estos tubos de cartón necesitan ser estructurados de manera lógica, por lo cual se han considerado las siguientes características:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Color: azul / rojo / amarillo / verde • Tamaño: grande / pequeño • Textura: rugoso / liso <p>Con estas 3 características, las cuales se combinan armando así un total de 16 piezas, estructuradas de la siguiente forma:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Tubo de color azul, tamaño grande y textura rugosa. • Tubo de color rojo, tamaño grande y textura rugosa. • Tubo de color amarillo, tamaño grande y textura rugosa. • Tubo de color verde, tamaño grande y textura rugosa. • Tubo de color azul, tamaño pequeño y textura rugosa. • Tubo de color rojo, tamaño pequeño y textura rugosa. • Tubo de color amarillo, tamaño pequeño y textura rugosa. • Tubo de color verde, tamaño pequeño y textura rugosa. • Tubo de color azul, tamaño grande y textura lisa. • Tubo de color rojo, tamaño grande y textura lisa. • Tubo de color amarillo, tamaño grande y textura lisa. • Tubo de color verde, tamaño grande y textura lisa. • Tubo de color azul, tamaño pequeño y textura lisa. • Tubo de color rojo, tamaño pequeño y textura lisa. • Tubo de color amarillo, tamaño pequeño y textura lisa. • Tubo de color verde, tamaño pequeño y textura lisa. <p>De esta manera, los estudiantes en colaboración con la docente forman dos equipos: el primer equipo utilizará témperas para elaborar todos los tubos lisos (teniendo en cuenta el color y el tamaño) y el segundo equipo utilizará papel corrugado para elaborar los tubos rugosos (teniendo en cuenta el color y el tamaño). Asimismo, para considerar el tamaño de los tubos se emplean las tijeras para cortar el tubo por la mitad.</p>
-----------------------------------	---

Asimismo, la docente elabora etiquetas de 15x15 cm. que representan dos atributos afirmativos, simultáneos y diferentes: tamaño (grande, pequeño) y color (rojo, azul, amarillo, verde). Los cuales se establecen y denominan de la siguiente manera:



Etiqueta de tamaño grande y color azul



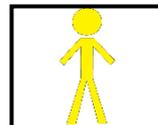
Etiqueta de tamaño pequeño y color azul



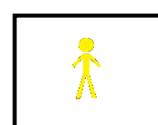
Etiqueta de tamaño grande y color rojo



Etiqueta de tamaño pequeño y color rojo



Etiqueta de tamaño grande y color amarillo



Etiqueta de tamaño pequeño y color amarillo

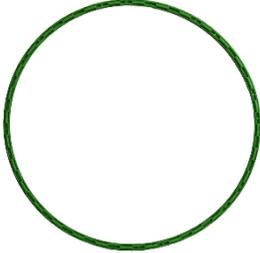


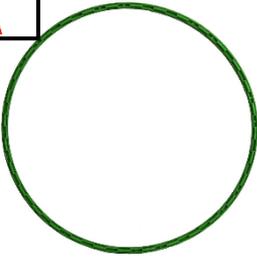
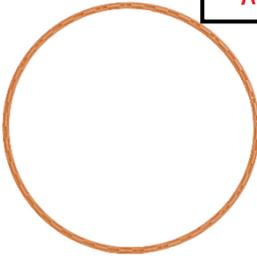
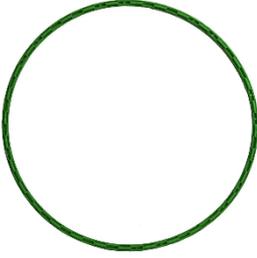
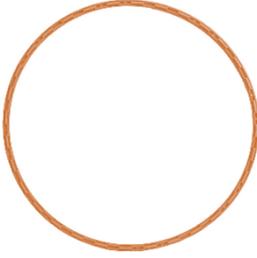
Etiqueta de tamaño grande y color verde

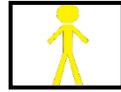
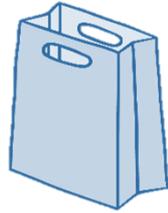


Etiqueta de tamaño pequeño y color verde

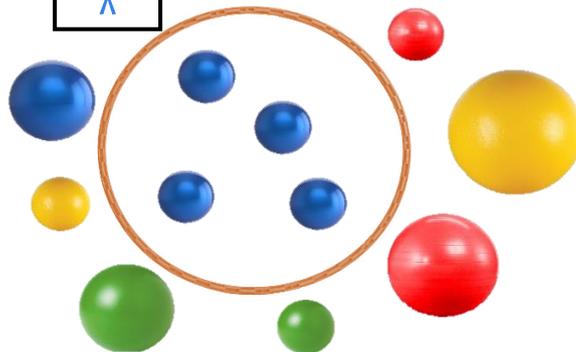
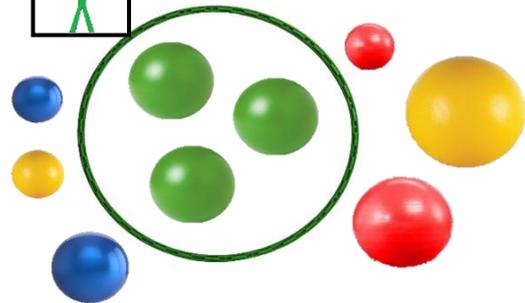
Momento de la sesión / Duración/ Procesos pedagógicos	Estrategias
<p>Inicio (10 min.)</p> <p>Motivación Saberes previos Problematización Propósito</p>	<p>La docente les pide a los estudiantes sentarse en el suelo formando un círculo. Luego se ubica en el centro de los niños, entregando a cada estudiante una cinta satinada gruesa de color roja o azul (del tamaño de la muñeca de los niños) de manera aleatoria.</p> <div data-bbox="643 568 1190 658" data-label="Image"> </div> <p>Asimismo, entrega un gorro de papel a los estudiantes que tienen cinta azul, mencionando lo siguiente: “¡Vamos a realizar un juego! Cada niño tiene una cinta de color rojo o azul, pero he colocado a algunos gorros de papel ¿Cómo podemos reunirnos para jugar?” Escuchando la lluvia de ideas de los niños, se concluye con sus respuestas que se pueden reunir de diversas maneras: niños con cinta de color azul, niños con cinta de color rojo, niños con gorro y cinta azul, niños con gorro y cinta roja, etc.</p> <div data-bbox="791 992 1090 1193" data-label="Image"> </div> <p>De esta manera, la profesora coloca una ula-ula en el suelo y explica lo siguiente: “Haré palmadas para que se coloquen dentro del círculo, solo los niños que tienen cinta azul y gorro, cuando diga: ¡Alto! Todos se quedan quietos en sus lugares”. Inmediatamente realiza palmadas durante 1 minuto.</p> <div data-bbox="770 1413 1114 1753" data-label="Image"> </div> <p>Al dejar de hacer palmadas, les pregunta lo siguiente: “¿Cómo se han reunido? ¿Qué objetos tienen los niños que están dentro de la ula-ula? ¿Hay niños fuera de la ula-ula? ¿Por qué?” Escuchando las respuestas de los estudiantes, la maestra explica que se ha formado un grupo de niños que tienen gorro y cinta azul dentro de la ula-ula y afuera se encuentran los niños que no tienen cinta azul y no tienen gorro.</p>

	<p>Luego se invita a los estudiantes a sentarse nuevamente en sus lugares, pidiendo a dos estudiantes que recojan las cintas y los gorros.</p> <p>A continuación, la profesora coloca los tubos de papel higiénico (material lógico previamente estructurado) en el suelo (ubicándolos en el centro de los estudiantes) de forma desordenada, y les realiza la siguiente pregunta: “¿Qué podemos hacer con los tubos? ¿Cómo se pueden reunir?” Escuchando la opinión de los estudiantes se concluye que pueden agruparse según sus características como: color, tamaño y textura. De esta forma, la docente les menciona el propósito: “¿Qué vamos hacer hoy? Vamos a reunir los tubos de papel”.</p>
<p>Desarrollo (25 min.)</p> <p>Gestión y acompañamiento</p>	<p>Se invita a los niños a recoger un tubo de cartón. Luego realiza las siguientes preguntas: “¿Cómo es el tubo de papel? ¿De qué color es? ¿De qué tamaño es?” Por medio de una lluvia de ideas de los estudiantes, se concluye que los tubos de papel tienen tres características: color, tamaño y textura.</p> <p>A continuación, la docente muestra dos aros de plástico, colocando un aro separado del otro. De esta manera, pide a los estudiantes que se agrupen alrededor de cada aro, teniendo en sus manos el tubo de cartón seleccionado.</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;">   </div> <p>Luego, muestra y entrega las siguientes etiquetas a cada grupo respectivamente:</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;">   </div> <p>Por medio de la observación se descubre que la primera etiqueta significa un objeto de tamaño grande y color rojo, en cambio la otra etiqueta significa los objetos de tamaño pequeño y color rojo.</p> <p>De esta manera, la maestra invita a los niños de cada grupo a colocar sus tubos en el lugar que corresponde.</p>

	<div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;">   </div> <div style="text-align: center;">   </div> </div> <p>Luego realiza las siguientes preguntas: “¿Qué tubos están dentro del aro? ¿Qué significa la etiqueta? ¿Por qué hay tubos fuera del aro? ¿Estos tubos cumplen con la etiqueta? ¿Por qué?” Escuchando sus respuestas, se reafirma que los tubos que cumplen con la etiqueta se colocan dentro del aro y los que no cumplen fuera del aro.</p> <p>Se realiza la misma actividad, con las demás etiquetas de tamaño (grande y pequeño) y color (azul, amarillo y verde) realizadas previamente por la docente. Al culminar la actividad, se pide a los estudiantes guardar los tubos de cartón en su caja respectiva.</p>
<p>Cierre (15 min.)</p> <p>Evaluación</p>	<p>Finalmente, la docente mostrando una caja con pelotas de colores de tamaño grande y pequeño, menciona lo siguiente: “Para acabar nuestra actividad de hoy, vamos a clasificar las pelotas”. Para ello, invita a los estudiantes agruparse en cada aro de plástico para realizar la actividad final.</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;">    </div> <p>Luego, muestra una bolsa decorativa, en la cual se encuentran las etiquetas trabajadas en la actividad anterior, para ello pide a un estudiante de cada grupo sacar una etiqueta al azar.</p>



Con la etiqueta seleccionada, se invita a los estudiantes a buscar en la caja, las pelotas que cumplen con la etiqueta y colocando afuera del aro las pelotas que no cumplen con la etiqueta.



Luego, se realizan las siguientes preguntas: “¿Qué pelotas están dentro del aro? ¿Por qué hay pelotas fuera del aro? ¿Estas pelotas cumplen con la etiqueta? ¿Por qué?” De esta manera, escuchando las respuestas de los estudiantes se enfatiza en la clasificación considerando los atributos de color (azul, rojo, amarillo, verde) y tamaño (grande, pequeño) para las pelotas.

4.4.3 Sesión de aprendizaje N°3

Sesión de aprendizaje N°3 “Clasificamos usando bloques lógicos”

1. Datos informativos

- Edad: 5 años
- Duración: 50 minutos
- Profesora: Tamy Bacigalupo Arcaya

2. Propósito de la sesión: Utilizar etiquetas con dos atributos diferentes (tamaño y color) unidos por la conjugación “y” para clasificar material lógico estructurado.

3. Contenido matemático

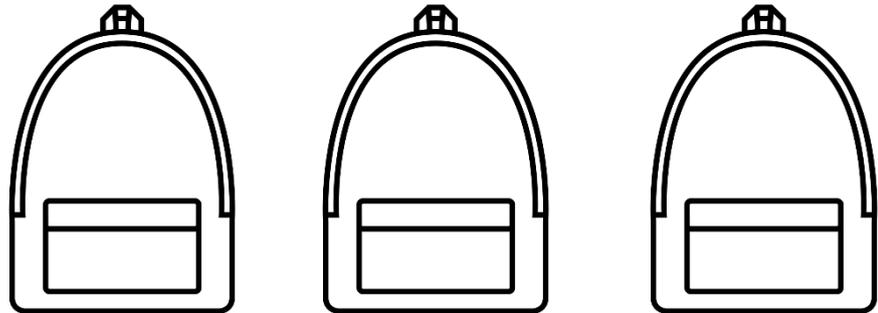
- Reconocimiento de dos atributos: tamaño (grande, pequeño) y color (rojo, azul, amarillo) de un material lógico estructurado (bloques de Dienes).
- Uso de etiquetas con atributos diferentes: tamaño (grande, pequeño) y color (rojo, azul, amarillo) empleando la conjugación “y”.
- Clasifica los bloques lógicos teniendo en cuenta los dos atributos: tamaño (grande, pequeño) y color (rojo, azul, amarillo).

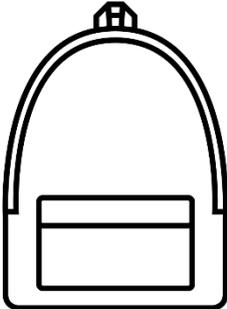
4. Propósitos esperados

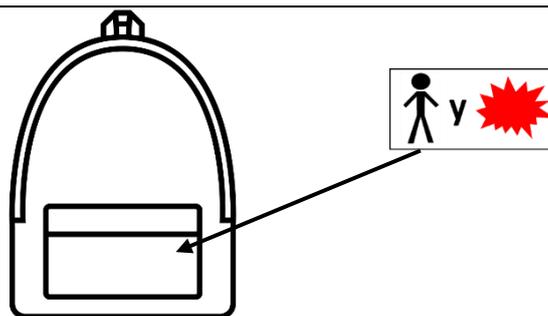
Área	Competencia	Desempeño	Desempeño precisado	Evidencia de aprendizaje	Instrumento de evaluación
Matemática	Resuelve problemas de cantidad.	Establece relaciones entre los objetos de su entorno según sus características perceptuales al comparar y agrupar, y dejar algunos elementos sueltos.	Usa etiquetas con atributos diferentes empleando la conjugación “y”, reconociendo aquellos elementos que cumplen con ambos atributos y los que no cumplen con ninguno de los dos.	Clasifica los bloques lógicos teniendo en cuenta los atributos que representan la etiqueta.	Lista de cotejo Diario de campo
	Capacidades				
	Traduce cantidades a expresiones numéricas.				
	Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones.				
	Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo.				

Enfoque transversal	Valor	Acciones observables
Ambiental	Justicia y solidaridad	Disposición a evaluar el impacto que genera los residuos de cartón en la vida cotidiana, de manera que los estudiantes implementan el reciclaje como una práctica del cuidado del medio ambiente y el bienestar común.

5. Secuencia didáctica

Antes de la sesión de aprendizaje	<p>La docente elabora etiquetas de 15x15 cm. que representan dos atributos diferentes: tamaño (grande, pequeño) y color (rojo, azul, verde, amarillo). Los cuales se establecen y denominan de la siguiente manera:</p>											
	<table border="0"> <tr> <td data-bbox="422 761 662 869">  </td> <td data-bbox="670 761 869 869">Etiqueta de tamaño grande y color</td> <td data-bbox="885 761 1125 869">  </td> <td data-bbox="1133 761 1332 869">Etiqueta de tamaño pequeño y color rojo</td> </tr> <tr> <td data-bbox="422 940 662 1048">  </td> <td data-bbox="670 940 869 1048">Etiqueta de tamaño grande y color</td> <td data-bbox="885 940 1125 1048">  </td> <td data-bbox="1133 940 1332 1048">Etiqueta de tamaño pequeño y color azul</td> </tr> <tr> <td data-bbox="422 1120 662 1227">  </td> <td data-bbox="670 1120 869 1227">Etiqueta de tamaño grande y color amarillo</td> <td data-bbox="885 1120 1125 1227">  </td> <td data-bbox="1133 1120 1332 1227">Etiqueta de tamaño pequeño y color</td> </tr> </table>		Etiqueta de tamaño grande y color		Etiqueta de tamaño pequeño y color rojo		Etiqueta de tamaño grande y color		Etiqueta de tamaño pequeño y color azul		Etiqueta de tamaño grande y color amarillo	
	Etiqueta de tamaño grande y color		Etiqueta de tamaño pequeño y color rojo									
	Etiqueta de tamaño grande y color		Etiqueta de tamaño pequeño y color azul									
	Etiqueta de tamaño grande y color amarillo		Etiqueta de tamaño pequeño y color									
	<p>Asimismo, en tres cartulinas blancas de tamaño 40x40 cm., se pega la imagen de una mochila y recorta en relación a la forma de la figura. Este material se determina de la siguiente manera:</p>											
												

Momento de la sesión / Duración/ Procesos pedagógicos	Estrategias
<p>Inicio (10 min.)</p> <p>Motivación Saberes previos Problematización Propósito</p>	<p>La maestra muestra la siguiente imagen a los estudiantes:</p>  <p>Para ello, realiza las siguientes preguntas: “¿Qué ves? ¿Para qué sirve? ¿Qué podemos guardar? ¿Lo podemos encontrar en el aula?” A través de una lluvia de ideas de los estudiantes, se concluye que es una mochila como parte de los útiles escolares que utilizamos en el colegio, el cual sirve para guardar los cuadernos, colores, crayolas, etc.</p> <p>Luego, muestra la caja de bloques lógicos, preguntando lo siguiente: “¿Qué son? ¿Cómo se llaman? ¿Qué forma tienen? ¿De qué color son? ¿Dónde podemos guardarlos?” Escuchando sus respuestas, se deducen que son bloques lógicos con las formas: cuadrado, rectángulo, círculo y triángulo, además son de color: rojo, azul y amarillo; los cuales se pueden guardar en la mochila.</p> <p>A continuación, mostrando la etiqueta de tamaño grande y color rojo:</p>  <p>Les pregunta: “¿Qué nos dice esta etiqueta? ¿Qué bloques lógicos puedo escoger?” Escuchando sus respuestas, se explica que es una etiqueta de tamaño grande y color rojo.</p> <p>Luego, menciona lo siguiente: “Recuerdan que en la mochila podemos guardar objetos ¿Qué les parece si guardamos los bloques lógicos?” Escuchando la opinión de los niños, agrega: “Ahora, si coloco la etiqueta de tamaño grande y color rojo en la mochila, ¿Qué pasaría? ¿Qué bloques podemos guardar?” De esta manera, los estudiantes responden las preguntas y coinciden que la etiqueta permite saber que bloques lógicos colocar en la mochila, como, por ejemplo: el cuadrado grande y rojo, triángulo grande y rojo, círculo grande y rojo y el rectángulo grande y rojo.</p>

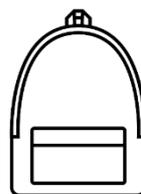
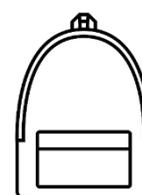
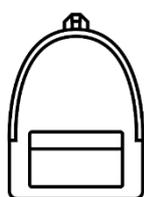


Para ello, la maestra menciona el propósito de la sesión, mencionando: “¿Qué actividad haremos con nuestros bloques lógicos? Vamos a clasificarlos en nuestra mochila usando etiquetas”.

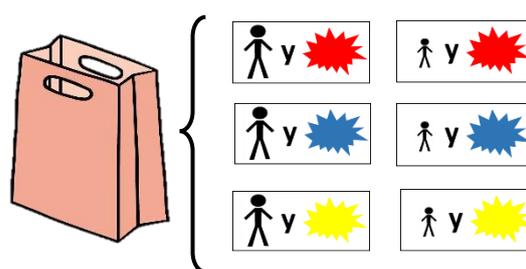
Desarrollo
(30 min.)

Gestión y
acompañamiento

La maestra coloca, de manera separada, las tres imágenes de las mochilas en el suelo. Luego invita a los niños a agruparse en cada uno de las mochilas de manera aleatoria.



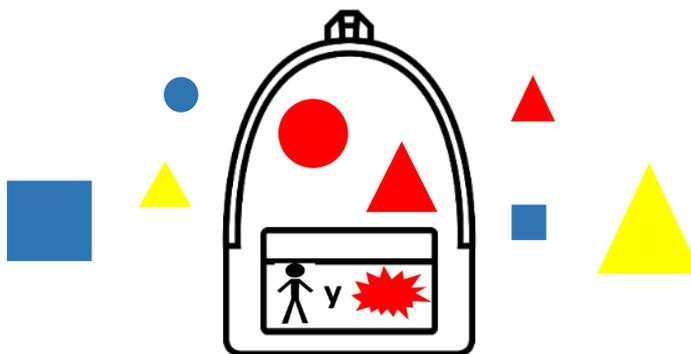
A continuación, en una bolsa decorativa se colocan todas las etiquetas de dos atributos: tamaño y color.



De igual manera, se reparten los bloques lógicos entre los tres grupos de estudiantes, para dar inicio a la actividad.

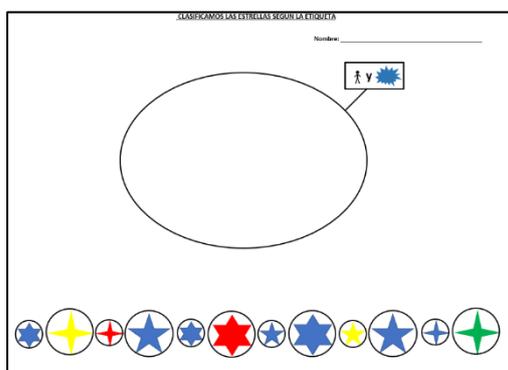
Asimismo, la docente guía a los estudiantes mencionando el nombre de la etiqueta escogida enfatizando en la conjugación “y”, realizando las siguientes preguntas: “¿Qué dice la etiqueta? ¿Qué bloques lógicos vas a colocar? ¿Cuáles han quedado fuera de la mochila? ¿Por qué?”

Retroalimentando sus respuestas, explicando que los bloques lógicos que están dentro de la mochila cumplen con la etiqueta y los bloques lógicos que están fuera de la mochila no cumplen con la etiqueta. De esta manera, la docente va rotando las etiquetas entre los tres grupos de estudiantes, volviendo a escoger una nueva etiqueta por medio de la bolsa.



Luego, se pide a los estudiantes guardar los bloques lógicos en su caja respectiva, las etiquetas en su bolsa decorativa y colocar las imágenes de la mochila en el escritorio de la docente.

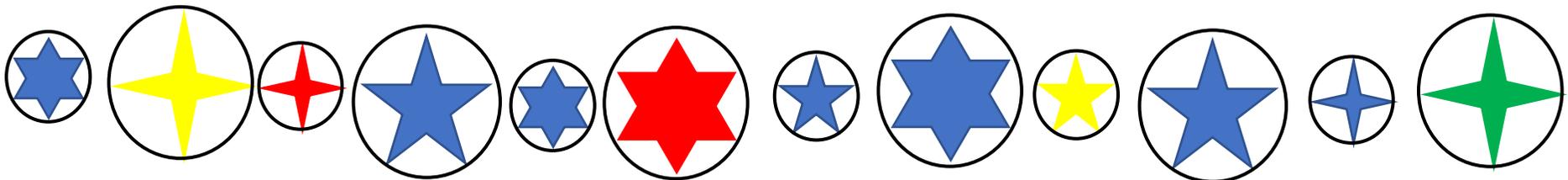
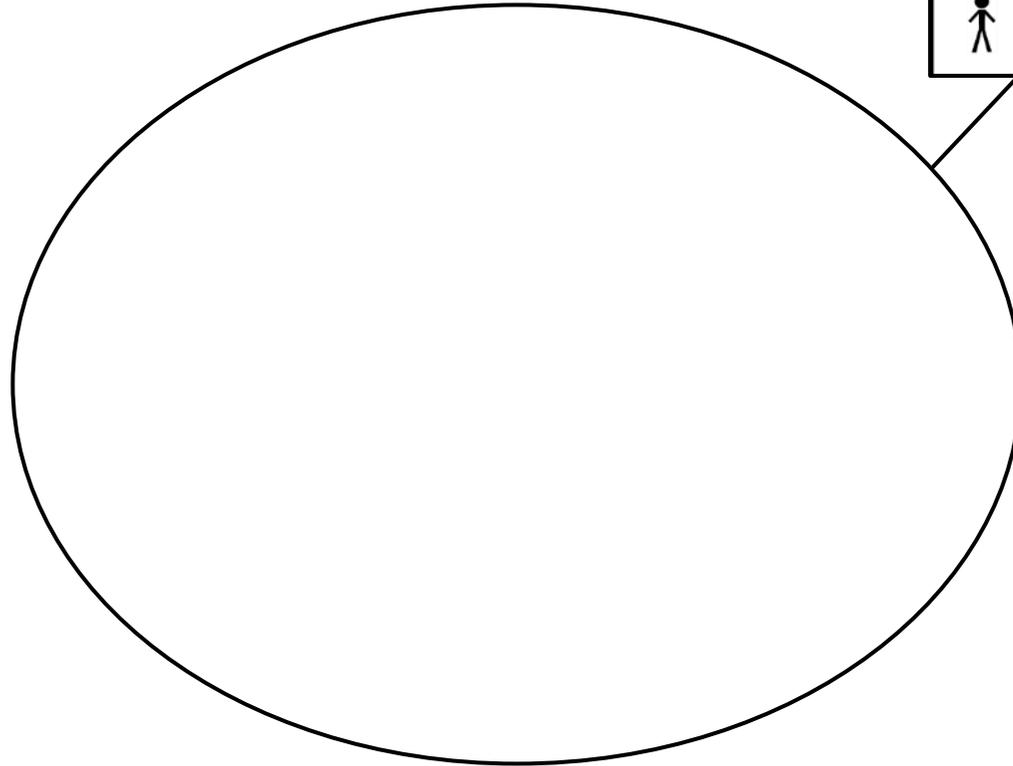
Para ello, les invita a sentarse en sus lugares, haciendo entrega de una ficha de aplicación a cada estudiante, explicando lo siguiente: “¡Ahora vamos a clasificar las estrellas! Observa bien la etiqueta para colocar dentro del círculo las estrellas que cumplen con la etiqueta”.



Después, les pide colocar los stickers de estrellas según la etiqueta de tamaño y color que muestra la ficha, la docente guía el trabajo de los niños realizando las siguientes preguntas: “¿Qué nos dice la etiqueta? ¿Qué estrellas van dentro del círculo? ¿Qué estrellas van fuera del círculo? ¿Por qué?” Escuchando sus respuestas y enfatizando el significado de la etiqueta y del lugar en el cual corresponde las estrellas: las estrellas de tamaño pequeño y de color azul se colocan dentro del círculo y las estrellas que no son de tamaño pequeño y que no son azules se colocan fuera del círculo.

CLASIFICAMOS LAS ESTRELLAS SEGÚN LA ETIQUETA

Nombre: _____



4.4.4 Sesión de aprendizaje N°4

Sesión de aprendizaje N°4 “Aprendemos con la ruleta de atributos”

1. Datos informativos

- Edad: 5 años
- Duración: 50 minutos
- Profesora: Tamy Bacigalupo Arcaya

2. Propósito de la sesión: Identificar los atributos afirmativos (que existen) o negativos (que no existen) de los tubos de cartón empleando una ruleta de atributos.

3. Contenido matemático

8. Reconocimiento de los atributos afirmativos de color (rojo, azul, amarillo, verde), tamaño (grande, pequeño) y textura (rugosa, lisa) de un material lógico estructurado (tubos de cartón).
9. Reconocimiento de los atributos negativos de color (rojo, azul, amarillo, verde) de un material lógico estructurado (tubos de cartón).

4. Propósitos esperados

Área	Competencia	Desempeño	Desempeño precisado	Evidencia de aprendizaje	Instrumento de evaluación
Matemática	Resuelve problemas de cantidad	Establece relaciones entre los objetos de su entorno según sus características perceptuales al comparar y agrupar, y dejar algunos elementos sueltos.	Reconoce tres o más atributos afirmativos o negativos de un objeto a partir de la identificación de sus atributos.	Menciona tres o más atributos afirmativos o negativos de los tubos de cartón por medio de las ruletas y etiquetas.	Lista de cotejo Diario de campo
	Capacidades				
	Traduce cantidades a expresiones numéricas				
	Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones.				
	Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo.				

Enfoque transversal	Valor	Acciones observables
Ambiental	Justicia y solidaridad	Disposición a evaluar el impacto que genera los residuos de cartón en la vida cotidiana, de manera que los estudiantes implementan el reciclaje como una práctica del cuidado del medio ambiente y el bienestar común.

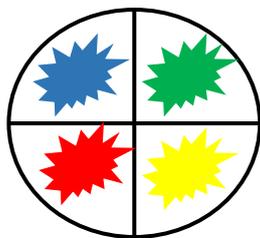
5. Secuencia didáctica

Antes de la
sesión de
aprendizaje

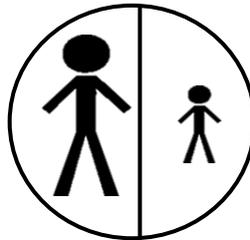
La docente considera el material lógico estructurado (tubos de cartón) de la sesión anterior, los cuales ya están estructurados de la siguiente forma:

- Tubo de color azul, tamaño grande y textura rugosa.
- Tubo de color rojo, tamaño grande y textura rugosa.
- Tubo de color amarillo, tamaño grande y textura rugosa.
- Tubo de color verde, tamaño grande y textura rugosa.
- Tubo de color azul, tamaño pequeño y textura rugosa.
- Tubo de color rojo, tamaño pequeño y textura rugosa.
- Tubo de color amarillo, tamaño pequeño y textura rugosa.
- Tubo de color verde, tamaño pequeño y textura rugosa.
- Tubo de color azul, tamaño grande y textura lisa.
- Tubo de color rojo, tamaño grande y textura lisa.
- Tubo de color amarillo, tamaño grande y textura lisa.
- Tubo de color verde, tamaño grande y textura lisa.
- Tubo de color azul, tamaño pequeño y textura lisa.
- Tubo de color rojo, tamaño pequeño y textura lisa.
- Tubo de color amarillo, tamaño pequeño y textura lisa.
- Tubo de color verde, tamaño pequeño y textura lisa.

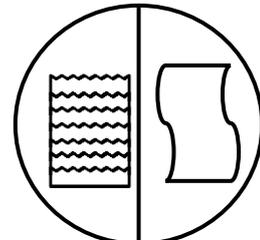
Por otro lado, la docente elabora tres ruletas con las tres características de los tubos de cartón: color (azul, verde, rojo, amarillo), tamaño (grande y pequeño) y textura (rugoso y liso). Las ruletas se establecen y denominan de la siguiente manera:



Ruleta de colores



Ruleta de tamaños

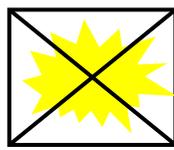


Ruleta de texturas

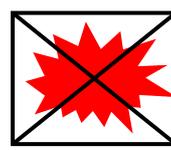
Asimismo, la docente también elabora cuatro etiquetas negativas de los colores (azul, amarillo, rojo y verde) utilizando el signo de cruz como negación. Las etiquetas se establecen y denominan de la siguiente forma:



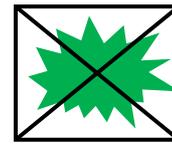
Etiqueta de
color no azul



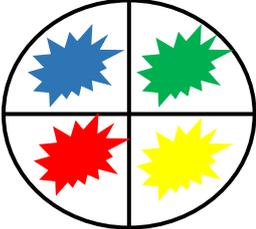
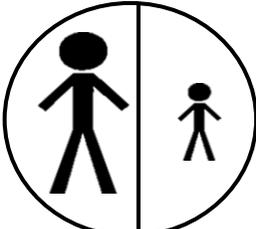
Etiqueta de color
no amarillo

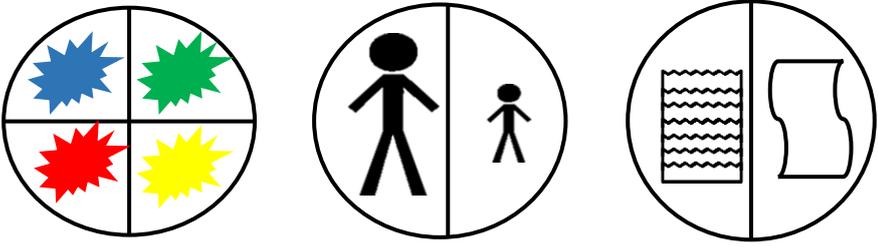


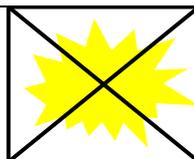
Etiqueta de
color no rojo



Etiqueta de
color no verde

Momento de la sesión / Duración / Procesos pedagógicos	Estrategias
<p>Inicio (10 min.)</p> <p>Motivación Saberes previos Problematización Propósito</p>	<p>La docente muestra a los estudiantes la siguiente ruleta:</p>  <p>Realizando las siguientes preguntas: “¿Qué ves? ¿Para qué sirve?” Escuchando sus respuestas, se concluye que es una ruleta de colores. A continuación, muestra una caja que contiene los tubos de papel higiénico, señalando la ruleta y los tubos formula lo siguiente: “¿En qué se parecen? ¿Por qué?” Con la opinión de los estudiantes, se afirma que los tubos de papel tienen los mismos colores que aparecen en la ruleta.</p> <p>Luego, la profesora muestra otra ruleta:</p>  <p>Para ello, realiza la siguiente pregunta: “¿Qué ves en esta ruleta? ¿Las personas se parecen? ¿Por qué?” Escuchando la opinión de los estudiantes, se deduce que los dibujos de las personas representan el tamaño, puesto que uno es grande y el otro es pequeño.</p> <p>De esta manera, se identifica la noción de pequeño y grande. Luego, la docente muestra la caja de tubos de papel, preguntando lo siguiente: “¿Los tubos se parecen a las imágenes de la ruleta? ¿Por qué?” Junto con las respuestas de los niños, se deduce que los tubos pueden ser grandes o pequeños.</p> <p>En consecuencia, la profesora les menciona el propósito de la sesión a los niños: “Hoy vamos a jugar con las ruletas para descubrir cómo son los tubos de cartón”.</p>

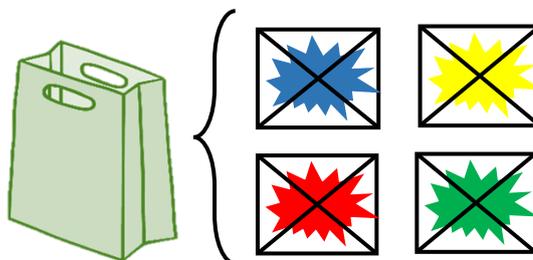
<p>Desarrollo (30 min.)</p> <p>Gestión y acompañamiento</p>	<p>La docente coloca las tres ruletas frente a los estudiantes, pidiéndoles previamente que se coloquen alrededor de ella, las ruletas muestran las características de los tubos de papel:</p>  <p>Luego realiza las siguientes preguntas: “¿Qué ves en la última ruleta? ¿Se parecen a los tubos de papel? ¿Por qué?” Con la respuesta de los niños, se concluye que hay tubos de papel que pueden ser rugosos o lisos. De esta manera la docente menciona lo siguiente: “En este juego de las ruletas vamos a descubrir cuál es el tubo ganador”.</p> <p>A continuación, se seleccionan a tres niños de manera aleatoria para girar las ruletas y los demás niños forman dos grupos, cada uno con diferentes tubos de papel. La maestra les dice: “Cada grupo buscará el tubo de papel que nos dicen nuestras ruletas, recuerden estar muy atentos”.</p> <p>Por lo tanto, se inicia el juego de la ruleta, el cual se realiza en cuatro ocasiones alternando a los niños para girar las tres ruletas. La docente junto con los estudiantes sigue las siguientes indicaciones:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Primero, se pide al estudiante girar la ruleta de colores. • Luego, se pide a otro estudiante girar la ruleta del tamaño. • Seguidamente, se pide a otro estudiante girar la ruleta de texturas. • Se pide a un niño, que mencione las tres características (color/tamaño/textura). • A continuación, se pide que los dos grupos de niños busquen algún tubo de papel que tenga esas tres características. • Por último, al seleccionar el tubo con esas tres características, se pide al niño que lo encontró que muestre el tubo de papel y mencione sus características guiándose de las ruletas. • El niño que descubrió el tubo debe colocarlo en la caja de tubos de papel. <p>Posteriormente, la docente menciona lo siguiente: “Vamos a guardar nuestra ruleta de colores y nos quedaremos con la ruleta de tamaño y la ruleta de texturas”. Luego muestra una etiqueta negativa de color y de tamaño, preguntando lo siguiente: “¿Qué es? ¿Qué significa la etiqueta? ¿Por qué hay una equis?”</p>
--	---



Escuchando las respuestas de los estudiantes, se concluye que la etiqueta representa lo siguiente: no es de color amarillo.

A continuación, la maestra señalando las etiquetas negativas de color y las ruletas del atributo de tamaño y textura, menciona lo siguiente: “Ahora nos toca jugar con las etiquetas y las dos ruletas, recuerden mirar bien las etiquetas para descubrir el tubo ganador”.

Luego muestra una bolsa decorativa y coloca las cuatro etiquetas negativas de color, mezclándolas en su interior.



La maestra pide que se acerque un estudiante y cerrando sus ojos, escoge una etiqueta negativa de la bolsa decorativa. Luego, se consideran las mismas indicaciones que en la actividad anterior considerando solo las ruletas de tamaño y textura. Al finalizar la actividad, se pide a los estudiantes colocar los tubos de cartón en su respectiva caja.

Cierre
(10 min.)

Evaluación

La profesora pide a los estudiantes que se formen en parejas, es decir, en grupo de dos estudiantes, para ello cada pareja debe recoger un tubo de cartón de la caja. Luego les menciona lo siguiente: “Ahora ustedes le dirán a su compañero cómo es el tubo que han sacado de la caja, recuerden lo que hemos trabajado en el juego de las ruletas y las etiquetas”.

De esta manera, la docente les ayuda con las siguientes preguntas: “¿De qué color es? ¿De qué color no es? ¿De qué tamaño? ¿De qué tamaño no es? ¿Cómo es?” Logrando enfatizar las características afirmativas y negativas del material lógico estructurado.

6. Materiales

- Tubos de papel higiénico (material lógico estructurado).
- Ruleta de colores (imagen de mancha azul, rojo, verde, amarillo).
- Ruleta de texturas (imagen de papel rugoso, imagen de papel liso).
- Ruleta de tamaño (imagen de muñeco grande, imagen de muñeco pequeño).
- Etiquetas negativas de color (azul, rojo, verde, amarillo).
- Etiquetas negativas de tamaño (grande, pequeño).
- Bolsa decorativa.

7. Lista de cotejo

Nombre del estudiante	INDICADORES				Observaciones
	Identifica tres o más atributos afirmativos (color, tamaño, textura) de un material concreto.		Identifica tres o más atributos negativos (color, tamaño) de un material concreto.		
	SÍ	NO	SÍ	NO	

4.4.5 Sesión de aprendizaje N°5

Sesión de aprendizaje N°5 “Utilizamos tiras de etiquetas para encontrar el bloque lógico”

1. Datos informativos

- Edad: 5 años
- Duración: 50 minutos
- Profesora: Tamy Bacigalupo Arcaya

2. Propósito de la sesión: Utilizar etiquetas afirmativas y negativas para reconocer los atributos de forma, color y tamaño de un material lógico estructurado.

3. Contenido matemático

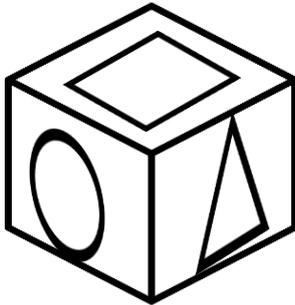
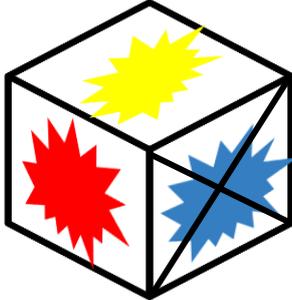
- Reconocimiento de atributos afirmativos y negativos de forma (cuadrado, rectángulo, círculo, triángulo), color (azul, rojo, amarillo) y tamaño (grande, pequeño) de un material lógico estructurado.
- Uso de etiquetas afirmativas y negativas para identificar los atributos de forma (cuadrado, rectángulo, círculo, triángulo), color (azul, rojo, amarillo) y tamaño (grande, pequeño) de un material lógico estructurado.

4. Propósitos esperados

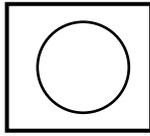
Área	Competencia	Desempeño	Desempeño precisado	Evidencia de aprendizaje	Instrumento de evaluación
Matemática	Resuelve problemas de cantidad	Establece relaciones entre los objetos de su entorno según sus características perceptuales al comparar y agrupar, y dejar algunos elementos sueltos.	Usa etiquetas afirmativas y negativas para representar gráficamente los atributos del objeto.	Menciona los atributos de forma y color del bloque lógico.	Lista de cotejo Diario de campo
	Capacidades			Selecciona el bloque lógico que corresponde a la tira de etiquetas.	
	Traduce cantidades a expresiones numéricas			Verbaliza la tira de etiquetas de forma, color y tamaño correspondiente al bloque lógico.	
	Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones.				
	Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo.				

Enfoque transversal	Valor	Acciones observables
Búsqueda de la excelencia	Superación personal	Disposición a adquirir cualidades que mejorarán el propio desempeño para lograr desarrollar actividades matemáticas y aumentarán el estado de satisfacción consigo mismo y con las circunstancias pedagógicas.

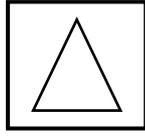
5. Secuencia didáctica

<p>Antes de la sesión de aprendizaje</p>	<p>La docente elabora un dado del atributo de forma utilizando etiquetas afirmativas de cuadrado, círculo, rectángulo y triángulo. El dado al tener seis caras, se consideran las cuatro caras, colocadas de manera aleatoria, con las etiquetas de color y las dos restantes se dejan en blanco.</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p>Asimismo, elabora un dado del atributo de color utilizando etiquetas afirmativas y negativas de rojo, azul y amarillo. El dado se establece de la siguiente manera: tres caras para las etiquetas afirmativas de rojo, azul y amarillo y las tres restantes para las etiquetas negativas de rojo, azul y amarillo. Las etiquetas se colocan de manera aleatoria.</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p>Por otro lado, elabora etiquetas afirmativas de 10x10 cm. de los atributos de forma (cuadrado, círculo, rectángulo y triángulo), de color (rojo, azul y amarillo) y tamaño (grande, pequeño).</p> <p>También prepara etiquetas negativas de color (rojo, azul y amarillo) de las mismas dimensiones que las afirmativas. Las etiquetas se establecen y denominan de la siguiente manera:</p>
--	--

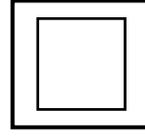
- **Etiquetas afirmativas de forma**



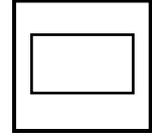
Etiqueta de forma del círculo



Etiqueta de forma del triángulo



Etiqueta de forma del cuadrado



Etiqueta de forma del rectángulo

- **nativ:**



Etiqueta de color rojo



Etiqueta de color azul



Etiqueta de color amarillo

- **Etiquetas afirmativas de tamaño**



Etiqueta de tamaño grande



Etiqueta de tamaño pequeño

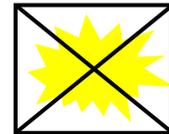
tivas d



Etiqueta de color no rojo



Etiqueta de color no azul



Etiqueta de color no amarillo

De profes
de la cant
sigl en cac

artulina b
tes) de 2(

s tiras
do los

- Primer recuadro: Etiquetas afirmativas para el atributo de forma (círculo, triángulo, cuadrado, rectángulo).
- Segundo recuadro: Etiquetas afirmativas o negativas del atributo de color (rojo, azul, amarillo).
- Tercer recuadro: Etiquetas afirmativas o negativas del atributo de tamaño (grande, pequeño).

A continuación, se muestran las posibles combinaciones para la elaboración de las tiras de etiquetas



Etiqueta de la forma del círculo, no color rojo y tamaño grande.



Etiqueta de la forma del triángulo, color rojo y tamaño no grande.



Etiqueta de la forma del cuadrado, color rojo y tamaño no grande.



Etiqueta de la forma del rectángulo, color no rojo y tamaño grande.



Etiqueta de la forma del círculo, color no azul y tamaño grande.



Etiqueta de la forma del triángulo, color azul y tamaño no grande.



Etiqueta de la forma del cuadrado, color azul y tamaño no grande.



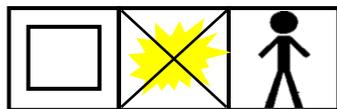
Etiqueta de la forma del rectángulo, color no azul y tamaño grande.



Etiqueta de la forma del círculo, color amarillo y tamaño no grande.



Etiqueta de la forma del triángulo, color amarillo y tamaño no grande.



Etiqueta de la forma del cuadrado, color no amarillo y tamaño grande.



Etiqueta de la forma del rectángulo, color amarillo y tamaño no grande.



Etiqueta de la forma del círculo, color no rojo y tamaño pequeño.



Etiqueta de la forma del triángulo, color rojo y tamaño no pequeño.



Etiqueta de la forma del cuadrado, color no rojo y tamaño pequeño.



Etiqueta de la forma del círculo, color azul y tamaño no pequeño.



Etiqueta de la forma del cuadrado, color no azul y tamaño pequeño.



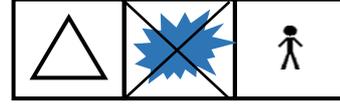
Etiqueta de la forma del círculo, color no amarillo y tamaño pequeño.



Etiqueta de la forma del cuadrado, color amarillo y tamaño no pequeño.



Etiqueta de la forma del rectángulo, color rojo y tamaño no pequeño.



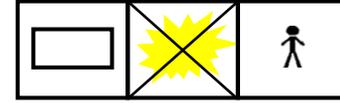
Etiqueta de la forma del círculo, color no azul y tamaño pequeño.



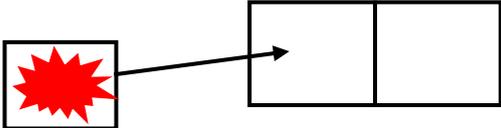
Etiqueta de la forma del rectángulo, color azul y tamaño no pequeño.

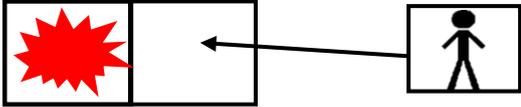
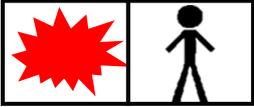
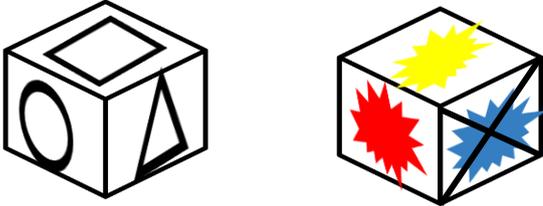


Etiqueta de la forma del triángulo, color amarillo y tamaño no pequeño.



Etiqueta de la forma del rectángulo, color no amarillo y tamaño pequeño.

Momento de la sesión / Duración / Procesos pedagógicos	Estrategias
<p>Inicio (10 min.)</p> <p>Motivación Saberes previos Problematización Propósito</p>	<p>La profesora invita a los estudiantes a sentarse en el suelo formando un círculo, luego muestra una pelota grande de color rojo, preguntando lo siguiente: “¿Qué ves? ¿Para qué sirve? ¿Cómo es? ¿De qué color es? ¿De qué tamaño?” A través de una lluvia de ideas de los estudiantes, se explican las características de la pelota como su color, forma, textura, tamaño, etc.</p>  <p>A continuación, dibuja en la pizarra una tira de etiquetas con dos espacios en blanco:</p>  <p>Señalando cada recuadro, pregunta lo siguiente: “Si quiero colocar todo lo que ustedes han dicho sobre la pelota en cada uno de dos espacios ¿Qué puedo colocar? ¿Puedo colocar etiquetas? ¿Por qué?” Atendiendo las respuestas de los estudiantes se concluye que en cada espacio se puede colocar las características de la pelota como: color y tamaño.</p> <p>Luego, muestra las etiquetas afirmativas de color (rojo, azul, amarillo) y</p>  <p>pregunta: “¿Qué etiqueta de color podemos colocar?” Escuchando la respuesta de los niños respecto al color de la pelota, se invita a un estudiante a pegar con limpiatipo la etiqueta de color rojo en el primer espacio de la tira de cartulina.</p>  <p>Después, muestra las etiquetas afirmativas de tamaño (grande, pequeño) y</p> 

	<p>pregunta: “¿Qué etiqueta de tamaño podemos colocar?” Escuchando la respuesta de los niños respecto al tamaño de la pelota, se invita a otro estudiante a pegar con limpiatipo la etiqueta de tamaño grande en el segundo espacio de la tira de cartulina.</p>  <p>De esta manera, la profesora junto con los estudiantes menciona las dos características de la pelota: de color rojo y de tamaño grande señalando cada etiqueta.</p>  <p>Posteriormente, coloca en el centro de los estudiantes la caja de bloques lógicos, realizándoles las siguientes interrogantes: “¿Qué ves? ¿Cómo se llaman? ¿Qué forma tienen? ¿Qué color? ¿Todos son iguales? ¿Por qué?” Escuchando sus respuestas se concluye que son bloques lógicos de forma (círculo, cuadrado, rectángulo, triángulo), colores (azul, rojo, amarillo) y tamaño (grande, pequeño).</p> <p>Seguidamente, agrega lo siguiente: “Así como utilizo etiquetas para la pelota ¿También lo podemos hacer con los bloques lógicos? ¿Por qué?” De esta manera, escuchando las respuestas de los niños se acuerda realizar una actividad en la cual se utilizan etiquetas para mencionar las características de los bloques lógicos como la forma, color y tamaño. Por consiguiente, la docente menciona el propósito de la sesión: “¿Qué haremos hoy? Vamos a usar etiquetas para decir cómo son los bloques lógicos”.</p>
<p>Desarrollo (20 min.)</p> <p>Gestión y acompañamiento</p>	<p>La maestra muestra los dados de forma y de color:</p>  <p>Realizando las siguientes preguntas: “¿Qué son? ¿Qué etiquetas tienen?” Escuchando sus respuestas se explica que el primer dado es el dado de las formas (círculo, cuadrado, rectángulo, triángulo) y el segundo dado es el dado de los colores (rojo, azul, amarillo).</p>

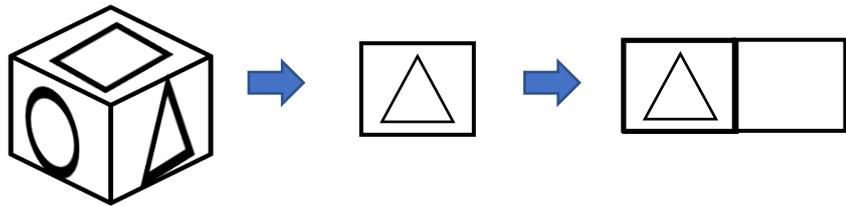
Luego se explica que el juego de los dados consiste en lanzar primero el dado de formas, luego el dado de colores y finalmente armar la tira de etiquetas para buscar el bloque lógico con los atributos correspondientes a cada uno de los dados. Para ello, se invita a los estudiantes, teniendo como guía a la profesora, formar grupos de tres estudiantes para realizar la actividad de manera aleatoria.

Asimismo, la docente para cada grupo dibuja en la pizarra una tira de etiquetas con dos espacios en blanco:

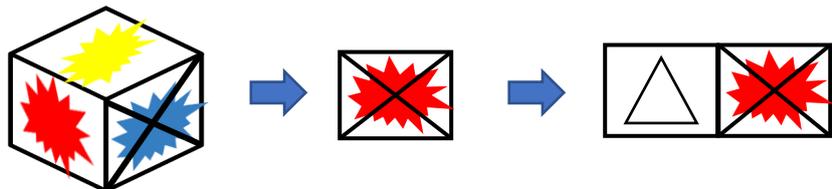
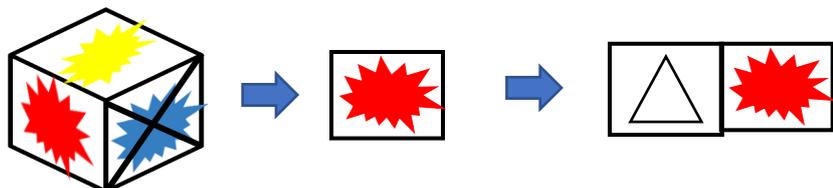


De esta manera, se menciona de manera sencilla los pasos a seguir para realizar la actividad:

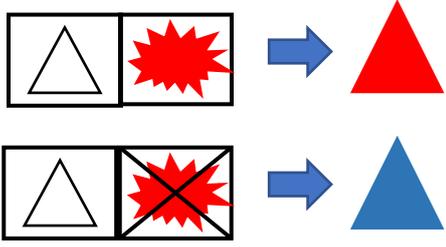
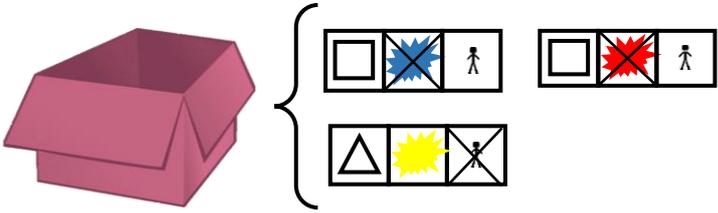
- El primer estudiante del grupo lanza el dado de forma. Observa la forma que aparece en el dado para buscar la misma etiqueta. Y coloca, empleando limpiatipo, la etiqueta de forma en el primer espacio de la tira de etiquetas.



- El segundo estudiante lanza el dado de colores. Observa el color que aparece en el dado para buscar la misma etiqueta afirmativa o negativa. Y colocarla, utilizando limpiatipo, en el segundo espacio de la tira de etiquetas.



- El tercer estudiante, verbaliza la tira de atributos de forma y color, de la siguiente manera: "Voy a buscar un bloque de forma de triángulo y color rojo". En el caso de la etiqueta negativa: "Voy a buscar un

	<p>bloque de forma de triángulo que no es de color rojo”. De esta manera, busca el bloque lógico que corresponde a ambos atributos.</p> 
<p>Cierre (20 min.)</p> <p>Evaluación</p>	<p>La profesora pide a los estudiantes a guardar los bloques lógicos en su respectiva caja y regresar a sus asientos. Para explicar la actividad final, muestra la siguiente tira de etiquetas:</p>  <p>Preguntando a los estudiantes: “¿Qué nos dice la etiqueta? ¿Se parece a las etiquetas anteriores? ¿Por qué? ¿Qué hemos agregado?”.</p> <p>Escuchando sus respuestas, la docente enfatiza en la lectura correcta de la tira de etiqueta de la siguiente manera: “Una forma de cuadrado, que no es de color rojo y tamaño pequeño”.</p> <p>Luego invita a los estudiantes a formar parejas, es decir, grupos de dos estudiantes. A continuación, muestra una caja decorativa en la cual se encuentran las tiras de etiquetas (de acuerdo a la cantidad de estudiantes):</p>  <p>Para ello, la profesora menciona los pasos a seguir para realizar la actividad final:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Buscar una tira de etiquetas en la caja decorativa. • Verbalizar los atributos de forma, color y tamaño que muestra la tira de etiqueta. • Buscar el bloque lógico que corresponde a esa tira de etiquetas.

6. Materiales

- Plumón de pizarra o tiza de color.
- Dado de formas (círculo, cuadrado, rectángulo, triángulo).
- Dado de color (rojo, azul, amarillo).
- Etiquetas afirmativas de forma (círculo, cuadrado, rectángulo, triángulo).
- Etiquetas afirmativas de color (rojo, azul, amarillo).
- Etiquetas negativas de color (rojo, azul, amarillo).
- Etiquetas afirmativas de tamaño (grande, pequeño).
- Bloques lógicos.
- Caja decorativa.
- Tiras de etiquetas de forma, color y tamaño (según la cantidad de estudiantes).



7. Lista de cotejo

Nombre del estudiante	INDICADORES				Observaciones
	Menciona los atributos de forma, color y tamaño en la tira de etiquetas.		Selecciona el material concreto que corresponde a la tira de etiquetas.		
	SÍ	NO	SÍ	NO	



4.4.6 Sesión de aprendizaje N°6

Sesión de aprendizaje N°6 “¿A qué grupo lo podemos incluir?”

4. Datos informativos

- Edad: 5 años
- Duración: 50 minutos
- Profesora: Tamy Bacigalupo Arcaya

5. Propósito de la sesión: Identificar cuando un grupo de objetos de su entorno se encuentra incluido en otro grupo de objetos.

6. Contenido matemático

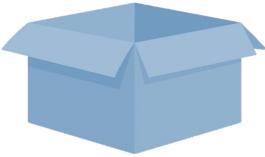
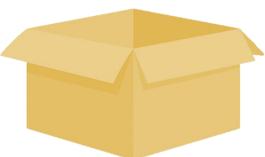
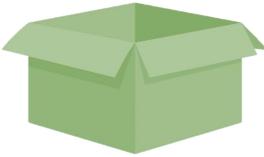
- Identificación de las características de objetos del entorno como utensilios de cocina, juguetes y vestimenta.
- Reconocer la noción de inclusión en un agrupamiento de objetos del entorno como utensilios de cocina, juguetes y vestimenta.

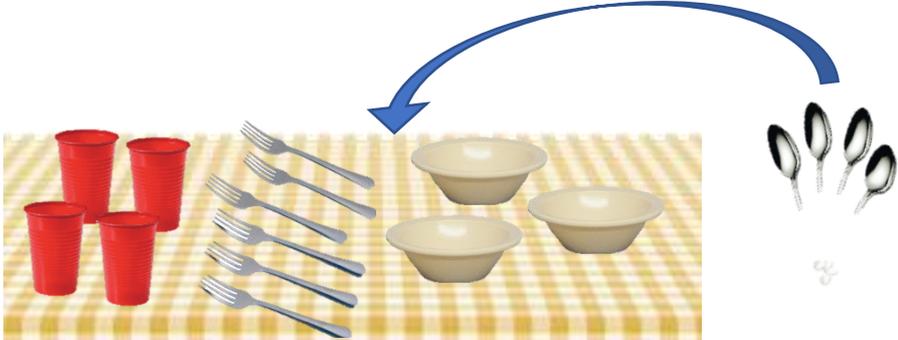
4. Propósitos esperados

Área	Competencia	Desempeño	Desempeño precisado	Evidencia de aprendizaje	Instrumento de evaluación
Matemática	Resuelve problemas de cantidad	Establece relaciones entre los objetos de su entorno según sus características perceptuales al comparar y agrupar, y dejar algunos elementos sueltos.	Reconoce cuando un grupo está incluido en otro grupo de elementos.	Incluye el grupo de objetos traído de casa a uno de los grupos mostrados por la docente.	Lista de cotejo Diario de campo
	Capacidades				
	Traduce cantidades a expresiones numéricas				
	Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones.				
	Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo.				

Enfoque transversal	Valor	Acciones observables
Orientación al bien común	Responsabilidad	Disposición a valorar y proteger los bienes comunes y compartidos de un colectivo, se promueven actividades para que los estudiantes asuman responsabilidades en el cuidado de objetos de su entorno como utensilios de cocina, vestimenta y juguetes.

5. Secuencia didáctica

<p>Antes de la sesión de aprendizaje</p>	<p>La docente envía a los padres de familia un comunicado para traer un grupo de objetos que pertenezcan a la vestimenta, útiles escolares o juguetes. Asimismo, en el comunicado explica algunos grupos de objetos que los estudiantes pueden traer a la clase, como:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Vestimenta: polos, medias, shorts (pequeños). • Útiles escolares: colores, plumones, crayolas. • Juguetes: carros, aviones, peluches pequeños, muñecas (pequeños). <p>Por otro lado, la profesora forra tres cajas de cartón con papeles de color azul, amarillo y verde; de manera que cada caja corresponde a un color y campo semántico de la siguiente manera:</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;">  <p>Caja de vestimenta</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>Caja de útiles escolares</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>Caja de juguetes</p> </div> </div>
	<p>Asimismo, la profesora coloca en cada caja objetos que correspondan al campo semántico.</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;">  </div> <div style="text-align: center;">  </div> <div style="text-align: center;">  </div> </div>

Momento de la sesión / Duración / Procesos pedagógicos	Estrategias
<p>Inicio (10 min.) Motivación Saberes previos Problematización Propósito</p>	<p>La docente coloca una tela en el suelo, y coloca tenedores, platos y vasos de plástico, luego realiza las siguientes preguntas a los estudiantes: “¿Qué son? ¿Cómo se llaman? ¿Para qué sirven? ¿Dónde los encontramos?” Escuchando las respuestas de los niños, se explica que son utensilios y se encuentran en la cocina, los cuales sirven para comer los alimentos y tomar agua.</p>  <p>A continuación, la profesora muestra un grupo de cucharas, preguntando lo siguiente: “¿Qué son? ¿Para qué sirven? ¿Dónde los encontramos?” Tomando en cuenta la opinión de los estudiantes, se explica que son utensilios de cocina y sirven para mezclar cosas o tomar sopa.</p>  <p>Seguidamente, señalando la tela con los utensilios de cocina y el grupo de cucharas, pregunta: “¿Podemos incluir las cucharas en el grupo de los utensilios? ¿Por qué?” Escuchando sus respuestas, se enfatiza que las cucharas están incluidas en los utensilios de cocina porque se encuentran en la cocina, también sirven para cocinar y comer como los otros utensilios como los tenedores, cuchillos, platos y vasos.</p> 

	De esta manera, la profesora menciona el propósito de la sesión: “El día de hoy, vamos a descubrir en qué grupo podemos incluir los objetos que tenemos en casa”.
Desarrollo (30 min.) Gestión y acompañamiento	<p>La docente les pide sacar de sus mochilas el material que han traído de casa, el cual puede ser: grupo de alguna vestimenta, grupo de algún útil escolar o un grupo de algún juguete. Luego, invita a los niños a sentarse en el suelo formando un círculo. Colocando en el centro, tres cajas forradas de color azul, amarillo y verde correspondientes a los siguientes campos semánticos: vestimenta, útiles escolares y juguetes; respectivamente.</p> <div data-bbox="443 645 1390 1189" data-label="Image"> <p>The image shows three cardboard boxes arranged in a triangle. The blue box on the left contains a red shirt, yellow shorts, and several pairs of colorful socks. The yellow box in the center contains several packs of crayons and pencils. The green box on the right contains two teddy bears, a red toy car, and a yellow toy airplane.</p> </div> <p>De esta manera, la profesora realiza las siguientes preguntas a los estudiantes: “¿Qué son? ¿Todas las cajas son del mismo color? ¿Qué objetos hay en cada caja? ¿Por qué? ¿Cómo podemos llamar a la caja amarilla? ¿Y la caja azul? ¿Y la verde? ¿Por qué?” Tomando en cuenta sus opiniones, se enfatiza que la caja azul corresponde al grupo de la vestimenta, la caja amarilla al grupo de útiles escolares y la caja verde al grupo de juguetes.</p> <p>A continuación, se invita a un estudiante de manera aleatoria para realizar la siguiente actividad:</p> <ul style="list-style-type: none"> • La docente explica que van a descubrir a qué grupo podemos incluir los objetos que han traído de casa. • El estudiante se acerca al centro del círculo de niños, muestra su grupo de objetos, respondiendo a las preguntas de la docente: “¿Qué son? ¿Cómo son? ¿Para qué sirven?” • Luego, descubre a qué grupo de objetos (vestimenta, útiles escolares o juguetes) corresponde, por medio de la pregunta: “¿A qué grupo de objetos los puedes incluir? ¿Al grupo de juguetes? ¿Al grupo de útiles escolares? ¿Al grupo de vestimenta? ¿Por qué?”

	<ul style="list-style-type: none"> Después, coloca su grupo de objetos en la caja correspondiente. Y regresa a su lugar inicial.
Cierre (10 min.) Evaluación	Al finalizar la actividad con todos los estudiantes, la docente muestra los grupos de objetos que se han incorporado a cada una de las cajas, realizando las siguientes preguntas: “¿Qué objetos incluimos en la caja amarilla? ¿Y en la verde? ¿Y en la azul?” escuchando las respuestas de los estudiantes y enfatizando la noción de inclusión de un grupo de objetos a otro grupo.

6. Materiales

- Cajas de cartón.
- Goma o silicona.
- Papeles de color (azul, amarillo y verde).
- Tela.
- Utensilios de cocina: tenedores, cucharas, vasos, platos.
- Vestimenta: polos, shorts, medias, pantalones.
- Útiles escolares: colores, crayolas, plastilina, plumones.
- Juguetes: osos, carros, aviones, muñecas.

7. Lista de cotejo

Nombre del estudiante	INDICADORES				Observaciones
	Identifica las características de los objetos de su entorno como: utensilios de cocina, juguetes y vestimenta.		Reconoce la noción de inclusión en un grupo de objetos como utensilios de cocina, juguetes o vestimenta.		
	SÍ	NO	SÍ	NO	

4.4.7 Sesión de aprendizaje N°7

Sesión de aprendizaje N°7 “Descubrimos cómo hemos formado los conjuntos”

1. Datos informativos

- Edad: 5 años
- Duración: 50 minutos
- Profesora: Tamy Bacigalupo Arcaya

2. Propósito de la sesión: Identificar el criterio empleado en una clasificación de diversos objetos.

3. Contenido matemático

- Identificación de las características perceptuales del objeto (color, forma, tamaño).
- Determinación del criterio de clasificación.

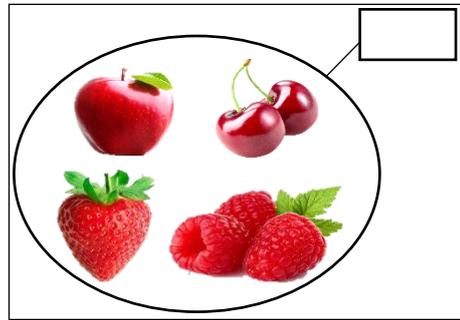
4. Propósitos esperados

Área	Competencia	Desempeño	Desempeño precisado	Evidencia de aprendizaje	Instrumento de evaluación
Matemática	Resuelve problemas de cantidad	Establece relaciones entre los objetos de su entorno según sus características perceptuales al comparar y agrupar, y dejar algunos elementos sueltos.	Reconoce el criterio utilizado en una clasificación.	Coloca la etiqueta de color que corresponde al conjunto de objetos.	Lista de cotejo Diario de campo
	Capacidades				
	Traduce cantidades a expresiones numéricas				
	Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones.				
	Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo.				

Enfoque transversal	Valor	Acciones observables
Ambiental	Respeto a toda forma de vida	Aprecio, valoración y disposición para el cuidado de los animales sobre la Tierra, a través del desarrollo de actividades pedagógicas que involucren la preservación de fauna local.

5. Secuencia didáctica

La docente realiza las siguientes imágenes en tamaño grande:



Luego, elabora las etiquetas de color de 10x10 cm. en cartulina blanca.



Etiqueta de color rojo



Etiqueta de color amarillo

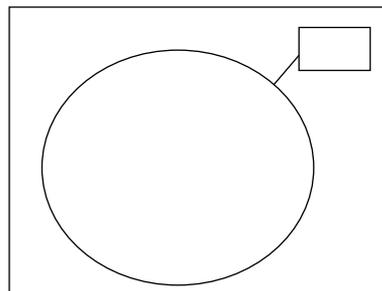


Etiqueta de color azul



Etiqueta de color verde

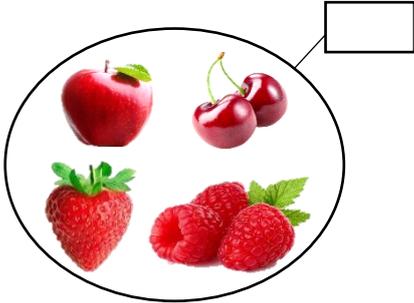
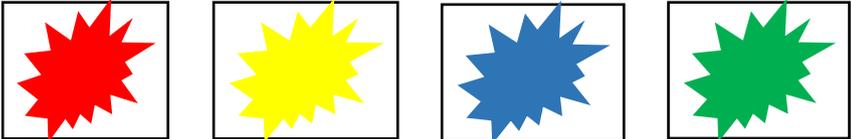
Asimismo, la maestra dibuja con plumón negro grueso el Diagrama de Venn en un pliego de cartulina blanca, de la siguiente forma:

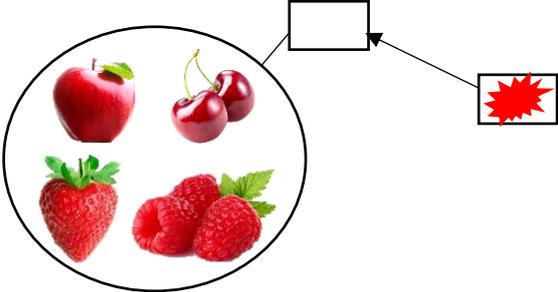


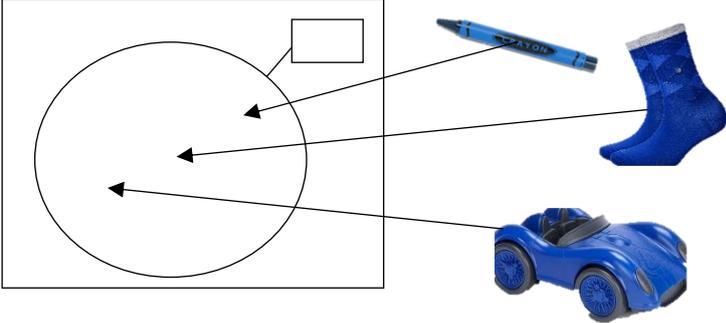
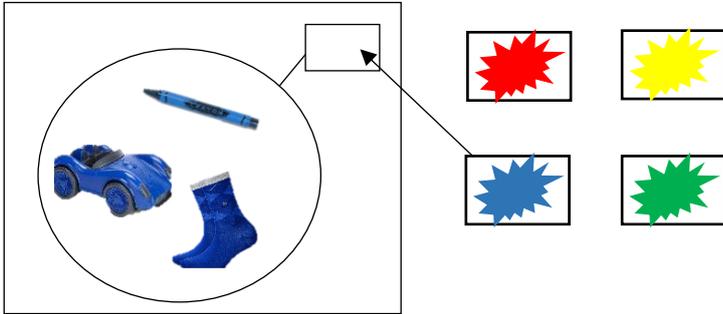
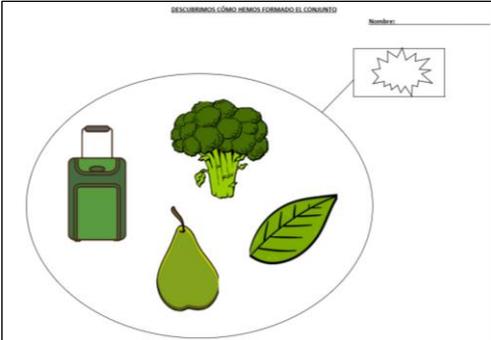
Antes de la sesión de aprendizaje

Por otro lado, en bolsas transparentes coloca objetos del mismo color (rojo, amarillo, azul, verde), las bolsas dependen de la cantidad de estudiantes, puesto que cada una corresponde a dos estudiantes.



Momento de la sesión / Duración / Procesos pedagógicos	Estrategias
<p>Inicio (10 min.) Motivación Saberes previos Problematización Propósito</p>	<p>La docente pide a los estudiantes observar atentamente a la pizarra desde sus asientos, para lo cual muestra la siguiente imagen:</p>  <p>Realizando preguntas como: “¿Qué ves? ¿Qué son? ¿Las has probado? ¿Son saludables? ¿Son iguales? ¿Por qué?” Escuchando sus respuestas, se explica que las frutas como la manzana, fresa, frambuesa y cereza son alimentos saludables para nuestro cuerpo; y todas son de color rojo. A continuación, presenta la siguiente imagen:</p>  <p>La docente pregunta: “¿Por qué puedo colocar todas las frutas juntas?” Escuchando la opinión de los niños, se aclara que las frutas están juntas porque todas son de color rojo. Para ello, se muestra las siguientes etiquetas de color:</p> 

	<p>Preguntando: “¿Cuál de las etiquetas de color puedo colocar en las frutas? ¿Por qué?” Tomando en cuenta las respuestas de los estudiantes se considera colocar la etiqueta de color rojo para las frutas.</p>  <p>De esta manera, se explica a los estudiantes que al colocar esa etiqueta sabemos que el conjunto de frutas es de color rojo. Luego, la docente menciona el propósito de la sesión: “¿Qué haremos el día de hoy? Vamos a descubrir de qué manera hemos formado los conjuntos”.</p>
<p>Desarrollo (20 min.) Gestión y acompañamiento</p>	<p>La profesora pide a los estudiantes a formarse en parejas, es decir, en grupos de dos estudiantes. Para ello, invita a cada pareja a sentarse formando un círculo alrededor de la caja, la cual contiene bolsas transparentes con diversos objetos. De esta manera, colocando en el suelo el dibujo del Diagrama de Venn, la docente explica los pasos para realizar la actividad:</p> <ul style="list-style-type: none"> • La pareja se acerca a la caja para escoger una bolsa transparente.  <ul style="list-style-type: none"> • Los estudiantes mencionan y colocan los objetos encima del dibujo del Diagrama de Venn. La maestra realiza las siguientes preguntas: “¿Qué son? ¿Cómo se llaman?” Escuchando las respuestas de los estudiantes.

	 <ul style="list-style-type: none"> • Luego, descubren en qué se parecen todos los objetos, seleccionando la etiqueta de color correcta. La maestra realiza las siguientes preguntas: “¿En qué se parecen? ¿Qué etiqueta van a utilizar? ¿Por qué?” Escuchando las respuestas de los estudiantes.  <ul style="list-style-type: none"> • Finalmente, los estudiantes recogen los objetos colocándolos en su bolsa y regresando a sus lugares.
<p>Cierre (20 min.) Evaluación</p>	<p>La profesora pide a los estudiantes regresar a sus asientos de manera ordenada. Entregando a cada uno la ficha de aplicación y colores, realizando las siguientes preguntas: “¿Qué son? ¿Son iguales? ¿En qué se parecen? ¿Por qué?” Al escuchar la opinión de los estudiantes, se explica que es un conjunto el cual tiene una maleta, un brócoli, una hoja y una pera.</p>  <p>Luego, se realiza la siguiente pregunta: “¿Qué color de etiqueta podemos pintar?” Tomando en cuenta la respuesta de los estudiantes, se concluye en pintar la etiqueta de color verde. Al finalizar la actividad, cada estudiante pega su ficha de aplicación en la pizarra utilizando limpiatipo.</p>

6. Materiales

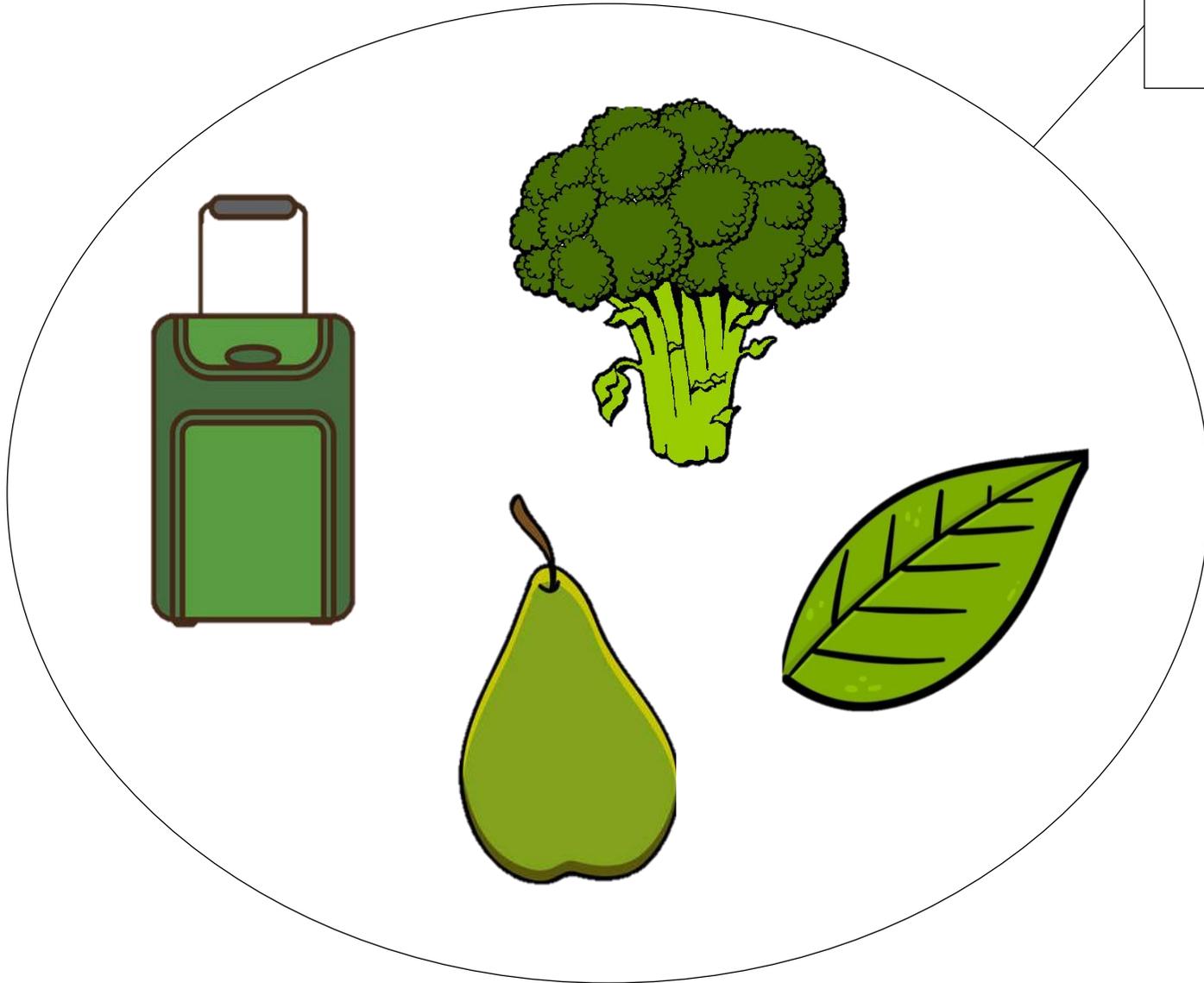
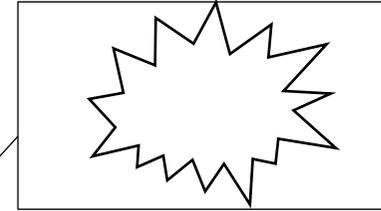
- Plumón negro grueso.
- Pliego de cartulina blanca.
- Etiquetas de color (rojo, amarillo, azul, verde).
- Bolsas transparentes.
- Caja de cartón.
- Objetos de color rojo, verde, azul y amarillo.
- Ficha de aplicación.
- Colores.
- Limpiatipo.

7. Lista de cotejo

Nombre del estudiante	INDICADORES				Observaciones
	Identifica las características perceptuales de los objetos.		Menciona el criterio de clasificación de un conjunto de objetos.		
	SÍ	NO	SÍ	NO	

DESCUBRIMOS CÓMO HEMOS FORMADO EL CONJUNTO

Nombre: _____



4.4.8 Sesión de aprendizaje N°8

Sesión de aprendizaje N°8 “Clasificamos las pelotas”

1. Datos informativos

- Edad: 5 años
- Duración: 50 minutos
- Profesora: Tamy Bacigalupo Arcaya

2. Propósito de la sesión: Establecer diferentes clasificaciones en base a criterios menos notorios.

3. Contenido matemático

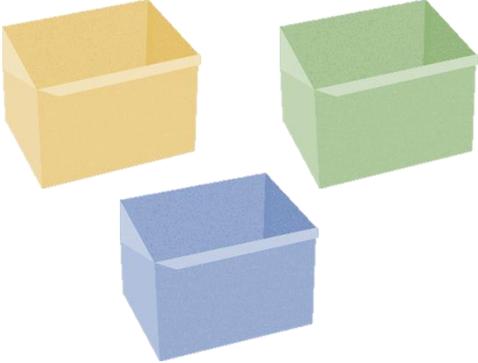
- Reconocimiento de las características de una pelota (color, textura, tamaño).
- Construcción de clasificaciones a partir de criterios menos notorios.

4. Propósitos esperados

Área	Competencia	Desempeño	Desempeño precisado	Evidencia de aprendizaje	Instrumento de evaluación
Matemática	Resuelve problemas de cantidad	Establece relaciones entre los objetos de su entorno según sus características perceptuales al comparar y agrupar, y dejar algunos elementos sueltos.	Construye distintas clasificaciones de un mismo conjunto de objetos, teniendo en cuenta criterios menos notorios.	Coloca la pelota en la caja según la clasificación de textura (pelota de plástico, pelota de púas o pelota de tela).	Lista de cotejo Diario de campo
	Capacidades				
	Traduce cantidades a expresiones numéricas				
	Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones.				
	Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo.				

Enfoque transversal	Valor	Acciones observables
Búsqueda de la excelencia	Flexibilidad y apertura	Disposición a adquirir cualidades que mejoran sus desempeños para cumplir con las metas a nivel personal y colectivo.

5. Secuencia didáctica

<p>Antes de la sesión de aprendizaje</p>	<p>La docente en una caja grande de cartón coloca pelotas de plástico, pelotas con púas de plástico y pelotas de trapo. Tomando en cuenta que la cantidad de total de pelotas depende de la cantidad de niños en el aula.</p>  <p>Asimismo, forra tres cajas pequeñas de cartón con papel lustre de color azul, verde y amarillo, respectivamente.</p> 
--	--

Momento de la sesión / Duración / Procesos pedagógicos	Estrategias
<p>Inicio (10 min.) Motivación Saberes previos Problematización Propósito</p>	<p>La docente pide a los estudiantes a formar un círculo, sentados en el suelo. Luego les muestra una caja grande cartón, la cual contiene pelotas pequeñas de plástico, pelotas pequeñas con púas de plástico y pelotas pequeñas de trapo. Preguntándoles lo siguiente a los niños: “¿Qué hay en la caja? ¿Qué son? ¿Todas son iguales? ¿Por qué?” Escuchando sus respuestas, se afirma que son pelotas de diferentes colores.</p> <p>A continuación, la profesora coloca todas las pelotas encima de una alfombra, realizando la siguiente pregunta: “¿Qué podemos hacer con estas pelotas? ¿Cómo las podemos clasificar? ¿De qué manera?” Por medio de una lluvia de ideas de los niños se mencionan diversas maneras para clasificar las pelotas según su color, textura o tamaño.</p>

	De esta manera, la docente junto con los estudiantes acuerda en clasificar las pelotas según su textura, para ello menciona lo siguiente “¿Qué haremos hoy? Vamos a clasificar las pelotas según su textura”.
Desarrollo (30 min.) Gestión y acompañamiento	<p>La profesora pide a los estudiantes, de manera aleatoria, recoger una pelota de la alfombra. Para ello, les realiza preguntas como: “¿Cómo es la pelota? ¿Qué textura tiene? ¿De qué color es?” Escuchando sus respuestas para enfatizar las características de cada pelota, especialmente de su textura.</p> <p>Luego, muestra tres cajas pequeñas de color azul, verde y amarillo, preguntando: “¿Cómo podemos clasificar las pelotas en estas tres cajas?” Tomando en cuenta sus ideas, se enfatiza en clasificar las pelotas según tres tipos: las de plástico, las de púas y las de tela.</p> <p>Asimismo, se pide a un estudiante colocar en la caja azul una pelota de plástico preguntando lo siguiente: “¿Qué pelota ha colocado su compañero? ¿Cómo es? Entonces, ¿Qué pelotas podemos colocar en esta caja azul?” Escuchando sus respuestas se enfatiza que se pueden colocar pelotas lisas como las pelotas de plástico. Para ello, se pide que cada estudiante observa la pelota que tiene en sus manos para ver si corresponde o no a esta primera caja de pelotas.</p> <p>A continuación, se pide a otro estudiante colocar en la caja verde una pelota de púas, preguntando lo siguiente: “¿Qué pelota ha colocado su compañero? ¿Cómo es? Entonces, ¿Qué pelotas podemos colocar en esta caja verde?” Escuchando sus respuestas se enfatiza que se pueden colocar pelotas rugosas como las pelotas de púas. Para ello, se pide que cada estudiante observa la pelota que tiene en sus manos para ver si corresponde o no a esta segunda caja de pelotas.</p> <p>Finalmente, se pide a otro estudiante colocar en la caja amarilla una pelota de tela, preguntando lo siguiente: “¿Qué pelota ha colocado su compañero? ¿Cómo es? Entonces, ¿Qué pelotas podemos colocar en esta caja amarilla?” Escuchando sus respuestas se enfatiza que se pueden colocar pelotas suaves como las pelotas de tela. Para ello, se pide que cada estudiante observa la pelota que tiene en sus manos para ver si corresponde o no a esta tercera caja de pelotas.</p>
Cierre (10 min.) Evaluación	<p>Par concluir, la maestra realiza las siguientes preguntas: “¿Qué hemos realizado? ¿Cómo clasificamos las pelotas? ¿Qué pelotas colocamos en la caja amarilla? ¿Y en la azul? ¿Y en la verde? Escuchando las opiniones de los niños, la docente muestra las tres cajas con sus respectivas pelotas, para concluir se han clasificado las pelotas de la siguiente manera: en la caja azul hay pelotas de plástico que son lisas, en la caja verde hay pelotas rugosas como las pelotas de púas y en la caja amarilla hay pelotas suaves como las pelotas de tela.</p>

6. Materiales

- Pelotas de plástico.
- Pelotas con púas de plástico.
- Pelotas de trapo.
- Caja grande de cartón.
- Alfombra.
- Tres cajas pequeñas de cartón.
- Papel lustre amarillo, verde y azul.
- Goma.

7. Lista de cotejo

Nombre del estudiante	INDICADORES				Observaciones
	Menciona las características de la pelota (color, textura, tamaño).		Verbaliza la clasificación a la cual corresponde cada pelota.		
	SÍ	NO	SÍ	NO	

4.4.9 Sesión de aprendizaje N°9

Sesión de aprendizaje N°9 “Descubrimos la transformación final de la caja mágica de colores”

1. Datos informativos

- Edad: 5 años
- Duración: 50 minutos
- Profesora: Tamy Bacigalupo Arcaya

2. Propósito de la sesión: Identificar la transformación final de las pelotas en base a un cambio cualitativo como el color.

3. Contenido matemático

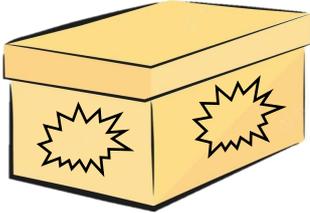
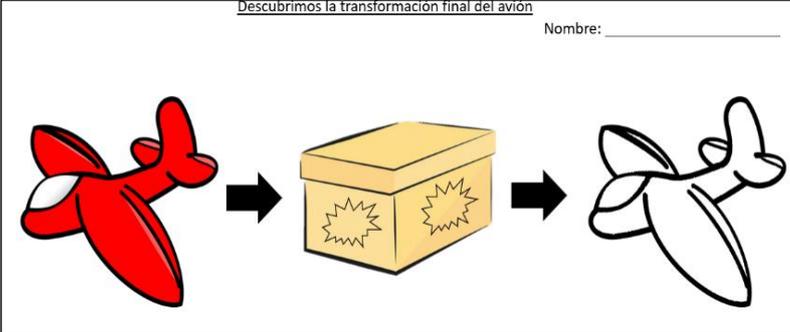
- Reconocimiento de las características cualitativas (color) de las pelotas.
- Descubrimiento de la transformación final de las pelotas mediante un cambio cualitativo (color).

4. Propósitos esperados

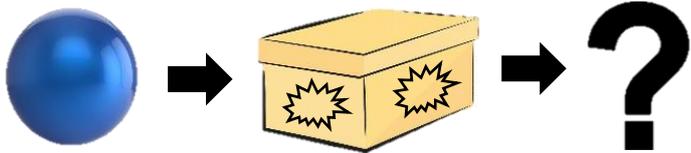
Área	Competencia	Desempeño	Desempeño precisado	Evidencia de aprendizaje	Instrumento de evaluación
Matemática	Resuelve problemas de cantidad	Establece relaciones entre los objetos de su entorno según sus características perceptuales al comparar y agrupar, y dejar algunos elementos sueltos.	Descubre la transformación final del objeto a través de un cambio cualitativo.	Busca la pelota que corresponde a la transformación final por medio de un cambio cualitativo como el color.	Lista de cotejo
	Capacidades				
	Traduce cantidades a expresiones numéricas				
	Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones.				
	Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo.				Diario de campo

Enfoque transversal	Valor	Acciones observables
Derechos	Diálogo y concertación	Disposición a conversar con sus compañeros, intercambiando ideas o afectos de modo alternativo para construir juntos una postura en común.

5. Secuencia didáctica

Antes de la sesión de aprendizaje	<p>La docente pega las etiquetas de color en una caja con tapa forrada con papel de color beige. Para ello, esta caja se denomina: “caja mágica de colores”.</p>  <p>Asimismo, la docente imprime las fichas de aplicación teniendo en cuenta la cantidad de estudiantes.</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;"> <p style="font-size: small;">Descubrimos la transformación final del avión Nombre: _____</p>  </div>
-----------------------------------	--

Momento de la sesión / Duración / Procesos pedagógicos	Estrategias
<p>Inicio (10 min.) Motivación Saberes previos Problematización Propósito</p>	<p>La profesora invita a los estudiantes a sentarse en el suelo formando un círculo, para ello muestra la caja mágica de color y la caja mágica de tamaño, realizando las siguientes preguntas: “¿Qué es? ¿Cómo es? ¿Por qué?” Escuchando las respuestas de los estudiantes, se afirma que es una caja la cual tiene imágenes de explosiones o manchas con borde negro.</p>  <p>Seguidamente, la profesora agrega que es una caja mágica, llamada “caja mágica de colores”, realizando la siguiente interrogante: “Si es una caja mágica ¿Creen que pueden cambiar los objetos? ¿De qué manera?” Tomando en cuenta sus respuestas, se enfatiza que es una caja mágica la cual cambia los colores.</p>

	<p>Para ello, la maestra mostrando una pelota grande de color azul, menciona: “Si coloco esta pelota en la caja mágica de colores ¿En qué cambia la pelota? ¿Por qué?” Considerando la opinión de los niños, se enfatiza que la pelota puede cambiar a cualquier color: rojo, verde, rosado, celeste, etc.</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p>A continuación, la profesora menciona el propósito de la sesión: “Hoy vamos a descubrir que sucede con la caja mágica de colores”.</p>
<p>Desarrollo (20 min.) Gestión y acompañamiento</p>	<p>La docente escoge a un estudiante para entregar una pelota de cualquier color a cada uno de sus compañeros de manera aleatoria. De esta manera, se explica que ahora cada niño va a descubrir de qué color puede cambiar su pelota en la caja mágica de color.</p> <p>Luego, la profesora se coloca en el centro con la caja mágica de colores y la caja de pelotas para invitar a cada estudiante y así realizar la siguiente actividad:</p> <ul style="list-style-type: none"> • El estudiante se acerca con su pelota a la caja mágica de colores. La docente pregunta: “¿De qué color es?”, escuchando la respuesta del estudiante. • Luego, coloca su pelota dentro de la caja mágica de colores y la cierre con su tapa. La docente pregunta: “¿Qué va a suceder con tu pelota (color mencionado anteriormente)?”, escuchando la respuesta del estudiante. • El estudiante menciona la transformación final de la pelota, es decir, el color al cual va a cambiar. La docente pregunta: “¿La pelota a qué color va a cambiar? ¿Por qué?”, escuchando la respuesta del estudiante. • Por último, el estudiante busca en la caja de pelotas, la correspondiente al color mencionado en la transformación final. Mostrándola a sus compañeros y regresando a su sitio. La docente enfatiza el color final de la pelota, invitando a otro estudiante a repetir la actividad. <div style="text-align: center;">  </div>

Cierre
(20 min.)
Evaluación

La profesora pide a los estudiantes a regresar a sus asientos. De esta manera, muestra una ficha de aplicación la cual consiste en colorear la transformación final del avión, teniendo en cuenta que es de color rojo y pintar el color al cuál puede cambiar a través de la caja mágica de colores.



Por consiguiente, la docente entrega a cada estudiante su ficha de aplicación con sus colores para realizar la actividad. A lo largo del desarrollo de esta actividad, se realizan las siguientes interrogantes: “¿Cuál es el color inicial del avión? ¿En qué color se transformó? ¿Por qué?” Escuchando sus respuestas, se enfatiza en la transformación del avión considerando el color que escogido por el estudiante. Finalmente, cada estudiante pega con limpiatipo su actividad en la pizarra.

6. Materiales

- Caja con tapa.
- Etiquetas de color.
- Goma o silicona.
- Papel de color beige.
- Caja de pelotas.
- Ficha de aplicación.
- Colores.
- Limpiatipo.

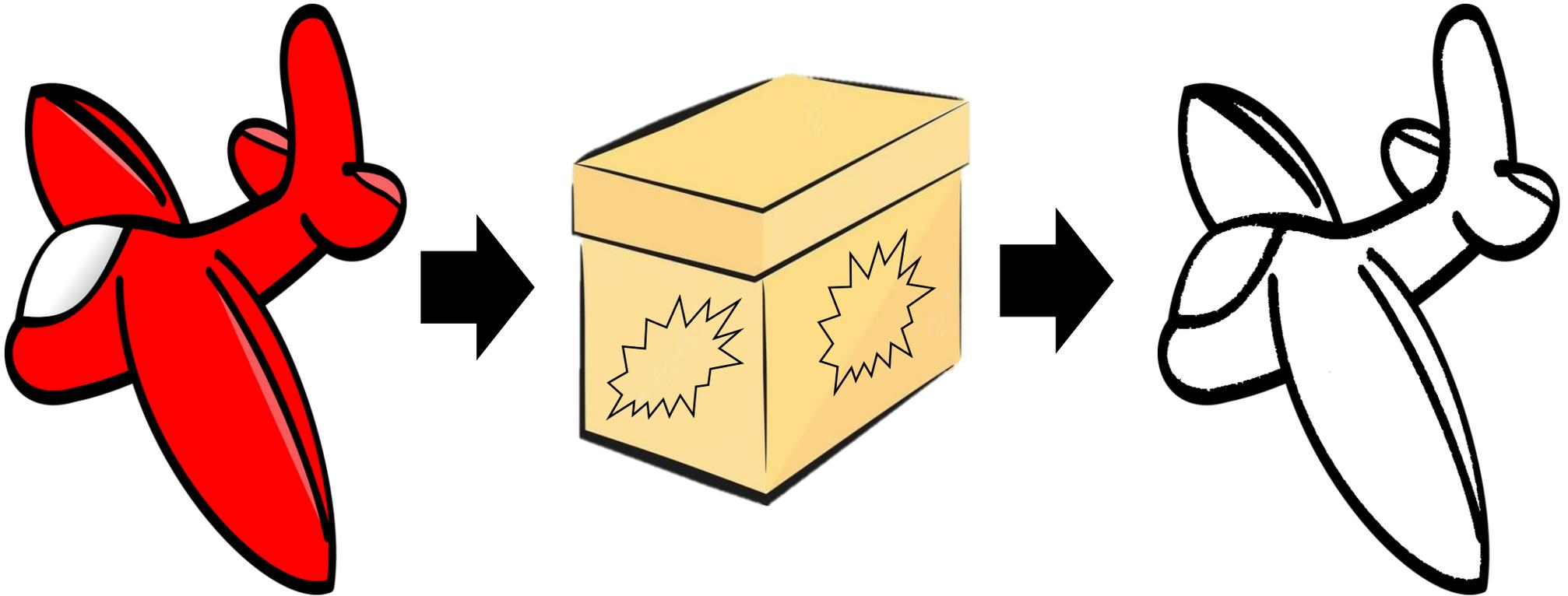
7. Lista de cotejo

Nombre del estudiante	INDICADORES				Observaciones
	Reconoce la característica cualitativa (color) de un objeto.		Verbaliza la transformación final del objeto por medio del cambio cualitativo (color).		
	SÍ	NO	SÍ	NO	



DESCUBRIMOS LA TRANSFORMACIÓN FINAL DEL AVIÓN

Nombre: _____



4.4.10 Sesión de aprendizaje N°10

Sesión de aprendizaje N°10 “Armamos una serie con vasos lógicos”

1. Datos informativos

- Edad: 5 años
- Duración: 50 minutos
- Profesora: Tamy Bacigalupo Arcaya

2. Propósito de la sesión: Determinar una seriación utilizando cinco a diez objetos de forma creciente o decreciente.

3. Contenido matemático

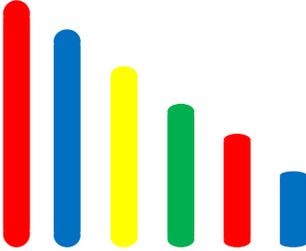
- Seriación entre cinco y diez objetos en base a una característica como la altura, de manera creciente o decreciente.
- Reconocimiento de las nociones alto-bajo y largo-corto por medio de la manipulación de objetos.

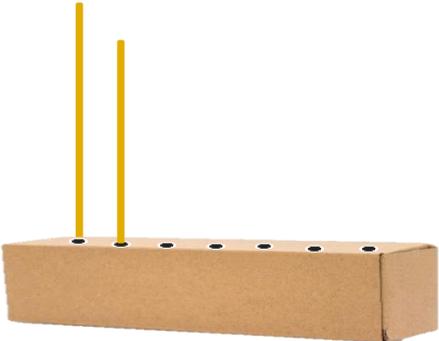
4. Propósitos esperados

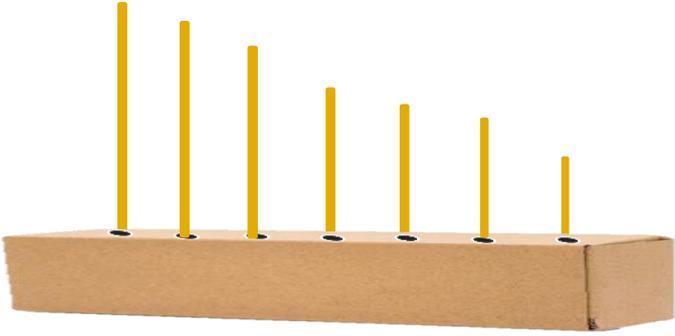
Área	Competencia	Desempeño	Desempeño precisado	Evidencia de aprendizaje	Instrumento de evaluación
Matemática	Resuelve problemas de cantidad	Realiza seriaciones por tamaño, longitud y grosor hasta con cinco objetos.	Establece seriaciones entre cinco y diez objetos por una característica, de forma creciente o decreciente.	Ordena los vasos lógicos de manera creciente o decreciente.	Lista de cotejo Diario de campo
	Capacidades				
	Traduce cantidades a expresiones numéricas				
	Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones.				
	Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo.				

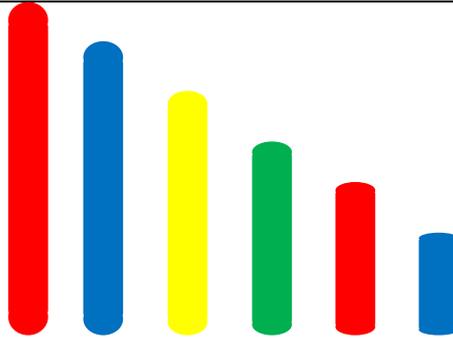
Enfoque transversal	Valor	Acciones observables
Orientación al bien común	Responsabilidad	Disposición a valorar y proteger los bienes que se utilizan en clase en las experiencias de clase presentadas por el docente.

5. Secuencia didáctica

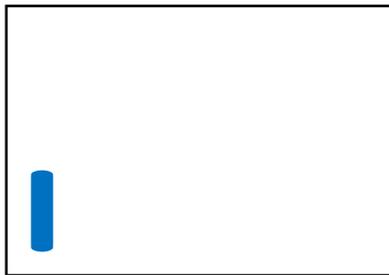
Antes de la sesión de aprendizaje	<p>La docente recorta palos de brochetas considerando una altura, las cuales son: 20 cm., 17cm., 15cm., 12 cm., 9 cm., 6 cm. y 3 cm.; respectivamente.</p>  <p>Por otro lado, realiza siete agujeros en una caja larga de cartón para colocar cada una de las flores elaboradas anteriormente.</p> 
	<p>Asimismo, recorta seis palos de chupete para cada estudiante considerando las siguientes características:</p>  <ul style="list-style-type: none"> • Palo de chupete rojo de 11x1 cm. • Palo de chupete azul de 9x1 cm. • Palo de chupete amarillo de 7x1 cm. • Palo de chupete verde de 5x1 cm. • Palo de chupete rojo de 3x1 cm. • Palo de chupete azul de 1x1 cm.

Momento de la sesión / Duración / Procesos pedagógicos	Estrategias
<p>Inicio (10 min.) Motivación Saberes previos Problematización Propósito</p>	<p>La profesora invita a los estudiantes a sentarse de manera circular, luego entrega siete palos de brocheta de manera aleatoria a los estudiantes. Realizando las siguientes preguntas: “¿Qué he entregado a algunos de sus compañeros? ¿Qué son? ¿Para qué sirven?” Tomando en cuenta las respuestas de los estudiantes se enfatiza que palos de brocheta y sirve para comer diferentes comidas como los anticuchos.</p>  <p>A continuación, la docente muestra la caja larga con agujeros y pregunta: “¿Cómo es la caja? ¿Para qué la podemos utilizar? ¿Podemos ordenar los palos en la caja? ¿De qué forma?” Escuchando sus respuestas se considera ordenar los palos en la caja, para ello la docente pide al estudiante con el palo más alto (20 cm.) colocarlo primero en la caja.</p>  <p>Seguidamente, pregunta lo siguiente: “¿Qué palo podemos colocar? ¿Por qué?” Tomando la opinión de los niños, se considera colocar el palo más bajo que el primero. De esta manera, la docente pide que los estudiantes que tienen palos buscar cuál es el que corresponde para ordenarlos adecuadamente.</p> 

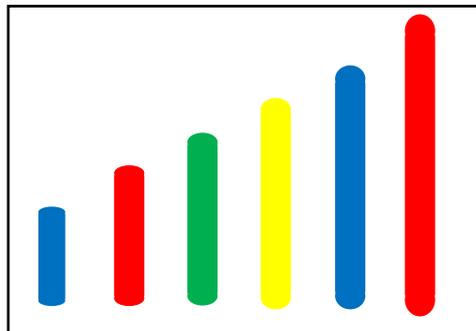
	<p>Se invita a los demás estudiantes con los cinco palos restantes, teniendo como guía a la docente preguntando: “¿Cuál palo colocamos al final? ¿Por qué?”, colocarlas según el orden establecido. Por consiguiente, se realiza una seriación de forma decreciente, explicando la profesora que es una serie de palos desde el más alto al más bajo.</p>  <p>Luego, la docente muestra vasos lógicos, preguntando lo siguiente: “¿Qué son? ¿Cómo los podemos ordenarlos? ¿Podemos ordenarlos igual que los palos? ¿Por qué?” Escuchando sus respuestas, se considera ordenar los vasos lógicos de la misma forma que los palos, es decir, desde el más alto hasta el más bajo. Por consiguiente, la docente menciona el propósito de la sesión: “Vamos a ordenar los vasos lógicos desde el más alto hasta el más bajo”.</p> 
<p>Desarrollo (20 min.) Gestión y acompañamiento</p>	<p>La docente pide a los estudiantes regresar a sus asientos, haciendo entrega de vasos lógicos para cada uno. De esta manera, les recuerda ordenar los vasos lógicos teniendo en cuenta como se ordenaron las flores.</p>  <p>Para ello, se les realiza las siguientes interrogantes: “¿Cómo puedes ordenar los vasos lógicos? ¿Cuál vas a colocar primero? ¿Por qué?” Escuchando sus respuestas, se enfatiza en la seriación desde el más alto hasta el más bajo.</p>
<p>Cierre (20 min.) Evaluación</p>	<p>Para la actividad final, la docente muestra palos de chupete de colores y pregunta: “¿Todos los palos son iguales? ¿Por qué? ¿Cómo podemos ordenarlos?” Escuchando la opinión de los estudiantes, se propone ordenar las tiras de papel desde la más corta hasta la más larga.</p>



A continuación, entrega una hoja blanca, seis palos de chupete y goma a cada estudiante. De esta manera, invita a los niños a pegar primero la tira de papel más corta, la cual es la tira de papel de color rosado.



De esta manera, la maestra realiza las siguientes preguntas: “¿De qué color es el palo de chupete que debemos colocar? ¿Por qué?” Considerando las respuestas de los estudiantes, se acuerda pegar el palo de chupete verde.



Sucesivamente, cada estudiante ordena los palos de chupete, orientado por las preguntas realizadas por la docente como: “¿Qué palo de chupete de está antes del amarillo? ¿Y después del azul?” Escuchando sus respuestas se enfatiza en una seriación de forma creciente. Finalmente, se invita a cada estudiante colocar su actividad en la pizarra para que todos sus compañeros puedan observar lo que han realizado.

4.4.11 Sesión de aprendizaje N°11

Sesión de aprendizaje N°11 “Elaboramos un tren de sellos utilizando témperas”

1. Datos informativos

- Edad: 5 años
- Duración: 50 minutos
- Profesora: Tamy Bacigalupo Arcaya

2. Propósito de la sesión: Elaborar seriaciones considerando el patrón que se repite.

3. Contenido matemático:

- Construcción de una seriación por medio de la repetición de un patrón.
- Identificación del patrón de repetición en una seriación.

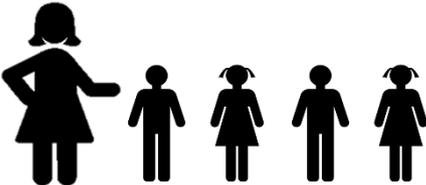
4. Propósitos esperados

Área	Competencia	Desempeño	Desempeño precisado	Evidencia de aprendizaje	Instrumento de evaluación
Matemática	Resuelve problemas de cantidad	Realiza seriaciones por tamaño, longitud y grosor hasta con cinco objetos.	Realiza una seriación teniendo en cuenta el patrón de repetición.	<p>Construye una serie de sellos tomando en cuenta la forma y el color de cada sello.</p> <p>Realiza la serie de barcos teniendo en cuenta el color.</p>	<p>Lista de cotejo</p> <p>Diario de campo</p>
	Capacidades				
	Traduce cantidades a expresiones numéricas				
	Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones.				
	Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo.				

Enfoque transversal	Valor	Acciones observables
Ambiental	Justicia y solidaridad	Disposición a evaluar el impacto que genera los residuos de cartón en la vida cotidiana, de manera que los estudiantes implementan el reciclaje como una práctica del cuidado del medio ambiente y el bienestar común.

5. Secuencia didáctica

Antes de la sesión de aprendizaje	<p>La docente envía a los padres de familia un comunicado pidiéndoles su ayuda para recolectar con los estudiantes tubos cartón (tubos de papel de cocina, tubos de papel higiénico).</p> <p>Con la recolección del material, se elaboran sellos de cartón haciendo uso de las tijeras para darle las formas de círculo, flor y corazón. La cantidad de sellos se relaciona directamente a la cantidad de estudiantes, por lo tanto, para cada niño le corresponde tres sellos de las formas mencionadas anteriormente.</p>
-----------------------------------	---

Momento de la sesión / Duración / Procesos pedagógicos	Estrategias
<p>Inicio (10 min.) Motivación Saberes previos Problematización Propósito</p>	<p>La maestra invita a los estudiantes a sentarse en el suelo formando un círculo, a continuación, haciendo una dinámica como una serpiente y acercándose a un niño de manera aleatoria, entona la siguiente canción:</p> <p style="text-align: center;"><i>Soy una serpiente Que anda por el bosque Buscando una parte de su cola ¿Quiere ser usted una parte de mi cola?</i></p> <p>De esta manera, invita al estudiante colocarse detrás de la docente, representando de manera imaginaria ser la parte de la cola de la serpiente. Luego, entona nuevamente la canción, dirigiéndose a una niña y la invita a colocarse detrás de su compañero. La profesora realiza lo mismo con otro niño y posteriormente con una niña.</p> <p>A continuación, la maestra, junto con los dos niños y dos niñas seleccionados, se coloca en el centro del círculo, ordenados de la siguiente manera:</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p>Luego, pregunta: “¿Qué hemos formado? ¿De qué manera? ¿A quién podemos colocar para completar la cola de la serpiente? ¿Por qué?” Escuchando sus respuestas se concluye que se ha realizado la formación de un niño, una niña, un niño y una niña; por lo tanto, a quién se puede colocar al final es un niño, teniendo en cuenta el patrón de repetición.</p>

De esta manera, se invita a un niño para completar la cola de la serpiente. Se pide a los estudiantes que formaron parte de la dinámica de la cola de la serpiente, regresar a sus lugares iniciales.

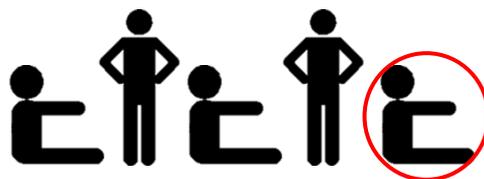


Seguidamente, la profesora explica que necesita formar un tren de niños para ello invita a estudiantes que no hayan participado de la dinámica anterior a colocarse de la siguiente manera:

- Primer estudiante sentado en el suelo.
- Segundo estudiante mantenerse de pie.
- Tercer estudiante sentado en el suelo.
- Cuarto estudiante mantenerse de pie.



Luego, realiza las siguientes preguntas: “¿Cómo está formado el tren? ¿Cómo podemos completarlo?” Escuchando la opinión de los estudiantes se observa que el tren está formado por un estudiante sentado, estudiante parado, estudiante sentado y estudiante parado; por lo tanto, se puede completar el tren con un estudiante sentado. De esta manera, se invita un estudiante a completar la formación, teniendo en cuenta que debe colocarse sentado.



La maestra invita a los estudiantes que participaron del tren a regresar a sus lugares. Después, muestra los tres sellos de cartón (de las formas del círculo, flor y corazón), preguntando lo siguiente: “¿Qué son? ¿Qué forman tienen? ¿Podemos armar un tren de sellos? ¿De qué manera?” Escuchando las respuestas de los estudiantes, se acuerda colocar primero el sello de círculo, luego el sello de flor y por último el sello de corazón.

Por lo tanto, la docente menciona a los estudiantes el propósito de la sesión: “¿Qué vamos hacer hoy? Armaremos un tren de sellos”.

<p>Desarrollo (20 min.) Gestión y acompañamiento</p>	<p>La maestra coloca un papelote blanco en la pizarra, utilizando limpiatipo y muestra tres témperas de colores (azul, rojo, amarillo), preguntando lo siguiente: ¿Qué color de témpera podemos escoger para cada sello? ¿Qué color para el círculo? ¿Y para la flor? ¿Y para el corazón?” Escuchando sus respuestas se considera utilizar témpera azul para el sello del círculo, luego témpera amarilla para el sello de flor y, por último, témpera roja para el sello de corazón.</p> <p>Por consiguiente, la profesora inicia el tren de los sellos en el papelote, explicando el correcto uso de las bandejas de plástico para dar color a cada uno de los sellos. Asimismo, demuestra y explica la manera de realizar el tren de los sellos, enfatizando primero el sello de círculo azul, luego el sello de flor amarilla y por último el sello de corazón rojo.</p> <p>Paralelamente, realiza las siguientes interrogantes: “¿Qué sello está después del círculo? ¿Y después del sello de la flor?” Tomando en cuenta sus respuestas, se enfatiza el orden para realizar el tren de sellos: círculo, flor, corazón, círculo, flor, corazón.</p> <p>De esta manera, invita a cada estudiante a colocarse su mandil o polo, de manera ordenada, regresando cada uno a sus sillas respectivas. Luego la profesora entrega a cada niño tres sellos (círculo, flor, corazón) y una cartulina doble de color blanco (tamaño oficio). Asimismo, en cada mesa de los estudiantes, se colocan tres bandejas de plástico con las témperas del color azul, amarillo y rojo.</p> <p>La docente guía la actividad de cada estudiante, realizando preguntas individuales como: “¿Qué va después del corazón? ¿Qué va antes de la flor? ¿Qué color usas para el sello de corazón? ¿Y para el círculo? ¿Y la flor?” Atendiendo sus respuestas y enfatizando en el patrón de repetición del tren de sellos: círculo, flor y corazón.</p> <p>Al culminar la actividad se pide a cada estudiante que coloque su cartulina en la pizarra utilizando un poco de limpiatipo, colocando su mandil o polo en su lugar respectivo. Por consiguiente, la docente refuerza en el patrón de repetición realizado para el tren de sellos.</p>
---	---

Cierre
(10 min.)
Evaluación

La profesora pide a los estudiantes a tomar asiento, luego muestra una caja en la cual se encuentran barcos de colores:



Para ello, realiza las siguientes preguntas: “¿Qué son? ¿Qué colores tienen? ¿Qué podemos armar? ¿De qué manera?” Escuchando la respuesta de los estudiantes, se concluye en armar una serie de barcos de la siguiente manera:



Luego, se les pide completar la serie de barcos teniendo en cuenta los colores: primero el barco de color amarillo, luego el barco de color verde y por último el barco de color azul. De esta manera, se entrega el material respectivo a cada estudiante para realizar la actividad.

Asimismo, la docente guía la actividad individual realizando las siguientes preguntas: “¿Quién está antes del barco verde? ¿Quién está después del barco amarillo? ¿Quién está antes del barco azul?” Escuchando la opinión de cada estudiante, se enfatiza en el patrón de repetición (amarillo, verde, azul) de la seriación de barcos.

6. Materiales

- Tubos de cartón (de papel de cocina o papel higiénico).
- Tijeras.
- Papelote blanco.
- Cartulinas blancas tamaño oficio.
- Tapas de plástico.
- Limpiatipo.
- Témperas (azul, rojo, amarillo).
- Mandiles o polos grande.
- Bandejas finas de plástico.
- Barcos para seriación.

7. Lista de cotejo

Nombre del estudiante	INDICADORES				Observaciones
	Elabora una seriación teniendo en cuenta el modelo o patrón de repetición.		Reconoce el patrón de repetición en una seriación establecida.		
	SÍ	NO	SÍ	NO	

4.4.12 Sesión de aprendizaje N°12

Sesión de aprendizaje N°12 “Realizamos series de colores”

1. Datos informativos

- Edad: 5 años
- Duración: 50 minutos
- Profesora: Tamy Bacigalupo Arcaya

2. Propósito de la sesión: Reconocer, elaborar y representar un patrón de repetición en una seriación.

3. Contenido matemático

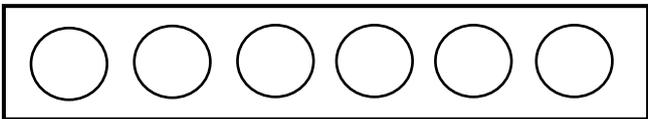
- Identificación de un patrón de repetición en una seriación.
- Construcción de un patrón de repetición en una seriación.
- Representación de un patrón de repetición en una seriación.

4. Propósitos esperados

Área	Competencia	Desempeño	Desempeño precisado	Evidencia de aprendizaje	Instrumento de evaluación
Matemática	Resuelve problemas de cantidad	Realiza seriaciones por tamaño, longitud y grosor hasta con cinco objetos.	Identifica, construye y representa el patrón de repetición en una seriación establecida.	Coloca la pieza de engranaje teniendo en cuenta el patrón de colores. Pinta la serie de círculos considerando dos colores para formar un patrón de repetición.	Lista de cotejo Diario de campo
	Capacidades				
	Traduce cantidades a expresiones numéricas				
	Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones.				
	Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo.				

Enfoque transversal	Valor	Acciones observables
Inclusivo o atención a la diversidad	Equidad en la enseñanza	Disposición a enseñar ofreciendo a los estudiantes las condiciones y oportunidades que cada uno necesita para lograr los mismos resultados.

5. Secuencia didáctica

Antes de la sesión de aprendizaje	<p>La docente elabora tiras de cartulinas blancas de 20x5 cm. teniendo en cuenta la cantidad de estudiantes. Cada tira contiene seis círculos de contorno negro, de la siguiente manera:</p> 
-----------------------------------	---

Momento de la sesión / Duración / Procesos pedagógicos	Estrategias
<p>Inicio (10 min.) Motivación Saberes previos Problematización Propósito</p>	<p>La docente pide a los estudiantes a formar un círculo, sentados en el suelo. A continuación, se invita al centro del círculo a cuatro estudiantes; para ello la maestra pide a los demás compañeros a estar muy atentos de lo que van a realizar. De esta manera, se invita a los cuatro estudiantes que realicen la siguiente formación, colocándose los cuatro de pie:</p> <ul style="list-style-type: none"> • El primero con los brazos hacia arriba • El segundo con los brazos extendidos. • El tercero con los brazos hacia arriba. • El cuarto con los brazos extendidos.  <p>Luego se realizan las siguientes preguntas: “¿Qué hemos formado? ¿Cómo están sus compañeros? ¿Todos están iguales? ¿Por qué?” Escuchando sus respuestas, la maestra junto con los niños enfatiza que hay dos niños con los brazos hacia arriba y dos niños con los brazos extendidos. A continuación, pregunta: “¿Cómo podemos completar la serie de niños?” Tomando en cuenta la opinión de los estudiantes, se considera agregar a un niño con los brazos hacia arriba.</p> 

De esta manera, la profesora enfatiza como se ha realizado la serie de los estudiantes considerando el patrón de repetición: un estudiante con los brazos hacia arriba y otro estudiante con los brazos extendidos. Luego, pide a los infantes a volver a sus lugares, explicando que es el turno de realizar sonidos con nuestro cuerpo. Para ello, la maestra invita a cuatro estudiantes, que no hayan participado en la actividad anterior, para realizar la siguiente dinámica:

- El primer estudiante realiza palmadas.
- El segundo estudiante zapatea.
- El tercer estudiante realiza palmadas.
- El cuarto estudiante zapatea.

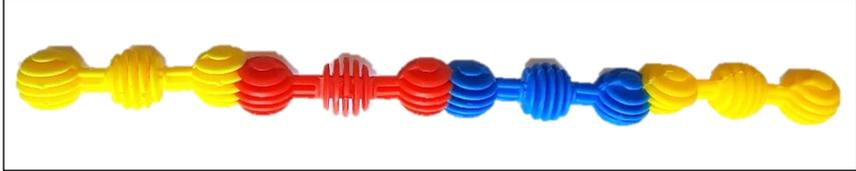
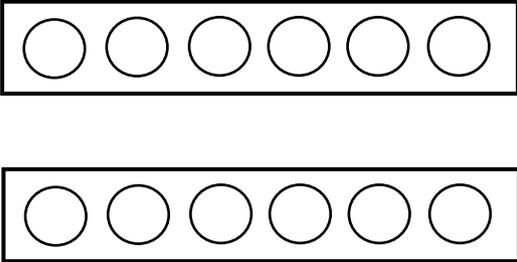


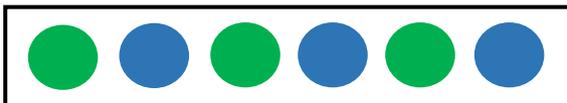
Luego se realizan las siguientes preguntas: “¿Qué hemos realizado? ¿Con qué parte de nuestro cuerpo? ¿Todos han realizado el mismo sonido? ¿Por qué?” Escuchando sus respuestas, la profesora junto con los niños enfatiza que dos niños han realizado palmadas y dos niños han zapateado. A continuación, pregunta: “¿Con qué sonido podemos completar la serie?” Tomando en cuenta la opinión de los estudiantes, se considera agregar a un niño que realice palmadas.



A continuación, la profesora pide a los estudiantes regresar a sus lugares iniciales y les muestra una caja de engranajes de colores, preguntando: “¿Qué son? ¿Podemos realizar una serie de colores? ¿Qué colores podemos usar?”

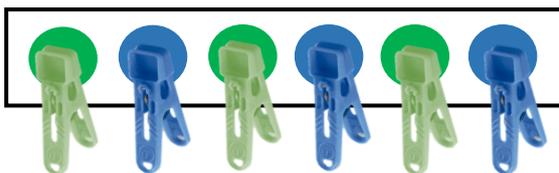


	<p>Escuchando la opinión de los estudiantes se acuerda formar una serie de engranajes. Para ello, la maestra menciona el propósito de la sesión: “El día de hoy vamos a construir una serie de engranajes de colores”.</p>
<p>Desarrollo (20 min.) Gestión y acompañamiento</p>	<p>La docente invita a los estudiantes a regresar a sus asientos. De esta manera arma una serie de colores con el siguiente patrón: amarillo, rojo, azul, amarillo.</p>  <p>Luego, realiza las siguientes preguntas: “¿Está completa la serie? ¿Por qué? ¿Cómo la podemos completar? ¿Qué color de engranaje debo colocar? ¿Por qué?” Considerando la opinión de los estudiantes, se agrega un engranaje de color rojo.</p>  <p>A continuación, la profesora entrega engranajes de colores a cada mesa, para ello les pide continuar la misma serie presentada anteriormente. Paralelamente, guía a cada estudiante a formar la serie de engranajes siguiendo el patrón de repetición de los colores amarillo, rojo, azul. Realizando las siguientes preguntas: “¿Cómo está ordenada la serie? ¿Qué color está antes del rojo? ¿Qué color está después del azul? ¿Qué color está después del rojo?” Escuchando sus respuestas, se reitera en la formación del patrón de la serie de engranajes de colores.</p>
<p>Cierre (20 min.) Evaluación</p>	<p>La docente invita a los estudiantes a formar grupos de dos estudiantes. Luego, entrega dos tiras de cartulina a cada pareja de estudiantes, una tira para cada uno.</p>  <p>De esta manera, la profesora explica que ahora es el turno de crear una serie de colores. Para ello, les pide escoger dos colores para realizar su propio patrón de colores.</p>



Seguidamente, la profesora realiza las siguientes preguntas a cada pareja de estudiantes: “¿Qué colores utilizaste? ¿Cómo pintaste los círculos?” Escuchando las respuestas de los estudiantes, se enfatiza en el patrón de repetición de colores formado; como, por ejemplo: verde, azul, verde, azul, verde, azul.

Finalmente, se pide a cada pareja intercambiar su serie de colores con su compañero, para ello la docente hace entrega de ganchos de ropa de plástico preguntando: “¿Cómo podemos usar los ganchos de ropa? ¿Qué serie podemos formar?” Tomando en cuenta en sus respuestas se considera colocar los ganchos de ropa según la serie de colores realizadas por sus compañeros. De esta manera, se realiza la actividad final colocando los ganchos correspondientes al color que indica la serie.



Paralelamente, la maestra formula las siguientes interrogantes: “¿Cómo formaste la serie? ¿Qué has utilizado? ¿Cómo están ordenados los ganchos? ¿Qué colores tienen?” Escuchando la opinión de los niños se enfatiza en los colores utilizados para formar el patrón de repetición.

Conclusiones

Primera, se determinó una secuencia didáctica para desarrollar el pensamiento algebraico, partiendo de la premisa que el álgebra es un contenido longitudinal el cual requiere su iniciación desde el nivel Inicial. En este caso, la organización de contenidos como la clasificación, seriación y el trabajo con patrones está dirigida a niños de 5 años para estimular capacidades de razonamiento, resolución de problemas y análisis de cambio necesarias en el área matemática, a través de situaciones educativas significativas que permitan alcanzar la formalización del conocimiento.

Segunda, se evidenció que el Programa Curricular Peruano de Educación Inicial no considera desempeños vinculados al trabajo con patrones en el área de matemática, mientras que, en los currículos internacionales presentados en este estudio se especifica como un contenido necesario para la iniciación del pensamiento algebraico en el nivel preescolar. Este contenido necesita de procesos matemáticos como la clasificación y seriación, los cuales, si se plantean en el currículo infantil peruano, no obstante, es necesaria una actualización de dicho planteamiento conceptual para enmarcar de manera apropiada el enfoque del álgebra temprana.

Tercera, se elaboraron desempeños precisados en la competencia “Resuelve problemas de cantidad”, específicos para la edad de 5 años, organizados de manera conceptual que permita un aprendizaje progresivo, por medio de la identificación de las nociones algebraicas básicas para la construcción de una base del pensamiento algebraico en el nivel Inicial. Dichos desempeños complementan el rigor metodológico y teórico para las sesiones de aprendizaje presentadas en esta investigación.

Cuarta, se elaboró una propuesta pedagógica fundamentada teóricamente en 12 sesiones de aprendizaje que permiten fomentar gradualmente los contenidos algebraicos para niños de 5 años. Estas sesiones se sustentan en actividades de clasificación, seriación y patrones, en respuesta al enfoque del álgebra temprana, con una visión dinámica que promueve la capacidad cognitiva del niño para impulsar el desarrollo del pensamiento algebraico. Asimismo, se consideró el uso de materiales estructurados y no estructurados permitiendo un cambio de lo concreto a lo abstracto para consolidar los aprendizajes en el área de matemática.

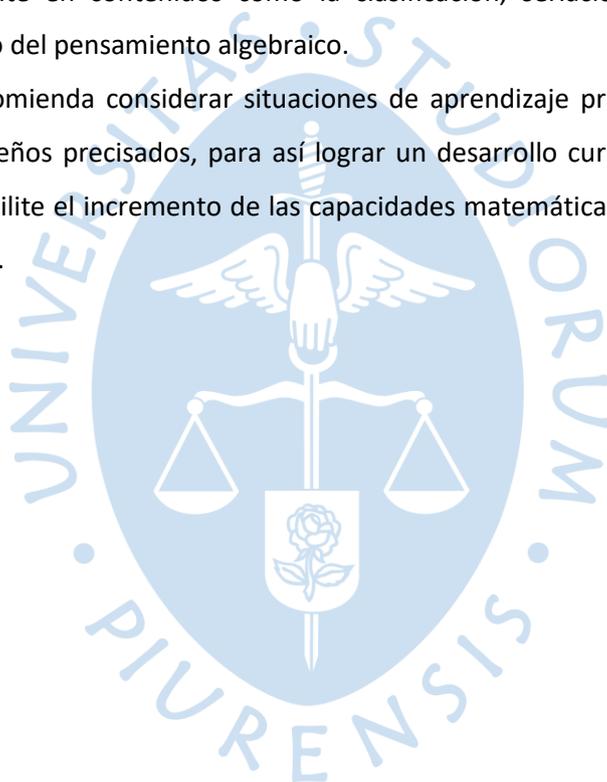


Recomendaciones

Primera, se recomienda emplear esta propuesta pedagógica para ser aplicada en futuras investigaciones respecto al pensamiento algebraico en el nivel infantil, y así impulsar el trabajo didáctico de las matemáticas por medio de situaciones de aprendizaje significativas que promuevan las capacidades y competencias de los niños.

Segunda, se sugiere a los docentes del nivel preescolar realizar investigaciones vinculadas a la importancia del enfoque del álgebra temprana para brindar una visión innovadora de la matemática infantil, por medio del uso de materiales estructurados y no estructurados que permitan el aprendizaje de los niños, promoviendo el desarrollo matemático temprano a través de actividades didácticas sustentadas teóricamente en contenidos como la clasificación, seriación y patrones, los cuales promueven el desarrollo del pensamiento algebraico.

Tercera, se recomienda considerar situaciones de aprendizaje propuestas en este estudio, basadas en los desempeños precisados, para así lograr un desarrollo curricular y formalización del conocimiento que posibilite el incremento de las capacidades matemáticas y contenidos algebraicos para los niños de 5 años.





Lista de referencias

- Acosta, Y. y Alsina, Á. (2018). Alfabetización algebraica a partir de 3 años: El caso de los patrones en L. J. Rodríguez-Muñiz, L. Muñiz-Rodríguez, A. Aguilar-González, P. Alonso, F. J. García García y A. Bruno (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXII* (pp. 111-120). Gijón: SEIEM. <http://funes.uniandes.edu.co/12926/1/Acosta2018Alfabetizacion.pdf>
- Aké, L. P. (2013). Evaluación y desarrollo del razonamiento algebraico elemental en maestros en formación. [tesis de doctorado, Universidad de Granada]. Repositorio Institucional de la Universidad de Granada. <https://digibug.ugr.es/handle/10481/31332>
- Alsina, Á. (2010). La “pirámide de la educación matemática”, una herramienta para ayudar a desarrollar la competencia matemática. *Aula de Innovación Educativa*, (189), 12-16. <https://dugi-doc.udg.edu/bitstream/handle/10256/9481/PiramideEducacion.pdf?sequence=1>
- Alsina, Á. (2019a). Del razonamiento lógico-matemático al álgebra temprana en Educación Infantil. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, 8(1), 1-19. <https://www.edma0-6.es/index.php/edma0-6/article/view/70>
- Alsina, Á. (2019b). *Itinerarios didácticos para la enseñanza de las matemáticas de 6 a 12 años* (1.ª ed.). Graó.
- Alsina, Á. (2020). Itinerario de enseñanza para el álgebra temprana. *Revista Chilena de Educación Matemática*, 12(1), 5-20. <https://www.sochiem.cl/revista-rechciem/index.php/rechciem/article/view/alsina>
- Alsina, Á. y Giralt, I. (2017). Introducción al álgebra en educación infantil: un itinerario didáctico para la enseñanza de los patrones. *Revista de Didácticas Específicas*, (16), 113-129. <https://revistas.uam.es/didacticasespecificas/article/view/6528/8365>
- Arcavi, A. (1994). Symbol Sense: Informal Sense-making in Formal Mathematics. *For the Learning of Mathematics*, 14(3), 24-35. <http://www.jstor.org/stable/40248121>
- Arteaga, B. y Macías, J. (2016). *Didáctica de las matemáticas en Educación Infantil Aprender para enseñar* (1.ª ed.). Universidad Internacional de la Rioja, S. A.
- Australian Curriculum, Assessment and Reporting Authority. (2015). *The Australian Curriculum: Mathematics*. <https://www.australiancurriculum.edu.au/f-10-curriculum/mathematics/>
- Beatty, R. (2010). Supporting Algebraic Thinking: Prioritizing Visual Representations. *Ontario Association for Mathematics Education Gazette*, 49(2), 28-34. <https://www.oame.on.ca/main/files/gazettefiles/SelectedGazArt778.pdf>
- Berdonneau, C. (2008). *Matemáticas activas (2-6 años)* (1.ª ed.). Colección Biblioteca de Infantil.

- Bieniés, P. (2008). *Conversaciones matemáticas con María Antónia Canals. O cómo hacer de las matemáticas un aprendizaje apasionante* (1.ª ed.). Serie Didáctica de las matemáticas.
- Blanton, M. L. y Kaput, J. (2005). Characterizing a classroom practice that promotes algebraic reasoning. *Journal for Research in Mathematics Education*, 36(5), 412-446. <https://mathed.byu.edu/kleatham/Classes/Fall2010/MthEd590Library.enlp/MthEd590Library.Data/PDF/BlantonKaput2005CharacterizingAClassroomPracticeThatPromotesAlgebraicReasoning-1974150144/BlantonKaput2005CharacterizingAClassroomPracticeThatPromotesAlgebraicReasoning.pdf>
- Bustamante, S. (2015). *Desarrollo lógico matemático. Aprendizajes matemáticos infantiles* (1.ª ed.).
- Butto, C. y Delgado, J. (2012). *Rutas hacia el álgebra. Actividades en Excel y Logo* (1.ª ed.). Horizontes Educativos. <http://bgtq.ajusco.upn.mx:8080/jspui/bitstream/123456789/224/1/Cristianne%20Butto.pdf>
- Butto, C. y Rojano, T. (2010). Pensamiento algebraico temprano: El papel del entorno Logo. *Educación Matemática*, 22(3), 55-86. <http://www.scielo.org.mx/pdf/ed/v22n3/v22n3a4.pdf>
- Canals, M. A. (1989). *Per una didáctica de la matemática a l'escola Parvulari*. Eumo.
- Cañadas, M. C. (2016). Álgebra escolar: un enfoque funcional. *UNO Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 73, 7-13.
- Cardoso, E. O. y Cerecedo, M. T. (2008). El desarrollo de las competencias matemáticas en la primera infancia. *Revista Iberoamericana de Educación*, (47), 1-11. <https://rieoei.org/historico/deloslectores/2652Espinosa2.pdf>
- Carraher, D. y Schliemann, A. D. (20 de abril de 2002). Empirical and Logical Truth in Early Algebra Activities: From guessing amounts to representing variables. Simposio NCTM Research Pre-session. NCTM, Las Vegas, Estados Unidos. <https://as.tufts.edu/education/earlyAlgebra/publications/2002/empiricalLogical.pdf>
- Castro, E. (2012). Dificultades en el aprendizaje del álgebra escolar en A. Estepa, Á. Contreras, J.
- Castro, E., Cañadas, M. C. y Molina, M. (2010). El Razonamiento Inductivo como Generador de Conocimiento Matemático. *UNO: Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 54, 55-67. <http://funes.uniandes.edu.co/1557/1/Uno-54-2010.pdf>
- Castro, E., Cañadas, M. C. y Molina, M. (2017). Pensamiento funcional mostrado por estudiantes de Educación Infantil. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, 6(2), 1-13.
- Castro, W. F., Godino, J. D. y Rivas, M. A. (2011). Razonamiento algebraico en educación primaria: Un desafío para la formación de maestros. *12º Encuentro Colombiano de Matemática Educativa*. <http://funes.uniandes.edu.co/2604/1/CastroRazonamientoAsocolme2011.pdf>

- Castro-Rodríguez, E. y Castro, E. (2016). Lenguaje lógico-matemático en E. Castro y E. Castro (Coords.), *Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en educación infantil* (1.ª ed., pp. 87-107). Ediciones Pirámides.
- Chalé, S. D. y Acuña, C. M. (2017). La visualización matemática como herramienta para desarrollar pensamiento algebraico en L. P. Aké y J. Cuevas (Coords.), *Pensamiento algebraico en México desde diferentes enfoques* (pp. 97-125). Colección Procesos Educativos.
- Chamorro, M. C. (2005). *Didáctica de las Matemáticas para Educación Infantil*. Pearson Educación.
<https://unmundodeoportunidadesblog.files.wordpress.com/2016/02/didactica-matematicas-en-infantil.pdf>
- Cruz, F. y Corona-Galindo, M. G. (2019). Juguete didáctico conducente a desarrollar el pensamiento algebraico en educación preescolar. *El Cálculo y su Enseñanza, Enseñanza de las Ciencias y la Matemática*, 14, 1-15. <http://funes.uniandes.edu.co/23829/>
- Deulofeu, M. C. Penalva, F. J. García y L. Ordóñez (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVI* (pp. 75 - 94). SEIEM.
- De Faria, E. (6 - 8 de noviembre de 2013). *El pensamiento algebraico en los programas de estudio de matemáticas: una visión integral*. I Congreso de Educación Matemática de América Central y El Caribe, Santo Domingo, República Dominicana.
<https://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/article/view/18929>
- Del Río, A. y Ruiz, J. F. (2016). Lenguaje lógico-matemático en E. Castro y E. Castro (Coords.), *Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en educación infantil* (1.ª ed., pp. 67-84). Ediciones Pirámides.
- Fernández, J. A. (2017). *Desarrollo del pensamiento lógico matemático* (1.ª ed.). Lluvia Editores.
- Freudenthal, H. (2002). *Revisiting mathematics education* (vol. 9). Kluwer Academic Publishers.
- Friz, M., Sanhueza, S., Sánchez, A., Samuel, M. y Carrera, C. (2009). Concepciones en la enseñanza de la Matemática en educación infantil. *Perfiles Educativos*, 31(125), 62-73.
- Godino, J. D. y Font, V. (2003). *Razonamiento algebraico y su didáctica para maestros*. Universidad de Granada. http://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/7_Algebra.pdf
- Godino, J. D., Aké, L. P., Contreras, Á., Díaz, C., Estepa, A., Blanco, T. F., Lacasta, E., Lasa, A., Neto, T., Oliveras, L. y Wilhelmi, M. R. (2015). Diseño de un cuestionario para evaluar conocimientos didáctico-matemáticos sobre razonamiento algebraico elemental. *Enseñanza de las Ciencias*, 33(1), 127-150. <https://ensciencias.uab.es/article/view/v33-n1-godino-ake-et-al>
- Godino, J. D., Castro, W. F., Aké, L. P. y Wilhemi, M. R. (2012). Naturaleza del Razonamiento Algebraico Elemental. *Bolema*, 26(42B), 483-511. <https://doi.org/10.1590/S0103-636X2012000200005>

- Gómez, N. (2002). Tendiendo puentes. Una propuesta metodológica desde la investigación educativa de corte interpretativo. *Sinética, Revista Electrónica de Educación*, (21), 44-51. <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=99817897007>
- Hernández, K. L. y Tapiero, K. J. (2014). *Desarrollo del razonamiento algebraico a partir de la generalización de patrones gráficos-icónicos en estudiantes de educación básica primaria* [tesis de licenciatura, Universidad del Valle]. Repositorio Digital Univalle. <https://bibliotecadigital.univalle.edu.co/bitstream/handle/10893/7709/3469-0473486.pdf?sequence=1>
- Hidalgo, R. M. (2020). *La formación inicial docente para el desarrollo del pensamiento matemático infantil en niños y niñas de 4 y 6 años: el caso de la carrera de educación preescolar de la Universidad Estatal a distancia de Costa Rica* [tesis de doctorado, Universidad Rodrigo Facio de Costa Rica]. Repositorio Institucional de la Universidad de Costa Rica. <https://www.kerwa.ucr.ac.cr/handle/10669/80855>
- Hohmann, M. y Weikart, D. (1999). *La educación de los niños pequeños en acción: Manual para los profesionales de la educación infantil* (1.ª ed.). Editorial Trillas.
- Kaput, J. (2000). *Transforming algebra from an engine of inequity to an engine of mathematical power by "algebrafying" the K-12 curriculum*. National Center for Improving Student Learning and Achievement in Mathematics and Science.
- Kaput, J. (2008). What Is Algebra? What Is Algebraic Reasoning? En J. Kaput, D. W. Carraher y M. Blanton (Eds.), *Algebra in the early grades*. Lawrence Erlbaum Associates.
- Kieran, C. (2004). Algebraic Thinking in the Early Grades: What Is It?. *The Mathematics Educator*, 8(1), 139-151. <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download;jsessionid=7861077496C85565BAAADDCCD BC1B16D2?doi=10.1.1.513.5908&rep=rep1&type=pdf>
- Kilpatrick, J. (2011). Commentary on Part I en J. Cai y E. Knuth (Eds.), *Early Algebraization A global dialogue from multiple perspectives* (1.ª ed., pp. 125-130). Springer.
- Lins, R. y Kaput, J. (2004). The early development of algebraic reasoning: The current state of the field en K. Stacey, H. Chick y M. Kendal (Eds.), *The Future of the Teaching and Learning of Algebra* (Vol. 8). Kluwer Academic Publishers.
- Lucana, R. (2017). *Influencia de la actividad lúdica en el aprendizaje del álgebra en estudiantes de primer grado de la I.E.S. José Carlos Mariátegui Aplicación UNA Puno-2017* [tesis de licenciatura, Universidad Nacional del Altiplano]. Repositorio Institucional UNA-PUNO. <http://repositorio.unap.edu.pe/handle/UNAP/7205>
- Malara, N. A. y Navarra, G. (2018). New Words and Concepts for Early Algebra Teaching: Sharing with Teachers Epistemological Issues in Early Algebra to Develop Students' Early Algebraic

- Thinking en C. Kieran (Ed.), *Teaching and Learning Algebraic Thinking with 5 to 12 Years Olds. The Global Evolution of an Emerging Field of Research and Practice* (pp. 51-77).
- MatEduMat. (febrero de 2022). Ángel Alsina: *Itinerarios Didácticos para la enseñanza de las matemáticas en Educación Infantil*. [Archivo de Vídeo]. YouTube. <https://www.youtube.com/watch?v=MjGAF1qvV6U&t=1748s>
- Medrano Moya, A. M. y Tirado Segura, F. (2017). Álgebra temprana, validación cualitativa del pensamiento funcional por representación y transferencia. *XIV Congreso Nacional de Investigación Educativa*. <https://www.comie.org.mx/congreso/memoriaelectronica/v14/doc/0553.pdf>
- Ministerio de Educación. (2016a). *Currículo Nacional de la Educación Básica* (1ª ed.). <http://www.minedu.gob.pe/curriculo/pdf/curriculo-nacional-de-la-educacion-basica.pdf>
- Ministerio de Educación. (2016b). *Programa Curricular de Educación Inicial* (1ª ed.). <http://www.minedu.gob.pe/curriculo/pdf/programa-curricular-educacion-inicial.pdf>
- Ministerio de Educación. (2018). *Bases Curriculares 2018: Educación Parvularia*. Unidad de Currículum y Evaluación. https://www.curriculumnacional.cl/614/articles-69957_bases.pdf
- Ministerio de Educación. (2019). *La planificación en la Educación Inicial. Guía de orientaciones* (1ª ed.). <https://www.perueduca.pe/#/home/educares/la-planificacion-en-la-educacion-inicial-guia-de-orientaciones>
- Ministry of Education. (2003). *Nurturing Early Learners. A Curriculum Framework for Kindergartens in Singapore: Numeracy. Volume 6*. Singapore: Ministry of Education. <https://www.nel.moe.edu.sg/resources/frameworks-and-guidelines>
- Miranda, S. y Ortiz, J. A. (2020). Los paradigmas de la investigación: un acercamiento teórico para reflexionar desde el campo de la investigación educativa. *Revista Iberoamericana para la Investigación y el Desarrollo Educativo*, 11 (21), 1-18. <https://www.scielo.org.mx/pdf/ride/v11n21/2007-7467-ride-11-21-e064.pdf>
- Molina, M. (2009). Una propuesta de cambio curricular: integración del pensamiento algebraico en educación primaria. *PNA*, 3(3), 135-156. <http://funes.uniandes.edu.co/555/>
- Moreno, F. M. (2015a). La utilización de los materiales como estrategia de aprendizaje sensorial en infantil. *Opción*, 31 (2), 772-789. <https://www.redalyc.org/pdf/310/31045568042.pdf>
- Moreno, G. (2015b). *Una aproximación al álgebra temprana por medio de una secuencia de tareas matemáticas de patrones numéricos* [tesis de licenciatura, Universidad del Valle]. Repositorio Digital Univalle. <https://bibliotecadigital.univalle.edu.co/xmlui/bitstream/handle/10893/9755/34690510673.pdf?sequence=1&isAllowed=y>

- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principios y estándares para la Educación matemática* (2ª ed.). Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales.
- Ñaupá, Y. W. (2017). *Prevalencia de conocimientos de pre álgebra en los estudiantes de la Institución Educativa Secundaria "José Carlos Mariátegui" Puno-2016* [tesis de licenciatura, Universidad Nacional del Altiplano]. Repositorio Institucional UNA-PUNO. <http://repositorio.unap.edu.pe/handle/UNAP/7060>
- Orden ECI/3960/2007 [Ministerio de Educación y Ciencia]. Por el que se establece el currículo y se regula la ordenación de la educación infantil. 5 de enero de 2008. Ministerio de Educación y Ciencia.
- Piaget, J. y Inhelder, B. (1997). *Psicología del niño* (14.ª ed.). Ediciones Morata.
- Pincheira, N. y Alsina, A. (2021). Hacia una caracterización del álgebra temprana a partir del análisis de los currículos contemporáneos de Educación Infantil y Primaria. *Educación Matemática*, 33 (1), 153-180. http://www.revista-educacion-matematica.org.mx/descargas/vol33/1/06_REM_33-1.pdf
- Quintana, A. (2006). Metodología de Investigación Científica Cualitativa en A. Quintana y W. Montgomery (Eds.), *Psicología: tópicos de actualidad*. (pp. 47-84). Universidad Nacional Mayor de San Marcos.
- Reyes-Veléz, P. E. (2017). El desarrollo de habilidades lógico matemáticas en la educación. *Polo del Conocimiento*, 2(4), 198 - 209.
- Ricoy, C. (2006). Contribución sobre los paradigmas de investigación. *Educação*, 31(1),11-22 <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=117117257002>
- Ríos, R. M. (1991). La enseñanza de la matemática en el nivel preescolar. *Educación Matemática*, 3(2), 28-37. <http://www.revista-educacion-matematica.org.mx/descargas/vol3/vol3-2/vol3-2-3.pdf>
- Rivera, E. y Sánchez, L. F. (2012). *Desarrollo del pensamiento variacional en la educación básica primaria: generalización de patrones numéricos* [tesis de licenciatura, Universidad del Valle]. Repositorio Digital Univalle. <https://bibliotecadigital.univalle.edu.co/bitstream/handle/10893/4599/CB0472509.pdf?sequence=1>
- Socas, M. (1999). Perspectivas de Investigación en Pensamiento Algebraico en T. Ortega (Ed.), *Actas del III Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática* (pp. 261-282). SEIEM.
- Socas, M. (2011). La enseñanza del Álgebra en la Educación Obligatoria. Aportaciones de la investigación. *Números: Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 77, 5-34. http://sinewton.es/revista_numeros/077/

- Taba, H. (1974). *Elaboración del currículum* (R. Albert, trad.). Editorial Troquel.
- Vega-Malagón, G., Ávila-Morales, J., Vega-Malagón, A. J., Camacho-Calderón, N., Becerril-Santos, A. y Leo-Amador, G. E. (2014). Paradigmas en la investigación: enfoque cuantitativo y cualitativo. *European Scientific Journal*, 10(15), 523-528. <https://core.ac.uk/reader/236413540>
- Vergel, R. (2014). *Formas de pensamiento algebraico temprano en alumnos de cuarto y quinto grados de Educación Básica Primaria (9-10 años)* [tesis de doctorado, Universidad Distrital Francisco José de Caldas]. Repositorio Digital de Documentos en Educación Matemática. <http://funes.uniandes.edu.co/4054/>
- Zapatera, A. (2018). Introducción del pensamiento algebraico mediante la generalización de patrones. Una secuencia de tareas para Educación Infantil y Primaria. *Números. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 97, 51-67. <http://funes.uniandes.edu.co/12877/>
- Zazkis, R. y Liljedahl, P. (2002). Generalization of patterns: The tension between algebraic thinking and algebraic notation. *Educational Studies in Mathematics*, 49, 379-402. <https://peterliljedahl.com/wp-content/uploads/JA-ESM-2002.pdf>

