



UNIVERSIDAD
DE PIURA

REPOSITORIO INSTITUCIONAL
PIRHUA

APLICACIÓN DE UNA METODOLOGÍA USANDO EL SOFTWARE GEOGEBRA PARA DESARROLLAR LA VISUALIZACIÓN EN EL CONTENIDO DE ECUACIÓN DE LA RECTA

Yrenia Catunta-Cuayla

Piura, diciembre de 2015

FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

Maestría en Educación con Mención en Didáctica de la Enseñanza de las
Matemáticas en Educación Secundaria

Catunta, Y. (2015). *Aplicación de una metodología usando el software GeoGebra para desarrollar la visualización en el contenido de ecuación de la recta* (Tesis de maestría en Educación con Mención en Didáctica de la Enseñanza de las Matemáticas en Educación Secundaria). Universidad de Piura. Facultad de Ciencias de la Educación. Piura, Perú.



Esta obra está bajo una licencia

[Creative Commons Atribución-NoComercial-SinDerivar 4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/)

[Repositorio institucional PIRHUA – Universidad de Piura](https://repositorio.institucional.pirhua.edu.pe/)

YRENIA JUANA CATUNTA CUAYLA

**APLICACIÓN DE UNA METODOLOGÍA USANDO EL SOFTWARE
GEOGEBRA PARA DESARROLLAR LA VISUALIZACIÓN EN EL
CONTENIDO DE ECUACION DE LA RECTA.**



**UNIVERSIDAD DE PIURA
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
MAESTRÍA EN CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
MENCIÓN EN DIDÁCTICA DE LA ENSEÑANZA DE LAS
MATEMÁTICAS EN EDUCACIÓN SECUNDARIA**

2015

APROBACIÓN

La tesis titulada “*Aplicación de una metodología usando el software GeoGebra para desarrollar la visualización en el contenido de ecuación de la recta*” presentada por la Lic. Yrenia Juana Catunta Cuayla, en cumplimiento a los requisitos para optar El Grado de Magíster en Educación mención en Didáctica de la Enseñanza de las Matemáticas en Educación Secundaria, fue aprobada por la asesora Mg. Elisa del Carmen Ramos Pacherre y defendida el..... de de 2015 ante el Tribunal integrado por:

.....
Presidente

.....
Informante

.....
Secretario

DEDICATORIA

Con todo mi amor a mis hijos que fueron mi impulso y fuerza para alcanzar mi meta trazada.

A mis queridos padres por haberme enseñado a hacer bien lo que uno se propone.

A mis suegros por haberme apoyado incondicionalmente.

A Leopoldo por haber sido más que un compañero, mi apoyo y mi inspiración.

A todos los que creyeron en mí.

AGRADECIMIENTOS

Mi sincero y profundo reconocimiento:

Doy gracias a Dios, mi señor, por haber hecho posible lo que en algún momento creí imposible, hacer un alto a mi vida y correr tras un sueño, que hoy veo hecho realidad, por bendecirme y amarme a pesar de mis imperfecciones.

A la Universidad de Piura por haberme impregnado de valiosas enseñanzas que han significado para mí no solo un crecimiento profesional, sino también personal.

A los profesores que con paciencia, dedicación y mucha preparación compartieron sus valiosas experiencias.

A mis asesores Dr. Marco Zapata Esteves y Mg. Elisa del Carmen Ramos Pacherre, por su constante apoyo y valiosas orientaciones.

A los alumnos del 5° “A” de la I.E “Miguel Cortes” por haber aceptado ser parte de la presente investigación, y haber puesto todo de sí por mejorar su aprendizaje.

INDICE

INTRODUCCIÓN.....	1
CAPÍTULO I: PLANTEAMIENTO DE LA INVESTIGACIÓN	3
1.1. Caracterización de la problemática	3
1.2. Problema de investigación.	5
1.3. Justificación de la investigación.	5
1.4. Objetivos de investigación.	7
1.4.1. Objetivo general	7
1.5. Hipótesis de investigación.....	8
1.6. Antecedentes de estudio.....	8
CAPÍTULO II: MARCO TEÓRICO DE LA INVESTIGACIÓN.....	17
2.1. Fundamentos teóricos sobre Aprendizaje	17
2.1.1. Constructivismo y Aprendizaje significativo.	19
2.1.2. Aprendizaje por Descubrimiento.	20
2.2. Recursos didácticos para la enseñanza de las matemáticas.	22
2.2.1. Material concreto.	22
2.2.2. Importancia de los Recursos Didácticos en el Aprendizaje de las matemáticas.	23
2.3. Metodología del uso de GeoGebra.....	25
2.3.1. Importancia de la Tecnología en la Educación.....	25
2.3.2. Las TIC en el aula de matemática	27
2.3.3. El software GeoGebra en el Aprendizaje de la Matemática	28
2.3.4. Construcción del conocimiento con el GeoGebra.	35
2.4. Visualización Matemática.....	38
2.4.1. Visualización y geometría	42
2.5. La Visualización y el Pensamiento Matemático	51

2.5.1. Funciones cognitivas de la visualización	52
2.5.2. Pensamiento Visual o Pensamiento Simbólico	56
2.5.3. Interpretación de Representaciones Semióticas.	57
2.5.4. Los procesos para lograr la habilidad de la visualización.	59
2.5.5. Reconocimiento de las relaciones espaciales:	64
2.5.6. Habilidades de visualización	66
2.6. Estudio de la Geometría Analítica y el Software Geogebra	68

CAPÍTULO III: METODOLOGÍA DE INVESTIGACIÓN.....75

3.1. Tipo de investigación.....	75
3.2. Sujetos de investigación.	76
3.3. Plan de acción de investigación.....	77
3.3.1. Plan de acción general.....	77
3.4. Categorías y subcategorías de investigación.	80
3.5. Técnicas e instrumentos de recolección de información.	81
3.6. Procedimiento de organización y análisis de resultados.....	82

CAPÍTULO IV: RESULTADOS DE LA INVESTIGACIÓN.....85

4.1. Contexto de investigación.....	85
4.1.1. Descripción del contexto de la investigación.....	85
4.1.2. Descripción de los sujetos de investigación.....	88
4.2. Procesos de Investigación.....	89
4.2.1. Diagnóstico de la problemática: Encuesta	89
4.2.2. Intervención sobre la Práctica	89
4.3. Resultados de la investigación.....	91
4.3.1. Diagnóstico de la práctica docente y de los logros de los estudiantes	91
4.3.2. Resultados de la intervención en la Práctica Pedagógica y de los logros de los estudiantes.	127
4.4. Interpretación de resultados	196
4.4.1. Interpretación de la Práctica Pedagógica Inicial (PPI).....	196
4.4.2. Interpretación de la Práctica Pedagógica Alternativa (PPA).....	206
4.5. Discusión de resultados por el método de Triangulación	228
4.5.1. Discusión de la subcategoría: Motivación	228
4.5.2. Discusión de la subcategoría: Recursos y materiales en el GeoGebra (RM)	229
4.5.3. Discusión de la subcategoría: Construcción del conocimiento (CC)	230
4.5.4. Discusión de la subcategoría: Identificación Visual (IV) ...	232

4.5.5. Discusión de la subcategoría: Conservación de la Percepción (CP).....	233
4.5.6. Discusión de la subcategoría: Percepción de las posiciones en el espacio (PPE)	234
4.5.7. Discusión de la subcategoría: Percepción de las relaciones espaciales (PRE).....	235
4.5.8. Discusión de la subcategoría: Memoria Visual (MV)	236
4.5.9. Discusión de la subcategoría: Discriminación Visual (DV).....	237
4.5.10. Comparación de la prueba de entrada y la prueba de salida	238
4.5.11. Descripción de la Metodología con el software GeoGebra para desarrollar la visualización.	243
RESUMEN DE INVESTIGACIÓN	245
5.1. Conclusiones.	245
5.2. Recomendaciones.....	247
BIBLIOGRAFÍA	249
Webgrafía	256
ANEXOS	257

INDICE DE TABLAS

Tabla 1. Relación entre Sentido espacial y competencias PISA.....	49
Tabla 2. Habilidades de visualización (Del Grande 1990) y actividades para mostrarlas.....	63
Tabla 3. Sujetos de Investigación	77
Tabla 4. Plan de acción general	77
Tabla 5. Categorías y subcategorías de investigación.....	80
Tabla 6. Sesiones desarrolladas con metodología tradicional.....	89
Tabla 7. Sesiones de Aprendizaje con Práctica Pedagógica Alternativa.....	90
Tabla 8. Pregunta 1 de la Encuesta	92
Tabla 9. Pregunta 2 de la Encuesta	93
Tabla 10. Pregunta 3 de la Encuesta	94
Tabla 11. Pregunta 4 de la Encuesta	95
Tabla 12. Pregunta 5 de la Encuesta	96
Tabla 13. Pregunta 6 de la Encuesta	97
Tabla 14. Pregunta 7 de la Encuesta	98

Tabla 15. Pregunta 8 de la Encuesta.....	99
Tabla 16. Pregunta 9 de la Encuesta.....	100
Tabla 17. Pregunta 10 de la Encuesta.....	101
Tabla 18. Pregunta 1 de la Prueba Diagnóstica.....	102
Tabla 19. Pregunta 2 de la Prueba Diagnóstica.....	104
Tabla 20. Pregunta 3 de la Prueba Diagnóstica.....	105
Tabla 21. Pregunta 4 de la Prueba Diagnóstica.....	106
Tabla 22. Pregunta 5 de la Prueba Diagnóstica.....	106
Tabla 23. Pregunta 6 de la Prueba Diagnóstica.....	108
Tabla 24. Pregunta 7 de la Prueba Diagnóstica.....	108
Tabla 25. Pregunta 8 de la Prueba Diagnóstica.....	109
Tabla 26. Resultados de análisis de la sesión N° 01 de la PPI.....	113
Tabla 27. Resultados de análisis de la sesión N° 02 de la PPI.....	116
Tabla 28. Resultados de análisis de la sesión N° 03 de la PPI.....	119
Tabla 29. Resultados de análisis de la sesión N° 04 de la PPI.....	122
Tabla 30. Resultados de análisis de la sesión N° 05 de la PPI.....	125
Tabla 31. Pregunta 1 de la prueba de salida.....	127
Tabla 32. Pregunta 2 de la Prueba de Salida.....	128
Tabla 33. Pregunta 3 de la Prueba de Salida.....	129
Tabla 34. Pregunta 4 de la Prueba de Salida.....	130
Tabla 35. Pregunta 5 de la Prueba de Salida.....	131
Tabla 36. Pregunta 6 de la Prueba de Salida.....	132

Tabla 37: Pregunta 7 de la Prueba de Salida.....	133
Tabla 38. Pregunta 8 de la Prueba de Salida.....	134
Tabla 39. Resultados de análisis de la sesión N° 01 de la PPA	139
Tabla 40. Resultados de análisis de la sesión N° 02 de la PPA	146
Tabla 41. Resultados de análisis de la sesión N° 03 de la PPA	154
Tabla 42. Resultados de análisis de la sesión N° 04 de la PPA	160
Tabla 43. Resultados de análisis de la sesión N° 05 de la PPA	166
Tabla 44. Resultados de análisis de la sesión N° 06 de la PPA	172
Tabla 45. Resultados de análisis de la sesión N° 07 de la PPA	180
Tabla 46. Resultados de análisis de la sesión N° 08 de la PPA	187
Tabla 47. Resultados de análisis de la sesión N° 09 de la PPA	193
Tabla 48. Discusión de la Motivación	228
Tabla 49. Discusión de Recursos y materiales en el GeoGebra.....	229
Tabla 50. Discusión de la construcción del conocimiento.....	230
Tabla 51. Discusión de la Identificación visual	232
Tabla 52. Discusión de la Conservación de la Percepción	233
Tabla 53. Discusión de la Percepción de las posiciones en el espacio .	234
Tabla 54. Discusión de la Percepción de las Relaciones Espaciales	235
Tabla 55. Discusión de la Memoria Visual.....	236
Tabla 56. Discusión de la Discriminación Visual.....	237

INDICE DE FOTOGRAFIAS

Fotografía 1. Ubicación de la I.E. "Miguel Cortes"	85
Fotografía 2. I.E. "Miguel Cortés"	86
Fotografía 3: Interior de la I.E “Miguel Cortés”	86
Fotografía 4. Aula 5° A secundaria - I.E. Miguel Cortés	87
Fotografía 5. Aula de Innovación - I.E. Miguel Cortés.....	88

ÍNDICE DE ANEXOS

Anexo 1: Matriz del Problema de Investigación	259
Anexo 2: Matriz de Análisis del problema de Investigación	260
Anexo 3: Prueba Diagnóstica	262
Anexo 4: Encuesta	264
Anexo 5: Tutorial para el aprendizaje del GeoGebra.....	265
Anexo 6: Prueba de Salida	269
Anexo 7: Sesiones de la Practica Pedagógica Inicial	271
Anexo 8. Sesiones de la Práctica Pedagógica Alternativa	278
Anexo 9: Guías de Aprendizaje.....	295

INTRODUCCIÓN

Una preocupación constante de un buen maestro de matemática es lograr un aprendizaje significativo en sus estudiantes y en este afán idea estrategias que le permitan lograr este propósito. Actualmente estas estrategias deben estar acordes con el desarrollo tecnológico, el mundo que rodea al estudiante, sus necesidades e intereses. Al mismo tiempo el estudiante debe desarrollar competencias y capacidades las cuales se definen como la facultad de toda persona para actuar conscientemente sobre una realidad, sea para resolver un problema o cumplir un objetivo, haciendo uso flexible y creativo de los conocimientos, las habilidades, las destrezas, la información o las herramientas que tenga disponibles y considere pertinentes a la situación (MINEDU 2014).

Es así que la presente investigación tiene como objetivo principal “Aplicar una metodología usando el software GeoGebra para desarrollar la Visualización Matemática en los estudiantes del Quinto grado de secundaria en el contenido de Ecuación de la Recta”. Dicha investigación fue realizada en la sección del 5° “A” de la I.E. “Miguel Cortés” del distrito de Castilla, de la ciudad de Piura, en el área de Matemática, específicamente en Geometría Analítica.

La investigación realizada esta organizada en cinco capítulos que de manera breve se exponen:

- En el Capítulo I, se realiza la caracterización de la problemática que origina la investigación, se plantea el problema a investigar, se hace una justificación de la investigación, formulándose los objetivos generales y específicos, así como la hipótesis; finalmente

se presentan los antecedentes de la investigación tanto sobre la mediación del software GeoGebra, como del desarrollo de la visualización matemática.

- En el Capítulo II: Se muestra el Marco Teórico, que contiene la teoría que fundamenta de manera directa las categorías y subcategorías desarrolladas tanto de la Metodología como de la Visualización Matemática y de manera específica las teorías que fundamentan el desarrollo de las habilidades de la visualización, como relevantes para el aprendizaje de la matemática.
- En el Capítulo III: Se detalla sobre la metodología utilizada en la investigación, es decir hace referencia al tipo de Investigación y al Plan de Acción desarrollado en la investigación, así mismo se hace referencia a las técnicas e instrumentos de recolección de la información y los procedimientos a utilizar.
- En el Capítulo IV: Se presentan los resultados de la Investigación como producto de la aplicación de la Metodología con el uso del Software GeoGebra para desarrollar la visualización matemática en el contenido de ecuación de la recta, a los estudiantes del 5° A de la I.E “Miguel Cortés”, haciendo un análisis reflexivo de la intervención, reflejado en los diarios de campo.
- Finalmente encontramos el resumen de la investigación traducido en las conclusiones y recomendaciones.

Se puede afirmar que a través de la intervención en la Práctica Pedagógica Alternativa se ha logrado demostrar que mediante la Metodología utilizada con la mediación del software GeoGebra se ha logrado incrementar el desarrollo de la Visualización Matemática en los estudiantes del 5° “A” de secundaria de la I.E. “Miguel Cortés”, en el contenido de ecuación de la recta.

CAPÍTULO I

PLANTEAMIENTO DE LA INVESTIGACIÓN

1.1. Caracterización de la problemática

La educación en las sociedades democráticas, es el medio que debe proporcionar la realización del ser humano como tal. Desde el punto de vista social, lo debe capacitar para dominar el complejo mundo de hoy y, desde el punto de vista personal debe propiciar el desarrollo de sus capacidades al máximo de sus propias posibilidades.

La experiencia como docente nos permite afirmar que en nuestro país la Educación está atravesando por una serie de cambios que pretenden tener como producto final un ser humano preparado para enfrentarse a esta sociedad en tránsito constante.

El área de matemática no está exenta de dichos cambios por el contrario está en constante evolución debido a su interrelación con los otros campos de la Ciencia y la Técnica, pues siempre ha de responder a la necesidad de resolver determinados problemas prácticos derivados de ellos. Paralelamente, en las últimas décadas, se ha producido una ampliación y diversificación de su propia perspectiva y se han ido convirtiendo en una herramienta potente y eficaz en la interpretación y, en su caso, resolución de problemas, fenómenos y situaciones de todo tipo, posibilitando, además, la creación y utilización de modelos aplicables a otras ciencias.

Sin embargo a pesar de los cambios propuestos en el área de matemática no han cambiado los conceptos que los alumnos manejan

acerca de la misma, pues la siguen considerando poco atractiva, muy alejada de sus intereses, esto por qué no asimilan sus conceptos ni entienden sus significados y mucho menos su aplicabilidad a la vida cotidiana, es decir que no le encuentran sentido.

Lamentablemente el área de matemática se desarrolla de manera expositiva, teórica, utilizando estrategias algorítmicas, que exigen la memorización de procesos y fórmulas, así mismo el uso de materiales educativos se reducen al uso de tiza o plumón y en el mejor de los casos al uso de un texto como complemento.

Sin embargo hoy en día las alternativas que se tienen para el desarrollo de la matemática son múltiples, considerando que vivimos en la era de la información y la tecnología, sin olvidar que los estudiantes de hoy utilizan en todo momento el lenguaje digital y para que se interesen por las opciones que les presentamos deberíamos estimar el uso de software educativos, que faciliten el aprendizaje y que supongan la aplicación de metodologías sencillas.

La geometría es la parte de la matemática más próxima a la realidad palpable por lo que su enseñanza – aprendizaje de manera adecuada, es imprescindible y fundamental en los primeros grados de secundaria pues servirá de base para el desarrollo de geometría analítica en 5° de secundaria. Aquí los estudiantes encuentran que la geometría analítica es muy abstracta, presentan muchas dificultades que van desde identificar la línea recta, hasta construir una imagen con ciertas características, a pesar de las ilustraciones de los libros o de los dibujos que los profesores construyen en las sesiones. De allí que se puede observar claramente la presencia de un problema, el alumno no ha desarrollado la capacidad de visualización matemática.

Miguel de Guzmán (1997), *“Con la visualización en matemáticas se pretende otra cosa. Las ideas, conceptos y métodos de las matemáticas presentan una gran riqueza de contenidos visuales, representables intuitivamente, geoméricamente, cuya utilización resulta muy provechosa, tanto en las tareas de presentación y manejo de tales conceptos y métodos como en la manipulación con ellos para la resolución de los problemas del campo. [...] Esta forma de actuar con atención explícita a las posibles representaciones concretas en cuanto desvelan las relaciones abstractas que al matemático interesan constituye lo que denominamos visualización en matemáticas”*(p: 16).

Es así que en el afán de dar solución al problema del escaso uso de recursos didácticos y a la necesidad de desarrollar la capacidad de visualización en los estudiantes del 5° grado de secundaria permitiéndoles resolver problemas de Geometría Analítica de manera práctica y agradable, es que en la presente investigación se propone la aplicación de una metodología basada en el uso del GeoGebra que es muy probable también, que a través de él, los estudiantes logren asimilar determinados conceptos desde una nueva perspectiva, ya que GeoGebra posibilita trabajar integrando álgebra y geometría en forma dinámica mediante un entorno amigable para el alumno.

1.2. Problema de investigación.

¿Qué tipo de metodología se debe aplicar usando el software GeoGebra para desarrollar la Visualización Matemática en los estudiantes del Quinto grado de secundaria en el contenido de ecuación de la recta?

1.3. Justificación de la investigación.

Consideramos importante esta investigación, porque en la práctica profesional, hemos detectado que el tema de Geometría Analítica se desarrolla de manera muy tradicional sin aprovechar los recursos didácticos ya sean concretos o interactivos. En consecuencia el alumno pierde el interés por el tema, y lo desarrolla tan solo haciendo uso del lápiz y papel. Sugerimos que los profesores deben utilizar diversos recursos para enseñar este tipo de contenidos como por ejemplo: las calculadoras gráficas, el programa excel y aplicaciones interactivas para internet. Por ello, proponemos enseñar este tema a través de la mediación del software de geometría dinámica: GeoGebra.

Como resultado de esta investigación pensamos que los ambientes tecnológicos en el proceso de enseñanza aprendizaje influyen de una manera favorable en el aprendizaje de Geometría Analítica por eso se escogió GeoGebra, porque a través de éste, los alumnos tendrán la posibilidad de: manipular, conjeturar, esbozar y probar hipótesis dando solución a problemas mientras construyen el conocimiento sobre el tema, en forma analítica y gráfica.

En este sentido, el desarrollo de la presente investigación puede traer muchos beneficios en cuanto a la enseñanza y aprendizaje de la Matemática a nivel escolar para estudiantes de educación secundaria respecto a los contenidos de Geometría Analítica con la mediación de GeoGebra, que es un software de geometría dinámica aplicado en todos los niveles de educación y dirigido tanto para profesores como para alumnos. Este programa fue creado por los esposos Markus y Judith Hohenwarter, quienes trabajaron con este software desde el año 2001 en la Universidad de Salzburgo y posteriormente en la Universidad de Atlantic, Florida, Estados Unidos.

Por lo tanto, la presente investigación propone una alternativa interactiva para llevar a cabo el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Geometría Analítica en estudiantes del Quinto grado de Educación Secundaria. Se enfatiza el uso de la computadora con el software GeoGebra diseñado específicamente para lograr que se convierta en un valioso auxiliar para alumnos y maestros; es innegable el interés que despierta el uso de este tipo de materiales en el salón de clases y fuera de éste.

Por otro lado en la enseñanza de la matemática en particular, investigaciones realizadas, reportan sobre la contribución de la visualización en el desarrollo del pensamiento matemático de los estudiantes, mediante el análisis e interpretación de diferentes formas de representación. Al respecto, señalan Cantoral y Montiel (2001) que para acceder a un desarrollo de la visualización en matemáticas se requiere entre otras cosas, del manejo de un universo de formas gráficas en extenso y rico en significado por parte de quien aprende. En la experiencia realizada con profesores y estudiantes, han constatado que en la enseñanza de funciones y sus diferentes representaciones como: la algebraica, geométrica, numérica, icónica y verbal, incorporando elementos visuales como parte de su actividad matemática al enfrentar problemas; se logra manejar a la función no solo como objeto, sino además los estudiantes pueden transitar entre las distintas representaciones con cierta versatilidad; en síntesis, en caso de tener un dominio conjunto de la función los estudiantes habrán desarrollado la habilidad de la visualización.

Por tanto, el proceso de visualización de los lugares geométricos es una piedra angular en la enseñanza de la Geometría Analítica, y el

software GeoGebra es una herramienta clave para lograr el desarrollo de esta capacidad, la cual busca que los estudiantes visualicen dichos lugares de manera evidente.

En consecuencia, este trabajo de investigación justifica su estudio y elaboración, pues será un aporte a la sociedad y para los docentes una nueva alternativa de Enseñanza Aprendizaje, del mismo modo este estudio puede dar pie a nuevas investigaciones y dará la relevancia al uso del TIC en el área de matemática.

1.4. Objetivos de investigación.

Los objetivos se formularon con la ayuda de un árbol de problemas donde las causas se convirtieron en objetivos específicos y las consecuencias se han convertido en resultados esperados (ver anexo 03: árbol del problema).

1.4.1. Objetivo general

Aplicar una metodología usando el software GeoGebra para desarrollar la Visualización Matemática en los estudiantes del Quinto grado de secundaria en el contenido de ecuación de la recta.

1.4.2. Objetivos Específicos:

- Diagnosticar el nivel de la capacidad Visualización matemática en los estudiantes de quinto grado de educación secundaria de la I.E. Miguel Cortez.
- Diagnosticar la metodología empleada por el docente en la práctica pedagógica actual.
- Diseñar sesiones de aprendizajes incorporando como herramienta didáctica el software GeoGebra, para desarrollar habilidades de visualización, en el contenido de ecuación de la recta.
- Aplicar actividades en las sesiones de aprendizaje utilizando el software GeoGebra, para desarrollar habilidades de visualización, en el contenido de ecuación de la recta.
- Validar la práctica pedagógica alternativa.

- Evaluar el nivel de logro de la capacidad de Visualización Matemática en los estudiantes de Quinto grado de secundaria en el contenido de ecuación de la recta.

1.5. Hipótesis de investigación

La aplicación de una metodología usando el software GeoGebra desarrolla la Visualización Matemática en los estudiantes de Quinto de secundaria en el contenido de Ecuación de la recta.

1.6. Antecedentes de estudio

Luego de revisar la bibliografía y la webgrafía correspondiente a nivel internacional, nacional y regional, podemos describir los trabajos más relevantes que antecedieron a este, entre ellos:

A. Título de la investigación (Nivel Nacional)

“Mediación del software GeoGebra en el aprendizaje de programación lineal en alumnos del quinto grado de educación secundaria”

Autor: Judith Beatriz Bello Durand

Objetivos:

Diseñar una propuesta de actividades mediadas por el software GeoGebra que favorece el aprendizaje de la Programación Lineal y que permita a los alumnos transitar entre los Registros de Representación verbal, algebraica y gráfico al resolver problemas contextualizados en alumnos de quinto grado de E.S. de la I.E.

Objetivo Específicos:

- Construir actividades mediadas por el software GeoGebra para el aprendizaje de Programación Lineal que favorezcan la solución de problemas contextualizados.
- Analizar el tránsito de registros de representación verbal, algebraico y gráfico al resolver problemas contextualizados de Programación Lineal

Conclusiones

- Concluimos además que las situaciones de aprendizaje plasmadas a través de nuestras actividades, permitieron a los alumnos: Estar familiarizados con el uso de un vocabulario nuevo especializado en Matemática sobre Programación lineal: Grafica de ecuaciones e inecuaciones, región factible, vértices de la región factible, cambios de escalas, optimización de la función objetivo. Estar familiarizados con el uso de un vocabulario nuevo especializado en Geometría Dinámica con GeoGebra. Obtener gráficos completos y no gráficos distorsionados al representar inecuaciones, haciendo el arrastre para visualizar la región factible mediante el zoom de GeoGebra. Incorporar otra forma metodológica de enseñar, porque no se dejó de lado el uso de lápiz y papel sino que se brindó la oportunidad que el conocimiento se lograra de manera diferente a través de la mediación de GeoGebra y las situaciones de aprendizaje propuestas a través de las actividades, esto favoreció el tratamiento y conversión del aprendizaje de Programación Lineal porque los alumnos representaron algebraicamente los problemas presentados, luego realizaron una representación gráfica, una representación algebraica y finalmente realizaron una representación verbal concluyendo por escrito la respuesta a la pregunta planteada. Los estudiantes realizaron dos actividades de modelación de las restricciones de problemas de Programación Lineal así como de la función objetivo, estos problemas se llamaron “problema de producción de bicicletas montaÑeras y de paseo” como también el “problema de producción de pantalones y chaquetas” además se añadieron tablas impresas en las actividades de aprendizaje que permitieron el tránsito y la coordinación de Registros de Representación verbal al algebraico, dándose este proceso de forma natural, sin dificultad y de forma espontánea. La sistematización de las ideas fue progresivamente presentándose en forma adecuada, al principio les era difícil verbalizar lo que verificaban y concluían con sus trabajos interactuando con el software pero poco a poco mejoraron su capacidad de verbalizar sus ideas, procedimientos y conclusiones de sus trabajos, porque habían interiorizado los conceptos y procedimientos a través del trabajo que realizaban con el software.

- Los conceptos que formaban eran más duraderos, porque los resultados en las actividades de enlace y en la solución de la actividad final, mostraron que los alumnos resolvieron sin ninguna dificultad los ejercicios y problemas propuestos. El método de solución de problemas de Programación Lineal fue captado con mucha facilidad, evidenciándose en la solución acertada de los problemas propuestos. El tránsito entre los Registros de Representación Semiótica de tipo verbal, algebraico y gráfico usando GeoGebra y actividades de aprendizaje lograron que los alumnos resolvieran problemas de P.L. en forma natural y espontánea. Aumentó las capacidades cognitivas de los sujetos brindándoles la posibilidad de producir un mayor número de Registros de Representación Semiótica en el tema de Programación Lineal. Aumentó el interés por las actividades realizadas y una modificación acertada en la calidad de las producciones de este modo se desarrolló las competencias de aprendizaje para el tema de Programación Lineal que nos habíamos propuesto. Los alumnos mostraron haber desarrollado destrezas y habilidades en el uso y manejo del software GeoGebra usando apropiadamente los comandos y los códigos propios de este software. Los alumnos pudieron comprender y aplicar estrategias: modelar las restricciones del problema, graficar la región factible de las restricciones obtenidas mediante la mediación de GeoGebra, evaluar la función objetivo e interpretar la respuesta obtenida realizando el tránsito coordinado de registros verbales, algebraico y gráfico. La mediación de GeoGebra influye el aprendizaje de programación lineal porque facilita el diseño de estrategias de solución a problemas propuestos. La estrategia propuesta en las actividades de aprendizaje permitió a los alumnos transitar con fluidez entre los registros de representación verbal, algebraico y gráfico mejorando y organizando la estructura cognitiva sobre este tema el cual favoreció su aprendizaje sobre Programación Lineal. La metodología empleada permitió organizar nuestro trabajo de investigación y nuestras actividades mediadas con GeoGebra y validar nuestros resultados.

En esta investigación se valida una metodología con la mediación del Software GeoGebra sin dejar de lado el lápiz y papel, demuestra además que los alumnos logran resolver problemas que primeramente el GeoGebra les permite comprender, dichos resultados garantizan el éxito

de la investigación a realizar dado que se tomara en cuenta la metodología aplicada.

B. Título de la investigación (Nivel Internacional)

“El papel de la visualización en el aprendizaje de la matemática. Antología”

Autores:

Ramiro Molina Gregorio
Luis Alberto Gerrero Cornelio

Objetivo

Estructurar una antología que contribuya en esclarecer cuál es el papel de la visualización y su influencia en el desarrollo del pensamiento matemático.

Conclusiones:

En general el término visualización está asociado con las representaciones internas (mentales) y externas. Las representaciones internas actúan como interiorización de las representaciones externas. Estas a su vez, son las formas a través de las cuales los sujetos hacen visibles las imágenes mentales.

La visualización debe considerarse un aspecto esencial a desarrollar en los estudiantes, utilizando comúnmente para ellos el manejo de una gran diversidad de representaciones de los objetos matemáticos en la investigación. Ya que la visualización matemática ofrece grandes posibilidades para desarrollar el pensamiento matemático de los estudiantes, es posible desarrollar habilidades visuales utilizando diferentes representaciones, en el que la herramienta tecnológica es un medio útil para explorarlos de forma interactiva.

La investigación tomada como antecedente resalta la importancia del desarrollo de la capacidad de visualización en los estudiantes en el aprendizaje de la matemática, generado por las diversas representaciones gráficas estáticas e interactivas, ya que y tal desarrollo contribuye a la

formación del pensamiento matemático. En tal sentido el sustento teórico y la metodología aplicada servirán de base a la investigación a realizar.

C. Título de la investigación (Nivel Internacional)

“La influencia conjunta del uso de GeoGebra y lápiz y papel en la adquisición de competencias del alumnado”

Autores:

Nuria Iranzo

Josep Maria Fortuny

Resumen

Este estudio forma parte de una investigación en curso sobre la interpretación del comportamiento de los estudiantes de Bachillerato Tecnológico en la resolución de problemas de geometría plana, mediante el análisis de la relación entre el uso de GeoGebra, la resolución en lápiz y papel y el pensamiento geométrico. El marco teórico se basa principalmente en la teoría de la instrumentación de Rabardel (2001). Se propone un análisis de los grados de adquisición de los procesos de instrumentación e instrumentalización de los alumnos, las estrategias de resolución en ambos medios y las interacciones entre los distintos agentes involucrados. Se pretende buscar una relación entre las concepciones de los alumnos y las técnicas que utilizan en las estrategias de resolución de problemas.

Palabras clave. Geometría Analítica plana, resolución de problemas, Geometría dinámica.

Objetivos:

- Caracterizar las estrategias de resolución de los alumnos en ambos medios.
- Analizar los procesos de instrumentación e instrumentalización para esbozar diferentes tipologías de alumnos.
- Explorar la influencia conjunta del uso de GeoGebra y del lápiz y papel en la adquisición de conocimiento, visualización y pensamiento estratégico en el alumno.

Conclusiones:

- Hemos podido constatar en este estudio que la mayoría de estudiantes utilizan herramientas algebraicas y de medida y consideran que GeoGebra les ayuda a visualizar el problema y a evitar obstáculos algebraicos. En general, los alumnos han tenido pocas dificultades con relación al uso del software y algunos obstáculos son obstáculos cognitivos ya existentes trasladados al software. El uso de GeoGebra promueve así un pensamiento más geométrico (por ejemplo, consideran la intersección de circunferencias en lugar de igualar distancias en el problema del rombo) y facilita un soporte visual, algebraico y conceptual a la mayoría de alumnos (categorías instrumental, procedimental y naif). Consideramos que el uso de GeoGebra también favorece múltiples representaciones de conceptos geométricos, ayuda a evitar obstáculos algebraicos permitiendo centrarse en los conceptos geométricos así como a resolver los problemas de otra forma. Hay que señalar, sin embargo, que la influencia del uso de GeoGebra depende de los alumnos y de los problemas propuestos. Los alumnos desarrollan una gran variedad de estrategias de resolución, asociadas con distintos usos de GeoGebra, y estas diferencias pueden ser interpretadas en términos de tipologías de alumnos. Las tipologías tienen efectos relevantes en el proceso de génesis instrumental (Artigue, 2002). Por ejemplo, se pueden considerar los distintos procesos instrumentales que desarrollan los alumnos en función de:
 - a) EL tipo de recursos que favorecen,
 - b) El metaconocimiento que tienden a poner en juego y
 - c) Los modelos de validación que privilegian.
- Los resultados obtenidos relativos a las tipologías de alumnos, deben ser interpretados en el contexto de la investigación en curso. Los grados de adquisición de los procesos de instrumentación e instrumentalización resultan no ser discretos, por lo que es recomendable estudiar en profundidad la transición entre estos niveles. La idea de continuidad y transición es útil cuando consideramos la construcción del aprendizaje en los alumnos. También es importante analizar el papel del profesor, lo que, en la terminología de la teoría de la instrumentación, se conoce como orquestación. La orquestación es necesaria para favorecer y guiar el

difícil proceso de génesis instrumental del software. En la investigación en curso hemos introducido datos relativos a la intervención del profesor. Tendremos en cuenta estos aspectos para favorecer el proceso de apropiación del software, así como para analizar la influencia conjunta de las técnicas de papel y lápiz y GeoGebra y el valor epistémico de las técnicas instrumentadas.

La investigación tomada como antecedente demuestra que la mediación del GeoGebra en el aprendizaje de la geometría permite la formación de un pensamiento más geométrico y facilita un soporte visual, algebraico y conceptual a la mayoría de alumnos, por lo que tiene una estrecha relación con la investigación a llevarse a cabo.

D. Título de la investigación (Nivel Internacional)

“Atribuir un significado a la matemática a través de la visualización”

Autores:

Lourdes Figueiras
Jordi Deulofeu

Objetivo general:

En conclusión, nuestro objetivo es analizar cómo, los estudiantes, en la interacción de los que se han llamado componentes sociológico, cognitivo y cultural de la visualización pueden dar significado a la demostración en el proceso de solución de un problema.

Objetivos específicos:

- Actuar como soporte e ilustración de resultados simbólicos.
- Resolver el conflicto entre soluciones correctas simbólicas e intuiciones incorrectas.
- Reorganizar ciertas características de los conceptos, muchas de las cuales pueden ser obviadas por las soluciones formales.

Conclusiones:

- En el proceso de solución del problema de Herón, la visualización, entendida a la vez como percepción y como proceso para llegar a la solución de un problema, puede ser analizada desde las tres perspectivas descritas en el comienzo de este artículo –cultural, sociológica y cognitiva–. A lo largo del artículo hemos detallado cómo, en su interacción, estas perspectivas pueden generar un nuevo significado para la demostración.
- Desde una perspectiva cultural, activa la reflexión sobre la metodología del quehacer matemático. Juegan en este sentido un papel de importancia fundamental: a) la contextualización histórica de los problemas; b) el reconocimiento de construcciones llevadas a cabo en otro momento histórico; y c) la discusión y puesta en común de conjeturas y estrategias que parten de diferentes niveles conceptuales. Estos aspectos brindan la posibilidad de pensar en la matemática desde otro punto de vista, distinto del de una ciencia aplicada.
- La visualización tiene, entre otras, un componente cultural que ha sido señalado por autores diversos. Al contextualizar históricamente un problema, es posible contemplar el proceso mismo de visualización como algo sujeto a un momento y a una condición histórica determinada y su análisis, desde distintas perspectivas en interacción permite valorar la influencia de este componente cultural en el proceso de su resolución. El ejemplo del problema de Herón y las soluciones planteadas –por una parte, desde la geometría clásica tal y como propone Herón y, por otra, la que propone Fermat en su método para la determinación de máximos y mínimos, de carácter algebraico– ilustran este hecho. Desde una perspectiva cognitiva, el modo en el que los estudiantes construyen estas imágenes es fundamental y revela diferentes niveles de maduración matemática.
- Desde una perspectiva sociológica, es fundamental considerar qué relación con la matemática ha establecido quien resuelve el problema, para poder determinar cuándo un diagrama visual puede conducir a la solución de un problema o no. Desde el punto de vista de la construcción, cualquiera de las conjeturas tercera o cuarta de

las expuestas en la tabla I resulta exactamente igual para aquellos estudiantes que no tenían relación con el teorema de Pappus, pero despierta, en el conocedor de otros teoremas de la matemática, la activación de recursos e imágenes que conducen a solucionar el problema como un caso particular de otro.

- Atendiendo a las tres perspectivas de manera global, la visualización ha de ser entendida como un proceso que se comparte entre los estudiantes y el profesor. Existen diferentes estilos de visualización y el hecho de que un estudiante, que no necesariamente participa de forma explícita en la resolución del problema, sea espectador de las imágenes que el resto de compañeros genera puede llegar a influir en el significado que otorga a la demostración y, en particular, al papel que juegan las construcciones geométricas en el proceso de solución de un problema.
- El objetivo de familiarizar a los estudiantes con la construcción e interpretación de diagramas visuales en el proceso de resolución de un problema no es únicamente hacer posible que una imagen conduzca a la solución, sino activar tanto sus herramientas conceptuales como su reflexión sobre lo que significa resolver el problema (encontrar conjeturas y posteriormente demostrar) y sobre el significado mismo de la demostración.

La investigación realizada detalla la importancia y el proceso del desarrollo de la visualización y los distintos estilos de visualización de los estudiantes generados por diagramas visuales, representaciones gráficas o construcciones geométricas en el proceso de resolución de problemas, en tal sentido tanto el marco teórico como la metodología aplicada serán tomadas como base para la investigación que se lleva a cabo.

CAPÍTULO II MARCO TEÓRICO DE LA INVESTIGACIÓN

2.1. Fundamentos teóricos sobre Aprendizaje

Al aprendizaje no se le puede considerar como sabiduría, instrucción o conocimiento, sino que va mucho más allá, para tener un concepto acertado analizaremos algunas concepciones.

Para Schunk (2012: 16):

“Aprendizaje implica construir y modificar nuestro conocimiento, así como nuestras habilidades, estrategias, creencias, actitudes y conductas. Las personas aprenden habilidades cognitivas, lingüísticas, motoras y sociales, las cuales pueden adoptar muchas formas. A un nivel sencillo, los niños aprenden a resolver $2 + 2 = ?$, a reconocer la letra p en la palabra papá, a amarrarse las agujetas y a jugar con otros niños”

El mismo autor afirma que la definición que reúne los criterios que la mayoría de los profesionales de la educación consideran centrales es:

“El aprendizaje es un cambio perdurable en la conducta o en la capacidad de comportarse de cierta manera, el cual es resultado de la práctica o de otras formas de experiencia.”(p: 18)

Asevera que para que se cumpla la definición anterior es necesario identificar tres criterios:

- El aprendizaje implica un cambio: La gente aprende cuando adquiere la capacidad para hacer algo de manera diferente.

- El aprendizaje perdura a lo largo del tiempo: Esto excluye los cambios temporales en la conducta.
- El aprendizaje ocurre por medio de la experiencia.

Se dice un cambio porque va a modificar la conducta del individuo mediante algunos procesos. Relativamente permanente se refiere a que lo que se aprende no perdura para toda la vida sino que se puede olvidar, ya que el tiempo se encarga de hacer olvidar. En cuanto a la práctica, ésta es muy indispensable, ya que mediante ella se puede aprender y fijar aunque sea momentáneamente cualquier conocimiento o experiencia.

Siempre se debe considerar que el aprendizaje, aparte de que es un proceso intelectual, también va acompañado de la parte emocional, razón por la cual un docente, debe precautelar la manera de impartir los conocimientos, pues estos pueden ser tomados por el estudiante en forma positiva o en forma negativa, según como lo haga ver el que los enseña. De aquí que una de las principales funciones de un docente es convertir lo que se va enseñar en algo muy atractivo, “y reforzar el comportamiento apropiado del estudiante para moldear su comportamiento en la dirección deseada” (Ardila, 2001: 32).

Para la adquisición de conocimientos es mucho mejor que repetir mecánicamente algo, el efectuar ese algo, según Benjamín Franklin: “Dime y lo olvido, enséñame y lo recuerdo, involúcrame y lo aprendo”. O según Confucio “oigo y olvido. Veo y aprendo. Hago y entiendo”, por lo que inicialmente el estudiante debe comenzar observando sobre los hechos, luego, buscar cómo realizar varias experiencias, plantear hipótesis, comprobarlas y anotar sus resultados.

Finalmente podemos concluir:

La forma como llegamos a aprender depende de cómo se adquiere, procesa y emplea la información, cada persona aprende de formas distinta de las demás, utiliza diferentes estrategias, con distinto ritmo, y con mayor o menor éxito, aunque tenga las mismas motivaciones, el mismo nivel de instrucción, la misma edad o esté estudiando el mismo tema que otros. Esta separación en fases se le puede considerar como literal, pues en la práctica los tres procesos que se mencionaron anteriormente se confunden entre sí y están estrechamente relacionados.

La presente investigación se fundamenta en el paradigma constructivista y en la teoría de Ausubel y Brunner, por ello es necesario profundizar en cada una de sus teorías.

2.1.1. Constructivismo y Aprendizaje significativo.

El aprendizaje significativo surge cuando el alumno, como constructor de su propio conocimiento, relaciona los conceptos a aprender y les da un sentido a partir de la estructura conceptual que ya posee.

De acuerdo con Coll (1990:441-442) la concepción constructivista se organiza en torno a tres ideas fundamentales:

- 1. El alumno es el responsable último de su propio proceso de aprendizaje, es quien construye(o más bien reconstruye) los saberes de su grupo cultural, y éste puede ser un sujeto activo cuando manipula, explora, descubre o inventa, incluso cuando lee o escucha la exposición de los otros.*
- 2. La actividad mental constructiva del alumno se aplica a contenidos que poseen ya un grado considerable de elaboración. Esto quiere decir que el alumno no tiene en todo momento que descubrir o inventar en un sentido literal todo el conocimiento escolar. Debido a que el conocimiento que se enseña en las instituciones escolares es en realidad el resultado de un proceso de construcción a nivel social, los alumnos y profesores encontrarán ya elaborados y definidos una buena parte de los contenidos curriculares.*
- 3. La función del docente es engarzar los procesos de construcción del alumno con el saber colectivo culturalmente organizado. Esto implica que la función del profesor no se limita a crear condiciones óptimas para que el alumno despliegue una actividad mental constructiva, sino que debe orientar y guiar explícita y deliberadamente dicha actividad.*

El concepto de aprendizaje significativo fue propuesto originalmente por David Ausubel (1963 a 1968). David P. Ausubel psicólogo estadounidense fue influenciado por los aspectos cognitivos de

la teoría de Piaget, y planteó su Teoría del Aprendizaje Significativo por Recepción, en la que afirma que el aprendizaje ocurre cuando el material se presenta en su forma final y se relaciona con los conocimientos anteriores de los alumnos. El aprendizaje significativo, se refiere a que el proceso de construcción de significados es el elemento central del proceso de enseñanza-aprendizaje. El alumno aprende un contenido cualquiera cuando es capaz de atribuirle un significado. Por eso lo que procede es intentar que los aprendizajes que lleven a cabo sean, en cada momento de la escolaridad, lo más significativo posible, para lo cual la enseñanza debe actuar de forma que los alumnos profundicen y amplíen los significados que construyen mediante su participación en las actividades de aprendizaje. En este sentido, las nuevas tecnologías que han ido desarrollándose en los últimos tiempos y siendo aplicadas a la educación juegan un papel vital.

Fermín González, Ibáñez, Casalí, López y Novak nos muestran cómo el aprendizaje basado en la repetición tiende a inhibir un nuevo aprendizaje, mientras que el aprendizaje significativo facilita el nuevo aprendizaje relacionado.

Es así que en la presente investigación;

Las razones antes expuestas nos llevan a incorporar Geogebra como recurso didáctico en el proceso de aprendizaje, dado que por ser un software interactivo hay un vínculo natural con el alumno y con mucha facilidad van a manejarlo y van a construir un aprendizaje significativo, se observa un cambio de actitud tanto en los alumnos quienes disfrutan de lo que aprenden como en los docentes que sienten satisfacción por los resultados.

2.1.2. Aprendizaje por Descubrimiento.

El aprender es un proceso activo, social en el cual los estudiantes construyen nuevas ideas o los conceptos basados en conocimiento actual. El estudiante selecciona la información, origina hipótesis, y toma decisiones en el proceso de integrar experiencias en sus construcciones mentales existentes. Por lo que en el aprendizaje, el docente debe intentar y animar a estudiantes que descubran principios por sí mismos.

Es así que en el aprendizaje por descubrimiento de Bruner, el maestro organiza la clase de manera que los estudiantes aprendan a través de su participación activa. Usualmente, se hace una distinción entre el aprendizaje por descubrimiento, donde los estudiantes trabajan en buena medida por su parte y el descubrimiento guiado en el que el maestro proporciona su dirección. En la mayoría de las situaciones, es preferible usar el descubrimiento guiado. Se les presenta a los estudiantes preguntas intrigantes, situaciones ambiguas o problemas interesantes. En lugar de explicar cómo resolver el problema, el maestro proporciona los materiales apropiados, alienta a los estudiantes para que hagan observaciones, elaboren hipótesis y comprueben los resultados.

Para resolver problemas, los estudiantes deben emplear tanto el pensamiento intuitivo como el analítico. El maestro guía el descubrimiento con preguntas dirigidas. También proporciona retroalimentación acerca de la dirección que toman las actividades. La retroalimentación debe ser dada en el momento óptimo, cuando los estudiantes pueden considerarla para revisar su abordaje o como un estímulo para continuar en la dirección que han escogido.

Aplicaciones para el aprendizaje:

- Fomenta la independencia en los primeros años de la escuela.
- Alienta a los estudiantes a resolver problemas de forma independiente o en grupo.
- El aprendizaje debe ser flexible y exploratorio.
- Despierta la curiosidad de los niños.
- Minimiza el riesgo del fracaso.
- El aprendizaje es relevante.
- Retoma los conceptos principales.

Bruner sostiene que una teoría de la instrucción debe tratar cuatro aspectos importantes:

- Predisposición para aprender;

- Las maneras en las cuales un cuerpo del conocimiento puede ser estructurado para poderlo; agarrar lo más fácilmente posible por el principiante;
- Las secuencias más eficaces para presentar el material;
- La naturaleza y el establecimiento del paso de recompensas y de castigos.

En la presente investigación consideramos que:

Con la mediación del Geogebra y un proceso bien estructurado, plasmado en guías de aprendizaje, el docente direccionará a los estudiantes al aprendizaje por descubrimiento.

2.2. Recursos didácticos para la enseñanza de las matemáticas.

2.2.1. Material concreto.

Pretendemos estudiar, por tanto, los materiales y recursos, que puedan emplearse en la enseñanza, poniendo especial atención a los modelos manipulativos y situaciones donde los estudiantes pueden trabajar los contenidos matemáticos de manera activa y significativa. Específicamente nos centraremos en los materiales concretos utilizados en la enseñanza y aprendizaje de la geometría.

Para definir la noción de “materiales concretos” tomamos como referentes algunos autores que definen esta idea con anterioridad. Alsina, Burgués y Fortuny (1988), consideran sólo la noción de materiales, indicando que son todos los objetos, aparatos o medios de comunicación que pueden ayudar a describir, entender y consolidar conceptos matemáticos. Por otra parte, Hernán y Carrillo (1988), consideran las nociones de materiales y recursos, aunque admiten que los recursos contemplan los materiales. Por el contrario, Coriat (1997) hace una distinción entre ambas nociones, cuyo campo semántico está en constante interacción. En Carretero, Coriat y Nieto (1995) diferencian los recursos de los materiales didácticos, indicando que los recursos son todos aquellos materiales no diseñados específicamente para el aprendizaje de un concepto o procedimiento determinado, como la tiza, el pizarrón, papel, diapositivas, entre otros; en cambio, el material didáctico es

diseñado con un fin educativo, aunque un buen material didáctico trasciende la intención original y se le puede dar otros usos.

Área, Parcerisa, y Rodríguez (2010), se refieren a materiales didácticos, en algunos casos a los materiales que utilizan representaciones simbólicas y en otros casos a los referentes directos que serían los objetos. Una clasificación realizada de acuerdo con el soporte es:

- Materiales en soporte papel,
- Materiales en soporte tecnológico
- Materiales en otros soportes (ejemplos: juguetes)

Cascallana (1988) clasifica los materiales en estructurados y no estructurados. Los materiales estructurados son aquellos diseñados especialmente para la enseñanza de las matemáticas. No son figurativos y suponen una mayor capacidad de abstracción, pero son previos al uso exclusivo de los signos numéricos. Los materiales no estructurados son todos los que el niño puede manipular, sin ser necesariamente creado con fines matemáticos, como por ejemplo juguetes. Además, Cascallana, se refiere a la palabra manipulativa como la primera fase para la adquisición de conceptos matemáticos, en donde el alumno debe observar diferentes materiales y tener la posibilidad de manipularlos, operar sobre ellos y comprobar por sí mismos el resultado de sus acciones.

Tomando como referente las definiciones anteriores, en nuestro estudio definimos el material concreto o manipulable como: *“Todo aquel recurso que facilita el aprendizaje de los estudiantes, cuenta con una estructura bien definida y además se convierte en un importante motivador y gestor del aprendizaje significativo”*.

2.2.2. Importancia de los Recursos Didácticos en el Aprendizaje de las matemáticas.

A continuación señalamos solo algunos autores que sustentan la importancia de los recursos didácticos en el logro de aprendizajes significativos en el área de matemáticas.

Szendrei (1996) hace un recorrido por la historia, del uso de materiales concretos en el aula. Comienza indicando la importancia en el uso de materiales concretos para resolver situaciones matemáticas en el diario vivir, en épocas antiguas, hecho que desaparece con el aprendizaje por algoritmos. Luego, hay un profesor y filósofos, Decroly y Montessori se inician en el uso de materiales concretos para la enseñanza de las matemáticas. Así muchos otros autores del siglo XX proponen nuevas razones y cientos de materiales manipulativos disponibles para la enseñanza de las matemáticas.

Castelnuovo (1970) propone una manera de enseñar las matemáticas, destacando el paso de lo concreto a lo abstracto, de la percepción a la representación abstracta, proponiendo un curso de geometría intuitiva, sustentada por las ideas antes expuestas. La autora justifica la necesidad de lo concreto, dando un ejemplo en geometría, demostrando que el dibujo es insuficiente para desarrollar las competencias de una geometría intuitiva. Se necesita de un material manipulable y movable, con el cual el alumno construya. Ella distingue entre materiales individuales y colectivos.

Coriat (1997) propone los materiales como campo de problemas en Educación Matemática y como tema de investigación. Plantea además, las dificultades que se pueden dar tanto a nivel de aula como a nivel de colegio. Indica a su vez las razones por las cuales es necesario utilizar estos materiales y recursos en el aula, y sostiene que el uso de materiales constituye un problema metodológico y cultural del centro, ya que “los materiales didácticos y recursos plantean dificultades curriculares tales como: nivel de diseño curricular e infraestructura, nivel de currículo planificado y nivel de currículo implementado. Finalmente, Coriat destaca la idea de que los materiales aportan a la enseñanza y aprendizaje una variada ayuda potencial a los alumnos y profesores durante su interacción.

Cascallana (1988), justifica el uso de materiales y recursos en el aprendizaje matemático, resaltando la idea de que es necesario comenzar la enseñanza de conceptos matemáticos a través de materiales manipulativos, pero no es el único medio, pues se debe complementar con otros modos de enseñanza. El autor propone

crear situaciones educativas que permitan enfrentar al alumno a problemas y a cómo resolverlos. Y ante la pregunta ¿Cuál es el papel que desarrollan los materiales en la enseñanza de las matemáticas?, sostiene que debido a que el aprendizaje es una actividad interna del niño, el conocimiento no se puede obtener por transmisión verbal; la libre manipulación de objetos no es un medio para llegar al conocimiento. Este autor hace una diferencia entre el material estructurado y no estructurado.

Alsina (2005), estudia el uso de materiales educativos para la enseñanza y aprendizaje de la geometría y propone estrategias para su implementación. También describe algunas clasificaciones sobre el material de acuerdo a diferentes criterios.

El grupo PI (2005 y 2007), trabaja en el desarrollo de actividades para el aula utilizando el papel y la papiroflexia. Su objetivo es proporcionar al profesor un material didáctico (el papel), como un recurso que permite al alumno aproximarse a la geometría plana y espacial.

Área y otros (2010), afirman que los materiales didácticos cumplen una función mediadora, entre el profesor y el alumno, así como entre los contenidos y el aprendizaje, por lo tanto es importante escoger el material idóneo para los objetivos propuestos.

De igual modo sostienen que ubicar los materiales en una secuencia educativa, trae consigo el uso en determinados momentos de la clase: inicio, desarrollo y cierre. Cumpliendo dentro de ellas varias funciones distintas como motivar, reflexionar, proporcionar información, sintetizar o evaluar, entre otras. Momentos de la clase que utilizaremos en el análisis de los datos de nuestro estudio.

2.3. Metodología del uso de GeoGebra

2.3.1. Importancia de la Tecnología en la Educación

La implementación de nuevas tecnologías se ha desarrollado en paralelo con los cambios en los métodos de enseñanza e incluso

con la forma de concebir el aprendizaje y la enseñanza, donde cada vez más es el propio alumno quien toma el control del proceso, los materiales y recursos adaptándolos a sus requerimientos y posibilidades.

Según Beeland (2002) y Weaver (2000), la instrucción con tecnología ha demostrado tener efectos positivos, tanto en el rendimiento en matemáticas de los estudiantes como en sus actitudes hacia las matemáticas. Estos autores recogen la reflexión compartida por Pellegrino, Hickey, Heath, Rewey, Vye, y The Cognition and Technology Group at Vanderbilt (1991), quienes trabajando las mismas tareas con dos grupos de estudiantes, obtuvieron mejoras observables en la resolución de problemas complejos, así como en las actitudes hacia las matemáticas, del grupo de estudiantes que usó TIC con respecto al grupo que usó lápiz y papel.

El aprendizaje ayudado por computadoras (Computed assisted instruction) es un procedimiento que se desprende de la instrucción programada, propicia un aprendizaje activo-personalizado a través de la combinación de diferentes medios. Así por ejemplo, cuando el estudiante lee mensajes a través de la pantalla recibe mensaje similar al libro; si observa gráficos o imágenes, tiene la función de materiales de imagen fija y gráficos; si escucha un mensaje auditivo tiene la función de medio auditivo, etc. “A través de este material didáctico se integra las actividades de estimulación, respuesta y retroalimentación” (Ogalde, 2000: 84). Entre algunas ventajas del uso de la computadora en el proceso de enseñanza-aprendizaje, se destacan:

Incrementa o mantiene la atención del alumno durante más tiempo. Reduce el tiempo necesario para aprender una tarea.

Permite al alumno interactuar activamente con el material, responder, practicar y probar cada paso del tema que debe dominar.

Permite al estudiante conocer en forma inmediata si sus respuestas fueron o no acertadas, así como la causa de sus errores.

Propicia un alto grado de individualización.

El estudiante avanza a su propio ritmo. En los últimos años, se vienen propiciando el uso de software matemáticos para coadyuvar el proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática a través de herramientas multimedia y elaboración de los medios con la utilización simultánea de sonido, movimiento, imagen y colores, que motivan y facilitan el aprendizaje de los alumnos, constituyéndose en medios y materiales insoslayables para los docentes de matemática.

2.3.2. Las TIC en el aula de matemática

La enseñanza de la Matemática, cada vez se ha ido transformando con la finalidad de que estos conocimientos considerados abstractos puedan llegar sin ninguna dificultad a los estudiantes. Generalmente los conocimientos matemáticos están relacionados a figuras, gráficos, símbolos, etc., pero también existen conceptos, ideas y métodos que pueden ser visualizados para su entendimiento.

“Enseñar Matemáticas con los recursos TIC no sólo es un asunto de poner matemáticas en una máquina. Su estructura, sus procesos, y sus demandas para el conocimiento varían con el medio” (Borba, 1994b, 1995b, [citado en Borba y Confrey, 1996: 301-317]. Es necesario que se investigue acerca de qué herramientas tecnológicas se deben utilizar para mejorar los procesos de aprendizaje de la matemática en los estudiantes. Las consideraciones teóricas referente a los sistemas semióticos pueden justificar el papel de las herramientas tecnológicas y jugar papel importante en apoyo a la construcción del conocimiento.

Algunas investigaciones han propiciado a las TIC la introducción en el campo de la educación desde una perspectiva pedagógica. Una de ellas es la presentada por Laborde, C. (2003: 3) en la conferencia plenaria “Buscar la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en la noción de variación con geometría dinámica”, analiza que “los objetos matemáticos son esencialmente objetos variables” y “la geometría dinámica puede ser utilizada para hacer que los estudiantes caigan en cuenta de la importancia

de la variación en matemáticas”. Dicha autora da a conocer: “El interés de trabajar con programas de geometría dinámica radica precisamente en el hecho de que los dibujos son dinámicos; el dibujo no solo representa un caso particular que ocupa una posición sobre la pantalla sino que, debido a la posibilidad de variar su posición, se pueden obtener distintos casos representativos del objeto geométrico. (Laborde, 2003: 4)”

El trabajo de Lavy y Leron (2004), hace hincapié en el papel del entorno tecnológico para facilitar la interacción social entre estudiantes, llegando a la conclusión de que el entorno proporciona a los estudiantes un lenguaje común para hablar acerca de sus exploraciones matemáticas, y facilita su participación en los procesos de generalización, abstracción, resolución de problemas y el refinamiento de sus sucesivas intuiciones matemáticas.

2.3.3.El software GeoGebra en el Aprendizaje de la Matemática

Existe una amplia variedad de software utilitario matemático y de libre acceso vía web. No requieren equipos sofisticados para ser ejecutados, y su estrategia de manejo sigue las normas comúnmente aceptadas de amigabilidad y sencillez. Para esta propuesta usaremos un Software de Geometría Dinámica (SGD), GeoGebra. Este programa, como se ha mencionado, es gratuito. La versión más reciente es GeoGebra 4.0 así como su código fuente pueden ser descargados desde su página principal <http://www.geogebra.org>.

Al respecto Perry, Camargo, Samper y Rojas, (2006) se refieren a la geometría dinámica, bajo los planteamientos de Laborde (1998) quien afirma que:

“La geometría dinámica es un universo virtual que provee un mundo “real” del campo teórico de la geometría euclidiana en la cual es posible manipular, en el sentido físico, las representaciones de los objetos geométricos, en la pantalla de un computador o calculadora, mediante figuras que mantienen intactas las relaciones geométrica utilizadas en su construcción, así como las implicadas por éstas”. (p: 67).

Un software de Geometría Dinámica permite que una figura conserve las relaciones geométricas declaradas en su construcción y las propiedades implícitas que éstas puedan tener dotando a las figuras de dinamismo, es decir de temporalidad y movimiento, confirmando la idea de que sus propiedades deben conservarse ante las posibles posiciones que la figura tome en la pantalla; conduciendo a consolidar un conocimiento matemático en construcción. Con la manipulación de este tipo de programa los estudiantes podrán adquirir habilidades mentales que le darán acceso paulatinamente a la geometría formal.

A. ¿Qué es el GeoGebra?

Para realizar el estudio de este software hemos consultado y analizado la página web <http://www.geogebra.org>, que los fabricantes han elaborado para su presentación a la comunidad matemática. A continuación, mostramos la información tratando de no variar la esencia del contenido que presentan los creadores de este programa.

GeoGebra es un software de Geometría Dinámica (SGD) para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas que proporciona funciones básicas de sistemas de álgebra computacional (CAS) para cubrir algunos vacíos entre geometría, álgebra y cálculo. Es un software de código abierto bajo la Licencia Pública General GNU y disponible gratuitamente.

GeoGebra fue creado para ayudar a los estudiantes a obtener una mejor comprensión de las matemáticas. Orientada a los problemas, promoviendo experimentos y descubrimientos en el aula.

GeoGebra fue creado por Markus Hohenwarter en 2001/2002, como parte de su tesis de maestría en la enseñanza de matemáticas y ciencias de la computación en la Universidad de Salzburgo en Austria. Apoyado por una beca DOC de la Academia de Ciencias de Austria fue capaz de continuar con el desarrollo del software como parte de su proyecto de doctorado en educación matemática. Durante ese tiempo, GeoGebra ganó varios premios internacionales, entre ellos los premios de software educativos

Europeos y alemanes, y ha sido traducido por instructores de matemáticas y los profesores de todo el mundo a más de 25 idiomas.

Desde 2006 GeoGebra es apoyado por el Ministerio de Educación de Austria para mantener la libre disponibilidad del software para la enseñanza de las matemáticas en las escuelas y universidades. En julio de 2006, GeoGebra encontró su camino a los EE.UU., donde continúa su desarrollo en la Universidad Atlántica de Florida en el NSF proyecto Standard Mapped Graduate Education and Mentoring.

Al iniciarse el programa se despliega una ventana como la siguiente que se aprecia en el siguiente gráfico:

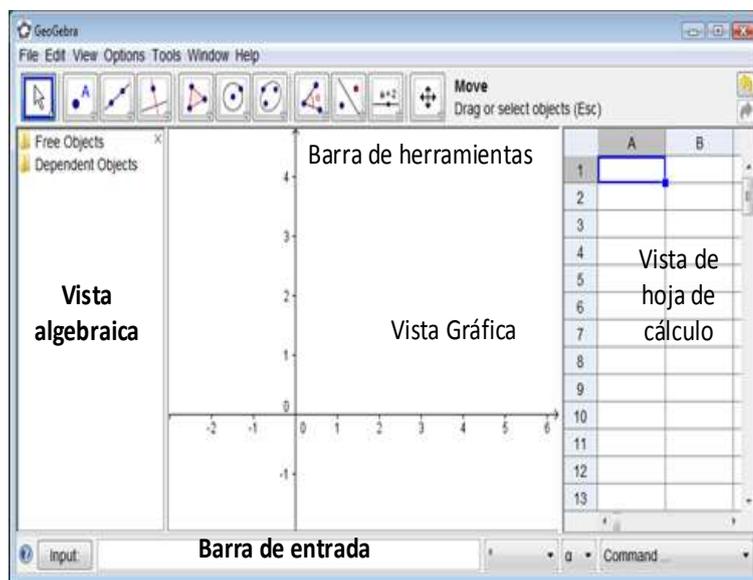


Gráfico 1. Ventana de GeoGebra cuando inicia

Guiando con el mouse los útiles de construcción (modos) de la barra de herramientas puedes construir figuras sobre la zona gráfica cuyas coordenadas o ecuaciones aparecen en la Ventana Algebraica.

En el Campo de Entrada o Campo de Texto pueden anotarse directamente coordenadas, ecuaciones, comandos y funciones que

pasarán a representarse en la zona gráfica al ingresarse pulsando Enter.

B. Características del GeoGebra

Para empezar es necesario mencionar la experiencia lograda con otros software de Geometría Dinámica, principalmente the Geometer's Sketchpad el cual tiene características bastante interesantes para la construcción de actividades didácticas, pero tiene la desventaja de ser un software comercial que adicionalmente tiene la característica de que no todas las construcciones realizadas en él pueden ser publicadas en Internet, lo cual conlleva muchas desventajas con respecto a la forma de trabajo actual. Por lo anterior y buscando nuevas opciones de software en Geometría Dinámica se trabajó con GeoGebra que es un software libre y tiene una gran flexibilidad para la publicación en Internet, lo cual llama fuertemente la atención y con el que se empezó a realizar actividades similares a las construidas con el software anterior descubriendo en él características muy relevantes en su manejo. A continuación se describirán algunas de ellas:

- GeoGebra es un software escrito con código libre, gratuito con licencia GNU/GPL. Existen en el mercado otros programas de idénticas prestaciones o incluso más limitadas pero cuyo coste es elevado, como por ejemplo Cabri, Derive o Mathematica. Aquel que desee utilizar GeoGebra no tiene que pagar ninguna licencia de uso ni utilizar ningún software patentado, puesto que su uso es libre y gratuito, Lo único que debe hacer es descargarlo de su página oficial , e instalarlo en su ordenador.
- GeoGebra es un software de geometría dinámica, esto es, permite construcciones de geometría elemental, donde los elementos se construyen y se definen por propiedades cualitativas no mediante ecuaciones y geometría analítica, aunque ésta esté detrás, en el funcionamiento interno del programa.
- GeoGebra integra perfectamente a través de su interfaz, tanto el trabajo desde una perspectiva puramente geométrica en la

ventana gráfica, como desde una perspectiva totalmente analítica en la ventana algebraica, de este modo cada uno puede trabajar en una ventana u otra interactuando <http://www.geogebra.org> con ambas y pasándose de una a otra en cada momento. Este hecho nos permite trabajar con nuestros alumnos de modo mucho más profundo y facilitar el desarrollo de nuevas estrategias cognitivas y por lo tanto facilitar en gran medida los procesos de enseñanza-aprendizaje.

- Sus rutinas analíticas permiten su uso como instrumento para el estudio de un programa clásico de representación gráfica y de tratamiento de puntos notables: corte con los ejes, extremos, función derivada, integral, etc. Es de muy fácil manejo a pesar de su potencial. El aprendizaje es muy intuitivo y se realiza al hilo de su utilización en contextos de aprendizaje, lo que no requiere ni sesiones especiales de manejo del programa ni elaboración de apuntes sofisticados.
- Permite introducir coordenadas y ecuaciones de forma directa. Permite manejarse con variables vinculadas a números, vectores y puntos; permite hallar derivadas e integrales de funciones y ofrece un repertorio de comandos propios del análisis matemático, para identificar puntos singulares de una función, como raíces o extremos.
- Tiene implementado rutinas de animación de funciones y de localización de máximos, mínimos, puntos de inflexión, función derivada, integral definida, recta tangente en un punto. También cabe la posibilidad de crear construcciones geométricas fundamentales con regla y compás, para estudios de triángulos y polígonos en general, construcción de cónicas, etc.
- Permite exportar los trabajos a páginas web para interactuar dinámicamente de manera online. Además GeoGebra permite trabajar bien en local es decir instalando la aplicación en el ordenador, como de forma online, sin ser necesario que el usuario deba instalar la aplicación en ningún ordenador, en este caso sólo es necesario una conexión a internet.

- Para aquellos que trabajen en LATEX (como un servidor), el programa nos ofrece la posibilidad de exportar código PSTricks2 que permite construir gráficos de carácter vectorial y compilarlos en LATEX.
- La comunidad tanto de desarrolladores como de usuarios de GeoGebra es amplísima, además de tratarse de una comunidad muy proactiva. Por ello es relativamente sencillo conseguir multitud de trabajos ya realizados por miembros de dicha comunidad e implementarlos con nuestros resultados.

Todas estas características hacen que en la actualidad GeoGebra sea un software ampliamente utilizado por la comunidad pedagógica con una tremenda aceptación tanto por parte de los docentes como por los alumnos debido a la facilidad de aprendizaje en su manejo, y por la agradable naturalidad y sencillez con la que se puede trabajar en su interfaz.

C. Importancia del GeoGebra.

La importancia del GeoGebra radica principalmente en que su potencial didáctico va más allá de su poder ilustrativo, se trata de problematizar la visualización, hacerla operativa, de forma que surja de manera natural la necesidad de explorar, conjeturar, predecir, verificar. Los dibujos dinámicos ofrecen fenómenos visuales más fuertes que los dibujos estáticos, ya que una propiedad especial puede surgir como invariante en el movimiento, lo cual puede ser imposible de percibir en un dibujo estático.” luego de un análisis de los beneficios que pueda presentar este software, le permitirá al estudiante obtener mucha información y mejorar su aprendizaje, gracias a la investigación que obtenga mediante su uso y del internet.

GeoGebra remite desde el principio a la geometría de coordenadas con una ventana algebraica que mantiene a la vista los valores que toman las variables y las coordenadas de los puntos en cada momento, esto lo hace especialmente apto para el estudio de los polígonos especialmente para las propiedades de los triángulos. Para el dibujo con regla y compás supone algunas pequeñas dificultades fácilmente resolubles si cambiamos un poco la forma

de pensar y el tipo de razonamientos que utilizamos. Dentro de las propiedades de los triángulos podemos tener un acercamiento visual con GeoGebra. En este tema proponemos el uso del software de geometría dinámica GeoGebra como un espacio educativo que facilita los procesos de aprendizaje.

Una de las tareas esenciales del docente es el diseño de estrategias de aprendizaje que incluya diferentes ambientes o espacios educativos, estas estrategias en matemáticas deben incluir métodos basados en la resolución de problemas, la simulación, el trabajo en equipo y el uso de las tecnologías. Lo ha desarrollado Markus Hohenwarter en la Universidad de Salzburgo para la enseñanza de matemática escolar, se pueden ingresar ecuaciones y coordenadas directamente. Así, GeoGebra tiene la potencia de manejarse con variables vinculadas a números, vectores y puntos; permite elaborar gráficos adecuados para demostrar propiedades de los triángulos. Actualmente disponemos de las herramientas necesarias para que la formación del alumno sea más completa. Los programas de geometría dinámica han demostrado en las dos últimas décadas su capacidad de ayuda al usuario para adquirir destrezas en uno de los campos más creativos de las matemáticas.

Los ejemplos más importantes para la ayuda de la enseñanza de la geometría mediante medios informáticos son los llamados programas de Geometría Dinámica, dado que proporcionan una ayuda extraordinaria para la experimentación y permite construcciones de geometría elemental, donde los elementos que se construyen se definen por propiedades cualitativas y no mediante ecuaciones y geometría analítica, aunque el funcionamiento del software GeoGebra se sustente en los conceptos y propiedades de la misma. Una vez definida la construcción ésta se puede "mover" y deformar pero las condiciones que definen cada elemento permanecen invariables. Normalmente al abrir un programa de Geometría Dinámica aparece una ventana con un área de trabajo que desempeña el papel de pizarra donde se dibujan las construcciones geométricas. Además hay una barra con botones de herramientas y menús que permiten la definición y características de cada elemento.

Existen varios programas de Geometría Dinámica que son similares aunque cada uno tiene características especiales que le hacen mejor para algunas cosas: GeoGebra no es un programa al uso de geometría dinámica, aunque recoge en la práctica la totalidad de las herramientas de los programas clásicos como Cabri, su principal característica es el tratamiento algebraico de los elementos geométricos dibujados de forma clásica. Sus rutinas analíticas permiten su uso como instrumento para el estudio de un programa clásico de representación gráfica. Es de muy fácil manejo a pesar de su potencial. El aprendizaje es muy intuitivo y se realiza al hilo de su utilización en contextos de aprendizaje, lo que no requiere ni sesiones especiales de manejo del programa ni elaboración de apuntes sofisticados.

2.3.4. Construcción del conocimiento con el GeoGebra.

Bellemain (2001) propone que las interfaces de manipulación directa deben permitir al usuario construir y manipular los objetos directamente, involucrando conceptos e ideas implícitas en la acciones y retroacciones que favorezcan la acomodación de sus conocimientos y la construcción de nuevos. Tal proceso lleva al aprendiz al desarrollo de sus conocimientos.

Así mismo nos habla que la geometría dinámica permite considerar y concebir una representación de objetos matemáticos abstractos en varias configuraciones, permitiendo cambiar sus posiciones relativas. La contribución de las implementaciones informáticas es concretar estas acciones en la pantalla del ordenador por medio de la geometría dinámica. La geometría dinámica permite crear un nuevo sistema de representación de los objetos de geometría posibilitando aproximar las propiedades perceptivas de esas representaciones de las propiedades formales de los objetos.

El aspecto dinámico de dicha geometría aparece en la continuidad del desplazamiento de los elementos de un dibujo para cambiar la configuración.

“A implementação dos princípios de manipulação direta e engajamento direto necessitam que as intenções do usuário sejam

interpretadas pelo software e que essas interpretações produzam “feedbacks” pertinentes para o usuário. É por exemplo o caso da construção da reta, quando a reta segue o “mouse” movido pelo usuário até que ele decida, ajudado pelo feedback contínuo da posição da reta, em que posição ele quer coloca-la” (Bellemain, 2001: 1323)

El autor propone que la reflexión en torno del problema de la comunicación de los objetos del saber, particularmente en la creación de sistemas de representación de estos objetos, se integra en el proceso más amplio de la transposición. En el caso de una adaptación de los objetos del saber a fines educativos, él habla de la transposición didáctica según

Chevallard (1985) y cuando el ordenador está involucrado en el proceso de transposición, habla de la transposición informática conforme Balacheff (1994). Añade que la transposición considera varios factores desde el origen material, social y epistemológico, en la transposición del saber.

Así mismo sobre la manipulación directa del sujeto en situación de aprendizaje añade:

“A questão de interpretação das intenções do usuário na implementação do princípio de manipulação direta assume um papel mais relevante quando o usuário é um sujeito em situação de aprendizagem. Assim, é particularmente importante interpretar intenções que resultantes de conhecimentos anteriores para poder favorecer “feedbacks” pertinentes que favoreçam a evolução desses conhecimentos” (Bellemain, 2001: 1324).

Nos habla de la existencia de algunas cuestiones específicas a la creación de sistemas de geometría dinámica. Aunque las soluciones, presentadas por el ordenador, se apoyen en propiedades matemáticas, tales propiedades no son suficientes para determinar las construcciones de geometría dinámica en todos los casos. Los datos de la geometría clásica no son suficientes para que la geometría dinámica funcione. Para la geometría dinámica, es necesario que nuevas reglas sean creadas para la gerencia de los comportamientos de las figuras durante el desplazamiento de los objetos. Dichas reglas son cuestión de coherencia, de continuidad y

reversibilidad de los desplazamientos, la consideración de la intención del usuario para que la geometría dinámica produzca los comportamientos deseados. Se trata de implementar el principio de la manipulación directa.

De la idea de la manipulación directa Bellemain (2001) dice que no se trata solo de la elección del usuario de los objetos y operadores sino también de poder efectuar sobre estos objetos ciertas acciones. La manipulación y acción directa actúan como el prolongamiento de la mano del usuario y, en el caso de la geometría, dan la sensación al usuario de manipular directamente los objetos en la pantalla. La implementación de los principios de manipulación en la pantalla puede permitir la manipulación directa de objetos matemáticos en toda la complejidad y riqueza de la representación de ellos y actuar en función de la intención del sujeto. No se trata solo de permitir la manipulación de objetos matemáticos sino de permitir la manipulación que favorezca la construcción de conocimientos por el sujeto.

La posibilidad de acción directa sobre la pantalla y sobre los objetos geométricos representados crea las condiciones para que el sujeto pueda involucrarse en la explotación de una figura, en la resolución de problemas, etc., movilizando conocimientos previos. Dichos conocimientos previos pueden ser fruto de aprendizajes anteriores, adquiridas en la interacción del sujeto con el espacio físico. Además, dichos conocimientos, no son necesariamente explícitos o explicitables en términos geométricos. La posibilidad de explotar modelos geométricos, y matemáticos en general, siguiendo la intención y el intento en la resolución de problemas, es particularmente relevante en el contexto de aprendizaje.

Según el autor se debe hacer la distinción entre figura y dibujo, siendo la figura el objeto teórico, y el dibujo, el objeto material, representación material de la figura. Aun añade que una de las dificultades de la enseñanza de geometría es que el dibujo es en general el objeto de raciocinio del alumno, mientras el profesor aborda la figura. Y que es difícil conducir el alumno a tener una lectura geométrica del dibujo.

Defiende que una de las contribuciones de la geometría dinámica a la enseñanza viene del hecho de que ella hace disponible representaciones gráficas de los objetos geométricos que aproximan el objeto material de la pantalla del ordenador (dibujo) del objeto teórico (figura). Dicha geometría favorece el desarrollo para el sujeto de una lectura geométrica del dibujo. Donde considera que la manipulación por el usuario de las representaciones gráficas de la geometría dinámica debe conducirlo a construir conocimientos geométricos.

Fischbein (1993) subraya la necesidad de añadir algunas especificaciones a las figuras geométricas:

- (a) una figura geométrica es una imagen mental, las propiedades de ella son controladas completamente por una definición;
- (b) un dibujo no es la figura geométrica en sí, sino una personificación material gráfica o concreta de él;
- (c) la imagen mental de una figura geométrica es, usualmente, la representación de modelo materializado.

La figura geométrica en sí es sólo la idea correspondiente que es la entidad figural abstracta, idealizada y purificada, estrictamente determinada por su definición.

En la presente investigación haremos una presentación tanto de la interfaz general del software como de alguna herramienta que utilizaremos posteriormente a la hora de obtener las gráficas de ciertos lugares geométricos.

2.4. Visualización Matemática

La visualización es un proceso matemático que está relacionado con el hecho que a partir de la observación de una representación, es posible generar conclusiones, comunicar y llegar a resolver situaciones.

Por un lado Torregrosa y Quesada (2007) citan a, (Hitt 2002), quien destaca que:

“La visualización matemática tiene que ver con el entendimiento de un enunciado y la puesta en marcha de una actividad, que si bien no llevará a la respuesta correcta sí puede conducir al resolutor a profundizar en la situación que se está tratando. Una de las características de esta visualización es el vínculo entre representaciones para la búsqueda de la solución a un problema determinado.”

Como se puede suponer, la geometría utiliza con mucha frecuencia el registro gráfico para representar conceptos. Eso introduce, desde un punto de vista didáctico, el interrogante de si la sola presencia de una gráfica en un texto implica saber mirarla. Dicho de otra manera, ¿es lo mismo ver que mirar?

Una actividad muy relacionada con los cambios de registros es la visualización, no debe confundirse ver con visualizar. La actividad de ver está relacionada con una capacidad fisiológica, mientras que visualizar se asocia a un proceso cognitivo inherente al ser humano e influenciado por el entorno cultural del sujeto. Esta habilidad se va aprendiendo y construyendo de manera cultural.

Cantoral y Montiel (2001) sostienen que la visualización es la habilidad para representar, transformar, generar, comunicar, documentar y reflejar información visual. En consecuencia, se trata de un proceso mental muy usado en distintas áreas del conocimiento científico, en particular el matemático. Ahora bien, la visualización no es un fin en sí mismo, es un medio para entender.

Por ello, Vicente Carrión (1999) observa que cuando se mira un diagrama se habla de visualizar un concepto o un problema y no de visualizar un diagrama. Esto significa que el diagrama forma una imagen mental que permite visualizar un problema en términos de comprender una imagen. En matemáticas, la visualización forma imágenes mentales con lápiz y papel o con la ayuda de tecnología; esta última puede utilizarse con efectividad para descubrir y comprender nociones matemáticas.

Es así que en la educación matemática se ha subrayado la necesidad de incrementar el uso de elementos visuales como parte de la enseñanza (Gutiérrez, 1996). Arcavi (2003) señala el valor que tienen los diagramas y otros instrumentos visuales para la enseñanza de las

matemáticas y como recursos heurísticos para los descubrimientos matemáticos.

La visualización está siendo reconocida como una componente clave del razonamiento, la resolución de problemas y las demostraciones. A pesar de la obvia importancia de las imágenes visuales en las actividades cognitivas humanas, Arcavi (2003) reconoce el papel secundario que la representación visual parece desempeñar en la teoría y práctica de los matemáticos. Para explicar estas aparentes contradicciones sobre la importancia y el escaso uso que se hace de la visualización en la enseñanza, recuerda las dificultades del uso de la visualización en las tareas matemáticas señaladas por Eisenberg y Dreyfus (1991), que él clasifica en culturales, cognitivas y sociológicas.

Las dificultades culturales están relacionadas con lo que la comunidad matemática considera legítimo y aceptable como demostración matemática entre lo que no se incluye el uso de la visualización. Esta devaluación de la visualización deja poco espacio en las clases para incorporar y valorar la visualización (Presmeg, 1986a). De Guzmán (1996) coincide en este obstáculo de la visualización ya que no está totalmente reconocido el papel que desempeña en las demostraciones (“Queremos que nos presente una demostración matemática”). Al profundizar en ello se distinguen tres formas distintas de introducir la visualización en las demostraciones: incorporar representaciones visuales como complementos de la prueba, introducirlas como partes esenciales de la prueba y finalmente, hacer demostraciones visuales en sí mismas. Hay autores, como Vinner (1989), que matizan la creencia de que las pruebas visuales son ilegales (“ver no es considerado como probar”), afirmando que aunque no se consideren pruebas matemáticas, los razonamientos visuales son siempre iluminadores y resultan indispensables en un curso de cálculo y álgebra, donde las interpretaciones gráficas tienen una importancia crucial para comprender los contenidos.

Aunque está universalmente aceptado su papel como ayuda importante para el aprendizaje matemático, no hay consenso sobre el papel potencial de la visualización en las matemáticas y en la educación matemática y, en particular, sobre su papel en las demostraciones (Hanna y Sidoli, 2007).

Sin embargo, las formas y las representaciones visuales mejoran la comprensión de conceptos, procedimientos y fenómenos en las diferentes áreas de las matemáticas y las ciencias y son ingredientes fundamentales para construir una teoría (Hershkowitz, Parzysz, y Van Dormolen, 1996).

Para contrarrestar este déficit, es necesario subrayar el papel que desempeña la visualización en la labor matemática para motivar un mayor grado de utilización por parte de los profesores y alumnos. De Guzmán (1996) señala que al ser nuestra percepción prioritariamente visual no es de extrañar que el apoyo en lo visual esté presente en las tareas de matematización. La visualización aparece de modo natural tanto en el pensamiento matemático como en el descubrimiento de nuevas relaciones entre los objetos matemáticos.

Para describir el papel fundamental de la visualización en el proceso de matematización de la realidad, distingue diferentes formas de visualización según la relación que se establezca entre el objeto que trabajamos y las representaciones que se utilizan: isomórfica, homeomórfica, analógica y diagramática. En este proceso, los objetos mentales y sus relaciones, en los aspectos que nos interesan, son meramente simbolizados de manera que los diagramas así obtenidos ayudan en los procesos de pensamiento alrededor de ellos. También Presmeg (1992) defiende como componente central de un modelo de razonamiento matemático la imaginaria de patrones y otro tipo de imágenes (prototípicas, metáforas y metonimias).

El interés de la visualización en matemáticas puede localizarse en varios de los procesos de matematización. El establecimiento de relaciones entre diversas formas de representar la situación matemática (algebraica y gráfica o pictórica) favorece la matematización al traducir los problemas desde el mundo real al matemático, proceso que se entiende por matematización horizontal (Guillen 2010; Treffers, 1987).

Una vez traducido el problema a una expresión matemática, se puede continuar procesando dentro del sistema matemático, proceso que se entiende como matematización vertical y en el que la visualización puede proporcionar diferentes representaciones. Así pues, la matematización horizontal es la fase en la que interviene la aproximación empírica, la observación, la experimentación, el razonamiento inductivo y que se concreta en el momento en que se ataca un problema. La

vertical, agrupa las actividades que llevan a la solución del problema e incluye la resolución, generalización y formalización o revisión (*grafico 2*).

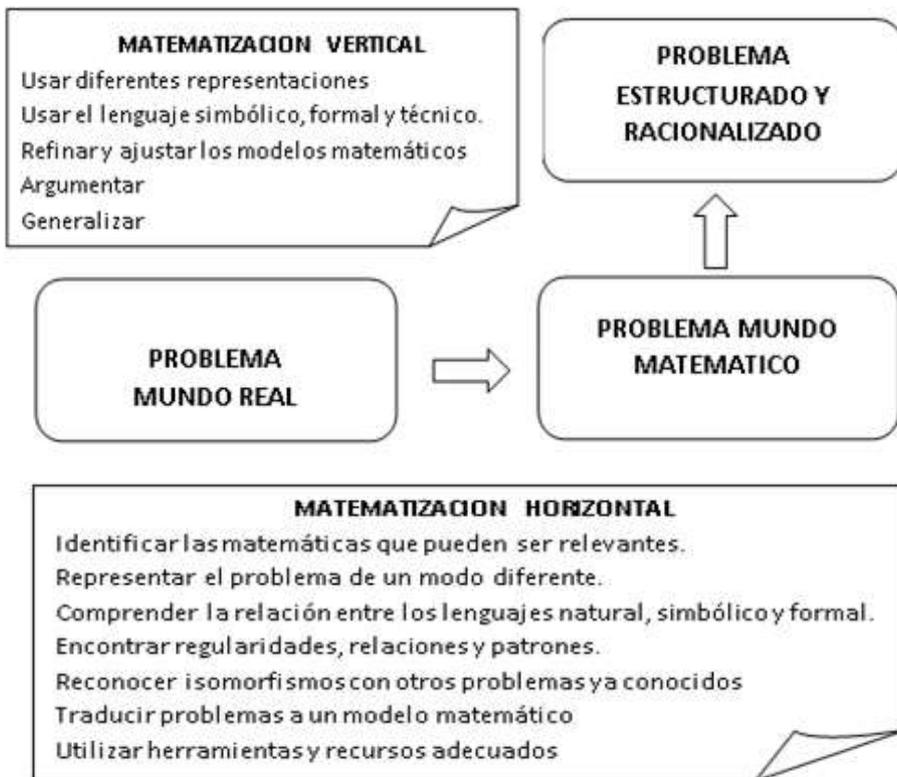


Gráfico 2. Proceso de Matemización

2.4.1. Visualización y geometría

La geometría puede ser considerada como el contenido matemático en el que tiene más razón de ser la visualización en matemáticas (Gutiérrez, 1996, 1998a). En este sentido, son muchos los autores que señalan el entorno geométrico como el más adecuado para poner de manifiesto la relación entre el desarrollo de aspectos visualizadores y el aprendizaje de contenidos matemáticos. En una recopilación de las investigaciones en el campo geométrico, Battista (2007) las diferencia entre fenomenológicas (estudian cómo los alumnos construyen significados de conceptos geométricos) y cognitivas (analizan qué procesos cognitivos son necesarios para la construcción del

significado geométrico). Esta clasificación está relacionada con la de Bishop (1983), que en una revisión de investigaciones sobre espacio y geometría, las distingue según estudien conceptos y significados o habilidades y procedimientos.

En el contexto geométrico, la relación introducida por Bishop (1983) entre conceptos y habilidades está presente en la intencionalidad de desarrollar el sentido espacial que recoge el Estándar número 7, Geometría y sentido espacial:

“Todos los estudiantes desarrollarán el sentido espacial y una habilidad para usar las propiedades geométricas y las relaciones para resolver problemas en matemáticas y en la vida diaria (...). El sentido espacial es un sentido intuitivo para la forma y el espacio. Implica los conceptos de geometría tradicional, incluyendo una habilidad para reconocer, visualizar, representar y transformar formas geométricas. También supone otras formas, menos formales, de mirar el espacio de dos o tres dimensiones, tales como el doblado de papel, transformaciones, teselaciones y proyecciones(...). La geometría está presente en el mundo que nos rodea: arte, naturaleza y las cosas que hacemos (...). Los estudiantes de geometría pueden aplicar su sentido espacial y conocimiento de las propiedades de las formas y del espacio en el mundo real” (New Jersey Mathematics Coalition, 1996: 209).

Aunque hay variedad de terminología y poco consenso en la definición del concepto sentido espacial (Bennie y Smit, 1999), Smit lo considera como el tipo de interacción requerida para interactuar con el espacio y Human (1998) identifica las siguientes formas de interacción: observar objetos espaciales y sus propiedades (cambios de posición, forma, tamaño, relación entre objetos), generar información que no puede ser directamente observada (determinar distancias, elevaciones, áreas y volúmenes), representar objetos espaciales en dos dimensiones, interpretar representaciones bidimensionales de objetos espaciales. Sin esta habilidad espacial sería difícil existir en el mundo porque no se podría comunicar acerca de la posición y relación entre los objetos, dar y recibir direcciones e imaginar cambios que toman lugar en la posición o el tipo de formas. Estos autores señalan que el sentido espacial no puede ser enseñado, pero debe ser desarrollado a lo

largo de un periodo de tiempo. Por tanto, desarrollar el sentido espacial es un objetivo básico de la enseñanza y aprendizaje de la geometría.

Dos han sido los modos clásicos para abordar el aprendizaje y enseñanza de la geometría: ver la geometría como la ciencia del espacio y verla como una estructura lógica, donde la geometría es el ambiente en el que el aprendiz puede conseguir un soporte para la estructura matemática (Hershkowitz, 1990). En la primera dimensión, su intención es desarrollar un cuerpo de conocimientos sobre los elementos que ayuden a situarse en el espacio (figuras y formas, sus relaciones, etc.). La segunda pone el énfasis en que estos elementos son completamente abstractos (aunque tengan unos referentes concretos en que los sugieren), por lo que el razonamiento con ellos se puede hacer de manera formal, atendiendo a leyes de la lógica tal como hizo Euclides en sus Elementos, y cuyo modelo se ha empleado ampliamente en la enseñanza. La geometría ha sido considerada durante mucho tiempo como el lugar del currículo escolar donde los estudiantes aprenden a razonar y a ver la estructura axiomática de las matemáticas.

Este doble enfoque relaciona estrechamente la enseñanza de la geometría con el desarrollo del sentido espacial. El Estándar anterior recoge la limitación de focalizar la instrucción geométrica en la categorización de formas y sugiere desarrollar el sentido espacial exponiendo a los estudiantes a un amplio rango de actividades geométricas para gradualmente desarrollar la habilidad para hacer inferencias y deducciones lógicas basadas en las relaciones geométricas y el uso de la intuición espacial para desarrollar más habilidades genéricas para resolver problemas. Del Grande (1990) subraya la estrecha relación entre sentido espacial y geometría y recomienda usar materiales geométricos para mejorarlo.

Para reconocer el papel que ocupa la visualización en el desarrollo del sentido espacial, matizamos las dos componentes de la enseñanza de la geometría:

- Transmitir conceptos y procedimientos geométricos culturalmente aceptados en la comunidad matemática: enseñar conceptos y procedimientos de la geometría tradicional.
- Desarrollar destrezas que faciliten al sujeto ubicarse en su medio físico: desarrollar la habilidad para reconocer, visualizar, representar y transformar formas geométricas con una intención funcional.

Esta separación nos permite hacer una primera clarificación de la terminología empleada. Términos como razonamiento espacial o pensamiento espacial podrán considerarse matizaciones del sentido espacial, y otros términos como habilidad espacial, capacidad espacial, visualización, visión espacial, percepción espacial y orientación entran a formar parte de la descripción de la habilidad a la que hace referencia la segunda componente. Aunque la visualización está especialmente presente en la segunda, podemos considerarla necesaria en ambas componentes.

Podemos ilustrar la relación entre visualización y los conceptos de geometría tradicional con las investigaciones de Fischben (1993) sobre los conceptos figurales. Una figura geométrica puede ser descrita como poseedora de propiedades intrínsecamente conceptuales, pero no es un mero concepto. Es una imagen, una imagen visual. Posee una propiedad que los conceptos usuales no poseen porque incluye la representación mental de propiedad espacial. Los objetos de investigación y manipulación en el razonamiento geométrico son entidades mentales, llamados conceptos figurales, que reflejan propiedades espaciales (forma, posición y tamaño), y al mismo tiempo, poseen cualidades conceptuales como idealidad, abstracción, generalización y perfección. Fischben (1993) considera tres categorías de entidades mentales cuando se refiere a figuras geométricas: la definición, la imagen (basada en la experiencia perceptiva- sensorial, como la imagen de un dibujo) y el concepto figural.

El concepto figural es una realidad mental, es el constructo manejado por el razonamiento matemático en el dominio de la geometría. Está desprovisto de cualquier propiedad concreta

sensorial (como color, peso, densidad, etc.) pero exhibe propiedades figurales. Este constructo figural es controlado y manipulado por reglas y procedimientos lógicos en el dominio de un cierto sistema axiomático. La dificultad para aceptar la existencia de este tercer tipo de entidades mentales está determinada por el hecho de que estamos directamente informados sólo de la representación mental (incluyendo varias propiedades sensoriales como color) y el concepto correspondiente. Necesitamos un esfuerzo intelectual a fin de entender que las operaciones lógico matemáticas manipulan sólo una versión purificada de la imagen, el contenido espacial figural de la imagen. El significado genuino de la palabra círculo en geometría, tal como es manipulado por nuestro proceso de razonamiento, no es reducible a una definición puramente formal. Es una imagen enteramente controlada por una definición. Sin este tipo de imágenes espaciales, la geometría no existiría como una rama de las matemáticas.

Hershkowitz (1989) también señala la estrecha relación entre Visualización y aprendizaje geométrico enfatizando el papel de la visualización para delimitar la imagen de un concepto. Además de los conceptos, la geometría tradicional va relacionada con la estructura axiomática y el razonamiento formal. Los estudiantes continúan teniendo dificultades en las pruebas formales, siendo deficiente su habilidad para establecer verdades matemáticas (Battista, 2007). Una vez que los objetos han sido abstraídos, se convierten en objetos mentales que pueden ser operados mentalmente (comparados, descompuestos, conectados). Para realizar esta abstracción Battista (2007) señala tres tipos de estructuración: la espacial, la geométrica y la lógica (correspondientes, respectivamente, a los niveles de Van Hiele 1, 2 y 3). También Yerushalmy (1993) distingue tres procesos principales en la generalización geométrica: la formación de muestras de ejemplo para servir como base para conjeturas, la manipulación de las muestras y el análisis de ideas para formar ideas más generales. En estos procesos el papel de la visualización es crucial. La disposición humana incluye propensión neurológica a percibir las formas espaciales y por lo tanto la percepción visual es potencialmente un camino para comprender los teoremas geométricos (Rodd, 2010).

No obstante, donde la visualización juega un papel principal en el desarrollo del sentido espacial, es en la habilidad para reconocer, visualizar, representar y transformar formas geométricas, algunos autores más que considerar la visualización como una componente de esta habilidad, la consideran como un sinónimo, con matices, de la visualización.

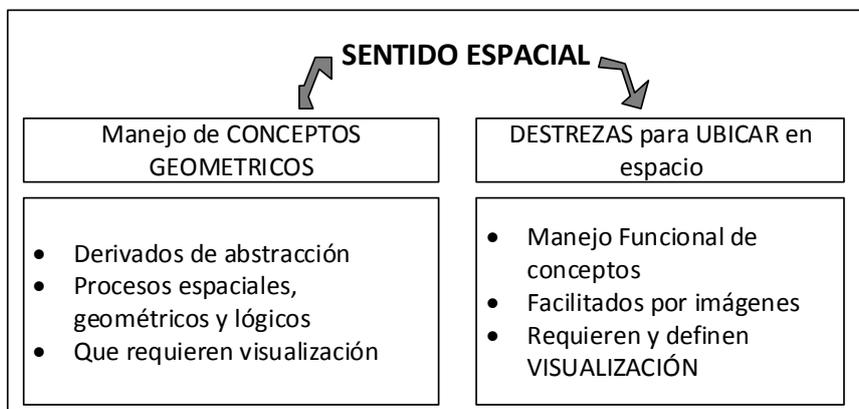


Gráfico 3. Esquema del sentido espacial

En relación con la labor docente, la interacción entre geometría y visualización viene reflejada en los documentos que regulan el currículum y encontramos referencias explícitas a elementos visuales en el estándar de Geometría (NCTM, 2000):

“los programas de enseñanza de todas las etapas deberían capacitar a todos los estudiantes para:

Analizar las características y propiedades de figuras geométricas de dos y tres dimensiones y desarrollar razonamientos matemáticos sobre relaciones geométricas.

Localizar y describir relaciones espaciales mediante coordenadas geométricas y otros sistemas de representación.

Aplicar transformaciones y usar la simetría para analizar situaciones matemáticas.

Utilizar la visualización, el razonamiento matemático y la modelización geométrica para resolver problemas” (NCTM, 2000, p. 43).

La primera y tercera capacidades (analizar figuras y formas geométricas; aplicar transformaciones) podemos considerarlas relacionadas con la creación de conceptos de geometría, mientras que las dos restantes (ubicar y orientar; visualizar) están encaminadas a destrezas para relacionarse con el medio. Se persigue una intencionalidad funcional que concuerda con la tendencia actual de considerar que la enseñanza debe ir encaminada a que el alumno adquiera competencias (saber, saber hacer y aplicar a situaciones de la vida cotidiana) para desenvolverse con mayor soltura en el medio. El interés de este aporte es que sintetiza las ideas expuestas anteriormente sobre la enseñanza de la geometría, y que nos lleva a caracterizar el constructo sentido espacial.

Además de consideraciones históricas sobre el papel educativo de la geometría, el sentido espacial (entendido como la intención educativa de la geometría, y por tanto como la competencia geométrica), tiene diversos aspectos según la componente de la competencia matemática con la que se relacione. Al tomar en consideración las competencias matemáticas PISA 2003 (INECSE, 2005), podemos ver que su relación es evidente, como se muestra en la tabla 1.

Competencia (PISA, 2003)	Sentido espacial
1) Pensar y razonar	Identificar figuras por sus características, por su <u>definición, definir, etc.</u>
2) Argumentar y justificar	Razonamiento geométrico, empleo de la <u>geometría por su estructura lógica</u>
3) Comunicar	Definir, convertir elementos geométricos en <u>frases, identificar definiciones</u>
4) Modelizar	Caracterizar los elementos geométricos como abstracciones, como modelos ideales de la realidad, crear modelos nuevos a partir de los
5) Plantear y resolver problemas	

6) Representar	Conocer representaciones, relacionarlas entre sí, producir nuevas representaciones
7) Utilizar lenguaje simbólico	Identificación de los objetos por sus nombres, empleo del lenguaje geométrico
8) Emplear herramientas	Manejar programas dinámicos, dibujar figuras

Tabla 1. Relación entre Sentido espacial y competencias PISA.

En el contexto del sistema educativo español, encontramos alusiones a la relación entre elementos relativos a la visualización y geometría, tanto en la normativa legal de Primaria:

“El aprendizaje de la geometría requiere pensar y hacer, y debe ofrecer continuas oportunidades para clasificar de acuerdo a criterios libremente elegidos, construir, dibujar, modelizar, medir, desarrollando la capacidad para visualizar relaciones geométricas “ (BOE, 2006).

Como de secundaria:

“...Identificar las formas y relaciones espaciales que se presentan en la vida cotidiana, analizar las propiedades y relaciones geométricas implicadas y ser sensible a la belleza que generan al tiempo que estimulan la creatividad y la imaginación”. (BOE, 2007).

Más concretamente, en la normativa educativa en Andalucía, se dedica uno de sus núcleos temáticos al estudio de las formas y figuras y sus propiedades y se cita explícitamente la relación entre la geometría y la visión espacial:

“La geometría se centra sobre todo en la clasificación, descripción y análisis de relaciones y propiedades de las figuras en el plano y en el espacio. El aprendizaje de la geometría debe ofrecer continuas oportunidades para conecta al alumnado con su entorno y para construir, dibujar, hacer modelos, medir o clasificar de acuerdo con criterios previamente elegidos. El estudio de la geometría permitirá mejorar la visión espacial del alumnado

y desarrollar capacidades que faciliten una actitud positiva hacia el aprendizaje de las matemáticas” (BOJA, 2007).

Numerosos autores han destacado la visualización como el núcleo de gran parte de la dificultad de aprendizaje de la geometría y se considera un tema que ha despertado gran interés en los investigadores en educación matemática desde hace más de 100 años, no sólo desde la perspectiva de la enseñanza de la geometría, sino también desde la perspectiva de la enseñanza de las matemáticas y del aprendizaje en general (Guillén, 2010).

Sin embargo la relación entre geometría y visualización no está suficientemente reflejada en determinados foros. En la revisión que realiza Fernández (2008) de los trabajos presentados en el ICME 11 que, en su totalidad o en una parte de los mismos, abordan cuestiones relacionadas con la Geometría, sólo encontramos el artículo de Xiaomei (2008) que tenga relación con el desarrollo de la habilidad espacial, mientras que otros trabajos abordan temas relativos a imaginaria, inscripciones y signos (Presmeg, 2008b), representaciones (Agathangelou, Papakosta y Gagatsis 2008; Hitt, González-Marín y Morasse, 2008) y prototipos (Acuña y Larios, 2008).

Según lo descrito, desarrollar la visualización del alumno es un objetivo de la enseñanza, por lo que se entiende como una habilidad que se puede desarrollar (Del Grande, 1990; Gardner, 2001; Gutiérrez, 2006). No podemos considerarla simplemente como una capacidad innata que esperamos que se desarrolle de manera espontánea, sino que es necesario modelarla estimulando que los alumnos generen representaciones visuales, las manipulen y las transformen para poder razonar y argumentar sobre ellas. Tal como muestran los autores (Clements y Battista, 1992; Guillén, 2010; Gutiérrez, 1996; Presmeg, 1992; Treffers, 1987; Wheatley, 1998; entre otros), la visualización es una componente fundamental para el razonamiento, especialmente para el geométrico, y percibimos en los investigadores que es necesario diseñar acciones docentes que la desarrollen.

Entendemos que la intención educativa de la enseñanza de la geometría es desarrollar el sentido espacial del alumno, entendido

este como elemento de competencia matemática. Pero, además del conocimiento de conceptos geométricos, el sentido espacial implica una habilidad para reconocer, visualizar, representar y transformar formas geométricas. Conocimiento y habilidades que no son independientes, pues hay interrelación entre el aprendizaje de contenidos y elementos de razonamiento geométrico y el uso de las habilidades de visualización necesarias en las tareas de resolución de problemas geométricos. Aparece una doble implicación que podemos leer en los dos sentidos. Por un lado, la utilización de destrezas visuales puede favorecer el aprendizaje de conceptos y elementos geométricos. En sentido contrario, es esperable que una adecuada selección de actividades geométricas y prácticas docentes favorezca el uso de las habilidades de visualización.

Parece justificada la necesidad de diseñar prácticas docentes, en particular en el área de la geometría, para facilitar que los estudiantes desarrollen sus habilidades visuales. Con esta finalidad es necesario clarificar toda la terminología relativa a la investigación que pretendemos diseñar y determinar el marco teórico que la contextualiza.

2.5. La Visualización y el Pensamiento Matemático

La Matemática, en especial la Geometría, puede abordarse en el aula desde distintos enfoques en los que se hace predominar: la experiencia, la intuición o el razonamiento. Cualquiera sea el anclaje teórico al que se haga alusión, lo que se busca es que el alumno aprenda a ver y a interpretar y a partir de allí pueda desarrollar conceptos teóricos. La importancia de las representaciones de cuerpos tridimensionales se plantea cuando es necesario realizar razonamientos sobre los dibujos de estos cuerpos, entrando en juego el proceso de visualización, requerido para el desenvolvimiento en un mundo tridimensional. Este proceso favorece el análisis de las variables que intervienen en el planteo de un problema matemático.

La visualización ha sido abordada desde distintos marcos teóricos. De acuerdo a los conceptos vertidos por Ricardo Cantoral y Gisela Montiel, la visualización no podemos entenderla como el simple acto de ver, sino como “la habilidad para representar, transformar, generar,

comunicar, documentar y reflejar información visual en el pensamiento y el lenguaje del que aprende”. (Cantoral y Montiel, 2002: 24).

Para realizar la labor de visualización se requiere de la utilización de nociones matemáticas relacionadas con el campo de lo numérico, gráfico, algebraico, verbal y también de lo gestual. En consecuencia la visualización opera con el funcionamiento de las estructuras cognitivas, las relaciones entre las diversas representaciones de un objeto matemático y además intervienen en una determinada cultura. (Cantoral y Montiel, 2002).

Los conceptos básicos se pueden describir como una asociación de las propiedades que poseen y de los atributos relevantes e irrelevantes (Vinner, 1981). Tenemos tres elementos a considerar:

La imagen del concepto: se refiere al conjunto de estructuras cognitivas que se relacionan con el concepto, que incluyen imágenes mentales, propiedades asociadas y procesos asociados. Se construye a lo largo de los años a través de experiencias de todo tipo y cambia a medida que la persona se encuentra con nuevos estímulos y madura. La imagen del concepto puede no ser coherente en su totalidad. La imagen se forma a través de un grupo de ideas y a diferentes estímulos la persona evoca distintas partes de la imagen. Se define entonces la imagen evocada de un concepto. Los conflictos surgirán sólo en caso que partes contradictorias de la imagen del concepto sean evocadas en simultáneo.

La definición del concepto: se refiere al conjunto de palabras que se usan para especificar ese concepto. Su aprendizaje puede ser memorístico, construido por él, significativo o no. El alumno tendrá entonces una definición personal del concepto y será la forma en la que él explicita la imagen del concepto que él tiene y que será distinta a la definición formal del concepto (aceptada por la comunidad científica). La definición del concepto genera en cada individuo una imagen del concepto que será coherente o no con la imagen global del concepto.

2.5.1. Funciones cognitivas de la visualización

En algunos países, las innovaciones tecnológicas han modificado las técnicas y modelos didácticos que se aplicaban en la enseñanza de la matemática. Actualmente algunos conceptos

matemáticos se presentan con mayor frecuencia a través de distintas representaciones: en forma aritmética, gráfica y simbólica de una manera rápida y en forma sencilla con las calculadoras y computadoras. Zimmermann & Cunningham (1991) señalaron que: *“Las computadoras tienen papel directo y concreto en este renacimiento de la visualización debido a las maneras en que las computadoras pueden generar gráficas matemáticas”* (p: 69). En este sentido los salones de clases intentan equipararse con la sociedad actual donde la percepción y la comunicación visual se han fortalecido a través de la misma tecnología (por ejemplo, la Web).

Las representaciones visuales han adquirido importancia en todos los niveles de la educación, tanto en la educación formal, como en la informal. Ello, como producto de lo señalado anteriormente, el impulso de la tecnología.

¿Cómo se beneficia un estudiante al trabajar con visualización en la enseñanza?

Las representaciones visuales tienen por un lado, tareas de comunicación, pero, por otro lado tienen otras tareas significativas, que no se ponen en la perspectiva de muchos docentes, como la de favorecer la formación de las representaciones internas, principalmente las imágenes mentales y conceptuales del objeto matemático.

Las imágenes visuales en el pensamiento matemático tienen una importancia tal en el aprendizaje de las matemáticas y en su comprensión; así como el interés que ha despertado entre psicólogos y educadores matemáticos, el desarrollo de la habilidad para visualizar.

Algunos investigadores han utilizado dibujos, diagramas, gráficas, etc., para el desarrollo del pensamiento matemático de alumnos. Entre los que mencionan están Ball y Wittrok (1973) quienes sostienen que los sujetos que han dibujado por sí mismos un diagrama para la formación de un concepto, recuerdan dicho concepto más significativamente que cuando se les ha proporcionado el dibujo con el concepto. Por otra parte, los sujetos

que realizan un dibujo de un concepto lo aprenden mejor que aquellos que sólo conocen su definición verbal.

En el proceso de razonamiento inductivo y deductivo, la visualización puede ser utilizada para formar una conjetura a partir de un patrón y generalizarla, es una componente propia del razonamiento inductivo. Como ejemplo se considera el gráfico 4, en la que, a partir de la representación puntual de una cantidad en forma de cuadro, y considerando las líneas de separación que indican el paso de un cuadrado al inmediatamente mayor que él, se puede inferir un patrón numérico el cual, por generalización, permite enunciar la siguiente regla: “El cuadrado de un número natural es igual a la suma de tantos números impares como indique dicho número”.

El gráfico siguiente muestra un ejemplo de este razonamiento:

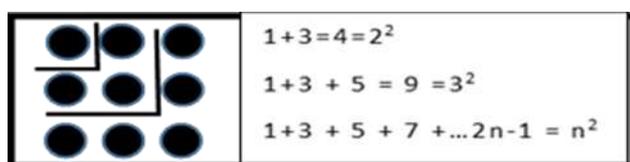


Gráfico 4. Razonamiento Inductivo

En casos como este, se reconoce que la expresión visual actúa a modo de catalizador para comprender una regla y producir razonamiento inductivo.

En el proceso de enseñanza de la matemática, la visualización la asocian al proceso de construcción de conceptos matemáticos, identificando a las representaciones como elementos fundamentales para su comprensión. Estas representaciones coadyuvan en la construcción de conceptos y propiedades matemáticas, a partir de relaciones entre objetos, fenómenos o conceptos previos.

La visualización puede responder también al razonamiento deductivo, cuando se intenta probar o hacer conjetura a partir de un argumento o soporte lógico donde se intenta encontrar contraejemplos. Un ejemplo de la utilización de este razonamiento es la demostración visual del teorema del valor medio que planteó

Vinner (1989) en una de las preguntas de una prueba de cálculo pide a los estudiantes una demostración del teorema del valor medio, la cual puede ser visual.

En el gráfico 5 se observa la demostración del teorema del valor medio. Bartlett (1997), en el estudio que realizó acerca de las imágenes visuales [citado en el trabajo de Presmeg, 1986], concluyó:

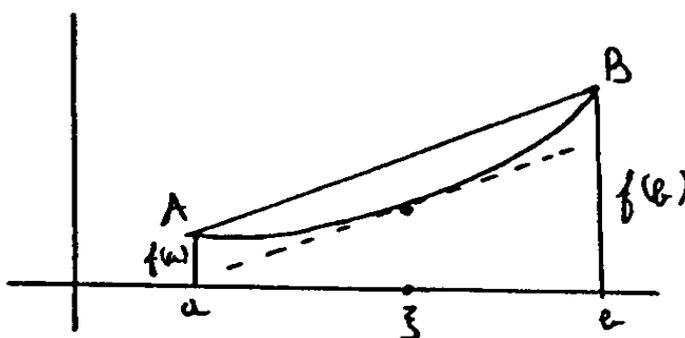


Gráfico 5. Teorema de valor medio

- que las imágenes vívidas de todo tipo fueron halladas para tener ventajas mnemónicas;
- encontró imágenes concretas alternando con modos no visuales y abstractos;
- aunque en el estudio se usaron imágenes, se demostró que son potencialmente efectiva;
- las imágenes que tuvieron una función abstracta resultaron efectivas.

Esta última conclusión reafirma que la imaginación visual determina una función de generalización cuando concretiza la referencia abstracta y cuando utiliza patrones en las imágenes (Presmeg, 1986: 302).

Duval (1999) explicó la visualización en los siguientes términos: Desde un punto de vista psicológico la 'visión' se refiere a percepción visual y por extensión a imaginación visual. Como percepción, la visión envuelve dos funciones cognitivas:

- La primera consiste en lograr un acceso directo a cualquier objeto físico. Es por ello que la percepción visual es siempre tomada como un modelo para la noción epistemológica de intuición. Nada es más convincente que lo que se ve. En este sentido, la visión es opuesta representación, aún de las “imágenes mentales”.
- La segunda función es muy diferente. La visión consiste en la aprehensión simultánea de varios objetos o el campo completo”. Duval (1999) aclara que “*la visión provee un acceso directo al objeto, la visualización está basada en la producción de una representación semiótica*” (p:12)

2.5.2. Pensamiento Visual o Pensamiento Simbólico

Para entender la visualización como un elemento trascendente en el proceso de aprendizaje de un concepto matemático, no se puede pensar que sólo con “ver una figura” se pueda desarrollar un proceso de aprendizaje del objeto matemático. Se debe considerarla vinculada con estructuras más complejas para la adquisición del objeto conceptual.

Sin embargo, muchos estudiantes y profesores prefieren utilizar procedimientos algebraicos que argumentos visuales en la solución de problemas. Vinner (1989), Eisenberg y Dreyfus (1990) señalaron que hay predominio del pensamiento algorítmico sobre el visual. Se puede concluir con los trabajos que se han revisado que pensar visualmente exige en algunas ocasiones mayores esfuerzos cognitivos a lo que exige pensar algebraicamente. También, los profesores promueven más el pensamiento algorítmico- algebraico que el argumento visual.

Algunos estudios están de acuerdo en que los estudiantes muestran preferencia por lo simbólico, es decir, trabajar con las expresiones algebraicas. Según Vinner (1989) esta preferencia se debe a las razones siguientes:

- a) *La creencia que la prueba algebraica es “más” matemática y que para un examen final es preferible ir a*

lo seguro, más claro, más simplificado e inmediato que la prueba visual;

- b) *La preparación para un examen final es a menudo por enseñanza memorizada y*
- c) *Los estudiantes prefieren la memorización de fórmulas y técnicas algebraicas, lo cual es una receta efectiva para tener éxito en los exámenes (p: 92).*

En un estudio que realizó Presmeg (1986) concluyó que los estudiantes destacados en matemáticas prefieren métodos no visuales para resolver los problemas. Además, señaló factores internos y externos que inclinan a los estudiantes a métodos no visuales. Entre los factores internos están aquellos relacionados con la abreviación de pasos; en la resolución de problemas están ligados con la abreviación y economía de la lógica. En cuanto a los factores externos Presmeg (1986) señaló:

- a) *es posible que los matemáticos, por su naturaleza, favorezcan el pensamiento no visual. El componente lógico verbal es el sine qua non de las habilidades matemáticas mientras el espacial visual no es obligatorio;*
- b) *una segunda posibilidad es que el currículo de las escuelas de matemáticas, en el cual el desarrollo está medido por la aplicación de cuestionarios y exámenes favorece al pensador no visual.*
- c) *las escuelas enfatizan en los métodos no visuales y si estos métodos visuales ocurren no son evaluados por los profesores.*

2.5.3. Interpretación de Representaciones Semióticas.

Las representaciones juegan un papel relevante en el aprendizaje de las matemáticas, pues los objetos matemáticos no son asequibles directamente, sino a través de signos, dibujos, gráficas. Por lo que es necesario definir las representaciones matemáticas, según Castro y Castro (1997):

Son las notaciones simbólicas o gráficas, específicas para cada noción, mediante las que se expresan los conceptos y procedimientos matemáticos, así como sus características y propiedades más relevantes (p: 96).

Esta definición recoge, en gran parte, la idea que se tiene acerca del término. Las representaciones denominadas externas a las cuales el sujeto tiene acceso, generan las imágenes mentales que estimulan las nuevas estructuras mentales y las imágenes conceptuales. Todas estas últimas son consideradas como representaciones internas. En este sentido, las representaciones internas desarrolladas en los estudiantes dependen de las representaciones externas que se implanten en la enseñanza.

La semiótica es una práctica significativa, científica y socializante en cuyo ejercicio se puede comprender su naturaleza y alcance como disciplina de las ciencias humanas. En estos términos resulta imprescindible aprehender y comprender la siguiente conceptualización que provee Magariños de Morentin:

“la semiótica como disciplina consiste en el estudio acerca de cómo se producen las variaciones en las significaciones de todo lo que le rodea al hombre en el mundo; de cómo se producen las variaciones en los instrumentos con los que se construyen aquellas significaciones; y de cómo se producen las variaciones en los sujetos que usan estos instrumentos para producirlos y/o para interpretarlos, desde que el hombre accedió al uso de los signos, y sin que consista sólo en eso” Magariños de Morentin (2008:30).

La interpretación de signos en matemáticas es un proceso muy complejo, ya que cuando vemos, por ejemplo, $f(x)$ no solamente interpretamos esta notación como una función sino que esta notación, entre otros procesos, nos lleva a considerar la variable independiente que se representa por x .

Es necesario también revisar los planteamientos sobre las representaciones semióticas, según Duval (1998):

“Las representaciones semióticas son producciones constituidas por el empleo de signos que pertenecen a un sistema de representación, el cual tiene sus propias limitaciones de significado y de funcionamiento”. (p: 175)

Si se interpreta lo anterior en el ámbito de la modelación matemática pueden identificarse procesos esenciales para

comprender estas situaciones. En esa dirección, la interpretación del fenómeno físico para generar una representación semiótica de éste, puede provocar en el individuo interpretaciones encaminadas a su explicación en términos de diferentes representaciones. Un entendimiento de esta situación implicará la utilización de diferentes representaciones y tareas de conversión.

2.5.4. Los procesos para lograr la habilidad de la visualización.

Los procesos de visualización son las acciones mentales o físicas en que están involucradas las imágenes, y las habilidades de visualización son las necesarias para realizar estos procesos con imágenes mentales específicas para un problema dado. Dependen del problema matemático a resolver y de las imágenes creadas (Gutiérrez, 1996). El estudio de las habilidades necesarias en los procesos de visualización tiene tradición en educación matemática. Bishop (1983) en una revisión de investigaciones sobre aprendizajes geométricos, distingue dos tipos de habilidades o procedimientos:

- **IFI (Ability for Interpreting Figural Information):** Esta habilidad supone la comprensión de representaciones visuales y vocabulario espacial usado en trabajos geométricos, grafos, cartas y diagramas de todo tipo. En matemáticas abundan estas formas e IFI concierne a la lectura, comprensión, interpretación de tal información. Es una habilidad de contenido y de contexto y se relaciona particularmente a la forma del estímulo material.
- **VP (Ability for Visual Processing):** Esta habilidad supone visualización y el traslado de relaciones abstractas e información no figurada en términos visuales. También incluye la manipulación y transformación de las representaciones visuales y las imágenes visuales. Es una habilidad del proceso y no está relacionada con la forma en la que el estímulo está presentado, Bishop distingue entre interpretación y creación de información visual. Yakimanskaya (1991) identifica dos niveles de actividad de pensamiento espacial, que se relacionan con los anteriores, la creación de imágenes mentales y su manipulación o uso.

También Kosslyn (1980) identifica cuatro procesos que se pueden realizar con la visualización y las imágenes mentales:

- Generar una imagen mental a partir de una información dada.
- Inspeccionar una imagen mental para observar su posición o la presencia de partes o elementos.
- Transformar la imagen mental mediante rotaciones, traslaciones, escalas o descomposiciones.
- Usar la imagen mental para responder una cuestión.

Gutiérrez (1996) señala que los autores anteriores (Bishop, Yakimanskaya y Kosslyn) se refieren básicamente a los mismos procesos de visualización y los unifica en dos procesos: “Interpretación visual de la información” (correspondiente a VP) para crear imágenes mentales y “Interpretación de las imágenes mentales” (correspondiente a IFI y subdividido en los subprocesos señalados por Kosslyn: observación y análisis de las imágenes mentales, transformación de unas imágenes mentales en otras y transformación de las imágenes mentales en otros tipos de información).

Bishop (1983) manifiesta la dificultad de definir habilidad espacial y alude a la descripción de dos tipos de habilidades espaciales para diferenciar visualización espacial y orientación espacial, basándose en los trabajos de McGee (1979). La visualización espacial es la habilidad para manipular, rotar, girar o invertir mentalmente un estímulo presentado mediante un dibujo. La orientación espacial es la comprensión de la disposición de elementos sin un patrón o estímulo visual y la aptitud para recordarlos sin confusión por cambios de orientación en los que la configuración puede ser presentada.

McGee (1979) recoge las diferencias entre la terminología utilizada por los autores entre visualización y orientación y describe diez habilidades de visualización distribuidas en las dos clases enunciadas, visualización y orientación. Son habilidades de visualización espacial imaginar la rotación de un objeto representado, el plegado de un sólido y los cambios relativos de posición de un objeto en el espacio; visualizar una configuración en

la que hay un movimiento entre sus partes; comprender movimientos imaginarios en tres dimensiones y manipular los objetos en la imaginación; manipular o transformar la imagen de un patrón visual en otra disposición. Las habilidades de orientación espacial consisten en determinar relaciones entre diferentes objetos espaciales; reconocer la identidad de un objeto cuando se ve desde diferentes ángulos o se mueve; considerar las relaciones espaciales donde la orientación del cuerpo del observador es esencial; percibir patrones espaciales y compararlos unos con otros; identificar un cuerpo presentado desde diversas orientaciones; percibir patrones espaciales o mantener la orientación en relación a otros objetos en el espacio.

La distinción de habilidades específicas ha sido frecuente en la investigación psicológica, basada en estudios factoriales. La habilidad espacial ha sido identificada como una habilidad individual, parcialmente independiente de la inteligencia general. Sin embargo, hay numerosas definiciones de habilidad espacial o de habilidades visuales en general, así como un número variable de sub-factores (Höffler, 2010).

A partir de estudios factoriales, Lohman (1979) sugiere la existencia de tres factores espaciales: relaciones espaciales, orientación espacial y visualización.

- **Relaciones espaciales:** rendimiento en tareas que requieren rotar figuras u objetos mentalmente.
- **Orientación espacial:** habilidad para imaginar como un estímulo podría aparecer desde diferentes perspectivas.
- **Visualización:** definido por una variedad de test, incluyendo test de figuras ocultas y de desarrollo de superficies.

Carroll (1993) en un amplio estudio factorial identificó cinco factores del dominio de la habilidad espacial: visualización espacial, relaciones espaciales, velocidad de clausura, flexibilidad de clausura y velocidad perceptiva.

Tanto en el análisis de los factores, como en las investigaciones del proceso cognitivo y en la psicología del desarrollo, no hay un acuerdo en lo que constituye la habilidad espacial. Al no haber una definición universalmente aceptada de espacio, nos enfrentamos al problema de dar significado a términos relacionados y usados comúnmente, como comportamiento espacial, representación espacial y habilidad espacial (Clements, 1983). Existen investigaciones que relacionan tanto las habilidades como los factores expuestos. Arrieta (2003,2006) utiliza el modelo de Carroll para caracterizar la capacidad espacial a partir de los cinco factores específicos, lo que puede permitir saber si una propuesta didáctica de geometría mejora la capacidad espacial de los alumnos a los que va dirigida. En un estudio posterior se relacionaron los factores con las habilidades espaciales, concluyendo que la percepción imagen-fondo y la constancia perceptual son equivalentes a la velocidad de clausura del modelo de Carroll, mientras que la percepción de la posición en el espacio es equivalente a la velocidad perceptiva (Arrieta, 2011).

Hoffer (1977) identifica varias habilidades físico-psicológicas relevantes para el aprendizaje en matemáticas, relacionadas con la visualización en general, que son la coordinación ojo-motor, la percepción figura-contexto, la conservación de la percepción, la percepción de la posición en el espacio, la percepción de las relaciones espaciales, la discriminación visual y la memoria visual.

De los estudios sobre visualización citados por Gutiérrez (1996, 2006), destacamos la recopilación de habilidades psicológicas realizada por Del Grande (1990), en la que cita distintas habilidades de la percepción espacial según varios autores y selecciona las destacadas por Hoffer por su relevancia en el estudio de las matemáticas y la geometría en particular, añadiendo tareas para experimentar con los alumnos. Del Grande (1987) define la percepción espacial como la habilidad para reconocer y discriminar estímulos en y desde el espacio e interpretar estos estímulos asociándolos con experiencias previas. Realiza un recorrido histórico por varios autores para llegar al listado de habilidades y describe con detalle las siete habilidades que considera básicas, enumerando actividades para desarrollarlas.

Consideramos que más que perseguir una intención investigadora, la intención de Del Grande es innovadora al aportar actividades específicas que describen las habilidades. Así, aunque el listado de habilidades se debe a Hoffer (1977), describimos en la Tabla 2, las que llamaremos habilidades según la descripción de Del Grande (1987,1990), ya que permiten asociar cada habilidad con sus correspondientes actividades.

Habilidades	Actividades
1.- <u>Coordinación ojo-motor</u> (OM): coordinar la visión con el movimiento del cuerpo	<i>Seguir caminos con un lápiz, construir bloques según un dibujo, unir puntos en un geoplano, colorear regiones, etc.</i>
2.- <u>Percepción figura-contexto</u> (FC): reconocer una figura asilándola de su contexto, en el que aparece camuflada o distorsionada por la superposición de otros elementos gráficos	<i>Identificar intersecciones de líneas e intersecciones de figuras, localizar figuras escondidas o figuras solapadas, completar figuras, formar figuras ensambladas (tangram), observar similitudes y diferencias, invertir una figura respecto al contexto, etc.</i>
3.- <u>Conservación de la percepción CP</u> : reconocer que un objeto mantiene determinadas propiedades (forma, tamaño, textura...) aunque cambie de posición y deje de verse por completo	<i>Percibir la constancia de forma, constancia de tamaño, constancia de forma con percepción de figura y espacio, tamaño aparente comparado con tamaño real. comparar el tamaño de tres o más figuras, reconocer el mismo objeto desde distintos puntos de vista, etc.</i>
4.- <u>Percepción de la posición en el espacio</u> (PE): relacionar un objeto en el espacio y respecto a uno mismo; identificar figuras congruentes bajo traslaciones, giros y volteos	<i>Realizar inversiones y rotaciones de figuras enteras, cambiar de posición, representar modelos de espejos, etc.</i>
5.- <u>Percepción de las relaciones espaciales</u> (RE): identificar correctamente las relaciones entre varios objetos situados simultáneamente en el espacio (equidistancia, simetría, perpendicularidad, posición relativa, etc)	<i>Relacionar la posición de dos o más objetos, identificar las diferencias y similitudes, encontrar el camino más corto a un objetivo, completar una figura, conectar puntos, completar una secuencia, ensamblar partes, construir una figura con cubos, continuar patrones, etc.</i>
6.- <u>Discriminación visual</u> (DV): identificar las semejanzas y diferencias entre varios objetos independientemente de su posición	<i>Identificar dos objetos que son el mismo, identificar dos objetos que son diferentes, un objeto que es diferente de otros, varios objetos que son los mismos pero diferentes de otros, etc.</i>
7.- <u>Memoria visual</u> (MV): recordar con exactitud objetos o propiedades y relacionarlos con otros. Memoria fotográfica	<i>Recordar el lugar en el que estaban los objetos, copiar una figura en un geoplano en el que faltan puntos, etc.</i>

Tabla 2. Habilidades de visualización (Del Grande 1990) y actividades para mostrarlas.

Un aspecto importante a resaltar es la complejidad de la tarea que se asocia a cada habilidad, siendo diferente la propuesta para un alumno de infantil que para un estudiante universitario, ya que se deben adaptar al nivel esperado de desarrollo de la habilidad. Las actividades propuestas por Del Grande (1987, 1990) están diseñadas para alumnos de los primeros cursos, pero tienen algunos puntos en común con las de más complejidad utilizadas por Bishop (1983) en su investigación sobre los procesos IFI y VP en alumnos de Primero de la Universidad de Tecnología. Destacan como tareas asociadas al proceso VP las relativas a dibujar mapas, copiar dibujos, imaginar situaciones, marcar rutas en laberintos, recordar objetos colocados en un determinado orden y localizar puntos en las esquinas de un caja de cerillas colocadas en distintas posiciones (memoria visual). Relativas al proceso IFI utiliza tareas como construir modelos a partir de dibujos, localizar el punto desde el que se toma una fotografía e identificar figuras dentro de estructuras más complejas.

2.5.5. Reconocimiento de las relaciones espaciales:

Es la habilidad para imaginar dos o más objetos en relación con uno mismo o en relación entre ellos.

Cuando la imagen visual se refiere a figuras tridimensionales, se llaman imágenes espaciales. Para Yakimanskaya (1991) una imagen espacial es creada desde la cognición sensorial de las relaciones espaciales y puede ser expresada por diversas formas verbales y gráficas incluyendo diagramas, dibujos, pictogramas, esbozos, etc., por lo que resalta la interacción entre imagen espacial y representación externa. Por lo tanto, dado que los elementos espaciales adoptan distintas orientaciones en relación al observador, las imágenes espaciales deben ser dinámicas, flexibles y operativas para poder adaptarse a las diferencias de percepción que se tengan de las representaciones externas. Llama pensamiento espacial a una forma de actividad mental que hace posible crear imágenes espaciales y manipularlas en el proceso de resolución de problemas prácticos y teóricos incluyendo operaciones verbales y conceptuales y varias acciones perceptivas necesarias para formar estas imágenes mentales. Yakimanskaya considera que las imágenes son la unidad básica operativa del pensamiento espacial y

los objetos geométricos son el material básico usado para crear y manipular las imágenes espaciales.

Carroll (1993) en un amplio estudio factorial identificó cinco factores del dominio de la habilidad espacial: visualización espacial, relaciones espaciales, velocidad de clausura, flexibilidad de clausura y velocidad perceptiva.

De estos factores, la visualización espacial es el que más frecuentemente se ha medido en los estudios de visualización y supone los procesos de aprehender, codificar y transformar mentalmente las formas espaciales independientemente de la velocidad a la que se llegue a la solución. La principal diferencia con las relaciones espaciales, que también requieren transformaciones mentales, usualmente realizar rotaciones en objetos en 2D en un periodo corto de tiempo, es que la visualización espacial está definida por tareas espaciales difíciles que requieren varias transformaciones. Los otros tres factores se han estudiado poco. Tanto la velocidad como la flexibilidad de clausura, afectan a la velocidad de aprehender e identificar un patrón visual. La velocidad perceptual mide la rapidez al identificar objetos percibidos.

Los estudios de Carroll relacionaban la orientación espacial con el factor visualización espacial. En una revisión de diferentes experimentos relativos a los efectos en el aprendizaje relacionados con la alta o baja habilidad especial cuando se trabaja con diferentes tipos de visualización, concluye que la habilidad espacial juega un papel importante en el aprendizaje que requiere visualización (Höffler, 2010).

El sentido espacial implica una habilidad para reconocer, visualizar, representar y transformar formas geométricas (New Jersey Mathematics Coalition, 1996). Esta habilidad comprende términos como habilidad espacial, visión espacial, percepción espacial o capacidad espacial. Términos como razonamiento espacial o pensamiento espacial podrían ser considerados como partes del sentido espacial cuando se focaliza en argumentaciones (Esquema en el gráfico).

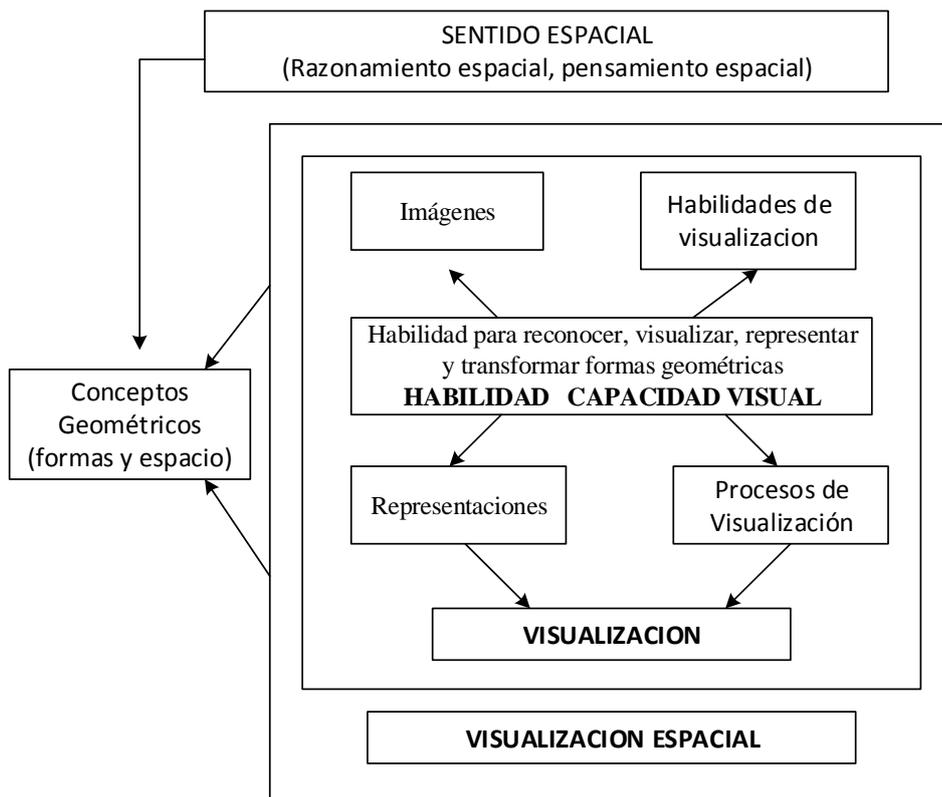


Gráfico 6. La visualización en el desarrollo del sentido espacial

2.5.6. Habilidades de visualización

Gutiérrez (1996) citado por Gualdrón (2001) habló de siete habilidades de visualización expuestas por Hoffer(1997), las cuales son: “Coordinación motriz de los ojos”, “Identificación visual”, “Conservación de la percepción”, “Reconocimiento de posiciones en el espacio”, “Reconocimiento de relaciones en el espacio”, “Discriminación visual” y “Memoria visual”, además sugirió una más: “Rotación mental” teniendo en cuenta a Del Grande (1990)

Coordinación motriz de los ojos: es la habilidad para coordinar la visión con el movimiento del cuerpo.

Identificación visual: es el acto visual de identificar una figura por aislamiento en un contexto complejo dado

Conservación de la percepción: involucra el reconocimiento de ciertas figuras geométricas presentadas en una variedad de medidas, colores, texturas y posiciones en el espacio y su discriminación como figuras geométricas semejantes.

Reconocimiento de posiciones en el espacio: Es la habilidad para relacionar un objeto en el espacio con uno mismo (el observador) o con otro objeto que actúa como punto de referencia. Involucra la discriminación de figuras mediante la inversión y rotación de las mismas.

Reconocimiento de las relaciones espaciales: es la habilidad para imaginar dos o más objetos en relación con uno mismo o en relación entre ellos.

Discriminación visual: es la habilidad para identificar las semejanzas y diferencias entre varios objetos.

Memoria visual: es la habilidad para recordar las características de objetos que no están a la vista y relacionar sus características con otros objetos que estén a la vista o no.

Rotación mental: es la habilidad para producir imágenes mentales dinámicas y para visualizar una configuración en movimiento.

Son habilidades de visualización espacial imaginar la rotación de un objeto representado, el plegado de un sólido y los cambios relativos de posición de un objeto en el espacio; visualizar una configuración en la que hay un movimiento entre sus partes; comprender movimientos imaginarios en tres dimensiones y manipular los objetos en la imaginación; manipular o transformar la imagen de un patrón visual en otra disposición. Las habilidades de orientación espacial consisten en determinar relaciones entre diferentes objetos espaciales; reconocer la identidad de un objeto cuando se ve desde diferentes ángulos o se mueve; considerar las relaciones espaciales donde la orientación del cuerpo del observador es esencial; percibir patrones espaciales y compararlos unos con otros; identificar un cuerpo presentado desde diversas

orientaciones; percibir patrones espaciales o mantener la orientación en relación a otros objetos en el espacio.

Por otra parte, Gualdrón (2011) se basa en Bishop (1983) para redefinir dos procesos que, en términos de este último, son habilidades; pero la argumentación dada por Gutiérrez plantea que estos encajan mejor en la categoría de procesos, dado que involucran información de las acciones a ponerse en práctica así, los dos procesos redefinidos a considerar, son:

La habilidad para interpretar información figurativa (IFI): involucra el conocimiento de convenciones y vocabulario espacial usado en el trabajo geométrico, gráficas, tablas, y diagramas de todos los tipos e incluye la lectura e interpretación de éstas.

La habilidad para el procesamiento visual (VP): implica la visualización, la interpretación de relaciones abstractas y datos no-figurativos en términos visuales, la manipulación y la transformación de unas representaciones visuales e imágenes visuales en otras.

2.6. Estudio de la Geometría Analítica y el Software Geogebra

La Geometría Analítica como tal, nace con René Descartes en su libro el Discurso del Método, la misma que es una “parte de la matemática que resuelve problemas geométricos bajo el concurso del álgebra”. (González 7) Posteriormente, mediante Gauss se crea la geometría diferencial.

El problema de aprendizaje de la Geometría Analítica es un poco complicado, sobre todo cuando pasa de una ecuación al lugar geométrico y viceversa.

Geometría Analítica: Estudia las figuras geométricas utilizando un sistema de coordenadas y resuelve los problemas geométricos por métodos algebraicos; las coordenadas se representan por grupos numéricos y las figuras por ecuaciones.

Lo que debes recordar

- La geometría analítica es la parte de las matemáticas que establece una conexión entre el álgebra y la geometría euclidiana, y en la cual se estudian figuras referidas a un sistema de coordenadas.
- René Descartes es considerado el creador o inventor de la geometría analítica.

Conceptos previos:

Plano cartesiano: Este sistema también se denomina cartesiano en honor a René Descartes, por haber sido quien lo empleara en la unión del álgebra y la geometría plana para dar lugar a la geometría analítica.

- Recordemos cómo se construye un sistema de coordenadas rectangulares: trazamos dos rectas perpendiculares que se intersecan en el punto O, al cual se le llama origen.
- La recta horizontal es el eje de las abscisas o eje de las x; la recta vertical es el eje de las ordenadas o eje de las y. Usando un segmento "unidad" conveniente, se divide cada eje de manera que los números enteros positivos queden a la derecha del origen sobre el eje x, y arriba del origen sobre el eje y. Los enteros negativos quedan a la izquierda del origen sobre el eje x, y abajo del origen sobre el eje y. Tomando los ejes como elementos de referencia, se puede localizar cualquier punto situado en el plano que forman, procediendo en la forma siguiente: se indica la distancia del punto a la derecha o a la izquierda del eje horizontal, y la distancia hacia arriba o hacia abajo del eje vertical.
- La abscisa es positiva o negativa según el punto P situado a la derecha o a la izquierda del eje horizontal; la ordenada es positiva o negativa según el punto este situado arriba o abajo del eje vertical.

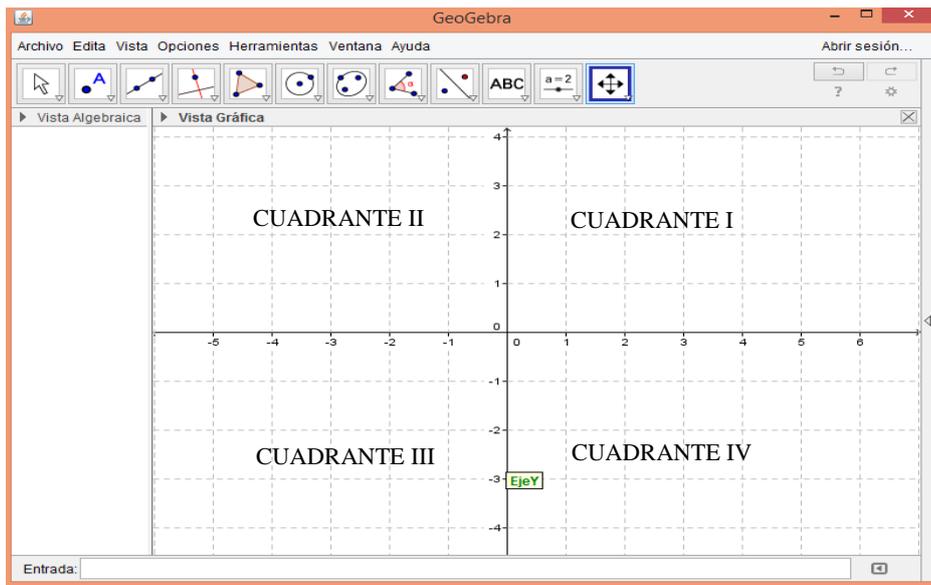


Gráfico 7. Plano cartesiano en GeoGebra

- En general, un punto cualquiera por ejemplo el punto A, cuya abscisa es x y la ordenada y se designa mediante la notación $A(x, y)$.
- Los ejes de coordenadas dividen al plano en cuatro partes, llamada cada una cuadrante; los cuadrantes se numeran con números romanos I, II, III, IV como se indica en la figura anterior.

Localización de puntos en el plano.

En el sistema de coordenadas rectangulares hay una relación que establece que a cada par de números reales (x, y) le corresponde un punto definido del plano, y a cada punto del plano le corresponde un par único de coordenadas (x, y) .

En el proceso graficador hay que tomar en cuenta los signos de las coordenadas del punto para ubicarlo en los cuadrantes; para ello se emplea el papel cuadrículado o de coordenadas rectangulares, ya que facilita la localización y el marcado de puntos en el plano.

Ejemplo: Traza un sistema coordenado rectangular y señala los puntos siguientes: $(4, 3)$, $(1, 5)$, $(-3, -2)$, $(0, 1)$, $(6, -1)$.

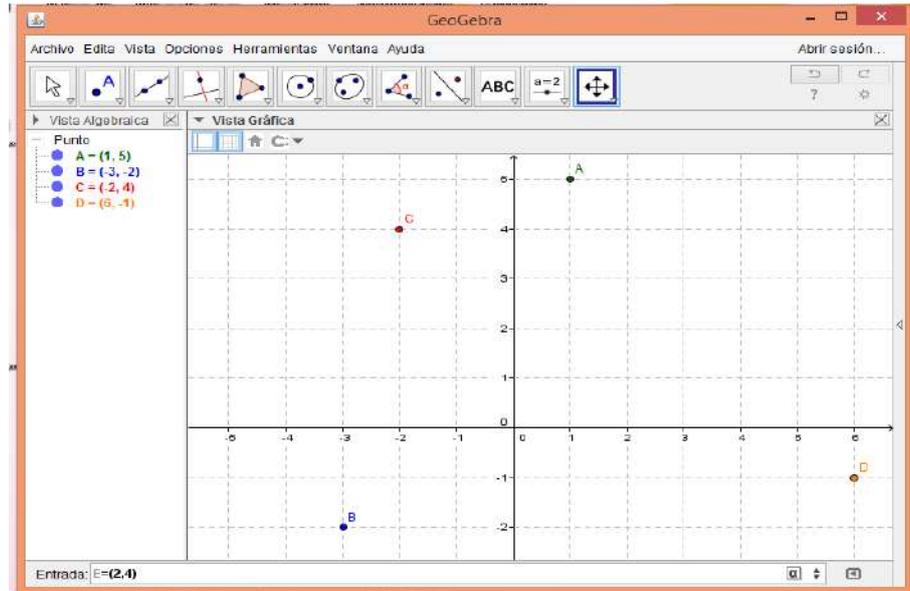


Gráfico 8. Ubicación de Puntos en el plano de GeoGebra

- Distancia entre dos puntos: Se denomina distancia euclídea entre dos puntos $A(x_1, y_1)$ y $B(x_2, y_2)$ del plano a la longitud del segmento de recta que tiene por extremos A y B . Puede calcularse así: $D = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
<http://es.wikipedia.org/wiki/Distancia>

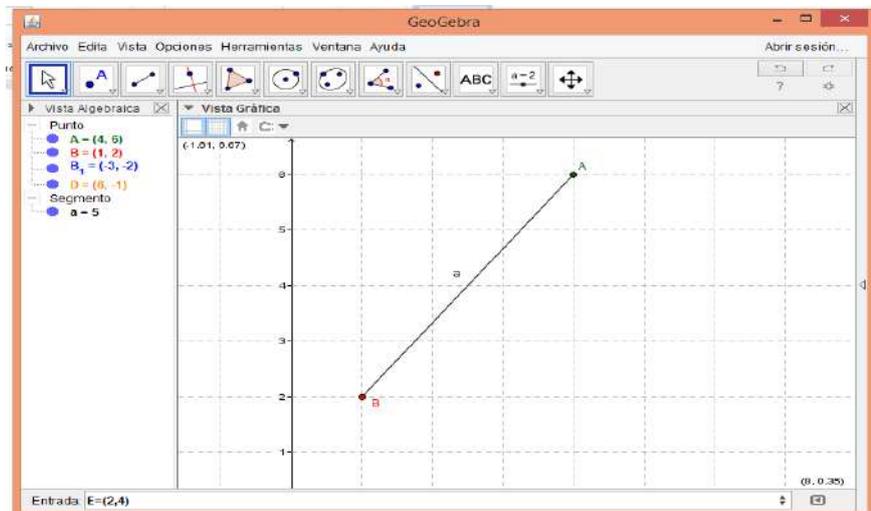


Gráfico 9. Segmento en plano de GeoGebra

- **Razón:** La razón geométrica es la comparación de dos cantidades por su cociente, donde se ve cuántas veces contiene una a la otra. Sólo si las magnitudes a comparar tienen la misma unidad de medida la razón es a dimensional.

Una razón «X:Y» se puede leer como «X sobre Y», o bien «X es a Y».

El numerador de la razón (es decir, el X) se llama *antecedente* y al denominador (el Y) se le conoce como *consecuente*.
[http://es.wikipedia.org/wiki/Razón_\(matemáticas\)](http://es.wikipedia.org/wiki/Razón_(matemáticas))

- **Puntos medios:** El modo de obtener geoméricamente el punto medio de un segmento, mediante regla y compás, consiste en trazar dos arcos de circunferencia de igual radio, con centro en los extremos, y unir sus intersecciones para obtener la recta mediatriz. Esta «corta» al segmento en su punto medio.

Dado un segmento, cuyos extremos tienen por coordenadas: $(x_1, x_2); (y_1, y_2)$

El punto medio tendrá por coordenadas: $M\left(\frac{x_1+x_2}{2}; \frac{y_1+y_2}{2}\right)$

http://es.wikipedia.org/wiki/Punto_medio

- **Perpendicularidad:** En geometría, la perpendicular de una línea o plano, es la que forma ángulo recto con la dada.

La relación de perpendicularidad se puede dar entre:

Rectas: dos rectas coplanarias son perpendiculares cuando, al cortarse, dividen al plano en cuatro regiones iguales, cada una de las cuales es un ángulo recto. Al punto de intersección de dos rectas perpendiculares se le llama pie de cada una de ellas en la otra.

Semirrectas: dos semirrectas son perpendiculares, cuando conforman ángulos rectos teniendo o no el mismo punto de origen.

Planos: dos planos son perpendiculares cuando conforman cuatro ángulos diedros de 90°. **Semiplanos:** dos semiplanos son perpendiculares cuando conforman ángulos diedros de 90°; generalmente, compartiendo la misma recta de origen. <http://es.wikipedia.org/wiki/Perpendicularidad>

Paralelismo: En geometría, el **paralelismo** es una relación que se establece entre cualquier variedad lineal de dimensión mayor o igual que uno (rectas, planos, hiperplanos y demás). En geometría clásica, las rectas o planos paralelos son los equidistantes entre sí y por más que los prolonguemos no pueden encontrarse. <http://es.wikipedia.org/wiki/Paralelismo>

En geometría clásica, las rectas o planos paralelos son los equidistantes entre sí y por más que los prolonguemos no pueden encontrarse. <http://es.wikipedia.org/wiki/Paralelismo>

2.6.1. Rectas, Ecuaciones

- **Pendiente y ordenada al origen;**

En una recta, la pendiente “m” es siempre constante. Se calcula mediante la ecuación:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Se puede obtener la ecuación de la recta a partir de la fórmula de la pendiente (ecuación punto-pendiente):

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

Esta forma de obtener la ecuación de una recta se suele utilizar cuando se conocen su pendiente y las coordenadas de uno de sus puntos, o cuando se conocen sólo los dos puntos, por lo que también se le llama ecuación de la recta conocidos dos puntos, y se le debe a Jean Baptiste Biot. La pendiente m es la tangente del ángulo que forma la recta con el eje de abscisas X. La ecuación de la recta que pasa por el punto $PI = (x_1, y_1)$ y tiene la pendiente dada m es:

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

- **Forma simplificada de la ecuación de la recta**

Si se conoce la pendiente m , y el punto donde la recta corta al eje de ordenadas es $(0,b)$, podemos deducir, partiendo de la ecuación general de la recta, $y - y_1 = m(x - x_1)$: $y = mx + b$

Esta es la segunda forma de la ecuación de la recta y se utiliza cuando se conoce la pendiente y la ordenada al origen, que llamaremos b . También se puede utilizar esta ecuación para conocer la pendiente y la ordenada al origen a partir de una ecuación dada.

- **Forma segmentaria de la ecuación de la recta (Ecuación simétrica)**

Así como a la ordenada al origen se le puede llamar b , a la abscisa al origen se le puede llamar a . Si se plantea como problema encontrar la ecuación de una recta, conocidos a y b (la abscisa y ordenada al origen), se conocen dos puntos de la recta los cuales son los siguientes: $(0,b)$ y $(a,0)$ así la ecuación será:

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

Se obtiene la ecuación de la recta en su forma simétrica. Esta ecuación se suele utilizar para obtener la ecuación de una recta de la que se conocen sus intersecciones con los ejes y cuando, a partir de la ecuación de una recta, se desean conocer los puntos donde dicha recta interseca a los ejes. <http://es.wikipedia.org/wiki/Recta>

- **Distancia Punto a recta**

En Geometría euclidiana, la distancia de un punto a una recta es la distancia más corta entre ese punto y un punto de una línea o recta.

En el caso de una recta definida por su ecuación reducida $y = a \cdot x + b$; la ecuación cartesiana es $a \cdot x - y + b = 0$ y la distancia a ella

es: $D(M, D) = \frac{|ax - y + b|}{\sqrt{a^2 + 1}}$

http://es.wikipedia.org/wiki/Distancia_de_un_punto_a_una_recta

cual se puede adentrar en el tema de estudio, suele incluir los objetivos, las preguntas de investigación, la justificación y la viabilidad, sobre todo de una exploración de las deficiencias en el conocimiento del problema y la definición inicial del ambiente o contexto.

En este sentido reafirmamos que la metodología utilizada es cualitativa porque los datos se basan en evaluaciones y observaciones las cuales se analizan por medio de procesos inductivos que nos permiten la mejora de la visualización matemática de los estudiantes con el uso del GeoGebra en el contenido de ecuación de la recta.

La línea de investigación con la que se identifica la presente investigación es la investigación – acción, por la orientación de la misma, por la participación del maestro en la investigación, quien cuestiona la realidad y la reconstruye luego de un proceso reflexivo, busca además la caracterización del profesor de matemática en su conocimiento y desarrollo profesional, tomando en cuenta sus creencias y concepciones, proporcionándoles medios para trascender las limitaciones que la estructura social o el statu quo impone sobre ellos. La búsqueda de soluciones a problemas identificados por ellos mismos da a los profesores un sentido de propiedad y autoría de estas soluciones y de los conocimientos que se generan en este tipo de investigaciones.

La investigación – Acción utiliza a las prácticas de enseñanza para realizar un cambio en el desempeño en el aula. Se analizan las estrategias, evaluación y la manera de utilización de los recursos y materiales para la enseñanza de las matemáticas.

En la investigación desarrollada se diseñaron y aplicaron 9 sesiones de aprendizaje de tres horas pedagógicas cada una, haciendo un total de 27 horas en las cuales se evidenció el uso del GeoGebra y se midió el desarrollo de la capacidad de visualización en los estudiantes en el contenido de ecuación de la recta.

3.2. Sujetos de investigación.

Esta investigación se ejecutó en la Institución Educativa “Miguel Cortés”, ubicada en el distrito de Castilla de la ciudad de Piura en el Perú. Esta Institución Educativa brinda servicio educativo a niños y jóvenes en los niveles primario y secundario.

Se han considerado los siguientes sujetos: 01 docente y 32 estudiantes entre 16 y 17 años.

Tabla 3. Sujetos de Investigación

Sujetos	Varones	Mujeres	Total
Docentes	00	01	01
Estudiantes	13	12	25

Fuente: Nómina de matrícula I.E. “Miguel Cortés” – 2015

3.3. Plan de acción de investigación.

Se presenta el diseño o plan de acción general y el plan específico de investigación.

3.3.1. Plan de acción general.

Tabla 4. Plan de acción general

OBJETIVOS ESPECÍFICOS	ACTIVIDADES PRINCIPALES	RECURSOS Y MATERIALES	FUENTE DE VERIFICACIÓN	CRONOGRAMA
Objetivo 1 Diagnosticar el nivel de la capacidad de visualización matemática en los estudiantes de Quinto Grado de Educación Secundaria de la I.E.	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Recopilar información sobre la capacidad de visualización matemática. ▪ Seleccionar indicadores para evaluar el nivel de desarrollo de la capacidad de visualización matemática en el tema de Ecuación de la Recta. ▪ Elaborar un instrumento que evalúe el nivel de la capacidad de visualización matemática. ▪ Validar mediante juicio de expertos el instrumento elaborado. ▪ Aplicar el instrumento elaborado (Evaluación Diagnóstica) ▪ Procesamiento e interpretación de resultados. 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Información del marco teórico ▪ Matriz de construcción de la prueba diagnóstica ▪ Bibliografía especializada. 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Anexo N° 3: Prueba diagnóstica ▪ Informe de resultados 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Del 12 al 20 de Abril ▪ Del 12 al 20 de Abril ▪ Del 18 al 22 de Mayo ▪ 29 de Abril ▪ Del 2 al 15 de Junio

<p>Objetivo 2 empleada por el actual.</p>	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Recopilar los diseños de sesiones de aprendizaje del 2013. ▪ Elaborar una encuesta para determinar la motivación y conocimiento de software educativos. ▪ Validar mediante juicio de expertos la encuesta. ▪ Aplicar la encuesta ▪ Procesamiento e interpretación de resultados. ▪ Analizar los diseños de sesión mediante la técnica de análisis de contenido. 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Sesiones de Aprendizaje 2013. ▪ Ficha de análisis ▪ Encuesta 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Anexo N° 7: Sesiones de Aprendizaje ▪ Anexo N° 4: Encuesta ▪ Informe de resultados ▪ Capitulo IV análisis de diseño de sesiones 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Del 10 al 28 de Marzo ▪ Del 12 al 20 de Abril ▪ Del 18 al 22 de Mayo ▪ Del 2 al 15 de Junio
<p>Objetivo 3 Diseñar sesiones de aprendizajes incorporando como herramienta didáctica el software GeoGebra</p>	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Recopilar información sobre el Software GeoGebra. ▪ Recopilar información sobre la capacidad de Visualización Matemática ▪ Análisis de las bondades del recurso interactivo GeoGebra. ▪ Elaboración del tutorial de auto aprendizaje del software GeoGebra para ecuación de la recta ▪ Planificación y elaboración de unidad, sesiones y guías de aprendizaje considerando la incorporación del Software GeoGebra y los procesos para desarrollar la capacidad de visualización matemática. 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Bibliografía del software GeoGebra ▪ Bibliografía de la capacidad de visualización. ▪ Web de GeoGebra ▪ Rutas de Aprendizaje y DCN. ▪ Libros de texto y Web grafía. 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Anexo N° 5: Tutorial del Software GeoGebra para Ecuación de la recta. ▪ Marco teórico ▪ Anexo N° 8: Sesiones ▪ Anexo N° 9: guías de aprendizaje que involucren la mediación del software GeoGebra. 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Del 12 enero al 20 de Abril ▪ Del 12 enero al 20 de Abril ▪ Del 12 enero al 20 de Abril ▪ Del 2 al 27 de Abril ▪ Del 2 al 27 de Abril
<p>Objetivo 4 Aplicar las actividades de sesiones de aprendizaje utilizando el software GeoGebra</p>	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Aplicación del Tutorial del software GeoGebra. (Anexo N°6: “EL SOFTWARE GEOGEBRA Y SUS APLICACIONES A LA ECUACION DE LA RECTA” ▪ Aplicación de las sesiones de aprendizaje con el uso del GeoGebra ▪ Aplicar instrumentos para evaluar el proceso 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Tutorial del software GeoGebra para el tema de ecuación de la recta. ▪ Sesiones de aprendizaje. ▪ Software GeoGebra ▪ Aula de trabajo ▪ Aula de Innovación pedagógica. 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Capitulo IV de campo ▪ Diario de campo ▪ Fotos ▪ Video 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Del 29 de Abril ▪ Del 29 de Abril al 24 de Junio

		<ul style="list-style-type: none"> ▪ Computadoras, software GeoGebra ▪ Cañón multimedia ▪ Ficha de observación. ▪ Fichas de proceso 		
Objetivo 5 Validar la práctica pedagógica alternativa.	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Mejorar la práctica pedagógica alternativa reflexionando y deconstruyendo las actividades de las sesiones de aprendizaje. ▪ Reconstrucción de las sesiones de aprendizaje para ser eficaces realizando los reajustes pertinentes de tal modo que se evidencie la metodología con el uso del GeoGebra y el desarrollo de la visualización matemática. 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Sesiones de Aprendizaje ▪ Diario de campo 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Anexo N° 8: Sesiones validadas ▪ Diario de campo 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Del 29 de Abril al 24 de Junio ▪ Del 29 de Abril al 24 de Junio
Objetivo 6 Evaluar el nivel de logro de la capacidad de visualización matemática en los estudiantes de 5° grado en el contenido de ecuación de la recta	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Diseñar la prueba de salida ▪ Validación de la prueba de salida ▪ Aplicación del instrumento ▪ Procesamiento y análisis de resultados 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Matriz del instrumento. ▪ Prueba de salida 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Anexo N° 6: Prueba de salida. ▪ Capítulo IV informe de resultados 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ 1 de Junio ▪ 12 de Junio ▪ 24 de Junio ▪ 25 de Junio al 27 de Julio

3.4. Categorías y subcategorías de investigación.

CATEGORÍAS	SUB CATEGORÍAS	INDICADORES	
METODOLOGÍA A CON EL USO DEL GEOGEBRA	Motivación	<ul style="list-style-type: none"> • Determinación del grado de motivación de los estudiantes. 	
	Recursos, Materiales y GeoGebra	<ul style="list-style-type: none"> • Identificar el tipo de materiales que utilizo en su aprendizaje. • Determinar el conocimiento o uso del Software GeoGebra 	
	Construcción del conocimiento	<ul style="list-style-type: none"> • Identificar el nivel de construcción del conocimiento. • Determinar el grado de interés por mejorar la construcción del conocimiento 	
VISUALIZACIÓN MATEMÁTICA	INTERPRETACIÓN DE REPRESENTACIONES SEMIÓTICAS.	IDENTIFICACIÓN VISUAL	<ul style="list-style-type: none"> • Identifica un punto, un segmento una recta en un conjunto de figuras superpuestas. • Describe elementos que acompañan a una composición de figuras • Describe las figuras que conforman una composición • Identifica figuras planas simples aislándolas de su contexto.
		CONSERVACIÓN DE LA PERCEPCIÓN	<ul style="list-style-type: none"> • Reconoce figuras planas simples en un conjunto de figuras con diferentes características. • Identifica y discrimina figuras semejantes en un conjunto de figuras, independientemente de su posición y tamaño, es decir, conserva las propiedades independientemente de los cambios que haya podido sufrir.
		PERCEPCIÓN DE POSICIONES EN EL ESPACIO	<ul style="list-style-type: none"> • Relaciona una figura plana simple con sí misma. • Relaciona figuras planas simples con otra que actúa como punto de referencia. • Identifica propiedades de las figuras planas simples, usando las herramientas del software.
	PROCESAMIENTO VISUAL	PERCEPCIÓN DE LAS RELACIONES ESPACIALES	<ul style="list-style-type: none"> • Imagina figuras planas simples con relación a sí mismas y a otras • Establece diferencias entre las familias de figuras planas simples. • Reconoce una figura plana simple en otra familia de figuras planas teniendo en cuenta las propiedades invariantes
		MEMORIA VISUAL	<ul style="list-style-type: none"> • Recordar el lugar en el que estaban los objetos, copiar una figura en un plano cartesiano en el que faltan puntos, etc.
		DISCRIMINACIÓN VISUAL	<ul style="list-style-type: none"> • Identificar dos objetos que son el mismo • Identificar dos objetos que son diferentes, un objeto que es diferente de otro.

Tabla 5. Categorías y subcategorías de investigación

3.5. Técnicas e instrumentos de recolección de información.

La investigación en curso es socio-crítica, cualitativa y a su vez Investigación – Acción, donde la experiencia de enseñanza es transformativa, además las acciones están orientadas por los objetivos e Hipótesis de la investigación, que exigen el uso de múltiples métodos para recoger datos y la necesidad de articular modos de capturar el día a día de la clase. Normalmente, la toma de registros en vídeo y/o audio, junto con la toma de notas cuidadosas sobre la observación en clase sirven bien a este propósito. También se recogen datos sobre individuos y sobre grupos, con objeto de ganar profundidad en la comprensión del desarrollo del aprendizaje de los estudiantes. Las fuentes pueden ser producciones elaboradas por ellos, preguntas, entrevistas, etc. La exhaustividad de la recogida de datos puede permitir analizar de forma retrospectiva el papel de ciertas variables que inicialmente no fueron consideradas pero, posteriormente, se erijan como relevantes para el fenómeno de estudio. Los investigadores recogerán muchos más datos de los que podrán analizar y emplear, siendo necesario, a posteriori, distinguir la información relevante de la irrelevante (Hjalmarson y Lesh, 2008).

Se utilizó como técnicas la evaluación, la encuesta y la observación. La evaluación se realizó para medir la categoría de Visualización Matemática, antes y después de la intervención en la práctica pedagógica, para ello se utilizó como instrumento la prueba diagnóstica que se aplicó como prueba de entrada y de salida. La encuesta para diagnosticar el grado de motivación para aprender matemática y el uso de software matemáticos.

La técnica de la observación se utilizará para verificar el avance del tratamiento experimental, y los diarios de campo, se utilizará como instrumento donde se registran los logros más significativos y las dificultades que se pueden presentar durante la ejecución de la investigación.

A. Evaluación diagnóstica

Como primer instrumento se utilizó una Evaluación diagnóstica la cual nos permite conocer el nivel de logro inicial de la visualización matemática en los aspectos de identificación visual (ítem 3),

conservación de percepción (ítem 4 y 5), percepción de posiciones en el espacio (ítem 6), percepción de las relaciones espaciales (ítem 7), memoria visual (ítem 1 y 2) y discriminación visual (ítem 8). Así mismo fue sustentada por una matriz de construcción y validada por juicio de expertos.

B. Encuesta

La encuesta nos permitió tener información sobre el grado de motivación que tienen los estudiantes para aprender matemática (Ítems 1 y 2) y conocimiento del uso de software matemático (5, 6, 7, 8, 9), en cuanto a la construcción del conocimiento (3, 4 y 10). Su elaboración se justifica con una matriz de categorías y subcategorías y validada por juicio de expertos.

C. Diario de campo

Se registraron 5 sesiones de aprendizaje de la práctica pedagógica tradicional o inicial y 9 diarios de clase de la práctica pedagógica alternativa, en cada sesión de aprendizaje alternativo se aplicaron guías de aprendizaje con la finalidad de facilitar el trabajo con el software GeoGebra y el desarrollo de la capacidad de visualización matemática.

Los diarios de campo permitieron registrar los logros más significativos y las dificultades presentadas durante la ejecución de la investigación.

D. Técnica Documental

La guía de análisis de contenido se realizará a través del análisis de los diarios de campo, fichas de observación y fotografías en cada una de las etapas de la intervención.

3.6. Procedimiento de organización y análisis de resultados.

Posterior a la recogida de información se organizan los datos recopilados para realizar su análisis.

Los datos cuantitativos se organizan en una matriz de tabulación, en archivos en SPSS que contienen todos los datos recopilados el cual nos determinan datos porcentuales, gráficos, base de datos, etc.

Los datos cualitativos se organizan en archivos de documentos, para el análisis de la información cualitativa se utilizará el análisis de contenido y la triangulación de resultados.

Los resultados se muestran en el Capítulo IV en cuadros, tablas y diagramas de barras.

La organización de la información es por procesos, sujetos y estructura, se usaron cuadros, tablas y gráficos como técnicas para analizar los datos obtenidos; establecer relaciones entre ellos y poder presentarlos de manera clara precisa y completa.

CAPÍTULO IV RESULTADOS DE LA INVESTIGACIÓN

4.1. Contexto de investigación

4.1.1. Descripción del contexto de la investigación

➤ Contexto local

La Institución Educativa Miguel Cortés, está ubicada en el departamento de Piura, en el distrito de Castilla, en la cuadra 17 de la avenida Progreso, atendiendo en su radio de acción a la población escolar de la zona, alrededores, sus asentamientos humanos del distrito de Castilla.



Fotografía 1. Ubicación de la I.E. "Miguel Cortés"

➤ Contexto institucional

La Institución Educativa Miguel Cortés actualmente atiende a los niveles: primaria y secundaria con un total de 1450 estudiantes distribuidas en dichos niveles.



Fotografía 2. I.E. "Miguel Cortés"



Fotografía 3: Interior de la I.E "Miguel Cortés"

➤ Contexto áulico

El aula de 5° “A” de secundaria, está ubicada en el primer piso del tercer pabellón de la I.E., cuyas dimensiones son de 5m x 6m teniendo un área de 30 m² donde se ubican 25 estudiantes, dicha infraestructura reúne las condiciones pedagógicas necesarias para la capacidad de estudiantes lo cual permite el normal desarrollo de las sesiones de aprendizaje.

El aula cuenta con ventanas amplias que favorecen la iluminación y ventilación, carpetas unipersonales lo cual dificulta el trabajo en equipo. Además cuenta con pizarra de concreto para tiza.

El aula de innovación cuenta con 15 computadores en buenas condiciones lo cual permitía trabajar en promedio 2 estudiantes por computador y distribuidas alrededor del aula.



Fotografía 4. Aula 5° A secundaria - I.E. Miguel Cortés



Fotografía 5. Aula de Innovación - I.E. Miguel Cortés

4.1.2. Descripción de los sujetos de investigación

➤ Descripción de los estudiantes.

Los estudiantes del 5° “A” de Educación Secundaria de la I.E. “Miguel Cortés” tienen entre 16 y 18 años, se caracterizan por ser participativos, solidarios y algunos estudiantes faltan con frecuencia y son poco responsables con sus deberes escolares lo cual hace que constantemente se los motive sobre la importancia del trabajo responsable y respeto a los compañeros de clase.

➤ Descripción del docente.

La docente es profesional egresada del ISPP “Mercedes Cabello de Carbonera” de Moquegua, 25 años de servicio en la I.E. Modelo de “San Antonio”

4.2. Procesos de Investigación

4.2.1. Diagnóstico de la problemática: Encuesta

En el diagnóstico se aplicaron dos instrumentos a los estudiantes del 5° “A” una encuesta para determinar la motivación y conocimiento de software educativo y una evaluación diagnóstica de la capacidad de Visualización Matemática.

También se utilizaron 5 sesiones de aprendizaje de 5° de secundaria del año 2014 sobre “La Ecuación de la Recta” desarrolladas con metodología tradicional y de esta manera analizar las sesiones para según los resultados poder reflexionar sobre la práctica pedagógica.

Tabla 6. Sesiones desarrolladas con metodología tradicional

N° de Sesión de diagnóstico	Tema
Sesión de Aprendizaje 01	Plano cartesiano
Sesión de Aprendizaje 02	Distancia entre dos puntos y punto medio
Sesión de Aprendizaje 03	Pendiente de una recta
Sesión de Aprendizaje 04	Ecuación de la recta punto pendiente y conociendo dos de sus puntos
Sesión de Aprendizaje 05	Ecuación de la recta conociendo sus interceptos y ecuación general de la recta

4.2.2. Intervención sobre la Práctica

La intervención de la práctica se desarrolló con nueve sesiones de aprendizaje con su respectiva guía de aprendizaje, incorporación el uso del software GeoGebra en las sesiones de aprendizaje para mejorar la capacidad de visualización matemática de los estudiantes del 5° “A”.

Sesiones desarrolladas en la intervención de la práctica pedagógica.

N° de Sesión Alternativa	Temas con GeoGebra
Sesión de Aprendizaje N° 01	Construcciones Geométricas básicas haciendo uso del software GeoGebra
Sesión de Aprendizaje N° 02	Distancia entre dos puntos, punto medio y área de polígonos.
Sesión de Aprendizaje N° 03	Reforzando la distancia entre dos puntos, punto medio y área de polígonos”
Sesión de Aprendizaje N° 04	Conociendo la pendiente de una recta
Sesión de Aprendizaje N° 05	Deduciendo la ecuación de una recta
Sesión de Aprendizaje N° 06	Aprendemos las propiedades de las posiciones relativas de la recta
Sesión de Aprendizaje N° 07	Propiedades de la congruencia de triángulos
Sesión de Aprendizaje N° 08	Aprendemos a resolver problemas sobre ecuación de la recta
Sesión de Aprendizaje N° 09	Reforzando la resolución de problemas sobre ecuación de la recta”

Tabla 7. Sesiones de Aprendizaje con Práctica Pedagógica Alternativa

Evaluación de los cambios

Se planificó la prueba de salida a partir de la evaluación diagnóstica sobre el desarrollo de la visualización matemática en los estudiantes del 5° “A”.

Se diseñó y validó de manera pertinente la prueba de salida. Al aplicarla se dieron indicaciones generales para su desarrollo y se tuvo en cuenta la administración adecuada del tiempo, cuya duración fue de 90 minutos. Respetando las indicaciones previas se generó un ambiente adecuado para que todos trabajen concentrados.

4.3. Resultados de la investigación

4.3.1 Diagnóstico de la práctica docente y de los logros de los estudiantes

➤ **Problemática en la práctica docente.**

En la caracterización de la práctica docente se sistematizó la siguiente problemática.

Diagrama 1. Situación problemática inicial de la práctica docente

Problema 1 Desarrollo del tema de ecuación de la recta utilizando estrategias tradicionales con uso de regla escuadra y lápiz y papel.	Problema 3 Limitada información sobre uso del GeoGebra y su importancia en el desarrollo de la visualización matemática.
Problema 2 Planificación y programación tradicional	Problema 4 Desconocimiento de la metodología del GeoGebra para trabajar la visualización matemática

Fuente: Caracterización de la problemática de la práctica pedagógica.

La problemática del docente está centrada en el desarrollo de las sesiones utilizando materiales tradicionales debido a la limitada información sobre el uso del GeoGebra y su importancia en la visualización matemática, y por consiguiente una planificación con escaso uso de recursos tecnológicos para desarrollar la capacidad de visualización matemática.

4.3.1.1. Resultados de la encuesta a los estudiantes

A continuación presentamos los resultados de la encuesta aplicada a los estudiantes luego los resultados de la prueba diagnóstica y prueba de salida.

Encuesta

La encuesta aplicada al inicio de la investigación tiene por objeto diagnosticar la Metodología empleada por el docente en la práctica pedagógica actual. A continuación se presenta la interpretación de la misma en términos estadísticos, es decir se presenta la tabla de resultados y su grafica correspondiente. Primeramente se realiza el análisis por cada pregunta y un análisis general.

Pregunta 1:

Tabla 8. Pregunta 1 de la Encuesta

¿Te gustan las matemáticas?				
	Frecuencia	Porcentaje	Validación Porcentual	Porcentaje acumulado
Me gusta mucho	9	36,0	36,0	36,0
Me gusta	3	12,0	12,0	48,0
Ni me gusta ni me disgusta	2	8,0	8,0	56,0
Me disgusta	11	44,0	44,0	100,0
Me disgusta mucho	0	0	0	0
Total	25	100,0	100,0	

Gráfico 10. Pregunta 1 de la Encuesta



Interpretación:

A la mayoría de los estudiantes que son el 44 % les disgusta la matemática y a un considerable porcentaje de estudiantes es decir al 36 % les gusta mucho la matemática, podemos observar que los estudiantes presentan opiniones divididas y muy opuestas. Se observa también que a un 12% les gusta la matemática y hay un pequeño porcentaje de estudiantes que no les gusta ni les disgusta.

Pregunta 2:

Tabla 9. Pregunta 2 de la Encuesta

¿Te gusta la geometría?				
	Frecuencia	Porcentaje	Validación Porcentual	Porcentaje acumulado
Me gusta mucho	8	32,0	32,0	32,0
Me gusta	4	16,0	16,0	48,0
Ni me gusta ni me disgusta	2	8,0	8,0	56,0
Me disgusta	11	44,0	44,0	100,0
Me disgusta mucho	0	0	0	100,0
Total	25	100,0	100,0	

Gráfico 11. Pregunta 2 de la Encuesta



Interpretación:

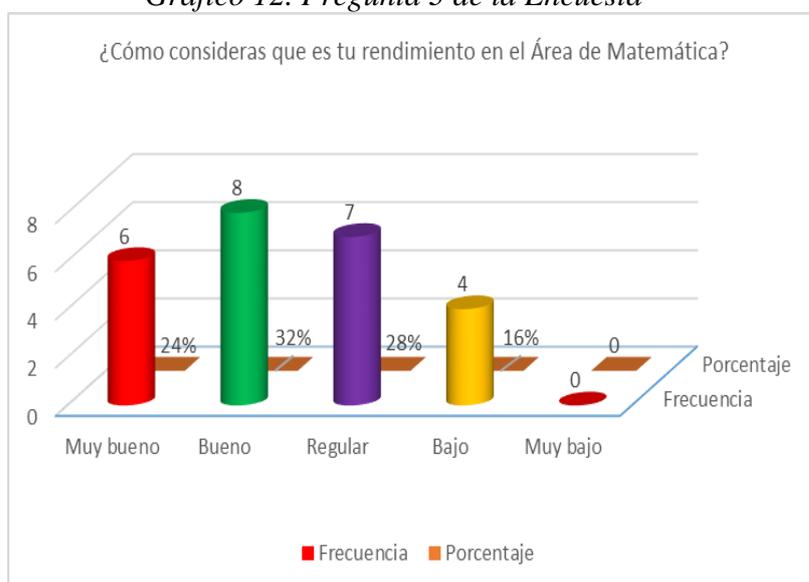
A la mayoría de estudiantes les disgusta la geometría y son el 44%, y de manera opuesta hay un importante porcentaje del 32 % que les gusta mucho la geometría y sumado a este porcentaje el 16% de estudiantes que afirman que les gusta la geometría sin embargo a un 8% de estudiantes ni les gusta ni les disgusta la geometría.

Pregunta 3:

Tabla 10. Pregunta 3 de la Encuesta

¿Cómo consideras que es tu rendimiento en el Área de Matemática?				
	Frecuencia	Porcentaje	Validación Porcentual	Porcentaje acumulado
Muy bueno	6	24,0	24,0	24,0
Bueno	8	32,0	32,0	56,0
Regular	7	28,0	28,0	84,0
Bajo	4	16,0	16,0	100,0
Muy bajo	0	0	0	100,0
Total	25	100,0	100,0	

Gráfico 12. Pregunta 3 de la Encuesta



Interpretación:

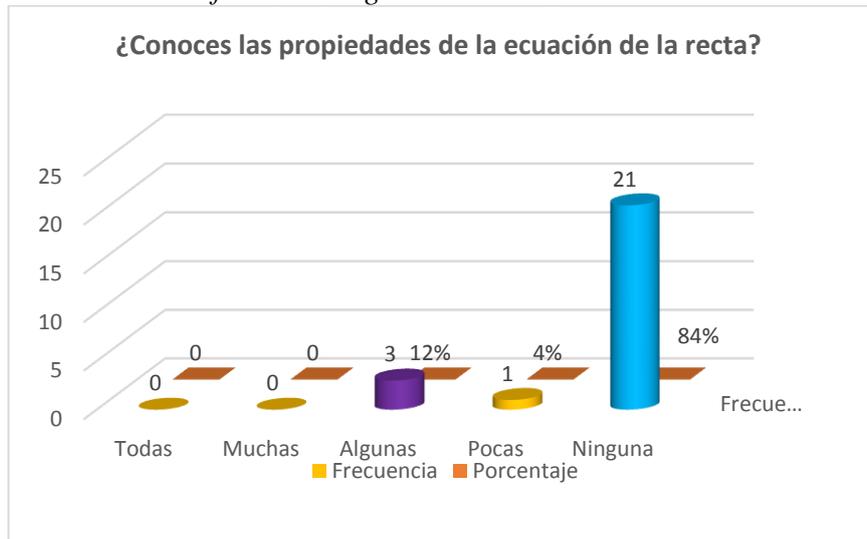
A esta pregunta sobre como consideran su rendimiento en el área de matemática, el 32% de estudiantes considera su rendimiento como bueno, un 28 % de estudiantes considera su rendimiento como regular, asimismo el 24 % de estudiantes consideran su rendimiento como bueno, por otro lado el 16% de estudiantes reconoce su rendimiento como bajo.

Pregunta 4:

Tabla 11. Pregunta 4 de la Encuesta

¿Conoces las propiedades de la ecuación de la recta?				
	Frecuencia	Porcentaje	Validación Porcentual	Porcentaje acumulado
Todas	0	0	0	0
Muchas	0	0	0	0
Algunas	3	12,0	12,0	12,0
Pocas	1	4,0	4,0	16,0
Ninguna	21	84,0	84,0	100,0
Total	25	100,0	100,0	

Gráfico 13. Pregunta 4 de la Encuesta



Interpretación:

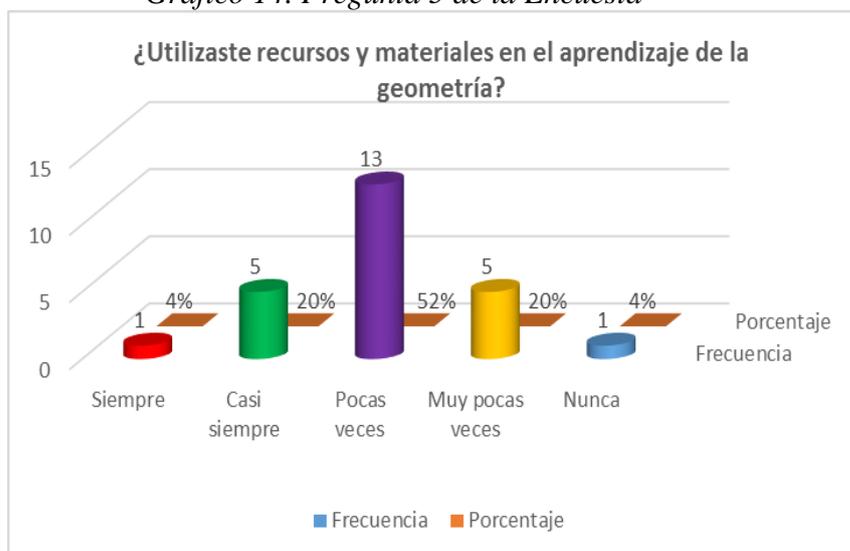
A la pregunta ¿conoces las propiedades de la ecuación de la recta? El 84% de estudiantes, que son la mayoría, afirma no conocer ninguna de las propiedades de la ecuación de la recta, asimismo hay un 12% de estudiantes que conocen algunas propiedades y un pequeño porcentaje del 4% que conocen pocas propiedades.

Pregunta 5:

Tabla 12. Pregunta 5 de la Encuesta

¿Utilizaste recursos y materiales en el aprendizaje de la geometría?				
	Frecuencia	Porcentaje	Validación Porcentual	Porcentaje acumulado
Siempre	1	4,0	4,0	4,0
Casi siempre	5	20,0	20,0	24,0
Pocas veces	13	52,0	52,0	76,0
Muy pocas veces	5	20,0	20,0	96,0
Nunca	1	4,0	4,0	100,0
Total	25	100,0	100,0	

Gráfico 14. Pregunta 5 de la Encuesta



Interpretación:

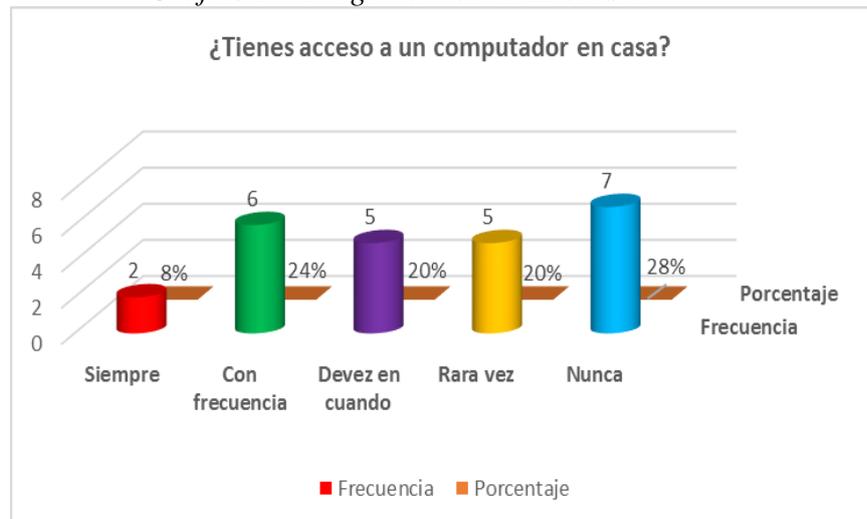
A la pregunta ¿Utilizaste recursos y materiales en el aprendizaje de la geometría? El 52% de estudiantes respondieron que pocas veces utilizaron material en el aprendizaje de la geometría, el 20% de estudiantes afirman que casi siempre utilizaron

Pregunta 6:

Tabla 13. Pregunta 6 de la Encuesta

¿Tienes acceso a un computador en casa?				
	Frecuencia	Porcentaje	Validación Porcentual	Porcentaje acumulado
Siempre	2	8,0	8,0	8,0
Con frecuencia	6	24,0	24,0	32,0
Devez en cuando	5	20,0	20,0	52,0
Rara vez	5	20,0	20,0	72,0
Nunca	7	28,0	28,0	100,0
Total	25	100,0	100,0	

Gráfico 15. Pregunta 6 de la Encuesta



Interpretación:

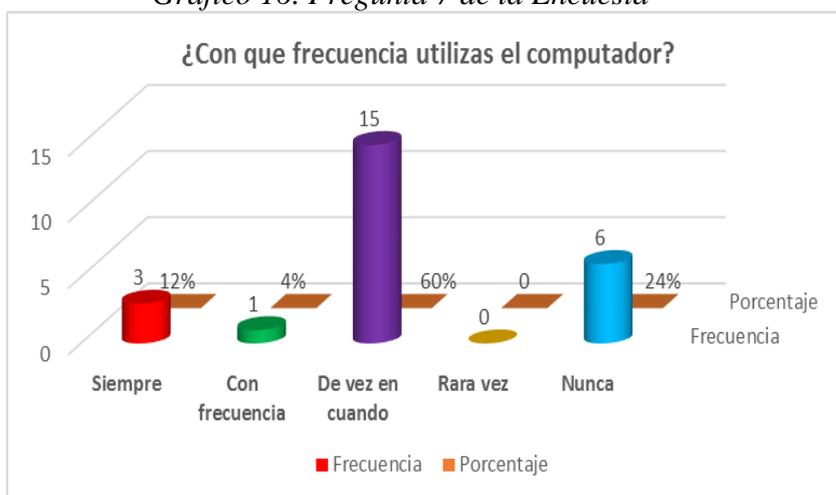
Se observa que el 28% de estudiantes nunca tienen acceso a un computador en casa, seguido por un 24% de estudiantes que afirman que tienen acceso con frecuencia a un computador en casa, y el 20% de estudiantes afirman tener acceso de vez en cuando y un porcentaje igual de estudiantes dice que rara vez tiene acceso a un computador en casa, además hay un reducido 8% de estudiantes, que afirman tener acceso siempre a un computador en casa.

Pregunta 7:

Tabla 14. Pregunta 7 de la Encuesta

¿Con que frecuencia utilizas el computador?				
	Frecuencia	Porcentaje	Validación Porcentual	Porcentaje acumulado
Siempre	3	12,0	12,0	12,0
Con frecuencia	1	4,0	4,0	16,0
De vez en cuando	15	60,0	60,0	76,0
Rara vez	0	0	0	76,0
Nunca	6	24,0	24,0	100,0
Total	25	100,0	100,0	

Gráfico 16. Pregunta 7 de la Encuesta



Interpretación:

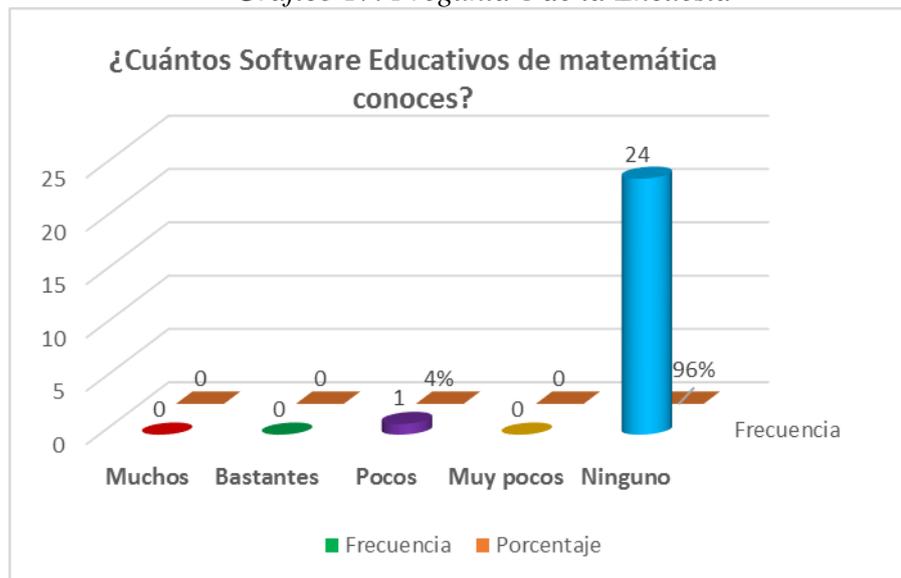
Se puede observar que el 60% de estudiantes que son la mayoría, usan el computador de vez en cuando, y hay significativo porcentaje del 24% de estudiantes que nunca han utilizado el computador, un 12% de estudiantes siempre utilizan el computador y un 4% lo utiliza con frecuencia.

Pregunta 8:

Tabla 15. Pregunta 8 de la Encuesta

¿Cuántos Software Educativos de matemática conoces?				
	Frecuencia	Porcentaje	Validación Porcentual	Porcentaje acumulado
Muchos	0	0	0	0
Bastantes	0	0	0	0
Pocos	1	4,0	4,0	4,0
Muy pocos	0	0	0	4,0
Ninguno	24	96,0	96,0	100,0
Total	25	100,0	100,0	

Gráfico 17. Pregunta 8 de la Encuesta



Interpretación:

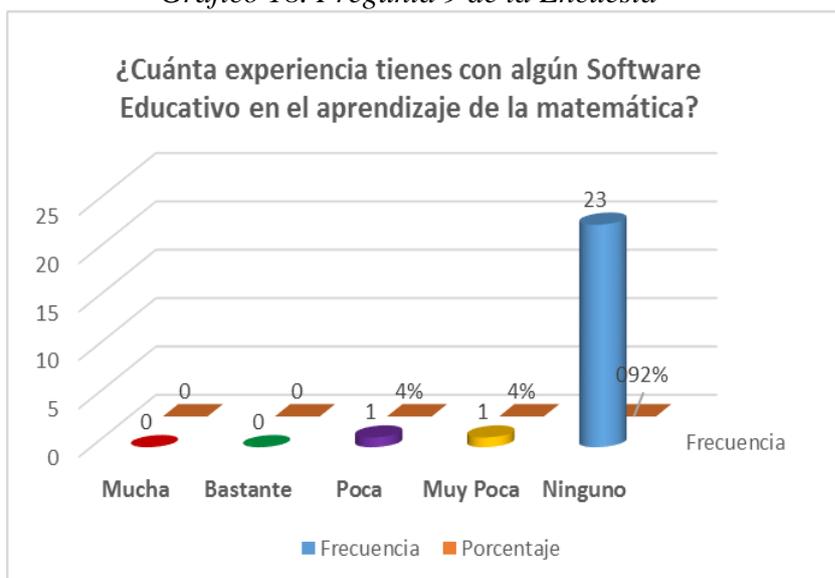
Se observa que la mayoría de estudiantes que hacen un total del 96%, no conocen ningún software educativo de matemática y un 4% de estudiantes afirman conocer pocos software educativos de matemática.

Pregunta 9:

Tabla 16. Pregunta 9 de la Encuesta

¿Cuánta experiencia tienes con algún Software Educativo en el aprendizaje de la matemática?				
	Frecuencia	Porcentaje	Validación Porcentual	Porcentaje acumulado
Mucha	0	0	0	0
Bastante	0	0	0	0
Poca	1	4,0	4,0	4,0
Muy Poca	1	4,0	4,0	8,0
Ninguno	23	92,0	92,0	100,0
Total	25	100,0	100,0	

Gráfico 18. Pregunta 9 de la Encuesta



Interpretación:

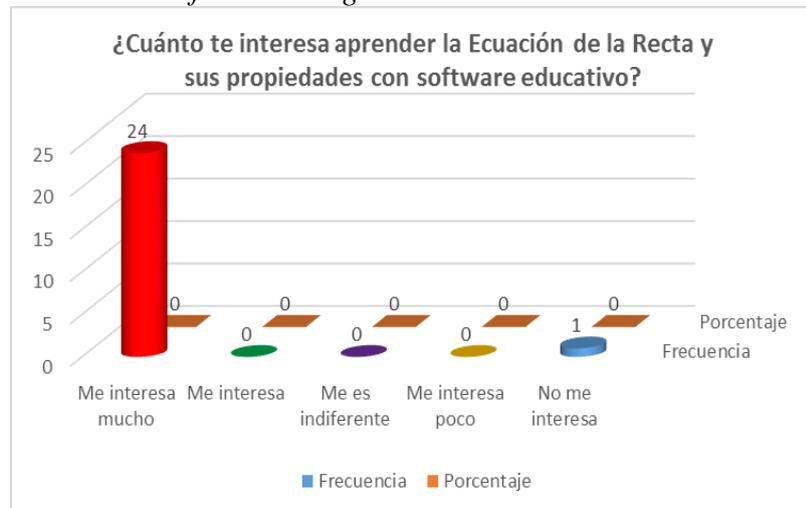
Se observa que el 92% de estudiantes, que representan a una mayoría absoluta, manifiesta nunca haber tenido experiencia con ningún software educativo en el aprendizaje de la matemática y un 4% de estudiantes manifiestan haber tenido experiencia con pocos software educativos y otro porcentaje igual manifiesta haber tenido experiencia con algunos software educativos en el aprendizaje de la matemática.

Pregunta 10:

Tabla 17. Pregunta 10 de la Encuesta

¿Cuánto te interesa aprender la Ecuación de la Recta y sus propiedades con software educativo?				
	Frecuencia	Porcentaje	Validación Porcentual	Porcentaje acumulado
Me interesa mucho	24	96,0	96,0	96,0
Me interesa	0	0	0	96,0
Me es indiferente	0	0	0	96,0
Me interesa poco	0	0	0	96,0
No me interesa	1	4,0	4,0	100,0
Total	25	100,0	100,0	

Gráfico 19. Pregunta 10 de la Encuesta



Interpretación:

Se observa que a la mayoría de estudiantes que son el 96% le interesa mucho aprender la ecuación de la recta y sus propiedades con un software educativo, sin embargo hay un mínimo porcentaje del 4% de estudiantes que manifiestan no estar interesados en el aprendizaje de la ecuación de la recta y sus propiedades con un software educativo.

4.3.1.2. Resultados de la prueba diagnóstica

La evaluación diagnóstica consta de 8 ítems sobre la capacidad de visualización matemática, se utilizó la siguiente escala de calificación para cada ítem:

Diagrama 2. Escala de calificación de los Items de la Prueba Diagnóstica

NIVEL	PUNTAJE
Inicio	0
Proceso	1
Logro	2
Destacado	3
Sobresaliente	4

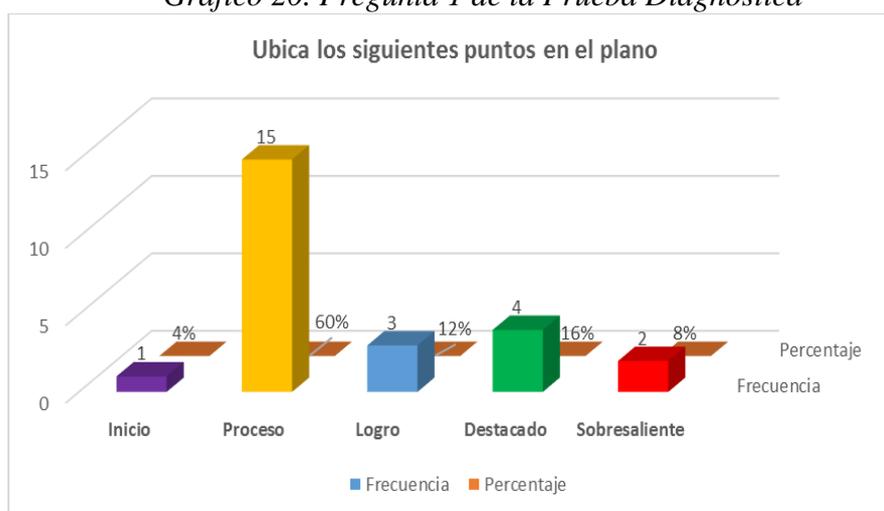
El puntaje final está dado en una escala vigesimal y se obtiene al sumar los puntos obtenidos en cada ítem.

Pregunta 1.

Tabla 18. Pregunta 1 de la Prueba Diagnóstica

Ubica los siguientes puntos en el plano:				
	Frecuencia	Porcentaje	Validacion porcentual	Porcentaje acumulado
Inicio	1	4,0	4,0	4,0
Proceso	15	60,0	60,0	64,0
Logro	3	12,0	12,0	76,0
Destacado	4	16,0	16,0	92,0
Sobresaliente	2	8,0	8,0	100,0
Total	25	100,0	100,0	

Gráfico 20. Pregunta 1 de la Prueba Diagnóstica



Interpretación:

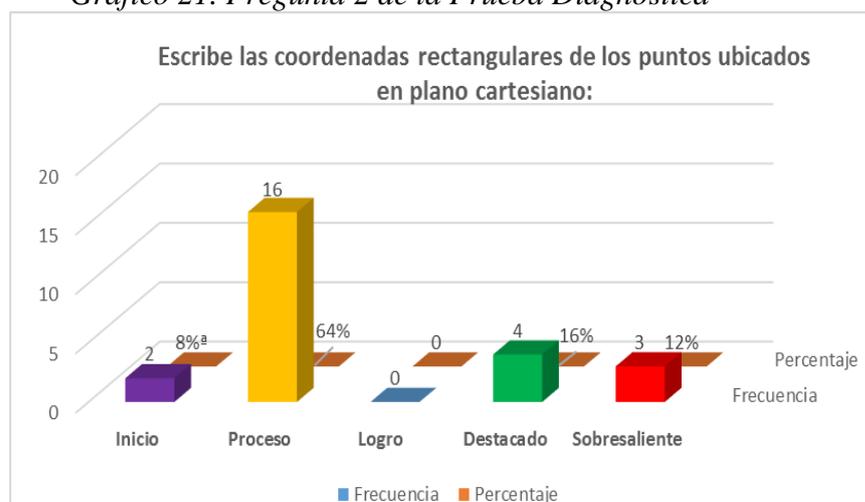
En el gráfico, se lee que el 60% de estudiantes están en el nivel de proceso pues ubican un punto en el plano, de manera correcta y el 16% está en el nivel destacado es decir que ubican 3 puntos en el plano correctamente, el 12% de estudiantes están el nivel de logro, es decir que ubicaron dos puntos en el plano, y tan solo el 8% de estudiantes están en el nivel de sobresaliente es decir ubicaron correctamente todos los puntos en el plano y hay un 4% de estudiantes que están en el nivel de inicio.

Pregunta 2.

Tabla 19. Pregunta 2 de la Prueba Diagnóstica

Escribe las coordenadas rectangulares de los puntos ubicados en plano cartesiano:				
	Frecuencia	Porcentaje	Validacion porcentual	Porcentaje acumulado
Inicio	2	8,0	8,0	8,0
Proceso	16	64,0	64,0	72,0
Logro	0	0	0	72,0
Destacado	4	16,0	16,0	88,0
Sobresaliente	3	12,0	12,0	100,0
Total	25	100,0	100,0	

Gráfico 21. Pregunta 2 de la Prueba Diagnóstica



Interpretación:

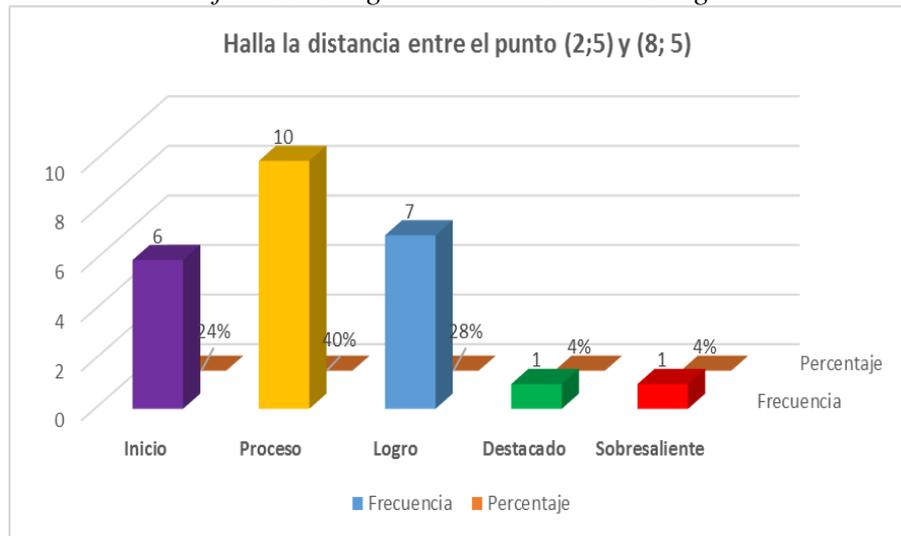
En el gráfico se observa que un 64% de estudiantes están en el nivel de proceso, es decir que escriben las coordenadas de un solo punto de manera correcta, el 16% de estudiantes se ubican en el nivel destacado, pues escriben las coordenadas de dos puntos de manera correcta, el 12 % de estudiantes se ubican en el nivel de sobresaliente, es decir escriben correctamente las coordenadas de todos los puntos, sin embargo hay un 8% de estudiantes que están en el nivel de inicio, es decir que no escribieron correctamente las coordenadas de ningún punto.

Pregunta 3.

Tabla 20. Pregunta 3 de la Prueba Diagnóstica

Halla la distancia entre el punto (2;5) y (8; 5)				
	Frecuencia	Porcentaje	Validacion porcentual	Porcentaje acumulado
Inicio	6	24,0	24,0	24,0
Proceso	10	40,0	40,0	64,0
Logro	7	28,0	28,0	92,0
Destacado	1	4,0	4,0	96,0
Sobresaliente	1	4,0	4,0	100,0
Total	25	100,0	100,0	

Gráfico 22. Pregunta 3 de la Prueba Diagnóstica



Interpretación:

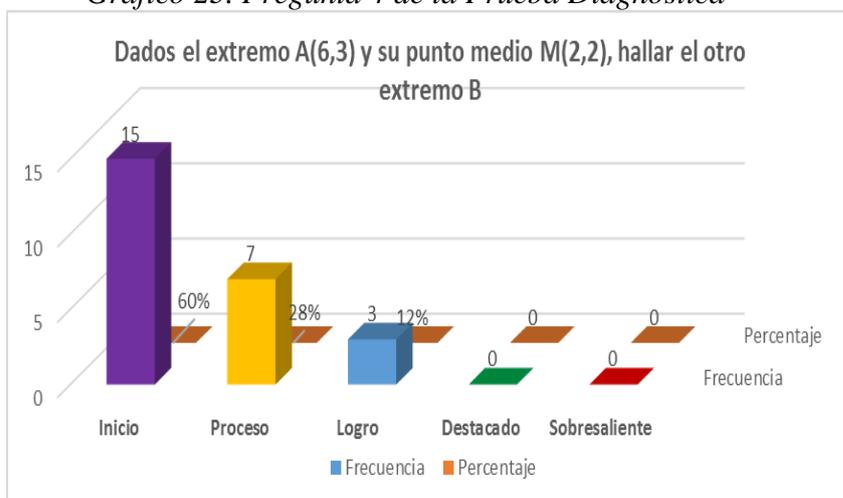
En el gráfico se observa que el 40% de estudiantes están en el nivel de proceso, porque no hallan la distancia entre dos puntos, un 28% de estudiantes están en el nivel de logro es decir que ubican puntos en el plano pero no hallan la distancia entre los puntos, el 24% de estudiantes está en el nivel de inicio es decir que no ubica los puntos ni halla la distancia entre dos puntos, y un 4% de estudiantes se ubican en el nivel de destacado y en el mismo porcentaje de estudiantes se encuentran en el nivel de sobresaliente.

Pregunta 4.

Tabla 21. Pregunta 4 de la Prueba Diagnóstica

Datos el extremo A(6,3) y su punto medio M(2,2), hallar el otro extremo B				
	Frecuencia	Porcentaje	Validacion porcentual	Porcentaje acumulado
Inicio	15	60,0	60,0	60,0
Proceso	7	28,0	28,0	88,0
Logro	3	12,0	12,0	100,0
Destacado	0	0	0	100,0
Sobresaliente	0	0	0	100,0
Total	25	100,0	100,0	

Gráfico 23. Pregunta 4 de la Prueba Diagnóstica



Interpretación:

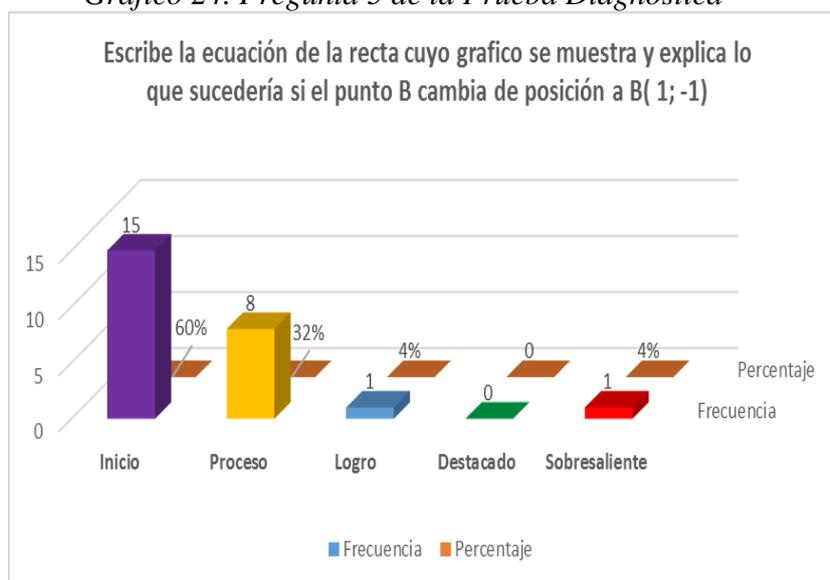
En el gráfico se observa que el 60% de estudiantes se ubican en el nivel de inicio, es decir que no tienen idea de cómo resolver el problema, un 28% de estudiantes están en el nivel de proceso, y el 12% de estudiantes están en el nivel de logro, es decir que al menos tienen claro lo que pide el problema, ubica en el plano los datos.

Pregunta 5.

Tabla 22. Pregunta 5 de la Prueba Diagnóstica

Escribe la ecuación de la recta cuyo grafico se muestra y explica lo que sucedería si el punto B cambia de posición a B(1; -1)				
	Frecuencia	Porcentaje	Validacion porcentual	Porcentaje acumulado
Inicio	15	60,0	60,0	60,0
Proceso	8	32,0	32,0	92,0
Logro	1	4,0	4,0	96,0
Destacado	0	0	0	96,0
Sobresaliente	1	4,0	4,0	100,0
Total	25	100,0	100,0	

Gráfico 24. Pregunta 5 de la Prueba Diagnóstica



Interpretación:

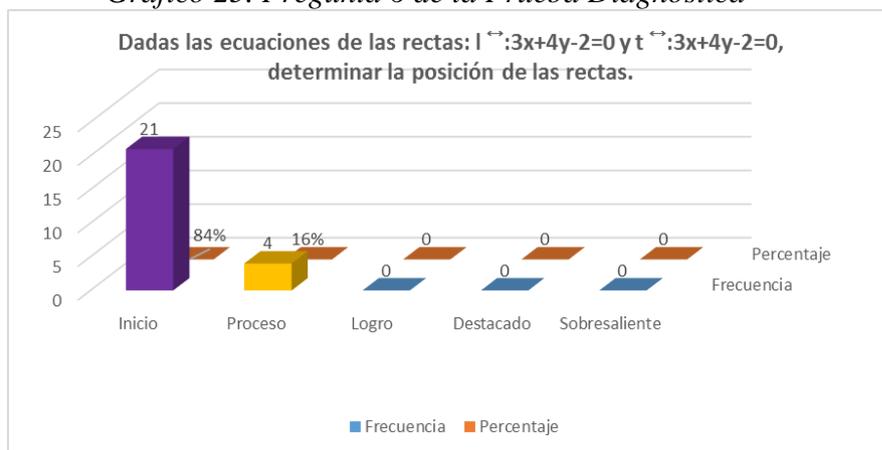
En el gráfico se observa que el 60% de los estudiantes están en el nivel de inicio, es decir que no saben cómo resolver el problema, un 32% de estudiantes por lo menos ubican los datos por lo que se ubican en el nivel de proceso, un 4% de estudiantes se ubican en el nivel de logro y un porcentaje igual se ubican en el nivel de sobresaliente es decir que resuelven el problema.

Pregunta 6.

Tabla 23. Pregunta 6 de la Prueba Diagnóstica

Dadas las ecuaciones de las rectas: $l: 3x+4y-2=0$ y $t: 3x+4y-2=0$, determinar la posición de las rectas. ↔				
	Frecuencia	Porcentaje	Validación porcentual	Porcentaje acumulado
Inicio	21	84,0	84,0	84,0
Proceso	4	16,0	16,0	100,0
Logro	0	0	0	100,0
Destacado	0	0	0	100,0
Sobresaliente	0	0	0	100,0
Total	25	100,0	100,0	

Gráfico 25. Pregunta 6 de la Prueba Diagnóstica



Interpretación:

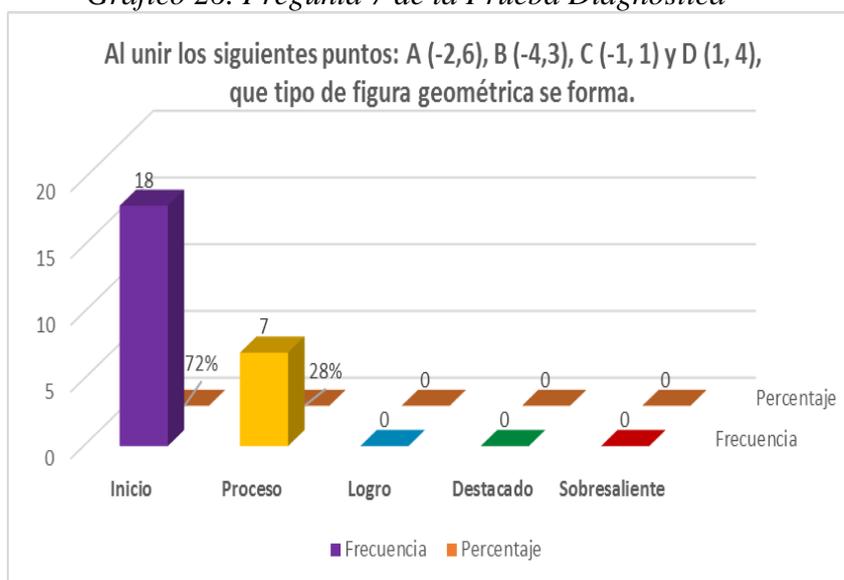
En el gráfico se observa que el 84 % de estudiantes están en el nivel de inicio, es decir que no saben cómo resolver el problema, y el 16% de estudiantes están en el nivel de proceso.

Pregunta 7.

Tabla 24. Pregunta 7 de la Prueba Diagnóstica

Al unir los siguientes puntos: A (-2,6), B (-4,3), C (-1, 1) y D (1, 4), que tipo de figura geométrica se forma.				
	Frecuencia	Porcentaje	Validacion porcentual	Porcentaje acumulado
Inicio	18	72,0	72,0	72,0
Proceso	7	28,0	28,0	100,0
Logro	0	0	0	100,0
Destacado	0	0	0	100,0
Sobresaliente	0	0	0	100,0
Total	25	100,0	100,0	

Gráfico 26. Pregunta 7 de la Prueba Diagnóstica



Interpretación:

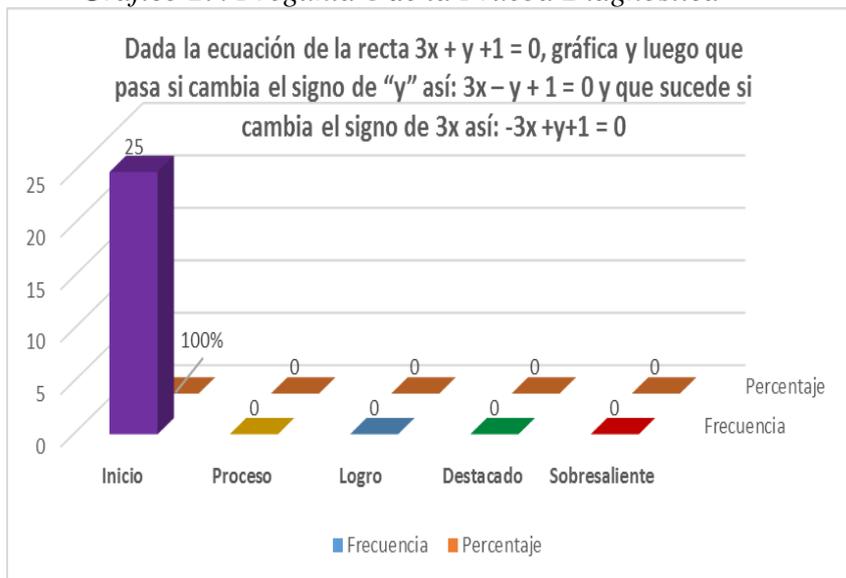
En el gráfico se observa que el 72 % de estudiantes se encuentran en el nivel de inicio, y un 28% de estudiantes se encuentran en el nivel de proceso.

Pregunta 8.

Tabla 25. Pregunta 8 de la Prueba Diagnóstica

Dada la ecuación de la recta $3x + y + 1 = 0$, gráfica y luego que pasa si cambia el signo de "y" así: $3x - y + 1 = 0$ y que sucede si cambia el signo de $3x$ así: $-3x + y + 1 = 0$				
	Frecuencia	Porcentaje	Validación porcentual	Porcentaje acumulado
Inicio	25	100,0	100,0	100,0
Proceso	0	0	0	100,0
Logro	0	0	0	100,0
Destacado	0	0	0	100,0
Sobresaliente	0	0	0	100,0
Total	25	100,0	100,0	

Gráfico 27. Pregunta 8 de la Prueba Diagnóstica



Interpretación:

En el gráfico se observa que los estudiantes en un 100% se encuentran en el nivel de inicio, es decir que ningún estudiante resuelve este problema.

4.3.1.3. Análisis reflexivo de sesiones de aprendizaje de la Práctica Pedagógica Inicial (PPI)

Se presentan los resultados obtenidos a través de las intervenciones, acompañando evidencias.

Resultados de la Práctica Pedagógica Inicial

SESIÓN N° 01: Plano cartesiano SESIÓN DE APRENDIZAJE (SA1) TEMA: Plano cartesiano

- (1) La docente saluda a los estudiantes y
- (2) comunica el propósito de la clase
- (3) la profesora indica a los estudiantes que formen 4 grandes grupos y se ubiquen al Norte, Sur, Este y oeste del aula
- (4) Se toma la idea de los puntos cardinales para introducir la idea del sistema de coordenadas
- (5) Mediante lluvia de ideas se recuperan los saberes previos: ¿Qué son cuadrantes? ¿Qué es un plano cartesiano? ¿Qué es un par ordenado?
- (6) En forma grupal construyen en papelotes un plano cartesiano;
- (7) Los estudiantes observan para indicar sus cuadrantes,
- (8) Los estudiantes ubican pares ordenados
- (9) La docente indica pegar los papelógrafos, para que todos los observen.
- (10) La profesora en la pizarra explica y desarrolla los conceptos de plano cartesiano,
- (11) Ubica puntos en el plano y define lo que es un par ordenado,
- (12) Y pide a los estudiantes que observen sus trabajos y determinen si son correctos.
- (13) Los estudiantes atienden las explicaciones y toman nota.
- (14) Los estudiantes elaboran un plano cartesiano y ubican los vértices de figuras geométricas para determinar perímetros y áreas.
- (15) La docente entrega una ficha de trabajo y los estudiantes en forma individual determinan el perímetro y área de figuras geométricas, algunos comparten sus respuestas en la pizarra.
- (16) los estudiantes atienden las explicaciones y toman nota.

- (17) Los estudiantes guiados por el docente reflexionan sobre sus aprendizajes respondiendo a las siguientes preguntas:
- (18) ¿Cómo se construye un plano cartesiano?
- (19) Los estudiantes responden que se deben trazar dos rectas perpendiculares, una horizontal y la otro vertical.
- (20) ¿Qué componentes tiene un par ordenado?
- (21) Los estudiantes responden que tienen una componente “x” y otra componente “Y”
- (22) ¿Cómo se halla la distancia entre dos puntos?
- (23) Aplicando la fórmula: $D = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$)
- (24) ¿Cuál es el proceso para hallar el área de un polígono conociendo sus vértices?
- (25) Los estudiantes responden que se copian las coordenadas una debajo de la otra y se copia en la parte de abajo nuevamente la primera de las coordenadas y se multiplican en diagonal, se suman los resultados en ambos lados y finalmente se restan los resultados y la respuesta es el valor absoluto de dicha diferencia.
- (26) El docente sintetiza las respuestas de los alumnos.

Codificación

Leyenda de abreviaturas para nombrar categorías y subcategorías.

Metodología con el uso del GeoGebra (MGS1)

Motivación (MOS1)

Recursos y materiales en el GeoGebra (RMS1)

Construcción del conocimiento (CCS1)

Visualización matemática (VMS1)

Identificación Visual (IVS1)

Conservación de la percepción (CPS1)

Percepción de las posiciones en el espacio (PPES1)

Percepción de las relaciones espaciales (PRES1)

Discriminación visual (DVS1)

Memoria Visual (MVS1)

Resultados de la sesión N° 01

Tabla 26. Resultados de análisis de la sesión N° 01 de la PPI

Categorías	Sub categorías	Unidades de Análisis	Ideas Núcleo	Resultados
Metodología con el uso del GeoGebra (MGS1)	Motivación (MOS1)	(1,2) (3,4,5,6)	<ul style="list-style-type: none"> ▪ La docente saluda a los estudiantes y comunica el propósito de la clase, los aprendizajes que los estudiantes deben lograr. ▪ La docente mediante preguntas recupera saberes previos. 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ La docente crea un ambiente adecuado, mediante el saludo y el dar a conocer el propósito de la clase, seguidamente recupera saberes previos de plano cartesiano y par ordenado mediante preguntas.
	Recursos, Materiales y GeoGebra (RMS1)	(6, 15, 16)	<ul style="list-style-type: none"> ▪ La docente utiliza recursos como la pizarra, los papelógrafos, plumones. ▪ La docente utiliza una ficha de trabajo que permita reforzar los aprendizajes de los estudiantes. 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ La docente utiliza una ficha de aprendizaje que le permite a la docente organizar y orientar el aprendizaje de los estudiantes.
	Construcción del conocimiento (CCS1)	(10, 12 17)	<ul style="list-style-type: none"> ▪ La docente explica el tema del plano cartesiano y par ordenado, los estudiantes prestan atención y participan activamente, de este modo van construyendo sus aprendizajes. 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Mediante la explicación de la docente y la participación activa de los estudiantes se logra la construcción del conocimiento.
Visualización Matemática (AMS2)	Identificación visual (IVS1)	(7, 8, 19)	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Los estudiantes al elaborar un plano cartesiano, ubicar algunos puntos en el mismo, hacen uso de su capacidad de identificación visual. 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Los estudiantes al elaborar un plano cartesiano, ubicar algunos puntos en el mismo, hacen uso de su capacidad de identificación visual.
	Conservación de la percepción (CPS1)	(5, 6, 7,8)	<ul style="list-style-type: none"> ▪ El estudiante al elaborar un plano cartesiano, identificar los cuadrantes, al ubicar puntos en el plano los estudiantes hacen uso de su conservación de la percepción. 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ El estudiante al elaborar un plano cartesiano, identificar los cuadrantes, al ubicar puntos en el plano los estudiantes hacen uso de su conservación de la percepción.

percepción de posiciones en el espacio (PPES1)	(14)	<ul style="list-style-type: none"> Los estudiantes ubican los vértices de polígonos en el plano cartesiano, para hallar los perímetros. 	<ul style="list-style-type: none"> Los estudiantes ubican los vértices de polígonos en el plano cartesiano, para hallar los perímetros.
Percepción de las relaciones espaciales (PRES1)		No se evidencia	No se evidencia
Memoria Visual (MVS1)	(21, 23, 25)	<ul style="list-style-type: none"> Los estudiantes al responder preguntas sobre temas desarrollados, como par ordenado, distancia entre dos puntos, hacen uso de su memoria visual 	<ul style="list-style-type: none"> Los estudiantes al responder preguntas sobre temas desarrollados, como par ordenado, distancia entre dos puntos, hacen uso de su memoria visual
Discriminación visual (DVS1)		<ul style="list-style-type: none"> No se evidencia 	<ul style="list-style-type: none"> No se evidencia

SESIÓN N° 02:

Distancia entre dos puntos y punto medio

SESIÓN DE APRENDIZAJE (SA2)

TEMA: Distancia entre dos puntos y punto medio

- (1) La docente saluda a los estudiantes y
- (2) comunica el propósito de la clase
- (3) la docente recupera saberes previos mediante las siguientes preguntas:
- (4) ¿Cuál es la fórmula para hallar distancia entre dos puntos?
- (5) ¿Cómo se halla el perímetro y área de un polígono conociendo las coordenadas de sus vértices?
- (6) El docente anota las respuestas de los estudiantes.
- (7) Seguidamente formula la pregunta desequilibrante:
- (8) Conociendo las medidas de los lados de un polígono puedo determinar su clasificación?
- (9) Algunos estudiantes dicen que si se puede y otros dicen que no se puede
- (10) La docente explica de manera clara como hallar la distancia entre dos puntos, punto medio de un segmento, y en los polígonos como hallar su perímetro.

- (11) El docente indica la formación de grupos de 4 estudiantes cada uno y les entrega una ficha de trabajo asignándoles 2 problemas por grupo, para la exposición,
- (12) La docente selecciona ejercicios similares en donde unos difieren de los otros solo por los números, para fijar la formula y el aprendizaje del tema.
- (13) El docente guía el trabajo de los estudiantes mediante el constante monitoreo.
- (14) Los estudiantes exponen los problemas asignados,
- (15) la docente refuerza y aclara dudas.
- (16) Los estudiantes reflexionan sobre sus aprendizajes respondiendo a las siguientes preguntas:
- (17) La docente pregunta: ¿Qué aprendimos?
- (18) Los estudiantes responden: la distancia entre dos puntos y punto medio
- (19) La docente pide que los estudiantes relaten su proceso de aprendizaje
- (20) Luego pregunta cómo se sintieron?
- (21) La docente sintetiza las respuestas de los alumnos

Codificación

Leyenda de abreviaturas para nombrar categorías y subcategorías.

Metodología con el uso del GeoGebra (MGS2)

Motivación (MOS2)

Recursos y materiales en el GeoGebra (RMS2)

Construcción del conocimiento (CCS2)

Visualización matemática (VMS2)

Identificación Visual (IVS2)

Conservación de la percepción (CPS2)

Percepción de las posiciones en el espacio (PPES2)

Percepción de las relaciones espaciales (PRES2)

Discriminación visual (DVS2)

Memoria Visual (MVS2)

Resultados de la sesión N° 02

Tabla 27. Resultados de análisis de la sesión N° 02 de la PPI

Categorías	Sub categorías	Unidades de Análisis	Ideas Núcleo	Resultados
Metodología con el uso del GeoGebra (MGS2)	Motivación (MOS2)	(1,2) (3,4,5,6) (7,8,9)	<ul style="list-style-type: none"> ▪ La docente saluda y comunica el propósito de la sesión de aprendizaje. ▪ La docente mediante preguntas recupera saberes previos de distancia entre dos puntos y punto medio. ▪ La docente plantea la pregunta desequilibrante para genera interés por el aprendizaje. 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ La docente crea un clima adecuado de respeto, de dar y mediante preguntas recupera saberes previos sobre distancia entre dos puntos, y para crear expectativa e interés en los estudiantes, plantea la pregunta desequilibrante
	Recursos, Materiales y GeoGebra (RMS2)	(12, 14)	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Los estudiantes trabajan con una ficha de trabajo, que contiene ejercicios de reforzamiento y de aplicación de lo aprendido. 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Los estudiantes trabajan con una ficha de trabajo, que contiene ejercicios de reforzamiento y de aplicación de lo aprendido.
	Construcción del conocimiento (CCS2)	(3,7, 10, 12, 13)	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Las estrategias que utiliza la docente a lo largo de la sesión de aprendizaje tiene como objeto facilitar la construcción de los aprendizajes de los estudiantes, tales estrategias se basan en explicaciones claras de distancia entre dos puntos y punto medio. 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Las estrategias que utiliza la docente a lo largo de la sesión de aprendizaje se basan en explicaciones claras, de distancia entre dos puntos y punto medio, con el objeto de facilitar la construcción de los aprendizajes de los estudiantes.

Visualización Matemática (AMS2)	Identificación visual (IVS2)	(13, 17)	<ul style="list-style-type: none"> Los estudiantes desarrollan los ejercicios propuestos, porque todos son similares y los estudiantes, en este caso hacen uso de su capacidad de identificación visual. 	<ul style="list-style-type: none"> Los estudiantes desarrollan los ejercicios propuestos, porque todos son similares y los estudiantes, en este caso hacen uso de su capacidad de identificación visual.
	Conservación de la percepción (CPS2)	(15, 19)	<ul style="list-style-type: none"> Los estudiantes al hacer sus exposiciones hacen uso de la conservación de la percepción. 	<ul style="list-style-type: none"> Los estudiante hace uso de la conservación de la percepción, al darse cuenta que si se le cambia de coordenadas a un punto su ubicación el en plano cartesiano no es la misma
	percepción de posiciones en el espacio (PPES2)		No se evidencia	No se evidencia
	Percepción de las relaciones espaciales (PRES2)		No se evidencia	No se evidencia
	Memoria Visual (MVS2)	(4, 5, 18,	<ul style="list-style-type: none"> Al responder preguntas planteadas por la docente hacen uso de su memoria visual 	<ul style="list-style-type: none"> Al responder preguntas planteadas por la docente hacen uso de su memoria visual
	Discriminación visual (DVS2)		<ul style="list-style-type: none"> No se evidencia 	<ul style="list-style-type: none"> No se evidencia

SESIÓN N° 03: Pendiente de una recta

SESIÓN DE APRENDIZAJE (SA3)

TEMA: Pendiente de una recta

- (1) La docente saluda a los estudiantes y
- (2) comunica el propósito de la clase
- (3) La docente presenta a los alumnos imágenes de casas construidas en colinas y autos subiendo una cuesta:
- (4) ¿Qué se puede afirmar de la cuesta con respecto a la horizontal?
- (5) ¿Que forma la cuesta con la horizontal?
- (6) La docente anota las respuestas de los estudiantes

- (7) Crees que se podrá determinar la inclinación de la cuesta o de la colina?
- (8) La docente explica en la pizarra y con ejemplos el ángulo de inclinación y la pendiente de una recta y la naturaleza de una recta según su pendiente.
- (9) Los estudiantes toman nota en sus cuadernos.
- (10) La docente entrega una ficha de trabajo e indica que se resuelva en parejas.
- (11) En la ficha los estudiantes desarrollan ejercicios de cálculo de pendiente y determinan si corresponden a pendientes de rectas crecientes o decrecientes.
- (12) Los estudiantes resuelven problemas de pendientes, dados un punto, la pendiente y la ordenada o la abscisa del otro, donde calcula la ordenada o la abscisa faltante.
- (13) Los estudiantes exponen algunos de los problemas de la ficha, el docente refuerza y aclara dudas.
- (14) La docente mediante la interacción docente alumno sintetiza los contenidos desarrollados.

Codificación

Leyenda de abreviaturas para nombrar categorías y subcategorías.

Metodología con el uso del GeoGebra (MGS3)

Motivación (MOS3)

Recursos y materiales en el GeoGebra (RMS3)

Construcción del conocimiento (CCS3)

Visualización matemática (VMS3)

Identificación Visual (IVS3)

Conservación de la percepción (CPS3)

Percepción de las posiciones en el espacio (PPES3)

Percepción de las relaciones espaciales (PRES3)

Discriminación visual (DVS3)

Memoria Visual (MVS3)

Resultados de la sesión N° 03

Tabla 28. Resultados de análisis de la sesión N° 03 de la PPI

Categorías	Sub categorías	Unidades de Análisis	Ideas Núcleo	Resultados
Metodología con el uso del GeoGebra (MGS3)	Motivación (MOS3)	(1,2)	<ul style="list-style-type: none"> La docente saluda y comunica el propósito de la sesión de aprendizaje. 	<ul style="list-style-type: none"> La docente a partir de situaciones reales recuperan saberes previos de los estudiantes, sobre ángulo de inclinación y para motivar el aprendizaje les plantea la pregunta desequilibrante.
		(3,4,5,6)	<ul style="list-style-type: none"> A través de imágenes de situaciones reales, la docente recupera saberes previos de los estudiantes, a cerca de ángulo de inclinación. Para motivar el aprendizaje de los estudiantes la docente plantea la pregunta que genera el conflicto cognitivo. 	
		(7)	<ul style="list-style-type: none"> La docente trabaja con una ficha que contiene ejercicios y problemas de reforzamiento. 	
	Recursos, Materiales y GeoGebra (RMS3)	(10, 11, 13)	<ul style="list-style-type: none"> La docente trabaja con una ficha que contiene ejercicios y problemas de reforzamiento. 	<ul style="list-style-type: none"> La docente trabaja con una ficha que contiene ejercicios y problemas de reforzamiento.
	Construcción del conocimiento (CCS3)	(8, 9, 14)	<ul style="list-style-type: none"> La docente busca estrategias para que la explicación del tema sea clara y comprensible 	<ul style="list-style-type: none"> La docente busca estrategias para que la explicación del tema sea clara y comprensible.
Visualización Matemática (AMS3)	Identificación visual (IVS3)	(3, 4, 5)	<ul style="list-style-type: none"> Mediante las respuestas a las preguntas planteadas por la docente, los estudiantes hacen uso de su habilidad de identificación visual. 	<ul style="list-style-type: none"> Mediante las respuestas a las preguntas planteadas por la docente, los estudiantes hacen uso de su habilidad de identificación visual.
	Conservación de la percepción (CPS3)	(8,9)	<ul style="list-style-type: none"> El estudiante se logra darse cuenta de que si se cambia el signo a la pendiente su representación genera una recta distinta de creciente cambia a decreciente y viceversa. 	<ul style="list-style-type: none"> El estudiante se logra darse cuenta de que si se cambia el signo a la pendiente su representación genera una recta distinta de creciente cambia a decreciente y viceversa.

	percepción de posiciones en el espacio (PPES3)	(7, 11, 12)	El estudiante calcula la pendiente de una recta y analiza si corresponde a una recta creciente o decreciente, haciendo uso de su capacidad de percepción de posiciones en el espacio	El estudiante calcula la pendiente de una recta y analiza si corresponde a una recta creciente o decreciente, haciendo uso de su capacidad de percepción de posiciones en el espacio
	Percepción de las relaciones espaciales (PRES3)		No se evidencia	No se evidencia
	Memoria Visual (MVS3)	(13)	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Para exponer sus ejercicios los estudiantes hacen uso de su memoria visual. 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Para exponer sus ejercicios los estudiantes hacen uso de su memoria visual.
	Discriminación visual (DVS3)		<ul style="list-style-type: none"> ▪ No se evidencia 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ No se evidencia

SESIÓN N° 04: Ecuación de la recta
SESIÓN DE APRENDIZAJE (SA4)
TEMA: Ecuación de la recta

- (1) La docente saluda a los estudiantes y
- (2) La docente da a conocer los aprendizajes esperados que tiene como meta lograr
- (3) La docente realiza la representación de una recta en el plano cartesiano y pide a los estudiantes que la observen y respondan:
- (4) ¿En la recta observada podemos determinar su pendiente?
- (5) ¿Podemos identificar uno de sus puntos?
- (6) ¿Crees que esta recta tendrá una representación algebraica?
- (7) La docente anota las respuestas de los estudiantes.
- (8) La docente desarrolla ejemplos sobre ecuación de la recta conociendo un punto y su pendiente y conociendo dos de sus puntos.
- (9) Los estudiantes toman nota de los contenidos desarrollados.

- (10) La docente entrega las fichas de trabajo e indica que se desarrolle en parejas.
- (11) La docente guía el trabajo de los estudiantes mediante el constante monitoreo.
- (12) Los estudiantes exponen los problemas asignados, el docente refuerza y aclara dudas.
- (13) Los estudiantes reflexionan sobre sus aprendizajes respondiendo a las siguientes preguntas:
- (14) ¿Qué aprendimos?
- (15) Relata la secuencia de tu aprendizaje
- (16) Como te sentiste en tu proceso de aprendizaje?
- (17) La docente cierra la sesión reforzando las ideas

Codificación

Leyenda de abreviaturas para nombrar categorías y subcategorías.

Metodología con el uso del GeoGebra (MGS4)

Motivación (MOS4)

Recursos y materiales en el GeoGebra (RMS4)

Construcción del conocimiento (CCS4)

Visualización matemática (VMS4)

Identificación Visual (IVS4)

Conservación de la percepción (CPS4)

Percepción de las posiciones en el espacio (PPES4)

Percepción de las relaciones espaciales (PRES4)

Discriminación visual (DVS4)

Memoria Visual (MVS4)

Resultados de la sesión N° 04

Tabla 29. Resultados de análisis de la sesión N° 04 de la PPI

Categorías	Sub categorías	Unidades de Análisis	Ideas Núcleo	Resultados
Metodología con el uso del GeoGebra (MGS4)	Motivación (MOS4)	(1,2) (3,4,5) (6, 7)	<ul style="list-style-type: none"> ▪ La docente saluda y comunica el propósito de la sesión de aprendizaje. ▪ La docente plantea una situación problemática y mediante preguntas sobre la misma recupera saberes previos sobre pendiente, puntos en la recta. ▪ Plantea la pregunta desequilibrante sobre la representación algebraica de la recta. 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ La docente inicia la sesión creando un clima adecuado, saludando y dando a conocer el propósito de la clase, seguidamente para recuperar saberes previos formula preguntas que el estudiante responde y para motivar el aprendizaje, plantea la pregunta desequilibrante sobre la representación algebraica de la recta.
	Recursos, Materiales y GeoGebra (RMS4)	(3, 9, 10)	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Los recursos utilizados por la docente son, la pizarra, plumones, y los estudiantes utilizan el cuaderno de apuntes y la ficha de trabajo. 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Los recursos utilizados por la docente son, la pizarra, plumones, y los estudiantes utilizan el cuaderno de apuntes y la ficha de trabajo.
	Construcción del conocimiento (CCS4)	(3, 7, 8, 9, 17)	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Las estrategias usadas por la docente en la construcción del aprendizaje, son básicamente en función a preguntas para recuperar saberes previos y anotar las respuestas de los estudiantes y la 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Las estrategias usadas por la docente en la construcción del aprendizaje, son básicamente en función a preguntas para recuperar saberes previos y anotar las respuestas de los estudiantes y la explicación clara del tema y por su parte

			explicación clara del tema y por su parte los estudiantes escuchan atentamente y toman nota en sus cuadernos.	los estudiantes escuchan atentamente y toman nota en sus cuadernos.
Visualización Matemática (AMS4)	Identificación visual (IVS4)	(4, 5)	<ul style="list-style-type: none"> Al responder a las preguntas planteadas por la docente los estudiantes hacen uso de su capacidad de identificación visual. 	<ul style="list-style-type: none"> Al responder a las preguntas planteadas por la docente los estudiantes hacen uso de su capacidad de identificación visual.
	Conservación de la percepción (CPS4)	(12)	<ul style="list-style-type: none"> Los estudiantes al realizar las exposiciones de sus trabajos hacen uso de su capacidad de conservación de la percepción, pues deben recordar todo el proceso de resolución y además lo explican. 	<ul style="list-style-type: none"> Los estudiantes al realizar las exposiciones de sus trabajos hacen uso de su capacidad de conservación de la percepción, pues deben recordar todo el proceso de resolución y además lo explican.
	percepción de posiciones en el espacio (PPES4)		No se evidencia	No se evidencia
	Percepción de las relaciones espaciales (PRES4)		No se evidencia	No se evidencia
	Memoria Visual (MVS4)	(14, 15)	<ul style="list-style-type: none"> Al reflexionar sobre sus aprendizajes los estudiantes deben recordar procesos, es decir recurren al uso de su memoria visual. 	<ul style="list-style-type: none"> Al reflexionar sobre sus aprendizajes los estudiantes deben recordar procesos, es decir recurren al uso de su memoria visual.
	Discriminación visual (DVS4)		<ul style="list-style-type: none"> No se evidencia 	<ul style="list-style-type: none"> No se evidencia

SESIÓN N° 05: Ecuación ordinaria y general de la recta
SESIÓN DE APRENDIZAJE (SA5)
TEMA: Ecuación ordinaria y general de la recta

- (1) La docente saluda a los estudiantes y
- (2) La docente da a conocer los aprendizajes esperados que tiene como meta lograr
- (3) La docente plantea las siguientes interrogantes:
- (4) Que pasaría en el caso punto pendiente si una de las coordenadas del punto es cero como quedaría la ecuación de la recta?
- (5) De que otra forma se podrá expresar la ecuación de la recta?
- (6) La docente anota las respuestas de los estudiantes

- (7) La docente indica a los estudiantes, elaborar un organizador visual en su cuaderno de la ecuación de la recta conociendo un intercepto, dos intercepto y la ecuación general de la recta.
- (8) La docente mediante la interacción docente alumno refuerza los contenidos desarrollados por los estudiantes en sus organizadores visuales.
- (9) La docente plantea y resuelve problemas como ejemplos.
- (10) Los estudiantes desarrollan los problemas planteados en su texto sobre ecuación de la recta.
- (11) La docente guía el trabajo de los estudiantes mediante el constante monitoreo.
- (12) Algunos estudiantes exponen la solución de problemas asignados, el docente refuerza y aclara dudas.
- (13) Los estudiantes reflexionan sobre sus aprendizajes respondiendo a las siguientes preguntas:
- (14) ¿Qué aprendimos?
- (15) Relata la secuencia de tu aprendizaje
- (16) Como te sentiste en tu proceso de aprendizaje?
- (17) La docente cierra la sesión reforzando las ideas

Codificación

Leyenda de abreviaturas para nombrar categorías y subcategorías.

Metodología con el uso del GeoGebra (MGS5)

Motivación (MOS5)

Recursos y materiales en el GeoGebra (RMS5)

Construcción del conocimiento (CCS5)

Visualización matemática (VMS5)

Identificación Visual (IVS5)

Conservación de la percepción (CPS5)

Percepción de las posiciones en el espacio (PPES5)

Percepción de las relaciones espaciales (PRES5)

Discriminación visual (DVS5)

Memoria Visual (MVS5)

Resultados de la sesión N° 05

Tabla 30. Resultados de análisis de la sesión N° 05 de la PPI

Categorías	Sub categorías	Unidades de Análisis	Ideas Núcleo	Resultados
Metodología con el uso del GeoGebra (MGS5)	Motivación (MOS5)	(1,2) (3,4,5,6)	<ul style="list-style-type: none"> ▪ La docente saluda y comunica el propósito de la sesión de aprendizaje. ▪ La docente formula preguntas sobre ecuación, punto pendiente y ¿de qué otra forma se puede expresar la ecuación de la recta?, que sería la pregunta desequilibrante. 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ La docente comunica el propósito de la clase, mediante situaciones conocidas por el estudiante y preguntas recupera saberes previos y también plantea la pregunta que genera el conflicto cognitivo con lo que despierta el interés del estudiante.
	Recursos, Materiales y GeoGebra (RMS5)	(7, 10)	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Los estudiantes usan como recursos en su aprendizaje, su cuaderno de trabajo y su texto. 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Los estudiantes usan como recursos en su aprendizaje, su cuaderno de trabajo y su texto.
	Construcción del conocimiento (CCS5)	(7, 8, 9, 11)	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Las estrategias utilizadas por la docente, como elaboración de organizadores visuales, 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Las estrategias utilizadas por la docente, como elaboración de organizadores

			por los estudiantes y la explicación de aclaración y refuerzo permiten facilitar la construcción de los aprendizajes de los estudiantes.	visuales, por los estudiantes y la explicación de aclaración y refuerzo permiten facilitar la construcción de los aprendizajes de los estudiantes.
Visualización Matemática (AMS5)	Identificación visual (IVS5)	(10)	<ul style="list-style-type: none"> Los estudiantes determinan la ecuación de la recta conociendo sus interceptos y la ecuación general de la recta. 	<ul style="list-style-type: none"> Los estudiantes determinan la ecuación de la recta conociendo sus interceptos y la ecuación general de la recta.
	Conservación de la percepción (CPS5)	(4, 5, 6)	<ul style="list-style-type: none"> Para responder las preguntas planteadas el estudiante aplica lo aprendido anteriormente a esta nueva situación, 	<ul style="list-style-type: none"> Para responder las preguntas planteadas el estudiante aplica lo aprendido anteriormente a esta nueva situación,
	percepción de posiciones en el espacio (PPES5)	(7)	Los estudiantes para elaborar un organizador visual, identifican los casos de las ecuaciones de rectas conociendo sus interceptos y ecuación general de la recta y sus características.	Los estudiantes para elaborar un organizador visual, identifican los casos de las ecuaciones de rectas conociendo sus interceptos y ecuación general de la recta y sus características.
	Percepción de las relaciones espaciales (PRES5)		No se evidencia	No se evidencia
	Memoria Visual (MVS5)	(14, 15)	<ul style="list-style-type: none"> Los estudiantes para responder la pregunta ¿que aprendimos?, debe recordar lo aprendido y organizar sus recuerdos y para ello hace uso de su memoria visual. 	<ul style="list-style-type: none"> Los estudiantes para responder la pregunta ¿que aprendimos?, debe recordar lo aprendido y organizar sus recuerdos y para ello hace uso de su memoria visual.
	Discriminación visual (DVS5)		<ul style="list-style-type: none"> No se evidencia 	<ul style="list-style-type: none"> No se evidencia

4.3.2 Resultados de la intervención en la Práctica Pedagógica y de los logros de los estudiantes.

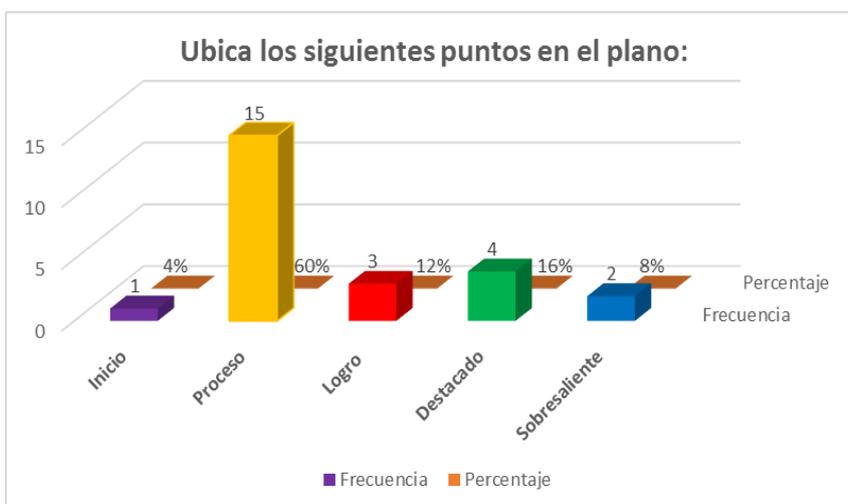
4.3.2.1. Resultados de la prueba final

Pregunta 1

Tabla 31. Pregunta 1 de la prueba de salida

Ubica los siguientes puntos en el plano:				
	Frecuencia	Porcentaje	Validacion porcentual	Porcentaje acumulado
Inicio	1	4,0	4,0	4,0
Proceso	15	60,0	60,0	64,0
Logro	3	12,0	12,0	76,0
Destacado	4	16,0	16,0	92,0
Sobresaliente	2	8,0	8,0	100,0
Total	25	100,0	100,0	

Gráfico 28: Pregunta 1 de la Prueba de Salida



Interpretación:

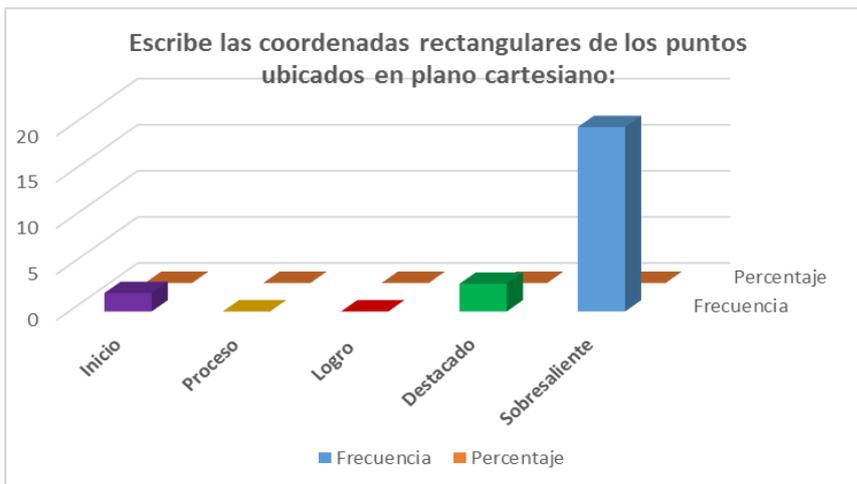
A la situación planteada ubica los puntos en el plano, un 12% de estudiantes obtienen la calificación de logro, un 4% de estudiantes obtienen destacado en esta pregunta y un 84% de estudiantes obtuvieron sobresaliente.

Pregunta 2

Tabla 32: Pregunta 2 de la Prueba de Salida

Escribe las coordenadas rectangulares de los puntos ubicados en plano cartesiano:				
	Frecuencia	Porcentaje	Validacion porcentual	Porcentaje acumulado
Inicio	2	8,0	8,0	8,0
Proceso	0	0	0	8,0
Logro	0	0	0	8,0
Destacado	3	12,0	12,0	20,0
Sobresaliente	20	80,0	80,0	100,0
Total	25	100,0	100,0	

Gráfico 29 Pregunta 2 de la Prueba de Salida



Interpretación:

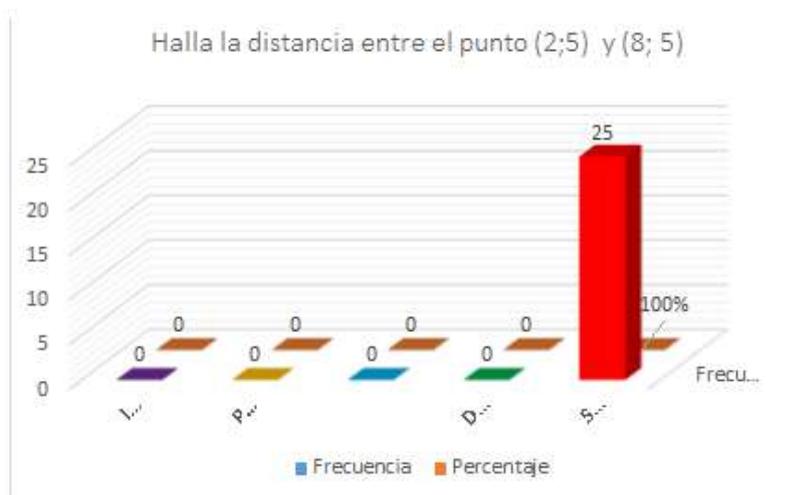
Se observa que un 80 % de estudiantes que conforman la mayoría de estudiantes lograron un sobresaliente en la pregunta n° 2 de la prueba de salida, así mismo un 12% de estudiantes obtuvieron destacado y un 4% de estudiantes que son una minoría están en proceso de inicio, es decir que no saben escribir las coordenadas rectangulares de un punto.

Pregunta 3

Tabla 33 Pregunta 3 de la Prueba de Salida

Halla la distancia entre el punto (2;5) y (8; 5)				
	Frecuencia	Porcentaje	Validacion porcentual	Porcentaje acumulado
Inicio	0	0	0	0
Proceso	0	0	0	0
Logro	0	0	0	0
Destacado	0	0	0	0
Sobresaliente	25	100,0	100,0	100,0
Total	25	100,0	100,0	

Gráfico 30: Pregunta 3 de la Prueba de Salida



Interpretación:

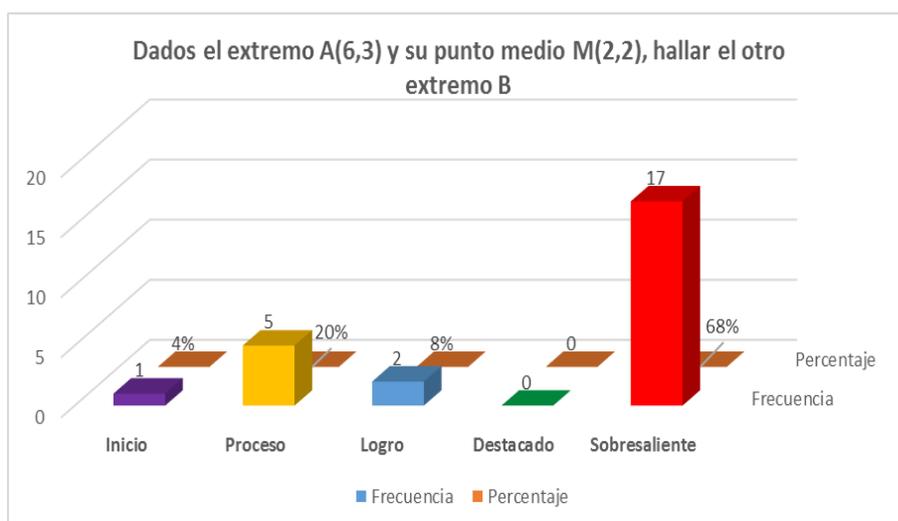
Se observa que el 100% de los estudiantes aprendieron a hallar la distancia entre dos puntos, obteniendo una calificación de sobresaliente en este Ítem.

Pregunta 4

Tabla 34: Pregunta 4 de la Prueba de Salida

Dados el extremo A(6,3) y su punto medio M(2,2), hallar el otro extremo B				
	Frecuencia	Porcentaje	Validacion porcentual	Porcentaje acumulado
Inicio	1	4,0	4,0	4,0
Proceso	5	20,0	20,0	24,0
Logro	2	8,0	8,0	32,0
Destacado	0	0	0	32,0
Sobresaliente	17	68,0	68,0	100,0
Total	25	100,0	100,0	

Gráfico 31 Pregunta 4 de la Prueba de Salida



Interpretación:

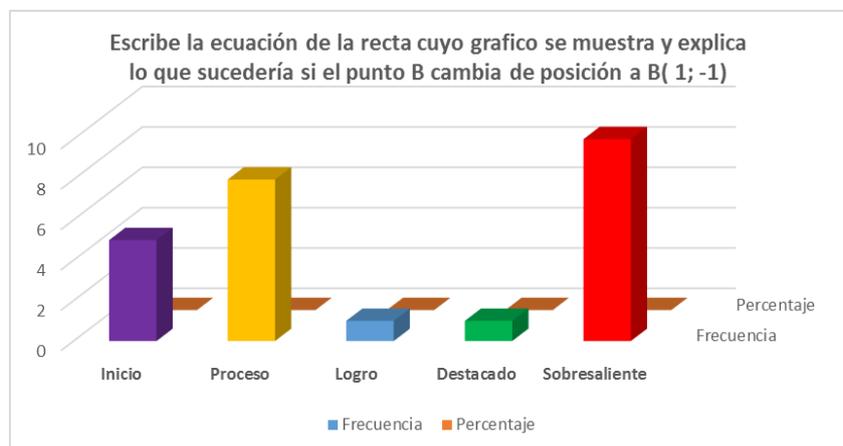
Se observa que un 68 % de estudiantes que conforman la mayoría de estudiantes lograron un sobresaliente en la pregunta n° 4 de la prueba de salida, esto significa que lograron resolver el problema planteado completamente, el 8% de estudiantes obtuvieron una calificación de logro, lo que significa que esta pregunta fue resuelta casi en su totalidad, así mismo un 20% de estudiantes obtuvieron una calificación en proceso, lo cual significa que lograron resolver la mitad de la pregunta y un 4% de estudiantes que son una minoría están en proceso de inicio, es decir que no logran definir el proceso correcto para resolver el problema.

Pregunta 5

Tabla 35: Pregunta 5 de la Prueba de Salida

Escribe la ecuación de la recta cuyo grafico se muestra y explica lo que sucedería si el punto B cambia de posición a B(1; -1)				
	Frecuencia	Porcentaje	Validacion porcentual	Porcentaje acumulado
Inicio	5	20,0	20,0	20,0
Proceso	8	32,0	32,0	52,0
Logro	1	4,0	4,0	56,0
Destacado	1	4,0	4,0	60,0
Sobresaliente	10	40,0	40,0	100,0
Total	25	100,0	100,0	

Gráfico 32: Pregunta 5 de la Prueba de Salida



Interpretación:

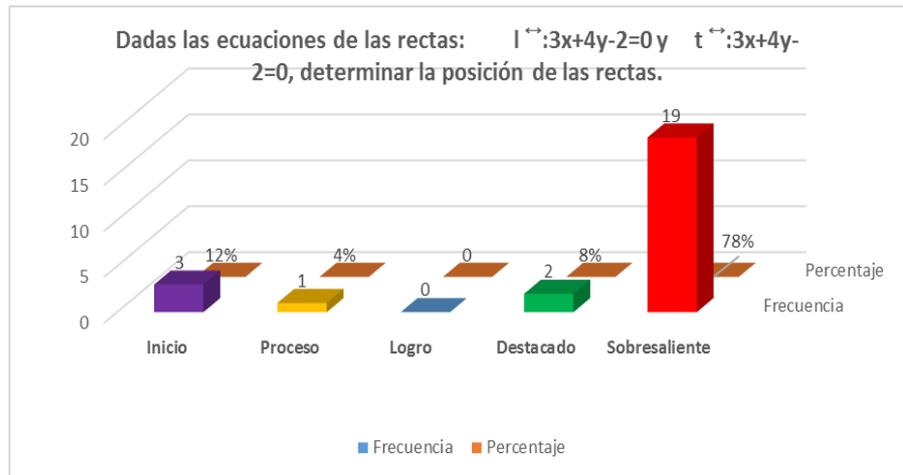
Se observa que un 40% de estudiantes saben determinar la ecuación de una recta y saben también explicar cambios, a partir de un gráfico, de manera correcta por lo que obtuvieron sobresaliente, un 4% de estudiantes obtuvieron destacado, es decir que determinan la ecuación de la recta y no logran expresar lo que sucede cuando se hace un cambio, sin embargo se observa que sus dificultades son mínimas, otro 4% de estudiantes alcanzaron la calificación de logro, aquí los estudiantes logran expresar la ecuación de la recta o saben interpretar los cambios, un 32% de estudiantes obtuvieron la calificación de proceso, es decir identifican algunos elementos de la recta pero no logran determinar la ecuación de manera correcta, y finalmente hay un 20 % de estudiantes que tienen dificultades para determinar la ecuación de la recta.

Pregunta 6

Tabla 36: Pregunta 6 de la Prueba de Salida

Dadas las ecuaciones de las rectas: l : $3x+4y-2=0$ y t : $3x+4y-2=0$, determinar la posición de las rectas. ↔				
	Frecuencia	Porcentaje	Validacion porcentual	Porcentaje acumulado
Inicio	3	12,0	12,0	12,0
Proceso	1	4,0	4,0	16,0
Logro	0	0	0	16,0
Destacado	2	8,0	8,0	24,0
Sobresaliente	19	76,0	76,0	100,0
Total	25	100,0	100,0	

Gráfico 33: Pregunta 6 de la Prueba de Salida



Interpretación:

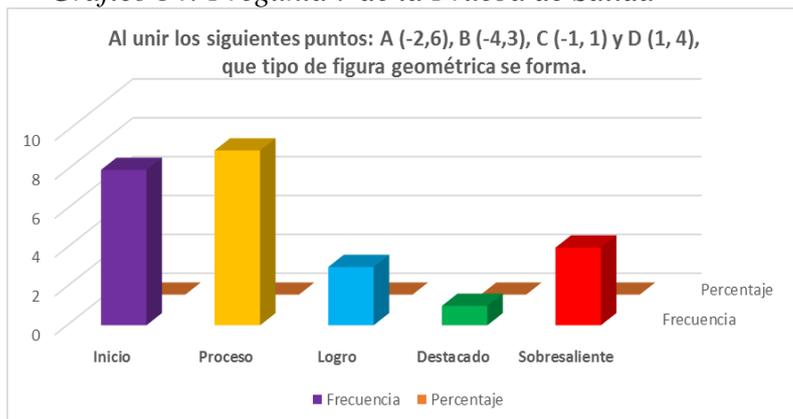
Se observa que un 76 % de estudiantes que conforman la mayoría de estudiantes lograron un sobresaliente en la pregunta n° 6 de la prueba de salida, esto significa que lograron resolver el problema planteado completamente, el 8% de estudiantes obtuvieron una calificación de destacado, lo que significa que esta pregunta fue resuelta casi en su totalidad, así mismo un 4% de estudiantes obtuvieron una calificación en proceso, y un 12% de estudiantes no identifican las posiciones de dos rectas dadas sus ecuaciones.

Pregunta 7

Tabla 37: Pregunta 7 de la Prueba de Salida

Al unir los siguientes puntos: A (-2,6), B (-4,3), C (-1, 1) y D (1, 4), que tipo de figura geométrica se forma.				
	Frecuencia	Porcentaje	Validacion porcentual	Porcentaje acumulado
Inicio	8	32,0	32,0	32,0
Proceso	9	36,0	36,0	68,0
Logro	3	12,0	12,0	80,0
Destacado	1	4,0	4,0	84,0
Sobresaliente	4	16,0	16,0	100,0
Total	25	100,0	100,0	

Gráfico 34: Pregunta 7 de la Prueba de Salida



Interpretación:

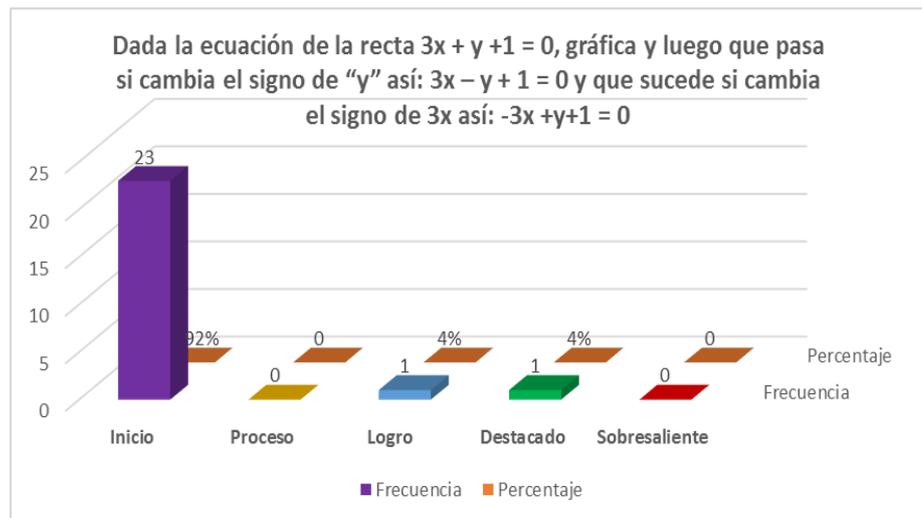
Se observa que un 32 % de estudiantes están en la fase de inicio, es decir que no logran identificar el tipo de figura, porque algunos tienen problemas de ubicación de puntos, un 36% de estudiantes están en la fase de proceso, es decir que ubican los puntos en el plano, el 12 % de estudiantes alcanzan la calificación de logro, esto significa que aparte de ubicar los puntos en el plano, los unen de manera que se visualiza la figura geométrica, un 4% de estudiantes identifica que la figura es un cuadrilátero, por lo que obtiene la calificación de destacado, y hay un 16% de estudiantes que identifican la clase de cuadrilátero, por lo que obtienen un sobresaliente como calificación.

Pregunta 8

Tabla 38: Pregunta 8 de la Prueba de Salida

Dada la ecuación de la recta $3x + y + 1 = 0$, gráfica y luego que pasa si cambia el signo de "y" así: $3x - y + 1 = 0$ y que sucede si cambia el signo de $3x$ así: $-3x + y + 1 = 0$				
	Frecuencia	Porcentaje	Validación porcentual	Porcentaje acumulado
Inicio	23	92,0	92,0	92,0
Proceso	0	0	0	92,0
Logro	1	4,0	4,0	96,0
Destacado	1	4,0	4,0	100,0
Sobresaliente	0	0	0	100,0
Total	25	100,0	100,0	

Gráfico 35: Pregunta 8 de la Prueba de Salida



Interpretación:

Se observa que un 92% de estudiantes no lograron analizar los cambios de la gráfica, al variar los cambios de signos en los diferentes términos de la ecuación, un 4% de estudiantes obtuvieron logro, es decir que graficaron la recta dada y algunos cambios, otro 4% de estudiantes obtuvieron destacado, lo que significa que graficaron la recta dada y los cambios de manera correcta, sin embargo la explicación que ellos dan no es muy satisfactoria.

4.3.2.2. Análisis reflexivos de los Diarios de Campo de la Práctica Pedagógica Alternativa (PPA)

Resultados de la intervención N° 01

Diario de campo: Sesión de Aprendizaje N° 1

INFORMACIÓN GENERAL:

1. FECHA : 29 de Abril
2. LUGAR : 5° "A" de Educación Secundaria de la I.E Miguel Cortez
3. SUJETOS: Alumnos y alumnas del área de matemática

4. ASUNTO: “Construcciones Geométricas básicas haciendo uso del Software GeoGebra”

INFORMACIÓN ESPECÍFICA:

- (1) Se ingresó al salón, se saludó a los estudiantes y se les informó sobre la investigación a realizar
- (2) Se les informó que a partir de la fecha se trabajaría todos los miércoles durante nueve sesiones de aprendizaje. Al mismo tiempo
- (3) los cuales se traducen en el conocimiento y uso del Software Educativo GeoGebra, asimismo
- (4) se les informó que se trabajaría las actividades de inicio
- (5) la información básica en el aula y
- (6) las actividades de desarrollo se ejecutarán en el aula de innovación pedagógica.
- (7) Los estudiantes se veían muy atentos e interesados.
- (8) Seguidamente se comunicó los aprendizajes esperados para la presente sesión de aprendizaje y
- (9) Se hizo entrega de la GUÍA DE APRENDIZAJE N° 1, indicando desarrollar las actividades de inicio.
- (10) Los estudiantes se ubican en LAS ACTIVIDADES DE INICIO,
- (11) en forma individual leen las preguntas propuestas y responden de manera individual, luego
- (12) mediante la interacción docente – estudiante se les presenta las preguntas una por una y
- (13) la docente toma nota de las respuestas de los estudiantes en la pizarra mediante la técnica lluvia de ideas:
- (14) La mayoría de estudiantes ignoraban la existencia de un software educativo para el aprendizaje de matemática y
- (15) los dos alumnos que decían conocer no sabían el nombre, sin embargo casi
- (16) todos afirmaron que podrían aprender mejor con un software, asimismo
- (17) ningún alumno conocía el software de geometría dinámica GeoGebra, pero
- (18) casi todos mostraron interés por aprender con el mismo.
- (19) Seguidamente todos se trasladaron al aula virtual, allí se les indica

- (20) trabajar en parejas en forma alternada y
- (21) se les da a conocer las normas de convivencia para evitar situaciones indebidas. Dadas las indicaciones
- (22) los estudiantes abren el software GeoGebra en sus computadoras,
- (23) un alumno lee la información básica y
- (24) todos van reconociendo los elementos y herramientas del software,
- (25) haciendo uso del cañón multimedia se refuerza el reconocimiento de los elementos, herramientas, características y usos de cada uno. A continuación
- (26) los estudiantes trabajan las actividades de desarrollo de la guía en
- (27) donde encuentran un tutorial del software GeoGebra denominado: “PRACTIQUEMOS EL USO DEL SOFTWARE GEOGEBRA”,
- (28) esta práctica es monitoreada por la docente con el apoyo del cañón multimedia,
- (29) los estudiantes aprenden a ubicar puntos en el plano cartesiano,
- (30) que aparece en la vista gráfica y además que lo comprueban con la vista algebraica.
- (31) Aprenden también a ingresar las coordenadas de puntos por la barra de entrada del interfaz del software, graficar otro segmento congruente al segmento dado, en distintas posiciones
- (32) aprenden a etiquetarlos, cambiarles de color y tamaño.
- (33) La docente les recuerda que deben trabajar en forma alternada, para asegurar el aprendizaje de todos. En la actividad tres
- (34) los estudiantes ingresan pares de puntos y
- (35) aprenden a unirlos con la opción segmento y a
- (36) verificar su medida en la vista algebraica. En la actividad 4,
- (37) los estudiantes aprenden a graficar un segmento de longitud dada.
- (38) Como es el primer contacto de los estudiantes con el software,
- (39) la docente pasa por los lugares de los estudiantes para verificar que realmente están trabajando y

- (40) prestar ayuda a quien lo necesita, sin embargo
- (41) se pudo notar la afinidad que mostraban la mayoría de los estudiantes con el software.
- (42) En la actividad 5, los estudiantes aprenden a graficar un ángulo dada su magnitud, con la herramienta correspondiente.
- (43) Aprenden también a graficar rectas, semirrectas, polígonos, circunferencias con las herramientas correspondientes, asimismo
- (44) aprenden a usar la opción punto medio.
- (45) Los estudiantes muestran en todo momento interés y entusiasmo en su trabajo, sin embargo
- (46) hubieron alumnos que presentaron dificultades porque no tenían práctica en el uso de la computadora,
- (47) en esos casos se les dio la orientación individualizada.
- (48) La docente realiza preguntas metacognitivas: como
- (49) ¿Qué aprendimos el día de hoy?
- (50) Responden los alumnos que aprendieron a usar el Software GeoGebra, para aprender geometría analítica.
- (51) ¿explica tu experiencia? Un estudiante responde: que fue interesante a pesar de que era la primera vez que lo estaba usando.
- (52) ¿Te ha parecido fácil su uso?
- (53) Otro estudiante responde que fue muy fácil, y tiene muchas herramientas y opciones para graficar.

Codificación

Leyenda de abreviaturas para nombrar categorías y subcategorías.

Metodología con el uso del GeoGebra (MGD1)

Motivación (MOD1)

Recursos y materiales en el GeoGebra (RMD1)

Construcción del conocimiento (CCD1)

Visualización matemática (VMD1)

Identificación Visual (IVD1)

Conservación de la percepción (CPD1)

Percepción de las posiciones en el espacio (PPED1)

Percepción de las relaciones espaciales (PRED1)

Discriminación visual (DVD1)

Memoria Visual (MVD1)

Resultados del Diario N° 01

Tabla 39. Resultados de análisis de la sesión N° 01 de la PPA

Categorías	Sub categorías	Unidades de Análisis	Ideas Núcleo	Resultados
Metodología con el uso del GeoGebra (MGD1)	Motivación (MOD1)	(1,2,3,4,5,6,7,9,22) (10,11,12) (8, 19, 42,46)	<ul style="list-style-type: none"> ▪ La cordialidad, el saludo y la presentación de los aprendizajes esperados, dar a conocer los propósitos de la sesión, como se va a trabajar y el comportamiento que deben observar. ▪ Mediante preguntas, planteadas en las actividades de inicio, la docente recupera saberes previos sobre el software GeoGebra. ▪ Los estudiantes muestran entusiasmo en el aprendizaje del uso del software GeoGebra 	La docente da a conocer la forma de trabajo, las normas de convivencia, los aprendizajes esperados para la presente sesión y seguidamente mediante preguntas planteadas en las actividades de inicio de la guía de aprendizaje recupera saberes previos y crea expectativa para el aprendizaje del uso del software GeoGebra. Así mismo se observa que los estudiantes muestran entusiasmo en el aprendizaje del uso del software GeoGebra.
	Recursos, Materiales y GeoGebra (RMD1)	(10, 27) (29, 26) (23, 25, 28) (11, 12, 13, 14, 21, 40)	<ul style="list-style-type: none"> ▪ La guía de aprendizaje es un recurso que orienta el aprendizaje de manera adecuada. ▪ El uso del Cañón multimedia facilita la orientación del aprendizaje. ▪ El software GeoGebra un software educativo que adecuado para el aprendizaje de la geometría analítica. 	Se utilizan guía de aprendizaje, cañón multimedia, que organizan, orientan el aprendizaje del uso del GeoGebra y sus múltiples herramientas y propiedades.
	Construcción del conocimiento (CCD1)	(11, 12, 13, 14, 21, 40) (34, 40, 41)	<ul style="list-style-type: none"> ▪ El conocimiento se construye en base a las estrategias de aprendizaje utilizadas por la docente, que orientan el desarrollo de los procesos cognitivos, que involucran el uso del software GeoGebra. 	▪ El conocimiento se construye en base a las adecuadas estrategias de aprendizaje utilizadas por la docente, que orientan el desarrollo de los procesos cognitivos los cuales involucran el uso del software

			<ul style="list-style-type: none"> La aclaración de las dificultades y dudas de los estudiantes en forma oportuna. 	GeoGebra. Así mismo cabe destacar que la intervención oportuna de la docente en la aclaración de dudas de los estudiantes, permite fortalecer la construcción del conocimiento.
Visualización Matemática (AMD1)	Identificación visual (IVD1)	(29, 32, 33)	<ul style="list-style-type: none"> Los estudiantes aprenden, a representar un punto en el plano, la distancia, entre dos puntos, rectas paralelas, perpendiculares, polígonos haciendo uso del GeoGebra. 	<ul style="list-style-type: none"> Los estudiantes aprenden, a representar e identificar un punto en el plano, la distancia entre dos puntos, polígonos, rectas, rectas paralelas, haciendo uso del GeoGebra.
	Conservación de la percepción (CPD1)	(42,43)	<ul style="list-style-type: none"> Identifica puntos, segmentos, en polígonos contruidos con GeoGebra 	<ul style="list-style-type: none"> Identifica puntos, segmentos, en polígonos contruidos con GeoGebra,
	Percepción de posiciones en el espacio (PPED1)	(30,31)	<ul style="list-style-type: none"> El estudiante representa, haciendo uso del Software GeoGebra, dos segmentos congruentes en distintas posiciones, es decir dado un segmento el estudiante grafica otro segmento congruente al primero, pero en distinta posición, así mismo dadas dos rectas paralelas, el estudiante construye otro par de rectas paralelas pero en distintas posiciones. 	<ul style="list-style-type: none"> El estudiante representa, haciendo uso del Software GeoGebra, dos segmentos congruentes en distintas posiciones, es decir dado un segmento el estudiante grafica otro segmento congruente al primero, pero en distinta posición, así mismo dadas dos rectas paralelas, el estudiante construye otro par de rectas paralelas pero en distintas posiciones.
	Percepción de Relaciones	(37,43)	<ul style="list-style-type: none"> Los estudiantes construyen rectas en diferentes 	<ul style="list-style-type: none"> Los estudiantes construyen rectas en diferentes

Espaciales (PPED1)		posiciones, como rectas paralelas, rectas perpendiculares, oblicuas, horizontal, vertical.	posiciones, como rectas paralelas, rectas perpendiculares, oblicuas, horizontal, vertical.
Memoria Visual (PGD1)	(35,36,37)	▪ Representan, grafican, dan presentación a sus gráficos realizados, después de haber construido otros similares.	▪ Representan, grafican, dan presentación a sus gráficos realizados, después de haber construido otros similares.
Discriminación visual (DVD2)		▪ No se evidencia	▪ No se evidencia

Resultados de la intervención N° 02

Diario de campo: Sesión de Aprendizaje N° 2

INFORMACIÓN GENERAL:

- 1) FECHA : 06 de Mayo
- 2) LUGAR: 5° “A” de Educación Secundaria de la I.E Miguel Cortez
- 3) SUJETOS: Alumnos y alumnas del área de matemática
- 4) ASUNTO : “CONCEPTOS BÁSICOS DE GEOMETRÍA ANALÍTICA”

INFORMACIÓN ESPECÍFICA:

- (1) Se ingresó al aula y se dio la bienvenida a los estudiantes,
- (2) seguidamente se les comunicó los aprendizajes esperados para la presente clase.
- (3) Luego se les indicó trasladarse al aula de innovación pedagógica, se les recordó además que deberían respetar las normas establecidas la clase anterior.

- (4) Para recuperar los saberes previos se les pidió a los estudiantes que den ejemplos de puntos con coordenadas,
- (5) algunos alumnos se animan a participar y anota las participaciones de los estudiantes en la pizarra e invita a algunos para que ubiquen dichos puntos en el plano cartesiano. Luego les planteo las siguientes interrogantes:
 - ¿Son correctas las representaciones realizadas por sus compañeros?
 - ¿Se podrá representar los puntos con el software GeoGebra?
 - ¿Se podrá hallar la distancia entre dos puntos ubicados en el plano?
- (6) Para que no pierdan el interés no se les dice si está bien o mal, porque luego ellos mismos lo deben comprobar.
- (7) Seguidamente se les entrega la Guías de aprendizaje N° 2 y se les pide que revisen las situaciones de inicio y
- (8) con el cañón Multimedia se les presenta la situación significativa acompañada de un mapa de Castilla:

SITUACION SIGNIFICATIVA

El aeropuerto de Piura en un acto de proyección a la comunidad le ofrece compartir señal de internet a la I.E. "Miguel Cortez", para lo cual el director de la I.E. ha delegado al 5° "A" de secundaria para que realizara el cálculo de la menor cantidad de cable, para hacer dicha conexión, así como el costo del mismo.

- (9) Y se les pide que den a conocer sus posibles caminos y distancias, y
- (10) se observa que ellos proponen trayectorias largas,
- (11) tales propuestas las ubicamos en el mapa, para que se den cuenta si las trayectorias son las adecuadas y
- (12) nuevamente se les recuerda que deben proponer la distancia más corta y
- (13) entonces se les pregunta si lo podrían resolver con la ayuda de un plano cartesiano y el GeoGebra?,
- (14) algunos afirman que sí y otros dicen, pero ¿cómo?
- (15) Ahora se les indica revisar las actividades de desarrollo de la guía de aprendizaje.

- (16) En la primera actividad identifican la representación algebraica y grafica de un punto en el plano, lo cual permite que los estudiantes pongan en práctica la identificación visual
- (17) La docente indica utilizar el GeoGebra y con ayuda del cañón multimedia indica el proceso,
- (18) Se introducen los pares ordenados por la barra de entrada y etiquetando cada par ordenado,
- (19) los estudiantes además del punto en el plano visualizan sus coordenadas,
- (20) los estudiantes trabajan en forma individual en la guía y haciendo uso del GeoGebra,
- (21) desarrollando su habilidad de identificación visual,
- (22) algunos estudiantes presentan dificultades con el GeoGebra, con ayuda del cañón multimedia la docente aclara dudas.
- (23) La docente pasa por cada uno de los lugares de los estudiantes para verificar su avance, se les indica un tiempo determinado para la primera actividad
- (24) Se les indica trabajar la segunda actividad en donde se les da algunos puntos en el plano y deben colocar sus coordenadas, para ello utilizan su memoria visual,
- (25) Se les indica que también lo comprueben con el GeoGebra.
- (26) Terminadas las dos primeras actividades se les pide que las comparen con las representaciones que hicieron al inicio de la clase en la recuperación de los saberes previos.
- (27) Se les pide identificar sus errores y hacer la corrección en la pizarra, algunos alumnos se animan a participar.
- (28) En la tercera actividad se les indico hallar la distancia entre dos puntos primero con el GeoGebra y
- (29) con el cañón multimedia se les indica el proceso a seguir de la siguiente manera,
- (30) se les indica ingresar por la barra de entrada cada par de puntos, etiquetarlos y unirlos con la opción segmento y en la vista algebraica se visualiza la distancia entre los puntos

- (31) se les indica tomar nota de los resultados en la guía de aprendizaje en el espacio correspondiente la cual les indico copiarla,
- (32) además deben graficar el triángulo rectángulo que tiene como hipotenusa la distancia entre los dos puntos,
- (33) para que ellos recuerden el teorema de Pitágoras y pongan en práctica la conservación de la percepción,
- (34) algunos estudiantes participan dando a conocer la aplicación del teorema de Pitágoras en el triángulo resultante.
- (35) El desarrollo de esta actividad permite desarrollar la habilidad de percepciones en el espacio.
- (36) En la cuarta actividad los estudiantes hallan el punto medio de un segmento con el GeoGebra y la opción punto medio y
- (37) anotan las coordenadas del mismo en su guía de aprendizaje,
- (38) con esta actividad los estudiantes refuerzan la habilidad de identificación visual, les doy algunos minutos y
- (39) les indico desarrollar la quinta actividad que consiste en hallar el área de polígonos,
- (40) para lo que les indico con el cañón multimedia ingresar los puntos por la barra de entrada y unirlos con la herramienta polígono y de manera natural en la vista algebraica aparece el área del polígono
- (41) que deben copiar en su guía de aprendizaje.
- (42) Esta actividad permite a los estudiantes Identificar propiedades de las figuras planas simples, usando las herramientas del software GeoGebra y desarrollar la percepción de posiciones en el espacio. Observo que van terminando y les indico que apaguen las máquinas
- (43) nos trasladamos al aula de clase para trabajar la guía en forma analítica.
- (44) En el aula les indico que deben leer la información básica e identificar la fórmula para hallar la distancia entre dos puntos, punto medio y área de polígonos conociendo las coordenadas de sus vértices,
- (45) se indica que hagan el desarrollo de las actividades en forma analítica en la guía,
- (46) algunos estudiantes hacen el desarrollo en la pizarra.

- (47) Al pasar por los lugares de los estudiantes se observa que un gran número de estudiantes no trabajan en forma analítica a pesar de la indicación.
- (48) Cuando faltan quince minutos para terminar la clase los estudiantes desarrollan las actividades de cierre de la guía de aprendizaje,
- (49) mediante la interacción docente - estudiante responder las preguntas planteadas,
- (50) en esta parte se hizo el refuerzo de manera conveniente. Así a la pregunta:
- (51) ¿Cuál crees que es proceso que se debe seguir utilizando el plano cartesiano, para dar solución a la actividad significativa?, un estudiante sugirió trazar un plano cartesiano en el mapa y
- (52) ubicar dos puntos uno en el aeropuerto y otro en la I.E Miguel Cortes y colocarles sus coordenadas y
- (53) otro alumno dijo “luego unimos los puntos y hallamos la distancia”,
- (54) se reforzó la idea y al mismo tiempo se observó que los estudiantes utilizaron la conservación de la percepción.
- (55) La segunda pregunta: ¿Crees que el software GeoGebra te ayudo a comprender lo que hemos estudiado el día de hoy? Y ¿porque?
- (56) Casi todos dijeron que los ayudo mucho, y
- (57) un alumno dijo el porqué: “Porque resuelve fácil los problemas”
- (58) Otro dijo “tenemos rápido la respuesta”
- (59) La tercera pregunta: ¿Te gustó trabajar con el software GeoGebra? Explica: un alumno dijo: “me gusto porque es fácil de usar”,
- (60) otro dijo: “no tengo que pensar mucho, solo ingresar bien los datos”.
- (61) Se les aclaró que igual hay que pensar, que datos ingresar.
- (62) Además se observó que los estudiantes en el aula virtual trabajaron muy motivados y
- (63) se observó el proceso de construcción de su aprendizaje,
- (64) el notable dominio del software en la mayoría,

- (65) por otro lado en el salón de clase no muestran el mismo interés por la parte analítica lo que me lleva a pensar en una nueva estrategia para modificar esta conducta.

Codificación

Leyenda de abreviaturas para nombrar categorías y subcategorías.

Metodología con el uso del GeoGebra (MGD2)

Motivación (MOD2)

Recursos y materiales en el GeoGebra (RMD2)

Construcción del conocimiento (CCD2)

Visualización matemática (VMD3)

Identificación Visual (IVD2)

Conservación de la percepción (CPD2)

Percepción de las posiciones en el espacio (PPED2)

Percepción de las relaciones espaciales (PRES2)

Discriminación visual (DVD2)

Memoria Visual (MVD2)

Resultados del Diario N° 02

Tabla 40. Resultados de análisis de la sesión N° 02 de la PPA

Categorías	Sub categorías	Unidades de Análisis	Ideas Núcleo	Resultados
Metodología con el uso del GeoGebra (MGD2)	Motivación (MOD2)	(1,2,3) (5,6,7,8)	<ul style="list-style-type: none"> ▪ la docente, saluda, da la bienvenida, comunica los aprendizajes esperados para la presente clase y además se les recordó respetar las normas de convivencia establecidas, esto para crear un ambiente adecuado entre docente y estudiantes. ▪ La docente plantea preguntas para recuperar saberes previos y una situación del contexto real, sobre distancia entre dos 	La docente crea un ambiente adecuado para el aprendizaje, al darles a conocer los aprendizajes esperados, seguidamente los estudiantes responden a las interrogantes planteadas para recuperar saberes previos y proponen estrategias de solución a la situación del entorno real planteada en la guía de aprendizaje en las situaciones de inicio, se observa también la

		(47)	<p>puntos, para despertar el interés de los estudiantes por el aprendizaje.</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Se observa que algunos estudiantes muestran mucha predisposición al aprendizaje, sin embargo hay estudiantes que no muestran interés por el trabajo con lápiz y papel. 	<p>notable disposición de los estudiantes al trabajo con el software GeoGebra.</p>
	Recursos, Materiales y GeoGebra (RMD2)	(7, 15, 20) (8, 17, 29, 40) (17, 18, 20, 22, 25,	<ul style="list-style-type: none"> ▪ La docente entrega la guía de aprendizaje N° 2, que es utilizada por los estudiantes durante toda la sesión de aprendizaje. ▪ La docente utiliza el cañón multimedia para proyectar situaciones, como la situación de inicio, o explicar ciertos procesos que quiere que todos los estudiantes visualicen, como el proceso de hallar la distancia entre dos puntos, punto medio. ▪ Los estudiantes utilizan el software GeoGebra para comprender ciertos conceptos, como la distancia entre dos puntos y punto medio, que el GeoGebra permite entender el porqué de las fórmulas. 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ La guía de aprendizaje, contiene situaciones que están diseñadas para orientar el aprendizaje de los estudiantes y el cañón multimedia es un recurso usado para proyectar situaciones que la docente cree necesario visualicen los estudiantes, y el software GeoGebra ayuda a la comprensión y a entender el porqué de las propiedades.
	Construcción del conocimiento (CCD2)	(9, 11, 15) (4, 5, 13)	<ul style="list-style-type: none"> ▪ La docente usa estrategias que lo hacen pensar al estudiante y lo orienten al aprendizaje, pero paso a paso. 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Los estudiantes construyen sus conocimientos sobre distancia entre dos puntos, punto medio y área de polígonos,

		(44, 45, 46)	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Mediante la estrategia de preguntas la docente ayuda al estudiante a construir sus aprendizajes, sugiere el uso del software GeoGebra, para que al mismo tiempo visualice el área de los polígonos. ▪ La docente precisa los procedimientos de los estudiantes para que construyan sus conocimientos de distancia entre dos puntos, punto medio, y área de polígonos conociendo las coordenadas de sus vértices, los cuales están contenidos en la guía de aprendizaje. 	como resultado de la aplicación de estrategias adecuadas, por parte de la docente, la mayoría de las cuales están contenidas en la guía de aprendizaje, que contiene situaciones y actividades, para los distintos momentos de la sesión de aprendizaje, al mismo tiempo dichas actividades están también orientadas a facilitar el desarrollo de la visualización.
Visualización Matemática (AMD2)	Identificación visual (IVD2)	(16, 19, 21, 28, 30, 36, 37, 38)	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Los estudiantes al ubicar puntos en el plano, no solo observan la ubicación del punto en el plano sino también visualizan sus coordenadas, al hallar la distancia entre dos puntos y su punto medio visualizan el porqué de las fórmulas. 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Las estrategias utilizadas por la docente, el software GeoGebra, los procesos utilizados por los estudiantes para hallar la distancia entre dos puntos y punto medio permiten el desarrollo de la capacidad de identificación visual de los mismos.
	Conservación de la percepción (CPD2)	(5, 32, 33, 54)	Los estudiantes conociendo la longitud de un segmento, uno de los puntos y una de las componentes del otro punto, determinan la componente faltante, haciendo uso del software GeoGebra y con lápiz y papel.	Los estudiantes conociendo la longitud de un segmento, uno de los puntos y una de las componentes del otro punto, determinan la componente faltante, haciendo uso del software GeoGebra y con lápiz y papel.
	percepción de posiciones en	(27, 34, 35, 42)	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Las comparaciones que realizan en la 	Las comparaciones que realizan en la

el espacio (PPED2)		aplicación de la fórmula para hallar la distancia entre dos puntos o punto medio con el proceso práctico gráfico, hace que desarrollen su habilidad de percepción de posiciones en el espacio.	aplicación de la fórmula para hallar la distancia entre dos puntos o punto medio con el proceso práctico gráfico, haciendo uso del software GeoGebra, hace que desarrollen su habilidad de percepción de posiciones en el espacio.
Percepción de las relaciones espaciales (PRED2)	(51, 52)	<ul style="list-style-type: none"> Los estudiantes colocan el mapa de castilla en un plano cartesiano, le ubican coordenadas a la I.E y al Aeropuerto, unen con la opción segmento y hallan la distancia buscada. 	<ul style="list-style-type: none"> Los procesos utilizados por los estudiantes para resolver situaciones planteadas, los estudiantes utilizan la imaginación y comparan con lo que conocen, en este caso el plano cartesiano, este proceso activa la percepción de las relaciones espaciales de los estudiantes.
Memoria Visual (MVD2)	(24)	<ul style="list-style-type: none"> Para ubicar puntos en el plano cartesiano con lápiz y papel o con software GeoGebra, los estudiantes hacen uso de su memoria visual. 	<ul style="list-style-type: none"> Para ubicar puntos en el plano cartesiano con lápiz y papel o con software GeoGebra, los estudiantes hacen uso de su memoria visual.
Discriminación visual (DVD2)	(26, 45)	<ul style="list-style-type: none"> Los estudiantes hacen uso de su discriminación cuando realizan comparaciones entre un proceso y otro, en este caso con lápiz y papel y GeoGebra, y cuando deben aplicar ciertos procedimientos en la solución de problemas con lápiz y papel. 	<ul style="list-style-type: none"> Los estudiantes hacen uso de su discriminación cuando realizan comparaciones entre un proceso y otro, en este caso con lápiz y papel y GeoGebra, y cuando deben aplicar ciertos procedimientos en la solución de problemas con lápiz y papel.

Resultados de la intervención N° 03

Diario de campo: Sesión de Aprendizaje N° 3

INFORMACION GENERAL:

- 1) FECHA : 13 de Mayo
- 2) LUGAR: 5° “A” de Educación Secundaria de la I.E Miguel Cortez
- 3) SUJETOS : Alumnos y alumnas del área de matemática
- 4) ASUNTO : “Reforzando la distancia entre dos puntos, punto medio y área de polígonos”

INFORMACION ESPECÍFICA:

- (1) La docente da la bienvenida a los estudiantes y comunica los aprendizajes esperados,
- (2) indica que las dos primeras horas se trabajará en el salón de clase y la tercera hora en el aula virtual.
- (3) Seguidamente la docente les hace entrega de la “GUÍA DE APRENDIZAJE N° 3, y
- (4) alumno da lectura a la situación significativa mientras
- (5) se proyectan dicha situación con el cañón multimedia:
- (6) Un agricultor quiere dividir un campo rectangular cuyas coordenadas de sus vértices son: A (-1,-2), B (7,2), C (-1, -4) y D (7,-4) en ocho parcelas iguales, pero no sabe cómo hacerlo. Su sobrino le dice que debe unir los puntos medios de los opuestos y luego trazar las diagonales. ¿Tiene razón el sobrino?
- (7) Los estudiantes responden que si tiene razón,
- (8) la docente pregunta ¿Por qué?
- (9) ¿Qué hacemos para comprobarlo.
- (10) Los estudiantes responden ubicamos los puntos en el plano cartesiano y
- (11) otro dice y luego unimos los puntos,
- (12) la docente anotó las opiniones de los estudiantes y
- (13) no les dice si está bien o mal, lo que sugieren y
- (14) les pregunta si lo podrían resolver con el GeoGebra,
- (15) los estudiantes responde que si se puede.

- (16) La docente indica que lo comprobaran más adelante. Seguidamente
- (17) la docente indica resolver las actividades de desarrollo de la guía de aprendizaje en parejas y en forma analítica, es decir con lápiz y papel.
- (18) Algunos estudiantes participan en la pizarra y
- (19) todos trabajan en sus cuadernos además,
- (20) la docente indicó tener claros los resultados, para luego compararlos con los que se obtendrán con el GeoGebra en el aula virtual, se
- (21) les indica también que al finalizar la clase la guía será recogida y evaluada.
- (22) En la primera situación propuesta en la guía de aprendizaje
- (23) los estudiantes hallan la distancia entre dos puntos y el punto medio,
- (24) se observa que los estudiantes primeramente hacen la representación gráfica en un plano cartesiano, y
- (25) luego hacen el proceso algebraico.
- (26) En la segunda actividad los estudiantes hallan el perímetro de triángulos y cuadriláteros dados sus vértices, de la siguiente manera,
- (27) los estudiantes calculan la longitud de cada lado tanto de los triángulos como de los cuadriláteros y finalmente suman las longitudes de los lados.
- (28) En la tercera actividad los estudiantes deben comprobar si los vértices de triángulos dados corresponden a triángulos rectángulos, en este caso
- (29) los estudiantes determinan la longitud de los lados del triángulo y
- (30) luego le aplican el teorema de Pitágoras, sumando los cuadrados de los lados que consideran como catetos y
- (31) los igualan al cuadrado del lado que consideran como hipotenusa, lo que buscan con este proceso es una igualdad, para concluir que es un triángulo rectángulo.
- (32) Se observa que no todos tienen claro que la hipotenusa es el lado de mayor longitud, porque los estudiantes prueban indistintamente.
- (33) En la cuarta actividad los estudiantes determinan las áreas utilizando el proceso sugerido en la guía N^o 3,

- (34) uno de los estudiantes que debe resolver la situación en la pizarra no recordaba el procedimiento,
- (35) se tuvo que intervenir para orientarlo.
- (36) Se observó que todos estaban preocupados por terminar su trabajo,
- (37) algunos copiaban los ejercicios de la pizarra otros resolvían de manera individual.
- (38) Luego nos trasladamos al aula virtual,
- (39) la docente indica resolver las situaciones con el GeoGebra y comprobar si lo trabajado en el aula de clase está bien.
- (40) Les recuerda también que deben hacer uso de la computadora de manera alternada.
- (41) Los estudiantes en su mayoría trabajan con mucho entusiasmo y agilidad,
- (42) muestran dominio en el uso del software GeoGebra y
- (43) cuando comparan sus respuestas algunos encuentran que no coinciden, entonces
- (44) revisan sus procedimientos para encontrar el error y corregirlo.
- (45) La docente observa que la mayoría de estudiantes van terminando,
- (46) indica resolver la situación de inicio con el GeoGebra y comprobar si el sobrino del agricultor tiene la razón. Y
- (47) un estudiante voluntario desarrolla la situación con GeoGebra y proyectar con el cañón multimedia, mientras resuelve y
- (48) con el apoyo de sus compañeros y la docente.
- (49) El estudiante ejecuta las sugerencias del sobrino del agricultor y
- (50) observa que aparentemente los triángulos no todos son congruentes.
- (51) Otro alumno dice encontremos las áreas de cada triángulo,
- (52) la docente le dice muy buena sugerencia,
- (53) pero ¿será necesario hallar las áreas de cada triángulo?,
- (54) otro alumno dice que no,
- (55) solo hay que hallar el área de dos triángulos porque hay dos grupos de cuatro iguales.

- (56) Luego de hallar el área de los triángulos, con la opción polígono,
- (57) observan en la vista algebraica, que tienen igual área, por lo tanto concluyen que el sobrino tenía razón.
- (58) Luego la docente hace el proceso metacognitivo mediante la interacción docente – estudiante y de síntesis, mediante las siguientes preguntas:
¿Qué aprendiste el día de hoy?
- (59) Los estudiantes responden, perímetro de polígonos y áreas de polígonos, la docente pregunta ¿cómo?
- (60) Otro estudiante explica que primero, ubicamos los puntos en el plano, los unimos y se forma el triángulo o rectángulo, luego hallamos la medida de cada lado y luego sumamos los lados.
- (61) ¿Cómo te sentiste? ¿tuviste dificultades?
- (62) La mayoría respondió que se sintió bien, porque nos salieron los ejercicios. En cuanto a si tuvieron dificultades,
- (63) algunos respondieron que si cuando tuvieron que aplicar las fórmulas.
- (64) ¿Te resulto de mucha ayuda el software GeoGebra?:
- (65) Los estudiantes respondieron que sí, lo que no salió con lápiz y papel, sale muy fácil con el GeoGebra.
- (66) ¿De qué manera te ayudo lo aprendido para resolver la situación de inicio?
- (67) Respondieron que sirvió para comprobar si los triángulos eran congruentes.

Codificación

Leyenda de abreviaturas para nombrar categorías y subcategorías.

Metodología con el uso del GeoGebra (MGD3)

Motivación (MOD3)

Recursos y materiales en el GeoGebra (RMD3)

Construcción del conocimiento (CCD3)

Visualización matemática (VMD3)

Identificación Visual (IVD3)

Conservación de la percepción (CPD3)

Percepción de las posiciones en el espacio (PPED3)

Percepción de las relaciones espaciales (PRED3)

Resultados del Diario N° 03

Tabla 41. Resultados de análisis de la sesión N° 03 de la PPA

Categorías	Sub categorías	Unidades de Análisis	Ideas Núcleo	Resultados
Metodología con el uso del GeoGebra (MGD3)	Motivación (MOD3)	(1,2) (6,7,8,9) (12,13,14) (37,41)	<ul style="list-style-type: none"> ▪ El saludo, y el mantener informados a los estudiantes sobre los aprendizajes esperados crea un clima de confianza en los estudiantes. ▪ Se inicia la sesión con una situación problemática de la vida real, la cual genera discusión y expectativa. ▪ La docente plantea la situación desequilibrante ¿se podrá resolver con el geogebra? ▪ Los estudiantes muestran mucho entusiasmo en el trabajo con GeoGebra. 	La docente crea un ambiente apropiado e inicia la sesión planteando una situación del contexto real que exige la aplicación de distancia entre dos puntos y punto medio, así mismo se direcciona al estudiante para el aprendizaje con el uso del software GeoGebra.
	Recursos, Materiales y GeoGebra (RMD3)	(3,17, 22, 33) (20, 39, 42, 46, 47, 64, 65)	<ul style="list-style-type: none"> ▪ La Guía de aprendizaje involucra actividades planificadas y, orientadas al logro del desarrollo de la visualización en el aprendizaje de los conceptos de distancia entre dos puntos, punto medio, y áreas polígonos. ▪ Los estudiantes usan el software GeoGebra para comprobar sus resultados obtenidos 	▪ La guía de aprendizaje y el software GeoGebra son recursos que orientan el desarrollo de la visualización en los conceptos de distancia entre dos punto, punto medio y área de polígonos.

			con lápiz y papel, en actividades de distancia entre dos puntos, punto medio, y área de polígonos.	
	Construcción del conocimiento (CCD3)	(3, 8, 14, 20, 21) (32, 35, 58)	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Las estrategias utilizadas por la docente a lo largo de la sesión permiten construir el aprendizaje de conceptos como distancia entre dos puntos, punto medio y área de polígonos. ▪ La intervención oportuna de la docente en el proceso de aprendizaje y desarrollo de la visualización es fundamental ya que permite el logro del aprendizaje de distancia entre dos puntos, punto medio y área de polígonos y desarrollo de la visualización. 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Las estrategias utilizadas y la intervención oportuna de la docente en el proceso de aprendizaje permiten la construcción de conceptos de distancia entre dos puntos, punto medio y área de polígonos y el desarrollo de la visualización. ▪
Visualización Matemática (AMD3)	Identificación visual (IVD3)	(23, 24, 26, 33, 39) (49, 56, 57)	<ul style="list-style-type: none"> ▪ El estudiante halla la distancia entre dos puntos, punto medio y área de polígonos, haciendo uso de la identificación visual. ▪ El estudiante sigue instrucciones identificadas y visualiza resultados poniendo en práctica la identificación visual en los conceptos de áreas de polígonos. 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ El estudiante es capaz de identificar procesos adecuados, visualizar resultados en situaciones que involucran conceptos de distancia entre dos puntos, punto medio y áreas de polígonos, poniendo en práctica la identificación visual.
	Conservación de la percepción (CPD3)	(24, 27, 33)	Los estudiantes conociendo los vértices de un triángulo determinan si es triángulo rectángulo, haciendo uso del	Los estudiantes conociendo los vértices de un triángulo determinan si es triángulo rectángulo, haciendo uso del

			software GeoGebra y con lápiz y papel.	software GeoGebra y con lápiz y papel.
percepción de posiciones en el espacio (PPED3)	(26, 27)	<ul style="list-style-type: none"> Los estudiantes hallan perímetros de triángulos y cuadriláteros y para esto hallan las longitudes de los lados, reconociendo que deben aplicar distancia entre dos puntos y luego suman las longitudes de los lados y tienen el perímetro del polígono. 	Los estudiantes con el uso del software GeoGebra, representan las coordenadas de los vértices de polígonos, y logran hallar el perímetro del mismo aplicando distancia entre dos puntos, hallando la longitud de cada lado del polígono	
Percepción de las relaciones espaciales (PRED3)	(28, 29, 30, 31)	<ul style="list-style-type: none"> Los estudiantes comprueban si los vértices dados corresponden a triángulos rectángulos, y recuerdan que para que un triángulo sea rectángulo los lados deben cumplir una propiedad que es el teorema de Pitágoras. 	<ul style="list-style-type: none"> La mayoría de estudiantes ponen en práctica la percepción de las relaciones espaciales, puesto que movilizan varios conceptos, identifican los lados del triángulo rectángulo, y aplican propiedades como el teorema de Pitágoras. 	
Memoria Visual (MVD3)	(49, 56, 60)	<ul style="list-style-type: none"> Para ubicar puntos en el plano graficar el cuadrilátero trazar las diagonales, hallar las áreas de los triángulos, debe recordar procedimientos, es decir hacer uso de su memoria visual. 	<ul style="list-style-type: none"> Para ubicar puntos en el plano graficar el cuadrilátero trazar las diagonales, hallar las áreas de los triángulos, debe recordar procedimientos, es decir hacer uso de su memoria visual. 	
Discriminación visual (DVD3)	(31, 32,	<ul style="list-style-type: none"> Los estudiantes debe diferenciar los lados del triángulo rectángulo, además conocer y aplicar el teorema de Pitágoras y saber que si no se logra una igualdad el triángulo no es rectángulo. 	<ul style="list-style-type: none"> Los estudiantes para resolver este problema movilizan muchos conceptos y propiedades, procedimientos, es decir hacen uso de su capacidad de discriminación visual. 	

Resultados de la intervención N° 04

Diario de campo: Sesión de Aprendizaje N° 4

INFORMACION GENERAL:

- 1) FECHA : 20 de Mayo
- 2) LUGAR: 5° “A” de Educación Secundaria de la I.E Miguel Cortez
- 3) SUJETOS: Alumnos y alumnas del área de matemática
- 4) ASUNTO : “Conociendo la pendiente de una recta”

INFORMACION ESPECÍFICA:

- (1) La docente saluda y da la bienvenida a los estudiantes
- (2) La docente comunica los aprendizajes esperados
- (3) Seguidamente la docente les hace entrega de la “Guía De Aprendizaje N° 4”.
- (4) designa a un estudiante que da lectura a la situación significativa mientras se proyectan las fotos de dicha situación con el cañón multimedia.
- (5) La docente pregunta: ¿Qué aspecto tienen en común éstas tres imágenes? Unos dicen están en bajada, otros dicen son rampas, y alguien dice forman un ángulo.
- (6) ¿Dónde podemos apreciar otros elementos que tengan relación, con las imágenes presentadas?
- (7) Un alumno dijo haber visto tales inclinaciones en la vereda del open y del Metro.
- (8) Otro estudiante dijo haber visto lo mismo en el ingreso de las cocheras.
- (9) La docente mediante la interacción con los estudiantes recuerda cómo se ubican puntos en el plano, y
- (10) les pregunta a los estudiantes ¿cómo se pueden unir estos puntos?
- (11) Los estudiantes responden que se pueden unir con segmentos, y
- (12) la docente pregunta ¿se podrá unir con una recta?
- (13) Los estudiantes no saben que responder,
- (14) la docente les dice que también dos puntos se unen con una recta.

- (15) Seguidamente la docente analiza con la intervención de los estudiantes los ángulos de inclinación de las rectas ilustradas,
- (16) dejando claro que el ángulo de inclinación está formado por la recta dada y por el eje horizontal o de las abscisas de las coordenadas cartesianas,
- (17) discute también el concepto de pendiente, que debe entenderse como la tangente del ángulo de inclinación, apoyándose con el cañón multimedia y la información de la “Guía de Aprendizaje N° 4”.
- (18) La docente desarrolla el Ejemplo 1, en la pizarra de manera gráfica primero,
- (19) trazando una paralela al eje de las abscisas, pero que pase por el punto A y trazando una paralela al eje de las ordenadas pero que pase por el punto B,
- (20) Los estudiantes identifican el ángulo de inclinación y la tangente del ángulo de inclinación,
- (21) luego la docente resalta que la pendiente del ángulo de inclinación es el cociente de la distancia del punto B a la intersección de las paralelas, entre la distancia del punto A a la intersección de las paralelas. Y
- (22) con énfasis afirma que por ser positiva la pendiente, esta corresponde a una recta creciente.
- (23) También la docente pregunta teniendo un punto y la pendiente podremos hallar el otro punto?
- (24) Un estudiante interviene y explica el análisis inverso partiendo de la pendiente y tomando el punto A como referencia, el numerador indica el número de lugares que se debe avanzar en forma vertical y el denominador indica el número de desplazamientos horizontales que debe realizar hasta llegar al punto B.
- (25) además la docente vuelve a recalcar que si la pendiente es positiva la recta es creciente y pregunta a los estudiantes como nos damos cuenta de que la recta es positiva?
- (26) Un estudiante responde que observando dos valores en “x”, al menor le corresponde un valor en Y menor y a un valor mayor en “x” le corresponde un mayor valor en “Y”.

- (27) Los estudiantes desarrollan en la guía los tres ejemplos restantes con lápiz y papel y
- (28) algunos voluntariamente participan y comparten sus ejercicios en la pizarra.
- (29) La docente desarrolla el ejemplo 1 con el software GeoGebra,
- (30) los estudiantes en parejas resuelven los tres ejemplos restantes y completan sus guías de aprendizaje.
- (31) Los estudiantes comparan sus resultados obtenidos con lápiz y papel con los obtenidos con el GeoGebra.
- (32) La docente realiza preguntas meta cognitivas y de síntesis planteadas en la guía. Mediante la interacción docente – estudiante aclara y refuerza el concepto de pendiente, su representación, y les hace recordar las clases de rectas de acuerdo a sus pendientes.
- (33) Asimismo la última pregunta: ¿cómo te sentiste en la clase de hoy? ¿sentiste que entendiste la clase?
- (34) los estudiantes la responden de manera individual,
- (35) la mayoría responde que se sintió muy bien y afirman que aprendieron.

Codificación

Leyenda de abreviaturas para nombrar categorías y subcategorías.

Metodología con el uso del GeoGebra (MGD4)

Motivación (MOD4)

Recursos y materiales en el GeoGebra (RMD4)

Construcción del conocimiento (CCD4)

Visualización matemática (VMD4)

Identificación Visual (IVD4)

Conservación de la percepción (CPD4)

Percepción de las posiciones en el espacio (PPED4)

Percepción de las relaciones espaciales (PRED4)

Discriminación visual (DVD4)

Memoria Visual (MVD4)

Resultados del Diario N° 04

Tabla 42. Resultados de análisis de la sesión N° 04 de la PPA

Categorías	Sub categorías	Unidades de Análisis	Ideas Núcleo	Resultados
Metodología con el uso del GeoGebra (MGD4)	Motivación (MOD4)	(1,2) (4, 5, 6) (7,8,9) (3, 4, 33)	<ul style="list-style-type: none"> ▪ La docente saluda y da la bienvenida a los estudiantes y les comunica los aprendizajes esperados. ▪ La docente presenta con el cañón multimedia y en la guía de aprendizaje, imágenes que dan la idea de ángulo de inclinación. ▪ La docente plantea una situación de dos puntos y pregunta como unirlos. ▪ Luego plantea la pregunta desequilibrante ¿se podrán unir con una recta? ▪ La docente Utiliza recursos materiales y tecnológicos para mantener a los estudiantes motivados. 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ La docente realiza acciones como el saludo, la bienvenida a los estudiantes, asimismo les comunica los aprendizajes esperados, inicia la sesión presentando imágenes de la realidad que dan la idea de ángulo de inclinación, luego los estudiantes proponen otras situaciones similares, seguidamente recuerdan que dados dos puntos estos se unen con un segmento y la docente pregunta para generar el conflicto cognitivo si estos puntos se pueden unir con una recta.
	Recursos, Materiales y GeoGebra (RMD4)	(3, 17, 25, 27, 30, 32) (4, 17) (26, 29, 31)	<ul style="list-style-type: none"> ▪ La docente hace entrega a los estudiantes la GUÍA DE APRENDIZAJE N° 4 que contiene actividades de aprendizaje, diseñadas para desarrollar la visualización en la deducción de la pendiente de una recta. ▪ El docente utiliza el cañón multimedia, para motivar el desarrollo de la visualización, porque ilustra de manera gráfica las situaciones propuestas sobre pendiente de una recta. ▪ El software GeoGebra, 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Se utilizaron tres recursos didácticos distintos pero complementarios en el aprendizaje de la pendiente de una recta, la Guía de Aprendizaje N° 4, es un recurso impreso con actividades de aprendizaje para todos los momentos de la sesión de aprendizaje, el cañón multimedia por su lado ha sido utilizado como auxiliar de la guía, para dar explicaciones

			es utilizado por los estudiantes, para comprobar si las pendientes halladas en forma analítica, es decir con lápiz y papel.	generales, sin embargo el software geogebra cumple una función importante en el proceso de aprendizaje de los estudiantes, ya que permiten comprender y visualizar la pendiente de una recta y las características determinadas por su signo.
	Construcción del conocimiento (CCD4)	(4, 5, 9, 12, 23) (14, 16, 17, 18, 21, 29)	<ul style="list-style-type: none"> ▪ La docente mediante estrategias adecuadas apoyadas por la guía de aprendizaje y el software GeoGebra, extrae conocimientos del estudiante y lo induce a que observe y pueda identificar características y propiedades de las pendientes de recta. ▪ La docente guía en el logro del aprendizaje, la construcción del mismo y en el desarrollo de la capacidad de visualización. 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ La docente con las distintas estrategias utilizadas induce al estudiante a la construcción del concepto de pendiente de una recta, el significado del signo en las mismas y el desarrollo de la capacidad de la visualización, todo esto apoyado con la guía de aprendizaje, que le proporciona el soporte informativo y la secuencia didáctica en la construcción del conocimiento que a su vez sugiere el uso del software GeoGebra.
Visualización Matemática (AMS4)	Identificación visual (IVD4)	(20, 27, 28)	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Los estudiantes identifican ángulos formados por rectas dadas y hallan las pendientes de las rectas dadas. 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Los estudiantes al identificar triángulos, al calcular las pendientes de rectas dadas, están poniendo en práctica la identificación visual.
	Conservación de la percepción (CPD4)	(27, 30)	Los estudiantes logran determinar la pendiente de una recta y si la recta es creciente o decreciente, hallan la pendiente de la mediana de un triángulo, y dada la pendiente	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Los estudiantes logran determinar la pendiente de una recta y si la recta es creciente o decreciente, hallan la pendiente de la mediana de un

		determinan las coordenadas de los puntos que la generan.	triángulo, y dada la pendiente determinan las coordenadas de los puntos que la generan.
Percepción de posiciones en el espacio (PPED4)	(26, 28)	<ul style="list-style-type: none"> El estudiante identifica características de rectas crecientes, de manera gráfica y comprueba lo que pasa en más de dos puntos luego concluye. 	<ul style="list-style-type: none"> Los estudiantes logran visualizar la gráfica de una recta haciendo uso del software GeoGebra y determinan si esta es creciente o decreciente a partir de su pendiente.
Percepción de las relaciones espaciales (PRED4)	(24, 28)	<ul style="list-style-type: none"> Algunos estudiantes relacionando lo aprendido con la pregunta de la docente el estudiante haciendo uso de la imaginación y la relación con lo nuevo, plantea un proceso inverso y lógico. 	<ul style="list-style-type: none"> Algunos estudiantes muestran que tiene desarrollada la capacidad de percepción de las relaciones espaciales, porque son capaces, con lo aprendido deducir un proceso inverso de calcular un punto, dados otro punto y el valor de la pendiente.
Memoria Visual (MVD4)	(7, 8, 11)	<ul style="list-style-type: none"> Los estudiantes afirman haber visto ángulos de inclinación en aceras del Open y en cocheras. Los estudiantes determinan si una recta es creciente o decreciente en función a su pendiente. 	<ul style="list-style-type: none"> Los estudiantes logran explicar las características de una recta en función a su pendiente, es decir determinan si son rectas crecientes o decrecientes.
Discriminación visual (DVD4)	(30, 31,)	<ul style="list-style-type: none"> Los estudiantes al determinar la pendiente de una recta de distintas formas, puede diferenciar distintos procesos, hacer comparaciones de resultados. 	<ul style="list-style-type: none"> Los estudiantes al determinar la pendiente de una recta de distintas formas, puede diferenciar distintos procesos, hacer comparaciones de resultados.

Resultados de la intervención N° 05

Diario de campo: Sesión de Aprendizaje N° 5

INFORMACION GENERAL

- 1) FECHA : 27 de Mayo
- 2) LUGAR: 5° “A” de Educación Secundaria de la I.E Miguel Cortez
- 3) SUJETOS: Alumnos y alumnas del área de matemática
- 4) ASUNTO: “DEDUCIENDO LA ECUACION DE LA RECTA.

INFORMACION ESPECÍFICA:

- (1) La docente en el salón de clase da la bienvenida a los estudiantes y comunica los aprendizajes esperados.
- (2) Seguidamente el docente les hace entrega de la GUÍA DE APRENDIZAJE N° 5: “DEDUCIENDO LA ECUACION DE LA RECTA”.
- (3) La docente indica desarrollar las situaciones propuestas en la Guía de Aprendizaje, en la parte de ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE: INICIO.
- (4) Los estudiantes recuerdan el significado de la pendiente de acuerdo a su signo y los desplazamientos que indica en el plano cartesiano, tanto el numerador como el denominador. Y completan los espacios en la guía de aprendizaje.
- (5) Algunos estudiantes participan en la pizarra
- (6) Seguidamente la docente plantea la siguiente situación desequilibrante: Si tenemos un punto de la recta y su pendiente ¿podremos calcular otro punto por el que debe pasar la recta? ¿se podrá calcular la ecuación que genera a la recta que contenga tanto al punto dado como su pendiente?
- (7) Los estudiantes no están seguros de cómo hacerlo, sin embargo se muestran interesados por saber
- (8) La docente les dice que lo veremos en el transcurso de la clase.

- (9) Todos se trasladan al aula de innovación, en orden, además se les recuerda como debe ser su actitud en dicho ambiente.
- (10) El docente indica a los estudiantes desarrollar los ejercicios propuestos en la GUÍA DE APRENDIZAJE N° 5, en la parte correspondiente a DESARROLLO, haciendo uso del GeoGebra, deben hallar de manera gráfica la recta y su ecuación que la genera.
- (11) Los estudiantes en las situaciones donde se les da un punto y su pendiente, calculan otro punto de la recta, luego con la herramienta recta unen los dos puntos, en la vista algebraica se podrá visualizar la ecuación de dicha recta la cual deben copiar en los espacios correspondientes en la guía.
- (12) Algunos estudiantes descubren que haciendo clic derecho sobre el objeto, aparece una ventana y entrando a propiedades y seleccionando etiqueta visible, se selecciona nombre y valor, y dando aceptar, en el gráfico aparece la ecuación de la recta.
- (13) Los estudiantes en las situaciones donde se les dan dos puntos, unen con la herramienta recta, calculan su pendiente, con la herramienta pendiente, y copian de la vista gráfica la ecuación correspondiente.
- (14) Las situaciones propuestos en la guía de aprendizaje han sido direccionadas de tal modo que
- (15) los estudiantes puedan identificar los distintos casos de ecuación de la recta.
- (16) la docente con la intervención de los estudiantes identifica los casos para determinar la ecuación de la recta, tanto en las situaciones propuestas como en la INFORMACION BASICA,
- (17) e indica realizar el proceso analítico.
- (18) Algunos estudiantes salen a la pizarra a compartir sus resultados.
- (19) El docente refuerza los aprendizajes de los estudiantes resaltando situaciones convenientes.
- (20) El docente realiza preguntas meta cognitivas y de síntesis planteadas en la guía. Mediante la interacción docente estudiante.

- (21) La docente pregunta: ¿qué elementos necesitas para calcular la ecuación de la recta?
- (22) ¿Qué elementos nos dan en la primera situación?
- (23) Los estudiantes piensan y responden un punto y su pendiente.
- (24) Nuevamente la docente pregunta: ¿Qué otros elementos?
- (25) Algunos estudiantes responden dos puntos
- (26) En la siguiente situación: La relación entre el consumo de energía eléctrica (x) y su costo (y), está dado por:
 $y = \frac{1}{10}x + 10$, determina la pendiente de la recta, su intercepto con el eje y su grafica

Codificación

Leyenda de abreviaturas para nombrar categorías y subcategorías.

Metodología con el uso del GeoGebra (MGD5)

Motivación (MOD5)

Recursos y materiales en el GeoGebra (RMD5)

Construcción del conocimiento (CCD5)

Visualización matemática (VMD5)

Identificación Visual (IVD5)

Conservación de la percepción (CPD5)

Percepción de las posiciones en el espacio (PPED5)

Percepción de las relaciones espaciales (PRED5)

Discriminación visual (DVD5)

Memoria Visual (MVD5)

Resultados del Diario N° 05

Tabla 43. Resultados de análisis de la sesión N° 05 de la PPA

Categorías	Sub categorías	Unidades de Análisis	Ideas Núcleo	Resultados
Metodología con el uso del GeoGebra (MGD5)	Motivación (MOD5)	(1, 9) (4,5) (6,7,8)	<ul style="list-style-type: none"> ▪ El saludo, y el mantener informados a los estudiantes sobre los aprendizajes esperados crea un clima de confianza en los estudiantes. ▪ Los estudiantes resuelven situaciones donde, determinan si la recta es creciente o decreciente a partir de su pendiente. ▪ La docente plante la pregunta que genera el conflicto cognitivo. 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ La docente da la bienvenida a los estudiantes, comunica los aprendizajes esperados, los estudiantes dan a conocer sus saberes previos al resolver situaciones donde determinan si la recta es creciente o decreciente y piensan como resolver la pregunta que genera el conflicto cognitivo.
	Recursos, Materiales y GeoGebra (RMD5)	(2, 3, 10, 16, 17) (3, 11, 15, 22) (10, 12, 13, 14, 15)	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Los estudiantes reciben la guía de aprendizaje que contiene actividades de inicio, desarrollo y cierre, es decir es un recurso impreso que se utiliza a lo largo de la sesión de aprendizaje de ecuación de la recta. ▪ El cañón multimedia es un recurso utilizado por el docente, para dar indicaciones generales, sobre la ecuación de la recta, mostrar procesos o usos del GeoGebra y los estudiantes lo utilizan para compartir sus soluciones. ▪ Los estudiantes han utilizado el software GeoGebra para descubrir como determinar la ecuación 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ La guía de aprendizaje, que reciben los estudiantes es un recurso impreso que contiene situaciones de aprendizaje de los distintos casos de ecuaciones de la recta, algunas de dichas situaciones son proyectadas por el cañón multimedia y el GeoGebra es un recurso que le permite al estudiante visualizar y comprender los distintos casos de ecuación de la recta, todos estos recursos se complementan y permiten el desarrollo de la visualización.

			de la recta utilizando distintos datos	
	Construcción del conocimiento (CCD5)	(6, 23, 24, 25, 27) (4, 5, 12, 14, 17, 18, 19)	<ul style="list-style-type: none"> ▪ La docente utiliza la estrategia de las preguntas en los distintos momentos de la sesión para recuperar saberes previos, para activar su memoria visual, o para que pongan en práctica la conservación de la percepción en el aprendizaje de la pendiente de una recta. ▪ Los estudiantes determinan la ecuación de la recta utilizando saberes previos, relacionando lo aprendido con lo nuevo, asimismo participando en la pizarra. 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Los estudiantes construyen sus conocimientos de ecuación de la recta a partir de estrategias utilizadas por la docente como las preguntas dirigidas, a movilizar sus saberes previos o que relacionen lo aprendido en pendiente de una recta con la ecuación de la recta.
Visualización Matemática (AMD5)	Identificación visual (IVD5)	(11, 13, 26, 28)	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Los estudiantes con la ayuda del GeoGebra identifican los casos de la ecuación de la recta, ya sea por el gráfico o por los datos de las situaciones planteadas, así mismo identifica recursos y herramientas útiles para desarrollar la visualización. 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ GeoGebra es un potencial recurso que permite que el estudiante desarrolle su habilidad de identificación visual al desarrollar las situaciones propuestas en la guía de aprendizaje, y al descubrir herramientas que mejoran la presentación de sus gráficos.
	Conservación de la percepción (CPD5)	(15, 18, 21)	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Los estudiantes logran hallar la ecuación de la recta haciendo uso del software GeoGebra, a partir de la pendiente y un punto o conociendo dos puntos. 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Los estudiantes logran hallar la ecuación de la recta haciendo uso del software GeoGebra, a partir de la pendiente y un punto o conociendo dos puntos.

	percepción de posiciones en el espacio (PPED5)	(12, 14,	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Para hallar la ecuación de la recta dado un punto y su pendiente o dados dos puntos el estudiante relaciona los datos que tiene con los conocimientos de pendiente y distancia entre dos puntos y diferencia en ambos casos los procedimientos a usar. 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Los estudiantes haciendo uso del software GeoGebra, para hallar la ecuación de la recta dado un punto y su pendiente o dados dos puntos el estudiante logra relacionar los datos que tiene con los conocimientos de pendiente y distancia entre dos puntos y diferencia en ambos casos los procedimientos a usar.
	Percepción de las relaciones espaciales (PREDS)	(16, 19,	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Al resolver las situaciones propuestas de ecuación de la recta, el estudiante debe relacionar sus conocimientos unos con otros y debe seleccionar conocimientos adecuados para cada situación. 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Al resolver las situaciones propuestas de ecuación de la recta, el estudiante debe relacionar sus conocimientos unos con otros y debe seleccionar conocimientos adecuados para cada situación.
	Memoria Visual (MVD5)	(4, 5, 26, 28)	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Los estudiantes deben recordar procesos anteriores como, ubicación de puntos en el plano, distancia entre dos puntos, pendiente de una recta, mediante la solución de situaciones de refuerzo y de recuerdo. 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Cuando los estudiantes desarrollan situaciones para recordar procedimientos o conceptos hace uso de su memoria visual.

	Discriminación visual (DVD5)	(17, 20, 29)	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Los estudiantes diferencian los distintos casos de ecuación de la recta y los identifican en la información básica, asimismo determinan la pendiente en ecuaciones de la recta. 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Los estudiantes incrementan su habilidad de discriminación visual cuando determinan la pendiente de recta en cualquiera de los casos de las ecuaciones de rectas.
--	------------------------------	--------------	---	---

Resultados de la intervención N° 06

Diario de campo: Sesión de Aprendizaje N° 6

INFORMACION GENERAL:

- 1) FECHA : 27 de Mayo
- 2) LUGAR: 5° “A” de Educación Secundaria de la I.E Miguel Cortez
- 3) SUJETOS: Alumnos y alumnas del área de matemática
- 4) ASUNTO : “REFORZANDO LOS CASOS DE ECUACIÓN DE LA RECTA”

INFORMACION ESPECÍFICA:

- (1) La docente en el salón de clase da la bienvenida a los estudiantes y comunica los aprendizajes esperados.
- (2) Seguidamente el docente les hace entrega de la GUÍA DE APRENDIZAJE N° 6: “REFORZANDO LOS CASOS DE ECUACION DE LA RECTA”.
- (3) La docente indica desarrollar las situaciones propuestas en la Guía de Aprendizaje, en la parte de ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE: INICIO.
- (4) Los estudiantes encuentran dos ecuaciones de la recta en su forma simétrica y en su forma general y deben calcular la pendiente y su intercepto con el eje “y”.
- (5) Los estudiantes participan de manera activa dando a conocer los posibles procesos
- (6) La docente toma nota en la pizarra de las sugerencias de los estudiantes y

- (7) Plantea la pregunta: ¿Cuál de los procesos sugeridos es el correcto?
- (8) Algunos estudiantes de manera voluntaria se animan a elegir algunos procesos
- (9) La docente agradece la participación y les dice que más adelante se darán cuenta, de cuál debe ser el proceso correcto.
- (10) La docente indica trasladarse al aula de innovación recordándoles como debe ser su comportamiento en dicho ambiente.
- (11) El docente indica a los estudiantes desarrollar los ejercicios propuestos en la GUÍA DE APRENDIZAJE N° 6, en la parte correspondiente a DESARROLLO, haciendo uso del GeoGebra, deben hallar de manera gráfica la recta y su ecuación que la genera.
- (12) Los estudiantes en las situaciones donde se les da un punto y su pendiente, a partir del punto representan la pendiente dada que debe terminar en un punto, seguidamente unen los dos puntos con la opción recta, y en la vista gráfica aparece su ecuación, los estudiantes toman nota de la misma.
- (13) Los estudiantes en las situaciones donde se les dan dos puntos, unen con la herramienta recta, calculan su pendiente, con la herramienta pendiente, y copian de la vista gráfica la ecuación correspondiente.
- (14) Las situaciones propuestas en la guía de aprendizaje han sido direccionadas de tal modo que los estudiantes puedan identificar los distintos casos de ecuación de la recta.
- (15) Luego de haber concluido los problemas propuestos la docente indica ingresar en la barra de entrada las ecuaciones propuestas en la situación de inicio, calcular la pendiente y el intercepto con el eje “y”.
- (16) la docente con la intervención de los estudiantes identifica los casos para determinar la ecuación de la recta, tanto en las situaciones propuestas como en la INFORMACION BASICA de la Guía de aprendizaje N° 5.

- (17) La docente indica realizar el proceso analítico, hallando la ecuación de la recta y expresando la misma en los distintos casos.
- (18) Algunos estudiantes salen a la pizarra a compartir sus resultados.
- (19) El docente refuerza los aprendizajes de los estudiantes resaltando los casos de ecuaciones donde se identifican de manera directa la pendiente y el intercepto con el eje “y” así mismo resalta también el uso de la fórmula para calcular la pendiente y la ordenada en el origen a partir de la ecuación general.
- (20) La docente realiza preguntas meta cognitivas y de síntesis planteadas en la guía. Mediante la interacción docente estudiante.
- (21) La docente pregunta: ¿Cómo se determina la pendiente, dada la ecuación de la recta en cualquiera de sus formas?
- (22) Los estudiantes responden: algunos dicen que debe estar en la forma general y se aplica la fórmula, otros dicen que se debe expresar en su forma ordinaria.
- (23) La docente pregunta, ¿Para calcular la pendiente la ecuación debe estar en alguna forma específica?
- (24) Los estudiantes piensan y responden que no.
- (25) Nuevamente la docente pregunta: que elementos como mínimo se deben conocer para determinar la ecuación de la recta?
- (26) Algunos estudiantes responden un punto y su pendiente.
- (27) En la siguiente situación: La relación entre el alquiler de un recinto para conferencias, por hora (x) y su costo (y), está dado por: $y = \frac{1}{2}x + 40$, determina la pendiente de la recta, su intercepto con el eje y su gráfica.

Codificación

Leyenda de abreviaturas para nombrar categorías y subcategorías.

Metodología con el uso del GeoGebra (MGD6)

Motivación (MOD6)

Recursos y materiales en el GeoGebra (RMD6)

Construcción del conocimiento (CCD6)
Visualización matemática (VMD6)
 Identificación Visual (IVD6)
 Conservación de la percepción (CPD6)
 Percepción de las posiciones en el espacio (PPED6)
 Percepción de las relaciones espaciales (PREDD6)
 Discriminación visual (DVD6)
 Memoria Visual (MVD6)

Resultados del Diario N° 06

Tabla 44. Resultados de análisis de la sesión N° 06 de la PPA

Categorías	Sub categorías	Unidades de Análisis	Ideas Núcleo	Resultados
Metodología con el uso del GeoGebra (MGD6)	Motivación (MOD6)	(1, 9) (4,5,6) (7, 8,9)	<ul style="list-style-type: none"> ▪ El saludo, y el mantener informados a los estudiantes sobre los aprendizajes esperados crea un clima de confianza en los estudiantes. ▪ Se inicia la sesión planteando dos situaciones que generan discusión en los estudiantes. ▪ La docente plantea la pregunta desequilibrante, que motiva el interés por el aprendizaje. 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ La docente da la bienvenida a los estudiantes, comunica los aprendizajes esperados, los estudiantes dan a conocer sus saberes previos al resolver situaciones donde determinan la pendiente de las rectas y piensan como resolver la pregunta que genera el conflicto cognitivo.
	Recursos, Materiales y GeoGebra (RMD6)	(2, 3, 10, 16, 17) (3, 11, 15, 22)	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Los estudiantes reciben la guía de aprendizaje que contiene actividades de inicio, desarrollo y cierre, es decir es un recurso impreso que se utiliza a lo largo de la sesión de aprendizaje de ecuación de la recta. ▪ El cañón multimedia 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Los estudiantes en su aprendizaje utilizan la guía de aprendizaje y el GeoGebra, que es un recurso que le permite al estudiante visualizar y comprender los distintos casos de

		(10, 12, 13, 14, 15)	<p>es un recurso utilizado por el docente, para dar indicaciones generales, sobre la ecuación de la recta, mostrar procesos o usos del GeoGebra y los estudiantes lo utilizan para compartir sus soluciones.</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Los estudiantes han utilizado el software GeoGebra para descubrir como determinar la ecuación de la recta utilizando distintos datos 	<p>ecuación de la recta, todos estos recursos se complementan y permiten el desarrollo de la visualización.</p>
	<p>Construcción del conocimiento (CCD6)</p>	(6, 23, 24, 25, 27)	<ul style="list-style-type: none"> ▪ La docente utiliza la estrategia de las preguntas en los distintos momentos de la sesión para recuperar saberes previos, para activar su memoria visual, o para que pongan en práctica la conservación de la percepción en el aprendizaje de la pendiente de una recta. ▪ Los estudiantes determinan la ecuación de la recta utilizando saberes previos, relacionando lo aprendido con lo nuevo, asimismo participando en la pizarra. 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Los estudiantes construyen sus conocimientos de los distintos casos de la ecuación de la recta a partir de estrategias utilizadas por la docente como las preguntas dirigidas, a movilizar sus saberes previos o que relacionen lo aprendido para determinar la pendiente de una recta a partir de cualquier caso de ecuación de la recta.
<p>Visualización Matemática (AMD6)</p>	<p>Identificación visual (IVD6)</p>	(11, 13, 26, 28)	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Los estudiantes con la ayuda del GeoGebra identifican los casos de la ecuación de la recta, ya sea por el gráfico o por los datos de las situaciones planteadas, así mismo identifica recursos y herramientas útiles para desarrollar la visualización. 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ GeoGebra es un potencial recurso que permite que el estudiante desarrolle su habilidad de identificación visual al desarrollar las situaciones propuestas en la guía de aprendizaje, tanto con el software GeoGebra

				como con lápiz y papel.
Conservación de la percepción (CPD6)	(15, 18,21)	<ul style="list-style-type: none"> Los estudiantes determinan las ecuaciones de las rectas que pasan por los lados de un triángulo haciendo uso del software GeoGebra y con lápiz y papel. 	<ul style="list-style-type: none"> Los estudiantes determinan las ecuaciones de las rectas que pasan por los lados de un triángulo haciendo uso del software GeoGebra y con lápiz y papel. 	
percepción de posiciones en el espacio (PPED6)	(12, 14,	<ul style="list-style-type: none"> Para hallar la ecuación de la recta dado un punto y su pendiente o dados dos puntos el estudiante relaciona los datos que tiene con los conocimientos de pendiente y distancia entre dos puntos y diferencia en ambos casos los procedimientos a usar. 	<ul style="list-style-type: none"> Los estudiantes haciendo uso del software GeoGebra determina la ecuación de la recta a partir de la ordenada en el origen y su pendiente o dados la ordenada en el origen y abscisa en el origen moviliza conocimientos de pendiente de una recta y distancia entre dos puntos diferenciando los casos en los que debe utilizarlos. 	
Percepción de las relaciones espaciales (PRED6)	(16, 19,	<ul style="list-style-type: none"> Al resolver las situaciones propuestas de ecuación de la recta, el estudiante debe relacionar sus conocimientos unos con otros y debe seleccionar conocimientos adecuados para cada situación. 	<ul style="list-style-type: none"> Los estudiantes cuando resuelven situaciones propuestas de ecuación de la recta, el estudiante debe relacionar sus conocimientos unos con otros y debe seleccionar conocimientos adecuados para cada situación. 	
Memoria Visual (MVD6)	(4, 5, 26, 28)	<ul style="list-style-type: none"> Los estudiantes deben recordar procesos anteriores como, ubicación de puntos en el plano, distancia entre dos 	<ul style="list-style-type: none"> Los estudiantes hacen uso de su memoria visual al desarrollar situaciones que 	

			puntos, pendiente de una recta, mediante la solución de situaciones de refuerzo y de recuerdo.	exijan recordar procedimientos o conceptos.
	Discriminación visual (DVD6)	(17, 20, 29)	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Los estudiantes diferencian los distintos casos de ecuación de la recta y los identifican en la información básica, asimismo determinan la pendiente en ecuaciones de la recta. 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Cuando los estudiantes determinan la pendiente en cualquiera de los casos de ecuación de la recta, incrementan su habilidad de discriminación visual.

Resultados de la intervención N° 07

Diario de campo: Sesión de Aprendizaje N° 7

INFORMACION GENERAL:

- 1) FECHA : 10 de Junio
- 2) LUGAR: 5° “A” de Educación Secundaria de la I.E Miguel Cortez
- 3) SUJETOS: Alumnos y alumnas del área de matemática
- 4) ASUNTO : “APRENDEMOS LAS PROPIEDADES DE LAS POSICIONES RELATIVAS DE LA RECTA”

INFORMACION ESPECÍFICA:

- (1) La docente ingresa al aula y saluda a los estudiantes
- (2) se comunica los aprendizajes esperados y se les indica que las dos primeras horas se desarrollaran en el aula de innovación,
- (3) además se les recordó a los estudiantes sobre el comportamiento que debían observar en dicha aula.
- (4) Ya en el aula en la pizarra se les recordó las dos formas importantes de representación de la ecuación de la recta, y

- (5) se les preguntó si recordaban como determinar sus pendientes, un estudiante intervino y dijo que en la ecuación punto pendiente el valor de “m” es el valor de la pendiente o también se puede decir que el valor de la pendiente es el número que aparece con “x”, le dije que estaba bien pero ese número es el coeficiente de “x”.
- (6) Luego les pregunté ¿cómo se determina la pendiente en la ecuación general? y
- (7) otro estudiante afirmó que era el coeficiente de “x”,
- (8) se les recordó que para tomar el coeficiente de “x”, la ecuación debe estar en su forma punto pendiente y
- (9) un tercer estudiante participó y dijo “que la pendiente se calcula dividiendo el valor del número que acompaña a “x” entre el valor del número que acompaña a “y”,
- (10) la docente indica que falta precisar algo más y el mismo estudiante dijo que faltaba el signo menos delante del número que acompaña a “x”.
- (11) Seguidamente se les hizo entrega de las guías de aprendizaje a cada estudiante y
- (12) con la ayuda del Cañón Multimedia se proyectó las imágenes de la guía de aprendizaje, correspondientes a la actividad de inicio y
- (13) se les pidió que las observen y respondan que posiciones relativas de rectas observan en la imagen del juego infantil “sube y baja” y
- (14) ellos sin dificultad respondieron que la disposición de los sube y baja eran paralelas
- (15) en la segunda imagen se mostró un estante que tenía marcada dos maderas perpendiculares y
- (16) los estudiantes identificaron dicha posición de manera rápida,
- (17) luego se les mostró el mapa de su localidad y se les pidió que identificaran pares de calles paralelas y pares de calles perpendiculares y
- (18) llenaran la tabla preparada para tal actividad.
- (19) Se observó a la mayoría de estudiantes trabajar con entusiasmo esta primera parte.
- (20) Cuando se les planteo las preguntas desequilibrantes: ¿Se podrán representar rectas paralelas en el plano

cartesiano? ¿Habrá alguna manera de determinar si dos rectas en el plano son paralelas?

- (21) ¿Se podrán representar en el plano cartesiano rectas perpendiculares?
- (22) ¿Habrá alguna forma de determinar si dos rectas en el plano son perpendiculares?
- (23) Los estudiantes respondieron que si se podría representar rectas paralelas y perpendiculares con el software GeoGebra con la opción paralela y perpendicular, respectivamente
- (24) pero no sabían cómo determinar en forma analítica si dos rectas son paralelas o perpendiculares. Luego
- (25) se les indicó trabajar con el GeoGebra las actividades de desarrollo que fueron tres:
- (26) En la primera parte (A) se les daba las ecuaciones de dos rectas,
- (27) los estudiantes determinan si las rectas eran paralelas o perpendiculares
- (28) y en ambos casos hallan las pendientes de las rectas dadas.
- (29) En la segunda parte (B) se les daba las coordenadas de un punto y la ecuación de una recta,
- (30) en esta parte los estudiantes hallan la distancia del punto a la recta, trazando una perpendicular del punto a la recta, ubican el punto de intersección y finalmente lo unen con el punto inicial y anotan en la guía la distancia hallada.
- (31) En la tercera parte (C) nuevamente se les da ecuaciones de pares de rectas paralelas
- (32) los estudiantes hallan la distancia entre las rectas, trazando una perpendicular que corte a ambas, luego unen los puntos de intersección con la opción segmento y toman nota de dicha distancia.
- (33) Antes del desarrollo en cada parte, haciendo uso del cañón multimedia,
- (34) se les sugirió un proceso de trabajo, algunos estudiantes toman la sugerencia
- (35) otros estudiantes utilizar otro proceso que les permite hallar lo que se les pedía.

- (36) Observé que la mayoría de estudiantes desarrollaban su guía con mucha facilidad y rapidez,
- (37) pero había un pequeño grupo que tenía dificultades se detectaron y
- (38) se les dio apoyo individual.
- (39) Algunos estudiantes terminaron de completar su guía unos minutos antes de lo previsto, se les indicó apagar las computadoras y todos nos trasladamos al aula de clase.
- (40) Ya en el aula se les preguntó a los estudiantes como son las pendientes de dos rectas paralelas
- (41) ellos respondieron que eran iguales,
- (42) entonces se reforzó tal conclusión y
- (43) se les pidió que en forma analítica determinen las pendientes de las rectas dadas.
- (44) Luego se les preguntó cómo son las pendientes de las rectas perpendiculares?.
- (45) Ellos respondieron que son inversas pero con diferente signo,
- (46) luego se les planteó la pregunta y ¿que pasara si las multiplicamos?.
- (47) Un estudiante respondió sale (-1).
- (48) Luego se le pidió a un alumno que diga la propiedad de las pendientes de dos rectas perpendiculares.
- (49) Un estudiante intervino y afirmó que el producto de dos rectas perpendiculares es -1
- (50) La docente volvió a repetir con énfasis.
- (51) Los estudiantes calculan las pendientes en forma analítica, las comparan
- (52) Se observa que los estudiantes deducen que si son iguales deben asumir que las rectas son paralelas y si son diferentes las multiplican si el resultado es (-1) las rectas son perpendiculares de lo contrario no lo son.
- (53) Para comprobar la parte B y C se les pidió recordar el proceso utilizado con el GeoGebra,
- (54) varios alumnos mostraron interés por explicar dicho proceso,
- (55) Un estudiante dijo: se trazar una perpendicular a la recta que pase por el punto dado, luego se halla el punto de intersección entre la recta inicial y la perpendicular

trazada, luego traza un segmento entre el punto dado y el punto de intersección hallado y se copia la longitud del segmento.

- (56) Otro estudiante participó y explicó como hallar la distancia entre dos rectas paralelas con GeoGebra, dijo que se traza una perpendicular que pase por las dos rectas, se marcan los puntos de intersección y se traza un segmento que debe unir ambos puntos y la longitud de dicho segmento es la distancia entre las rectas.
- (57) luego se les pidió revisar su información general acerca de la distancia de un punto a una recta y distancia entre rectas paralelas y
- (58) Los estudiantes identifican las fórmulas en cada caso las aplican a las situaciones planteadas y comparan sus resultados con los obtenidos en GeoGebra.
- (59) Algunos alumnos de manera voluntaria salieron a la pizarra a compartir su trabajo.
- (60) En el aula de clase se observó que la actitud de los estudiantes no es la misma que en el aula de innovación, algunos alumnos necesitan que les recuerden que deben realizar el proceso analítico para completar su aprendizaje.
- (61) Finalmente se trabaja, con la participación activa de los estudiantes, las actividades de cierre de la guía de aprendizaje y
- (62) se procede a recoger las guías para evaluar el trabajo de cada estudiante,
- (63) verificar el desarrollo de la capacidad de visualización.

Codificación

Leyenda de abreviaturas para nombrar categorías y subcategorías.

Metodología con el uso del GeoGebra (MGD7)

Motivación (MOD7)

Recursos y materiales en el GeoGebra (RMD7)

Construcción del conocimiento (CCD7)

Visualización matemática (VMD7)

Identificación Visual (IVD7)

Conservación de la percepción (CPD7)
 Percepción de las posiciones en el espacio (PPED7)
 Percepción de las relaciones espaciales (PRED7)
 Discriminación visual (DVD7)
 Memoria Visual (MVD7)

Resultados del Diario N° 07

Tabla 45. Resultados de análisis de la sesión N° 07 de la PPA

Categorías	Sub categorías	Unidades de Análisis	Ideas Núcleo	Resultados
Metodología con el uso del GeoGebra (MGD7)	Motivación (MOD7)	(1,2, 3) (5,6,7,8,9, 10) (11,12,16) (37, 38)	<ul style="list-style-type: none"> ▪ la docente da la bienvenida a los estudiantes y da a conocer los aprendizajes esperados. ▪ La docente mediante preguntas y respuestas de estudiantes recuperan saberes previos sobre rectas paralelas o perpendiculares. ▪ Los estudiantes determina la pendiente a partir de las imágenes y las características de las rectas dadas. ▪ Los estudiantes muestran mucho entusiasmo en el trabajo con GeoGebra. 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Se da inicio a la sesión de aprendizaje recuperando saberes previos mediante preguntas y presentando imágenes de situaciones reales donde el estudiante identifica las posiciones de dos rectas paralelas o perpendiculares, así mismo a lo largo de la sesión se observa el entusiasmo de los estudiantes por el trabajo con el software GeoGebra. ▪
	Recursos, Materiales y GeoGebra (RMD7)	(11, 12, 35, 38, 57, 58, 61, 62) (12, 15, 17, 33, 36)	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Se hace entrega de la Guía de Aprendizaje N° 7, que contiene situaciones de inicio, de desarrollo y de cierre para el aprendizaje de posiciones relativas de las rectas y sus propiedades. ▪ El cañón multimedia se utiliza como un 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Los recursos utilizados en la sesión de aprendizaje son la Guía de aprendizaje que contiene situaciones que los estudiantes desarrollan a lo largo de toda la sesión, orientada por el docente quien para mayor eficacia se apoya en la orientación

		(25,47, 48, 52)	<p>recurso auxiliar que facilita la visualización de imágenes propuestas en las distintas situaciones, y permite mostrar el uso del software GeoGebra.</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ El software GeoGebra permite determinar si dos rectas son paralelas o perpendiculares de una manera muy sencilla. 	<p>del cañón multimedia, asimismo el software GeoGebra es un recurso tecnológico utilizado por los estudiantes para desarrollar la visualización de las propiedades de las rectas paralelas y perpendiculares.</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪
	Construcción del conocimiento (CCD7)	(5, 6, 21, 22, 39, 43, 45) (8, 10, 13, 36)	<ul style="list-style-type: none"> ▪ La docente utiliza la estrategia de preguntas, para hacer recordar a los estudiantes, ciertos conceptos o procesos, como también para construir conocimientos en este caso sobre rectas paralelas y rectas perpendiculares. ▪ La docente utiliza estrategias propiamente de construcción, porque lo induce al estudiante a que haga deducciones 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Las diferentes estrategias utilizadas por la docente como las preguntas específicas, las estrategias de construcción es decir las de inducción permiten el aprendizaje de las propiedades y conceptos de las posiciones relativas de las rectas.
Visualización Matemática (AMD7)	Identificación visual (IVD7)	(13, 14, 16, 17, 18, 27) (25, 26, 27, 28, 40)	<ul style="list-style-type: none"> ▪ El estudiante en imágenes identifica pares de rectas paralelas y perpendiculares. ▪ Identifican pares de rectas paralelas y perpendiculares utilizando el software GeoGebra. 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Las imágenes estáticas, las presentadas en el software GeoGebra de rectas paralelas y perpendiculares permiten fortalecer la habilidad de identificación visual en los estudiantes.
	Conservación de la percepción (CPD7)	(29, 30, 51, 58,)	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Las situaciones donde el estudiante debe hallar la distancia de un punto a una recta y distancia entre rectas paralelas ya sea con el software GeoGebra o con lápiz y papel 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Las situaciones donde el estudiante debe hallar la distancia de un punto a una recta y distancia entre rectas paralelas ya sea con el software GeoGebra o con lápiz y papel

			haciendo uso de distancia entre dos puntos.	haciendo uso de distancia entre dos puntos
Percepción de posiciones en el espacio (PPED7)	(29, 30) (23, 49)	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Los estudiantes cuando hallan la distancia entre dos rectas y entre un punto y una recta, identifica procesos convenientes para cada caso. ▪ Los estudiantes identifican y diferencian las propiedades de las rectas paralelas y perpendiculares 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Los estudiantes, haciendo uso del software GeoGebra, consiguen identificar y diferenciar las propiedades de las rectas paralelas y perpendiculares, logran además hallar la distancia entre un punto y una recta o entre rectas paralelas, a pesar de que las situaciones son distintas visualiza la similitud. 	
Percepción de las relaciones espaciales (PRED7)	(57, 58, 59)	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Los estudiantes comparan lo que aprenden sobre las propiedades de las posiciones de las rectas con el GeoGebra y la información teórica. 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Los estudiantes comparan lo que aprenden sobre las propiedades de las posiciones de las rectas con el GeoGebra y la información teórica. 	
Memoria Visual (MVD7)	(5, 7, 9) (40, 44, 54, 55)	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Los estudiantes al responder las preguntas planteadas por la docente recuerdan conceptos y propiedades antes aprendidos. ▪ Las preguntas específicas sobre propiedades de rectas paralelas y perpendiculares permite que los estudiantes hagan uso de su memoria visual, pues deben recordar, 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Los estudiantes al responder preguntas sobre pendiente de una recta, o sobre propiedades de rectas perpendiculares o paralelas, hace uso de su memoria visual. 	

	Discriminación visual (DVD7)	(23, 27, 52, 55)	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Se puede evidenciar que los estudiantes diferencian las propiedades de las rectas paralelas y perpendiculares y diferencian también procesos para calcular la distancia de un punto a una recta y entre rectas paralelas. 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Se puede evidenciar que los estudiantes diferencian las propiedades de las rectas paralelas y perpendiculares y diferencian también procesos para calcular la distancia de un punto a una recta y entre rectas paralelas.
--	------------------------------	------------------	---	---

Resultados de la intervención N° 08

Diario de campo: Sesión de Aprendizaje N° 8

INFORMACION GENERAL:

- 1) FECHA : 17 de Junio
- 2) LUGAR: 5° “A” de Educación Secundaria de la I.E Miguel Cortez
- 3) SUJETOS: Alumnos y alumnas del área de matemática
- 4) ASUNTO: “APRENDEMOS A RESOLVER PROBLEMAS SOBRE ECUACION DE LA RECTA”

INFORMACION ESPECÍFICA:

- (1) La docente en el salón de clase da la bienvenida a los estudiantes y comunica los aprendizajes esperados.
- (2) La docente haciendo uso del cañón multimedia y una presentación en PPT, hace una síntesis con la participación activa de los estudiantes, sobre los conceptos de distancia entre dos puntos, punto medio, pendiente de una recta, ecuación de la recta, rectas paralelas, rectas perpendiculares.
- (3) Los estudiantes se observan muy motivados a participar, responden a las preguntas que la docente plantea en cada diapositiva.
- (4) Seguidamente la docente les hace entrega de la GUÍA DE APRENDIZAJE N° 8: “APRENDEMOS A RESOLVER PROBLEMAS SOBRE ECUACION DE LA RECTA”

- (5) La docente indica desarrollar las situaciones propuestas en la Guía de Aprendizaje, en la parte de ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE: INICIO. Josué compra un auto pagando una inicial de S/.5 500 y 60 cuotas de s/. 650. Determina la ecuación lineal y su gráfica que describe cuanto debe pagar Josué en “x” meses ¿Cuánto dinero habrá pagado Josué en 3 años?
- (6) La docente indica leer atentamente la situación propuesta y les pide plantear estrategias de solución
- (7) Los estudiantes participan en la pizarra anotando la expresión que creen que representa la situación planteada
- (8) La docente va haciendo las observaciones correspondientes, hasta que un estudiante anota la ecuación correcta y hace la gráfica de función
- (9) Otro estudiante halla el monto a pagar en 3 años.
- (10) Luego el docente pide analizar la siguiente situación e induce a los estudiantes razonen una estrategia de solución analítica.
- (11) Seguidamente con el GeoGebra soluciona el problema y compara con los resultados obtenidos en forma analítica.
- (12) La docente indica a los estudiantes desarrollar los ejercicios propuestos en la GUÍA DE APRENDIZAJE N° 8, en la parte correspondiente a ACTIVIDADES DE DESARROLLO.
- (13) Los estudiantes en grupos de cuatro,
- (14) Los estudiantes resuelven los problemas planteados de manera analítica y con la ayuda del GeoGebra de manera gráfica,
- (15) En el problema 1: Los estudiantes deben identificar la clase de triángulo que es, dados sus vértices, es decir hallan la medida de cada lado y comparan sus medidas y concluyen que se trata de un triángulo isósceles.
- (16) En el Problema 2: Dadas las coordenadas de ubicación de un barco y de tres puertos, los estudiantes hallan las distancias y deciden cual es la más corta.
- (17) Problema 3: Los estudiantes teniendo dos puntos de una recta y la ordenada de otro punto de la misma hallan la

abscisa, es decir el valor de la componente “y”, utilizando la pendiente de una recta.

- (18) Problema 4: Los estudiantes teniendo la pendiente, las coordenadas de un punto y la ordenada de otro punto hallan la abscisa.
- (19) Problema 5: Los estudiantes teniendo la pendiente, un punto y la abscisa del otro punto hallan la ordenada, utilizando la definición de pendiente,
- (20) Problema 6: para calcular el área del triángulo, hallan una altura y el lado sobre la que esta cae es la base, el GeoGebra les permite visualizar dichos lados
- (21) Problema 7: Los estudiantes hallan la ecuación de la recta que pasa por dos puntos, uno de los puntos es un dato del problema y el otro los estudiantes lo determinan encontrando la intersección de las rectas.
- (22) Problema 8: Los estudiantes calculan la ecuación de una recta a partir de su pendiente y dos puntos de otra recta perpendicular a la primera
- (23) Problema 9: hallan la ecuación de una recta que pasa por la intersección de otras dos y es paralela a otra de la cual calculan la pendiente y hallan la ecuación de la recta con el punto de intersección y la pendiente.
- (24) Problema 10: Los estudiantes en este problema hacen un análisis más elevado, a partir del área de un triángulo deben hallar la ecuación de la recta, es decir calculan primeramente los puntos de intersección con los ejes x e y.
- (25) Los estudiantes comparan respuestas de las dos formas,
- (26) los estudiantes deben seleccionar las estrategias más convenientes, justificadas en propiedades de las rectas y formas de determinar la ecuación de la recta.
- (27) La docente indica desarrollar todos los problemas pero designa a cada grupo un problema para compartirlo.
- (28) La docente indica avanzar con la resolución que la siguiente clase se realizaran las exposiciones.
- (29) Seguidamente la docente indica a los estudiantes desarrollar las actividades de cierre.
- (30) Dos estudiantes explican el proceso para hallar la ecuación de la recta conociendo un punto y la ecuación de una recta paralela a ella

- (31) Una estudiante participa con la explicación del proceso para hallar la intersección de dos rectas
- (32) En la pizarra un estudiante resuelve el problema planteado: Valery compra una moto pagando una inicial de S/.1 500 y 30 cuotas de s/. 150 mensuales. Determina la ecuación lineal y su gráfica que describe cuanto debe pagar Valery en “x” meses ¿Cuánto dinero habrá pagado Valery en 2 años?
- (33) La docente resalta y refuerza la solución del problema.

Codificación

Leyenda de abreviaturas para nombrar categorías y subcategorías.

Metodología con el uso del GeoGebra (MGD8)

Motivación (MOD8)

Recursos y materiales en el GeoGebra (RMD8)

Construcción del conocimiento (CCD8)

Visualización matemática (VMD8)

Identificación Visual (IVD8)

Conservación de la percepción (CPD8)

Percepción de las posiciones en el espacio (PPED8)

Percepción de las relaciones espaciales (PRED8)

Discriminación visual (DVD8)

Memoria Visual (MVD8)

Resultados del Diario N° 08

Tabla 46. Resultados de análisis de la sesión N° 08 de la PPA

Categorías	Sub categorías	Unidades de Análisis	Ideas Núcleo	Resultados
Metodología con el uso del GeoGebra (MGD8)	Motivación (MOD8)	(1) (2, 3) (5,6)	<ul style="list-style-type: none"> ▪ La docente da la bienvenida y comunica los aprendizajes esperados. ▪ Los recursos como las presentaciones en PPT, motiva a los estudiantes, ya que se observa que participan de manera activa y entusiasmada. ▪ La docente plantea una situación real, y los estudiantes de manera activa participan en la solución, en la pizarra y luego de tener la ecuación la comprueban con el GeoGebra. 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ La docente para lograr motivar el aprendizaje en los estudiantes, hace uso de presentaciones en PPT, preguntas para recuperar saberes previos, plantea también una situación del contexto real que el estudiante puede resolver haciendo uso de sus saberes previos y haciendo uso del GeoGebra, de tal modo que el estudiante esté dispuesto a seguir aprendiendo.
	Recursos, Materiales y GeoGebra (RMD8)	(5, 6, 12, 29) (2, 5) (11, 13, 26)	<ul style="list-style-type: none"> ▪ La guía de aprendizaje n° 8, ha sido entregada a los estudiantes y ha sido utilizada por ellos en todos los momentos de la sesión. ▪ El cañón multimedia es un recurso utilizado por la docente para proyectar presentaciones en PPT de la ecuación de la recta, propiedades y casos; y situaciones de la guía de aprendizaje en los diferentes momentos de la sesión de aprendizaje. ▪ Los estudiantes utilizan el software GeoGebra para poder visualizar propiedades de las rectas y estrategias de solución. 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Los recursos utilizados como la guía de aprendizaje, el cañón multimedia, el software GeoGebra, has jugado un papel muy importante en la solución de problemas sobre ecuación de la recta.

	Construcción del conocimiento o (CCD8)	(6, 8, 10, 15; 29, 30, 35)	<ul style="list-style-type: none"> Las estrategias utilizadas por la docente a lo largo de la sesión de aprendizaje, están orientadas a la construcción del aprendizaje, al desarrollo de habilidades visuales que requiere para resolver los problemas propuestos. 	<ul style="list-style-type: none"> Las estrategias utilizadas por la docente a lo largo de la sesión de aprendizaje, han sido direccionadas no solo al aprendizaje y solución de problemas sobre ecuación de la recta, sino también al desarrollo de la capacidad de visualización.
Visualización Matemática (AMD8)	Identificación visual (IVD8)	(3, 7, 8, 9, 16, 25)	<ul style="list-style-type: none"> Los estudiantes responden a preguntas, participan con sus propuestas, identifican gráficamente la solución a problemas, comparan dos expresiones, en la solución de problemas sobre ecuación de la recta, haciendo uso de su habilidad de identificación visual. 	<ul style="list-style-type: none"> Algunas actividades propuestas en la guía de aprendizaje como hallar la distancia más corta, identificar una expresión en un gráfico, comparar dos expresiones e identificar si son iguales, se logra haciendo uso de la habilidad de identificación visual.
	Conservación de la percepción (CPD8)	(15, 20, 32)	<ul style="list-style-type: none"> Los estudiantes hallan las coordenadas de uno de los vértices de un paralelogramo dados los otros tres vértices, solucionan el problema haciendo uso del software GeoGebra y con lápiz y papel. 	<ul style="list-style-type: none"> Los estudiantes hallan las coordenadas de uno de los vértices de un paralelogramo dados los otros tres vértices, solucionan el problema haciendo uso del software GeoGebra y con lápiz y papel.
	percepción de posiciones en el espacio (PPED8)	(17, 18, 19)	<ul style="list-style-type: none"> Los estudiantes identifican las propiedades de las posiciones relativas de las rectas y los casos de ecuaciones de la recta en el enunciado del problema y/o en los gráficos, y aplica a la solución de los problemas. 	<ul style="list-style-type: none"> Los estudiantes identifican las propiedades de las posiciones relativas de las rectas y los casos de ecuaciones de la recta en el enunciado del problema y/o en los gráficos, y aplica a la solución de los problemas.

Percepción de las relaciones espaciales (PRED8)	(21, 22, 23)	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Para resolver los problemas 7, 8 y 9 los estudiantes identifican en los problemas, las propiedades de las posiciones relativas de las rectas y los casos de ecuación de la recta que deben aplicar, y los relacionan con los datos de los problemas, planteando estrategias de solución adecuadas. 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Para resolver los problemas 7, 8 y 9 los estudiantes identifican en los problemas, las propiedades de las posiciones relativas de las rectas y los casos de ecuación de la recta que deben aplicar, y los relacionan con los datos de los problemas, planteando estrategias de solución adecuadas.
Memoria Visual (MVD8)	(30, 31)	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Los estudiantes explican cómo hallar la ecuación de una recta conociendo un punto y al ecuación para lela a ella, es decir recuerda la propiedad correspondiente, asimismo recuerda el proceso para hallar el punto de intersección de dos rectas. 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Los estudiantes explican cómo hallar la ecuación de una recta conociendo un punto y al ecuación para lela a ella, es decir recuerda la propiedad correspondiente, asimismo recuerda el proceso para hallar el punto de intersección de dos rectas.
Discriminación visual (DVD8)	(24)	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Los estudiantes para resolver el problema 10, identifican el lado por donde deben trazar la recta y que datos son útiles para determinar la ecuación de la recta, además identifican la ecuación de la recta correspondiente. Además se dan cuenta que si hallan los puntos de intersección del triángulo con los ejes de coordenadas cartesianas son los puntos para determinar la ecuación de la recta. 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Los estudiantes para resolver el problema 10, identifican el lado por donde deben trazar la recta y que datos son útiles para determinar la ecuación de la recta, además identifican la ecuación de la recta correspondiente. Además se dan cuenta que si hallan los puntos de intersección del triángulo con los ejes de coordenadas cartesianas son los puntos para determinar la ecuación de la recta.

Resultados de la intervención N° 09

Diario de campo: Sesión de Aprendizaje N° 9

INFORMACIÓN GENERAL:

- 1) FECHA : 17 de Junio
- 2) LUGAR: 5° “A” de Educación Secundaria de la I.E Miguel Cortez
- 3) SUJETOS: Alumnos y alumnas del área de matemática
- 4) ASUNTO : “REFORZANDO LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS SOBRE ECUACIÓN DE LA RECTA”

INFORMACIÓN ESPECÍFICA:

- (1) La docente en el salón de clase saluda cordialmente y da la bienvenida a los estudiantes
- (2) la docente comunica los aprendizajes esperados.
- (3) La docente haciendo uso del cañón multimedia y una presentación en PPT, hace un repaso de todo lo trabajado sobre ecuación de la recta
- (4) con la participación activa de los estudiantes, sobre los conceptos de distancia entre dos puntos, punto medio, pendiente de una recta, ecuación de la recta, rectas paralelas, rectas perpendiculares.
- (5) Se ha podido observar que los estudiantes tienen una actitud muy positiva frente al uso de presentaciones en PPT, se percibe su entusiasmo en sus participaciones.
- (6) La docente indica a los estudiantes que se dará inicio a la exposición de sus trabajos.
- (7) La docente invita a los alumnos de cada uno de los grupos para compartir sus resultados, indica que cada grupo pegue su paleógrafo en donde han resuelto sus problemas de manera analítica,
- (8) Grupo 1: Los estudiantes explican cómo han identificado la clase de triángulo que es, dados sus vértices, es decir hallan la medida de cada lado y comparan sus medidas y concluyen que se trata de un triángulo isósceles. Ello mencionan que el recurso

GeoGebra los ayudo a visualizar rápidamente la clase de triángulo.

- (9) Grupo 2: los estudiantes explicaron que primero resolvieron el problema con el software GeoGebra, ingresando las coordenadas de ubicación de un barco y de tres puertos, luego hallando las distancias deciden cual es la más corta. Seguidamente aplicando distancia entre dos puntos resuelven analíticamente.
- (10) Grupo 3: Los estudiantes teniendo dos puntos de una recta y la ordenada de otro punto de la misma hallan la abscisa, es decir el valor de la componente “y”, utilizando la pendiente de una recta. Explican que con el software GeoGebra es muy sencillo encontrar la componente “y”
- (11) Grupo 4: Los estudiantes teniendo la pendiente, las coordenadas de un punto y la ordenada de otro punto hallan la abscisa. Los estudiantes mencionan que el recurso GeoGebra les ayudó a visualizar una estrategia de solución analítica al problema.
- (12) Grupo 5: Los estudiantes teniendo la pendiente, un punto y la abscisa del otro punto hallan la ordenada, utilizando la definición de pendiente, los estudiantes afirmaron que para ellos fue más fácil el proceso con lápiz y papel que con GeoGebra.
- (13) Grupo 6: Los estudiantes para calcular el área del triángulo, hallan una altura y el lado sobre la que esta cae es la base, el GeoGebra les permite visualizar dichos lados
- (14) Grupo 7: Los estudiantes explican que para hallar la ecuación de la recta que pasa por dos puntos, uno de los puntos es un dato del problema y el otro los estudiantes lo determinan encontrando la intersección de las rectas, sin embargo reconocen que con el GeoGebra se dieron cuenta de lo que tenían que hacer con lápiz y papel,
- (15) Grupo 8: Los estudiantes explican que primero calcularon la ecuación de una recta a partir de su pendiente y dos puntos de otra recta perpendicular a la primera.
- (16) Grupo 9: hallan la ecuación de una recta que pasa por la intersección de otras dos y es paralela a otra de la cual

- calculan la pendiente y hallan la ecuación de la recta con el punto de intersección y la pendiente.
- (17) Grupo 10: Los estudiantes en este problema hacen un análisis más elevado, a partir del área de un triángulo deben hallar la ecuación de la recta, es decir calculan primeramente los puntos de intersección con los ejes x e y.
 - (18) luego de la exposición del proceso analítico los estudiantes desarrollan el problema de manera gráfica, haciendo uso del GeoGebra, que se proyectará para todos en el cañón multimedia.
 - (19) Luego de cada exposición el docente refuerza los ejercicios y despeja dudas de los estudiantes.
 - (20) Se aplicara una evaluación del tema ecuación de la recta (Prueba de salida)

Codificación

Leyenda de abreviaturas para nombrar categorías y subcategorías.

Metodología con el uso del GeoGebra (MGD9)

Motivación (MOD9)

Recursos y materiales en el GeoGebra (RMD9)

Construcción del conocimiento (CCD9)

Visualización matemática (VMD9)

Identificación Visual (IVD9)

Conservación de la percepción (CPD9)

Percepción de las posiciones en el espacio (PPED9)

Percepción de las relaciones espaciales (PRED9)

Discriminación visual (DVD9)

Memoria Visual (MVD9)

Resultados del Diario N° 09

Tabla 47. Resultados de análisis de la sesión N° 09 de la PPA

Categorías	Sub categorías	Unidades de Análisis	Ideas Núcleo	Resultados
Metodología con el uso del GeoGebra (MGD9)	Motivación (MOD9)	(1, 2) (5)	<ul style="list-style-type: none"> ▪ La docente muestra respeto por los estudiantes desde el inicio de la sesión, al saludarlos y darles a conocer los aprendizajes esperados. ▪ Los estudiantes se ven motivados por las imágenes proyectadas en las presentaciones PPT. 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ La docente crea en el aula un clima de confianza y respeto en la clase y los recursos utilizados por la misma mantiene la motivación por el aprendizaje en los estudiantes.
	Recursos, Materiales y GeoGebra (RMD9)	(4, 18) (8,9,10,11,12,13,14,15,16,17,18,19)	<ul style="list-style-type: none"> ▪ El cañón multimedia ha sido utilizado para hacer un repaso de los temas tratados en tope el periodo de aplicación y por los estudiantes para compartir la solución de sus problemas con el software geogebra. ▪ Los estudiantes utilizan el software GeoGebra para explicar cómo se visualizan propiedades y la solución del problema. 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ El cañón multimedia y el software GeoGebra han sido recursos muy utilizados en la resolución de problemas sobre ecuación de la recta, el primero como ayuda visual y el segundo como apoyo para visualizar la solución a los problemas.
	Construcción del conocimiento (CCD9)	(3, 4, 7, 18, 19)	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Las estrategias utilizadas por la docente, permite guiar a los estudiantes a la construcción de sus conocimientos ▪ La docente usa estrategias de refuerzos y aclaraciones a las 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Los estudiantes construyen sus conocimientos guiados por las estrategias adecuadas de la docente y despejando sus dudas.

			dudas de los estudiantes.	
Visualización Matemática (AMD9)	Identificación visual (IVD9)	(3, 9, 18)	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Los estudiantes en las diapositivas identifica lo aprendido y lo da a conocer mediante sus intervenciones. ▪ En el problema n°2 identifica cuál de las distancias es la más corta, gráficamente con el software GeoGebra y también visualiza el proceso con lápiz y papel. 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Los recursos como las diapositivas y el software GeoGebra permiten activar la capacidad de identificación visual de los estudiantes, quienes en los gráficos reconocen propiedades y visualizan vías de solución al problema.
	Conservación de la percepción (CPD9)	(8,17)	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Los estudiantes haciendo uso del GeoGebra y con lápiz y papel determinan la pendiente de una recta dada su ecuación en cualquiera de sus formas, logran hallar también la ecuación de una recta conociendo uno de sus puntos y sabiendo además que es paralela o perpendicular a otra cuya ecuación se da. 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Los estudiantes haciendo uso del GeoGebra y con lápiz y papel determinan la pendiente de una recta dada su ecuación en cualquiera de sus formas, logran hallar también la ecuación de una recta conociendo uno de sus puntos y sabiendo además que es paralela o perpendicular a otra cuya ecuación se da.
	percepción de posiciones en el espacio (PPED9)	(10, 11, 12)	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Los estudiantes logran identificar las propiedades y soluciones de manera gráfica y relacionar con el desarrollo realizado con lápiz y papel a pesar de las variaciones de los problemas. 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Los estudiantes logran identificar las propiedades y soluciones de manera gráfica y relacionan con el desarrollo realizado con lápiz y papel a pesar de las variaciones de los problemas.

	Percepción de las relaciones espaciales (PRED9)		<ul style="list-style-type: none"> Para resolver los problemas 7, 8 y 9 los estudiantes identifican en los problemas, las propiedades de las posiciones relativas de las rectas y los casos de ecuación de la recta que deben aplicar, y los relacionan con los datos de los problemas, planteando estrategias de solución adecuadas 	<ul style="list-style-type: none"> Los estudiantes al relacionar las propiedades, los casos de las ecuaciones de la recta y los datos de problemas en la solución de los mismos activan su capacidad de percepción de las relaciones espaciales,
	Memoria Visual (MVD9)	(3, 4, 8)	<ul style="list-style-type: none"> Al participar en el repaso realizado por la docente, y al aplicar distancia entre dos puntos en la solución del problema 1, el estudiante utiliza su memoria visual. 	<ul style="list-style-type: none"> Siempre que el estudiante tiene que evocar propiedades, procedimientos de temas tratados en clases anteriores hace uso de su memoria visual.
	Discriminación visual (DVD9)	(17)	<ul style="list-style-type: none"> Los estudiantes explican que para resolver el problema 10, identifican el lado por donde deben trazar la recta y que datos son útiles para determinar la ecuación de la recta, además identifican la ecuación de la recta correspondiente. Además se dan cuenta que si hallan los puntos de intersección del triángulo con los ejes de coordenadas cartesianas son los puntos para determinar la ecuación de la recta. 	<ul style="list-style-type: none"> Los estudiantes diferencian las propiedades de las posiciones relativas de las rectas y los casos de las ecuaciones de las rectas y seleccionan estrategias adecuadas a la solución del problema 10 que exige análisis.

4.4. Interpretación de resultados

4.4.1 Interpretación de la Práctica Pedagógica Inicial (PPI)

CATEGORIA: METODOLOGIA CON EL USO DEL GEOGEBRA

SUB CATEGORIA: MOTIVACION

S1

SESIÓN 01: “Plano Cartesiano”

La docente crea un ambiente adecuado, mediante el saludo y el dar a conocer el propósito de la clase, seguidamente recupera saberes previos de plano cartesiano y par ordenado mediante preguntas.

S2

SESIÓN 02: “Distancia entre dos puntos y punto medio”

La docente crea un clima adecuado de respeto, de dar y mediante preguntas recupera saberes previos sobre distancia entre dos puntos, y para crear expectativa e interés en los estudiantes, plantea la pregunta desequilibrante

S3

SESIÓN 03: “Pendiente de una Recta”

La docente a partir de situaciones reales recuperan saberes previos de los estudiantes, sobre ángulo de inclinación y para motivar el aprendizaje les plantea la pregunta desequilibrante.

S4

SESIÓN 04: “Ecuación de la recta”

La docente inicia la sesión creando un clima adecuado, saludando y dando a conocer el propósito de la clase, seguidamente para recuperar saberes previos formula preguntas que el estudiante responde y para motivar el aprendizaje, plantea la pregunta desequilibrante sobre la representación algebraica de la recta.

S5**SESIÓN N° 05:** Ecuación ordinaria y general de la recta

La docente comunica el propósito de la clase, mediante situaciones conocidas por el estudiante y preguntas recupera saberes previos y también plantea la pregunta que genera el conflicto cognitivo con lo que despierta el interés del estudiante

RESULTADOS PRÁCTICA PEDAGÓGICA INICIAL
CATEGORÍA: Metodología con el uso del GeoGebra
SUB CATEGORÍA: Motivación
<p>Durante la labor como docente siempre he considerado importante crear un ambiente adecuado, iniciando las sesiones con la recuperación de saberes previos a partir de preguntas, situaciones planteadas o imágenes y planteando la pregunta desequilibrante, para despertar el interés de los estudiantes. Sin embargo no era muy consciente de la importancia de su planteamiento, ni de lo que realmente este proceso promueve. Tampoco en mi práctica inicial consideré el uso de algún recurso tecnológico y desconocía completamente sobre el uso del Software GeoGebra.</p>

SUB CATEGORÍA: RECURSOS MATERIALES Y GEOGEBRA

S1**SESIÓN 01:** “Plano Cartesiano”

La docente utiliza una ficha de aprendizaje que le permite a la docente organizar y orientar el aprendizaje de los estudiantes

S2**SESIÓN 02:** “Distancia entre dos puntos y punto medio”

Los estudiantes trabajan con una ficha de trabajo, que contiene ejercicios de reforzamiento y de aplicación de lo aprendido

S3**SESIÓN 03:** “Pendiente de una Recta”

La docente trabaja con una ficha que contiene ejercicios y problemas de reforzamiento

S4**SESIÓN 04:** “Ecuación de la recta”

Los recursos utilizados por la docente son, la pizarra, plumones, y los estudiantes utilizan el cuaderno de apuntes y la ficha de trabajo.

S5**SESIÓN N° 05:** Ecuación ordinaria y general de la recta

Los estudiantes usan como recursos en su aprendizaje, su cuaderno de trabajo y su texto.

RESULTADOS PRÁCTICA PEDAGÓGICA INICIAL
CATEGORÍA: Metodología con el uso del GeoGebra
SUB CATEGORÍA: Recursos Materiales y GeoGebra
<p>En mi carrera docente siempre he considerado importante el apoyo de las fichas de trabajo, que contenga ejercicios y problemas graduados desde niveles básicos, que permiten la fijación del aprendizaje hasta los problemas de nivel más avanzado, o el texto, estos recursos facilitan y orientan el aprendizaje de los estudiantes, sin embargo no había considerado el uso de recursos tecnológicos y mucho menos del software GeoGebra.</p>

SUB CATEGORIA: CONSTRUCCION DEL CONOCIMIENTO

S1**SESIÓN 01:** “Plano Cartesiano”

Mediante la explicación de la docente y la participación activa de los estudiantes se logra la construcción del conocimiento.

S2**SESIÓN 02:** “Distancia entre dos puntos y punto medio”

Las estrategias que utiliza la docente a lo largo de la sesión de aprendizaje se basan en explicaciones claras, de distancia entre dos puntos y punto medio, con el objeto de facilitar la construcción de los aprendizajes de los estudiantes.

S3**SESIÓN 03: “Pendiente de una Recta”**

La docente busca estrategias para que la explicación del tema sea clara y comprensible

S4**SESIÓN 04: “Ecuación de la recta”**

Las estrategias usadas por la docente en la construcción del aprendizaje, son básicamente en función a preguntas para recuperar saberes previos y anotar las respuestas de los estudiantes y la explicación clara del tema y por su parte los estudiantes escuchan atentamente y toman nota en sus cuadernos.

S5**SESIÓN N° 05: Ecuación ordinaria y general de la recta**

Las estrategias utilizadas por la docente, como elaboración de organizadores visuales, por los estudiantes y la explicación de aclaración y refuerzo permiten facilitar la construcción de los aprendizajes de los estudiantes.

RESULTADOS PRÁCTICA PEDAGÓGICA INICIAL
CATEGORÍA: Metodología con el uso del GeoGebra
SUB CATEGORÍA: Construcción del Conocimiento
Como docente siempre he puesto interés a plantear estrategias adecuadas a lo largo de la sesión de aprendizaje, complementado con una explicación clara del tema, resaltando conceptos o procesos que los estudiantes deben tener en cuenta y que además faciliten la construcción del aprendizaje. Sin embargo estas estrategias no implicaban el uso de recursos tecnológicos y tampoco estaban de manera directa, orientadas a desarrollar la capacidad de la visualización.

CATEGORIA: VISUALIZACIÓN MATEMÁTICA

SUB CATEGORIA: IDENTIFICACIÓN VISUAL

S1

SESIÓN 01: “Plano Cartesiano”

Los estudiantes al elaborar un plano cartesiano, ubicar algunos puntos en el mismo, hacen uso de su capacidad de identificación visual

S2

SESIÓN 02: “Distancia entre dos puntos y punto medio”

Los estudiantes desarrollan los ejercicios propuestos, porque todos son similares y los estudiantes, en este caso hacen uso de su capacidad de identificación visual.

S3

SESIÓN 03: “Pendiente de una Recta”

Mediante las respuestas a las preguntas planteadas por la docente, los estudiantes hacen uso de su habilidad de identificación visual.

S4

SESIÓN 04: “Ecuación de la recta”

Al responder a las preguntas planteadas por la docente los estudiantes hacen uso de su capacidad de identificación visual.

S5

SESIÓN N° 05: Ecuación ordinaria y general de la recta

Los estudiantes determinan la ecuación de la recta conociendo sus interceptos y la ecuación general de la recta.

RESULTADOS PRÁCTICA PEDAGÓGICA INICIAL
CATEGORÍA: Visualización Matemática
SUB CATEGORÍA: Identificación visual
<p>En mi practica inicial pude evidenciar que los estudiantes al reconocer propiedades en los diagramas, determinar los datos de un problema y al representar gráficamente una situación, ponen en práctica la identificación visual.</p>

CATEGORÍA: VISUALIZACIÓN MATEMÁTICA

SUB CATEGORIA: CONSERVACIÓN DE LA PERCEPCIÓN

S1

SESIÓN 01: “Plano Cartesiano”

El estudiante al elaborar un plano cartesiano, identificar los cuadrantes, al ubicar puntos en el plano, al darse cuenta de lo que pasa si se le cambia el signo a alguna coordenada o a ambas.

S2

SESIÓN 02: “Distancia entre dos puntos y punto medio”

Los estudiantes al hacer sus exposiciones hacen uso de la conservación de la percepción.

S3

SESIÓN 03: “Pendiente de una Recta”

El estudiante analiza lo que pasa cuando se le cambia el signo a la pendiente, la recta cambia de creciente a decreciente.

S4

SESIÓN 04: “Ecuación de la recta”

Los estudiantes al realizar las exposiciones de sus trabajos hacen uso de su capacidad de conservación de la percepción, pues deben recordar todo el proceso de resolución y además lo explican

S5

SESIÓN N° 05: Ecuación ordinaria y general de la recta

Para responder las preguntas planteadas el estudiante aplica lo aprendido anteriormente a esta nueva situación.

RESULTADOS PRÁCTICA PEDAGÓGICA INICIAL
CATEGORÍA: Visualización Matemática
SUB CATEGORÍA: Conservación de la percepción
En mi Práctica Pedagógica Inicial se ha podido observar evidencias donde el estudiante hace uso de la conservación de la percepción, al darse cuenta que si se le cambia de coordenadas a un punto su ubicación en el plano cartesiano no es la misma, y si se cambia el signo a la pendiente su representación genera una recta distinta de creciente cambia a decreciente y viceversa.

CATEGORIA: VISUALIZACIÓN MATEMÁTICA

SUB CATEGORIA: PERCEPCION DE POSICIONES EN EL ESPACIO

S1

SESIÓN 01: “Plano Cartesiano”

Los estudiantes ubican los vértices de polígonos en el plano cartesiano, para hallar los perímetros.

S2

SESIÓN 02: “Distancia entre dos puntos y punto medio”

No se evidencia

S3

SESIÓN 03: “Pendiente de una Recta”

El estudiante calcula la pendiente de una recta y analiza si corresponde a una recta creciente o decreciente, haciendo uso de su capacidad de percepción de posiciones en el espacio.

S4

SESIÓN 04: “Ecuación de la recta”

No se evidencia.

S5

SESIÓN N° 05: Ecuación ordinaria y general de la recta

Los estudiantes para elaborar un organizador visual, identifican los casos de las ecuaciones de rectas conociendo sus interceptos y ecuación general de la recta y sus características.

RESULTADOS PRÁCTICA PEDAGÓGICA INICIAL
CATEGORIA: Visualización Matemática
SUB CATEGORIA: Percepción de posiciones en el espacio
En mi practica como docente he tomado en cuenta el aprendizaje de los estudiantes como un logro primordial, utilizando un método tradicional, basado en la práctica de ejercicios y problemas, sin embargo haciendo un análisis y tratando de rescatar en lo posible los indicios de la habilidad de percepción de las posiciones en el espacio se ha trabajado dicha habilidad, pero sin ser consciente de ello en algunas sesiones.

CATEGORIA: VISUALIZACIÓN MATEMÁTICA

SUB CATEGORIA: PERCEPCION DE LAS RELACIONES ESPACIALES

S1

SESIÓN 01: “Plano Cartesiano”

No se evidencia

S2

SESIÓN 02: “Distancia entre dos puntos y punto medio”

S3

SESIÓN 03: “Pendiente de una Recta”

No se evidencia

S4

SESIÓN 04: “Ecuación de la recta”

No se evidencia.

S5

SESIÓN N° 05: Ecuación ordinaria y general de la recta

No se evidencia

RESULTADOS PRÁCTICA PEDAGÓGICA INICIAL
CATEGORIA: Visualización Matemática
SUB CATEGORIA: Percepción de las relaciones espaciales
En mi práctica como docente desconocía como desarrollar la habilidad de la percepción de las relaciones espaciales, por lo que no se evidencia el desarrollo de la misma en los estudiantes.

CATEGORIA: VISUALIZACIÓN MATEMÁTICA

SUB CATEGORIA: MEMORIA VISUAL

S1

SESIÓN 01: “Plano Cartesiano”

Los estudiantes al responder preguntas sobre temas desarrollados, como par ordenado, distancia entre dos puntos, hacen uso de su memoria visual.

S2

SESIÓN 02: “Distancia entre dos puntos y punto medio”

Al responder preguntas planteadas por la docente hacen uso de su memoria visual.

S3

SESIÓN 03: “Pendiente de una Recta”

Para exponer sus ejercicios los estudiantes hacen uso de su memoria visual.

S4

SESIÓN 04: “Ecuación de la recta”

Al reflexionar sobre sus aprendizajes los estudiantes deben recordar procesos, es decir recurren al uso de su memoria visual.

S5

SESIÓN N° 05: Ecuación ordinaria y general de la recta

Los estudiantes para responder la pregunta ¿que aprendimos?, debe recordar lo aprendido y organizar sus recuerdos y para ello hace uso de su memoria visual.

RESULTADOS PRÁCTICA PEDAGÓGICA INICIAL
CATEGORIA: Visualización Matemática
SUB CATEGORIA: Memoria visual
En mi carrera docente se ha realizado cierto grado de desarrollo de la habilidad de memoria visual, esto se evidencia cuando los estudiantes realizan sus exposiciones de sus ejercicios y problemas, cuando responden a preguntas sobre propiedades de expresiones gráficas aunque en ese momento no las tengan de manera física.

CATEGORIA: VISUALIZACIÓN MATEMÁTICA

SUB CATEGORIA: DISCRIMINACION VISUAL

S1

SESIÓN 01: “Plano Cartesiano”

No se evidencia

S2

SESIÓN 02: “Distancia entre dos puntos y punto medio”

No se evidencia.

S3

SESIÓN 03: “Pendiente de una Recta”

No se evidencia.

S4

SESIÓN 04: “Ecuación de la recta”

No se evidencia

S5

SESIÓN N° 05: Ecuación ordinaria y general de la recta

No se evidencia.

RESULTADOS PRÁCTICA PEDAGÓGICA INICIAL
CATEGORIA: Visualización Matemática
SUB CATEGORIA: Discriminación Visual
En mi práctica como docente desconocía como desarrollar la habilidad de discriminación visual, por lo que no se evidencia el desarrollo de la misma en los estudiantes.

4.4.2 Interpretación de la Práctica Pedagógica Alternativa (PPA)

CATEGORIA: METODOLOGIA CON EL USO DEL GEOGEBRA

SUB CATEGORIA: MOTIVACION

D1

DIARIO 01: “Construcciones Geométricas básicas haciendo uso del software GeoGebra”

La docente da a conocer la forma de trabajo, las normas de convivencia, los aprendizajes esperados para la presente sesión y seguidamente mediante preguntas planteadas en las actividades de inicio de la guía de aprendizaje recupera saberes previos y crea expectativa para el aprendizaje del uso del software GeoGebra. Así mismo se observa que los estudiantes muestran entusiasmo en el aprendizaje del uso del software GeoGebra.

D2

DIARIO 02: “Conceptos básicos de Geometría Analítica”

La docente crea un ambiente adecuado para el aprendizaje, al darles a conocer los aprendizajes esperados, seguidamente los estudiantes responden a las interrogantes planteadas para recuperar saberes previos y proponen estrategias de solución a la situación del entorno real planteada en la guía de aprendizaje en las situaciones de inicio, se observa también la notable disposición de los estudiantes al trabajo con el software GeoGebra.

D3

DIARIO 03: “Reforzando la distancia entre dos puntos, punto medio y área de polígonos”

La docente crea un ambiente apropiado e inicia la sesión planteando una situación del contexto real que exige la aplicación de distancia entre dos puntos y punto medio, así mismo se direcciona al estudiante para el aprendizaje con el uso del software GeoGebra.

D4

DIARIO 04: “Conociendo la pendiente de una recta”

La docente realiza acciones como el saludo, la bienvenida a los estudiantes, asimismo les comunica los aprendizajes esperados, inicia la sesión presentando imágenes de la realidad que dan la idea de ángulo de inclinación, luego los estudiantes proponen otras situaciones similares, seguidamente recuerdan que dados dos puntos estos se unen con un segmento y la docente pregunta para generar el conflicto cognitivo si estos puntos se pueden unir con una recta.

D5

DIARIO 05: “Deduciendo la Ecuación de la Recta”

La docente da la bienvenida a los estudiantes, comunica los aprendizajes esperados, los estudiantes dan a conocer sus saberes previos al resolver situaciones donde determinan si la recta es creciente o decreciente y piensan como resolver la pregunta que genera el conflicto cognitivo.

D6

DIARIO 06: “Reforzando los casos de Ecuación de la Recta”

La docente da la bienvenida a los estudiantes, comunica los aprendizajes esperados, los estudiantes dan a conocer sus saberes previos al resolver situaciones donde determinan la pendiente de las rectas y piensan como resolver la pregunta que genera el conflicto cognitivo.

D7

DIARIO 07: “Aprendemos las propiedades de las posiciones relativas de la recta”

Se da inicio a la sesión de aprendizaje recuperando saberes previos mediante preguntas y presentando imágenes de situaciones reales donde el estudiante identifica las posiciones de dos rectas paralelas o perpendiculares, así mismo a lo largo de la sesión se observa el entusiasmo de los estudiantes por el trabajo con el software GeoGebra.

D8

DIARIO 08: “Aprendemos a resolver problemas sobre Ecuación de la Recta”

La docente para lograr motivar el aprendizaje en los estudiantes, hace uso de presentaciones en PPT, preguntas para recuperar saberes previos, plantea también una situación del contexto real que el estudiante puede resolver haciendo uso de sus saberes previos y haciendo uso del GeoGebra, de tal modo que el estudiante esté dispuesto a seguir aprendiendo.

D9

DIARIO 09: “Reforzando la resolución de problemas sobre Ecuación de la Recta”

La docente crea en el aula un clima de confianza y respeto en la clase y los recursos utilizados por la misma mantiene la motivación por el aprendizaje en los estudiantes.

RESULTADOS PRÁCTICA PEDAGÓGICA ALTERNATIVA
CATEGORIA: Metodología con el uso del GeoGebra
SUB CATEGORIA: Motivación
<p>Durante mi práctica alternativa se ha logrado crear un ambiente adecuado, iniciando las sesiones con la recuperación de saberes previos a partir de preguntas, situaciones planteadas o imágenes y planteando la pregunta desequilibrante, para despertar el interés de los estudiantes, principalmente por el uso del GeoGebra, que ha permitido la conexión de todos los estudiantes con el tema a tratar, se ha podido evidenciar además, el alto grado de motivación que genera el software GeoGebra en los estudiantes.</p>

CATEGORIA: METODOLOGÍA CON EL USO DEL GEOGEBRA

SUB CATEGORIA: RECURSOS MATERIALES Y GEOGEBRA

D1

DIARIO 01: “Construcciones Geométricas básicas haciendo uso del software GeoGebra”

Se utilizan guía de aprendizaje, cañón multimedia, que organizan, orientan el aprendizaje del uso del GeoGebra y sus múltiples herramientas y propiedades.

D2

DIARIO 02: “Conceptos básicos de Geometría Analítica”

La guía de aprendizaje, contiene situaciones que están diseñadas para orientar el aprendizaje de los estudiantes y el cañón multimedia es un recurso usado para proyectar situaciones que la docente cree necesario visualicen los estudiantes, y el software GeoGebra ayuda a la comprensión y a entender el porqué de las propiedades.

D3

DIARIO 03: “Reforzando la distancia entre dos puntos, punto medio y área de polígonos”

La guía de aprendizaje y el software GeoGebra son recursos que orientan el desarrollo de la visualización en los conceptos de distancia entre dos punto, punto medio y área de polígonos.

D4

DIARIO 04: “Conociendo la pendiente de una recta”

Se utilizaron tres recursos didácticos distintos pero complementarios en el aprendizaje de la pendiente de una recta, la Guía de Aprendizaje N° 4, es un recurso impreso con actividades de aprendizaje para todos los momentos de la sesión de aprendizaje, el cañón multimedia por su lado ha sido utilizado como auxiliar de la guía, para dar explicaciones generales, sin embargo el software GeoGebra cumple una función importante en el proceso de aprendizaje de los estudiantes, ya que permiten comprender y visualizar la pendiente de una recta y las características determinadas por su signo.

D5

DIARIO 05: “Deduciendo la Ecuación de la Recta”

La guía de aprendizaje, que reciben los estudiantes es un recurso impreso que contiene situaciones de aprendizaje de los distintos casos de ecuaciones de la recta, algunas de dichas situaciones son proyectadas por el cañón multimedia y el GeoGebra es un recurso que le permite al estudiante visualizar y comprender los distintos casos de ecuación de la recta, todos estos recursos se complementan y permiten el desarrollo de la visualización

D6

DIARIO 06: “Reforzando los casos de Ecuación de la Recta”

Los estudiantes en su aprendizaje utilizan la guía de aprendizaje y el GeoGebra, que es un recurso que le permite al estudiante visualizar y comprender los distintos casos de ecuación de la recta, todos estos recursos se complementan y permiten el desarrollo de la visualización

D7

DIARIO 07: “Aprendemos las propiedades de las posiciones relativas de la recta”

Los recursos utilizados en la sesión de aprendizaje son la Guía de aprendizaje que contiene situaciones que los estudiantes desarrollan a lo largo de toda la sesión, orientada por el docente quien para mayor eficacia se apoya en la orientación del cañón multimedia, asimismo el software GeoGebra es un recurso tecnológico utilizado por los estudiantes para desarrollar la visualización de las propiedades de las rectas paralelas y perpendiculares.

D8

DIARIO 08: “Aprendemos a resolver problemas sobre Ecuación de la Recta”

Los recursos utilizados como la guía de aprendizaje, el cañón multimedia, el software GeoGebra, has jugado un papel muy importante en la solución de problemas sobre ecuación de la recta.

D9

DIARIO 09: “Reforzando la resolución de problemas sobre Ecuación de la Recta”

El cañón multimedia y el software GeoGebra han sido recursos muy utilizados en la resolución de problemas sobre ecuación de la recta, el primero como ayuda visual y el segundo como apoyo para visualizar la solución a los problemas.

RESULTADOS PRÁCTICA PEDAGÓGICA ALTERNATIVA
CATEGORIA: Metodología con el uso del GeoGebra
SUB CATEGORIA: Recursos Materiales y Geogebra
<p>En mi práctica alternativa se han utilizado tres recursos importantes la guía de aprendizaje, el cañón multimedia y el software GeoGebra, cada uno con funciones distintas. La guía de aprendizaje es un material impreso que ha servido como la ruta a seguir para lograr el aprendizaje, contiene situaciones y actividades de aprendizaje para cada momento de la sesión de aprendizaje (inicio, desarrollo y salida), tiene además información básica, necesaria para comprender el tema a desarrollar, el cañón multimedia ha permitido que en un momento inicial se presente el tema, durante el desarrollo para mostrar procesos, despejar dudas generales. El GeoGebra básicamente ha permitido que el estudiante se conecte con el tema, llevado por su curiosidad y por lo dinámico del software, así mismo ha permitido que el estudiante aparentemente sin esfuerzo visualice, propiedades o estrategias de solución a las situaciones propuestas.</p>

CATEGORIA: METODOLOGÍA CON EL USO DEL GEOGEBRA

SUB CATEGORIA: CONSTRUCCION DEL CONOCIMIENTO

D1

DIARIO 01: “Construcciones Geométricas básicas haciendo uso del software GeoGebra”

El conocimiento se construye en base a las adecuadas estrategias de aprendizaje utilizadas por la docente, que orientan el desarrollo de los procesos cognitivos los cuales involucran el uso del software GeoGebra. Así mismo cabe destacar que la intervención oportuna de la docente en la aclaración de dudas de los estudiantes, permite fortalecer la construcción del conocimiento.

D2

DIARIO 02: “Conceptos básicos de Geometría Analítica”

Los estudiantes construyen sus conocimientos sobre distancia entre dos puntos, punto medio y área de polígonos, como resultado de la aplicación de estrategias adecuadas, por parte de la docente, la mayoría de las cuales están contenidas en la guía de aprendizaje, que contiene situaciones y actividades, para los distintos momentos de la sesión de aprendizaje, al mismo tiempo dichas actividades están también orientadas a facilitar el desarrollo de la visualización.

D3

DIARIO 03: “Reforzando la distancia entre dos puntos, punto medio y área de polígonos”

Las estrategias utilizadas y la intervención oportuna de la docente en el proceso de aprendizaje permiten la construcción de conceptos de distancia entre dos puntos, punto medio y área de polígonos y el desarrollo de la visualización.

D4

DIARIO 04: “Conociendo la pendiente de una recta”

La docente con las distintas estrategias utilizadas induce al estudiante a la construcción del concepto de pendiente de una recta, el significado del signo en las mismas y el desarrollo de la capacidad de la visualización, todo esto apoyado con la guía de aprendizaje, que le proporciona el soporte informativo y la secuencia didáctica en la construcción del conocimiento que a su vez sugiere el uso del software GeoGebra.

D5

DIARIO 05: “Deduciendo la Ecuación de la Recta”

Los estudiantes construyen sus conocimientos de ecuación de la recta a partir de estrategias utilizadas por la docente como las preguntas dirigidas, a movilizar sus saberes previos o que relacionen lo aprendido en pendiente de una recta con la ecuación de la recta

D6**DIARIO 06:** “Reforzando los casos de Ecuación de la Recta”

Los estudiantes construyen sus conocimientos de los distintos casos de la ecuación de la recta a partir de estrategias utilizadas por la docente como las preguntas dirigidas, a movilizar sus saberes previos o que relacionen lo aprendido para determinar la pendiente de una recta a partir de cualquier caso de ecuación de la recta.

D7

DIARIO 07: “Aprendemos las propiedades de las posiciones relativas de la recta”

Las diferentes estrategias utilizadas por la docente como las preguntas específicas, las estrategias de construcción es decir las de inducción permiten el aprendizaje de las propiedades y conceptos de las posiciones relativas de las recta.

D8

DIARIO 08: “Aprendemos a resolver problemas sobre Ecuación de la Recta”

Las estrategias utilizadas por la docente a lo largo de la sesión de aprendizaje, han sido direccionadas no solo al aprendizaje y solución de problemas sobre ecuación de la recta, sino también al desarrollo de la capacidad de visualización.

D9

DIARIO 09: “Reforzando la resolución de problemas sobre Ecuación de la Recta”

Los estudiantes construyen sus conocimientos guiados por las estrategias adecuadas de la docente y despejando sus dudas.

RESULTADOS PRÁCTICA PEDAGÓGICA ALTERNATIVA
CATEGORIA: Metodología con el uso del GeoGebra
SUB CATEGORIA: Construcción del conocimiento
<p>En mi práctica alternativa la construcción del conocimiento por los estudiantes se genera como resultado de la adecuada metodología utilizada, basada en un conjunto de estrategias que sugieren el uso de una guía de aprendizaje, la cual contiene una secuencia didáctica para cada momento pedagógico, conservando un orden en el desarrollo de los procesos cognitivos, los cuales involucran el uso del software GeoGebra, que por su dinamismo permite también el desarrollo de la visualización.</p>

CATEGORIA: VISUALIZACION MATEMATICA

SUB CATEGORIA: IDENTIFICACION VISUAL

D1

DIARIO 01: “Construcciones Geométricas básicas haciendo uso del software GeoGebra”

Los estudiantes aprenden, a representar e identificar un punto en el plano, la distancia entre dos puntos, polígonos, rectas, rectas paralelas, haciendo uso del GeoGebra.

D2

DIARIO 02: “Conceptos básicos de Geometría Analítica”

Las estrategias utilizadas por la docente, con uso del software GeoGebra, los procesos utilizados por los estudiantes para hallar la distancia entre dos puntos y punto medio permiten el desarrollo de la capacidad de identificación visual de los mismos

D3

DIARIO 03: “Reforzando la distancia entre dos puntos, punto medio y área de polígonos”

El estudiante es capaz de identificar procesos adecuados, visualizar resultados en situaciones que involucran conceptos de distancia entre dos puntos, punto medio y áreas de polígonos, poniendo en práctica la identificación visual.

D4

DIARIO 04: “Conociendo la pendiente de una recta”

Los estudiantes haciendo uso del software GeoGebra identifican triángulos conociendo sus vértices y su clasificación, determinan también la pendiente de una recta observando su gráfica o analizando su representación algebraica.

D5

DIARIO 05: “Deduciendo la Ecuación de la Recta”

GeoGebra es un potencial recurso que permite que el estudiante desarrolle su habilidad de identificación visual al desarrollar las situaciones propuestas en la guía de aprendizaje, y al descubrir herramientas que mejoran la presentación de sus gráficos.

D6

DIARIO 06: “Reforzando los casos de Ecuación de la Recta”

GeoGebra es un potencial recurso que permite que el estudiante desarrolle su habilidad de identificación visual al desarrollar las situaciones propuestas en la guía de aprendizaje, tanto con el software GeoGebra como con lápiz y papel.

D7

DIARIO 07: “Aprendemos las propiedades de las posiciones relativas de la recta”

Las imágenes estáticas, las presentadas en el software GeoGebra de rectas paralelas y perpendiculares permiten fortalecer la habilidad de identificación visual en los estudiantes

D8

DIARIO 08: “Aprendemos a resolver problemas sobre Ecuación de la Recta”

Algunas actividades propuestas en la guía de aprendizaje como hallar la distancia más corta, identificar una expresión en un gráfico, comparar dos expresiones e identificar si son iguales, se logra haciendo uso de la habilidad de identificación visual.

D9

DIARIO 09: “Reforzando la resolución de problemas sobre Ecuación de la Recta”

Los recursos como las diapositivas y el software GeoGebra permiten activar la capacidad de identificación visual de los estudiantes, quienes en los gráficos reconocen propiedades y visualizan vías de solución al problema.

RESULTADOS PRÁCTICA PEDAGÓGICA ALTERNATIVA
CATEGORIA: Visualización Matemática
SUB CATEGORIA: Identificación visual
<p>En mi práctica pedagógica se ha logrado proponer estrategias adecuadas que permiten que los estudiantes haciendo uso del software GeoGebra determinen la distancia entre dos puntos, punto medio, así mismo identifiquen triángulos conociendo sus vértices y los clasifiquen; asimismo, determinan también, la pendiente de una recta observando su gráfica o analizando su representación algebraica.</p>

CATEGORIA: VISUALIZACION MATEMATICA**SUB CATEGORIA: CONSERVACION DE LA PERCEPCION****D1**

DIARIO 01: “Construcciones Geométricas básicas haciendo uso del software GeoGebra”

Los estudiantes identifica puntos, segmentos, en polígonos construidos con GeoGebra

D2

DIARIO 02: “Conceptos básicos de Geometría Analítica”

Los estudiantes conociendo la longitud de un segmento, uno de los puntos y una de las componentes del otro punto, determinan la componente faltante, haciendo uso del software GeoGebra y con lápiz y papel.

D3

DIARIO 03: “Reforzando la distancia entre dos puntos, punto medio y área de polígonos”

Los estudiantes conociendo los vértices de un triángulo determinan si es triángulo rectángulo, haciendo uso del software GeoGebra y con lápiz y papel.

D4

DIARIO 04: “Conociendo la pendiente de una recta”

Los estudiantes logran determinar la pendiente de una recta y si la recta es creciente o decreciente, hallan la pendiente de la mediana de un triángulo, y dada la pendiente determinan las coordenadas de los puntos que la generan.

D5

DIARIO 05: “Deduciendo la Ecuación de la Recta”

Los estudiantes logran hallar la ecuación de la recta haciendo uso del software GeoGebra, a partir de la pendiente y un punto o conociendo dos puntos.

D6

DIARIO 06: “Reforzando los casos de Ecuación de la Recta”

Los estudiantes determinan las ecuaciones de las rectas que pasan por los lados de un triángulo haciendo uso del software GeoGebra y con lápiz y papel.

D7

DIARIO 07: “Aprendemos las propiedades de las posiciones relativas de la recta”

Las situaciones donde el estudiante debe hallar la distancia de un punto a una recta y distancia entre rectas paralelas ya sea con el software GeoGebra o con lápiz y papel haciendo uso de distancia entre dos puntos

D8

DIARIO 08: “Aprendemos a resolver problemas sobre Ecuación de la Recta”

Los estudiantes hallan las coordenadas de uno de los vértices de un paralelogramo dados los otros tres vértices, solucionan el problema haciendo uso del software GeoGebra y con lápiz y papel.

D9

DIARIO 09: “Reforzando la resolución de problemas sobre Ecuación de la Recta”

Los estudiantes haciendo uso del GeoGebra y con lápiz y papel determinan la pendiente de una recta dada su ecuación en cualquiera de sus formas, logran hallar también la ecuación de una recta conociendo uno de sus puntos y sabiendo además que es paralela o perpendicular a otra cuya ecuación se da.

RESULTADOS PRÁCTICA PEDAGÓGICA ALTERNATIVA
CATEGORIA: Visualización Matemática
SUB CATEGORIA: Conservación de la percepción.
En mi Práctica Pedagógica Alternativa los estudiantes haciendo uso del GeoGebra y con lápiz y papel logran determinar la pendiente de una recta dada su ecuación en cualquiera de sus formas, logran hallar también la ecuación de una recta conociendo uno de sus puntos y sabiendo además que es paralela o perpendicular a otra cuya ecuación se da.

CATEGORIA: VISUALIZACION MATEMATICA**SUB CATEGORIA: PERCEPCION DE POSICIONES EN EL ESPACIO****D1**

DIARIO 01: “Construcciones Geométricas básicas haciendo uso del software GeoGebra”

El estudiante representa, haciendo uso del Software GeoGebra, dos segmentos congruentes en distintas posiciones, es decir dado un segmento el estudiante grafica otro segmento

congruente al primero, pero en distinta posición, así mismo dadas dos rectas paralelas, el estudiante construye otro par de rectas paralelas pero en distintas posiciones.

D2

DIARIO 02: “Conceptos básicos de Geometría Analítica”

Las comparaciones que realizan en la aplicación de la fórmula para hallar la distancia entre dos puntos o punto medio con el proceso práctico gráfico, haciendo uso del software GeoGebra, hace que desarrollen su habilidad de percepción de posiciones en el espacio.

D3

DIARIO 03: “Reforzando la distancia entre dos puntos, punto medio y área de polígonos”

Los estudiantes con el uso del software GeoGebra, representan las coordenadas de los vértices de polígonos, y logran hallar el perímetro del mismo aplicando distancia entre dos puntos, hallando la longitud de cada lado del polígono

D4

DIARIO 04: “Conociendo la pendiente de una recta”

Los estudiantes logran visualizar la gráfica de una recta haciendo uso del software GeoGebra y determinan si esta es creciente o decreciente a partir de su pendiente.

D5

DIARIO 05: “Deduciendo la Ecuación de la Recta”

Los estudiantes haciendo uso del software GeoGebra, para hallar la ecuación de la recta dado un punto y su pendiente o dados dos puntos el estudiante logra relacionar los datos que tiene con los conocimientos de pendiente y distancia entre dos puntos y diferencia en ambos casos los procedimientos a usar.

D6

DIARIO 06: “Reforzando los casos de Ecuación de la Recta”

Los estudiantes haciendo uso del software GeoGebra determina la ecuación de la recta a partir de la ordenada en el origen y su pendiente o dados la ordenada en el origen y abscisa en el

origen moviliza conocimientos de pendiente de una recta y distancia entre dos puntos diferenciando los casos en los que debe utilizarlos.

D7

DIARIO 07: “Aprendemos las propiedades de las posiciones relativas de la recta”

Los estudiantes, haciendo uso del software GeoGebra, consiguen identificar y diferenciar las propiedades de las rectas paralelas y perpendiculares, logran además hallar la distancia entre un punto y una recta o entre rectas paralelas, a pesar de que las situaciones son distintas visualiza la similitud.

D8

DIARIO 08: “Aprendemos a resolver problemas sobre Ecuación de la Recta”

Los estudiantes identifican las propiedades de las posiciones relativas de las rectas y los casos de ecuaciones de la recta en el enunciado del problema y/o en los gráficos, y aplica a la solución de los problemas.

D9

DIARIO 09: “Reforzando la resolución de problemas sobre Ecuación de la Recta”

Los estudiantes logran identificar las propiedades y soluciones de manera gráfica y relacionar con el desarrollo realizado con lápiz y papel a pesar de las variaciones de los problemas.

RESULTADOS PRÁCTICA PEDAGÓGICA ALTERNATIVA
CATEGORIA: Visualización Matemática
SUB CATEGORIA: Percepción de posiciones en el espacio
Los estudiantes logran identificar las propiedades de las posiciones relativas de las rectas y los casos de ecuaciones de la recta en el enunciado del problema y/o en los gráficos, usando el software GeoGebra y haciendo sus ensayos prácticos. Los estudiantes identificaron las propiedades y soluciones de manera gráfica y luego lo realizaron con lápiz y papel consiguiendo de esta manera relacionar dichos procesos.

CATEGORIA: VISUALIZACION MATEMATICA

SUB CATEGORIA: PERCEPCION DE LAS RELACIONES ESPACIALES

D1

DIARIO 01: “Construcciones Geométricas básicas haciendo uso del software GeoGebra”

Los estudiantes construyen rectas en diferentes posiciones, como rectas paralelas, rectas perpendiculares, oblicuas, horizontal, vertical.

D2

DIARIO 02: “Conceptos básicos de Geometría Analítica”

Los procesos utilizados por los estudiantes para resolver situaciones planteadas, los estudiantes utilizan la imaginación y comparan con lo que conocen, en este caso el plano cartesiano, este proceso activa la percepción de las relaciones espaciales de los estudiantes.

D3

DIARIO 03: “Reforzando la distancia entre dos puntos, punto medio y área de polígonos”

La mayoría de estudiantes ponen en práctica la percepción de las relaciones espaciales, puesto que movilizan varios conceptos,

identifican los lados del triángulo rectángulo, y aplican propiedades como el teorema de Pitágoras

D4

DIARIO 04: “Conociendo la pendiente de una recta”

Algunos estudiantes muestran que tiene desarrollada la capacidad de percepción de las relaciones espaciales, porque son capaces, con lo aprendido deducir un proceso inverso de calcular un punto, dados otro punto y el valor de la pendiente.

D5

DIARIO 05: “Deduciendo la Ecuación de la Recta”

Al resolver las situaciones propuestas de ecuación de la recta, el estudiante debe relacionar sus conocimientos unos con otros y debe seleccionar conocimientos adecuados para cada situación.

D6

DIARIO 06: “Reforzando los casos de Ecuación de la Recta”

Los estudiantes cuando resuelven situaciones propuestas de ecuación de la recta, el estudiante debe relacionar sus conocimientos unos con otros y debe seleccionar conocimientos adecuados para cada situación.

D7

DIARIO 07: “Aprendemos las propiedades de las posiciones relativas de la recta”

Los estudiantes comparan lo que aprenden sobre las propiedades de las posiciones de las rectas con el GeoGebra y la información teórica.

D8

DIARIO 08: “Aprendemos a resolver problemas sobre Ecuación de la Recta”

Para resolver los problemas 7, 8 y 9 los estudiantes identifican en los problemas, las propiedades de las posiciones relativas de las rectas y los casos de ecuación de la recta que deben aplicar, y los relacionan con los datos de los problemas, planteando estrategias de solución adecuadas.

D9

DIARIO 09: “Reforzando la resolución de problemas sobre Ecuación de la Recta”

Los estudiantes al relacionar las propiedades, los casos de las ecuaciones de la recta y los datos de problemas en la solución de los mismos activan su capacidad de percepción de las relaciones espaciales

RESULTADOS PRÁCTICA PEDAGÓGICA ALTERNATIVA
CATEGORIA: Visualización Matemática
SUB CATEGORIA: Percepción de las Relaciones Espaciales.
Los estudiantes logran comparar lo aprendido sobre las propiedades de las posiciones de las rectas usando el GeoGebra y la información teórica, propuesta en la guía de aprendizaje, identificando las posiciones relativas de las rectas y los casos de ecuación de la recta que se deben aplicar, planteando estrategias de solución adecuadas.

CATEGORIA: VISUALIZACION MATEMATICA**SUB CATEGORIA: MEMORIA VISUAL****D1**

DIARIO 01: “Construcciones Geométricas básicas haciendo uso del software GeoGebra”

Representan, grafican, dan presentación a sus gráficos realizados, después de haber construido otros similares.

D2

DIARIO 02: “Conceptos básicos de Geometría Analítica”

Para ubicar puntos en el plano cartesiano con lápiz y papel o con software GeoGebra, los estudiantes hacen uso de su memoria visual.

D3

DIARIO 03: “Reforzando la distancia entre dos puntos, punto medio y área de polígonos”

Para ubicar puntos en el plano graficar el cuadrilátero trazar las diagonales, hallar las áreas de los triángulos, debe recordar procedimientos, es decir hacer uso de su memoria visual.

D4**DIARIO 04:** “Conociendo la pendiente de una recta”

Los estudiantes logran explicar las características de una recta en función a su pendiente, es decir determinan si son rectas crecientes o decrecientes.

D5**DIARIO 05:** “Deduciendo la Ecuación de la Recta”

Cuando los estudiantes desarrollan situaciones para recordar procedimientos o conceptos hace uso de su memoria visual

D6**DIARIO 06:** “Reforzando los casos de Ecuación de la Recta”

Los estudiantes hacen uso de su memoria visual al desarrollar situaciones que exijan recordar procedimientos o conceptos.

D7

DIARIO 07: “Aprendemos las propiedades de las posiciones relativas de la recta”

Los estudiantes al responder preguntas sobre pendiente de una recta, o sobre propiedades de rectas perpendiculares o paralelas, hacen uso de su memoria visual.

D8

DIARIO 08: “Aprendemos a resolver problemas sobre Ecuación de la Recta”

Los estudiantes explican cómo hallar la ecuación de una recta conociendo un punto y al ecuación paralela a ella, es decir recuerda la propiedad correspondiente, asimismo recuerda el proceso para hallar el punto de intersección de dos rectas.

D9

DIARIO 09: “Reforzando la resolución de problemas sobre Ecuación de la Recta”

Siempre que el estudiante tiene que evocar propiedades, procedimientos de temas tratados en clases anteriores hace uso de su memoria visual

RESULTADOS PRÁCTICA PEDAGÓGICA ALTERNATIVA
CATEGORIA: Visualización Matemática
SUB CATEGORIA: Memoria Visual
Los estudiantes logran explicar las características de una recta en función a su pendiente, y las relaciones que se pueden establecer entre las pendientes de dos rectas paralelas o perpendiculares, consiguen también hallar la ecuación de una recta conociendo un punto y la ecuación paralela a ella, es decir recuerdan la propiedad correspondiente, asimismo recuerdan el proceso para hallar el punto de intersección de dos rectas.

CATEGORIA: VISUALIZACION MATEMATICA

SUB CATEGORIA: DISCRIMINACION VISUAL

D1

DIARIO 01: “Construcciones Geométricas básicas haciendo uso del software GeoGebra”

Diferencian las gráficas de segmentos y rectas, de rectas paralelas y secantes.

D2

DIARIO 02: “Conceptos básicos de Geometría Analítica”

Los estudiantes hacen uso de su discriminación cuando realizan comparaciones entre un proceso y otro, en este caso con lápiz y papel y GeoGebra, y cuando deben aplicar ciertos procedimientos en la solución de problemas con lápiz y papel

D3

DIARIO 03: “Reforzando la distancia entre dos puntos, punto medio y área de polígonos”

Los estudiantes para resolver este problema movilizan muchos conceptos y propiedades, procedimientos, es decir hacen uso de su capacidad de discriminación visual.

D4

DIARIO 04: “Conociendo la pendiente de una recta”

Los estudiantes al determinar la pendiente de una recta de distintas formas, puede diferenciar distintos procesos, hacer comparaciones de resultados.

D5**DIARIO 05:** “Deduciendo la Ecuación de la Recta”

Los estudiantes incrementan su habilidad de discriminación visual cuando determinan la pendiente de recta en cualquiera de los casos de las ecuaciones de rectas.

D6**DIARIO 06:** “Reforzando los casos de Ecuación de la Recta”

Cuando los estudiantes determinan la pendiente en cualquiera de los casos de ecuación de la recta, incrementan su habilidad de discriminación visual.

D7

DIARIO 07: “Aprendemos las propiedades de las posiciones relativas de la recta”

Se puede evidenciar que los estudiantes diferencian las propiedades de las rectas paralelas y perpendiculares y diferencian también procesos para calcular la distancia de un punto a una recta y entre rectas paralelas.

D8

DIARIO 08: “Aprendemos a resolver problemas sobre Ecuación de la Recta”

Los estudiantes para resolver el problema 10, identifican el lado por donde deben trazar la recta y que datos son útiles para determinar la ecuación de la recta, además identifican la ecuación de la recta correspondiente. Asimismo se dan cuenta que si hallan los puntos de intersección del triángulo con los ejes de coordenadas cartesianas son los puntos para determinar la ecuación de la recta.

D9

DIARIO 09: “Reforzando la resolución de problemas sobre Ecuación de la Recta”

Los estudiantes diferencian las propiedades de las posiciones relativas de las rectas y los casos de las ecuaciones de las rectas y seleccionan estrategias adecuadas a la solución de los problemas.

RESULTADOS PRÁCTICA PEDAGÓGICA ALTERNATIVA
CATEGORIA: Visualización Matemática
SUB CATEGORIA: Discriminación Visual
Se puede evidenciar que los estudiantes logran determinar la pendiente de una recta, dada su ecuación en cualquiera de sus formas, así mismo los estudiantes diferencian las propiedades de las rectas paralelas y perpendiculares y diferencian también procesos para calcular la distancia de un punto a una recta y entre rectas paralelas.

4.5. Discusión de resultados por el método de Triangulación Categoría 1: Metodología con el uso del GeoGebra (MG)

4.5.1. Discusión de la subcategoría: Motivación

Tabla 48. Discusión de la Motivación

RESULTADO PPI	RESULTADO PPA	TEORIA
Durante la labor como docente siempre he considerado importante crear un ambiente adecuado, iniciando las sesiones con la recuperación de saberes previos a partir de preguntas, situaciones planteadas o imágenes y planteando la pregunta desequilibrante, para despertar el interés de los estudiantes. Sin embargo no era muy consciente de la importancia de su planteamiento, ni de lo que realmente este proceso promueve.	Durante mi práctica alternativa se ha logrado crear un ambiente adecuado, iniciando las sesiones con la recuperación de saberes previos a partir de preguntas, situaciones planteadas o imágenes y planteando la pregunta desequilibrante, para despertar el interés de los estudiantes, principalmente por el uso del GeoGebra, que ha permitido la conexión de todos los estudiantes con el tema a tratar, se ha podido evidenciar además, el alto grado de motivación que genera el software GeoGebra en los estudiantes.	Según Beeland (2002) y Weaver (2000), la instrucción con tecnología ha demostrado tener efectos positivos, tanto en el rendimiento en matemáticas de los estudiantes como en sus actitudes hacia las matemáticas.

REFLEXION SOBRE LA SUBCATEGORIA (MO):

Inicialmente empezaba las sesiones con la recuperación de saberes previos a partir de preguntas, situaciones o imágenes y planteando la pregunta desequilibrante, para despertar el interés de los estudiantes. Al implementar la práctica pedagógica con una metodología que involucra la mediación del software GeoGebra, se dieron notables cambios ya que se han utilizado nuevos recursos que implican el uso de nuevas estrategias de enseñanza y se evidencia la mejora en la práctica docente y también en los estudiantes puesto que el uso del software GeoGebra por los alumnos ha permitido la conexión de todos los estudiantes con el tema a tratar, se evidencia además, el alto grado de motivación que genera el software GeoGebra en los estudiantes. Todo ello es respaldado por Beeland (2002) y Weaver (2000), quienes afirman que el aprendizaje con tecnología ha demostrado tener efectos positivos, tanto en el rendimiento en matemáticas de los estudiantes como en sus actitudes hacia las matemáticas.

4.5.2. Discusión de la subcategoría: Recursos y materiales en el GeoGebra (RM)

Tabla 49. Discusión de Recursos y materiales en el GeoGebra

RESULTADO PPI	RESULTADO PPA	TEORIA
<p>En mi carrera docente siempre he considerado importante el apoyo de las fichas de trabajo, que contenga ejercicios y problemas graduados desde niveles básicos, que permiten la fijación del aprendizaje hasta los problemas de nivel más avanzado, o el texto, estos recursos facilitan y orientan el aprendizaje de los estudiantes, sin embargo no había considerado el uso de recursos tecnológicos y mucho menos del software GeoGebra.</p>	<p>En mi práctica alternativa se han utilizado tres recursos importantes el software GeoGebra, la guía de aprendizaje y el cañón multimedia cada uno con funciones distintas. El GeoGebra básicamente ha permitido que el estudiante se conecte con el tema, llevado por su curiosidad y por lo dinámico del software, así mismo ha permitido que el estudiante sin esfuerzo visualice, propiedades o estrategias de solución a las situaciones propuestas.</p> <p>La guía de aprendizaje es un material impreso que ha servido como la ruta a seguir para lograr el aprendizaje, contiene situaciones y actividades de aprendizaje para cada momento de la sesión de aprendizaje (inicio, desarrollo y salida), tiene además información básica, necesaria para comprender el tema a desarrollar, el cañón multimedia ha permitido que en</p>	<p>Area y otros (2010), Afirma que los materiales didácticos cumplen una función mediadora, entre el profesor y el alumno, entre los contenidos y el aprendizaje, por lo tanto es importante escoger el material idóneo para los objetivos propuestos.</p> <p>Así mismo sostienen que ubicar los materiales en una secuencia educativa, trae consigo el uso en determinados momentos de la clase: inicio, desarrollo y cierre. Cumpliendo dentro de ellas varias funciones distintas como motivar, reflexionar, proporcionar información, sintetizar o evaluar, entre otras. Momentos de la clase que utilizaremos en el análisis de los datos de nuestro estudio.</p>

	un momento inicial se presente el tema, durante el desarrollo para mostrar procesos, despejar dudas generales.	
REFLEXION SOBRE LA SUBCATEGORIA (RM):		
<p>Al inicio de mi práctica docente los recursos utilizados fueron fichas de trabajo, que contenían ejercicios y problemas graduados desde niveles básicos, que permitían la fijación del aprendizaje hasta los problemas de nivel más avanzado, o el texto, estos recursos facilitan y orientan el aprendizaje de los estudiantes. Ahora en mi practica pedagógica alternativa se ha incorporado el uso del software GeoGebra que básicamente ha permitido que el estudiante se conecte con el tema, llevado por su curiosidad y por lo dinámico del software, así mismo ha permitido que el estudiante sin aparente esfuerzo visualice, propiedades o estrategias de solución a las situaciones propuestas. Así para poder aplicar este tipo de tecnología se debe elaborar la guía de aprendizaje que es un material impreso usado como soporte de la ruta a seguir para lograr el aprendizaje, contiene situaciones y actividades de aprendizaje para cada momento de la sesión de aprendizaje (inicio, desarrollo y salida), tiene además información básica, necesaria para comprender el tema a desarrollar. El cañón multimedia ha permitido que en un momento inicial se presente el tema, durante el desarrollo para mostrar procesos, despejar dudas generales. Esto es respaldado por Área y otros (2010), quienes afirman que los materiales didácticos cumplen una función mediadora, entre el profesor y el alumno, entre los contenidos y el aprendizaje, por lo tanto es importante escoger el material idóneo para los objetivos propuestos.</p>		

4.5.3. Discusión de la subcategoría: Construcción del conocimiento (CC)

Tabla 50. Discusión de la construcción del conocimiento

RESULTADO PPI	RESULTADO PPA	TEORIA
Como docente siempre le he puesto interés a plantear estrategias adecuadas a lo largo de la sesión de aprendizaje, complementado con una explicación clara del tema, resaltando conceptos o procesos que los estudiantes deben tener en cuenta y que además faciliten la construcción del aprendizaje. Sin embargo estas	En mi práctica alternativa la construcción del conocimiento por los estudiantes se genera como resultado de la adecuada metodología utilizada, basada en un conjunto de estrategias que sugieren el uso de una guía de aprendizaje, la cual contiene una secuencia didáctica para cada momento	Bellemain (2001) propone que las interfaces de manipulación directa deben permitir al usuario construir y manipular los objetos directamente, involucrando conceptos e ideas implícitas en la acciones y retroacciones que favorezcan la acomodación de sus conocimientos y la construcción de nuevos. Tal proceso lleva el aprendiz al desarrollo de sus conocimientos. Zimmermann & Cunningham (1991) señalaron que: “Las computadoras tienen papel directo y concreto en este renacimiento de la visualización debido a las

<p>estrategias no implicaban el uso de recursos tecnológicos y tampoco estaban de manera directa, orientadas a desarrollar la capacidad de la visualización.</p>	<p>pedagógico, conservando un orden en el desarrollo de los procesos cognitivos, los cuales involucran el uso del software GeoGebra, que por su dinamismo permite también el desarrollo de la visualización.</p>	<p>maneras en que las computadoras pueden generar graficas matemáticas” (69). En consecuencia la visualización opera con el funcionamiento de las estructuras cognitivas, las relaciones entre las diversas representaciones de un objeto matemático y además intervienen en una determinada cultura. (Cantoral & Montiel, 2002).</p>
--	--	---

REFLEXION SOBRE LA SUBCATEGORIA (CC):

Inicialmente para que el estudiante logre la construcción del conocimiento he planteado estrategias adecuadas a lo largo de la sesión de aprendizaje complementando con una explicación clara del tema, resaltando conceptos o procesos que los estudiantes deberían tener en cuenta para el logro del aprendizaje. Ahora la metodología utilizada para la construcción del conocimiento involucra el uso del software GeoGebra direccionado por una Guía de aprendizaje, la cual contiene una secuencia didáctica para cada momento pedagógico, conservando un orden en el desarrollo de los procesos cognitivos, así mismo en la práctica alternativa la intención pedagógica es que el estudiante desarrolle su capacidad de visualización para que la construcción del conocimiento sea significativo. Todo esto es respaldado por Bellemain (2001) quien afirma que la comunicación que se establece entre el software y el estudiante mediante la manipulación deben permitir al usuario construir y manipular los objetos directamente, involucrando conceptos e ideas implícitas en la acciones y retroacciones que favorezcan la acomodación de sus conocimientos y la construcción de nuevos. Tal proceso lleva al estudiante al desarrollo de sus conocimientos. Así mismo Zimmermann y Cunningham señalaron que: “Las computadoras tienen papel directo y concreto en este renacimiento de la visualización debido a las maneras en que las computadoras pueden generar graficas matemáticas”.

Categoría 2: Visualización Matemática (VM)

4.5.4. Discusión de la subcategoría: Identificación Visual (IV)

Tabla 51. Discusión de la Identificación visual

RESULTADO PPI	RESULTADO PPA	TEORIA
En mi práctica inicial pude evidenciar que los estudiantes al reconocer propiedades en los diagramas, determinar los datos de un problema, al representar gráficamente una situación, ponen en práctica la identificación visual	En mi práctica pedagógica se ha logrado proponer estrategias adecuadas que permiten que los estudiantes haciendo uso del software GeoGebra determinan la distancia entre dos puntos, punto medio, así mismo identifican triángulos conociendo sus vértices y los clasifican; determinan también, la pendiente de una recta observando su gráfica o analizando su representación algebraica	Gutiérrez (1996) citado por Gualdrón (2001) habló de siete habilidades de visualización expuestas por Hoffer(1997), las cuales son: “Coordinación motriz de los ojos”, “Identificación visual”, “Conservación de la percepción”, “Reconocimiento de posiciones en el espacio”, “Reconocimiento de relaciones en el espacio”, “Discriminación visual” y “Memoria visual”, además sugirió una más: “Rotación mental” teniendo en cuenta a Del Grande (1990) Hoffer (1977) identifica varias habilidades físico-psicológicas relevantes para el aprendizaje en matemáticas, relacionadas con la visualización en general, que son la coordinación ojo-motor, la percepción figura-contexto, la conservación de la percepción, la percepción de la posición en el espacio, la percepción de las relaciones espaciales, la discriminación visual y la memoria visual.
<p>REFLEXION SOBRE LA SUBCATEGORIA (IV):</p> <p>En mi práctica inicial pude evidenciar que los estudiantes al reconocer propiedades en los diagramas, determinar los datos de un problema, al representar gráficamente una situación, ponen en práctica la identificación visual, sin embargo no era consciente de ello. Ahora en la práctica pedagógica alternativa se ha conseguido desarrollar la habilidad de identificación visual en los estudiantes, en tal sentido se han propuesto estrategias adecuadas que permiten que los estudiantes haciendo uso del software GeoGebra determinen la distancia entre dos puntos, punto medio, así mismo identifiquen triángulos conociendo sus vértices y los clasifiquen; determinan también, la pendiente de una recta observando su gráfica o analizando su representación algebraica, construyan figuras geométricas y los estudiantes las identifiquen; o si se les proporciona su expresión algebraica los estudiantes sepan identificar su gráfica. Esta afirmación es respaldada por Hoffer (1997) quien identifica varias habilidades físico psicológico relevante para el aprendizaje en matemática, relacionadas con la visualización en general.</p>		

4.5.5. Discusión de la subcategoría: Conservación de la Percepción (CP)

Tabla 52. Discusión de la Conservación de la Percepción

RESULTADO PPI	RESULTADO PPA	TEORIA
<p>En mi Práctica Pedagógica Inicial se ha podido observar evidencias donde el estudiante hace uso de la conservación de la percepción, al darse cuenta que si se le cambia de coordenadas a un punto su ubicación el en plano cartesiano no es la misma, y si se cambia el signo a la pendiente su representación genera una recta distinta de creciente cambia a decreciente y viceversa.</p>	<p>En mi Práctica Pedagógica Alternativa los estudiantes haciendo uso del GeoGebra y con lápiz y papel logran determinar la pendiente de una recta dada su ecuación en cualquiera de sus formas, logran hallar también la ecuación de una recta conociendo uno de sus puntos y sabiendo además que es paralela o perpendicular a otra cuya ecuación se da.</p>	<p>Hoffer (1977) identifica varias habilidades físico-psicológicas relevantes para el aprendizaje en matemáticas, relacionadas con la visualización en general, que son la coordinación ojo-motor, la percepción figura-contexto, la conservación de la percepción, la percepción de la posición en el espacio, la percepción de las relaciones espaciales, la discriminación visual y la memoria visual.</p> <p>Zimmermann & Cunningham (1991) señalaron que: “Las computadoras tienen papel directo y concreto en este renacimiento de la visualización debido a las maneras en que las computadoras pueden generar graficas matemáticas” (69).</p>
<p align="center">REFLEXION SOBRE LA SUBCATEGORIA (CP):</p> <p>En mi Práctica Pedagógica Inicial se ha podido observar evidencias donde el estudiante hace uso de la conservación de la percepción, al darse cuenta que si se le cambia de coordenadas a un punto su ubicación en el plano cartesiano no es la misma, y si se cambia el signo a la pendiente su representación genera una recta distinta de creciente cambia a decreciente y viceversa, todo esto con lápiz, papel y haciendo uso de la pizarra. Ahora en la práctica pedagógica alternativa con el software GeoGebra se trabaja con una Geometría dinámica que permite visualizar los cambios de parámetros en las ecuaciones de la recta y por tanto desarrollar la habilidad de la conservación de la percepción en los estudiantes. Específicamente cuando logran visualizar los procesos que deben seguir para hallar la ecuación de una recta conociendo uno de sus puntos y sabiendo además que es paralela o perpendicular a otra cuya ecuación se da. Estas afirmaciones están respaldadas por Hoffer (1977) quien identifica varias habilidades físico-psicológicas relevantes para el aprendizaje en matemáticas, relacionadas con la visualización en general, entre ellas la conservación de la percepción. Por otro lado Zimmermann y Cunningham señalaron que: “Las computadoras tienen papel directo y concreto en este renacimiento de la visualización debido a las maneras en que las computadoras pueden generar graficas matemáticas”.</p>		

4.5.6. Discusión de la subcategoría: Percepción de las posiciones en el espacio (PPE)

Tabla 53. Discusión de la Percepción de las posiciones en el espacio

RESULTADO PPI	RESULTADO PPA	TEORIA
En mi practica como docente he tomado en cuenta el aprendizaje de los estudiantes como un logro primordial, utilizando un método tradicional, basado en la práctica de ejercicios y problemas, sin embargo haciendo un análisis y tratando de rescatar en lo posible los indicios de la habilidad de percepción de las posiciones en el espacio se ha trabajado dicha habilidad, pero sin ser consciente de ello en algunas sesiones.	Los estudiantes logran identificar las propiedades de las posiciones relativas de las rectas y los casos de ecuaciones de la recta en el enunciado del problema y/o en los gráficos, usando el software GeoGebra y haciendo sus ensayos prácticos. Los estudiantes identificaron las propiedades y soluciones de manera gráfica y luego lo realizaron con lápiz y papel consiguendo de esta manera relacionar dichos procesos.	Hoffer (1977) identifica varias habilidades físico-psicológicas relevantes para el aprendizaje en matemáticas, relacionadas con la visualización en general, que son la coordinación ojo-motor, la percepción figura-contexto, la conservación de la percepción, la percepción de la posición en el espacio, la percepción de las relaciones espaciales, la discriminación visual y la memoria visual.
<p align="center">REFLEXION SOBRE LA SUBCATEGORIA (PPE):</p> <p>Inicialmente he tomado en cuenta el aprendizaje de los estudiantes como un logro primordial, utilizando un método tradicional, basado en la práctica de ejercicios y problemas, sin embargo haciendo un análisis y tratando de rescatar en lo posible los indicios de la habilidad de percepción de las posiciones en el espacio, en algunas sesiones. Ahora en la práctica pedagógica alternativa se han planteado nuevas estrategias que permiten que los estudiantes manipulen los objetos matemáticos como las rectas paralelas y perpendiculares, así mismo se les pide hacer comparaciones de lo que visualizan en el programa y lo que desarrollan al trabajar con lápiz y papel. Los cambios realizados en la metodología han mejorado notablemente la práctica pedagógica y los resultados de la misma se evidencian en los aprendizajes de los estudiantes. Todo esto es respaldado por Hoffer (1977) quien identifica varias habilidades físico-psicológicas relevantes para el aprendizaje en matemáticas, relacionadas con la visualización en general, que son la coordinación ojo-motor, la percepción figura-contexto, la conservación de la percepción, la percepción de la posición en el espacio, la percepción de las relaciones espaciales, la discriminación visual y la memoria visual.</p>		

4.5.7. Discusión de la subcategoría: Percepción de las relaciones espaciales (PRE)

Tabla 54. Discusión de la Percepción de las Relaciones Espaciales

RESULTADO PPI	RESULTADO PPA	TEORIA
<p>En mi práctica como docente desconocía como desarrollar la habilidad de la percepción de las relaciones espaciales, por lo que no se evidencia el desarrollo de la misma en los estudiantes.</p>	<p>Los estudiantes logran comparar lo aprendido sobre las propiedades de las posiciones de las rectas usando el GeoGebra y la información teórica, propuesta en la guía de aprendizaje, identificando las posiciones relativas de las rectas y los casos de ecuación de la recta que se deben aplicar, planteando estrategias de solución adecuadas</p>	<p>Hoffer (1977) identifica varias habilidades físico-psicológicas relevantes para el aprendizaje en matemáticas, relacionadas con la visualización en general, que son la coordinación ojo-motor, la percepción figura-contexto, la conservación de la percepción, la percepción de la posición en el espacio, la percepción de las relaciones espaciales, la discriminación visual y la memoria visual.</p>
<p style="text-align: center;">REFLEXION SOBRE LA SUBCATEGORIA (PRE):</p> <p>En mi práctica como docente desconocía como desarrollar la habilidad de la percepción de las relaciones espaciales, por lo que no se evidencia el desarrollo de la misma en los estudiantes. En la práctica pedagógica alternativa se ha logrado proponer estrategias para que los estudiantes logren comparar lo aprendido sobre las propiedades de las posiciones de las rectas usando el GeoGebra y la información teórica, propuesta en la guía de aprendizaje, se han identificado las posiciones relativas de las rectas y los casos de ecuación de la recta que se deben aplicar, planteando estrategias de solución adecuadas; así de este modo desarrollen la habilidad de percepción de las relaciones espaciales. Estos resultados son respaldados por Hoffer (1977) quien identifica varias habilidades físico-psicológicas relevantes para el aprendizaje en matemáticas, relacionadas con la visualización en general, que son la coordinación ojo-motor, la percepción figura-contexto, la conservación de la percepción, la percepción de la posición en el espacio, la percepción de las relaciones espaciales, la discriminación visual y la memoria visual.</p>		

4.5.8. Discusión de la subcategoría: Memoria Visual (MV)

Tabla 55. Discusión de la Memoria Visual

RESULTADO PPI	RESULTADO PPA	TEORIA
<p>En mi carrera docente se ha realizado cierto grado de desarrollo de la habilidad de memoria visual, esto se evidencia cuando los estudiantes realizan sus exposiciones de sus ejercicios y problemas, cuando responden a preguntas sobre propiedades de expresiones gráficas aunque en ese momento no las tengan de manera física.</p>	<p>Los estudiantes logran explicar las características de una recta en función a su pendiente, y las relaciones que se pueden establecer entre las pendientes de dos rectas paralelas o perpendiculares, consiguen también hallar la ecuación de una recta conociendo un punto y la ecuación paralela a ella, es decir recuerda la propiedad correspondiente, asimismo recuerda el proceso para hallar el punto de intersección de dos rectas.</p>	<p>Hoffer (1977) identifica varias habilidades físico-psicológicas relevantes para el aprendizaje en matemáticas, relacionadas con la visualización en general, que son la coordinación ojo-motor, la percepción figura-contexto, la conservación de la percepción, la percepción de la posición en el espacio, la percepción de las relaciones espaciales, la discriminación visual y la memoria visual.</p>
<p>REFLEXION SOBRE LA SUBCATEGORIA (MV):</p> <p>Inicialmente se ha realizado cierto grado de desarrollo de la habilidad de memoria visual, esto se evidencia cuando los estudiantes realizan las exposiciones de sus ejercicios y problemas, cuando responden a preguntas sobre propiedades de expresiones gráficas aunque en ese momento no las tengan de manera concreta. Ahora se ha conseguido plantear estrategias que permitan que los estudiantes logren explicar el contenido manipulando el software. Por lo tanto explican lo que construyen y demuestran con el programa. Así determinan las características de una recta en función a su pendiente, y las relaciones que se pueden establecer entre las pendientes de dos rectas paralelas o perpendiculares, consiguen también hallar la ecuación de una recta conociendo un punto y la ecuación paralela a ella, es decir recuerda la propiedad correspondiente, asimismo recuerda el proceso para hallar el punto de intersección de dos rectas. Cabe destacar que el trabajar de esta manera ha mejorado significativamente la práctica pedagógica alternativa y sobre todo los resultados que evidencian los estudiantes no solo de aprendizaje, sino también de desarrollo de habilidades de visualización. Estos resultados son respaldados por Hoffer (1977) quien identifica varias habilidades físico-psicológicas relevantes para el aprendizaje en matemáticas, relacionadas con la visualización en general, que son la coordinación ojo-motor, la percepción figura-contexto, la conservación de la percepción, la percepción de la posición en el espacio, la percepción de las relaciones espaciales, la discriminación visual y la memoria visual.</p>		

4.5.9. Discusión de la subcategoría: Discriminación Visual (DV)

Tabla 56. Discusión de la Discriminación Visual

RESULTADO PPI	RESULTADO PPA	TEORIA
<p>En mi práctica como docente desconocía como desarrollar la habilidad de discriminación visual, por lo que no se evidencia el desarrollo de la misma en los estudiantes.</p>	<p>Se puede evidenciar que los estudiantes logran determinar la pendiente de una recta, dada su ecuación en cualquiera de sus formas, así mismo los estudiantes diferencian las propiedades de las rectas paralelas y perpendiculares y diferencian también procesos para calcular la distancia de un punto a una recta y entre rectas paralelas</p>	<p>Hoffer (1977) identifica varias habilidades físico-psicológicas relevantes para el aprendizaje en matemáticas, relacionadas con la visualización en general, que son la coordinación ojo-motor, la percepción figura-contexto, la conservación de la percepción, la percepción de la posición en el espacio, la percepción de las relaciones espaciales, la discriminación visual y la memoria visual.</p> <p>“El interés de trabajar con programas de geometría dinámica radica precisamente en el hecho de que los dibujos son dinámicos; el dibujo no solo representa un caso particular que ocupa una posición sobre la pantalla sino que, debido a la posibilidad de variar su posición, se pueden obtener distintos casos representativos del objeto geométrico. (Laborde, 2003: 4)”</p>
<p style="text-align: center;">REFLEXION SOBRE LA SUBCATEGORIA (DV):</p> <p>En mi práctica como docente desconocía como desarrollar la habilidad de discriminación visual, por lo que no se evidencia el desarrollo de la misma en los estudiantes. Ahora la implementación de estrategias adecuadas y las situaciones propuestas para el logro de la habilidad de discriminación visual se puede evidenciar en los estudiantes, cuando con la mediación del software GeoGebra, los estudiantes logran determinar la pendiente de una recta, dada su ecuación en cualquiera de sus formas, así mismo los estudiantes diferencian las propiedades de las rectas paralelas y perpendiculares y diferencian también procesos para calcular la distancia de un punto a una recta y entre rectas paralelas. Estos resultados denotan mejoras significativas en la práctica pedagógica y en el logro de un aprendizaje significativo en los estudiantes, principalmente porque el estudiante construye sus gráficas mediante la manipulación del software. Todo esto es respaldado por Hoffer (1977) quien identifica varias habilidades físico-psicológicas relevantes para el aprendizaje en matemáticas, relacionadas con la visualización en general, que son la coordinación ojo-motor, la percepción figura-contexto, la conservación de la percepción, la percepción de la posición en el espacio, la percepción de las relaciones espaciales, la discriminación visual y la memoria visual. Por otro lado Laborde quien afirma que: “El interés de trabajar con programas de geometría dinámica radica precisamente en el hecho de que los dibujos son dinámicos; el dibujo no solo representa un caso particular que ocupa una posición sobre la pantalla sino que, debido a la posibilidad de variar su posición, se pueden obtener distintos casos representativos del objeto geométrico.</p>		

4.5.10. Comparación de la prueba de entrada y la prueba de salida

	Prueba de entrada	Prueba de salida	Interpretación
1	En el gráfico 20, se lee que el 60% de estudiantes están en el nivel de proceso pues ubican un punto en el plano, de manera correcta y el 16% está en el nivel destacado es decir que ubican 3 puntos en el plano correctamente, el 12% de estudiantes están el nivel de logro, es decir que ubicaron dos puntos en el plano, y tan solo el 8 % de estudiantes están en el nivel de sobresaliente es decir ubicaron correctamente todos los puntos en el plano y hay un 4% de estudiantes que están en el nivel de inicio.	En el gráfico 28, a la situación planteada ubica los puntos en el plano, un 12% de estudiantes obtienen la calificación de logro, un 4% de estudiantes obtienen destacado en esta pregunta y un 84% de estudiantes obtuvieron sobresaliente.	En la prueba de entrada un 8 % de estudiantes fueron capaces de ubicar correctamente los puntos en el plano, sin embargo en la prueba de salida el 84% de estudiantes obtuvieron sobresaliente, lo que significa que se ha mejorado el aprendizaje y claramente se evidencia el desarrollo de la habilidad de Memoria Visual, todo esto por el uso de una nueva metodología que involucra la mediación del software GeoGebra.
2	En el gráfico 21, se observa que un 64% de estudiantes están en el nivel de logro, es decir que escriben las coordenadas de un solo punto de manera correcta, el 16% de estudiantes se ubican en el nivel destacado, pues escriben las coordenadas de dos puntos de manera correcta, el 12 % de estudiantes se ubican en el nivel de sobresaliente, es decir escriben correctamente las coordenadas de todos los puntos, sin embargo	En el gráfico 29, se observa que un 80 % de estudiantes que conforman la mayoría de estudiantes lograron un sobresaliente en la pregunta n° 2 de la prueba de salida, así mismo un 12% de estudiantes obtuvieron destacado y un 4% de estudiantes que son una minoría están en proceso de inicio, es decir que no saben escribir las coordenadas rectangulares de un punto.	Se observa que en la prueba de entrada el 12 % de estudiantes obtuvieron la calificación de sobresaliente, frente a un 80% de estudiantes que obtuvieron la misma calificación en la prueba de salida, y dado que el ítem correspondiente a la pregunta N° 2 está orientado a determinar el grado de desarrollo de la habilidad de Memoria visual, se puede notar un gran incremento de esta

	<p>hay un 8% de estudiantes que están en el nivel de inicio, es decir que no escribieron correctamente las coordenadas de ningún punto.</p>		<p>habilidad, después de la Intervención Pedagógica basada en el uso del software GeoGebra.</p>
3	<p>En el gráfico 22, se observa que el 40% de estudiantes están en el nivel de proceso, porque no hallan la distancia entre dos puntos, un 28% de estudiantes están en el nivel de logro es decir que ubican puntos en el plano pero no hallan la distancia entre los puntos, el 24% de estudiantes está en el nivel de inicio es decir que no ubica los puntos ni halla la distancia entre dos puntos, y un 4% de estudiantes se ubican en el nivel de destacado y en el mismo porcentaje de estudiantes se encuentran en el nivel de sobresaliente.</p>	<p>En el gráfico 30, se observa que el 100% de los estudiantes aprendieron a hallar la distancia entre dos puntos, obteniendo una calificación de sobresaliente en este ítem.</p>	<p>Se puede observar que en la prueba de entrada la mayoría de estudiantes están en el nivel de proceso en la pregunta 3 de la prueba de entrada, frente a un 100% de estudiantes que obtuvieron la calificación de sobresaliente en esta misma pregunta en la prueba de salida, lo que evidencia un gran incremento en la habilidad de identificación visual.</p>
4	<p>En el gráfico 23, se observa que el 60% de estudiantes se ubican en el nivel de inicio, es decir que no tienen idea de cómo resolver el problema, un 28% de estudiantes están en el nivel de proceso, y el 12% de estudiantes están en el nivel de logro, es decir que al menos tienen claro lo que pide el problema,</p>	<p>En el gráfico 31, se observa que un 68 % de estudiantes que conforman la mayoría de estudiantes lograron un sobresaliente en la pregunta n° 4 de la prueba de salida, esto significa que lograron resolver el problema planteado completamente, el 8% de estudiantes obtuvieron una calificación de logro, lo que significa que esta pregunta fue</p>	<p>En la pregunta 4 para determinar el desarrollo de la Conservación de la percepción en los estudiantes, se observa que en la prueba de entrada la mayoría de estudiantes, un 60%, están en el nivel de inicio, es decir hay una clara ausencia del desarrollo de esta habilidad; sin embargo</p>

	<p>ubica en el plano los datos.</p>	<p>resuelta casi en su totalidad, así mismo un 20% de estudiantes obtuvieron una calificación en proceso, lo cual significa que lograron resolver la mitad de la pregunta y un 4% de estudiantes que son una minoría están en proceso de inicio, es decir que no logran definir el proceso correcto para resolver el problema.</p>	<p>en la Prueba de Salida la mayoría de estudiantes que son el 68% obtuvieron sobresaliente, lo que significa que se logró mejorar notablemente el desarrollo de la habilidad de conservación de la percepción.</p>
5	<p>En el gráfico 24, se observa que el 60% de los estudiantes están en el nivel de inicio, es decir que no saben cómo resolver el problema, un 32% de estudiantes por lo menos ubican los datos por lo que se ubican en el nivel de proceso, un 4% de estudiantes se ubican en el nivel de logro y un porcentaje igual se ubican en el nivel de sobresaliente es decir que resuelven el problema.</p>	<p>En el gráfico 32, se observa que un 40% de estudiantes saben determinar la ecuación de una recta y saben también explicar cambios, a partir de un gráfico, de manera correcta por lo que obtuvieron sobresaliente, un 4% de estudiantes obtuvieron destacado, es decir que determinan la ecuación de la recta y no logran expresar lo que sucede cuando se hace un cambio, sin embargo se observa que sus dificultades son mínimas, otro 4% de estudiantes alcanzaron la calificación de logro, aquí los estudiantes logran expresar la ecuación de la recta o saben interpretar los cambios, un 32% de estudiantes obtuvieron la calificación de proceso, es decir identifican algunos elementos de la recta pero no logran determinar la ecuación de manera correcta, y finalmente hay un 20 % de estudiantes que</p>	<p>La pregunta 5 tiene como objeto determinar el nivel de desarrollo de la habilidad de conservación de la percepción y en los resultados se observa que el 4 % de estudiantes obtuvieron sobresaliente en la prueba de entrada, frente a un 40% de estudiantes que obtuvieron la misma calificación en la prueba de salida, se puede decir que el incremento es significativo y que se ha logrado incrementar el desarrollo de la Conservación de la percepción.</p>

		tienen dificultades para determinar la ecuación de la recta.	
6	En el gráfico 25, se observa que el 84 % de estudiantes están en el nivel de inicio, es decir que no saben cómo resolver el problema, y el 16% de estudiantes están en el nivel de proceso.	En el gráfico 33, se observa que un 76 % de estudiantes que conforman la mayoría de estudiantes lograron un sobresaliente en la pregunta n° 6 de la prueba de salida, esto significa que lograron resolver el problema planteado completamente, el 8% de estudiantes obtuvieron una calificación de destacado, lo que significa que esta pregunta fue resuelta casi en su totalidad, así mismo un 4% de estudiantes obtuvieron una calificación en proceso, y un 12% de estudiantes no identifican las posiciones de dos rectas dadas sus ecuaciones.	La pregunta 6, ha sido diseñada para determinar el grado de desarrollo de la habilidad de percepción de las posiciones en el espacio y como resultados se observa que en la prueba de entrada el 84% de estudiantes se encontraba en el nivel de inicio en esta habilidad, frente a un 76% de estudiantes que obtuvieron sobresaliente en la prueba de salida, con lo cual se muestra que se ha logrado desarrollar dicha habilidad en la mayoría de estudiantes.
7	En el gráfico 26, se observa que el 72 % de estudiantes se encuentran en el nivel de inicio, y un 20% de estudiantes se encuentran en el nivel de proceso.	En el gráfico 34, se observa que un 32 % de estudiantes están en la fase de inicio, es decir que no logran identificar el tipo de figura, porque algunos tienen problemas de ubicación de puntos, un 36% de estudiantes están en la fase de proceso, es decir que ubican los puntos en el plano, el 12 % de estudiantes alcanzan la calificación de logro, esto significa que aparte de ubicar los puntos en el plano, los unen de manera que se visualiza la figura geométrica, un 4% de estudiantes identifica que la figura es un cuadrilátero,	Con la pregunta 7 se trata de determinar el grado de Percepción de las relaciones espaciales, es así que en la prueba de entrada el 72% de los estudiantes se encuentran en el nivel de inicio y el 28 % se encuentra en el nivel de proceso, sin embargo en la prueba de salida el 32 % de estudiantes se encuentran en el nivel de inicio habiendo disminuido un 40% con respecto a la prueba de entrada, y el 36% de estudiantes se encuentran en la fase

		<p>por lo que obtiene la calificación de destacado, y hay un 16% de estudiantes que identifican la clase de cuadrilátero, por lo que obtienen un sobresaliente como calificación.</p>	<p>de proceso, se observa también que un 12% de estudiantes están en la fase de logro y el 16% en la fase de sobresaliente es decir que lograron desarrollar dicha habilidad, estos resultados de la prueba de salida son una clara evidencia del significativo incremento de la habilidad de la percepción de las relaciones espaciales-</p>
8	<p>En el grafico 27, se observa que los estudiantes en un 100% se encuentran en el nivel de inicio, es decir que ningún estudiante resuelve este problema</p>	<p>En el gráfico 35, se observa que un 92% de estudiantes no lograron analizar los cambios de la gráfica, al variar los cambios de signos en los diferentes términos de la ecuación, un 4% de estudiantes obtuvieron logro, es decir que graficaron la recta dada y algunos cambios, otro 4% de estudiantes obtuvieron destacado, lo que significa que graficaron la recta dada y los cambios de manera correcta, sin embargo la explicación que ellos dan no es muy satisfactoria.</p>	<p>La pregunta 8, permite determinar el nivel de desarrollo de la habilidad de discriminación visual de los estudiantes, se observa que los estudiantes en la prueba de entrada se encuentran en un 100% en el nivel de inicio, es decir que hay ausencia del desarrollo de la mencionada habilidad, en la prueba de salida los estudiantes que están en el nivel de inicio son un 92%, lo que significa que ha habido una leve mejora en esta habilidad, debido a que esta exige un mayor grado de abstracción.</p>

4.5.11. Descripción de la Metodología con el software GeoGebra para desarrollar la visualización.

La metodología utilizada con el software GeoGebra para desarrollar la visualización en estudiantes del 5° de secundaria, en el contenido de ecuación de la recta, ha sido aplicada en nueve sesiones de aprendizaje como secuencias didácticas.

Las secuencias didácticas están conformadas por tres tipos de actividades: Actividades de Inicio, actividades de desarrollo y actividades de cierre, tales actividades han sido incorporadas a una guía de aprendizaje, que además de las actividades mencionadas, contiene una información básica, dicha guía es entregada por la docente al inicio de la sesión de aprendizaje.

- Las actividades de inicio se plantean en las guías de aprendizaje a través de situaciones problemáticas de la realidad, situaciones extraídas de su entorno, acompañados de imágenes o presentando situaciones sobre temas ya estudiados. Las imágenes se consideran importantes porque ejercitan la vista del estudiante, además de darle una idea de solución a la situación. A través de las actividades de inicio se logra que los estudiantes identifiquen y recuperen conocimientos y saberes, den a conocer sus percepciones, al mismo tiempo despertar la curiosidad sobre el tema a desarrollar, creando un ambiente adecuado para el desarrollo de un aprendizaje significativo.
Al término de las actividades de inicio se encontrarán el planteamiento de preguntas desequilibrantes que buscan generar en el estudiante una actitud de inquietud y curiosidad sobre el tema a ser desarrollado en la secuencia didáctica, siendo además un nexo entre las actividades de apertura y las de desarrollo que a continuación se explican.
- Las actividades de desarrollo se llevan a cabo en el aula de innovación pedagógica, asignando a cada par de estudiantes un computador, con el software GeoGebra previamente instalado. Las actividades propuestas involucran el uso del software GeoGebra y de lápiz y

papel, además de estar consideradas en la guía de aprendizaje.

Cada situación propuesta exige el uso del software GeoGebra y está orientada al desarrollo de habilidades de visualización, como la identificación visual, la conservación de la percepción, la percepción de las relaciones espaciales, la percepción de las relaciones en el espacio, memoria visual y discriminación visual, que debe desarrollarse con el software GeoGebra y luego para fijar el aprendizaje el estudiante desarrolla las situaciones propuestas con lápiz y papel o viceversa, tomando en cuenta la información básica de la guía de aprendizaje.

Las actividades de desarrollo son las que permiten la construcción y reconstrucción del aprendizaje ya que se encargan de brindar al estudiante los contenidos a ser desarrollados en la secuencia didáctica,

- Las actividades de cierre permiten sintetizar, reforzar, aclarar dudas, integrando las actividades de inicio y desarrollo, es aquí donde los estudiantes evidencian lo aprendido, poniendo en práctica los aprendizajes adquiridos al desarrollar actividades específicas que permitan valorar la utilidad e importancia de estas. En algunas secuencias didácticas se proponen ejercicios que permiten verificar el desarrollo de alguna habilidad de visualización y la comprensión de los nuevos contenidos, además las respuestas deben ser comprobadas con el software GeoGebra, la realización exitosa de las actividades propuestas permiten integrar los contenidos, dando como resultado un aprendizaje significativo.

Lo detallado en los párrafos anteriores se puede verificar en la parte de anexos, donde se podrán encontrar las sesiones de aprendizaje con sus respectivas guías de aprendizaje.

RESUMEN DE INVESTIGACIÓN

Conclusiones.

- a. La aplicación de la prueba diagnóstica sobre la capacidad de Visualización matemática aplicada a los estudiantes de 5° A de secundaria de la I.E. “Miguel Cortés”, evidencia, que están en los niveles de inicio y proceso del desarrollo de las habilidades de visualización de conceptos y propiedades de la ecuación de la recta, ya que ellos sólo identifican objetos geométricos utilizando el plano cartesiano.
- b. La aplicación de la Encuesta a los estudiantes, para determinar el uso de recursos tecnológicos y al realizar el análisis de la práctica pedagógica inicial, se concluye que en la metodología empleada por el docente no se evidencia el uso del Software GeoGebra, ni la aplicación de estrategias orientadas al desarrollo de la visualización. Esto se debe al desconocimiento que tiene el docente sobre el manejo del software y una metodología de enseñanza utilizando este recurso.
- c. Hemos evidenciado que el diseño y desarrollo de secuencias didácticas que involucran el uso del software GeoGebra y que se basan en estrategias orientadas al desarrollo de las habilidades de la visualización matemática se ajustan de manera eficiente a los temas abordados facilitando la construcción de los conocimientos.

- d. La intervención pedagógica con la aplicación de las sesiones de aprendizaje que implican la mediación del software GeoGebra nos ha permitido generar un aprendizaje significativo, donde las representaciones gráficas juegan un importante papel en el desarrollo de las habilidades visuales y por consiguiente en el aprendizaje de la matemática, cuyo matiz cambia, se torna interesante y motivante.
- e. Hemos observado que con el software GeoGebra los estudiantes construyeron e interpretaron representaciones gráficas en el proceso de resolución de problemas que los conducen no solo a la solución del problema, sino a la visualización de propiedades, y opciones de solución por la naturaleza dinámica del software.
- f. La evaluación del nivel de logro de la capacidad de visualización matemática faculta corroborar que los estudiantes han mejorado notablemente su calificación estando en un nivel de destacado y sobresaliente en las habilidades de identificación visual, conservación de la percepción, percepción de las posiciones en el espacio, percepción de las relaciones espaciales y memoria visual, y discriminación visual en la comprensión y solución de situaciones planteadas sobre la ecuación de la recta casos y propiedades. Sin embargo, los estudiantes podemos considerarlos en proceso en la habilidad de discriminación visual porque no han podido fundamentar las diferentes posiciones de la recta. Tomando en consideración lo antes expuesto se valida la efectividad del uso del software GeoGebra para desarrollar la capacidad de Visualización Matemática.

Recomendaciones.

- a. Los docentes deben capacitarse constantemente, especialmente en el uso de recursos tecnológicos los cuales son beneficiosos para lograr aprendizajes significativos en los estudiantes e innovaciones en las sesiones de aprendizaje.
- b. Los docentes deben tener en cuenta que los estudiantes tiene que lograr un nivel de desarrollo de habilidades y capacidades matemáticas. Es necesario que se haga una selección de los métodos que favorezcan un nivel de asimilación significativa, el cual se logrará cuando los alumnos estén en condiciones de aplicar sus propios conocimientos y habilidades.
- c. Los docentes deben considerar al software educativo, solamente como una herramienta, o un complemento que ayuda al estudiante a la motivación de los temas a tratar, a la comprensión de los problemas o ejercicios planteados, al desarrollo de habilidades, mas no como único recurso de todo el proceso de aprendizaje.
- d. Fomentar el desarrollo de las habilidades de la visualización en los estudiantes, con ayuda de recursos tecnológicos, para generar la comprensión y el aprendizaje de la matemática.

BIBLIOGRAFÍA

- Alsina, C., Burgués, C. y Fortuny, J. M^a. (1988). Materiales para construir la geometría. Editorial Síntesis S.A. Área, M., Parcerisa, A. y Rodríguez, J. (Coords) (2010).
- Arcavi, A. (2003). The role of visual representations in the learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 52 (3), 215–241.
- ARDILA, R. (2001). *Psicología del aprendizaje*. Mexico: Siglo Veintiuno Editores.
- Área, M., Parcerisa, A. y Rodríguez, J. (Coords) (2010). Materiales y recursos didácticos en contextos comunitarios. Ed: Grao. Arriagada, M^a. D. (1977). Proyecto educativo colegio santa Cruz Santiago. Hermana
- Arrieta, I. (2011, junio). *Un estudio de la capacidad espacial desde la educación infantil hasta la universidad*. Trabajo presentado en el II Encuentro AprenGeom. CIEM. Castro Urdiales, Santander, España.
- Arrieta, M. (2003). Capacidad visual y educación matemática: tres problemas para el futuro de la investigación. *Educación Matemática*, 15 (3), 57-76.
- Arrieta, M. (2006). La capacidad espacial en la educación matemática: estructura y medida. *Educación Matemática*, 18 (1), 99-132.

- Ausubel D., Novak J. y Hanesian H.(1997). “Psicología educativa. Un punto de vista cognitivo”. Trillas.
- Ávila, Rafael (comp.) (2003). *La investigación-acción pedagógica. Experiencias y lecciones*. Bogotá-Colombia: Ediciones Antropos.
- Battista, M. (2007). The development of geometric and spatial thinking. En F. Lester (Ed.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, 2 (pp. 843-908). Charlotte, NC: NCTM/Information Age Publishing.
- Bennie, K. y Smit, S. (1999, july). “*Spatial sense*”: *Translating curriculum innovation into classrrom practice*. Paper presented at the 5th Annual Congress of the Association for Mathematics Education of South Africa (AMESA), Port Elizabeth.
- Bishop, A.J. (1983). Space and geometry. En R. Lesh y M. Landau (Eds.), *Acquisition of mathematics concepts and processes* (pp. 175-203). New York: Academic Press.
- Bruner, J. (2011). Aprendizaje por descubrimiento. Iberia edición octava, 2006, 46.
- Brunner, J. J. (2001). Globalización y el futuro de la educación: tendencias, desafíos, estrategias. Análisis de Prospectivas de la Educación en América Latina y el Caribe. Santiago de Chile: UNESCO.
- Cantoral, R. y Montiel, G. (2001): *Funciones: Visualización y Pensamiento Matemático*. Prentice Hall & Pearson Edición, México
- Carrol, J. B. (1993). *Human cognitive abilities: A survey of factor analytic studies*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Cascallana, M. T. (1988). Iniciación de la Matemática. Materiales y recursos didácticos. Madrid, Santillana.
- Castelnuovo, E. (1970). Didáctica de la Matemática Moderna. Madrid, Trillas. Comisión Internacional para el estudio y mejora de la

- enseñanza de las matemáticas (1964). *El Material para la Enseñanza de las Matemáticas*. Madrid, Aguilar.
- Castro E., Castro E. (1997). *La educación matemática en la secundaria*. Coordinador: Luis Rico. Editorial Horsori, pág 95 -124.
- Clements, D. H. y Battista, M. T. (1992). Geometry and spatial reasoning. En D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp.420-464). New York: MacMillan.
- Coll, C. (1990). Un marco de referencia psicológico para la educación escolar: la concepción constructivista del aprendizaje y de la enseñanza. *C. Coll, J. Palacios y A. Marchesi, Desarrollo psicológico y educación, 11*, 76.
- Coriat, M. (1997) *Materiales, Recursos y Actividades: Un panorama*. En Luis Rico (Ed.), *La educación matemática en la enseñanza secundaria*. Barcelona, Horsori. pp. 155-178.
- De Guzmán, M. (1996). *El rincón de la pizarra*. Madrid: Pirámide.
- Del Grande, J. J. (1987). Spatial Perception and Primary Geometry. En M. M. Lindquist (Ed.), *Learning and Teaching Geometry, K-12* (pp. 127-135). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Del Grande, J. J. (1990). Spatial sense. *Arithmetic teacher, 37* (6), 14-20.
- Duval R. (1998). Registro de representación semiótica y funcionamiento cognitivo del pensamiento. *En Investigaciones en Educación Matemática II*. (Editor F. Hitt), Grupo Editorial Iberoamérica, 1998, Págs. 173-201). México.
- Eisenberg, T. y Dreyfus, T. (1991). On the reluctance to visualize in mathematics. En W. Zimmermann y S. Cunningham (Eds.), *Visualization in teaching and learning mathematics* (pp. 25-38). Washington, DC: Mathematical Association of America.
- Fischbein, E. (1993). The theory of figural concepts. *Educational Studies in Mathematics, 24* (2), 139-162.

- García, M. D. M. (2011). Evolución de actitudes y competencias matemáticas en estudiantes de secundaria al introducir Geogebra en el aula (Doctoral dissertation, Universidad de Almería).
- Gavilán Izquierdo, J. M., & Barroso Campos, R. GeoGebra como Instrumento de la Práctica del Profesor.
- GRUPO PI (2002). Materiales en la resolución de problemas. En CARDEÑOSO, CASTRO, MORENO Y PEÑAS (Eds.). *Resolución de Problemas*. Granada: Dpto. de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada.
- Gualdrón, P. E. (2011). *Análisis y caracterización de la enseñanza y aprendizaje de la semejanza de figuras planas*. Universitat de València. España.
- Guillén, G. (2010). ¿Por qué usar los sólidos como contexto en la enseñanza/aprendizaje de la geometría? ¿Y en la investigación? En M. M. Moreno, A. Estrada, J. Carrillo, y T. A. Sierra, (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIV* (pp. 21-68). Lleida: SEIEM.
- Gutiérrez, A. (1996). Visualization in 3-dimensional geometry: In search of a framework. En L. Puig y A. Gutierrez (Eds.), *Proceedings of the 20th P.M.E. Conference*, 1 (pp. 3-19). Valencia, España: Universidad de Valencia.
- Gutiérrez, A. (1998b). Las representaciones planas de cuerpos 3-dimensionales en la enseñanza de la geometría espacial. *Revista EMA*, 3, 193-220.
- De Guzmán, M. (1996). El papel de la visualización. *Libro El Rincón de la pizarra. Pirámide, Madrid*, 15-44.
- Hanna, G. y Sidoli, N. (2007). Visualisation and proof: a brief survey of philosophical
- Hernán, F. y Carrillo, E. (1988) Recursos en el aula de matemáticas (nº 34) Síntesis. Madrid.

- Hershkowitz, R., Parzysz, B. y Van Dormolen, J. (1996). Space and Shape. En A. J. Bishop, M. A. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick, C. Laborde (Eds.) *International Handbook of Mathematics Education*, vol. 4, pp. 161-204. Dordrecht, Netherlands: Kluwer Academia Publishers.
- Hitt, F. (Ed.) (2002). *Representations and Mathematics Visualization*. North American Chapter of IGPME, Cinvestav-IPN, Mexico.
- Hoffer, A. R. (1977). *Mathematics Resource Project: Geometry and Visualization*. Palo Alto, Calif.: Creative Publications.
- Höffler, T. N. (2010). Spatial ability: Its influence on learning with visualizations a meta analytic review. *Educational Psychological Review*, 22, 245-269.
- Human, P. G. (1998). Draft discussion document for Malati Geometry Working Group. Cape Town, South África.
- Lohman, D. F. (1979). *Spatial ability: A review and re-analysis of the correlational literature*. Technical Report, nº 8. Stanford: Stanford University Aptitude Research Project (School of Education).
- Magariños de Morentin, Juan (1996). Los fundamentos lógicos de la semiótica y su práctica. Buenos Aires, Argentina. Edic. Edicial, S.A.
- McGee, M. (1979). Human Spatial Abilities: Psychometric Studies and Environmental, Genetic, Hormonal, and Neurological Influences. *Psychological Bulletin*, 86 (5), 889-918.
- Nerici Imídeo, G. (1986). *Hacia una Didáctica General Dinámica* Editorial Kapelusz. SA Cuarta reimpresión.
- Ochoa, V. V. (2014). Implementación y aplicación de software educativo y material concreto en el aprendizaje de las ecuaciones de las cónicas en geometría analítica plana de los estudiantes del tercer año de bachillerato. Cuenca Ecuador: tesis maestra.
- Pellegrino, J. W., Hickey, D., Heath, A., Rewey, K., Vye, N. J. y The Cognition and Technology Group at Vanderbilt (1991). *Assesment*

the outcome of an innovative instructional program. The 1990-91 implementation of the “Adventures of Jasper Woodbury” Nashville, TN: Vanderbilt Learning Technology Center.

Perspectives. *ZDM Mathematics Education*, 39, 73–78.

Presmeg, N. (1992). Prototypes, metaphors, metonymies and imaginative rationality in high school mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 23 (6), 595-610. Kluwer Academic Publishers.

Presmeg, N. C. (1992). Prototypes, metaphors, metonymies and imaginative rationality in high school mathematics. *Educational studies in mathematics*, 23(6), 595-610.

Rodd, M. (2010). Geometrical Visualisation--Epistemic and Emotional. *For the Learning of Mathematics*, 30 (3), 29-35.

Sabine Speicer, R. C. (2003). *Materiales Educativos: Procesos y resultados*. Colombia: Edicion del Convenio Andres Bello.

Schunk, D. H. (2012). *Teorías del aprendizaje*. Pearson Educación.

Speiser, S., Chulver, R., & Durán, J. (2003). *Materiales educativos: procesos y resultados*. Convenio Andrés Bello.

Szendrei, J. (1996). Concrete Materials in the Classroom. En A. J. Bishop et al. (Eds.) *International Handbook of Mathematics Education* (pp. 411-434). Netherlands: Kluwer Academic Publishers. T

Torregrosa, G., Quesada, H. y Penalva, M. C. (2010). Razonamiento configural como coordinación de procesos de visualización. *Enseñanza de las Ciencias*, 28 (3), 327-340.

Torregrosa, G.; Quesada, H. (2007). *Coordinación de procesos cognitivos en Geometría* Recuperado Abril de 2013 <http://www.redalyc.org/articulo.oa>

Treffers, A. (1987). *Three dimensions: a model of goal and theory description in mathematics instruction - the Wiskobas Project*. Dordrecht: D. Reidel.

- Vallejo Ochoa, V. V. (2014). Implementación y aplicación de software educativo y material concreto en el aprendizaje de las ecuaciones de las cónicas en geometría analítica plana de los estudiantes del tercer año de bachillerato del colegio Manuel J. Calle. Cuenca Ecuador: Tesis Maestral.
- Vinner, S. (1989). The Avoidance of visual considerations in calculus students. *Focus on Learning Problem in Mathematics*, 11 (2), 149-156.
- Weaver, G. (2000). An examination of the national educational longitudinal study (NELS: 88) database to probe the correlation between computer use in school and improvement in test scores. *Journal of Science Education and Technology*, 9, 121-133.
- Wheatley, G. H. (1998). Imagery and Mathematics learning. *Focus on Learning problems in Mathematics*, 20 (2 y 3), 65-77.
- Yerushalmy, M. (1993). Generalization in geometry. En J. L. Schwartz, M. Yerushalmy y B. Wilson (Eds.), *The Geometry Supposer: What is it a case of?* (pp. 25-56). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Zapata, Juan Carlos (2009). Investigación Educativa Áulica. Aprendiendo a investigar en Educación. Piura-Perú: Instituto de Investigación y Promoción para el Desarrollo-UNP.

Webgrafía:

- Amanda, Ruth (2005) La Investigación en el Aula y la Innovación Pedagógica. En: Autores Varios. Experiencias Docentes, Calidad y Cambio Escolar. Accesible en: <http://www.lablaa.org/blaavirtual/educacion/expedocen/expedocen8a.htm>
- Beeland, J. W. D. (2002). Student engagement, visual learning and technology: Can interactive white-boards help? Action Research Exchange, 1(1). Recuperado el 18 de octubre de 2007 de http://chiron.valdosta.edu/are/Artmanscrt/vol1no1/beeland_ma.pdf
- Gutiérrez, A. (1998a). Tendencias actuales de investigación en geometría y visualización. Texto de la ponencia invitada en el Encuentro de Investigación en Educación Matemática, TIEM98. Centre de Recerca Matemàtica, Institut d'Estudis Catalans, Barcelona, España. Recuperado el 2 de abril de 2007, desde <http://www.uv.es/Angel.Gutierrez/archivos1/textospdf/Gut98b.pdf>.
- Magariños de Morentin, Juan (2008). La semiótica de los bordes. Apuntes de metodología semiótica. <http://www.magarinos.com.ar/Impresion.html>, 375 páginas. Córdoba, Argentina. Edit. ComunicArte, S.A. Consultado el 16/04/2011.
- Proyecto Gauss. Instituto Tecnologías Educativas del Ministerio de Educación de España. <http://recursostic.educacion.es/gauss/web/>
- Webs interactivas de matemáticas elaboradas por Manuel Sada. <http://docentes.educacion.navarra.es/msadaall/geogebra/index.htm>
- Geometría dinámica y matemáticas. <http://geometriadinamica.es/>
- Presentaciones con GeoGebra de Rafael Losada. http://www.iespravia.com/rafa/rafa_geogebra.htm

ANEXOS

Anexo 1: Matriz del Problema de Investigación

NOMBRES Y APELLIDOS: YRENIA CATUNTA CUAYLA

LÍNEA DE INVESTIGACIÓN INVESTIGACION ACCION

TEMA DE INVESTIGACIÓN	PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN	OBJETIVO DE LA INVESTIGACIÓN
Aplicación de una metodología usando el software GeoGebra para desarrollar la Visualización en el contenido de Ecuación de la Recta.	¿Qué tipo de metodología se puede aplicar usando el software GeoGebra para desarrollar la Visualización Matemática en los estudiantes del Quinto grado de secundaria en el contenido de Ecuación de la Recta?	Aplicar una metodología usando el software GeoGebra para desarrollar la Visualización Matemática en los estudiantes del Quinto grado de secundaria en el contenido de Ecuación de la Recta?

HIPÓTESIS: La aplicación de una metodología usando el software GeoGebra desarrolla la Visualización Matemática en los estudiantes de Quinto de secundaria en el contenido de Ecuación de la Recta.

Paradigma socio crítico

Anexo 2: Matriz de Análisis del problema de Investigación

NOMBRES Y APELLIDOS: YRENIA CATUNTA CUAYLA

PROBLEMA	SUJETOS DE INVESTIGACION	VARIABLES	DEFINICION OPERACIONAL DE LAS VARIABLES
¿Qué tipo de metodología se puede aplicar usando el software Geogebra para desarrollar la Visualización Matemática en los estudiantes del Quinto grado de secundaria en el contenido de Ecuación de la Recta?	Estudiantes de Quinto grado de secundaria	<ul style="list-style-type: none"> ➤ INDEPENDIENTE: Metodología usando el Software de Geogebra ➤ DEPENDIENTE: Visualización Matemática. 	<ul style="list-style-type: none"> • Con la aplicación de la metodología basada en el uso del Geogebra se realiza la operación de desarrollar la visualización matemática
RESULTADOS DEL ANALISIS MEDIANTE LA TECNICA DEL ARBOL DE PROBLEMAS			
OBJETIVO GENERAL	CAUSAS		CONSECUENCIAS
Aplicar una metodología usando el software GeoGebra para desarrollar la Visualización Matemática en los estudiantes del Quinto grado de secundaria en el contenido de Ecuación de la recta?	<ul style="list-style-type: none"> • Los docentes de matemática no hacen uso de los recursos TIC en el desarrollo de sus sesiones de aprendizaje. • Escaso uso de material didáctico en el desarrollo de las sesiones de aprendizaje. • Uso de algoritmos matemáticos sin su respectiva visualización. • Método tradicional para la enseñanza del tema de geometría analítica • Desconocimiento del uso de las herramientas informática por parte de los docentes. 		<ul style="list-style-type: none"> • Aprendizajes memorísticos y repetitivos. • Pérdida de interés por aprender las matemáticas. • Aprendizajes no significativos. • Sesiones poco atractivas e interesantes para los estudiantes. • Clases expositivas y tradicionales.
	OBJETIVOS ESPECIFICOS		RESULTADOS ESPERADOS
	<ul style="list-style-type: none"> • Diagnosticar el nivel de la capacidad Visualización matemática en los estudiantes de Quinto Grado de Educación 		<ul style="list-style-type: none"> • Estudiantes con dificultad para realizar la visualización

	<p>Secundaria de la I.E. "Miguel Cortes"</p> <ul style="list-style-type: none"> • Diagnosticar la Metodología empleada por el docente en la práctica pedagógica actual. • Conocer la utilización del software Geogebra y la Metodología a aplicar y el desarrollo de la capacidad de visualización matemática. • Diseñar sesiones de aprendizajes incorporando como herramienta didáctica el software geogebra • Aplicar las actividades de sesiones de aprendizaje utilizando el software geogebra • Validar la práctica pedagógica alternativa • Evaluar el nivel de logro de la capacidad de Visualización Matemática en los estudiantes de Quinto grado de secundaria en el contenido de Ecuación de la recta. 	<p>matemática.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Docente en su práctica pedagógica no emplea las TICs para desarrollar las sesiones de aprendizaje. • El software Geogebra es una herramienta informática adecuada para desarrollar la visualización matemática. • Sesiones adecuadas con el uso del Geogebra • Incorporar en la práctica pedagógica el uso del Geogebra para desarrollar la capacidad de visualización matemática. • Sesiones validadas y pertinentes a la realidad de los estudiantes. • Estudiantes que han desarrollado la capacidad visualización matemática
--	--	--

Anexo 3: Prueba Diagnóstica



EVALUACIÓN DIAGNÓSTICA DE VISUALIZACIÓN MATEMÁTICA

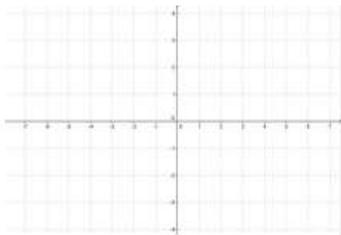
AREA: MATEMÁTICA

GRADO Y SECCIÓN: 5º "A"

APELLIDOS Y NOMBRES: _____ Fecha: _____

INDICACIONES: Estimado estudiante, lee comprensivamente cada pregunta luego resuelve los problemas propuestos:

- 1) Ubica los siguientes puntos en el plano:
- a) (5;3)
 - b) (2;-4)
 - c) (0; -3)
 - d) (-4; 0)



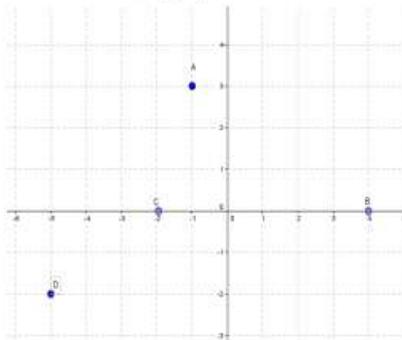
- 2) En la siguiente grafica escribe las coordenadas de los puntos:

A (;)

B (;)

C (;)

D (;)



- 3) Halla la distancia entre el punto (2;5) y (8; 5):

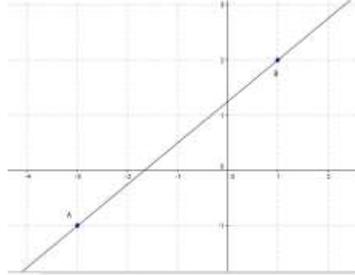
Procedimiento:

- 4) Dados el extremo A(6,3) y su punto medio M(2,2), hallar el otro extremo B.

Procedimiento:

Prof. YRENIA CATUNTA CUAYLA

- 5) Escribe la ecuación de la recta cuyo gráfico se muestra y explica lo que sucedería si el punto B cambia de posición a B(1; -1)



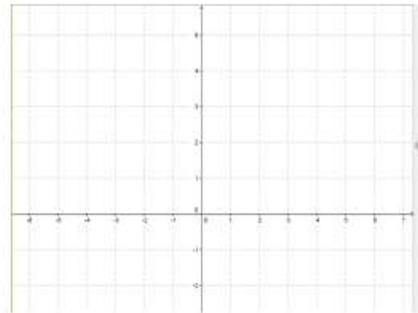
- 6) Dadas las ecuaciones de las rectas:
 $\overline{r}: 3x + 4y - 2 = 0$ y
 $\overline{r}': 3x + 4y - 2 = 0$, determinar la posición de las rectas.

Procedimiento:

- 7) Al unir los siguientes puntos: A(-2,6), B(-4,3), C(-1, 1) y D(1, 4), que tipo de figura geométrica se forma.

Procedimiento:

- 8) Dada la ecuación de la recta $3x + y + 1 = 0$, gráfica y luego que pasa si cambia el signo de "y" así: $3x - y + 1 = 0$ y que sucede si cambia el signo de 3x así: $-3x + y + 1 = 0$



Anexo 4: Encuesta



UNIVERSIDAD
DE PIURA

MAESTRÍA EN EDUCACIÓN CON MENCIÓN EN DIDÁCTICA DE LA
ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS EN EDUCACIÓN SECUNDARIA

I.E. "MIGUEL CORTEZ"
PIURA

ENCUESTA

AREA: MATEMÁTICA

GRADO Y SECCION: 5º "A"

APELLIDOS Y NOMBRES: _____

Fecha: _____

INDICACIONES: Te invito a que respondas con la mayor sinceridad las preguntas que se presentan a continuación:

- | | |
|--|--|
| <p>1) ¿Te gusta las Matemáticas?
a) Me gusta mucho
b) Me gusta
c) Ni me gusta ni me disgusta
d) Me disgusta
e) Me disgusta mucho</p> <p>2) ¿Te gusta la Geometría?
a) Me gusta mucho
b) Me gusta
c) Ni me gusta ni me disgusta
d) Me disgusta
e) Me disgusta mucho</p> <p>3) ¿Cómo consideras que es tu rendimiento en el Area de Matemática?
a) Muy Bueno
b) Bueno
c) Regular
d) Bajo
e) Muy bajo</p> <p>4) ¿Conoces las propiedades de la ecuación de la recta?
a) Todas
b) Muchas
c) Algunas
d) Muy pocas
e) Ninguna</p> <p>5) ¿Utilizaste recursos y materiales en el aprendizaje de la geometría?
a) Siempre
b) Casi siempre
c) Pocas veces
d) Muy pocas veces
e) Nunca</p> | <p>6) ¿Tienes acceso a un computador en casa?
a) Siempre
b) Con frecuencia
c) De vez en cuando
d) Rara vez
e) Nunca</p> <p>7) ¿Con que frecuencia utilizas el computador?
a) Siempre
b) Con frecuencia
c) De vez en cuando
d) Rara vez
e) Nunca</p> <p>8) ¿Cuántos Software Educativos de matemática conoces?
a) Muchos (De 5 a más softwares)
b) Bastantes (Hasta 5 softwares)
c) Algunos (hasta 2 softwares)
d) Muy pocos (1 software)
e) Ninguno</p> <p>9) ¿Cuánta experiencia tienes con algún Software Educativo en el aprendizaje de la matemática?
a) Mucho
b) Bastante
c) Poco
d) Muy poco
e) Nada</p> <p>10) ¿Cuánto te interesa aprender la Ecuación de la Recta y sus propiedades con software educativo?
a) Me interesa mucho
b) Me interesa
c) Me es indiferente
d) Me interesa poco
e) No me interesa</p> |
|--|--|

Prof. YRENIA CATUNTA CUAYLA

Anexo 5: Tutorial para el aprendizaje del GeoGebra

Anexo 1

GUIA DE APRENDIZAJE N° 1

INFORMACION BASICA



Un software educativo para el aprendizaje de la Geometría Analítica, que permite no solamente observar su gráfico, sino también la parte algebraica es el programa de **GeoGebra**.

GEOGEBRA

GeoGebra es un software de matemáticas que reúne geometría, álgebra y cálculo, desarrollado por **Markus Hohenwarter**, en la Universidad de Salzburgo para la enseñanza de matemática escolar.

GeoGebra es un sistema de geometría dinámica que permite realizar construcciones tanto con puntos, vectores, segmentos, rectas, secciones cónicas como funciones que a posteriori pueden modificarse dinámicamente. Por otra parte, se pueden ingresar ecuaciones y coordenadas directamente. Así, GeoGebra tiene la potencia de manejarse con variables vinculadas a números, vectores y puntos; permite hallar derivadas e integrales de funciones y ofrece un repertorio de comandos, para identificar puntos singulares de una función, como raíces o extremo. Estas dos perspectivas caracterizan a GeoGebra: una expresión en la ventana algebraica se corresponde con un objeto en la ventana geométrica y viceversa.

De manera muy sencilla, se pueden construir figuras con puntos, segmentos, rectas, vectores, cónicas y también gráficas de funciones que pueden ser fácil y dinámicamente modificadas mediante el ratón. El programa también admite expresiones como: $g: 3x + 4y = 7$ o: $c: (x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 25$ y ofrece una gama de comandos entre los que cabe destacar la derivación y la integración.

Seguidamente para continuar el análisis del software **GeoGebra**, es necesario ver lo que aparece en la pantalla al iniciar el programa:



Como se aprecia a cada entrada en la zona gráfica le corresponde una entrada algebraica por lo que se pueden construir figuras directamente a partir de fórmulas o por ejecución de dibujos.

De la figura 1 se desprende que la pantalla inicial de Geogebra se compone de seis partes, Barra de Menú y Barra de herramientas, Vista Algebraica en el costado izquierdo, la Vista Gráfica que es la central y una zona muy útil que es la Hoja de Cálculo en el costado derecho; por último en la parte inferior tenemos la Barra de Entrada para escribir desde el teclado o desde la zona de comandos, operadores y funciones.

La línea o Barra de Menú nos ayuda a editar los archivos, son menús que se despliegan al hacer clic sobre ellos.



Tenemos luego la barra de herramientas, se visualiza las oxx utilizadas:



ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE

ACTIVIDADES DE INICIO

Lee atentamente las preguntas y responde:

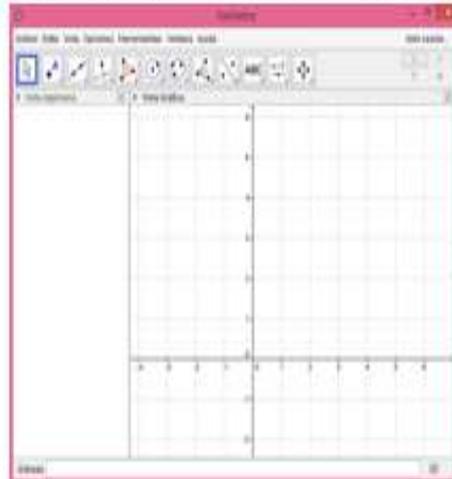
1. ¿Conoces algún software educativo para el aprendizaje de la matemática? Mencionalos.
2. ¿Crees que se podría aprender matemática con la ayuda de un software educativo? ¿Por qué?
3. ¿Conoces el software Geogebra?
4. ¿Crees que podrás aprender mejor la geometría con el software Geogebra?

ACTIVIDADES DE DESARROLLO:

PRACTIQUEMOS EL USO DEL SOFTWARE GEOGEBRA

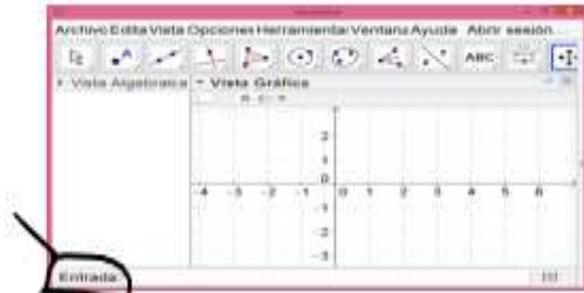
1. Ubica en la vista grafica los siguientes puntos: Comprueba con la vista algebraica

- A. (3,5)
- B. (-2,4)
- C. (-3,-3)
- D. (0,5)
- E. (0,-6)
- F. (-2,0)
- G. (5,0)



2. Ingresas los siguientes pares ordenados, en Entrada: Para el paréntesis presiona las teclas

- A. (1,4)
- B. (-3,2)
- C. (-2,-5)
- D. (0,3)
- E. (0,-4)
- F. (5,0)
- G. (-1,0)



3. Dados los pares de puntos, ubicalos y luego une con la opción segmento, anota su medida



- A. (3,5) y (1,4)
- B. (-1,2) y (4,6)
- C. (2,-1) y (-3,-4)
- D. (0,5) y (3,0)
- E. (0,-6) y (2,1)



4. Grafica los segmentos que tengan las siguientes dimensiones:



- A. 3cm
- B. 5cm
- C. 10cm
- D. 8cm

5. Grafica ángulos de las siguientes medidas:

- A. 30°
- B. 45°
- C. 60°



6. Graficar: En el menú herramientas selecciona:

- A. Una semirrecta
- B. Una recta
- C. Dos rectas paralelas
- D. Un triángulo
- E. Un pentágono
- F. Un cuadrado



7. Halla el punto medio de los segmentos cuyos extremos son:

- A. $(2,-1)$ y $(-3,-4)$
- B. $(0,5)$ y $(3,0)$
- C. $(0,-6)$ y $(2,1)$



Anexo 6: Prueba de Salida



**PRUEBA DE SALIDA PARA DETERMINAR LA VISUALIZACIÓN
MATEMÁTICA**

AREA: MATEMÁTICA

GRADO Y SECCIÓN: 5º "A"

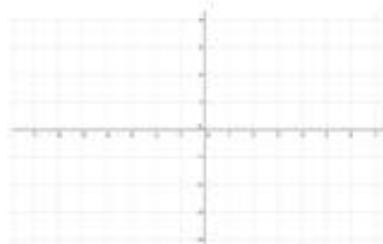
APELLIDOS Y NOMBRES: _____

Fecha: _____

INDICACIONES: Estimado estudiante, lee comprensivamente cada pregunta luego resuelve los problemas propuestos:

1) Ubica los siguientes puntos en el plano:

- a) $(5,3)$
- b) $(2,-4)$
- c) $(0,-3)$
- d) $(-4,0)$



2) En la siguiente grafica escribe las coordenadas de los puntos:

- A (;)
- B (;)
- C (;)
- D (;)



3) Halla la distancia entre el punto $(2,5)$ y $(8, 5)$:

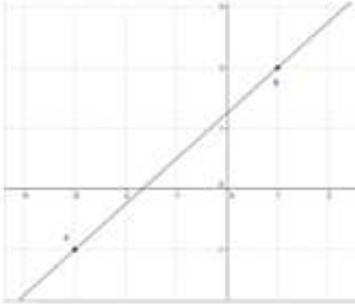
Procedimiento:

4) Dados el extremo $A(5,3)$ y su punto medio $M(2,2)$, hallar el otro extremo B.

Procedimiento:

Prof. YRENIÁ CATUNTA CUYLA

- 5) Escribe la ecuación de la recta cuyo gráfico se muestra y explica lo que sucedería si el punto B cambia de posición a B(1; -1)



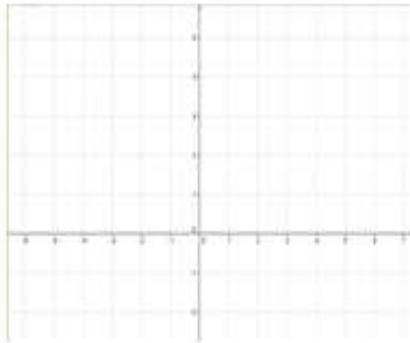
- 6) Dadas las ecuaciones de las rectas:
 $r: 3x + 4y - 2 = 0$ y
 $s: 3x + 4y - 2 = 0$, determinar la posición de las rectas.

Procedimiento:

- 7) Al unir los siguientes puntos: A(-2,5), B(-4,3), C(-1, 1) y D(1, 4), que tipo de figura geométrica se forma.

Procedimiento:

- 8) Dada la ecuación de la recta $3x + y + 1 = 0$, gráfica y luego que pasa si cambia el signo de "y" así: $3x - y + 1 = 0$ y que sucede si cambia el signo de 3x así: $-3x + y + 1 = 0$



Anexo 7 Sesiones de la Práctica Pedagógica Inicial



I.E. MODELO "SAN ANTONIO"
MOQUEGUA

SESIÓN DE APRENDIZAJE N° 1

Título: EL PLANO CARTESIANO

I. DATOS INFORMATIVOS:

- 1.1. AREA : Matemática.
1.2. GRADO Y SECCION : 5° A, B, C Y D
1.3. DURACION : 2 horas pedagógicas (90 min)
1.4. PROFESORA : YRENIA CATUNTA CUAYLA

II. APRENDIZAJES ESPERADOS

- Construye un plano cartesiano y ubica puntos en el mismo
- Resuelven problemas que implican la distancia entre dos puntos
- Grafica poligonos en el plano cartesiano a partir de coordenadas de sus vértices
- Resuelve problemas que implican el cálculo del área de poligonos a partir de las coordenadas de sus vértices

III. SECUENCIA DIDACTICA:

PROCESO	ESTRATEGIAS	RECURSOS	TIEMPO
INICIO	<ul style="list-style-type: none"> - El profesor indica a los estudiantes que formen 4 grandes grupos y se ubiquen al Norte, Sur, Este y oeste del aula - Se toma la idea de los puntos cardinales para introducir la idea del sistema de coordenadas - Mediante lluvia de ideas se recuperan los saberes previos: ¿Qué son cuadrantes? ¿Qué es un plano cartesiano? ¿Qué es un par ordenado?... 	Pizarra Plumones	15 min
DESARROLLO	<ul style="list-style-type: none"> - En forma grupal construyen en papelotes un plano cartesiano; observan para indicar sus cuadrantes, ubicando pares ordenados para hallar la distancia - El profesor refuerza las ideas principales en la pizarra explica y desarrolla los conceptos de plano cartesiano, par ordenado, distancia entre dos puntos y área de poligonos conociendo las coordenadas de sus vértices, los estudiante atienden las explicaciones y toman nota. - Los estudiantes elaboran un plano cartesiano y ubican los vértices de figuras geométricas para determinar perímetros y áreas. - La docente entrega una ficha de trabajo y los estudiantes en forma individual determinan el perímetro y área de figuras geométricas, algunos comparten sus respuestas en la pizarra. 	Pizarra Plumones Papelotes Ficha de aprendizaje	10 min 20 min 10 min 20 min
CIERRE	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Los estudiantes guiados por el docente reflexionan sobre sus aprendizajes respondiendo a las siguientes preguntas: <ol style="list-style-type: none"> 1. ¿Cómo se construye un plano cartesiano? 2. ¿Qué componentes tiene un par ordenado? 3. ¿Cómo se halla la distancia entre dos puntos? 4. ¿Cuál es el proceso para hallar el área de un polígono conociendo sus vértices? ➤ El docente sintetiza las respuestas de los alumnos 	Plumones Pizarra	15 min



Evaluación de capacidades:

Criterios	Indicadores	Instrumentos
Resolución de problemas	Resuelven problemas sobre perímetros y áreas de polígonos conociendo las coordenadas de sus vértices	Fichas de trabajo

Evaluación de la actitud ante el área:

Actitudes	Manifestaciones Observables	Instrumentos
Respeto las normas de convivencia en su accionar diario	Respeto las opiniones del grupo	Guía de Observación

SESIÓN DE APRENDIZAJE N° 2

Título: Distancia entre dos puntos, punto medio y perímetro de polígonos

I. DATOS INFORMATIVOS:

- a. AREA : Matemática.
- b. GRADO Y SECCION : 5° A, B, C Y D
- c. DURACION : 2 horas pedagógicas (90 min)
- d. PROFESORA : YRENIA CATUNTA CUAYLA

II. APRENDIZAJES ESPERADOS

- Resuelven problemas que implican la distancia entre dos puntos
- Resuelve problemas que implican el cálculo del área de polígonos a partir de las coordenadas de sus vértices

III. SECUENCIA DIDACTICA:

PROCESO	ESTRATEGIAS	RECURSOS	TIEMPO
INICIO	<ul style="list-style-type: none"> - El profesor mediante las siguientes preguntas: - ¿Cuál es la fórmula para hallar distancia entre dos puntos? - ¿Cómo se halla el perímetro y área de un polígono conociendo las coordenadas de sus vértices? - El docente anota las respuestas de los estudiantes. - ¿Conociendo las medidas de los lados de un polígono puedo determinar su clasificación? 	Pizarra plumones	15 min
DESARROLLO	<ul style="list-style-type: none"> - El docente indica la formación de grupos de 4 estudiantes cada uno y les entrega una ficha de trabajo asignándoles 2 problemas por grupo - El docente guía el trabajo de los estudiantes mediante el constante monitoreo. - Los estudiantes exponen los problemas asignados, el docente refuerza y aclara dudas. 	Pizarra Plumones Papelotes Ficha de aprendizaje	40 min 20 min



CIERRE	<ul style="list-style-type: none"> - Los estudiantes reflexionan sobre sus aprendizajes respondiendo a las siguientes preguntas: 1. ¿Qué aprendimos? 2. Relata la secuencia de tu aprendizaje 3. ¿Cómo te sentiste en tu proceso de aprendizaje? <ul style="list-style-type: none"> - El docente sintetiza las respuestas de los alumnos 	Plumones Pizarra	15 min
---------------	---	---------------------	-----------

IV. Evaluación de capacidades

Criterios	Indicadores	Instrumentos
Resolución de problemas	Resuelven problemas sobre perímetros y áreas de polígonos conociendo las coordenadas de sus vértices	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Ficha de trabajo ➤ Lista de cotejo

Evaluación de la actitud ante el área:

Actitudes	Manifestaciones Observables	Instrumentos
Respeto	<ul style="list-style-type: none"> - Es respetuoso con sus compañeros - Cooperar con la actividad que se realiza 	Ficha de observación

SESIÓN DE APRENDIZAJE N° 3

Título: PENDIENTE E INCLINACIÓN DE UNA RECTA

I. DATOS INFORMATIVOS:

- a. AREA : Matemática.
- b. GRADO Y SECCION : 5° A, B, C Y D
- c. DURACION : 2 horas pedagógicas (90 min)
- d. PROFESORA : YRENIA CATUNTA CUAYLA

II. APRENDIZAJES ESPERADOS

- Identifican la pendiente de una recta
- Analizan la naturaleza de una recta según su pendiente

III. SECUENCIA DIDACTICA:

PROCESO	ESTRATEGIAS	RECURSOS	TIEMPO
INICIO	<ul style="list-style-type: none"> ➤ El docente presenta a los alumnos imágenes de casas construidas en colinas y autos subiendo una cuesta: ¿Qué se puede afirmar de la cuesta con respecto a la horizontal? ¿Que forma la cuesta con la horizontal? ➤ El docente anota las respuestas de los estudiantes ➤ ¿Crees que se podrá determinar la inclinación de la cuesta o de la colina? 	Pizarra plumones	15 min



DESARROLLO	<ul style="list-style-type: none"> ➤ El docente explica en la pizarra y con ejemplos el ángulo de inclinación y la pendiente de una recta y la naturaleza de una recta según su pendiente. ➤ Los estudiantes toman nota en sus cuadernos. ➤ El docente entrega una ficha de trabajo e indica que se resuelva en parejas. ➤ Los estudiantes exponen algunos de los problemas de la ficha, el docente refuerza y aclara dudas. 	Pizarra Plumones Papelotes Ficha de aprendizaje	40 min 20 min
	CIERRE	<ul style="list-style-type: none"> ➤ El docente mediante la interacción docente alumno sintetiza los contenidos desarrollados. 	Plumones Pizarra

V. Evaluación de capacidades:

Criterios	Indicadores	Instrumentos
Razonamiento y demostración	Infiere procedimientos para hallar la pendiente de una recta, vivenciadas en situaciones problemáticas de su entorno	<ul style="list-style-type: none"> • Guía de observación • Ficha de trabajo

Evaluación de la actitud ante el área:

Actitudes	Manifestaciones Observables	Instrumentos
Respeto las normas de convivencia en su accionar diario	Muestra empatía en el aula al trabajar con sus compañeros	Guía de observación

SESIÓN DE APRENDIZAJE N° 4

Título: ECUACION DE LA RECTA

I. DATOS INFORMATIVOS:

- a. AREA : Matemática.
- b. GRADO Y SECCION : 5° A, B, C Y D
- c. DURACION : 2 horas pedagógicas (90 min)
- d. PROFESORA : YRENIA CATUNTA CUAYLA

II. APRENDIZAJES ESPERADOS

- a. Determinan la ecuación de la recta conociendo un punto y su pendiente
- b. Determinar la ecuación de la recta conociendo dos de sus puntos
- c. Aplica la ecuación de la recta en la solución de problemas.

III. SECUENCIA DIDACTICA:



PROCESO COGNITIVO	ESTRATEGIAS	RECURSOS	TIEMPO
INICIO	<ul style="list-style-type: none"> ➤ El profesor da a conocer los aprendizajes esperados que tiene como meta lograr ➤ El profesor realiza la representación de una recta en el plano cartesiano y pide a los estudiantes que la observen y respondan: ¿En la recta observada podemos determinar su pendiente? ¿Podemos identificar uno de sus puntos? ¿Crees que esta recta tendrá una representación algebraica? ➤ El docente anota las respuestas de los estudiantes. 	Pizarra Plumones	15 min
DESARROLLO	<ul style="list-style-type: none"> ➤ El docente desarrolla ejemplos sobre ecuación de la recta conociendo un punto y su pendiente y conociendo dos de sus puntos. ➤ Los estudiantes toman nota de los contenidos desarrollados. ➤ El docente entrega las fichas de trabajo e indica que se desarrolle en parejas. ➤ El docente guía el trabajo de los estudiantes mediante el constante monitoreo. ➤ Los estudiantes exponen los problemas asignados, el docente refuerza y aclara dudas. 	Pizarra Plumones Papelotes Ficha de aprendizaje	40 min 20 min
CIERRE	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Los estudiantes reflexionan sobre sus aprendizajes respondiendo a las siguientes preguntas: 1. ¿Qué aprendimos? 2. Relata la secuencia de tu aprendizaje 3. ¿Cómo te sentiste en tu proceso de aprendizaje? ➤ El docente cierra la sesión reforzando las ideas 	Plumones Pizarra	15

IV. Evaluación de capacidades:

Criterios	Indicadores	Instrumentos
RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS	Analizan estrategias de solución al resolver problemas sobre áreas y perímetros que involucran plano cartesiano y pendiente de una recta	- Guía de observación - Ficha de trabajo

V. Evaluación de la actitud ante el área:

Actitudes	Manifestaciones Observables	Instrumentos
MUESTRA RESPETO	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Es respetuoso con sus compañeros ➤ Cooperar en el trabajo que realizan en grupo 	ESCALA DE ACTITUD



SESIÓN DE APRENDIZAJE Nº 5

Título: ECUACIÓN ORDINARIA Y GENERAL DE LA RECTA

- I. DATOS INFORMATIVOS:**
- a. AREA : Matemática.
 - b. GRADO Y SECCION : 5° A, B, C Y D
 - c. DURACION : 2 horas pedagógicas (90 min)
 - d. PROFESORA : YRENIA CATUNTA CUAYLA
- II. APRENDIZAJES ESPERADOS**
- a. Calcula la ecuación ordinaria de una recta
 - b. Determina la ecuación general de la recta
- III. Secuencia didáctica :**

PROCESO	ESTRATEGIAS	RECURSOS	TIEMPO
INICIO	<ul style="list-style-type: none"> ➤ El profesor da a conocer los aprendizajes esperados para la clase ➤ El docente plantea las siguientes interrogantes: Que pasaría en el caso punto pendiente si una de las coordenadas del punto es cero ¿cómo quedaría la ecuación de la recta? ¿De qué otra forma se podrá expresar la ecuación de la recta? ➤ El docente anota las respuestas de los estudiantes. 	Pizarra plumones	15 min
DESARROLLO	<ul style="list-style-type: none"> ➤ El docente indica a los estudiantes, elaborar un organizador visual en su cuaderno de la ecuación de la recta conociendo un intercepto, dos interceptos y la ecuación general de la recta. ➤ El docente mediante la interacción docente alumno refuerza los contenidos desarrollados por los estudiantes en sus organizadores visuales. ➤ El docente plantea y resuelve problemas como ejemplos. ➤ Los estudiantes desarrollan los problemas planteados en su texto sobre ecuación de la recta. ➤ El docente guía el trabajo de los estudiantes mediante el constante monitoreo. ➤ Algunos estudiantes exponen la solución de problemas asignados, el docente refuerza y aclara dudas. 	Pizarra Plumones Papelotes Ficha de aprendizaje	40 min 20 min



LE MODELO "SANANTONIO"
MOQUEGUA

CIERRE	<ul style="list-style-type: none">➤ Los estudiantes reflexionan sobre sus aprendizajes respondiendo a las siguientes preguntas:<ol style="list-style-type: none">1) ¿Qué aprendimos?2) Relata la secuencia de tu aprendizaje3) ¿Cómo te sentiste en tu proceso de aprendizaje?➤ El docente cierra la sesión reforzando las ideas	Plumones Pizarra	15 min
---------------	---	---------------------	--------

IV. Evaluación de capacidades:

Crterios	Indicadores	Instrumentos
Resolución de problemas	Resuelve problemas que implican el cálculo de las ecuaciones de la recta y el ángulo entre rectas.	Ficha de observación

v. Evaluación de la actitud ante el área:

Actitudes	Manifestaciones Observables	Instrumentos
Respeto las normas de convivencia	Respeto las opiniones del grupo	Guía de observación

Anexo 8. Sesiones de la Práctica Pedagógica Alternativa



PLANIFICACIÓN DE LA SESIÓN DE APRENDIZAJE N° 1

SESIÓN DE APRENDIZAJE N° 1

I. DATOS INFORMATIVOS:

- 1) TITULO : "Construcciones Geométricas básicas haciendo uso del Software GeoGebra"
- 2) GRADO Y SECCION : 5º "A"
- 3) DURACION : 3 horas Pedagógicas
- 4) INVESTIGADOR : Prof. YRENIA CATUNTA CUAYLA
- 5) DOCENTE DE AREA : Prof. MARGARITA CASTRO
- 6) FECHA : 29 /04 /2015

II. APRENDIZAJES ESPERADOS:

COMPETENCIA	CAPACIDADES	INDICADORES
ACTÚA Y PIENSA MATEMÁTICAMENTE EN SITUACIONES DE FORMA, MOVIMIENTO Y LOCALIZACIÓN DE CUERPOS	Matematiza Situaciones	• Organiza datos de medidas en situaciones y los expresa por medio de un plano, haciendo uso del GeoGebra.
	Elabora y usa estrategias	• Usa coordenadas para calcular perímetros y áreas de polígonos, haciendo uso del GeoGebra

III. SECUENCIA DIDÁCTICA:

<p>INICIO: 10 min</p> <ul style="list-style-type: none"> • El docente da la bienvenida a los estudiantes y explica que a partir de esta clase todos los miércoles durante 9 sesiones de aprendizaje se desarrollará el tema de ecuación de la recta con el uso de un software de geometría dinámica llamado GeoGebra. • Seguidamente el docente comunica los aprendizajes esperados para la presente sesión de aprendizaje y hace entrega de la GUÍA DE APRENDIZAJE N° 1 • El docente indica desarrollar en la guía LAS ACTIVIDADES DE INICIO, respondiendo las interrogantes planteadas en forma individual y para luego socializar las respuestas en forma de lluvia de ideas: <ol style="list-style-type: none"> 1. ¿Conoces algún software educativo para el aprendizaje de la matemática? Mencionalos 2. ¿Crees que se podría aprender matemática con la ayuda de un software educativo? ¿Por qué? 3. Conoces el software GeoGebra? 4. ¿Crees que podrás aprender mejor la geometría con el software GeoGebra? • El docente anota las respuestas de los estudiantes mediante la interacción docente alumno.
--

<ul style="list-style-type: none"> Y para crear el desequilibrio cognitivo se les plantea la siguiente pregunta: ¿crees que será fácil el uso del GeoGebra?, algunos estudiantes dan su opinión y el docente dialoga sobre las opiniones vertidas.
DESARROLLO: 110 min
<ul style="list-style-type: none"> Esta parte de la sesión se trabajará en el Aula de Innovación pedagógica, por lo que previamente se les da algunas indicaciones sobre el comportamiento que deben observar en dicha Aula. <ol style="list-style-type: none"> Ingresar al aula en forma ordenada y silenciosa. Abrir solo el software GeoGebra Trabajar en parejas, pero de manera alternada No hacer desorden (no pararse de su sitio, no hablar) Levantar la mano para preguntar o responder al maestro No comer en clase El docente designa a algunos estudiantes para que den lectura a la INFORMACIÓN BÁSICA de la Guía de aprendizaje N° 1, como el concepto de GeoGebra, sus herramientas y usos. Luego haciendo uso del cañón multimedia el docente presenta el software GeoGebra e indica que todos en sus respectivas computadoras, abran el programa GeoGebra, para reconocer sus campos, herramientas, sus características, propiedades, y usos. Seguidamente el docente indica trabajar las actividades de desarrollo, en donde tenemos un tutorial de aplicación a construcciones geométricas básicas denominado: PRACTIQUEMOS EL USO DEL SOFTWARE GEOGEBRA, aquí se proponen el desarrollo actividades como: <ol style="list-style-type: none"> Ubicación de puntos en la vista grafica como introduciendo en la entrada. Encuentra también la distancia entre dos puntos, haciendo uso del Software GeoGebra. Propone también grafica de segmentos dada su dimensión y la distancia entre dos puntos a través del trazo de segmentos Grafican semirrectas, rectas, ángulos, polígonos, circunferencias de centro y radio dados El docente indica que los estudiantes trabajen en parejas y en todo momento monitorea el trabajo de los estudiantes y apoya a los que presentan dificultades.
CIERRE: 15 min
<ul style="list-style-type: none"> El docente realiza preguntas metacognitivas: ¿Qué aprendimos el día de hoy? ¿Cómo se llama el software educativo que has utilizado? ¿explica tu experiencia? ¿Te ha parecido fácil su uso? Los estudiantes responden a manera de lluvia de ideas.

IV. TAREA A TRABAJAR EN CASA

Los estudiantes desarrollan los ejercicios que quedan pendientes.

V. MATERIALES O RECURSOS A UTILIZAR

MINEDU, Ministerio de Educación. Texto escolar Matemática 5 (2012) Lima: Editorial Norma S.A.C.

-Pizarra, tizas, cañón multimedia, Software GeoGebra etc.

PLANIFICACIÓN DE LA SESIÓN DE APRENDIZAJE N°2

I. DATOS INFORMATIVOS:

- 1) TITULO : Distancia entre dos puntos, punto medio y área de polígonos.
- 2) GRADO Y SECCION : 5º "A"
- 3) DURACION : 3 horas Pedagógicas
- 4) INVESTIGADOR : Prof. YRENIA CATUNTA CUAYLA
- 5) DOCENTE DE AREA : Prof. MARGARITA CASTRO
- 6) FECHA : 06 /05 /2015

II. APRENDIZAJES ESPERADOS:

COMPETENCIA	CAPACIDADES	INDICADORES
ACTÚA Y PIENSA MATEMÁTICAMENTE EN SITUACIONES DE FORMA, MOVIMIENTO Y LOCALIZACIÓN DE CUERPOS	Matematiza Situaciones	<ul style="list-style-type: none"> • Usa mapas o planos en problemas de medida, desplazamiento, altitud y relieve. • Identifica la representación algebraica y grafica de un punto en el plano cartesiano (Identificación visual). • Identifica un punto, un segmento una recta en un conjunto de figuras superpuestas (Identificación visual). • Relaciona figuras planas simples con otra que actúa como punto de referencia (Percepción de posiciones en el espacio). • Identifica propiedades de las figuras planas simples, usando las herramientas del software (Percepción de posiciones en el espacio).
	Elabora y usa estrategias	<ul style="list-style-type: none"> • Aplica el teorema de Pitágoras para encontrar la distancia entre dos puntos en un sistema de coordenadas, con recursos gráficos y otros. • Usa coordenadas para calcular perímetros y áreas de polígonos

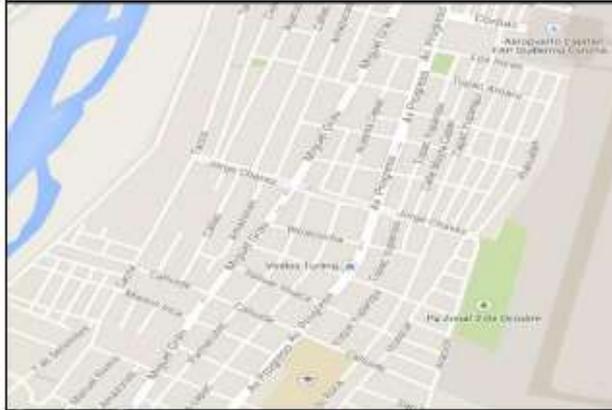
III. SECUENCIA DIDACTICA



Inicio: (20 minutos)

- La docente da la bienvenida a los estudiantes y comunica los aprendizajes esperados
- La docente indica trasladarse al aula de innovación pedagógica respetando las normas establecidas.
- Para recuperar saberes previos la docente pide que los estudiantes den ejemplos de puntos con coordenadas: la docente anota las participaciones de los estudiantes en la pizarra, seguidamente pide que ubiquen dichos puntos en el plano cartesiano, algunos estudiantes salen a ubicar los puntos propuestos.

- La docente formula las siguientes preguntas:
 ¿Son correctas las representaciones realizadas por sus compañeros?
 ¿Se podrá representar los puntos con el software GeoGebra?
 ¿Se podrá hallar la distancia entre dos puntos ubicados en el plano?
- La docente hace entrega de la GUIA DE APRENDIZAJE N° 2 e indica revisar las situaciones de inicio y con ayuda del cañón multimedia se les presenta la siguiente situación significativa:



SITUACION SIGNIFICATIVA

El aeropuerto de Piura en un acto de proyección a la comunidad le ofrece compartir señal de internet a la I.E "Miguel Cortez", para lo cual el director de la I.E, ha delegado al 5º "A" de secundaria para que realizara el cálculo de la menor cantidad de cable, para hacer dicha conexión, así como el costo del mismo.

- La docente indica proponer la trayectoria más corta
- Los estudiantes participan con sus propuestas, la docente toma nota de las participaciones.
- Y luego pregunta: ¿Se podrá utilizar el plano cartesiano y el GeoGebra determinar la distancia más corta?

Desarrollo: (80 minutos)

- La docente indica pasar a las actividades de DESARROLLO de la GUIA DE APRENDIZAJE.
- Los estudiantes descubren procesos adecuados inducidos por el docente y comparten sus descubrimientos.
- El docente indica que desarrollen ejercicios propuestos en la guía de aprendizaje entregada, tanto con lápiz y papel y GeoGebra. El docente monitorea el trabajo individual de los estudiantes y apoya a los que presentan dificultades.
- El docente indica que se formen grupos de cinco estudiantes, para proponer solución a la situación significativa, en todo momento el docente monitorea el trabajo de los estudiantes.

- De cuantas maneras podríamos medir la distancia entre la I.E y el Aeropuerto?
- Cuál es la distancia más corta?
- Cuál es el precio del metro de cable?



- Los estudiantes comparten sus soluciones.

Cierre: (5 minutos)

La docente para realizar la metacognición indica a los alumnos desarrollar las actividades

“ACTIVIDADES DE CIERRE” de la guía de aprendizaje:

- 1) Cual crees que es proceso que se debe seguir utilizando el plano cartesiano, para dar solución a la actividad significativa?
- 2) Crees que el software GeoGebra te ayudo a comprender lo que hemos estudiado el día de hoy? Y porque?
- 3) ¿Te gustó trabajar con el software GeoGebra? Explica:

IV. TAREA A TRABAJAR EN CASA

- La docente indica a los estudiantes que utilizando el mapa de la actividad inicial, ubiquen su vivienda y hallen la distancia más corta de su casa a la Institución Educativa.

IV. MATERIALES O RECURSOS A USAR

- MINEDU, Ministerio de Educación. Texto escolar Matemática 5 (2012) Lima: Editorial Norma S.A.C.
- Calculadora científica, plumones, cartulinas, papelotes, cinta *mas King tape*, pizarra, tizas, etc.

SESIÓN DE APRENDIZAJE N° 3

I. DATOS INFORMATIVOS:

- 1) TITULO : "Reforzando la distancia entre dos puntos, punto medio y área de Polígonos"
- 2) GRADO Y SECCION : 5º "A"
- 3) DURACION : 3 horas Pedagógicas
- 4) INVESTIGADOR : Prof. YRENIA CATUNTA CUAYLA
- 5) DOCENTE DE AREA : Prof. MARGARITA CASTRO
- 6) FECHA : 13 /05 /2015

II. APRENDIZAJES ESPERADOS:

COMPETENCIA	CAPACIDADES	INDICADORES
ACTÚA Y PIENSA MATEMÁTICAMENTE EN SITUACIONES DE FORMA, MOVIMIENTO Y LOCALIZACIÓN DE CUERPOS	Matematiza Situaciones	<ul style="list-style-type: none">• Usa mapas o planos en problemas de medida, desplazamiento, altitud y relieve.• Identifica la representación algebraica y grafica de un punto en el plano cartesiano (Identificación visual).• Identifica un punto, un segmento una recta en un conjunto de figuras superpuestas (Identificación visual).• Relaciona figuras planas simples con otra que actúa como punto de referencia (Percepción de posiciones en el espacio).• Identifica propiedades de las figuras planas simples, usando las herramientas del software (Percepción de posiciones en el espacio).
	Elabora y usa estrategias	<ul style="list-style-type: none">• Aplica el teorema de Pitágoras para encontrar la distancia entre dos puntos en un sistema de coordenadas, con recursos gráficos y otros.• Usa coordenadas para calcular perímetros y áreas de polígonos

III. SECUENCIA DIDACTICA:

<p>INICIO: 10 min</p> <ul style="list-style-type: none">• La docente da la bienvenida a los estudiantes y comunica los aprendizajes esperados, e indica que las dos primeras horas se trabajará en el salón de clase y la tercera hora en el aula virtual.• Seguidamente la docente les hace entrega de la "GUÍA DE APRENDIZAJE N° 3, y elige un alumno voluntario para que de lectura a la situación significativa mientras se proyectan dicha situación con el cañón multimedia: Un agricultor quiere dividir un campo rectangular cuyas coordenadas de sus vértices son: A (-1,-2), B (7,2), C (-1, -4) y D (7,-4) en ocho parcelas iguales, pero no sabe cómo hacerlo. Su sobrino le dice que debe unir los puntos medios de los opuestos y luego trazar las diagonales. ¿Tiene razón el sobrino?

La docente incentiva el diálogo y anota las sugerencias de los estudiantes.
DESARROLLO: 110 min
<ul style="list-style-type: none"> • La docente indica resolver las actividades de desarrollo de la guía de aprendizaje en parejas y en forma analítica, es decir con lápiz y papel. • La docente designa algunos alumnos para que hagan el desarrollo de las actividades en la pizarra y todos trabajan en sus cuadernos además indica tener claros los resultados, para luego compararlos con los que se obtendrán con el GeoGebra en el aula virtual, se les indica también que al finalizar la clase la guía será recogida y evaluada. • En la primera situación propuesta en la guía de aprendizaje deben hallar la distancia entre dos puntos y el punto medio, en la segunda actividad deben hallar el perímetro de triángulos y cuadriláteros dados sus vértices, en la tercera actividad los estudiantes deben comprobar si los vértices de triángulos dados corresponden a triángulos rectángulos, y en la cuarta actividad deben hallar las áreas de los cuadriláteros dados sus vértices. • En el aula virtual la docente indica resolver las situaciones con el GeoGebra y comprobar si lo trabajado en el aula de clase está bien. • La docente observa que la mayoría de estudiantes van terminando, indica resolver la situación de inicio con el GeoGebra y comprobar si el sobrino del agricultor tiene la razón. Y pide un voluntario para desarrollar la situación con y proyectar mientras resuelve con el apoyo del cañón multimedia.
CIERRE: 15 min
<ul style="list-style-type: none"> • El docente realiza preguntas meta cognitivas y de síntesis planteadas en la guía. <p>Responde a las siguientes inquietudes: Completa:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. ¿Qué aprendiste el día de hoy? 2. ¿Cómo te sentiste? ¿tuviste dificultades? 3. ¿Te resulto de mucha ayuda el software GeoGebra?: 4. ¿De qué manera te ayudo lo aprendido para resolver la situación de inicio?

IV. TAREA A TRABAJAR EN CASA

Los estudiantes desarrollan los ejercicios que quedan pendientes.

V. MATERIALES O RECURSOS A UTILIZAR

MINEDU, Ministerio de Educación. Texto escolar Matemática 5 (2012) Lima: Editorial Norma S.A.C.

-Pizarra, tizas, cañón multimedia, Software GeoGebra etc.

SESIÓN DE APRENDIZAJE N° 4

I. DATOS INFORMATIVOS:

- 1) TITULO : "Conociendo la pendiente de una recta"
- 2) GRADO Y SECCION : 5º "A"
- 3) DURACION : 3 horas Pedagógicas
- 4) INVESTIGADOR : Prof. YRENIA CATUNTA CUAYLA
- 5) DOCENTE DE AREA : Prof. MARGARITA CASTRO
- 6) FECHA : 20 /05 /2015

II. APRENDIZAJES ESPERADOS:

COMPETENCIA	CAPACIDADES	INDICADORES
ACTÚA Y PIENSA MATEMÁTICAMENTE EN SITUACIONES DE FORMA, MOVIMIENTO Y LOCALIZACIÓN DE CUERPOS	Comunica y representa ideas matemáticas	<ul style="list-style-type: none">• Representa la pendiente de una recta, dadas las coordenadas de dos puntos.• Usa expresiones simbólicas en figuras geométricas.
	Razona y argumenta generando ideas matemáticas.	<ul style="list-style-type: none">• Justifica la obtención de la pendiente de una recta y su clasificación.

III. SECUENCIA DIDACTICA:

INICIO: 10 min <ul style="list-style-type: none">• El docente da la bienvenida a los estudiantes y comunica los aprendizajes esperados• Seguidamente el docente les hace entrega de la "GUÍA DE APRENDIZAJE N° 4".• El docente elige un alumno voluntario para que de lectura a la situación significativa mientras se proyectan las fotos de dicha situación con el cañón multimedia. El docente resalta las interrogantes planteadas en dicha situación: ¿Qué aspecto tienen en común éstas tres imágenes? Y ¿Dónde podemos apreciar otros elementos que tengan relación, con las imágenes presentadas?• El docente mediante la interacción con los estudiantes recuerda cómo se ubican puntos en el plano y que además estos se pueden unir con segmentos o rectas. Tal como se muestra en la guía.
DESARROLLO: 110 min <ul style="list-style-type: none">• El docente analiza con la intervención de los estudiantes los ángulos de inclinación de las rectas ilustradas, discute también el concepto de pendiente, apoyándose con el cañón multimedia y "GUÍA DE APRENDIZAJE N° 4".• El docente desarrolla el EJEMPLO 1, en la pizarra y explica a qué clase de pendiente corresponde.• Los alumnos desarrollan en la guía los tres ejemplos restantes y algunos voluntariamente participan y comparten sus ejercicios en la pizarra.• El docente desarrolla el ejemplo 1 con el software GeoGebra, e invita a que los estudiantes en parejas resuelvan los tres ejemplos restantes y completen sus guías de aprendizaje.

<ul style="list-style-type: none"> El docente para que los estudiantes fijen lo aprendido indica que los estudiantes desarrollen los ejercicios de reforzamiento con lápiz y papel y lo comprueben con el software GeoGebra
<p>CIERRE: 15 min</p> <ul style="list-style-type: none"> El docente realiza preguntas meta cognitivas y de síntesis planteadas en la guía. <p>Responde a las siguientes inquietudes: Completa:</p> <ol style="list-style-type: none"> La pendiente se representa con la letra La pendiente representa el cociente entre La fórmula para encontrar la pendiente de una recta que pasa por dos puntos es: como es la recta cuando la pendiente es negativa: <ol style="list-style-type: none"> creciente decreciente paralela al eje de las abscisas paralela al eje de las ordenadas ¿cómo te sentiste en la clase de hoy? ¿Sentiste que entendiste la clase?

IV. TAREA A TRABAJAR EN CASA

Los estudiantes desarrollan los ejercicios que quedan pendientes.

V. MATERIALES O RECURSOS A UTILIZAR

MINEDU, Ministerio de Educación. Texto escolar Matemática 5 (2012) Lima: Editorial Norma S.A.C.

-Pizarra, tizas, cañón multimedia, Software GeoGebra|etc.

SESIÓN DE APRENDIZAJE Nº 5

I. DATOS INFORMATIVOS:

- 1) TITULO : "DEDUCIENDO LA ECUACION DE LA RECTA"
- 2) GRADO Y SECCION : 5º "A"
- 3) DURACION : 3 horas Pedagógicas
- 4) INVESTIGADOR : Prof. YRENIA CATUNTA CUAYLA
- 5) DOCENTE DE AREA : Prof. MARGARITA CASTRO
- 6) FECHA : 27 /05 /2015

II. APRENDIZAJES ESPERADOS:

COMPETENCIA	CAPACIDADES	INDICADORES
ACTÚA Y PIENSA MATEMÁTICAMENTE EN SITUACIONES DE FORMA, MOVIMIENTO Y LOCALIZACIÓN DE CUERPOS	Comunica y representa ideas matemáticas	Representa en el plano cartesiano el comportamiento de la pendiente de una recta a partir de un punto dado y con la mediación del GeoGebra
	Elabora y Usa Estrategias	Emplea estrategias heurísticas y procedimientos para hallar la ecuación de la recta, a partir del uso del GeoGebra

III. SECUENCIA DIDACTICA:

INICIO: 20 min <ul style="list-style-type: none">• El docente en el salón de clase da la bienvenida a los estudiantes y comunica los aprendizajes esperados.• Seguidamente el docente les hace entrega de la GUÍA DE APRENDIZAJE Nº 5: "DEDUCIENDO LA ECUACION DE LA RECTA".• El docente indica desarrollar las situaciones propuestas en la Guía de Aprendizaje, en la parte de ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE: INICIO.• El docente induce a los estudiantes a que recuerden el significado de la pendiente en el plano cartesiano.• El docente invita a algunos estudiantes a participar en la pizarra.• Seguidamente el docente plantea la siguiente situación desequilibrante: Si tenemos un punto de la recta y su pendiente ¿podremos calcular otro punto por el que debe pasar la recta? ¿se podrá calcular la ecuación que genera a la recta que contenga tanto al punto dado como su pendiente?• El docente indica a los estudiantes trasladarse al aula de innovación, en orden, además les recuerda como debe ser su actitud en dicho ambiente.
DESARROLLO: 100 min <ul style="list-style-type: none">• El docente indica a los estudiantes desarrollar los ejercicios propuestos en la GUÍA DE APRENDIZAJE Nº 5, en la parte correspondiente a DESARROLLO, haciendo uso del GeoGebra, deben hallar de manera gráfica la recta y su ecuación que la genera.• Se plantean situaciones donde se les da un punto y su pendiente, los estudiantes deben calcular otro punto de la recta, luego con la herramienta recta unir los dos

puntos, en la vista algebraica se podrá visualizar la ecuación de dicha recta la cual deben copiar en los espacios correspondientes en la guía.

- Se plantean también situaciones en donde se les dan dos puntos, en este caso el docente indica unirlos con la herramienta recta, calcular su pendiente, con la herramienta pendiente, y copiar de la vista gráfica la ecuación correspondiente.
- Los problemas propuestos en la guía de aprendizaje han sido seleccionados de tal modo que los estudiantes puedan identificar los distintos casos de ecuación de la recta.
- Terminado el cálculo anterior el docente con la intervención de los estudiantes identifica los casos para determinar la ecuación de la recta, tanto en las situaciones propuestas como en la **INFORMACION BASICA**, e indica realizar el proceso analítico.
- Algunos estudiantes salen a la pizarra a compartir sus resultados.
- El docente refuerza los aprendizajes de los estudiantes resaltando situaciones convenientes.

CIERRE: 15 min

- El docente realiza preguntas meta cognitivas y de síntesis planteadas en la guía.

Responde a las siguientes inquietudes: Completa:

1. Que elementos necesitas conocer para calcular la ecuación de la recta:

- A. _____
B. _____
C. _____

2. Escribe la fórmula de la ecuación ordinaria de la recta

3. En la siguiente situación:

La relación entre el consumo de energía eléctrica (x) y su costo (y), está dado

por: $y = \frac{1}{10}x + 10$, determina la pendiente de la recta, su intercepto con el eje y su grafica

IV. TAREA A TRABAJAR EN CASA

Los estudiantes desarrollan los ejercicios que quedan pendientes.

V. MATERIALES O RECURSOS A UTILIZAR

MINEDU, Ministerio de Educación. Texto escolar Matemática 5 (2012) Lima: Editorial Norma S.A.C.

-Pizarra, tizas, cañón multimedia, Software GeoGebra etc.

SESIÓN DE APRENDIZAJE Nº 7

I. DATOS INFORMATIVOS:

- 1) TITULO : "APRENDEMOS LAS PROPIEDADES DE LA RECTA"
2) GRADO Y SECCION : 5º "A"
3) DURACION : 3 horas Pedagógicas
4) INVESTIGADOR : Prof. YRENIA CATUNTA CUAYLA
5) DOCENTE DE AREA : Prof. MARGARITA CASTRO
6) FECHA : 10 /06 /2015

II. APRENDIZAJES ESPERADOS:

COMPETENCIA	CAPACIDADES	INDICADORES
ACTÚA Y PIENSA MATEMÁTICAMENTE EN SITUACIONES DE FORMA, MOVIMIENTO Y LOCALIZACIÓN DE CUERPOS	Comunica y representa ideas matemáticas	Determina las propiedades de las pendientes de dos rectas paralelas y dos rectas perpendiculares con la mediación del GeoGebra
	Elabora y Usa Estrategias	Emplea estrategias heurísticas y procedimientos para hallar la distancia de un punto a una recta y la distancia entre dos rectas paralelas, a partir del uso del GeoGebra

III. SECUENCIA DIDACTICA:

INICIO: 20 min
<ul style="list-style-type: none">• El docente en el salón de clase da la bienvenida a los estudiantes y comunica los aprendizajes esperados y les indica trasladarse al aula virtual, respetando las normas de comportamiento establecidas específicamente para esa aula.• El docente con la participación activa de los estudiantes recuerda dos formas importantes de expresar la ecuación de la recta: ecuación ordinaria y ecuación general de la recta y como en ambos casos se determina la pendiente de la recta.• Seguidamente la docente les hace entrega de la GUÍA DE APRENDIZAJE Nº 6: "APRENDEMOS LAS PROPIEDADES DE LA RECTA". E indica desarrollar las situaciones propuestas en la Guía de Aprendizaje, en la parte de ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE: INICIO.• El docente induce a los estudiantes a que recuerden las diferentes posiciones de dos rectas en un plano, para ello deben observar las imágenes de la guía de aprendizaje (juego "sube y baja", las ventanas de una habitación y el mapa de tu localidad, en donde identificaran algunas de las posiciones de dos, resaltando las rectas paralelas y las rectas perpendiculares. Luego deben completar las situaciones planteadas en la Guía de Aprendizaje.• Seguidamente reflexionan sobre las preguntas planteadas en la guía en la parte correspondiente a "piensa y responde", las preguntas planteadas son:<ol style="list-style-type: none">1. ¿Se podrán representar rectas paralelas en el plano cartesiano? ¿Habrà alguna manera de determinar si dos rectas en el plano son paralelas?2. ¿se podrán representar en el plano cartesiano rectas perpendiculares? ¿habrà alguna forma de determinar si dos rectas en el plano son perpendiculares?• El docente anota las respuestas de los estudiantes.

<ul style="list-style-type: none"> • Seguidamente el docente indica a los estudiantes, trasladarse al Aula de Innovación, en completo orden.
DESARROLLO: 100 min
<ul style="list-style-type: none"> • El docente indica a los estudiantes desarrollar los ejercicios propuestos en la GUÍA DE APRENDIZAJE Nº 5, en la parte correspondiente a ACTIVIDADES DE DESARROLLO. • Los estudiantes resuelven las situaciones planteadas de manera gráfica haciendo uso del GeoGebra, y siguiendo las indicaciones de la guía. <ol style="list-style-type: none"> 1. Dadas dos rectas se les indica a los estudiantes ingresarlas por la barra de entrada, calcular sus pendientes y anotarlas y determinar si las rectas son paralelas o perpendiculares. 2. Dados un punto y la ecuación de una recta deben hallar la distancia del punto a la recta, utilizando la herramienta perpendicular que debe pasar por punto dado a la recta, luego se les indica que ubiquen el punto de intersección entre la perpendicular y la recta y finalmente unir el punto de intersección con el punto dado con la opción segmento y anotar su longitud, que sería la distancia del punto a la recta 3. Dadas dos rectas paralelas deben calcular la distancia entre estas, ubicando un punto sobre alguna de las rectas con la opción "punto sobre un objeto" y repetir el proceso anterior. • El docente después de revisar que todos hayan terminado las actividades anteriores, indica a los estudiantes desarrollar las mismas situaciones, pero en forma analítica apoyándose con la Información Básica. • El docente invita a algunos estudiantes a compartir sus soluciones en la pizarra, el docente centra las ideas y refuerza el aprendizaje de los estudiantes.
CIERRE: 15 min
<p>ACTIVIDAD DE CIERRE</p> <p>Responde a las siguientes inquietudes: Completa:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Explica que propiedad cumplen las pendientes de dos rectas paralelas: _____ 2. Que propiedad deben cumplir las pendientes de dos rectas perpendiculares. _____ 3. Explica el proceso para hallar la distancia de un punto a una recta, haciendo uso del software GeoGebra _____ _____ _____ 4. Escribe la fórmula para hallar la distancia entre dos rectas: _____

TAREA A TRABAJAR EN CASA

Los estudiantes desarrollan los ejercicios que quedan pendientes.

MATERIALES O RECURSOS A UTILIZAR

MINEDU, Ministerio de Educación. Texto escolar Matemática 5 (2012) Lima: Editorial Norma S.A.C. -Pizarra, tizas, cañón multimedia, Software GeoGebra etc.

SESIÓN DE APRENDIZAJE N° 8

I. DATOS INFORMATIVOS:

- 1) TITULO : **"APRENDEMOS A RESOLVER PROBLEMAS SOBRE ECUACION DE LA RECTA"**
- 2) GRADO Y SECCION : 5º "A"
- 3) DURACION : 3 horas Pedagógicas
- 4) INVESTIGADOR : Prof. YRENIA CATUNTA CUAYLA
- 5) DOCENTE DE AREA : Prof. MARGARITA CASTRO
- 6) FECHA : 17 /06 /2015

II. APRENDIZAJES ESPERADOS:

COMPETENCIA	CAPACIDADES	INDICADORES
ACTÚA Y PIENSA MATEMÁTICAMENTE EN SITUACIONES DE FORMA. MOVIMIENTO Y LOCALIZACIÓN DE CUERPOS	Elabora y Usa Estrategias	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Selecciona la estrategia más conveniente para resolver problemas que involucran la aplicación de propiedades de las posiciones relativas de dos rectas en el plano cartesiano, haciendo uso del GeoGebra. ▪ Emplea estrategias heurísticas y procedimientos para resolver problemas que involucran distancia de un punto a una recta y la distancia entre dos rectas paralelas, haciendo uso del GeoGebra
	Razona y argumenta generando ideas matemáticas	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Plantea conjeturas respecto a la condición de paralelismo y perpendicularidad de dos rectas con la mediación del GeoGebra ▪ Justifica los procedimientos relacionados a resolver problemas sobre rectas paralelas y perpendiculares con la mediación del GeoGebra

III. SECUENCIA DIDACTICA:

<p>INICIO: 20 min</p> <ul style="list-style-type: none"> • El docente en el salón de clase da la bienvenida a los estudiantes y comunica los aprendizajes esperados. • El docente haciendo uso del cañón multimedia y una presentación en PPT, hace una síntesis con la participación activa de los estudiantes, sobre los conceptos de distancia entre dos puntos, punto medio, pendiente de una recta, ecuación de la recta, rectas paralelas, rectas perpendiculares. • Seguidamente el docente les hace entrega de la GUÍA DE APRENDIZAJE N° 6: "APRENDEMOS A RESOLVER PROBLEMAS SOBRE ECUACION DE LA RECTA" • El docente indica desarrollar las situaciones propuestas en la Guía de Aprendizaje, en la parte de ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE: INICIO. • El docente indica leer atentamente la primera situación propuesta y les pide plantear estrategias de solución que el docente toma en cuenta y resalta las acertadas. • Luego el docente pide analizar la siguiente situación e induce a los estudiantes razonen una estrategia de solución analítica. • Seguidamente con el GeoGebra soluciona el problema y compara con los resultados obtenidos en forma analítica.

DESARROLLO: 100 min

- El docente indica a los estudiantes desarrollar los ejercicios propuestos en la **GUÍA DE APRENDIZAJE N° 8**, en la parte correspondiente a **ACTIVIDADES DE DESARROLLO**.
- Los estudiantes en grupos de cuatro, resuelven los problemas planteados de manera analítica y con la ayuda del GeoGebra de manera gráfica, comparando respuestas de las dos formas, los estudiantes deben seleccionar las estrategias más convenientes, justificadas en propiedades de las rectas y formas de determinar la ecuación de la recta.
- El docente indica desarrollar todos los problemas pero designa a cada grupo un problema para compartirlo.
- Todos los grupos comparten sus resultados, del problema designado, con procesos debidamente justificados y haciendo uso apropiado del GeoGebra.
- El docente luego de cada exposición aclara dudas y refuerza los aprendizajes de los estudiantes.

CIERRE: 15 min

ACTIVIDAD DE CIERRE

Responde a las siguientes inquietudes:

1. Explica el proceso para hallar la ecuación de la recta conociendo un punto y la ecuación de una recta paralela a ella:
2. Explica el proceso para hallar la intersección de dos rectas
3. Valery compra una moto pagando una inicial de S/.1 500 y 30 cuotas de s/. 150 mensuales. Determina la ecuación lineal y su gráfica que describe cuanto debe pagar Valery en "x" meses ¿Cuánto dinero habrá pagado Valery en 2 años?

IV. TAREA A TRABAJAR EN CASA

Los estudiantes desarrollan los ejercicios que quedan pendientes.

V. MATERIALES O RECURSOS A UTILIZAR

MINEDU, Ministerio de Educación. Texto escolar Matemática 5 (2012) Lima: Editorial Norma S.A.C. - Pizarra, tizas, cañón multimedia, Software GeoGebra etc.

SESIÓN DE APRENDIZAJE Nº 9

I. DATOS INFORMATIVOS:

- 1) TITULO : **"REPORZANDO LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS SOBRE ECUACION DE LA RECTA"**
 2) GRADO Y SECCION : 5º "A"
 3) DURACION : 3 horas Pedagógicas
 4) INVESTIGADOR : Prof. YRENIA CATUNTA CUAYLA
 5) DOCENTE DE AREA : Prof. MARGARITA CASTRO
 6) FECHA : 24 /06 /2015

II. APRENDIZAJES ESPERADOS:

COMPETENCIA	CAPACIDADES	INDICADORES
ACTUA Y PIENSA MATEMATICAMENTE EN SITUACIONES DE FORMA, MOVIMIENTO Y LOCALIZACION DE CUERPOS	Elabora y Usa Estrategias	<ul style="list-style-type: none"> Selecciona la estrategia más conveniente para resolver problemas que involucran la aplicación de propiedades de las posiciones relativas de dos rectas en el plano cartesiano, haciendo uso del GeoGebra. Emplea estrategias heurísticas y procedimientos para resolver problemas que involucran distancia de un punto a una recta y la distancia entre dos rectas paralelas, haciendo uso del GeoGebra
	Razona y argumenta generando ideas matemáticas	<ul style="list-style-type: none"> Plantea conjeturas respecto a la condición de paralelismo y perpendicularidad de dos rectas con la mediación del GeoGebra Justifica los procedimientos relacionados a resolver problemas sobre rectas paralelas y perpendiculares con la mediación del GeoGebra

III. SECUENCIA DIDACTICA:

INICIO: 20 min
<ul style="list-style-type: none"> El docente en el salón de clase da la bienvenida a los estudiantes y comunica los aprendizajes esperados. El docente haciendo uso del cañón multimedia y una presentación en PPT, hace un repaso de todo lo trabajado sobre ecuación de la recta con la participación activa de los estudiantes, sobre los conceptos de distancia entre dos puntos, punto medio, pendiente de una recta, ecuación de la recta, rectas paralelas, rectas perpendiculares.
DESARROLLO: 55 min
<ul style="list-style-type: none"> El docente indica a los estudiantes que se dará inicio a la exposición de sus trabajos. El docente invita a los alumnos de cada uno de los grupos para compartir sus resultados, indica que cada grupo pegue su paleógrafo en donde han resuelto sus problemas de manera analítica, luego de la exposición del proceso analítico los estudiantes desarrollan el problema de manera gráfica, haciendo uso del GeoGebra que se proyectará para todos en el cañón multimedia. Luego de cada exposición el docente refuerza los ejercicios y despeja dudas de los estudiantes.
CIERRE: 60 min

EVALUACION

Se aplicara una evaluación del tema ecuación de la recta (Prueba de salida)

IV. TAREA A TRABAJAR EN CASA

Los estudiantes desarrollan los ejercicios que quedan pendientes.

V. MATERIALES O RECURSOS A UTILIZAR

MINEDU, Ministerio de Educación. Texto escolar Matemática 5 (2012) Lima: Editorial Norma S.A.C. - Pizarra, tizas, cañón multimedia, Software GeoGebra|etc.

GUIA DE APRENDIZAJE N° 2

"CONCEPTOS BASICOS DE GEOMETRIA ANALITICA"

INFORMACION BASICA

GEOMETRIA ANALITICA: Estudia figuras geométricas utilizando un sistema de coordenadas y resuelve los problemas geométricos por medios algebraicos. Las coordenadas se representan por grupos numéricos y las figuras por ecuaciones.

LO QUE DEBES RECORDAR:

- La geometría analítica es parte de las matemáticas que establece una conexión entre el álgebra y la geometría euclidiana, y en la cual se estudian figuras referidas a un sistema de coordenadas.
- René descartes es considerado el creador o inventor de la geometría analítica.

CONCEPTOS PREVIOS

1. **Plano cartesiano:** Este sistema también se denomina cartesiano en honor a René Descartes, por haber sido quien lo empleara en la unión del álgebra y la geometría plana para dar lugar a la geometría analítica.
 - Recordemos cómo se construye un sistema de coordenadas rectangulares: trazamos dos rectas perpendiculares que se intersecan en el punto O, al cual se le llama origen.
 - La recta horizontal es el eje de las abscisas o eje de las x; la recta vertical es el eje de las ordenadas o eje de las y. Usando un segmento "unidad" conveniente, se divide cada eje de manera que los números enteros positivos queden a la derecha del origen sobre el eje x, y arriba del origen sobre el eje y. Los enteros negativos quedan a la izquierda del origen sobre el eje x, y abajo del origen sobre el eje y. Tomando los ejes como elementos de referencia, se puede localizar cualquier punto situado en el plano que forman, procediendo en la forma siguiente: se indica la distancia del punto a la derecha o a la izquierda del eje horizontal, y la distancia hacia arriba o hacia abajo del eje vertical.
 - La abscisa es positiva o negativa según el punto P situado a la derecha o a la izquierda del eje horizontal; la ordenada es positiva o negativa según el punto este situado arriba o abajo del eje vertical.
 - En general, un punto cualquiera por ejemplo el punto A, cuya abscisa es x y la ordenada y se designa mediante la notación A(x, y).
 - Los ejes de coordenadas dividen al plano en cuatro partes, llamada cada una cuadrante; los cuadrantes se numeran con números romanos I, II, III, IV como se indica en la figura anterior.
2. **Localización de puntos en el plano.**
 - En el sistema de coordenadas rectangulares hay una relación que establece que a cada par de números reales (x, y) le corresponde un punto definido del plano, y a cada punto del plano le corresponde un par único de coordenadas (x, y).
 - En el proceso graficador hay que tomar en cuenta los signos de las coordenadas del punto para ubicarlo en los cuadrantes; para ello se emplea el papel cuadrulado o de

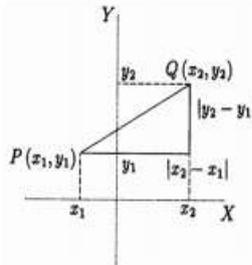


coordenadas rectangulares, ya que facilita la localización y el marcado de puntos en el plano.

- Ejemplo: Traza un sistema coordenado rectangular y señala los puntos siguientes: (4, 3), (1, 5), (-3, -2), (0, 1), (6, -1).

3. Distancia entre dos puntos:

- Se denomina distancia euclídea entre dos puntos $A(x_1, y_1)$ y $B(x_2, y_2)$ del plano a la longitud del segmento de recta que tiene por extremos A y B. Puede calcularse así: $D = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
- **Razón:** La razón geométrica es la comparación de dos cantidades por su cociente, donde se ve cuántas veces contiene una a la otra. Sólo si las magnitudes a comparar tienen la misma unidad de medida la razón es a dimensional.



- Una razón «X:Y» se puede leer como «X sobre Y», o bien «X es a Y».
- El numerador de la razón (es decir, el X) se llama antecedente y al denominador (el Y) se le conoce como consecuente.

4. Puntos medios:

- El modo de obtener geoméricamente el punto medio de un segmento, mediante regla y compás, consiste en trazar dos arcos de circunferencia de igual radio, con centro en los extremos, y unir sus intersecciones para obtener la recta mediatriz. Esta «corta» al segmento en su punto medio.

- Dado un segmento, cuyos extremos tienen por coordenadas $A(x_1, y_1)$ y $B(x_2, y_2)$

- El punto medio tendrá por coordenadas: $M = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$

- 5. **División de un segmento en una razón dada:** Para determinar las coordenadas de un punto P que divide a un segmento cuyos extremos son $P_1(x_1; y_1)$ y $P_2(x_2; y_2)$ en la razón $r = \frac{P_1P}{PP_2}$, se aplica el siguiente procedimiento:

Por los puntos P_1 , P y P_2 se trazan perpendiculares a los ejes coordenados; como las rectas paralelas P_1Q_1 y P_2Q_2 interceptan segmentos proporcionales sobre las dos transversales P_1P_2 y Q_1Q_2 , se establece que: $\frac{P_1P}{PP_2} = \frac{Q_1Q}{QQ_2}$

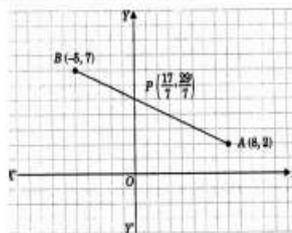
Ejemplo. Encontrar las coordenadas del punto P que divide al segmento determinado por

A (8, 2) y B (-5, 2) en la razón $r = 3/4$

Al sustituir en: $x = \frac{x_1 + r x_2}{1 + r}$, $y = \frac{y_1 + r y_2}{1 + r}$ tenemos:

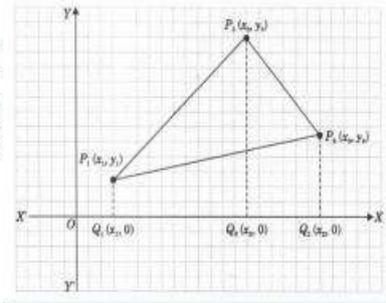
$$x = \frac{8 + \left(\frac{3}{4}\right)(-5)}{1 + \frac{3}{4}} = \frac{17}{7} \quad x = \frac{2 + \left(\frac{3}{4}\right)(2)}{1 + \frac{3}{4}} = \frac{29}{7}$$

∴ Las coordenadas del punto buscado son: $P \left(\frac{17}{7}, \frac{29}{7} \right)$



AREA DE UNA REGION TRIANGULAR.

Sean $P_1(x_1; y_1)$, $P_2(x_2; y_2)$ y $P_3(x_3; y_3)$ los vértices de un triángulo, su área se puede obtener sumando las áreas de los trapecios $Q_1Q_3P_1P_3$ y $Q_3Q_2P_2P_3$, y restando el área del trapecio $Q_1Q_2P_2P_1$. Dichos trapecios se forman trazando perpendiculares de los vértices del triángulo al eje x.



$A =$ Área de trapecio $Q_1Q_3P_1P_3 +$ Área del trapecio $Q_3Q_2P_2P_3 -$ Área del trapecio $Q_1Q_2P_2P_1$

$$A = (x_3 - x_1) \left(\frac{1}{2}\right) (y_1 + y_3) + (x_2 - x_3) \left(\frac{1}{2}\right) (y_3 + y_2) + (x_2 - x_1) \left(\frac{1}{2}\right) (y_1 + y_2)$$

$$A = \frac{1}{2} (x_3y_1 - x_1y_3 + x_2y_3 - x_3y_2 + x_1y_2 - x_2y_1)$$

El área resultante se expresa en una forma más fácil por:

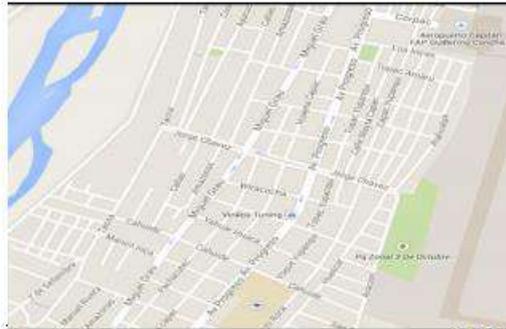
$$A = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \\ x_1 & y_1 & 1 \end{vmatrix} = \frac{1}{2} (x_3y_1 - x_1y_3 + x_2y_3 - x_3y_2 + x_1y_2 - x_2y_1)$$

Esta fórmula también se emplea para determinar el área de cualquier polígono. Se hace notar que la primera fila se ha repetido al final con el fin de facilitar la operación.

Si los vértices se ordenan en la fórmula en sentido contrario al de las manecillas del reloj, el área resultante es de signo positivo; en caso contrario será negativa, por tal razón el área debe ser el valor absoluto del resultado.

ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE

ACTIVIDADES DE INICIO: Analiza la siguiente situación significativa



SITUACION SIGNIFICATIVA
El aeropuerto de Piura en un acto de proyección a la comunidad le ofrece compartir señal de internet a la I.E. "Miguel Cortés", para lo cual el director de la I.E. ha delegado al 5º "A" de secundaria para que realice el cálculo de la menor cantidad de cable, para hacer dicha conexión, así como el costo del mismo.

PROF. YRENI CATUNTA CUAYLA

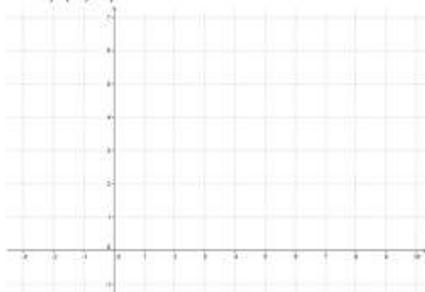
Escribe algunas propuestas para solucionar la situación presentada:

crees que podemos representarlo en el Plano Cartesiano?. Y con el Geogebra?

ACTIVIDADES DE DESARROLLO:

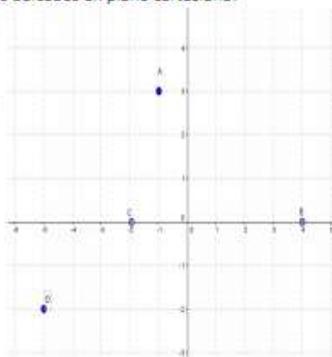
INDICACIONES : los ejercicios propuestos debes desarrollarlos de manera gráfica apoyados por el software Geogebra y analíticamente es decir mediante un proceso algebraico en los espacios correspondientes de la guía de aprendizaje

- 1) Ubica los siguientes puntos en el plano cartesiano:
- a) (2;5)
 - b) (5;-2)
 - c) (0; -1)
 - d) (-3; 0)
 - e) (-4, -1)



Luego con el Geogebra, ingresamos en la barra de entrada cada uno de los puntos y comparamos con lo que trabajamos en la guía.

- 2) Escribe las coordenadas rectangulares de los puntos ubicados en plano cartesiano:
- a) A (;)
 - b) B (;)
 - c) C (;)
 - d) D (;)



Luego trasladamos los puntos al geogebra y comprobamos que lo que trabajamos en la guía es correcto y si no lo es debes hacer la corrección.

- 3) Halla la distancia entre los siguientes puntos, con el software geogebra, ingresamos cada par de puntos en la barra de entrada y luego unirlos con la opción segmento y automáticamente en la vista algebraica se visualizará la distancia:

- a) (2;5) y (8; 5) distancia: _____
Proceso analítico:

- b) (3; 1) y (3; 5)
distancia: _____
Proceso analítico:



c) $(3,2)$ y $(7; 5)$

distancia: _____

Proceso analítico:

4) Halla el punto medio de los pares de puntos, con el geogebra la opción punto medio y anotamos las respuestas.

a) A $(-3, 6)$ y B $(5, 12)$

Proceso analítico:

b) C $(-5, 1)$ y B $(7, 6)$

Proceso analítico:

5) Hallamos el área de los polígonos que tienen como vértices los puntos dados: En el geogebra ingresamos los puntos por la barra de entrada y con la opción polígono unimos los puntos y copiamos el valor correspondiente al área del polígono, de la vista algebraica.

a) A $(-3, 2)$, B $(2, -2)$ y C $(1, 5)$

b) A $(-4, 1)$, B $(-2, 6)$, C $(3, 8)$ y D $(1, 3)$



c) $A(-3, 3)$, $B(4, 2)$, $C(7,7)$ y $D(-1, 6)$

2). Crees que el software geogebra te ayudo a comprender lo que hemos estudiado el día de hoy? Y porque?

3). ¿Te gustó trabajar con el software Geogebra? Explica:

4) Un agricultor quiere dividir un campo rectangular cuyas coordenadas de sus vértices son: $A(-1,2)$, $B(7,2)$, $C(-1, -4)$ y $D(7,-4)$ en ocho parcelas iguales, pero no sabe como hacerlo. Su sobrino le dice que debe unir los puntos medios de los opuestos y luego trazar las diagonales

a) elabora un gráfico de las sugerencias del sobrino en el plano cartesiano

b) tiene razón el sobrino?

ACTIVIDADES DE CIERRE

1). Cual crees que es proceso que se debe seguir utilizando el plano cartesiano, para dar solución a la actividad significativa:

GUIA DE APRENDIZAJE Nº 03

TEMA: DISTANCIA, PUNTO MEDIO Y AREA DE POLIGONOS

1. Con el uso del Geogebra, calcular en cada uno de los ejercicios propuestos:
 d = distancia entre dos puntos y M = Punto medio del segmento de extremos:
- a) (7,2) y (3,0)
 $d =$ _____
 $M = (\quad , \quad)$
- b) (-1, 5) y (8,1)
 $d =$ _____
 $M = (\quad , \quad)$
- c) (-2; -4) y (10, 1)
 $d =$ _____
 $M = (\quad , \quad)$
- d) $(\frac{1}{2}, \frac{3}{4})$ y $(\frac{1}{3}, \frac{2}{5})$
 $d =$ _____
 $M = (\quad , \quad)$
- e) (1.5, -3.7) y (5.5, -0.7)
 $d =$ _____
 $M = (\quad , \quad)$
2. Con el uso del GeoGebra, calcular el perímetro y área de los :

- A. Triángulos cuyos vértices son:
- a) A(1,2) B(4,6) C(19,14)
 Perímetro (2p)=
 $d(AB)+d(BC)+d(AC)$
 $2p = \underline{\quad} + \underline{\quad} + \underline{\quad}$
 $2p = \underline{\quad}$
- b) A(4,-5) B(9,7) C(15,15)
 Perímetro (2p)=
 $d(AB)+d(BC)+d(AC)$
 $2p = \underline{\quad} + \underline{\quad} + \underline{\quad}$
 $2p = \underline{\quad}$
- c) A(-4,2) B(4,8) C(11,10)
 Perímetro (2p)=
 $d(AB)+d(BC)+d(AC)$
 $2p = \underline{\quad} + \underline{\quad} + \underline{\quad}$
 $2p = \underline{\quad}$
- B. Cuadriláteros cuyos vértices son:
- a) A(3,1) B(7,4) C(6,-5) D(10, -2)
 Perímetro (2p)=
 $d(AB)+d(BC)+d(CD)+d(AD)$
 $2p = \underline{\quad} + \underline{\quad} + \underline{\quad} + \underline{\quad}$
 $2p = \underline{\quad}$

RECUERDA: El perímetro es la suma de todos los lados de un polígono.

Así en un triángulo ABC sería:

Perímetro (2p)= $d(AB)+d(BC)+d(AC)$



- b) A(3,2) B(18,-6) C(3,-6) D(14, -9)
 Perímetro (2p)=
 $d(AB)+d(BC)+d(CD)+d(AD)$
 $2p = \underline{\quad} + \underline{\quad} + \underline{\quad} + \underline{\quad}$
 $2p = \underline{\quad}$
- c) A(-5,4) B(10,-4) C(7,1) D(-1, 7)
 Perímetro (2p)=
 $d(AB)+d(BC)+d(CD)+d(AD)$
 $2p = \underline{\quad} + \underline{\quad} + \underline{\quad} + \underline{\quad}$
 $2p = \underline{\quad}$

3. Con el uso del Geogebra verificar si son triángulos, aplicando el teorema de Pitágoras

A. A(-7,-6) B(13,-6) C(29/5,18/5)
 $d(AB) = \underline{\hspace{1cm}}$ $d(BC) = \underline{\hspace{1cm}}$ $d(AC) = \underline{\hspace{1cm}}$

$$(hipotenusa)^2 = (cateto)^2 + (cateto)^2$$

$$(\underline{\hspace{1cm}})^2 = (\underline{\hspace{1cm}})^2 + (\underline{\hspace{1cm}})^2$$

$$(\underline{\hspace{1cm}}) = (\underline{\hspace{1cm}})$$

B. A(-2,2) B(13,10) C(318/50,723/50)
 $d(AB) = \underline{\hspace{1cm}}$ $d(BC) = \underline{\hspace{1cm}}$ $d(AC) = \underline{\hspace{1cm}}$

$$(hipotenusa)^2 = (cateto)^2 + (cateto)^2$$

$$(\underline{\hspace{1cm}})^2 = (\underline{\hspace{1cm}})^2 + (\underline{\hspace{1cm}})^2$$

$$(\underline{\hspace{1cm}}) = (\underline{\hspace{1cm}})$$

C. A(1,5) B(4,8) C(10,14)

$$d(AB) = \underline{\hspace{1cm}}$$
 $d(BC) = \underline{\hspace{1cm}}$ $d(AC) = \underline{\hspace{1cm}}$

$$(hipotenusa)^2 = (cateto)^2 + (cateto)^2$$

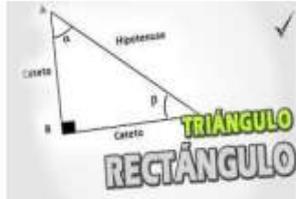
$$(\underline{\hspace{1cm}})^2 = (\underline{\hspace{1cm}})^2 + (\underline{\hspace{1cm}})^2$$

$$(\underline{\hspace{1cm}}) = (\underline{\hspace{1cm}})$$

RECUERDA: El teorema de Pitágoras se cumple solo en los triángulos rectángulos.

"La hipotenusa al cuadrado es igual a la suma de los cuadrados de los catetos"

$$(hipotenusa)^2 = (cateto)^2 + (cateto)^2$$



4. Con el uso del Geogebra calcular el perímetro y área de los siguientes cuadriláteros

A. A(6,10) B(12,4) C(10,2) D(4,8)

$$Area = \begin{vmatrix} - & - \\ - & - \\ - & - \\ - & - \end{vmatrix} + = \frac{1}{2} | \dots + \dots + \dots + \dots - \dots - \dots - \dots - \dots |$$

B. A(10,12) B(1,9) C(-6,4) D(3,-1)

$$Area = \begin{vmatrix} - & - \\ - & - \\ - & - \\ - & - \end{vmatrix} + = \frac{1}{2} | \dots + \dots + \dots + \dots - \dots - \dots - \dots - \dots |$$

C. A(2,0) B(10,0) C(12,5) D(5,7)

$$Area = \begin{vmatrix} - & - \\ - & - \\ - & - \\ - & - \end{vmatrix} + = \frac{1}{2} | \dots + \dots + \dots + \dots - \dots - \dots - \dots - \dots |$$

GUIA DE APRENDIZAJE Nº 4

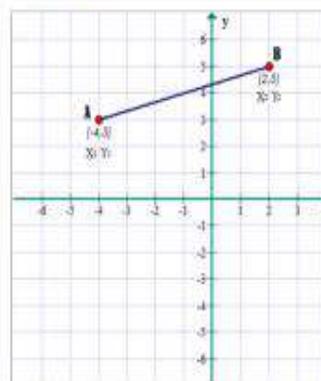
TITULO: "CONOCIENDO LA PENDIENTE DE UNA RECTA

SITUACION SIGNIFICATIVA

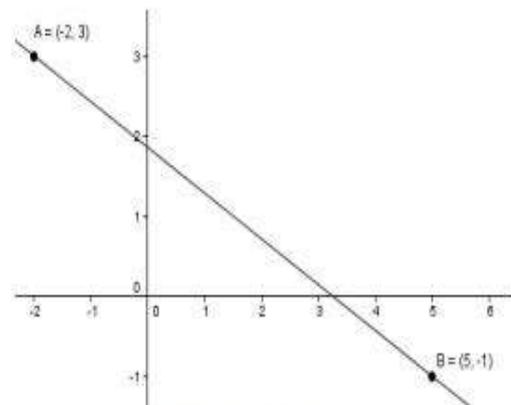
Al visitar hospitales, clínicas, dependencias públicas y privadas, centros comerciales, centros de abasto y las calles de la ciudad, es muy común encontrarnos con rótulos de señalización informativa o diferentes elementos como se pueden apreciar en las imágenes anteriores. Ahora a través de la observación nacen las siguientes inquietudes: ¿Qué aspecto tienen en común éstas tres imágenes? Y ¿Dónde podemos apreciar otros elementos que tengan relación, con las imágenes presentadas?



Para poder trabajar con el tema planteado, recordaremos aspectos fundamentales y básicos como lo es, la ubicación de pares ordenados, conocidos también como puntos, dentro del plano cartesiano. La unión de éstos mediante una línea, representa un segmento de recta como se lo puede apreciar en la Gráfica 1. Segmento de recta y una recta como se aprecia en la Gráfica 2. Recta:



Gráfica 1. Segmento de recta.



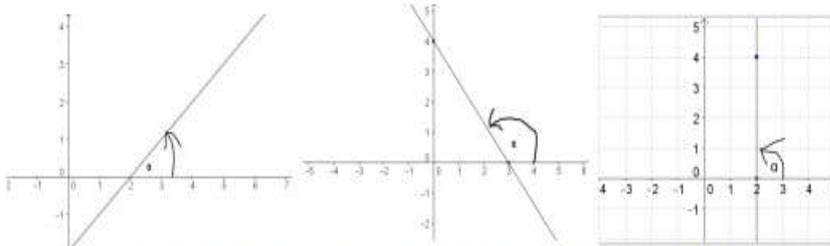
Gráfica 2. Recta.

Observamos que tanto el segmento como la recta tienen cierta inclinación, sea ascendente o descendente.

Si la recta que une o pasa por dos puntos tiene cierta inclinación, ¿Con qué nombre se le conoce a ésta inclinación y qué representa?

DESARROLLO:

ANGULO DE INCLINACION: Es el que determina la recta con el eje de las Abscisas (eje X), medido en sentido anti horario y considerando al eje X como lado inicial. Así:



Toda inclinación que represente un segmento de recta o recta que pase por dos puntos se le conoce como "pendiente"

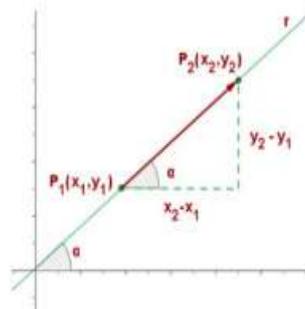
La pendiente "m" de una recta, representa la tangente formada por la recta con los ejes de las abscisas, es decir

$$m = \text{tg } \alpha = \frac{\text{ordenada}}{\text{abscisa}} = \frac{y}{x}$$

PENDIENTE DE UNA RECTA: La Pendiente de una recta se la designa con la letra m (m minúscula) y representa la inclinación que tiene ésta con respecto al eje de las abscisas también conocido como el eje de las "X", y es igual al cociente entre el desplazamiento vertical y el desplazamiento horizontal es decir:

$$m = \frac{\text{desplazamiento vertical}}{\text{desplazamiento horizontal}} \quad \text{ó} \quad m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Graficamente:



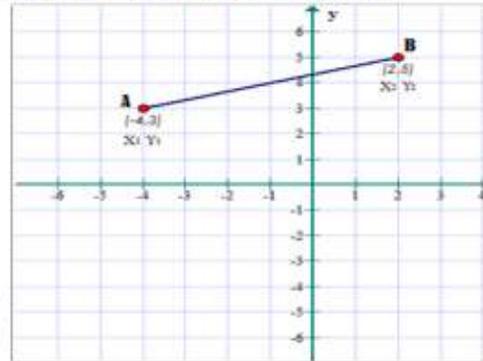
EJEMPLO 1: Encontrar la pendiente (m) del segmento de recta que pasa por los puntos A(-4, 3) y B(2, 5)

Aplicando la formula: $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

Y reemplazando el valor de las coordenadas de los puntos A y B en la formula tenemos: $m = \frac{(5) - (3)}{(2) - (-4)} = \frac{2}{6}$

Simplificando: $m = \frac{1}{3}$

Lo que significa que si se tiene una superficie inclinada de pendiente $m = \frac{2}{6}$ se está



desplazando 2 posiciones de forma ascendente y 6 posiciones de forma horizontal.

Luego de simplificar nos queda $m = \frac{1}{3}$, esta fracción muestra que se desplaza 1 posición de forma ascendente y 3 posiciones de forma horizontal, notemos que estos valores representan fracciones equivalentes, es decir representan el mismo valor, además como la pendiente es positiva significa que la recta es creciente, observándola de izquierda a derecha.

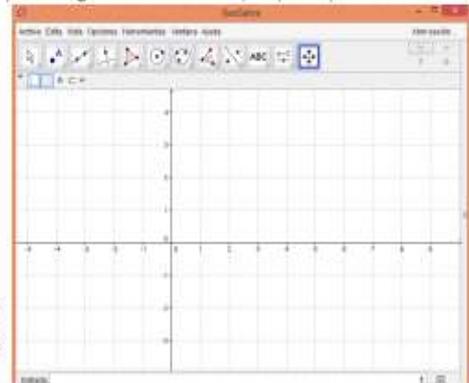
EJEMPLO 2: Encontrar la pendiente (m) del segmento de recta que pasa por los puntos A(-2, 3) y B(5, -1)

Aplicando la formula: $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

Y reemplazando el valor de las coordenadas de los puntos A y B en la formula tenemos: $m = \frac{(-1) - (3)}{(5) - (-2)} = -$

Simplificando: $m = -$

Lo que significa que si se tiene una superficie inclinada de pendiente $m = -$ se está desplazando



posiciones de forma descendente y ___ posiciones de forma horizontal. Notemos además que en este caso la pendiente es negativa lo que significa que la recta es decreciente, observándola de izquierda a derecha.

EJEMPLO 3: Encontrar la pendiente (m) del segmento de recta que pasa por los puntos A(-3, 3) y B(-3, -1)

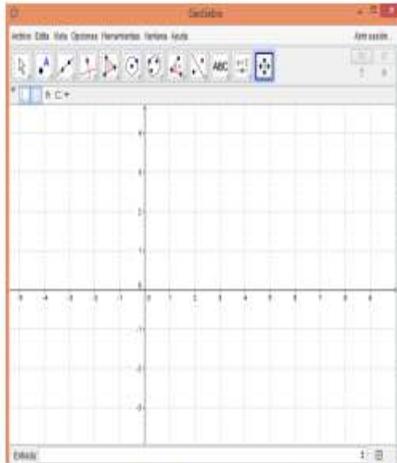
Aplicando la fórmula: $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

Y reemplazando el valor de las coordenadas de los puntos A y B en la fórmula tenemos:

$$m = \frac{() - ()}{() - ()} = -$$

Simplificando: $m = \underline{\hspace{2cm}}$

Lo que significa que si se tiene una superficie inclinada de pendiente $m = -$ se está desplazando $\underline{\hspace{1cm}}$ posiciones de forma ascendente y $\underline{\hspace{1cm}}$ posiciones de forma horizontal. Notemos además que en este caso la pendiente no existe lo que significa que la recta es paralela al eje de las ordenadas.



EJEMPLO 4: Encontrar la pendiente (m) del segmento de recta que pasa por los puntos A(4, 2) y B(-3, 2)

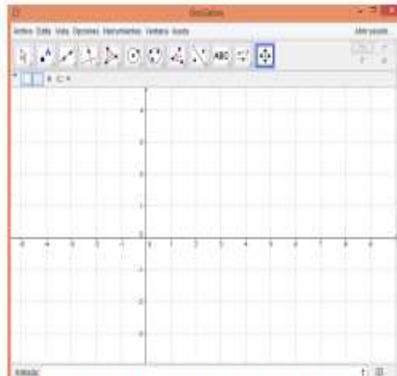
Aplicando la fórmula: $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

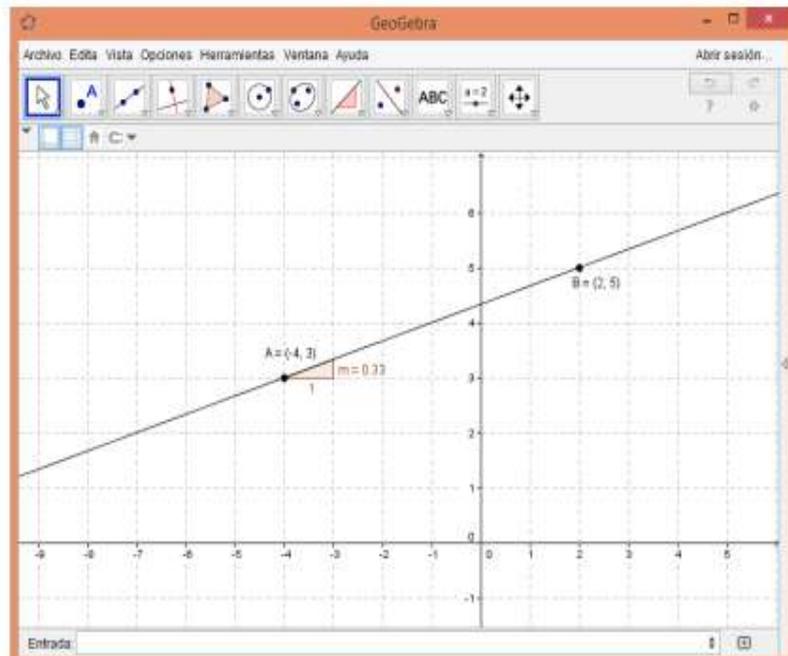
Y reemplazando el valor de las coordenadas de los puntos A y B en la fórmula tenemos:

$$m = \frac{() - ()}{() - ()} = -$$

Simplificando: $m = 0$

Lo que significa que si se tiene una superficie inclinada de pendiente $m = \frac{0}{-7}$ se está desplazando 0 posiciones de forma ascendente y 7 posiciones de forma horizontal, pero a la izquierda. Notemos además que en este caso la pendiente es 0 lo que significa que la recta es paralela al eje de las abscisas.





Actividad propuesta: De manera similar al anterior ejercicio comprueba los otros tres Ejemplos.

EJEMPLO 2: Encontrar la pendiente (m) del segmento de recta que pasa por los puntos A(-2, 3) y B(5, -1)

Aplicando la formula: $m = -$

EJEMPLO 3: Encontrar la pendiente (m) del segmento de recta que pasa por los puntos A(-3, 3) y B(-3, -1)

Aplicando la formula: $m = -$

EJEMPLO 4: Encontrar la pendiente (m) del segmento de recta que pasa por los puntos A(4, 2) y B(-3, 2)

Aplicando la formula: $m = -$

CON EL SOFTWARE

A continuación vamos a comprobar los resultados de los ejemplos anteriores con la ayuda de un software denominado **Geogebra**.

Ejemplo1. Encontrar la pendiente (m) del segmento de recta que pasa por los puntos A $(-4,3)$ y B $(2,5)$. Pasos.

1. Ingresar al software Geogebra dando doble clic sobre el ícono.
2. En la parte inferior de la pantalla, dirígete a la opción **Entrada**.



Allí digita el primer par ordenado: $A=(-4,3)$ y da un enter. Digita ahora el segundo par ordenado: $B=(2,5)$ y da un enter.

Nota que los valores ingresados en el software se los pueden apreciar tanto en la "vista algebraica" como en la "vista gráfica". Compruébalo sino lo aprecias, vuelve a repetir el proceso.

3. Dirígete a la **barra de herramientas**.



4. Toma la tercera opción, de un click con el botón izquierdo del mouse y se te van a presentar varias opciones, toma la primera opción **Recta**.

5. Una vez seleccionado dirígete con el mouse hacia el Punto A da un click izquierdo sobre dicho punto, luego dirígete con el mouse al Punto B y da un click izquierdo, automáticamente se puede observar en la vista gráfica la recta que pasa por los dos puntos.

6. En la **barra de herramientas**, dirígete a la octava opción da un click con el botón izquierdo del mouse y se te van a presentar varias opciones, toma

la quinta opción **Pendiente**.

Da un click y se activa esta opción.

7. Una vez activa la opción, dirígete con el mouse hacia cualquiera de los dos puntos da un click izquierdo y automáticamente se te presenta en la vista gráfica el valor de la pendiente de la recta que pasa por los puntos A y B, dicho valor es de $m=0,333\dots$. Éste valor lo puedes comprobar en la vista algebraica.

Como se puede apreciar los valores y el signo de la pendiente coinciden, por lo tanto se demuestra que de forma matemática y con la ayuda de un software se puede resolver este tipo de ejercicios.

Al terminar el ejercicio la respuesta de forma gráfica con la ayuda de Geogebra debe ser la siguiente:

EJERCICIOS DE REFORZAMIENTO

Apellidos y nombres: _____ fecha: _____

Desarrolla en tu cuaderno y con la ayuda de Geogebra

1. Calcula la pendiente que pasa por los puntos dados y determina si la recta es creciente, decreciente, paralela al eje x, paralela al eje "y"

A. (4,5) y (6,2) $m =$ _____ La recta es: _____

B. (-1,-3) y (2,3) $m =$ _____ La recta es: _____

C. (2,-1) y (2,4) $m =$ _____ La recta es: _____

D. (-2,1) y (5,1) $m =$ _____ La recta es: _____

2. Encuentra el valor de la pendiente de la mediana relativa a \overline{AC} si los vértices del triángulo ABC son los siguientes:

A. A(6,1), B(-1, 6) y C(-4,3)
 $M_{AC} = (-, -)$ $m_{(BD)} = -$

B. A(-2,5), B(-4, 1) y C(4,-1)
 $M_{AC} = (-, -)$ $m_{(BD)} = -$

C. A(-5, -4), B(2, 5) y C(4,-1)
 $M_{AC} = (-, -)$ $m_{(BD)} = -$

3. Resuelve los siguientes problemas:
- A. Una recta cuya pendiente es igual a $\frac{1}{2}$ y pasa por los puntos $P(-11,2)$ y $Q(a, a+2)$. Halla el valor de "a"
- B. Una recta cuya pendiente es igual a $\frac{7}{2}$ y pasa por los puntos $P(1,2)$ y $Q(a, 3a)$. Halla el valor de "a"

ACTIVIDADES DE CIERRE

Responde a las siguientes inquietudes: Completa:

1. La pendiente se representa con la letra
2. La pendiente representa el cociente entre
3. La fórmula para encontrar la pendiente de una recta que pasa por dos puntos es:
4. como es la recta cuando la pendiente es negativa:
 - a) creciente
 - b) decreciente
 - c) paralela al eje de las abscisas
 - d) paralela al eje de las ordenadas
5. ¿En qué lugares puedes observar este fenómeno? Cita 3 ejemplos.
 -
 -
 -



GUIA DE APRENDIZAJE N° 5

"DEDUCIENDO LA ECUACION DE LA RECTA"

INFORMACION BASICA

En geometría definimos a la recta como una sucesión infinita de puntos alineados. Sin embargo en geometría analítica estudiaremos la ecuación que genera esa sucesión infinita de puntos y la llamamos ecuación de la recta y podemos determinarla de distintas formas teniendo en cuenta los datos que se nos proporcionan.

1. ECUACION PUNTO PENDIENTE:

Si se conoce la pendiente "m" de la recta y las coordenadas de uno de sus puntos $P(x_1, y_1)$, entonces la ecuación de la recta será:

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

Ejemplo: Determina la ecuación de la recta que

pasa por el punto (5,2) y tiene pendiente igual a -2

Solución: Por la ecuación punto pendiente tenemos: $y - 2 = -2(x - 5)$ luego igualando la ecuación a 0 tenemos: $2x + y - 12 = 0$

2. ECUACION CARTESIANA O ECUACION DE LA RECTA CONOCIENDO DOS DE SUS PUNTOS

Es aquella ecuación que se determina al conocer dos puntos en la recta. Si se tienen los puntos $P(x_1, y_1)$ y $Q(x_2, y_2)$, entonces se cumple que:

$$y - y_1 = \frac{(y_2 - y_1)}{(x_2 - x_1)}(x - x_1)$$

Ejemplo: Determina la ecuación de la recta que pasa por los puntos A (2,5) y B (6, 4)

Solución: $y - 5 = \frac{4-5}{6-2}(x - 2)$ luego: $y - 5 = \frac{-1}{4}(x - 2)$ finalmente: $y = \frac{-1}{4}x + \frac{11}{2}$

3. ECUACION PENDIENTE INTERCEPTO:

También es llamada "Ecuación Ordinaria de la Recta". Si "m" es la pendiente de la recta "a" y "b" es su ordenada en el origen; es decir el punto de intersección de la recta con el eje "y", entonces se cumple que:

$$y = mx + b$$

Ejemplo: Determina la ecuación de la recta que corta al eje de coordenadas en el punto (0,3) y tiene pendiente igual a -3/4

Solución: Del enunciado: $m = -3/4$ y $b = 3$ luego la ecuación ordinaria de la recta será: $y = -\frac{3}{4}x + 3$

4. ECUACION SIMETRICA:

Si "a" es una recta que se interseca con el eje "x" en (a, 0) y con el eje "y" en (0, b), entonces la ecuación de la recta es la siguiente:

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

Ejemplo 1: Determina la ecuación de la recta que se interseca con el eje "x" en (-2, 0) y con el eje "y" en (0, 4)

Solución: Del enunciado deducimos que $a = -2$ y $b = 4$, ueo la ecuación simétrica es:

$$\frac{x}{-2} + \frac{y}{4} = 1$$

Ejemplo 2: Determina los puntos de intersección de la recta cuya ecuación es: $2x - 3y - 12 = 0$, con los ejes coordenados y gráficala.



Solución: Para expresarla en su forma ecuación simétrica el término independiente pasa al 2º miembro así: $2x - 3y = 12$, luego dividimos toda la ecuación entre 12 y tenemos: $\frac{2x}{12} - \frac{3y}{12} = 1$ simplificando: $\frac{x}{6} + \frac{y}{-4} = 1$, por simple inspección: $a=6$ y $b=-4$

5. ECUACION GENERAL DE LA RECTA:

En general una ecuación lineal de la forma $Ax + By + C = 0$, tal que A y B no son nulas simultáneamente, así en:

$Ax + By + C = 0$ despejando "y" se obtiene:

$y = -\frac{A}{B}x - \frac{C}{B}$ Donde: $m = -\frac{A}{B}$ y $b = -\frac{C}{B}$

ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE

INICIO: Recordemos:

1) Si $m = 1/2$, la recta es:
_____ y significa
que se desplaza _____ lugares
hacia la _____ y _____
lugares hacia _____

2) Si $m = -3/4$, la recta es:
_____ y significa
que se desplaza _____ lugares
hacia la _____ y _____
lugares hacia _____

3) Si $m = 0/3$, la recta es:
_____ y significa
que se desplaza _____ lugares
hacia la _____ y _____
lugares hacia _____

4) Si $m = 5/0$, la recta es:
_____ y significa que
se desplaza _____ lugares hacia la
_____ y _____ lugares
hacia _____

Luego: si tenemos un punto de la recta y su pendiente ¿podremos calcular otro punto por el que debe pasar la recta? ¿se podrá calcularla recta que contenga tanto al punto dado como su pendiente?

DESARROLLO:

Haciendo uso del Geogebra hallaremos de manera gráfica la recta y su ecuación que la genera, luego con la información básica halla en forma analítica la ecuación de la recta.

- I. Dados un punto y la pendiente de una recta hallar otro punto de la recta y anota de la vista grafica la ecuación de la recta.



1) Sea el punto P (-2, 3) y $m = \frac{1}{5}$,

Q (,) La ecuación es:

2) Sea el punto P (4, -3) y $m = -\frac{3}{5}$,

Q (,) La ecuación es:

3) Sea el punto P (0, 1) y $m = -\frac{2}{3}$,

Q (,) La ecuación es:

4) Sea el punto P (5, -1) y $m = \frac{0}{5}$,

Q (,) La ecuación es:

5) Sea el punto P (-2, 2) y $m = \frac{3}{0}$,

Q (,) La ecuación es:

6) Sea el punto P (-2, 0) y $m = 2$,

Q (,) La ecuación es:

II.

Haciendo uso del Geogebra, halla la ecuación de la recta y la pendiente dados dos puntos:

1) Sea los punto P (-1, -3) y Q (2, -1).

$m =$ ____ La ecuación es:

2) Sea los punto P (4, 5) y Q (2, 1).

$m =$ ____ La ecuación es:

3) Sea los punto P (2, -1) y Q (4, 0).

$m =$ ____ La ecuación es:



4) Sea los punto P (0, -1) y Q (1, -3).

m = ____ La ecuación es:

5) Sea los punto P (3, -2) y Q (-2, 0).

m = ____ La ecuación es:

6) Sea los punto P (2, 0) y Q (0, 3).

m = ____ La ecuación es:

7) Sea los punto P (-1, 0) y Q (0, 5).

m = ____ La ecuación es:

8) Sea los punto P (3, 0) y Q (0, -4).

m = ____ La ecuación es:

ACTIVIDAD DE CIERRE

Responde a las siguientes inquietudes: Completa:

1. Que elementos necesitas conocer para calcular la ecuación de la recta:

- A. _____
- B. _____
- C. _____

2. Escribe la fórmula de la ecuación ordinaria de la recta: _____

3. En la siguiente situación:

La relación entre el consumo de energía eléctrica (x) y su costo (y), está dado

por: $y = \frac{1}{10}x + 10$, determina la pendiente de la recta, su intercepto con el eje y su grafica

GUIA DE APRENDIZAJE N° 7

"APRENDEMOS LAS PROPIEDADES DE LAS POSICIONES RELATIVAS DE LA RECTA"

INFORMACION BASICA

POSICIONES RELATIVAS DE DOS RECTAS EN EL PLANO

Las posiciones relativas de dos rectas en el plano que tomaremos en este caso es el de rectas paralelas y rectas perpendiculares: Dadas las rectas $\overline{L}_1: y = m_1x + b_1$ y $\overline{L}_2: y = m_2x + b_2$

1. RECTAS PARALELAS:

La recta \overline{L}_1 es paralela a \overline{L}_2 , ($\overline{L}_1 \parallel \overline{L}_2$) solo si tienen igual pendiente, es decir

$$m_1 = m_2$$

Ejemplo: Dadas las rectas $\overline{L}_1: 3x + 4y = 17$ y $\overline{L}_2: 3x + 4y = 1$, determina si son paralelas.

Solución 1: igualamos ambas ecuaciones a cero, es decir la expresamos en su forma general $\overline{L}: Ax + By + C = 0$ y calculamos sus pendientes así $m = -A/B$: Luego en $\overline{L}_1: 3x + 4y - 17 = 0$ $A = 3, B = 4$ y $m = -3/4$. En $\overline{L}_2: 3x + 4y - 1 = 0$ $A = 3, B = 4$ entonces $m_2 = -3/4$ y como $m_1 = m_2$ entonces $\overline{L}_1 \parallel \overline{L}_2$

Solución 2: Expresamos las rectas en su forma ordinaria así: $\overline{L}_1: 3x + 4y = 17$ $4y = -3x + 17$ y si a toda la ecuación la dividimos entre 4 porque y debe tener coeficiente 1 tendríamos: $\frac{4y}{4} = \frac{-3}{4}x + \frac{17}{4}$ finalmente: $y = \frac{-3}{4}x + \frac{17}{4}$ luego la pendiente $m_1 = -3/4$ En $\overline{L}_2: 3x + 4y = 1$ la ecuación quedaría $y = \frac{-3}{4}x + \frac{1}{4}$, donde $m_2 = -3/4$ por lo tanto como sus pendientes son iguales, entonces las rectas son paralelas así: $\overline{L}_1 \parallel \overline{L}_2$

2. RECTAS PERPENDICULARES

La recta \overline{L}_1 es perpendicular a \overline{L}_2 , ($\overline{L}_1 \perp \overline{L}_2$) solo si el producto de sus pendientes es igual a -1.

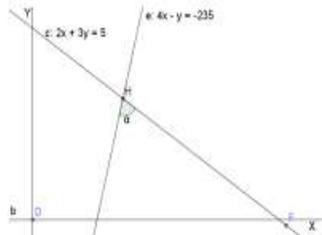
$$m_1 \times m_2 = -1$$

Ejemplo: Dadas las rectas $\overline{L}_1: -x + y = 3$ y $\overline{L}_2: x + y = 1$, determina si son perpendiculares.

Solución: igualamos ambas ecuaciones a cero, es decir la expresamos en su forma general $\overline{L}: Ax + By + C = 0$ y calculamos sus pendientes así $m = -A/B$: Luego en $\overline{L}_1: -x + y - 3 = 0$ $A = -1, B = 1$ y $m = 1$. En $\overline{L}_2: x + y - 1 = 0$ $A = 1, B = 1$ entonces $m_1 = 1$, por lo tanto en $\overline{L}_1, m_1 = 1$ y en $\overline{L}_2, m_2 = -1$ y como $m_1 \cdot m_2 = -1$ entonces $\overline{L}_1 \perp \overline{L}_2$

3. ANGULO FORMADO POR DOS RECTAS:

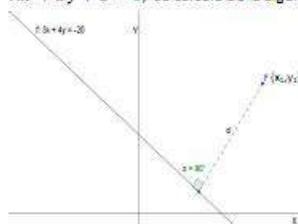
El ángulo que se determina entre dos rectas \overline{L}_1 y \overline{L}_2 , que muestra en la gráfica se puede obtener a partir de la siguiente relación: $tg \alpha = \frac{m_2 - m_1}{1 + m_1 \cdot m_2}$



PROF. YRENIA CATUNTA CUAYLA

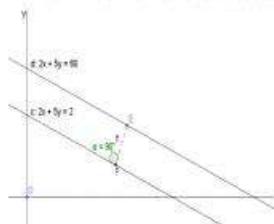
4. DISTANCIA DE UN PUNTO A UNA RECTA

La distancia "d" desde un punto P(x,y) exterior a una recta L, cuya ecuación general es $Ax + By + C = 0$, se calcula de la siguiente forma: $d = \frac{|Ax_1 + By_1 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$



5. DISTANCIA ENTRE RECTAS PARALELAS

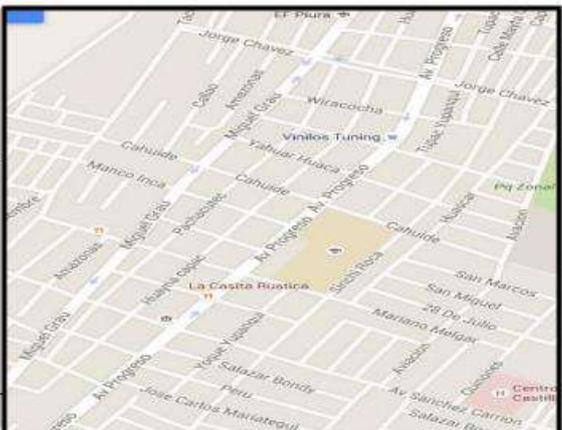
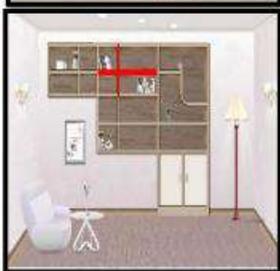
Dadas dos rectas paralelas: $L_1: Ax + By + C_1 = 0$ y $L_2: Ax + By + C_2 = 0$, la distancia "d" entre dichas rectas se calcula de la siguiente forma: $d = \frac{|C_2 - C_1|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$



ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE

ACTIVIDADES DE INICIO

Observa las siguientes imágenes:



Identifica las posiciones de rectas que observas en las imágenes.

- En el juego Sube y baja observamos una situación de:
 - Paralelismo
 - Perpendicularidad
- En la ventana de la habitación se observan situaciones de:
 - Paralelismo
 - Perpendicularidad
- Del mapa de castilla identifica calles paralelas y perpendiculares:

CALLES PARALELAS		CALLES PERPENDICULARES	

Piensa y responde:

¿Se podrán representar rectas paralelas en el plano cartesiano? ¿Habrà alguna manera de determinar si dos rectas en el plano son paralelas?

¿Se podrán representar en el plano cartesiano rectas perpendiculares? ¿habrà alguna forma de determinar si dos rectas en el plano son perpendiculares?

ACTIVIDADES DE DESARROLLO

- A. Desarrolla las siguientes situaciones de manera analítica y grafica haciendo uso del Geogebra, utiliza la barra de entrada del software Geogebra e introduce y representa los siguientes pares de rectas:

1) $\overline{L}_1: 3x - y + 2 = 0$ y $\overline{L}_2: 3x - y + 8 = 0$
 $m_1 = \underline{\hspace{2cm}}$ $m_2 = \underline{\hspace{2cm}}$
 Las rectas son: $\underline{\hspace{4cm}}$

2) $\overline{L}_1: 2x + 5y + 1 = 0$ y $\overline{L}_2: 2x + 5y - 7 = 0$
 $m_1 = \underline{\hspace{2cm}}$ $m_2 = \underline{\hspace{2cm}}$
 Las rectas son: $\underline{\hspace{4cm}}$

3) $\overline{L}_1: 3y = -x - 4$ y $\overline{L}_2: x + 3y + 10 = 0$

$m_1 = \underline{\hspace{2cm}}$ $m_2 = \underline{\hspace{2cm}}$
 Las rectas son: $\underline{\hspace{4cm}}$

4) $\overline{L}_1: y = -2x + 6$ y $\overline{L}_2: y = -2x + 13$
 $m_1 = \underline{\hspace{2cm}}$ $m_2 = \underline{\hspace{2cm}}$
 Las rectas son: $\underline{\hspace{4cm}}$

5) $\overline{L}_1: 4y + 1 = 2x$ y $\overline{L}_2: 2x + y + 3 = 0$
 $m_1 = \underline{\hspace{2cm}}$ $m_2 = \underline{\hspace{2cm}}$
 Las rectas son: $\underline{\hspace{4cm}}$

6) $\overline{L}_1: x - 3y + 5 = 0$ y $\overline{L}_2: 9x + 3y + 2 = 0$
 $m_1 = \underline{\hspace{2cm}}$ $m_2 = \underline{\hspace{2cm}}$
 Las rectas son: $\underline{\hspace{4cm}}$

7) $\overline{L}_1: 5x = 2y + 3$ y $\overline{L}_2: 4x + 10y + 5 = 0$
 $m_1 = \underline{\hspace{2cm}}$ $m_2 = \underline{\hspace{2cm}}$
 Las rectas son: $\underline{\hspace{4cm}}$

- B. Dados una recta y un punto, halla su distancia



Ingresar en la barra de entrada las coordenadas del punto y la ecuación de la recta, luego haciendo uso de la herramienta perpendicular trazar una perpendicular a la recta que pase por el punto dado, luego ubicar el punto de intersección entre la recta y la perpendicular, luego traza un segmento entre el punto dado y el punto de intersección hallado y copia la longitud del segmento:

1) $\overline{L}_1: 3x - y + 2 = 0$ y $P(-3, 2)$
 $d(\overline{L}, P) = \underline{\hspace{2cm}}$

2) $P(4, 2)$ y $\overline{L}_1: 2x + 5y - 7 = 0$
 $d(\overline{L}, P) = \underline{\hspace{2cm}}$

3) $P(-3, -1)$ y $\overline{L}_1: x + 3y + 10 = 0$
 $d(\overline{L}, P) = \underline{\hspace{2cm}}$

4) $\overline{L}_1: y = -2x + 6$ y $P(1, 3)$
 $d(\overline{L}, P) = \underline{\hspace{2cm}}$

C. Dadas las rectas paralelas halla la distancia entre ellas, te sugiero que primero ubiques un punto en la recta, luego traza una perpendicular que pase por el punto ubicado hacia la otra recta, halla el punto de intersección y une los dos puntos con la opción segmento y anota la longitud del segmento, la misma que es la distancia entre las rectas paralelas:

1) $\overline{L}_1: 3x - y + 2 = 0$ y $\overline{L}_2: 3x - y + 8 = 0$
 $d(\overline{L}_1, \overline{L}_2) = \underline{\hspace{2cm}}$

2) $\overline{L}_1: 2x + 5y + 1 = 0$ y $\overline{L}_2: 2x + 5y - 7 = 0$
 $d(\overline{L}_1, \overline{L}_2) = \underline{\hspace{2cm}}$

3) $\overline{L}_1: 3y = -x - 4$ y $\overline{L}_2: x + 3y + 10 = 0$
 $d(\overline{L}_1, \overline{L}_2) = \underline{\hspace{2cm}}$

4) $\overline{L}_1: y = -2x + 6$ y $\overline{L}_2: y = -2x + 13$
 $d(\overline{L}_1, \overline{L}_2) = \underline{\hspace{2cm}}$

ACTIVIDAD DE CIERRE

Responde a las siguientes inquietudes:

Completa:

1. Explica que propiedad cumplen las pendientes de dos rectas paralelas:

2. Que propiedad deben cumplir las pendientes de dos rectas perpendiculares.

3. Explica el proceso para hallar la distancia de un punto a una recta, haciendo uso del software geogebra



GUIA DE APRENDIZAJE Nº 08

"APRENDEMOS A RESOLVER PROBLEMAS SOBRE ECUACION DE LA RECTA"

ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE

ACTIVIDADES DE INICIO

Analiza la siguiente situación:

- 1) Josue compra un auto pagando una inicial de S/. 500 y 60 cuotas de s/. 650. Determina la ecuación lineal y su gráfica que describe cuanto debe pagar Josue en "x" meses ¿Cuánto dinero habrá pagado Josue en 3 años?



- 2) Los puntos medios de los lados de un triángulo son $(3,6)$, $(5,3)$ y $(2,2)$. Crees que será posible hallar la ecuación general de las tres rectas que determinan la superficie triangular.

ACTIVIDADES DE DESARROLLO

Indicaciones: lee los problemas propuestos extrae los datos y planifica una estrategia de resolución analítica (lápiz y papel) y una estrategia de resolución gráfica utilizando el GeoGebra:

- 1) Los vértices del ΔABC son $A(-5,3)$, $B(3,2)$ y $C(-1,-4)$ halla la medida de cada uno de sus lados y determina qué clase de triángulo es.

- 2) Un barco se encuentra en el punto $P(-7,0)$; además, hay puertos en los puntos $A(1,9)$; $B(3,5)$ y $C(2,-3)$. ¿Qué puerto está más cerca?

- 3) Una recta pasa por los puntos $R(4,8)$ y $S(0,-5)$. Halla la abscisa del punto de la recta cuya ordenada es -2 .

- 4) Halla el valor de x si la recta que pasa por los puntos $A(-15/2, 2)$ y $B(x, 19/2)$ tiene una pendiente igual a $15/23$.



5) Halla el valor de y si la recta que pasa por los puntos $C(-11/2, 7)$ y $D(6, y)$ tiene una pendiente igual a $-21/23$.

6) Calcula el área del triángulo de vértices $A(-5,-5)$, $B(-5,5)$ y $C(3,1)$, si se sabe que es isósceles ($AB=AC$).

7) La recta M pasa por el punto $(-5,6)$ y por el punto de intersección de las rectas $4x+2y = 12$; $-6x + 3y = -12$, halla la pendiente de la recta M .

8) La recta L tiene pendiente $-7/8$ y es perpendicular a la recta M que pasa por los puntos $(5,6)$ y $(-3,y)$. Halla el valor de y .

9) Halla la ecuación de la recta que pasa por la intersección de las rectas $9x + 7y + 4 = 0$,

$11x - 13y + 48 = 0$ y que es perpendicular a la recta L de ecuación $3x + 2y + 3 = 0$.

10) La recta L tiene pendiente $-3/4$ y forma con los ejes coordenados positivos un triángulo de $24u^2$ de área. Halla la ecuación de la recta L .

ACTIVIDAD DE CIERRE

Responde a las siguientes inquietudes:

Completa:

1. Explica el proceso para hallar la ecuación de la recta conociendo un punto y la ecuación de una recta paralela a ella:

2. Explica el proceso para hallar la intersección de dos rectas:

3. Valery compra una moto pagando pagando una inicial de S/.1 500 y 30 cuotas de s/. 150 mensuales. Determina la ecuación lineal y su gráfica que describe cuanto debe pagar Valery en "x" meses. ¿Cuánto dinero habrá pagado Valery en 2 años?

PROF. YRENIA CATUNTA CUAYLA