

FACULTAD DE INGENIERÍA

Simulación de la resistencia a cortante de vigas reforzadas con fibras de carbono con Extreme Loading for Structures

Tesis para optar el Título de Ingeniero Civil

Alex Joel Neyra Gaona

Asesor: Mgtr. Ing. Juan Carlos Atoche Arce

Piura, marzo de 2024



Declaración Jurada de Originalidad del Trabajo Final

Yo, ALEX JOEL NEYRA GAONA, egresado del Programa Académico de INGENIERÍA CIVIL de la Facultad de INGENIERÍA de la Universidad de Piura, identificado(a) con DNI Nº 75675479.

Declaro bajo juramento que:

- Soy autor del trabajo final titulado:
 - "Simulación de la resistencia a cortante de vigas reforzadas con fibras de carbono con Extreme Loading for Structures"

El mismo que presento bajo la modalidad de Tesis¹ para optar el Título profesional² de INGENIERO CIVIL.

- 2. Que el trabajo se realizó en coautoría con los siguientes alumnos de la Universidad de Piura.
 - Haga clic o pulse aquí para escribir texto, identificado con DNI Nº Escribir número
 - Haga clic o pulse aquí para escribir texto, identificado con DNI Nº Escribir número
 - Haga clic o pulse aquí para escribir texto, identificado con DNI Nº Escribir número
 - Haga clic o pulse aquí para escribir texto, identificado con DNI Nº Escribir número
- La asesoría del trabajo estuvo a cargo de:
 - MGTR. ING. JUAN CARLOS ATOCHE ARCE, identificado con DNI Nº 40213462
 - Haga clic o pulse aquí para escribir texto, identificado con DNI Nº Escribir número
 - Haga clic o pulse aquí para escribir texto, identificado con DNI Nº Escribir número
- 4. El texto de mi trabajo final respeta y no vulnera los derechos de terceros o de ser el caso derechos de los coautores, incluidos los derechos de propiedad intelectual, datos personales, entre otros. En tal sentido, el texto de mi trabajo final no ha sido plagiado total ni parcialmente, para la cual he respetado las normas internacionales de citas y referencias de las fuentes consultadas.
- El texto del trabajo final que presento no ha sido publicado ni presentado antes en cualquier medio electrónico o físico.
- La investigación, los resultados, datos, conclusiones y demás información presentada que atribuyo a mi autoría son veraces.
- 7. Declaro que mi trabajo final cumple con todas las normas de la Universidad de Piura.

El incumplimiento de lo declarado da lugar a responsabilidad del declarante, en consecuencia; a través del presente documento asumo frente a terceros, la Universidad de Piura y/o la Administración Pública toda responsabilidad que pueda derivarse por el trabajo final presentado. Lo señalado incluye responsabilidad pecuniaria incluido el pago de multas u otros por los daños y perjuicios que se ocasionen.

Fecha: 13/03/2024.

Firma del autor optante³

¹Indicar si es tesis, trabajo de investigación, trabajo acadêmico o trabajo de suficiencia profesional. ²Grado de Bachiller, Título profesional, Grado de Maestro o Grado de Doctor.

^aIdéntica al DNI; no se admite digital, salvo certificado.

Dedicatoria

A Dios, por la vida, por haber sido mi guía en cada paso dado y por darme las fuerzas para no perderme en el camino. A mi madre, por haber sido mi motor y motivo en cada proyecto realizado.



Agradecimientos

A mi profesor y asesor de tesis, Mgtr. Ing. Juan Carlos Atoche Arce, por la confianza depositada en mí y por haberme guiado amablemente en la realización de este trabajo, disponiendo de su tiempo y conocimiento. También quiero expresar mi agradecimiento por su constante apoyo, sus indicaciones y sus buenos consejos que me brindó durante todo este proceso.

Al Dr. Ahmed Kamal El-Sayed, por su generosidad, sus respuestas inmediatas a mis solicitudes y su apoyo brindado compartiendo información académica esencial para el desarrollo y progreso del presente trabajo.

Al Dr. Ismael Sánchez Rodríguez Morcillo, por atender amablemente mis consultas y compartir sus amplios conocimientos sobre estadística que fueron de gran ayuda para la culminación del presente trabajo.

A mi madre, por su motivación, su inagotable paciencia, su apoyo eterno en cada una de mis metas propuestas a lo largo de mi vida y por haber sido mi soporte siempre.

A todas las personas que me apoyaron de distintas formas contribuyeron de manera positiva para la realización y culminación de la presente tesis.



Resumen

Esta tesis empleó el Método de Elementos Aplicados (AEM) para simular un ensayo que investigó la resistencia a la cortante de cuatro vigas esbeltas de concreto de alta resistencia, dos reforzadas con CFRP y dos reforzadas con acero tradicional. Todas las vigas fueron simplemente apoyadas, sin refuerzo de corte, sección rectangular uniforme, bajo cargas estáticas puntuales y variación en la cuantía de refuerzo. Se utilizó el software *Extreme Loading for Structures* (ELS), basada en la novedosa técnica de análisis estructural denominada AEM. Esta técnica, desarrollada por los investigadores Tagel- Din y Kimiro Meguro, integra lo mejor de otros métodos de análisis estructural, convirtiéndola en una potente herramienta capaz de simular adecuadamente el comportamiento de una amplia gama de estructuras.

Para el estudio se adoptó un primer enfoque cuantitativo que involucró una comparación numérica entre las curvas de carga vs deformación obtenidas mediante el software ELS y las del experimento físico. Posteriormente, se adoptó un segundo enfoque cualitativo, comparando los modos de falla y los patrones de agrietamiento entre los resultados del ELS y los obtenidos en el experimento físico de El-Sayed (2006). Después de realizar las primeras simulaciones con los mejores valores de cada propiedad (medias) para los modelos, se observaron resultados cercanos a los resultados experimentales como se esperaba. Luego, se llevó a cabo un estudio de sensibilidad utilizando el método Tornado para identificar las propiedades más sensibles o influyentes que generan la mayor variabilidad en los resultados. Finalmente, se realizó un análisis de calibración manual de las propiedades más sensibles obtenidas en el estudio anterior para obtener los modelos finales.

Los modelos finales demostraron resultados satisfactorios, evidenciando una buena similitud tanto en términos cuantitativos como cualitativos con los resultados experimentales. A nivel cuantitativo, por ejemplo, los modelos I-CH-1.7 y I-CH-2.2 reforzados con CFRP exhibieron errores de 9.63 % y 4.71 % respectivamente en la resistencia máxima a cortante, mientras que para los modelos I-SH-1.7 y I-SH-2.2 reforzados con acero, los errores fueron de 2.11 % y 0.11 % respectivamente. Además, las deformaciones en el punto de carga de falla por cortante mostraron errores de 4.10 % y 4.20 % para los modelos I-CH-1.7 y I-CH-2.2 reforzados con CFRP, y de 3.2 % y 1.89 % para los modelos I-SH-1.7 y I-SH-2.2 reforzados con acero respectivamente. A nivel cualitativo, el análisis demostró una precisa reproducción del modo de falla final de cada modelo simulado, sin evidenciar diferencias significativas en los patrones de agrietamiento en comparación con el experimento físico. Finalmente, el estudio de mallado realizado en los modelos reforzados con CFRP reveló que un aumento en el tamaño de los elementos resulta en un incremento en la carga de falla por cortante, corroborando hallazgos previos en las literaturas existentes. Sin embargo, se observó también que el uso de mallados más refinados conlleva a aumentos significativos en los tiempos computacionales requeridos por el ELS.

Tabla de contenido

Introducción	16
Capítulo 1 Vigas reforzadas con fibras de carbono	18
1.1 Barras de refuerzo de CFRP	18
1.1.1 Composición de las barras de CFRP	19
1.1.2 Proceso de fabricación de las barras de refuerzo de CFRP	21
1.1.3 Características generales de las barras de refuerzo de CFRP	21
1.2 Comportamiento a cortante de vigas a flexión reforzadas longitudinalmente con CFRP.	22
1.2.1 Esfuerzos cortantes en el concreto no fisurado	23
1.2.2 Trabazón de los agregados	23
1.2.3 Acción de dovela	24
1.2.4 Resistencia la tracción residual a través de las fisuras	24
1.2.5 Acción del arco	24
1.3 Modos de Falla por Cortante	28
1.3.1 Tracción o tensión diagonal	28
1.3.2 Adherencia por cortante	28
1.3.3 Compresión por cortante	29
1.3.4 Anclaje	29
1.3.5 Otros modos de falla	30
1.4 Factores que influyen en la resistencia a cortante en vigas reforzadas con CFRP	31
1.4.1 Resistencia a la tracción del concreto	31
1.4.2 Tipos de agregados	31
1.4.3 Cuantía de refuerzo longitudinal	32
1.4.4 Esbeltez del elemento	32
1.4.5 Esfuerzo axial	32
Capítulo 2 Experimento de Ahmed Kamal El-Sayed Ahmed	34
2.1 Alcance del Estudio	34
2.2 Descripción del experimento	34
2.2.1 Especímenes de Prueba	35
2.2.2 Fabricación de los especímenes	35
2.3 Propiedades de los materiales	38

2.3.1 Propiedades del concreto	
2.3.2 Propiedades del CFRP	
2.3.3 Propiedades del acero	
2.4 Instrumentación	
2.5 Resultados del experimento	
2.5.1 Comportamiento estructural y modos de falla por cortante	
2.5.2 Patrones de agrietamiento	
2.5.3 Curvas de carga vs deformación	47
Capítulo 3 Applied Element Method y Extreme Loading for Structures	
3.1 Applied Element Method	
3.1.1 Características del AEM	
3.1.2 Contraste entre el AEM y el FEM	
3.2 Estudios del AEM en Vigas con CFRP	59
3.2.1 Viga rectangular de concreto simple reforzada con CFRP	
3.2.2 Vigas tipo T de concreto simple reforzadas con CFRP	
3.3 Extreme Loading for Structures	
3.3.1 Características del software	
3.3.2 Parámetros básicos de los materiales	67
3.3.3 Parámetros avanzados de los materiales	74
3.3.4 Propiedades numéricas del Software	77
3.4 Modelos matemáticos constitutivos de los materiales	
3.4.1 Modelo de Maekawa	
3.4.2 Modelo de Menegoto	
3.4.3 Modelo de CFRP	
Capítulo 4 Simulación numérica de las vigas en ELS	
4.1 Geometría y mallado de los especímenes	
4.2 Propiedades básicas de los materiales requeridos por el ELS	
4.2.1 Propiedades del concreto (HSC)	
4.2.2 Propiedades del acero	
4.2.3 Propiedades del CFRP	
4.2.4 Propiedades de las placas de carga y apoyo	

4.3 Propiedades avanzadas de los materiales requeridos por el ELS	104
4.3.1 Propiedades del concreto (HSC)	
4.3.2 Propiedades del acero	105
4.3.3 Propiedades del CFRP	105
4.3.4 Propiedades de las placas de carga y apoyo	106
4.4 Propiedades numéricas del ELS	106
4.5 Tipo de carga aplicada	107
4.6 Condiciones de frontera	108
4.6.1 Restricciones de los grados de Libertad	109
4.6.2 Conectividad entre elementos	110
4.7 Matriz de sensibilidad y calibración	111
4.7.1 Análisis de sensibilidad con el método Tornado	112
4.7.2 Propiedades del estudio de sensibilidad	115
4.8 Resultados del análisis de sensibilidad para cada modelo	117
4.8.1 Diagrama de Tornado de la viga I-CH-1.7	117
4.8.2 Diagrama de Tornado de la viga I-CH-2.2	120
4.8.3 Diagrama de Tornado de la viga I-SH-1.7	123
4.8.4 Diagrama de Tornado de la viga I-SH-2.2	126
4.9 Resultados de la calibración para cada modelo	129
4.9.1 Resultados de calibración viga I-CH-1.7	129
4.9.2 Resultados de calibración viga I-CH-2.2	130
4.9.3 Resultados de calibración viga I-SH-1.7	131
4.9.4 Resultados de calibración viga I-SH-2.2	
4.10 Resultados de estudio de mallado para los modelos reforzados con CFRP	133
4.10.1 Resultados de estudio de mallado viga I-CH-1.7	
4.10.2 Resultados de estudio de mallado viga I-CH-2.2	136
4.11 Resultados de los modelos finales para las vigas con refuerzo de CFRP	139
4.11.1 Resultados cualitativos del modelo I-CH-1.7	139
4.11.2 Resultados cuantitativos modelo I-CH-1.7	142
4.11.3 Resultados cualitativos modelo I-CH-2.2	143
4.11.4 Resultados cuantitativos del modelo I-CH-2.2	147

4.12 Resultados de los modelos finales para las vigas con refuerzo de acero
4.12.1 Resultados cualitativos modelo I-SH-1.7149
4.12.2 Resultados cuantitativos modelo I-SH-1.7152
4.12.3 Resultados cualitativos modelo I-SH-2.2154
4.12.4 Resultados cuantitativos modelo I-SH-2.2
Conclusiones
Recomendaciones
Referencias
Apéndices
Apéndice A Respuestas carga vs deformación obtenidas experimentalmente y con el ELS. 168
Apéndice B Efecto de la cuantía de refuerzo sobre la rigidez a la flexión posterior al agrietamiento de las vigas (experimento físico vs ELS)
Apéndice C Efecto del módulo de elasticidad del material de refuerzo en la rigidez a la flexión de las vigas posterior al agrietamiento (experimento físico vs ELS)



Lista de tablas

Tabla 1 Propiedades físicas y mecánicas de las fibras de carbono	
Tabla 2 Propiedades de los polímeros termoestables	
Tabla 3 Propiedades de los polímeros termoplásticos	
Tabla 4 Detalles de las vigas de prueba	
Tabla 5 Dosificaciones de las mezclas de concreto	
Tabla 6 Propiedades de las barras de refuerzo (CFRP)	
Tabla 7 Propiedades de las barras de refuerzo (Acero)	
Tabla 8 Resultados de las 4 vigas ensayadas	
Tabla 9 Densidades de las barras de CFRP (kg/m³)	70
Tabla 10 Propiedades básicas del concreto HSC en ELS	
Tabla 11 Propiedades básicas del acero en el ELS	
Tabla 12 Propiedades básicas del CFRP en ELS	
Tabla 13. Propiedades básicas del concreto NSC en ELS	
Tabla 14 Propiedades avanzadas del concreto HSC en ELS	
Tabla 15 Propiedades avanzadas del acero en ELS	
Tabla 16 Propiedades avanzadas del CFRP en ELS	
Tabla 17 Propiedades avanzadas del NSC en ELS	
Tabla 18 Propiedades numéricas del ELS	
Tabla 19 Propiedades estadísticas de las variables aleatorias básicas	
Tabla 20 Rangos de las variables aleatorias en el análisis de sensibilidad con o Tornado	el diagrama 116
Tabla 21 Resultado de calibración- modelo I-CH-1.7	
Tabla 22 Resultado de calibración- modelo I-CH-2.2	
Tabla 23 Resultado de calibración- modelo I-SH-1.7	
Tabla 24 Resultado de calibración- modelo I-SH-2.2	

Lista de figuras

Figura	1 Proceso de pultrusión de las barras de refuerzo de CFRP21
Figura	2 Diagrama esfuerzo vs deformación por tracción de barras de acero y CFRP22
Figura	3 Mecanismos de transferencia de cortante en una viga de concreto sin refuerzo transversal
Figura	4 Agrietamiento debido a tracción diagonal en una viga reforzada con CFRP
Figura	5 Agrietamiento debido a la falla de adherencia por cortante en un elemento reforzado con CFRP
Figura	. 6 Agrietamiento debido a la falla por compresión por cortante en una viga reforzada con CFRP
Figura	7 Falla por Anclaje en viga reforzada con CFRP
Figura	8 Modos de falla
Figura	9 Falla de unión en la interfaz
Figura	. 10 Detalles de las vigas de ensayadas-fase 1
Figura	11 Barras de CFRP
Figura	. 12 Especímenes típicos de tensión de FRP y modos de falla
Figura	13 Disposición de instrumentación
Figura	. 14 LVDTs utilizados para medir la deflexión y los anchos de grieta
Figura	. 15 Esquema de la configuración de prueba de las vigas de ensayo
Figura	. 16 Foto de la configuración de prueba de las vigas de ensayo
Figura	. 17 Patrones de agrietamiento de las vigas I-SH-1.7 y I-CH-1.7
Figura	. 18 Patrones de agrietamiento de las vigas I-SH-2.2 y I-CH-2.2
Figura	. 19 Respuestas carga vs deformación de las 4 vigas ensayadas experimentalmente 47
Figura	20 Diagramas de carga vs deformación de vigas (efecto de la cuantía de refuerzo)48
Figura	21 Diagramas de carga vs deformación de vigas (efecto del módulo de elasticidad de las barras de refuerzo)
Figura	22 Elementos en AEM
Figura	23 Discretización de estructuras en AEM y representación de los resortes para el concreto
Figura	24 Representación de las barras de CFRP en un elemento de concreto armado53
Figura	25 Área de influencia de cada par de resortes normal y cortante54
Figura	26 Punto de contacto entre elementos rígidos

Figura 27 Cualidades del AEM y FEM	56
Figura 28 Enfoque de grietas físicas en FEM	57
Figura 29 Enfoque de fisuras discretas en FEM	57
Figura 30 Técnica de malla móvil para la propagación de fisuras en cortante	58
Figura 31 Refinamiento en el mallado según el método de análisis	58
Figura 32 Detalles de las vigas de prueba del experimento real (dimensiones en mm)	59
Figura 33 Detalle de la viga (dimensiones en mm)	60
Figura 34 Viga de concreto armado reforzada con CFRP (Modelo ELS)	60
Figura 35 Curva carga vs deflexión comparada con los resultados experimentales	61
Figura 36 Patrón de agrietamiento de la viga, obtenido del ELS	61
Figura 37 Patrón de agrietamiento de la viga, obtenido del experimento real	62
Figura 38 Configuración de la viga NSC tipo T reforzada con CFRP (experimento real)	62
Figura 39 Colocación de las barras de CFRP y las cuñas de anclaje	63
Figura 40 Tendones de CFRP durante la prueba del experimento real	63
Figura 41 Geometría de la viga con tendones de CFRP (dimensiones en mm)	64
Figura 42. Modelo ELS	64
Figura 43 Contraste de la curva carga vs deflexión del ELS vs la obtenida con el experime	ento
real	65
Figura 44 Pasos básicos para construir un modelo en ELS	67
Figura 45 Módulo de Young del concreto, del acero y del CFRP	68
Figura 46 Fricción de contacto entre dos elementos	70
Figura 47 Resistencia a la tracción del concreto y resistencia última del acero	71
Figura 48 Resistencia a la tracción del CFRP	73
Figura 49 Esfuerzo de fluencia	74
Figura 50 Esfuerzo de fluencia a compresión para el acero	75
Figura 51 Esfuerzo último/Esfuerzo de fluencia (acero)	75
Figura 52 Factor de rigidez post fluencia en tensión o compresión (acero)	77
Figura 53 Separación por deformación	78
Figura 54 Relación de carga-desplazamiento del contacto de un resorte en condicione. carga y descarga	s de 79
Figura 55 Rebote en función del factor de rigidez de descarga del resorte de contacto	80

Figura 56 Parámetros para el cálculo del normal contact stiffness factor	82
Figura 57 Parámetros para el cálculo del shear contact stiffness factor	83
Figura 58. Influencia del Residual shear strength en el esfuerzo cortante de una grieta	84
Figura 59 Relación de rigidez posterior al rendimiento	85
Figura 60 Factores de ablandamiento de falla	86
Figura 61 Factores mínimos de rigidez normal y de cortante	87
Figura 62 Modelo de Maekawa para concreto en compresión y comportamiento del con en tensión utilizado por AEM	<i>creto</i> 88
Figura 63 Distribución de intensidad de microcomponentes	89
Figura 64 Deformación del concreto en modelo de rotura elastoplástica	90
Figura 65 Modelo propuesto por Giuffré y Pinto en 1970	92
Figura 66 Primer ciclo de inversión de carga del modelo de Menegotto y Pinto de 1973	93
Figura 67 Modelo propuesto por Menegotto y Pinto en 1973	93
Figura 68 Envolvente del modelo de acero de Menegotto y Pinto	95
Figura 69 Ley esfuerzo vs deformación del FRP	96
Figura 70 Relación tensión-deformación en modelo lineal	96
Figura 71 Viga representativa simulada en ELS	100
Figura 72 Refuerzo de CFRP de la viga I-CH-1.7 modelado en ELS	100
Figura 73 Ubicación de los ejes globales usados en la simulación de las vigas	101
Figura 74 Mallados empleados en la simulación de las vigas	102
Figura 75 Carga aplicada en las vigas simuladas	108
Figura 76 Condiciones de frontera de las vigas simuladas	109
Figura 77 Restricciones de los grados de libertad	110
Figura 78 Conectividad de elementos	111
Figura 79 Esquema de desarrollo de una oscilación (Swing)	114
Figura 80 Diagrama Tornado	115
Figura 81 Gráfica carga vs deformación correspondiente a la propiedad shear strengt concreto - modelo I-CH-1.7	<i>h del</i> 118
Figura 82 Análisis de sensibilidad con el Diagrama Tornado – modelo I-CH-1.7	119
Figura 83 Gráfica carga vs deformación correspondiente a la propiedad shear strengt concreto - modelo I-CH-2.2	<i>h del</i> 120
Figura 84 Análisis de sensibilidad con el Diagrama Tornado – modelo I-CH-2.2	122

Figura 85 Gráfica carga vs deformación correspondiente a la propiedad si concreto - modelo I-SH-1.7	hear strength del 123
Figura 86 Análisis de sensibilidad con el Diagrama Tornado – modelo I-SH-	1.7125
Figura 87 Gráfica carga vs deformación correspondiente a la propiedad si concreto - modelo I-SH-2.2	hear strength del 126
Figura 88 Análisis de sensibilidad con el Diagrama Tornado – modelo I-SH-2	2.2128
Figura 89 Diagrama carga vs deformación para distintos mallados - modelo	<i>I-CH-1.7</i> 134
Figura 90 Patrones de agrietamiento para distintos mallados - modelo I-CH-	1.7 135
Figura 91 Tiempos computacionales requeridos por el ELS para mallados d I-CH-1.7	listintos – modelo 136
Figura 92 Diagrama carga vs deformación para distintos mallados - modelo	<i>I-CH-2.2</i> 137
Figura 93 Patrones de agrietamiento para distintos mallados - modelo I-CH-	1.7 138
Figura 94 Tiempos computacionales requeridos por el ELS para mallados d I-CH-2.2	listintos – modelo 139
Figura 95 Patrón de agrietamiento modelo I-CH-1.7	
Figura 96 Patrones de agrietamiento y modo de falla final – modelo I-CH-1.7	7 141
Figura 97 Diagrama carga vs deformación final - modelo I-CH-1.7	
Figura 98 Porcentaje de error de la resistencia máxima y desplazamiento de CH-1.7	el modelo final I- 143
Figura 99 Patrón de agrietamiento modelo I-CH-2.2	144
Figura 100 Progreso de las grietas y modo de falla final - modelo I-CH-2.2.	146
Figura 101 Diagrama carga vs deformación final - modelo I-CH-2.2	
Figura 102 Porcentaje de error de la resistencia máxima y desplazamiento d CH-2.2	el modelo final I- 148
Figura 103 Patrón de agrietamiento modelo I-SH-1.7	149
Figura 104 Progreso de las grietas y modo de falla final - modelo I-SH-1.7	
Figura 105 Diagrama carga vs deformación final - modelo I-SH-1.7	
Figura 106 Porcentaje de error de la resistencia máxima y desplazamiento de SH-1.7	el modelo final I- 153
Figura 107 Patrón de agrietamiento modelo I-SH-2.2	
Figura 108 Progreso de las grietas y modo de falla final - modelo I-SH-2.2	
Figura 109 Diagrama carga vs deformación final - modelo I-SH-2.2	

Figura 11	0 Porcentaje de error de	la resistencia	máxima y d	lesplazamiento	del modelo fin	al I-
SE	I-1.7		•••••			157



Introducción

La durabilidad a largo plazo de las estructuras de concreto armado se ha convertido en una preocupación importante en la industria constructiva; la corrosión del acero de refuerzo en las estructuras de concreto armado provoca el deterioro del elemento y repararlo o rehabilitarlo resulta muy costoso. Ante esta problemática surgió una solución innovadora. Se trata de los polímeros reforzados con fibra (FRP por sus siglas en inglés) que incluyen los polímeros reforzados con fibras de vidrio (GFRP), polímeros reforzados con fibras de basalto (BFRP), polímeros reforzados con fibras de aramida (AFRP) y polímeros reforzados con fibras de carbono (CFRP), siendo estos últimos los más utilizados debido a su elevada resistencia en comparación con los tres anteriores.

Los CFRP son materiales no corrosivos que presentan una alta relación resistencia-peso, costo-beneficio, facilidad de colocación, etc. Ello hace que su uso sea factible en la construcción. No obstante, debido a la diferencia en las propiedades mecánicas con el acero, la resistencia al corte de los elementos de concreto reforzados con refuerzo longitudinal de CFRP puede diferir de la de los elementos reforzados con acero. Para averiguar esto, El- Sayed (2006) como parte de su tesis doctoral, realizó un experimento en el que ensayó una serie de vigas de concreto reforzadas longitudinalmente con barras de FRP, sin refuerzo transversal y sometidas a flexión. Estas fueron comparadas con otras vigas idénticas reforzadas con acero tradicional, también ensayadas por El- Sayed (2006).

En la presente investigación se hizo uso de una herramienta innovadora de análisis estructural no lineal, cuyas funciones han sido desarrolladas exclusivamente por solicitación de ingenieros experimentados que tuvieron que enfrentarse a problemas de alta complejidad sin contar con una herramienta con las facilidades para hacer frente a ellos. Se trata del *Extreme Loading for Structures* (ELS), un software desarrollado por la *Applied Science International* (ASI por sus siglas en inglés). Esta herramienta admite la separación de los elementos en el mallado, y es capaz de analizar y predecir el comportamiento completo de la estructura en todas sus etapas de una forma que no requiere de una experiencia especializada del usuario. Desde el inicio de la aplicación de la carga, pasando por el agrietamiento, el gran desplazamiento, la separación completa de los elementos, el colapso y hasta los efectos de la caída de escombros.

Por otro lado, el ELS ha implementado el Método de Elementos Aplicados (AEM), desarrollado por los investigadores Tagel-Din (1998) y Kimiro Meguro (2001). Este método, a diferencia del Método de Elementos Finitos (FEM) permite al ELS mostrar el modo de falla acompañado de la ubicación de las grietas, para el mismo modelo de análisis requiere mucho menos tiempo, puede realizar cualquier simulación compleja gracias al amplio abanico de aplicaciones que ofrece (demolición, simulación con vientos, evaluaciones sísmicas, colapso progresivo, explosiones controladas, impacto de cargas extremas en estructuras, entre otras), etc. Todo lo anterior por medio de una interfaz amigable e intuitiva de manejar.

En ese sentido, la presente investigación, considerando como base el experimento de El-Sayed (2006), se enfocó en la simulación de cuatro vigas de concreto de alta resistencia (HSC por sus siglas en inglés) sin refuerzo transversal. Dos de ellas reforzadas longitudinalmente con CFRP y las dos restantes reforzadas con acero. Además, una de las vigas reforzadas longitudinalmente con acero fue simulada por la ASI. Tomando esto último como precedente y guía, se modelaron y simularon las vigas de interés. Esto permitió verificar el alcance del Software ELS basado en el AEM y contrastar el gran potencial de esta novedosa herramienta con respecto a la respuesta real de los modelos. Asimismo, este estudio posibilitó también contrastar los resultados experimentales y a la vez entender la resistencia al corte en vigas de concreto HSC reforzadas longitudinalmente con CFRP como refuerzo principal y sometidas a flexión en comparación con aquellas reforzadas con acero. Esto podría tener una considerable importancia tomando en cuenta que el uso de los FRP en general se difunde cada vez más en diversas regiones del mundo tomando cada vez mayor relevancia en la construcción.

De esa forma, la estructura de esta tesis constó principalmente de cuatro etapas abordadas en los capítulos planteados. En el primer capítulo se desarrollaron aspectos teóricos referentes al CFRP. El segundo capítulo, se basó en el experimento físico realizado por El-Sayed (2006), del cual se recopiló información de carácter cuantitativa como cualitativa. Dicha información fue utilizada para una adecuada modelación y también para la posterior comparación con los resultados obtenidos con el software ELS. En el tercer capítulo, se desarrollaron aspectos teóricos concernientes a la herramienta computacional empleada, es decir, relacionadas con el software ELS, el cual está basado en la novedosa metodología AEM.

Por último, el cuarto capítulo fue dedicado a las simulaciones de los modelos, obtención de resultados y comparación cuantitativa y cualitativa con los resultados obtenidos en el experimento físico. También se incluyó un análisis de sensibilidad con el diagrama Tornado, cuyo objetivo consistió en determinar las propiedades más influyentes en la variabilidad de los resultados y un análisis de calibración cuyo objetivo fue conocer los valores más adecuados a emplear de las propiedades más sensibles resultantes del análisis de sensibilidad. Asimismo, se realizaron simulaciones con diferentes mallados para los modelos reforzados con CFRP con el objetivo de conocer la influencia de utilizar mallados más refinados en los resultados finales y ver cómo esto afecta a los tiempos computacionales requeridos por el ELS.

RFP

Capítulo 1 Vigas reforzadas con fibras de carbono

En el presente capítulo se tiene como objetivo ilustrar al lector en torno a un nuevo concepto que se está desarrollando en la presente investigación. Se trata de los polímeros reforzados con fibras de carbono (CFRP) como refuerzo en elementos de concreto (vigas). En ese sentido, se ha considerado pertinente exponer de manera clara y concisa a cerca del material y sobre aquello que tenga que ver con el comportamiento a la cortante de vigas de concreto, reforzadas con este material.

Tomando en cuenta lo mencionado, en el presente apartado se exponen las características que diferencian a las barras de CFRP con respecto a otras de la misma familia de los FRP. Esto permite comprender por qué es una de las mejores alternativas como material de refuerzo. Asimismo, también es necesario que el lector conozca que la forma en cómo se fabrican las barras de FRP o CFRP es diferente a como se fabrican las barras de acero convencionales. Podrá reconocer que se trata de un proceso de producción novedoso que destaca de otros procesos conocidos para la elaboración de barras de refuerzo. Por otro lado, también se detalla a cerca del comportamiento a la cortante de las vigas de concreto reforzadas longitudinalmente con barras de CFRP. En dicho punto se expone sobre los mecanismos de transferencia de cortante y una serie de literaturas existentes que ayudan a entender con base a experimentos reales este comportamiento complejo de la cortante. Finalmente, se abordó acerca de los modos de falla que pueden experimentar las vigas reforzadas con CFRP y los factores que intervienen en la resistencia a la cortante de dichos elementos simplemente apoyados sometidos a flexión.

1.1 Barras de refuerzo de CFRP

Las barras de polímeros reforzadas con fibras de carbono presentan características que las destacan comparado con otras fibras de refuerzo existentes. Dentro de estas características se encuentra: i) alta resistencia a la humedad y corrosión, ii) elevada resistencia a la tracción longitudinal, iii) alta resistencia a ataques químicos, iv) alta resistencia a la fatiga, v) peso liviano y vi), excelentes propiedades de expansión térmica. No obstante, las fibras de carbono ofrecen poca resistencia al impacto debido a las bajas deformaciones finales y escasa fluencia antes de la rotura.

1.1.1 Composición de las barras de CFRP

Las barras de CFRP están compuestas principalmente por dos materiales. Por fibras de carbono y por una determinada matriz polimérica que puede ser termoestable¹ o termoplástica². Las fibras de carbono constituyen el material principal que le transmite las propiedades mecánicas más importantes que caracterizan a las barras de CFRP. Asimismo, para conocimiento del lector, la matriz polimérica se trata de un polímero, el cual se le suele llamar resina durante el proceso de fabricación y matriz al finalizar la etapa de curado. Esta matriz es la encargada de mantener unidas a las fibras de refuerzo para una mejor distribución de cargas y, además, se encarga también de proteger las fibras de las condiciones ambientales adversas. Las matrices termoestables más empleadas son viniléster, epoxy y poliéster, mientras que las matrices termoplásticas más comunes son PEEK, PPS y PSUL. En términos de composición volumétrica, se podría decir que las barras de CFRP están conformadas entre un 30 % a 60 % por la matriz y la diferencia están conformadas por fibras de carbono (Pech, 2016).

La JSEC-E 131-1995, calcula la relación volumétrica de fibra axial como relación entre el volumen de fibra axial y el volumen aparente de CFRP mostrados en la Ecuación 1.

$$V_{\rm f} = \left(\frac{V_{\rm fa}}{V_{\rm t}}\right) * 100(\%)$$

Ecuación 1

Donde:

V_f: Relación de volumen de la fibra axial.
 V_{fa}: Fracción de volumen de la fibra axial.
 V_t: Fracción de volumen aparente del CFRP.

Por otro lado, cada tipo de fibra, como se mencionó líneas arriba, posee propiedades distintas. Por ejemplo, en la Tabla 1 se puede visualizar las propiedades físicas y mecánicas más características de las fibras de carbono (fibras de carbono de módulo alto y fibras de carbono de alta resistencia).

¹ Los polímeros termoestables son polímeros elaborados de manera irreversible con elementos de bajo peso molecular y baja viscosidad. Esto permite conservar su forma al ser calentadas, no obstante, al ser sometidas a temperaturas elevadas, estas se descomponen térmicamente (Fédération Internationale du Béton (FIB), 2007).

² Los polímeros termoplásticos son polímeros capaces de reconfigurarse tras ser sometidos a ciclos de temperatura con valores superiores a su temperatura de formación (Fédération Internationale du Béton (FIB), 2007)

Tipo de fibra	Densidad Resistencia a la tracción		Módulo de Young	Esfuerzo de tracción final	Coeficiente de expansión térmica	Coeficiente de Poisson	
	(kg/m3)	(MPa)	(GPa)	(%)	(10^-6/°C)		
Carbono (módulo alto)	1950	2500-4000	350-650	0.5	-1.20.1	0.2	
Carbono (alta resistencia)	1750	3500	240	1.1	-0.60.2	0.2	

Tabla 1Propiedades físicas y mecánicas de las fibras de carbono

Nota. Adaptado de Fédération Internatinale du Béton (FIB), (2007).

Así como las fibras poseen propiedades diferentes, según la naturaleza (fibras de vidrio, aramida, basalto o carbono). Las matrices poliméricas también presentan propiedades diferentes ya sea que se trate de matrices termoestables o matrices termoplásticas. No obstante, dentro de cada una de estas dos tipologías hay más tipos de matrices, las cuales poseen propiedades diferentes. En la Tabla 2 y Tabla 3 se muestra las propiedades físicas y mecánicas de las matrices termoestables y termoplásticas respectivamente.

Tabla 2

Propiedades de los polímeros termoestables

Dropin dad	Matriz			
Fropredad	Polyester	Epoxy	Viny lester	
Densidad (kg/m3)	1200-1400	1200-1400	1150-1350	
Resistencia a la tracción (MPa)	34.5-104	55-130	73-81	
Modulo longitudinal (GPa)	2.1-3.45	2.75-4.10	3.0-3.5	
Coeficiente de Poisson	0.35-0.39	0.38-0.40	0.36-0.39	
Coeficiente de expansión térmica (10^-6/°C)	55-100	45-65	50-75	
Contenido de humedad (%)	0.15-0.60	0.08-0.15	0.14-0.30	

Nota. Adaptado de Fédération Internatinale du Béton (FIB), (2007).

Tabla 3

Propiedades de los polímeros termoplásticos

Provided	Matriz			
Fropredad	PEEK	PPS	PSUL	
Densidad (kg/m3)	1320	1360	1240	
Resistencia a la tracción (MPa)	100	82.7	70.3	
Modulo de tracción (GPa)	3.24	3.3	2.48	
Alargamiento a la tracción (%)	50	5	75	
Coeficiente de Poisson	0.4	0.37	0.37	
Coeficiente de expansión térmica (10^-6/°C)	47	49	56	

Nota. Adaptado de Fédération Internatinale du Béton (FIB), (2007).

1.1.2 Proceso de fabricación de las barras de refuerzo de CFRP

El método más común para la fabricación de elementos de FRP de sección constante como las barras de refuerzo de CFRP se llama pultrusión. Este método permite una producción automatizada que se adapta a toda una variedad de formas o secciones según se requiera. En la Figura 1 se puede visualizar el proceso general de pultrusión empleado para la fabricación de barras de CFRP. Primero, se hace pasar las fibras de filamentos en forma de hilos a través de una serie de calentadores. Ello permite eliminar cualquier humedad condensada en las fibras. Durante esta etapa, las fibras atraviesan por una serie de guías donde adquieren la forma requerida. Inmediatamente después, las fibras requieren ser impregnadas. Para ello, deben atravesar por un recipiente de resina mezclada con los aceleradores, catalizadores, material de relleno, y otros aditivos necesarios. A continuación, las fibras impregnadas deben atravesar por una matriz calentada para quitar el exceso de resina. Cabe mencionar que los troqueles que conforman la matriz calentada garantizan la uniformidad según las dimensiones definidas y el volumen de resina deseado para la varilla, además, se encargan de iniciar el proceso de curado en las resinas termoestables. Una vez quitado el exceso de resina, las varillas son envueltas helicoidalmente por una serie de hebras empapadas con resina para lograr una superficie deformada, o se agrega una capa de arena para lograr una superficie rugosa. Ambos procesos promueven una mejor adherencia. Por último, una sierra corta las varillas en las dimensiones deseadas para que posteriormente sean almacenadas y trasladadas a la zona del proyecto (El-Sayed, 2006).

Figura 1

Proceso de pultrusión de las barras de refuerzo de CFRP



Nota. Adaptado de El-Sayed (2006).

1.1.3 Características generales de las barras de refuerzo de CFRP

Las Barras de refuerzo de CFRP, además de su naturaleza no corrosiva, son en promedio entre cuatro a seis veces más livianas que las barras de acero. Esto es una gran ventaja, ya que en un solo viaje se podría abastecer todo el material de refuerzo para todo un proyecto, lo cual reduce los costos de transporte de manera significativa. Otra ventaja es que al ser más livianas ofrecen un mejor manejo en obra. Así mismo, las barras de CFRP no se encuentran magnetizadas eléctricamente para cualquier fin práctico, como emplearlos en estructuras que alojen equipos sensibles a campos electromagnéticos.

En cuanto a las propiedades mecánicas, estas pueden variar dependiendo de ciertos factores durante el proceso de fabricación. La resistencia a la tracción, por ejemplo, puede verse afectada de manera significativa por el volumen de fibra utilizado, la tasa de curado, el proceso de fabricación y el control de calidad. Por otro lado, las barras de CFRP son anisotrópicas dado que las propiedades mecánicas en la dirección longitudinal están gobernadas por las fibras en la misma dirección. En la dirección transversal vienen dadas por la matriz polimérica en mayor medida y por las fibras en menor medida.

Otra característica de las barras de CFRP es que, bajo cargas de tracción, la relación esfuerzo deformación es linealmente elástica hasta la falla (Figura 2). Además, evidencia escasa fluencia o comportamiento plástico antes de la rotura.

Figura 2





Nota. Adaptado de El-Sayed (2006).

1.2 Comportamiento a cortante de vigas a flexión reforzadas longitudinalmente con CFRP

La capacidad a cortante de vigas reforzadas con CFRP eventualmente podría ser menor que aquellas reforzadas con acero. Algunas investigaciones sobre la capacidad de corte de miembros de concreto reforzadas barras de CFRP sometidas a flexión indican que la resistencia al corte se podría evaluar teniendo en cuenta la rigidez axial del refuerzo de tracción. Sin embargo, antes de abordar en las literaturas existentes, es importante conocer los mecanismos de transferencia de cortante. Cabe mencionar que dichos mecanismos que se han abordado pertenecen a las vigas de concreto reforzado con acero, sin embargo, algunos investigadores los han aplicado a vigas de concreto reforzadas con polímeros, encontrando que también son válidos para este tipo de vigas. Dicho lo anterior, son cinco los mecanismos de transferencia de cortante que se han identificado, pero, cada uno evidencia diferente participación en la resistencia al cortante comparado con las vigas reforzadas con acero, en la que incluso se ha cuantificado el aporte de cada uno. Estos son: la contribución del concreto no fisurado, la fricción de los agregados, la acción de dovela, las tensiones residuales a tracción a través de la fisura inclinada, y la acción del arco (ACI-ASCE Committee 445, 2017).

A continuación, en la Figura 3 se presenta un diagrama de cuerpo libre donde se muestra cada mecanismo.

Figura 3

Mecanismos de transferencia de cortante en una viga de concreto sin refuerzo transversal



Nota. Adaptado de Abdul-Salam (2014).

1.2.1 Esfuerzos cortantes en el concreto no fisurado

Este tipo de mecanismo de transferencia de cortante se origina en elementos de concreto reforzados unidireccionalmente no fisurados o en las zonas de compresión no fisuradas de elementos fisurados sometidos a flexión.

El aporte de este mecanismo iniciada la fisuración es menor en vigas reforzadas con CFRP que reforzadas con acero. Esto se debe a que las grietas de flexión tienden a ser más profundas y anchas debido a que las barras de CFRP presentan menor rigidez con respecto a las barras de acero. La menor rigidez está relacionada con el menor módulo de elasticidad de las barras de CFRP con respecto a las barras de acero (El-Sayed, 2006) y (ACI 440.1R-15, 2015).

1.2.2 Trabazón de los agregados

En una viga de concreto de resistencia normal (NSC por sus siglas en inglés) reforzada con acero, tras originarse la grieta inclinada se generan dos superficies rugosas con grietas entrelazadas por la presencia de los agregados que sobresalen. El desplazamiento relativo entre ambas superficies produce una fuerza cortante debido a la trabazón de los agregados a lo largo de dicha grieta. Conforme la grieta progresa y se hace más ancha, la contribución de dicho mecanismo decae. Sin embargo, para una misma sección de NSC con igual cuantía de refuerzo longitudinal, el aporte de este mecanismo luego de la fisuración suele ser menor en vigas reforzadas con CFRP que reforzadas con acero (ACI 440.1R-15, 2015). Esto se debe principalmente a las características de las grietas originadas. Normalmente, las grietas en las vigas reforzadas con CFRP son más profundas y anchas, lo cual reduce el contacto entre superficies de manera considerable. En vigas de concreto de alta resistencia (HSC por sus siglas en inglés), la participación de este mecanismo decae aún más e incluso se podría despreciar, ya que las grietas originadas, además de las características mencionadas, son lisas, lo cual reduce aún más el contacto que origina dicho mecanismo (El-Sayed, 2006).

1.2.3 Acción de dovela

Es la fuerza cortante resistida por el refuerzo longitudinal tras el desplazamiento transversal relativo entre dos bloques del elemento, separados por una grieta inclinada. En términos cuantitativos, se desconoce el aporte de las barras de CFRP al cortante total por el mecanismo de dovela. No obstante, debido a la resistencia transversal relativamente pequeña acompañada de mayores anchos de grieta originada por una menor resistencia y rigidez de las barras de CFRP en comparación con las barras de acero, se supone que su aporte es menor que la de un área de acero equivalente (El-Sayed, 2006) y (ACI 440.1R-15, 2015).

1.2.4 Resistencia a la tracción residual a través de las fisuras

En vigas reforzadas con acero, cuando se producen las primeras fisuras, hay pequeños fragmentos o partículas de concreto que son desprendidos. Estas partículas son depositadas entre las finas grietas formando una especie de puentes. Esto posibilita la transmisión de fuerzas de tracción hasta anchos de fisura de 0.05-0.15 mm (ASCE-ACI - Committee 445, 1998). No obstante, en las vigas reforzadas con CFRP la influencia de este mecanismo puede resultar en una reducción importante debido al mayor ancho de las grietas por flexión (El-Sayed, 2006).

1.2.5 Acción del arco

Luego del agrietamiento diagonal se puede originar una redistribución de las fuerzas internas por acción de arco, es decir, la fuerza concentrada vertical es transferida a una reacción, reduciendo la contribución de los otros mecanismos de transferencia de cortante. No obstante, no siempre se origina dicho mecanismo, pues depende en gran medida de la esbeltez del elemento. En vigas reforzadas con CFRP, por ejemplo, se desconoce la relación de esbeltez a partir de la cual es probable que se origine dicho mecanismo (El-Sayed, 2006).

A continuación, se detalla las literaturas existentes:

Se han realizado estudios sobre la capacidad a la cortante en elementos reforzados con CFRP sometidos a flexión y sin la disposición de refuerzo en la dirección transversal. Estos estudios demuestran que la resistencia a la cortante del concreto se puede evaluar considerando la rigidez axial del refuerzo de tracción. Niwa, Hirai & Tanabe, (1996), por ejemplo, investigaron por medio del método FEM y basándose en el modelo de las fisuras ficticias, la resistencia al corte de vigas reforzadas con refuerzo de FRP sin estribos. Como resultado obtuvieron que la resistencia al corte de las vigas de concreto reforzado disminuye significativamente con la disminución del módulo de elasticidad (E).

Naaman & Park, (1999), por su parte investigaron la capacidad al corte en vigas de concreto pretensadas con tendones de CFRP como con torones de acero, todas sin refuerzo transversal. En total se ensayaron nueve vigas de dimensiones 130 x 260 x 1650 mm, con relación de canto-luz, a/d, igual a 2.5 y con tendones de CFRP de 7.5 mm de diámetro y torones de acero de 9.5 mm y 12.5 mm. De las nueve vigas, cinco con tendones de CFRP y cuatro con torones de acero, todas ensayadas bajo un sistema de carga en un punto. Como resultado se obtuvo que las vigas reforzadas con tendones de CFRP fallaron por la rotura de los tendones de CFRP en la zona de la grieta. Esta falla pone en evidencia que los tendones de CFRP tienen poca resistencia a la cortante producida por el efecto de las fuerzas por acción de dovela en la grieta de corte crítica. Por otro lado, las vigas reforzadas con torones de acero fallaron por la cortante iniciada por el aplastamiento del concreto. Cabe mencionar que las vigas reforzadas con tendones de CFRP tuvieron un ancho de fisura que representaba aproximadamente la mitad del ancho de fisura producido en las vigas pretensadas con torones de acero.

Yost, et al., (2001) investigaron la capacidad de corte de vigas de concreto reforzadas con polímeros reforzados con fibras de vidrio (GFRP) y acero, todas sin refuerzo transversal y simplemente apoyadas sometidas a cargas monotónicas en dos puntos. Se ensayaron un total de 21 vigas con seis distintas cuantías de refuerzo de GFRP y un diseño con refuerzo de acero. Se construyeron tres vigas idénticas para cada diseño. Dichas vigas presentaron una longitud de 2286 mm, peralte de 286 mm, ancho variable entre 178 mm y 254 mm, y la relación de esbeltez, a/d, igual a 4.0 aproximadamente. Como resultado se obtuvo que la cantidad del refuerzo longitudinal de GFRP no representa un aporte significativo en la resistencia al corte de las vigas reforzadas con GFRP. Ello indicaría que es apropiado el uso de ecuaciones empíricas simples para el cálculo de la resistencia al corte. Además, se evidenció que el modo de falla tanto para las vigas reforzadas con GFRP como con acero fueron muy similares. Sin embargo, estas últimas presentaron una resistencia al corte significativamente mayor a las reforzadas con GFRP (Yost, Gross, & Dinehart, 2001).

Tureyen & Frosch, (2002) investigaron el efecto de las diferencias en los módulos de elasticidad de las barras de refuerzo de FRP y acero sobre la contribución a la resistencia al corte de vigas sometidas a flexión, con relación de esbeltez a/d mayor a 2.5 y sin refuerzo transversal. Para efectos de estudio se ensayaron nueve vigas con 3962 mm de largo, 457 mm de ancho y 360 mm de peralte efectivo. El peralte total de las vigas con una sola capa de refuerzo fue 406 mm y 427 mm para aquellas con dos capas de refuerzo. Las vigas simplemente apoyadas fueron sometidas a una carga concentrada en el centro de la luz. Asimismo, para el caso del refuerzo de FRP se consideró al GFRP y AFRP, mientras que en el caso del acero se consideraron dos módulos de elasticidad. Los resultados obtenidos indicaron que las vigas de concreto a flexión, reforzadas longitudinalmente con FRP pueden fallar por cortante con cargas considerablemente menores que las reforzadas con un área equivalente de barras de acero. Se

encontró que la resistencia al corte es función de la rigidez axial del refuerzo principal a tracción.

Tariq & Newhook (2003) por su parte investigaron experimentalmente la influencia de las propiedades del refuerzo longitudinal sobre la resistencia a cortante de vigas de concreto sin refuerzo transversal. Se fabricaron un total de 18 vigas las cuales fueron reforzadas con tres tipos de refuerzo (acero, GFRP y CFRP) y ensayadas hasta la falla por cortante. Dichas vigas fueron divididas en tres grupos de seis vigas cada uno y se emplearon tres relaciones diferentes de cuantías (p=0.72, 1.1 y 1.5 %). Además, se tomó en cuenta que las seis vigas de cada grupo tuviesen la misma cuantía que los otros dos, con dos vigas idénticas para cada tipo de refuerzo. La longitud total de cada viga fue de 3000 mm, peraltes de 130 o 160 mm y relación de esbeltez en el rango de 2.5 y 6. Las vigas fueron ensayadas por flexión en cuatro puntos sobre una luz libre simplemente apoyada de 2500 mm. Los resultados obtenidos indicaron que la resistencia al corte del concreto disminuyó con la disminución del módulo de elasticidad de las barras de refuerzo longitudinal. Asimismo, se obtuvo que las vigas reforzadas con CFRP y luego por las vigas reforzadas con GFRP.

Guadagnini, et al., (2006) estudió el comportamiento a cortante de vigas de concreto reforzadas con barras de FRP. En total seis vigas fueron ensayadas en dos fases sucesivas; en la primera fase sin refuerzo por cortante y en la segunda fase se empleó el suficiente refuerzo por cortante de CFRP y GFRP para propiciar la falla por cortante. Tres de las vigas fueron reforzadas con acero convencional y las otras tres vigas fueron reforzadas con GFRP. Para estudiar la variación en el comportamiento a cortante de vigas caracterizadas por diferentes tipos de falla a cortante se empleó relaciones de esbeltez en el rango de 1.1 a 3.3. Los resultados de dicho estudio comparados con las predicciones según las recomendaciones de diseño propuestas por el ACI 440 y la Institución de Ingenieros Estructurales, U.K., concluyeron que la resistencia al corte del concreto es mucho más alta, hasta casi un 200 %, que la estimada por las ecuaciones de diseño actuales. Además, los modos de falla por cortante de las vigas reforzadas con acero fueron similares a las vigas reforzadas GFRP, y los mecanismos de transferencia de cortante se mueven de manera similar en ambos casos. Ello justifica la extensión de los principios de diseño adoptados de los elementos de concreto reforzados con acero para el diseño de elementos de concreto reforzados con FRP (Guadagnini, Pilakoutas, & Waldron, 2006).

Alam (2010), investigó experimentalmente sobre el comportamiento a cortante de elementos de concreto reforzado longitudinalmente con FRP sin refuerzo por corte. Dicha investigación estaba enfocada en estudiar el efecto de diferentes parámetros sobre el comportamiento y la contribución del concreto en la resistencia al corte. Se ensayaron un total de 36 vigas reforzadas con tres tipos de refuerzos (Acero, CFRP y GFRP). Los parámetros de ensayo tomados en cuenta fueron, relación de esbeltez, canto de la viga, cuantías de refuerzo longitudinal, resistencia a la compresión del concreto y tipo de refuerzo. Resaltar que para el estudio de cada parámetro se mantuvo constantes los demás parámetros. Se examinó el comportamiento estructural de cada viga (deflexiones, deformaciones, modos de falla y

capacidad última). Como resultado se obtuvo que existe un efecto de los parámetros investigados en la resistencia a la cortante de vigas. Por último, con base a los resultados experimentales, se propuso un método de diseño de cortante para determinar la contribución del concreto en la resistencia a la cortante de vigas rectangulares reforzadas longitudinalmente con FRP sin refuerzo transversal.

Razaqpur, et al., (2011) realizaron un estudio experimental para determinar los efectos de la relación de esbeltez y el canto de la viga en la contribución del concreto en la resistencia a la cortante de vigas reforzadas longitudinalmente con barras de CFRP. Se ensayaron en total seis vigas de gran canto simplemente apoyadas sin refuerzo por corte, cada una bajo solo una carga concentrada. Los parámetros de estudio fueron la relación de esbeltez en el rango de 1.0 a 11.5 y peralte entre 200 a 500 mm. Como resultado se obtuvo que las seis vigas fallaron por cortante, sin embargo, la carga de falla y la ubicación de algunas de estas vigas no pudieron predecirse con las recomendaciones de diseño de cortante del *Committee* 440 del *American Concrete Institute* (ACI). Esto se debe básicamente a que dichas recomendaciones no toman en cuenta los efectos de la esbeltez y el tamaño de la viga en la resistencia a la cortante. Con base en ello se hicieron algunas sugerencias para la inclusión de estos parámetros en las ecuaciones de diseño de corte.

Abdul-Salam, (2014) realizó una investigación experimental sobre el comportamiento a la cortante de losas de concreto unidireccionales reforzadas longitudinalmente con distintos tipos de barras de FRP. En total se ensayaron 22 losas de concreto, de las cuales 21 fueron reforzadas con FRP y una con acero. Estas fueron ensavadas bajo carga en dos puntos hasta la falla. Los parámetros estudiados fueron la variación en la contribución del concreto a la resistencia al corte con respecto a las propiedades del refuerzo del FRP como el módulo de elasticidad, la cuantía de refuerzo longitudinal, rigidez axial, tipos de barras y la configuración del refuerzo. Cabe mencionar que, dentro del programa de investigación se consideraron dos tipos de concreto. Estos fueron un concreto de resistencia normal y un concreto de alta resistencia (NSC y HSC por sus siglas en ingles respectivamente). El análisis de resultados incluyó el comportamiento general de las losas, los patrones de agrietamiento, la capacidad última, modos de falla, las relaciones de carga y deflexión, así como las deformaciones del concreto y refuerzo longitudinal. Se concluyó que el tipo de refuerzo, el diámetro de las barras y la rigidez al corte de las barras influyen de manera significativa en el modo de falla y la resistencia al corte de estos elementos. Además, se planteó un modelo de corte refinado para el CSA S806-12, basado en la regresión de una importante base de datos experimentales de 26 investigaciones diferentes incluyendo la presente. Se encontró que este modelo de corte brinda mejores resultados de predicción que los códigos y lineamientos de diseño existentes. Asimismo, se compararon los resultados de la investigación con las normas existentes (CSA S806-12, CAN/CSA-S6.151, ACI 440.1R-06 y JSCE-97) y se obtuvo que la guía de ACI es muy conservadora, mientras que la JSCE concuerda mejor con los resultados experimentales y la ecuación canadiense CSA S806-12 se adaptan bien a las capacidades de corte experimentales (Abdulsalam, 2014).

1.3 Modos de falla por cortante

Los modos de falla por cortante en vigas de concreto reforzadas longitudinalmente con barras de CFRP, simplemente apoyadas, sin refuerzo al corte y bajo cargas monotónicas o estáticas puntuales, se clasifican con base a las características de las grietas o fisuras que se produzcan y que eventualmente podrían originar el colapso del elemento.

1.3.1 Tracción o tensión diagonal

Este tipo de falla se caracteriza por la aparición de fisuras de manera súbita en una sola etapa de carga y podrían extenderse hasta causar el colapso del elemento. La esbeltez del elemento juega un papel importante. En el caso de vigas esbeltas, las fisuras inclinadas rompen el equilibrio hasta el punto de que la viga falla poco después del inicio de dicha fisuración. En vigas de gran altura o de luces cortas, se desarrollan grietas inclinadas, pero estas a diferencia de las anteriores, después de una redistribución de fuerzas internas, pueden soportar cargas adicionales por acción del arco.

Figura 4

Agrietamiento debido a tracción diagonal en una viga reforzada con CFRP



Nota. El-Sayed (2006).

1.3.2 Adherencia por cortante

Este tipo de falla se produce cuando la grieta inclinada alcanza el refuerzo longitudinal, siguiendo una trayectoria paralela al eje longitudinal de la viga. Lo anterior origina la pérdida de la adherencia entre el refuerzo y el concreto que lo rodea. Este tipo de falla suele producirse en elementos con grandes cuantías de refuerzo, como se evidencia en la Figura 5.

Figura 5

Agrietamiento debido a la falla de adherencia por cortante en un elemento reforzado con *CFRP*



Nota. Adaptado de Abdul-Salam (2014).

1.3.3 Compresión por cortante

De manera alternativa, el concreto sobre el extremo superior de la fisura inclinada, desarrollada gradualmente en varias etapas de carga, puede sufrir una falla frágil por aplastamiento, lo cual resulta en una falla por cortante-compresión y posterior colapso del elemento.

Figura 6

Agrietamiento debido a la falla por compresión por cortante en una viga reforzada con *CFRP*



Nota. Bakar, M; Muhammad, R; Amran, M; Vatin, N & Fediuk, R (2022).

1.3.4 Anclaje

La falla por anclaje se produce cuando una fisura secundaria se propaga a lo largo del refuerzo longitudinal desde la fisura inclinada. Dicha fisura genera la pérdida de adherencia y contribuye con el agrietamiento del concreto que puede extenderse a lo largo de todo el elemento, originando la drástica reducción de la capacidad de flexión.



Nota. Adaptado Bakar, M; Muhammad, R; Amran, M; Vatin, N & Fediuk, R (2022).

1.3.5 Otros modos de falla

Figura 7

Otras literaturas han mostrado también la existencia de otros cuatro modos de falla relacionados con la resistencia entre la unión del CFRP y el concreto: i) extracción, ii) división del concreto, iii) desprendimiento y iv) ruptura de la barra. Nepomuceno, et al (2021) por ejemplo, estudiaron los tipos de falla mencionados y lo expresaron como porcentaje según se observó. Para ello ensayaron 1002 muestras experimentales. Los resultados mostrados en la Figura 8 evidenciaron que la falla por extracción es la que se produce en mayor medida con un 70 %, seguida por la ruptura de barra con un 10 %, luego la falla por desprendimiento con un 9.6 % y finalmente por un 8.8 % de una falla no disponible. Los resultados obtenidos evidenciaron que la matriz de concreto y la matriz de fibra (Figura 9) fueron las ubicaciones de falla más prominentes de dicho estudio.



Nota. Adaptado de Nepomuceno, et al (2021).

Figura 9

Falla de unión en la interfaz



Nota. Adaptado de Nepomuceno, et al (2021).

1.4 Factores que influyen en la resistencia a cortante en vigas reforzadas con CFRP

Según la ACI 440.1R-15, la resistencia al corte de una sección transversal de concreto armado sin refuerzo al corte está influenciada por la rigidez del refuerzo longitudinal de tracción y por la rigidez del concreto. A continuación, se explican los factores que influyen en la resistencia al cortante de vigas con las características mencionadas.

1.4.1 Resistencia a la tracción del concreto

En vigas de concreto sin refuerzo en el alma, la resistencia a la cortante dependerá en parte de la resistencia a la tracción del concreto, ya que se relacionan con las fisuras inclinadas producidas por los esfuerzos debido a la aplicación de cargas. Si la resistencia a la tracción aumenta, la resistencia al corte también incrementará. Sin embargo, determinar la resistencia a la tracción del concreto de manera directa con los ensayos existentes no es común. Por ello, generalmente se expresa la resistencia a la tracción en función de la resistencia a la compresión del concreto especificada (El-Sayed, 2006).

Cabe destacar que la resistencia del concreto comprimido después del agrietamiento es menor en vigas con refuerzo longitudinal de barras de CFRP. Esto debido a que poseen menor rigidez axial que las barras de acero.

1.4.2 Tipos de agregados

El tipo de agregado tiene un impacto significativo en el mecanismo de trabazón de los agregados, aunque este comportamiento varía según el tipo de concreto y el refuerzo utilizado. En concretos de alta resistencia (HSC), el mecanismo de trabazón tiende a ser escaso, ya que las fisuras producidas atraviesan los agregados y el contacto es más suave. En contraste, en los concretos normales (NC) reforzados con acero, este mecanismo tiene una influencia notable, ya que las fisuras no atraviesan los agregados, sino que generan hendiduras y resaltos que originan un contacto más rugoso. Sin embargo, en vigas reforzadas con CFRP la participación de este mecanismo puede ser menor debido a la mayor profundidad y anchura de las grietas.

Además, la resistencia al corte de los concretos más livianos tiende a ser menor que la de los elementos de peso normal, incluso si ambos presentan la misma resistencia a la compresión, independientemente del tipo de refuerzo utilizado, ya sea acero o CFRP (El-Sayed, 2006).

Según la ACI 440.1R-15, una sección que utiliza refuerzo de flexión de FRP presenta una profundidad menor al eje neutro después de agrietamiento, debido la menor rigidez y módulo de elasticidad del refuerzo. Esto conlleva a una reducción en la zona de compresión y a un aumento en el ancho de las fisuras. Como resultado, se produce una reducción significativa en la resistencia al cortante debido al mecanismo de trabazón de los agregados.

1.4.3 Cuantía de refuerzo longitudinal

La cuantía de refuerzo longitudinal en vigas de concreto sin refuerzo transversal afecta considerablemente la resistencia al corte. Según estudios realizados por la ACI 440.1R-15, la resistencia al corte de estas vigas disminuye cuando la cuantía de refuerzo se reduce. Esto se debe a que una menor cuantía de refuerzo permite que las grietas progresen y se vuelvan más profundas y anchas, lo que reduce la zona comprimida y, por lo tanto, disminuye la contribución del concreto a la resistencia al corte del elemento. Además, las grietas anchas y profundas hacen que las vigas soporten menos cargas debido a los mecanismos de trabazón de los agregados, como el de dovela.

1.4.4 Esbeltez del elemento

La esbeltez de una viga viene dada por la relación a/d, donde "a" es la longitud horizontal desde el punto de aplicación de la carga hasta el apoyo y "d" es el peralte efectivo de dicho elemento.

Las vigas de baja esbeltez, también conocidas como vigas pared, muestran una resistencia al corte mayor que las vigas con mayor esbeltez. Esto se debe a que en las vigas cortas se producen grietas diagonales, las cuales pueden propagarse hasta la zona de compresión y dar lugar a una falla del tipo explosiva.

Asimismo, las vigas esbeltas, si bien muestran una resistencia al cortante menor que las vigas cortas, tienen una gran capacidad de flexión, lo cual supone una falla del tipo dúctil.

Por último, aquellas vigas que presentan una relación de esbeltez comprendida entre 2.5 y 6 muestran un comportamiento intermedio. Es decir, su resistencia al corte es mayor que la de las vigas con esbeltez alta pero menor que la de las vigas con esbeltez baja. Además, se espera una falla por cortante, sin llegar a su capacidad máxima de flexión.

1.4.5 Esfuerzo axial

Los esfuerzos producidos por fuerzas axiales aplicadas externamente tienen un impacto significativo en la resistencia al corte de las vigas de concreto. Según la ACI 318-19, las fuerzas axiales de compresión tienden a aumentar la resistencia al corte, mientras que las fuerzas axiales de tracción la disminuyen. Además, estas fuerzas axiales influyen en el modo de falla de los elementos. Las fuerzas axiales de compresión retrasan la aparición de fisuras y limitan su profundidad, pero si se produce una falla, esta tiende a ser frágil. Por otro lado, las fuerzas

axiales de tracción facilitan la formación y propagación de fisuras, lo que reduce la resistencia al corte del elemento.

A continuación, se resume lo abordado en el presente capítulo:

El comportamiento al cortante de las vigas reforzadas con fibras de carbono implica los mismos mecanismos de transferencia de cortante que las vigas de acero. No obstante, se estima que la contribución de cada mecanismo es menor en las vigas reforzadas con fibras de carbono en comparación con las de acero. Además, los modos de falla registrados son los mismos a los presentes en las vigas reforzadas con acero, sin evidenciarse diferencias significativas desde un punto de vista cualitativo.

Por último, se analizaron los factores que influyen en la resistencia al cortante de las vigas reforzadas con fibras de carbono. Aunque estos factores son similares a los que caracterizan a las vigas de concreto reforzadas con acero, su grado de contribución o influencia es diferente.



Capítulo 2 Experimento de Ahmed Kamal El-Sayed Ahmed

En el Capítulo 1 se realizó un recuento de las características de las barras de CFRP, incluyendo su composición, método de fabricación y comportamiento hasta la falla. También se examinaron los mecanismos de transferencia de cortante, los modos de falla y los factores que influyen en la resistencia a cortante de vigas reforzadas con CFRP. En términos generales, se observó una gran similitud entre las vigas de CFRP y las vigas de concreto reforzadas con acero. De esa manera, muchas características que se ven en las vigas reforzadas con acero también aplican a las vigas de concreto reforzadas con CFRP. Sin embargo, a pesar de la gran similitud, la presencia de un refuerzo diferente al acero parece modificar el aporte de los mecanismos de transferencia de cortante y otros factores. A pesar de estas diferencias, ambos tipos de vigas comparten los mismos modos de falla.

En el presente Capítulo 2 se abordó el estudio relacionado al experimento real llevado a cabo por Ahmed Kamal El-Sayed Ahmed.

2.1 Alcance del Estudio

El experimento de El-Sayed (2006) consistió en una serie de ensayos para averiguar la resistencia al corte de diferentes tipos de vigas de concreto reforzadas con CFRP, GFRP y acero. Se estudió principalmente la influencia del refuerzo longitudinal de FRP en la resistencia al corte de vigas sometidas a flexión. Asimismo, se evaluó también la influencia de factores como la relación de esbeltez, de la cuantía del refuerzo, del módulo de elasticidad y la resistencia del concreto en la resistencia al corte de estos elementos.

Esta investigación ha significado un gran aporte para: i) entender el comportamiento a cortante de vigas reforzadas longitudinalmente con FRP como refuerzo primario, ii) examinar la validez de los métodos de diseño existentes y, iii) desarrollar una ecuación de diseño por cortante en elementos reforzados con FRP. Es importante considerar que hasta aquel entonces (2006) los códigos y lineamientos de diseño de elementos de concreto con FRP como refuerzo primario estaban basados en las fórmulas de diseño de miembros reforzados con acero convencional con algunas modificaciones que involucraban el comportamiento del FRP para su aplicación.

2.2 Descripción del experimento

La fase experimental consistió en los ensayos a cortante de 15 vigas esbeltas de concreto reforzado de las cuales se seleccionaron cuatro para efectos de estudio de la presente tesis. Las cuatro vigas seleccionadas fueron de concreto de alta resistencia (HSC), reforzadas con barras de CFRP y acero convencional. Otra característica importante fue que estas vigas no contaban con refuerzo superior por compresión ni refuerzo transversal por cortante. Las vigas reforzadas con CFRP se diseñaron con cuantías mayores obtenidas del ACI 440 1R-03 de tal manera de promover la falla por corte. Asimismo, las vigas reforzadas con acero fueron subreforzadas con una relación de refuerzo real inferior al 75 % del balanceado para vigas de concreto reforzado con acero (El-Sayed, 2006).

2.2.1 Especímenes de Prueba

Las vigas ensayadas tuvieron una longitud de 3250 mm, un ancho de 250 mm y un peralte de 400 mm. Se consideró una longitud de 250 mm de voladizo en cada extremo de los apoyos para evitar fallas prematuras por adherencia antes que las fallas deseadas por cortante. Además, para mejorar el comportamiento de unión y fijación de las barras longitudinales en sus posiciones indicadas se incluyeron cinco estribos de acero de 8 mm a cada extremo y dentro de las zonas de voladizo. Se mantuvo constante el tramo de cortante con una longitud de 1000 mm para los 15 especímenes. La relación de los tramos de la cortante y ancho fue de 3.1. Las vigas fueron provistas de dos capas de refuerzo inferior con una separación libre de 30 mm entre una y otra. Asimismo, la separación mínima entre dos barras de refuerzo fue de 39 mm. Finalmente, los recubrimientos laterales fueron de 35 mm, mientras que el recubrimiento vertical osciló entre 45 y 53 mm para mantener un peralte efectivo constante de 326 mm para todas las vigas (El-Sayed, 2006). 5.57

2.2.2 Fabricación de los especímenes

Las vigas fueron moldeadas en un encofrado de madera contrachapada de 25 mm de espesor. Cada encofrado fue diseñado para moldear al mismo tiempo tres especímenes, uno al costado del otro. El diseño del encofrado se diseñó para cinco usos y sirvió para la construcción de las 15 vigas, incluyendo las seleccionadas. Previo al vaciado del concreto, se lubricó el encofrado para facilitar su desmontaje. Para mantener el requerimiento de cobertura, el esqueleto del encofrado se puso sobre sillas de plástico. Cabe mencionar que los especímenes pertenecientes a la misma serie se colocaron al mismo tiempo a partir del mismo lote de concreto premezclado proporcionado por el mismo proveedor comercial. El concreto fue colocado en dos capas y vibrado internamente. Para evitar la pérdida de la humedad, las vigas y las probetas de control fueron cubiertas con láminas de plástico. Tras pasar las primeras 24 horas se decaparon las probetas y las caras externas del encofrado. A continuación, tanto las vigas como los cilindros de prueba se cubrieron con arpillera húmeda y encima de estas se colocaron láminas de plástico. Durante todo el proceso y tiempo de curado (14 días), la arpillera se mantuvo húmeda. Transcurrido dicho tiempo, se desencofraron las vigas y se almacenaron en el laboratorio hasta el día del ensayo. Previo al ensayo, a cada viga se le aplicó una capa de cal para facilitar la visibilidad de las fisuras y grietas durante los ensayos. Para el ensayo se tomó en cuenta que la edad del concreto fuese como mínimo 28 días a partir de la colocación del concreto. Las probetas fueron ensayadas a compresión. Los resultados de las cuatro vigas seleccionadas se presentan en la Tabla 4.

Tabla 4

Detalles de las vigas de prueba

Viga		Objetivo fc (MPa)	Real fc (MPa)	Refuerzo longitudinal					
				M aterial de refuerzo	ρ _{act} (%)	ρ _b (%)	$ \rho_{act/\rho_b} $	Rigidez axial ErAr (Nx10^6)	
Concreto de alta resistencia	Serie 4	I-SH-1.7	65.0	63.0	Acero	1.72	4.22	0.41	280
		I-CH-1.7			CFRP	1.71	1.54	1.11	187.1
	Serie 5	I-SH-2.2	65.0	63.0	Acero	2.21	4.22	0.52	360
		I-CH-2.2	05.0		CFRP	2.2	1.54	1.42	240.6

Nota. Adaptado de El-Sayed (2006).
Figura 10

Detalles de las vigas de ensayadas-fase 1



Nota. Adaptado de El-Sayed (2006).

2.3 Propiedades de los materiales

Los materiales utilizados en el experimento fueron tres. Las barras de CFRP, las barras de acero y el concreto. El CFRP destaca dentro de la familia de los FRP disponibles en el mercado por poseer un módulo de elasticidad a la tracción más alto (120 - 150 GPa). Las barras de acero empleadas fueron del tipo convencional y el concreto utilizado fue un HSC. A continuación, se presentan con mayor detalle las propiedades de cada uno de los materiales.

2.3.1 Propiedades del concreto

El concreto empleado fue del tipo premezclado y provisto por un proveedor local. Las resistencias deseadas a los 28 días fueron de 35 MPa para el concreto de resistencia normal (NC) y 65 MPa para el concreto de alta resistencia (HSC). Por lote se obtuvieron nueve probetas de dimensiones 150 x 300 mm, las cuales fueron curadas en las mismas condiciones que los especímenes de prueba. Transcurridos los 28 días se obtuvieron las resistencias promedio a la compresión entre 40 y 50 MPa para NSC y de 63 MPa para el HSC. Para conocer la resistencia a la tracción se realizó el ensayo del "cilindro dividido". Los resultados obtenidos fueron que la resistencia a la tracción para el NSC osciló entre 3.0 y entre 3.7 MPa, mientras que para el HSC fue de 4.4 MPa. A continuación, se muestra la Tabla 5 con las dosificaciones utilizadas para la fabricación del concreto premezclado:

Tabla 5

Concreto	Resistencia normal	Alta resistencia		
Relación a/c	0.39	0.3		
Agua, kg/m3	169	143		
Tipo de cemento	10 HSF			
Contenido de cemento, kg/m3	430	475		
Agregado fino, kg/m3	672	794		
Tamaño de agregado grueso, mm	10-20	2.5-10		
Contenido de agregado grueso, kg/m3	1051	1050		
Incorporador de aire, mL/m3	301	-		
Superplastificante, L/m3	-	7.5		
Agua-Agente reductor mL/m3	860	-		
Contenido de aire %	5	-		
Slump, mm	80	170		

Dosificaciones de las mezclas de concreto

Nota. Adaptado de El-Sayed (2006).

2.3.2 Propiedades del CFRP

Las barras de CFRP empleadas fueron elaboradas por Pultrall Inc., Quebec, Canadá. La fabricación de estas se hizo con el método de pultrusión (Figura 1). El contenido de fibras fue del 73 %, las cuales fueron impregnadas por medio de resinas de viniléster termoestables. Para asegurar una óptima adherencia con el concreto se incorporó una capa superficial de arena como se muestra en la Figura 11. Se consideraron barras con tres diámetros diferentes: 10 mm (No.

10), de 13 mm (No.13) y 15.9 mm (No. 16), sin embargo, las vigas de análisis solo emplearon barras de 15.9 mm.

Figura 11 *Barras de CFRP*



Nota. El-Sayed (2006).

Es importante destacar, como se mencionó en el Capítulo 1, el comportamiento de las barras de CFRP es linealmente elástico hasta la falla. El módulo de elasticidad y la resistencia la tracción se obtuvieron a partir de cinco especímenes representativos de cada tamaño. El anclaje de cada espécimen se realizó con tubos de acero de 400 mm de largo rellenos con epoxi, tal como se muestra en la Figura 12.

Figura 12

Especímenes típicos de tensión de FRP y modos de falla





Los resultados obtenidos se resumen en la Tabla 6 mostrada a continuación:

Tipo de barra	Diámetro (mm)	Área (mm2)	Resistencia a la tracción (MPa)	Módulo de elasticidad (GPa)	Tensión máxima (%)
CFRP	15.9	198	769+-7	135+-5	0.57+-0.03

Tabla 6Propiedades de las barras de refuerzo (CFRP)

Nota. Adaptado de El-Sayed (2006).

2.3.3 Propiedades del acero

Las barras de acero empleadas como refuerzo longitudinal fueron del tipo corrugadas N°15M (16 mm de diámetro y 200 mm² de área). El límite elástico nominal y el módulo de elasticidad fueron de 400 MPa y 200 GPa respectivamente. Se realizaron pruebas de tracción estándar y para ello se analizaron tres muestras por cada tamaño de acero. Los resultados obtenidos de las barras de interés se muestran en la Tabla 7.

Tabla 7

Propiedades de las barras de refuerzo (Acero)

Tipo de barra	Diámetro (mm)	Área (mm2)	Resistencia a la tracción (MPa)	Módulo de elasticidad (GPa)	Tensión máxima (%)
Acero	16	200	fy=460 fu=610	200	Ey=0.23 Eu=17.00

Nota. Adaptado de El-Sayed (2006).

2.4 Instrumentación

El monitoreo del comportamiento de las vigas ensayadas requirió el uso de instrumentos integrados con galgas extensométricas de resistencia eléctrica 120 Ohmios y transductores de desplazamiento variable lineal (LVTD). Estos instrumentos posibilitaron la medición de las tensiones y deflexiones respectivamente. La Figura 13 muestra el detalle de la instrumentación.

Figura 13

Disposición de instrumentación



Nota. Adaptado de El-Sayed (2006).

Las galgas extensométricas fueron adquiridas de *Kyowa Electronic Instruments Co.* Ltd., Tokio, Japón. Se emplearon dos galgas por cada viga; una de ellas (tipo KFG-6-120-C1 11L3M3R y longitud de calibre 6 mm) se instaló a la mitad del vano de las barras de refuerzo, con lo cual se consiguió medir las deformaciones de tracción. La segunda galga (tipo KC 70-120-A1-11 y longitud de calibre 67 mm) se instaló en la zona central del vano en la superficie superior del concreto, con lo cual se midieron las deformaciones por compresión. Cada galga extensométrica fue asegurada con un pegamento diferente. Para la galga instalada en el refuerzo se utilizó pegamento M-Bond 200³, mientras que para la galga instalada en el concreto se utilizó Lepage-12. Además, fueron impermeabilizadas para evitar que sean dañadas por la humedad del concreto.

La medición de las deflexiones se hizo con la ayuda de *Linear Variable Differential Transformer* (LVTD⁴ por sus siglas en inglés) instaladas en cada cuarto del tramo a lo largo de cada viga. Adicionalmente, se instalaron dos LVTDs de alta precisión (0.001 mm) en las posiciones de las primeras grietas para medir el ancho de las grietas, tal cual se puede apreciar en la Figura 14.



Figura 14 *LVDTs utilizados para medir la deflexión y los anchos de grieta*

Nota. Adaptado de El-Sayed (2006).

³ Se trata de un adhesivo que ha sido probado y certificado para su uso en la unión de galgas extensométricas. Presenta un excelente comportamiento para su uso general en aplicaciones de laboratorio y de campo a corto plazo.

⁴ Un LVDT es un dispositivo electromecánico tipo sensor que convierte el movimiento lineal de un objeto en una señal eléctrica proporcional. En ingeniería es utilizado para medir desplazamientos o deflexiones en estructuras sometidas a cargas.

En cuanto al procedimiento de prueba, las vigas fueron sometidas a flexión en cuatro puntos sobre el claro simplemente apoyado de 2750 mm, tal cual se visualiza en la Figura 15. Para la aplicación de la carga se utilizó un actuador MTS⁵ (*Material Testing System*) de bucle cerrado de 500 kN, el cual estuvo soportado por un marco de acero. La transferencia de la carga se realizó desde el actuador a la viga tipo I de acero, aplicada en todo el ancho del espécimen.

Figura 15

Esquema de la configuración de prueba de las vigas de ensayo



Nota. Adaptado de El-Sayed (2006).

⁵ Un actuador MTS de bucle cerrado es un dispositivo utilizado para aplicar cargas controladas de manera precisa y reproducible en pruebas de materiales y estructuras. El término "bucle cerrado" se refiere al sistema de control que usa el actuador.

La carga aplicada fue del tipo monotónica con velocidades controladas de 0.6 mm/min y fue medida por la celda interna del actuador. Tras la aparición de las dos primeras grietas se detuvo la carga. Los anchos de dichas grietas se midieron de forma manual con un microscopio de 50X⁶. Posterior a ello se instalaron los dos LVDT para registrar los anchos de fisura considerando incrementos paulatinos de la carga. Toda la información como la carga aplicada, los desplazamientos, los anchos de fisura y las lecturas de deformación fueron registradas electrónicamente con ayuda de un sistema de adquisición de datos conectados a una computadora.

Figura 16



Foto de la configuración de prueba de las vigas de ensayo

Nota. El-Sayed (2006).

⁶ Es un microscopio óptico que proporciona una ampliación de 50 veces (50X). Este tipo de microscopio permite examinar las fisuras con gran detalle y precisión, lo que es crucial en el análisis de materiales y estructuras para determinar su integridad y detectar posibles problemas o defectos.

2.5 Resultados del experimento

2.5.1 Comportamiento estructural y modos de falla por cortante

Las 15 vigas ensayadas que incluyeron las cuatro vigas de interés fallaron por tracción diagonal poco después de la formación de la grieta diagonal crítica, antes de alcanzar la capacidad de flexión de diseño, con excepción de la viga de control I-SN-0.8, que falló por tracción diagonal pero después de la fluencia del acero.

Las grietas por flexión se iniciaron en la zona de momento constante, es decir, entre las dos cargas concentradas. La fuerza cortante que inició el agrietamiento por flexión para cada viga ensayada es la mitad de la carga total aplicada, puesto que la carga concentrada se aplicó en dos puntos simétricos con respecto al centro del claro de cada viga. De esa forma, la fuerza cortante de fisuración para las vigas elaboradas con NSC estuvo comprendido entre 20.7-25.5 kN, mientras que las fabricadas con HSC osciló entre 29.5-35.0 kN. Los rangos mencionados comprendieron aproximadamente entre el 17 % al 35 % del corte último. A continuación, se muestra la Tabla 8 en la que se resume el contenido abordado líneas arriba, además de resaltar las cuatro vigas analizadas en la presente tesis.



45

Tabla 8

Resultados de las 4 vigas ensayadas

Viga	Carga de falla por cortante (kN)	Fisuración por flexión cortante (kN)	Carga de fisuración por corte (kN)	Cortante última (kN)	Ángulo de grieta de cortante mayor (°)	Deflexión de falla en el centro de la viga (mm)	Modo de falla
I-SH-1.7*	320	34	137.5	160	39	14.7	Tracción diagonal
I-CH-1.7	260	31	122.5	130	48	11.7	Tracción diagonal
I-SH-2.2*	368	35	175	184	45	12.2	Tracción diagonal
I-CH-2.2	348	31	160	174	45	15.7	Tracción diagonal

Nota. Adaptado de El-Sayed (2006).

En términos generales, las vigas reforzadas con acero, en promedio, resistieron más carga hasta la fisuración que las reforzadas con CFRP. Cuantitativamente, la carga promedio de fisuración de las vigas reforzadas con CFRP fue del 90 % de la carga promedio de fisuración resistida por las vigas reforzadas con acero. Dicha diferencia se puede atribuir a la diferencia de las rigideces axiales de los materiales de refuerzo empleados. Cabe mencionar que dichos resultados concuerdan con los resultados de la investigación de Tureyen (2001) el cual obtuvo que las vigas reforzadas con acero se agrietan con una carga significativamente mayor que la carga de agrietamiento por flexión de las vigas reforzadas con FRP.

2.5.2 Patrones de agrietamiento

Las cuatro vigas ensayadas mostradas en Figura 17 y Figura 18 presentaron patrones de grietas similares, no hubo diferencias significativas o importantes. Las primeras grietas tuvieron lugar en la región comprendida entre los puntos de aplicación de carga, puesto que, en dicho tramo, se originaron los mayores esfuerzos de tracción y los esfuerzos por cortante tendieron a cero. Estas grietas se caracterizaron por ser verticales y perpendiculares a la dirección del esfuerzo de tracción principal máximo inducido por flexión pura. El comportamiento de dichas grietas mostró que a medida que se incrementaba la carga, estas se hacían más anchas y a la vez otras aparecían en el tramo de cortante. Cabe indicar que, debido al predominio de los esfuerzos cortantes, las grietas inclinadas se propagaron hasta los puntos de carga, lo cual originó la falla final por tracción diagonal (El-Sayed, 2006).

Por último, y no menos importante, resaltar que varias de las vigas experimentaron un comportamiento adicional de falla. Se trata de un hendimiento en el concreto comprendido en el tramo de cortante inmediatamente después de la formación de la grieta de corte diagonal crítica. Esta falla secundaria se dio porque en vigas con HSC, la contribución por el mecanismo de trabazón de agregados es menos significativa que las fabricadas con NSC (El-Sayed, 2006).

Figura 17



Patrones de agrietamiento de las vigas I-SH-1.7 y I-CH-1.7

Nota. El-Sayed (2006).

Figura 18





Nota. El-Sayed (2006).

2.5.3 Curvas de carga vs deformación

Las cuatro vigas ensayadas, incluyendo las reforzadas longitudinalmente con acero, presentaron respuestas de carga vs deformación correspondientes a la naturaleza frágil de la falla por cortante (El-Sayed, 2006). En cada serie, el primer tramo del diagrama de carga vs deformación hasta la fisuración fue similar para todas las vigas, tal cual se aprecia en la Figura 19. Ello se debe a que, en dicho tramo, la curva representa el comportamiento del elemento no fisurado utilizando la inercia bruta de la sección transversal de concreto. En el segundo tramo se evidencia que hay mayor variación de las curvas obtenidas, dado que, en este tramo, la curva representa la viga en un estado fisurado en el que las inercias son menores, además de que depende también de la rigidez axial de las barras de refuerzo (El-Sayed, 2006).

Figura 19





Nota. Adaptado de El-Sayed (2006).

Asimismo, en la Figura 20 se puede observar que las rigideces a la flexión posterior a la fisuración fueron mayores en las vigas reforzadas con una mayor cuantía de refuerzo, tanto para CFRP como para acero, en comparación con las vigas con una menor cuantía. Este resultado demuestra el efecto de la relación de refuerzo en la respuesta carga vs deformación de las vigas ensayadas. Se evidenció que, a medida que aumenta la cantidad de refuerzo para el mismo tipo de material, la rigidez a la flexión posterior a la fisuración también aumenta (El-Sayed, 2006).

Figura 20



Diagramas de carga vs deformación de vigas (efecto de la cuantía de refuerzo)

Nota. Adaptado de El-Sayed (2006).

En los cuatro casos las deformaciones obtenidas oscilaron entre 11.7 y 15.7 mm, lo que corresponde a una relación de deflexión a tramo libre de 1/235 y 1/175, respectivamente. Las curvas "carga vs deformación" de las dos vigas construidas con cuantía de refuerzo de 1.7 y las correspondientes a las otras dos vigas con cuantía de refuerzo de 2.2, se muestra en la Figura 21. Además, en la misma figura se observa que la rigidez a la flexión posterior a la fisuración de las vigas reforzadas con CFRP es menor que la de las reforzadas con acero en ambos casos. Este resultado demuestra el efecto del módulo de elasticidad de las barras de refuerzo en la rigidez a la flexión posterior a la fisuración de las vigas, considerando constante la cuantía de refuerzo, tal cual se indica en la Tabla 4. Las deflexiones en el centro de las vigas se pueden visualizar en la Tabla 8. Finalmente, es importante destacar que las vigas no exhibieron fluencia en el material de refuerzo, ya que fallaron por cortante antes de alcanzar la capacidad de flexión de diseño (El-Sayed, 2006).

Figura 21

Diagramas de carga vs deformación de vigas (efecto del módulo de elasticidad de las barras de refuerzo)



Nota. Adaptado de El-Sayed (2006).

En resumen, en el presente Capítulo 2 se realizó un repaso del experimento de Ahmed Kamal El-Sayed Ahmed, que se centró en el ensayo de vigas de concreto reforzadas con diferentes tipos de refuerzo longitudinal y diversas cuantías para investigar la influencia del FRP en la resistencia a la cortante de vigas sometidas a flexión. Se proporcionó una visión general del alcance del estudio, seguido de una descripción detallada del experimento, incluyendo el proceso de fabricación de cada espécimen y los procedimientos de control durante el proceso. También se presentaron las propiedades más importantes de los materiales involucrados (concreto, CFRP y acero), junto con detalles sobre la instrumentación empleada, su colocación, mediciones realizadas y el procedimiento de prueba. Posteriormente, se revisaron los resultados del experimento, centrándose en el comportamiento estructural, los modos de falla por cortante, los patrones de agrietamiento y las curvas de carga vs deformación. Todas las vigas ensayadas presentaron una falla común por tracción diagonal. Además, se destacó que las vigas reforzadas con acero resistieron más carga hasta la fisuración que las vigas reforzadas con CFRP. En cuanto a los patrones de agrietamiento, todas las vigas mostraron patrones similares, sin diferencias significativas.

Capítulo 3

Applied Element Method y Extreme Loading for Structures

En el Capítulo 2 se revisó el experimento realizado por Ahmed Kamal El-Sayed Ahmed en 2006. Este experimento se centró en investigar la influencia del refuerzo longitudinal de FRP en la resistencia a cortante de vigas sometidas a flexión. Se abordaron diversos aspectos, desde la geometría de las vigas y las propiedades de los materiales hasta el modo de fabricación, la instrumentación utilizada, el procedimiento de prueba y las cargas aplicadas durante las pruebas. Los resultados obtenidos revelaron que las vigas ensayadas fallaron por cortante debido a tracción diagonal poco después de la formación de la grieta diagonal crítica antes de alcanzar la capacidad de flexión de diseño. El esfuerzo cortante en las vigas HSC fue superior al esfuerzo cortante de las vigas NSC, y las vigas reforzadas longitudinalmente con acero resistieron mayores cargas hasta la falla que aquellas reforzadas con CFRP, y estas a su vez resistieron más que las vigas reforzadas con GFRP. En cuanto a los patrones de agrietamiento, se encontró que todas las vigas, incluyendo las de interés, presentaron similitudes o no se identificaron diferencias significativas independientemente del tipo de refuerzo longitudinal empleado. Sin embargo, en el caso de las vigas HSC, se evidenció un tipo adicional de falla, que consistió principalmente en un hendimiento en el concreto del tramo de cortante. Finalmente, se presentaron las curvas carga vs deformación, las cuales indicaron a una naturaleza frágil propia de la falla por cortante.

En el presente Capítulo 3 se exploraron conceptos fundamentales para el desarrollo de la presente tesis como: la metodología AEM y su aplicación a través de la configuración del software ELS. El objetivo es proporcionar al lector una comprensión integral de esta nueva metodología y herramienta, diferenciándolas de otros conceptos similares. Esto dado que, dentro del campo estructural, existen numerosas herramientas y metodologías para simular el comportamiento estructural de diversos sistemas expuestos a diversas situaciones de falla. En cuanto al AEM se abordaron, desde aspectos básicos hasta detalles más complejos. Esto incluye desde explicaciones teóricas sobre sus características ventajosas en comparación con otros métodos, hasta los aspectos más avanzados como las rigideces de los resortes de enlace y las ecuaciones de movimiento de los elementos bajo el concepto de gran desplazamiento. Además, se realizó un contraste entre el AEM y el FEM, este último es uno de los métodos más utilizados en el análisis numérico de estructuras en la actualidad. También se presentan algunos estudios experimentales y simulaciones realizadas con AEM en vigas de concreto reforzadas con CFRP, brindando al lector una visión de los resultados que se obtienen con esta metodología. En cuanto al ELS, se proporciona sus características y funcionamiento. Se detallaron los materiales empleados, dividiéndolos en tres grupos: parámetros básicos, parámetros avanzados y propiedades numéricas del software. Por último, se explicó sobre los modelos constitutivos de los materiales utilizados, como el concreto, el acero y el CFRP.

3.1 Applied Element Method

El *Applied Element Method* (AEM) es un método eficaz para el análisis numérico de estructuras, el cual ha sido desarrollado por los investigadores Tagel-Din y Kimiro Meguro en 1996.

Este método constituye una de las herramientas más completas en la actualidad, dado que, combina las mejores funciones de dos de los métodos de análisis estructural más usados en el mundo. El primero es el *Finite Element Method* (FEM) que permite evaluar el desempeño de las estructuras antes de que alcancen daños significativos que involucre la separación de los elementos estructurales. El segundo y último es el Discrete *Element Method* (DEM) que, a su vez, emplea el *Distinct Element Method* para simular el comportamiento mecánico de materiales discontinuos como el suelo y la roca; el *Modified Distinct Method* que analiza las grietas del concreto y el *Extended Distinct Element Method* para simular la grietas por flexión en el cual se utilizan elementos esféricos o circulares para representar el agregado del concreto (Meguro, 2001). Sin embargo, a pesar de que el DEM admite la separación de elementos estructurales posterior a la falla, trabajar el desarrollo de modelos estructurales en un entorno DEM puede ser una tarea altamente compleja, además requiere grandes capacidades computacionales (Giammaria, 2021).

3.1.1 Características del AEM

En un entorno AEM, las estructuras se discretizan en pequeños elementos rígidos. Estos elementos rígidos son prismas que pueden transformarse en hexaedros irregulares de ocho nodos para conseguir cualquier geometría compleja según se requiera.

Figura 22

Elementos en AEM



Nota. Adaptado de Applied Science International (2004).

Los elementos sólidos se unen de manera automática a través de los *Matrix Springs* en sus caras adyacentes, permitiendo la continuidad de la estructura. Los *Matrix Springs* son una

de las dos clases de resortes que se disponen en un entorno AEM. Estos resortes se disponen de forma normal para resistir los esfuerzos normales o de forma tangencial para resistir los esfuerzos cortantes. Estos en conjunto representan a un determinado material estructural (principal) que puede ser el concreto en una viga, el acero en un perfil, la mampostería en un muro, etc. La participación de estos resortes permite conocer de manera precisa las deformaciones, los esfuerzos y los modos de falla de la estructura analizada.

Cada resorte presenta un límite elástico correspondiente con el límite de deformación permitido según la naturaleza del material. La deformación de los resortes por encima del límite permitido origina que estos fallen por rotura. Para el análisis restante, el sistema elimina automáticamente dichos resortes y los elementos afectados, aun si entraran nuevamente en contacto, se comportarán como dos cuerpos rígidos separados. De esa forma, el sistema actualiza la matriz de análisis de forma constante, permitiendo un estudio preciso de la propagación de las grietas en la estructura (Applied Science International, 2004).

Figura 23

Discretización de estructuras en AEM y representación de los resortes para el concreto



Nota. Adaptado de Applied Science International (2004).

La segunda y última clase de resortes disponibles son los *Reinforcement Springs*. *Estos* representan el material de refuerzo como, por ejemplo, las barras de acero o las barras de CFRP en un elemento de concreto reforzado. Al igual que los *Matrix Springs*, también se disponen en

forma normal y tangencial, resistiendo esfuerzos normales como de cortante respectivamente, tal cual se aprecia en la Figura 24.

Figura 24

Representación de las barras de CFRP en un elemento de concreto armado



Nota. Adaptado de Applied Science International (2004).

Para ampliar el conocimiento sobre los resortes presentes en los modelos dentro de un entorno AEM, es fundamental profundizar en este tema. Es importante destacar que cada par de resortes, tanto normales como tangenciales, no solo sirven para unir elementos rígidos, sino que también desempeñan un papel crucial en la representación de las tensiones y deformaciones totales dentro de su área de influencia. Esta función se ilustra en la la Figura 25 (Elkholy & Meguro, 2004).



Figura 25 *Área de influencia de cada par de resortes normal y cortante*

Nota. Elkholy & Meguro (2004).

Asimismo, para efecto de estudio, los investigadores plantearon inicialmente algunas formulaciones (Ecuación 2) para el cálculo de la rigidez normal y cortante de cada resorte. Aunque estas formulaciones demostraron ser precisas y aplicables en una variedad de casos de ingeniería, surgieron dificultades al aplicarlas en estructuras que requerían perfiles de acero, como grandes edificios estructurados con este material. En tales casos, era necesario emplear elementos de tamaño reducido para adaptarse a los cambios bruscos de grosor en los distintos perfiles disponibles (Elkholy & Meguro, 2004).

$$K_n = \frac{E * d * T}{a}$$
; $K_s = \frac{G * d * T}{a}$ Ecuación 2

Donde: "d" representa la distancia entre cada resorte, "a" es la longitud del área de influencia, "E" es el módulo de Young del material, "G" es el módulo de corte del material y finalmente "T" representa el espesor del elemento el cual es constante para todos los resortes unidos al elemento.

Para abordar las deficiencias mencionadas y ampliar su aplicabilidad se implementaron dos extensiones importantes al AEM. El primer cambio consistió en mejorar los elementos para que pudieran adaptarse a cualquier cambio en el espesor de la sección, así como a variaciones en la rigidez a cortante. Con las formulaciones mejoradas (Ecuación 3), ahora es posible utilizar elementos de gran tamaño con los mismos parámetros geométricos de la sección transversal que la normal, la rigidez a cortante y flexión (Elkholy & Meguro, 2004).

$$K_n^i = \frac{E * d * T_n^i}{a} ; K_s^i = \frac{G * d * T_s^i}{a}$$
 Ecuación 3

Donde: $(T_n^i) \ y \ (T_s^i)$ son los espesores de los resortes normales y cortantes respectivamente, $(K_n^i) \ y \ (K_s^i)$ son la matriz de rigidez del resorte normal y rigidez del resorte cortante, "d" es la distancia entre cada resorte y se puede tomar como dos componentes $(d_x \ y \ d_y)$ que corresponden a la coordenada relativa del punto de contacto con respecto al centro de gravedad. Por último, en el caso de las variables "E, G y a", estas representan al módulo de Young, módulo de corte y longitud del área de influencia respectivamente. A continuación, se muestra en la Figura 26 una ilustración de estas variables mencionadas.

Figura 26

Punto de contacto entre elementos rígidos



Nota. Adaptado de Elkholy & Meguro (2004).

La segunda y última mejora se centró en la ecuación del movimiento. Inicialmente, la ecuación diferencial formulada gobernaba la respuesta de la estructura bajo el concepto de pequeños desplazamientos. Con la mejora implementada (Ecuación 4), ahora se puede analizar un mayor abanico de casos, como los colapsos progresivos que implican grandes desplazamientos (concepto introducido por Tagel Din) bajo cargas estáticas y dinámicas.

$$[\mathbf{M}][\Delta \mathbf{U}] + [\mathbf{C}][\Delta \mathbf{U}] + [\mathbf{K}]{\mathbf{A}\mathbf{U}} = \Delta \mathbf{f}(\mathbf{t}) + \mathbf{R}_{\mathbf{m}} + \mathbf{R}_{\mathbf{G}}$$
 Ecuación 4

Donde: " R_m " representa el vector de fuerza residual por fisuración e incompatibilidad entre deformación y esfuerzo de cada resorte y " R_G " el vector de fuerza residual debido a cambios geométricos en la estructura durante la carga. Asimismo, [M] es la matriz de masa, [C] es la matriz de amortiguamiento y [K] es la matriz de rigidez no lineal, $\Delta f(t)$ es el vector de carga aplicada incremental y [$\Delta \ddot{U}$], [$\Delta \dot{U}$] y {AU} son los vectores de aceleración incremental, variación de la velocidad y variación del espacio respectivamente.

3.1.2 Contraste entre el AEM y el FEM

Si bien tanto el AEM como el FEM son métodos de análisis estructural, existen diferencias importantes que destacan al AEM del FEM. Una de las diferencias radica en la manera en que se obtiene la matriz de rigidez. En el AEM, la matriz de rigidez depende de los resortes, mientras que en el FEM depende directamente de los elementos y de su conexión a través de sus nodos.

Otra diferencia significativa se encuentra en la capacidad para simular el comportamiento de agrietamiento de las estructuras. El FEM es ampliamente utilizado para representar el agrietamiento de estructuras, pero su conexión directa a través de sus nodos presenta limitaciones. Esta conexión no permite desplazamientos independientes de los elementos ni su separación, lo que dificulta el estudio eficaz del agrietamiento y la representación del colapso progresivo de las estructuras. Aunque algunos investigadores han aplicado diferentes técnicas de la mano del FEM para mejorar estas limitaciones, en general, no han logrado el éxito esperado (Applied Science International, 2004).

Figura 27

Cualidades del AEM y FEM



Nota. Adaptado de Applied Science International (2004).

La primera técnica aplicada es *Smeared Crack Approach*. Esta técnica tiene la desventaja de no mostrar una grieta física debido a que las grietas se modelan implícitamente dentro del elemento (Okamura & Maekawa, 1991), no presenta una geometría específica y no hay continuidad entre grietas, tal como se ilustra en la Figura 28.

Figura 28

Enfoque de grietas físicas en FEM



Nota. Adaptado de Applied Science International (2004)

La segunda técnica es el *Discrete Crack Approach*, como se ilustra en la Figura 29. Esta técnica depende de la experiencia o habilidad del investigador para predefinir la ubicación de las grietas. Si bien predefinir las ubicaciones de las grietas puede funcionar en algunos casos sencillos, no es factible para simulaciones de colapso progresivo, ya que el comportamiento de falla es desconocido en estos casos (Rots & Blaauwendraad, 1989).

Figura 29





Nota. Rots and Blaauwendraad (1989).

Por último, está la técnica de *Moving Mesh Techniques*, que, aunque simula las grietas de manera más efectiva que las dos anteriores, es una técnica que no permite simular más de dos grietas y no sería aplicable para representar el comportamiento del colapso en materiales frágiles (Cervenka, 1994). En la Figura 30 muestra algunos ejemplos de esta técnica.

Figura 30

Técnica de malla móvil para la propagación de fisuras en cortante



Nota. Cervenka (1994).

En AEM, la transición entre elementos de gran tamaño a elementos pequeños solo requiere la consideración de zonas con diferente tamaño de malla. Sin embargo, en el FEM, dicha transición debe realizarse mediante técnicas especiales de mallado que garanticen una conectividad óptima. En la Figura 31 se puede apreciar lo mencionado.

Figura 31

Refinamiento en el mallado según el método de análisis



Nota. Adaptado de Applied Science International (2004).

3.2 Estudios del AEM en Vigas con CFRP

Aunque tanto el AEM como el FRP han sido objeto de estudio de numerosas investigaciones, especialmente en las últimas dos décadas, son escasos los estudios específicos sobre AEM en elementos de concreto reforzados con barras de CFRP. La mayoría de las investigaciones realizadas se han centrado en el estudio de elementos de concreto reforzados con acero bajo diferentes escenarios de cargas, utilizando diversos métodos numéricos de análisis como FEM, DEM, AEM, entre otros. A continuación, se presentarán algunos casos disponibles que muestran el potencial del AEM como método de análisis numérico y el CFRP como alternativa de refuerzo en vigas de concreto.

3.2.1 Viga rectangular de concreto simple reforzada con CFRP

Wem-Wei, W & Li, G (2005), investigaron experimentalmente los efectos de la carga inicial y el historial de carga sobre la resistencia última de las vigas de concreto armado reforzadas externamente con CFRP. En total ensayaron seis vigas de concreto armado reforzadas a flexión con CFRP sujetas a diferentes cargas sostenidas. Los parámetros principales incluyeron diferentes niveles de cargas sostenidas e historial de cargas. Los resultados de dicho estudio mostraron que el refuerzo externo con CFRP incrementa la capacidad de carga de las vigas dañadas por la carga en un 22.5 a 41.2 %. Si, la carga inicial es la misma, la resistencia última de las vigas de CR reforzadas con CFRP es en efecto la misma independientemente del historial de carga en el momento del refuerzo. Los niveles de carga sostenida en el momento del refuerzo tienen una influencia importante en la resistencia última de las vigas de con CFRP.

Figura 32





Nota. Adaptado de Wen-Wei & Li (2005).

El *Applied Science International* (2021), utilizó el AEM a través del ELS para simular una de las vigas de concreto armado simplemente apoyada reforzada con CFRP bajo carga en cuatro puntos del experimento de Wem-Wei, W & Li, G (2005). En cuanto a las características geométricas, la sección transversal de la viga fue de 150 y 250 mm de ancho y peralte respectivamente. La longitud del claro libre entre los apoyos fue de 2400 mm. La configuración del refuerzo del CFRP fue en la cara inferior o zona en tracción, tal como se aprecia en la Figura 33. Asimismo, como propiedades mecánicas de los materiales se tuvo que la resistencia a la compresión del concreto fue de 330 kg/cm² y módulo de Young igual a 333466 kg/cm². En el caso del CFRP, el módulo de Young fue, 2161798 kg/cm² y límite elástico de 34169 kg/cm².

Figura 33

Detalle de la viga (dimensiones en mm)



Nota. Adaptado de Applied Science International (2021).

A continuación, en la Figura 34 se muestra el modelo ELS de la viga analizada:

Figura 34

Viga de concreto armado reforzada con CFRP (Modelo ELS)



Nota. Adaptado de Applied Science International (2021).

Como parte del programa de simulación se analizó la curva carga vs deflexión y el patrón de agrietamiento. Comparando la carga vs deflexión del ELS con la del experimento real, se observa una gran similitud. La Figura 35 muestra que el comportamiento está bien predicho tanto en la etapa elástica como en las etapas posteriores.





Nota. Adaptado de Applied Science International (2021).

En cuanto al patrón de agrietamiento de la viga obtenido con ELS (Figura 36), en comparación con el patrón de agrietamiento obtenido experimentalmente (Figura 37), se puede apreciar que son muy similares. Ambas figuras muestran que los detalles más importantes, como las grietas y la falla del CFRP, han sido predichos exitosamente.

Figura 36

Patrón de agrietamiento de la viga, obtenido del ELS



Nota. Adaptado de Applied Science International (2021).



Nota. Adaptado de Applied Science International (2021).

Considerando los resultados obtenidos, se concluye que el AEM pudo analizar y predecir con éxito el comportamiento de la viga de concreto armado simplemente apoyada reforzada con CFRP bajo carga en cuatro puntos del experimento expuesto.

3.2.2 Vigas tipo T de concreto simple reforzadas con CFRP

Hakan, N (2005) realizó un estudio experimental para contrastar algunas técnicas de refuerzo empleando tendones de CFRP y acero en vigas de concreto tipo T. Estas técnicas fueron: el refuerzo externo pretensado y el refuerzo con varillas montadas cerca de la superficie (NSMR por sus siglas en inglés). En total se ensayaron ocho vigas de concreto, de las cuales siete fueron reforzadas con y sin pretensado y una viga de referencia sin refuerzo alguno. En la Figura 38 se muestra la viga que fue reforzada con tendones de CFRP de 8 mm de diámetro y dimensiones de 6000 mm de largo y 500 mm de peralte. Esta fue sometida bajo carga aplicada en dos puntos, ubicados a 2500 mm y 3500 mm desde las caras extremas respectivamente. Los resultados obtenidos evidenciaron un buen comportamiento en las vigas ensayadas, incluyendo aquella reforzada con tendones de CFRP. Ambas técnicas aumentaron notablemente la capacidad de carga y mejoraron el comportamiento hasta la falla, independientemente del tipo de refuerzo.

Figura 38

Figura 37

Configuración de la viga NSC tipo T reforzada con CFRP (experimento real)



Nota. Adaptado de Hakan (2005).



Nota. Adaptado de Hakan (2005).

Figura 40

Tendones de CFRP durante la prueba del experimento real



Nota. Hakan (2005).

El *Applied Science International* (2021) realizó por su parte la simulación del comportamiento de una viga simplemente apoyada externamente pretensada con tendones de CFRP y sometida a carga en cuatro puntos. Esta viga pertenece al experimento realizado por

Hakan, N, (2005). En el experimento real se usó una fuerza de pretensado de 180.15 kN. La geometría y el detalle del refuerzo se muestra en la Figura 41.

Figura 41

Geometría de la viga con tendones de CFRP (dimensiones en mm)



Nota. Adaptado de Applied Science International (2021).

Los materiales que se emplearon fueron un concreto simple de resistencia a la compresión de 350 kg/cm² y resistencia la tracción de 29 kg/cm²; tendones de CFRP con resistencia última de 2800 N/mm² y módulo de Young de 160 x 103 N/mm²; y, por último, acero de refuerzo con un límite elástico de 496 N/mm². A continuación, se muestra el modelo ELS de la viga en la Figura 42.

Figura 42. *Modelo ELS*



Nota. Adaptado de Applied Science International (2021).

Por otro lado, es importante destacar que los resultados obtenidos con el ELS, representados en la curva carga vs deflexión, fueron similares a los obtenidos en el experimento real, como se muestra en la Figura 43. Se puede apreciar claramente que el comportamiento está predicho correctamente en cada una de las etapas: la etapa elástica, la etapa posterior al agrietamiento y la etapa posterior a la fluencia del acero. Esto demuestra que el ELS es capaz de obtener con éxito la respuesta general.

Figura 43

Contraste de la curva carga vs deflexión del ELS vs la obtenida con el experimento real



Nota. Adaptado de Applied Science International (2021).

En conclusión, el ELS basado en el AEM fue capaz de simular con éxito el comportamiento de la viga de concreto tipo T reforzada externamente con tendones de CFRP, tal como se observó en el experimento.

3.3 Extreme Loading for Structures

El *Extreme Loading for Structures* (ELS), es un software desarrollado por la *Applied Science International* (ASI). Constituye una herramienta eficaz para el análisis numérico de estructuras, ya que se basa en el *Applied Element Method* (AEM), que admite la separación de los elementos en el mallado. Además, el ELS es capaz de analizar y predecir el comportamiento completo de la estructura en todas sus etapas de una forma que no requiere de una experiencia especializada del usuario. Desde el inicio de la aplicación de la carga, pasando por el agrietamiento, el gran desplazamiento, la separación completa de los elementos, el colapso progresivo y hasta los efectos de la caída de escombros. Todo ello por medio de una interfaz amigable e intuitiva de manejar.

3.3.1 Características del software

Analizar estructuras con un software como el ELS resulta muy ventajoso, ya que es una herramienta potente con funciones de modelado avanzadas y criterios exhaustivos de análisis numérico. Además, a diferencia de otros softwares, el ELS ofrece una interfaz y un entorno de modelado sencillo de manejar.

Otro aspecto importante del ELS es que gracias a que emplea un nuevo método de análisis estructural (AEM), permite analizar automáticamente el comportamiento estructural durante los modos elásticos e inelásticos, incluida la cesión automática de refuerzo, detección y generación de rótulas plásticas, pandeo y postpandeo, propagación de grietas, acción de membrana y efecto P-Delta⁷, y separación de elementos. Asimismo, es capaz resolver modelos complejos a gran escala en una décima del tiempo requerido por cualquier otro software que esté basado en el FEM (Applied Science International, 2020). Además, optimiza el tiempo del mallado gracias a la conectividad automática de los elementos estructurales, cuenta con funciones rápidas y permite la importación de mallas de otros softwares.

Finalmente, es de suma importancia tener en cuenta que el ELS como tal se divide en tres paquetes principales: ELS *modeler*, el ELS *solver* y el ELS *viewer*. El ELS *modeler* se trata de un entorno donde el usuario construye el modelo tomando en cuenta las dimensiones de cada uno de los elementos involucrados, las propiedades, las condiciones de contorno, los tipos de carga, los escenarios de carga, etc. El ELS *solver* por su parte, es un entorno donde se realiza la simulación que consiste en correr el programa para la obtención de los resultados. Tercero y último está el ELS *viewer* que no es otra cosa que un entorno donde el usuario podrá visualizar los resultados cuadro por cuadro a medida que se ejecute el *solver*, además aquí se podrá realizar una serie de tareas de procesamiento tanto para analizar los resultados como para exportar presentaciones e informes detallados de los materiales según se requiera. A continuación, en la Figura 44 se puede apreciar de manera resumida el proceso que se debe seguir en el ELS *modeler*.

⁷ El efecto P-Delta es un fenómeno que se produce en estructuras debido a la interacción entre las fuerzas de gravedad (P) y las cargas laterales (Delta) que generan desplazamientos laterales en la estructura. En el análisis estructural, es importante tener en cuenta este efecto para garantizar un diseño seguro y eficiente de las estructuras, especialmente en aquellas sujetas a cargas laterales significativas, como viento o sismo.

Figura 44



Pasos básicos para construir un modelo en ELS

Nota. Adaptado de Applied Science International (2021).

3.3.2 Parámetros básicos de los materiales

3.3.2.1 Módulo de Young (*Young's Modulus*). El módulo de Young, o también conocido como módulo de elasticidad, es una propiedad básica que define el comportamiento de un determinado elemento. Se obtiene de la relación entre la tensión longitudinal y la deformación en el rango elástico. Esta propiedad juega un papel importante sobre todo en las deformaciones en el rango elástico de cualquier estructura. Las unidades de este parámetro deben estar en: [Fuerza]/[Distancia]² o [M][L]⁻¹[T]⁻² (Applied Science International, 2004).

Según el *American Concrete Institute* (2019), el módulo de Young para el concreto se puede calcular utilizando la Ecuación 5.

$$\mathbf{E}_{\mathbf{c}} = \mathbf{W}_{\mathbf{c}}^{1.5} \mathbf{0}. \mathbf{14} \sqrt{\mathbf{f}' \mathbf{c}}$$
 Ecuación 5

Donde: E_c es el módulo de elasticidad del concreto (kg/cm²), W_c es el peso específico del concreto (kg/m³) y f'c es la resistencia a la compresión del concreto (kg/cm²).

Con respecto al CFRP, el ACI 440.1R-15 establece un rango de valores de 120.0 a 580.0 GPa para este parámetro. Este rango se ha definido considerando una composición volumétrica de fibras de CFRP en el rango de 0.5 a 0.7. A pesar de contar con esta información, se optó por no usar dicho rango en la presente investigación, ya que no se ajusta a las características de las barras de CFRP empleadas. Esto se debe a que el volumen de fibras utilizado en la elaboración de las barras de CFRP fue de 0.73, superando el rango mencionado. Por lo tanto, se utilizó un valor específico de 135 GPa para este parámetro con una variación de +/- 5 GPa. Este valor fue proporcionado directamente por el proveedor de las barras de CFRP utilizadas como refuerzo en las vigas ensayadas por El-Sayed. Esta información se puede consultar en la Tabla 6.

Figura 45

Módulo de Young del concreto, del acero y del CFRP



Nota. Adaptado de Applied Science International (2021).

3.3.2.2 Módulo de corte (*Shear Modulus*). El módulo de corte se define como la relación entre el esfuerzo cortante y la deformación dentro del rango elástico. Dimensionalmente, se representa como [Fuerza]/[Distancia]² (Applied Science International, 2004). Por su parte, el *American Concrete Institute* (2019) ha propuesto la Ecuación 6 para calcular este parámetro tanto para el acero como para el concreto. Esta ecuación relaciona el módulo de Young con el módulo de corte a través de un parámetro conocido como coeficiente de Poisson.

$$\mathbf{G} = \frac{\mathbf{E}}{\mathbf{2}(\mathbf{1} + \mathbf{v})}$$
Ecuación 6

Donde: "G" es el módulo de corte, "E" es módulo de Young y el "v" es el coeficiente de Poisson.

Asimismo, es importante que el lector sepa que cada material tiene su propio coeficiente de Poisson. El concreto, por ejemplo, presenta un coeficiente de Poisson de 0.25, según el (ACI committee 318, 2019). En el caso del acero, el coeficiente de Poisson recomendado para usos en ingeniería es de 0.3, según el (American Institute of Steel Construction (AISC), 2017).

Por otro lado, la Ecuación 6 se emplea también para calcular el módulo de corte del CFRP, según (Gupta, 2019). El valor de Poisson para las fibras de CFRP es de 0.20, según la *Fédération Internationale du Betón* (FIB) (2007), lo cual también concuerda con Vasiliev & Morozov, 1998, como valor típico del coeficiente de Poisson para materiales compuestos de CFRP. Utilizando este coeficiente de Poisson en la Ecuación 6, se obtuvo un módulo de corte para las barras de CFRP de 573590.37 kg/cm².

3.3.2.3 Peso específico (*Specific Weight*). El peso específico se obtiene como el producto entre la masa específica y la aceleración gravitacional. La masa específica es la cantidad de masa por unidad de volumen de un determinado material. En el caso de que este valor resulte cero, significa que no se debe considerar el peso propio del elemento ni tampoco el efecto dinámico. Según el *American Concrete Institute*, 2019, el peso específico para el concreto y el acero es de 0.0024 kg/cm³ y 0.00785 kg/cm³ respectivamente. No obstante, en el caso del acero se aceptan variaciones de hasta +-2 % de acuerdo con la ASTM International, 2021.

Para un material compuesto de FRP como el CFRP, la densidad usualmente oscila entre 1.5 y 1.9 g/cm³, que es mucho menor que la densidad del acero (7.8 g/cm³) o el aluminio (2.7 g/cm³). La densidad de estos materiales (FRP) se puede determinar mediante la Ecuación 7. Esta ecuación toma en cuenta las propiedades de las fracciones constituyentes de los componentes de dicho material (matriz y fibra).

$$\rho_{C} = \rho_{f} * V_{f} + \rho_{m} * V_{m}$$

Ecuación 7

Donde:

 $\rho_{\rm C}$: Densidad del compuesto de CFRP.

 ρ_f : Densidad de la fibra.

 ρ_m : Densidad de la matriz.

V_f: Fracción de volumen de la fibra.

V_m: Fracción de volumen de la matriz.

En la Tabla 9 se muestran algunos rangos de densidades de las barras de CFRP. Estos valores corresponden para una fracción volumétrica de fibra de carbono en el rango de 0.5 a 0.75.

Tabla 9

Densidades de las barras de CFRP (kg/m³)

MATRIZ FRP	Polyester	Ероху	Vynilester
CFRP	1430-1650	1440-1670	1440-1630

Nota. Adaptado de Fédération Internationale du Béton (FIB), (2007).

De la Tabla 9 y considerando que el porcentaje volumétrico de fibras de carbono utilizado en la fabricación de las barras de CFRP, utilizadas en el experimento real, fue del 73 %, se obtuvo que el peso específico de las barras de CFRP es de 0.0016148 kg/cm³.

3.3.2.4 Coeficiente de fricción (*Friction Coefficient*). El coeficiente de fricción es un factor adimensional. Dicho factor es importante para calcular la envolvente de falla por cortante-compresión y la fricción de contacto entre diferentes elementos, como se muestra en la Figura 46 (Applied Science International, 2004).

Figura 46

Fricción de contacto entre dos elementos



Nota. Adaptado de Applied Science International (2004).

En la mayoría de los modelos para el concreto y el acero, el valor empleado en el ELS como resultado de calibraciones previas es de 0.8 de acuerdo con el *Applied Science International*, 2004. Este valor está dentro del rango 0.6 a 0.8 para concretos y aceros convencionales, de acuerdo con (ASTM International, 2016) y (Holmberg, 2003). No obstante, el rango del concreto convencional también puede ser empleado para concretos de alta resistencia, aunque es importante tener en cuenta que, en el caso del concreto HSC, el coeficiente de fricción puede verse afectado por el acabado y la textura de la superficie, que puede ser diferente para este tipo de concretos dado su diseño y composición de mezcla únicos (Poon, Kou, Lam, & Fung, 2006).

Por otro lado, con respecto al CFRP, este parámetro suele oscilar entre 0.5 y 0.6, según (Song Yuan & Hadi, 2018). En este caso, se optó por utilizar 0.55, que representa un valor intermedio dentro de este rango.

3.3.2.5 Resistencia máxima a la compresión (*Maximum Compressive Strength*). La resistencia máxima a la compresión del concreto es la magnitud con la cual la concreta falla por compresión. Esta magnitud se expresa dimensionalmente como [Fuerza]/[Distancia²] y se expresa en unidades de (kg/cm²). En el caso del concreto utilizado en el ELS, se empleó un valor de 642.60 kg/cm², según el experimento real de El-Sayed, 2006.

Para el CFRP, este valor se calculó de acuerdo con la ACI 440.R-15 como el 78 % de su resistencia la tracción, lo cual resultó 6116.46 kg/cm^2 .

3.3.2.6 Resistencia a la tracción (*Tensile Strength/ Maximum tensile stress*). La resistencia a la tracción es el esfuerzo último de tracción que puede soportar un determinado material. El análisis dimensional de la resistencia a la tracción es [Fuerza]/[Distancia²] o lo que es lo mismo [Masa*Distancia/seg²]/[Distancia²]. Esta propiedad se puede definir en función del tipo de material. Por ejemplo, en el concreto se define como el esfuerzo de tracción que produce la fisuración, mientras que en las barras de refuerzo como el acero o el CFRP, la resistencia a la tracción es la máxima resistencia a la tracción a la que se rompen las barras de refuerzo como se puede apreciar en la Figura 47 y Figura 48 respectivamente.

Figura 47





Nota. Adaptado de Applied Science International (2004).

La resistencia a la tracción del concreto suele ser considerablemente menor que su resistencia a la compresión. Calcular este parámetro en el concreto mediante ensayos es complejo. Tampoco se dispone de una ecuación directa para calcular la resistencia a la tracción a partir de su resistencia a la compresión porque no existe una relación directa entre ambas propiedades. No obstante, para fines de estudio, existen ecuaciones empíricas que se pueden emplear para estimar la resistencia a la tracción a partir de la resistencia a la compresión. Uno de los investigadores que ha abordado este tema es Neville, A. M (2011), quien propuso la siguiente ecuación empírica para tal propósito.

$$f_t = 0.7\sqrt{f'c}$$
 Ecuación 8

Donde: f_t : Resistencia a la tracción del concreto (MPa).

f'c: Resistencia a la compresión (MPa).

En ese sentido, se realizaron los cálculos previos considerando las conversiones de unidades respectivas y se obtuvo que la resistencia a la tracción es 56.70 kg/cm².

La JSCE-E 131 (1995), calcula la resistencia a la tracción del CFRP de acuerdo con la Ecuación 9 redondeando a tres dígitos significativos.

$$\mathbf{f}_{\mathbf{u}} = \mathbf{F}_{\mathbf{u}} / \mathbf{A}$$
 Ecuación 9

Donde: f_u : Resistencia a la tracción (N/mm²).

F_u: Capacidad de tracción (N).

A: Área nominal de la sección transversal de una probeta (mm).

No obstante, el ACI *Committee* 440 (2006) propone la Ecuación 10 para determinar la resistencia a la tracción de las barras de CFRP reducida por los efectos del ambiente.

$$\mathbf{f}_{\mathbf{fd}} = \mathbf{C}_{\mathbf{E}} * \mathbf{f}_{\mathbf{fu}}^*$$
Ecuación 10

Donde:

 f_{fu} : Resistencia a la tracción de diseño del FRP (N/mm²)

C_E: Factor de reducción por efectos del ambiente

f^{*}_{fu}: Resistencia a la tracción característica del FRP (N/mm²)

Para el caso del CFRP, el *Applied Science International* (2004) no detalla un gráfico de la resistencia a la tracción como si lo muestra para el concreto y el acero. No obstante, la JSCE-E 131 (1995), propone el gráfico de fuerza de tensión o esfuerzo normal vs deformación para diseño por estado límite último para la familia de los FRP. Dicho gráfico ha sido adaptado para fines prácticos de la presente investigación y con esto se busca que el lector conozca que la resistencia a la tracción del CFRP gráficamente es muy diferente a la resistencia a la tracción del concreto y del acero.
Figura 48

Resistencia a la tracción del CFRP



Nota. Adaptado de JSCE-E 131 (1995).

3.3.2.7 Resistencia al corte (*Shear Strength*). La resistencia al corte se puede entender como la resistencia de un determinado material a corte puro donde los esfuerzos de compresión son nulos. Dimensionalmente, se expresa como [Fuerza]/[Distancia²]. Las unidades en las que se expresa este parámetro para ingresar en el ELS son (kg/cm²).

Ahora bien, para el caso del concreto, este parámetro se podría calcular con la Ecuación 11 empleada por los investigadores Maekawa, Pimanmas & Okamura (2003).

Shear Strength =
$$3.83 * \sqrt[3]{f'c}$$

Ecuación 11

Donde: f'c: Resistencia a la compresión del concreto en MPa.

La resistencia al corte para el concreto, obtenida con dicha ecuación a partir de la resistencia a la compresión experimental, fue de 155.40 kg/cm^2 .

Por otro lado, en el caso del CFRP, este parámetro se puede calcular a partir de la Ecuación 12 de acuerdo con Gay, et al (2019) para materiales compuestos.

$$\tau = 0.5 * \sigma \tan * (V_f * E_f) / [(1 - V_f) * E_m + V_f * E_f]$$
Ecuación 12

Donde: τ: Resistencia al corte del CFRP (GPa).

σtan: Resistencia a la tracción de las fibras de CFRP (GPa).

V_f: Fracción de volumen de la fibra.

E_f: Módulo de Young de la fibra (GPa).

E_m: Módulo de Young de la matriz (GPa).

Haciendo uso de dicha ecuación y realizando las conversiones respectivas se obtuvo que la resistencia al corte de las barras de CFRP es de 3742.26 kg/cm².

3.3.3 Parámetros avanzados de los materiales

3.3.3.1 Esfuerzo de fluencia (*Tensile Yield Stress*). Es el esfuerzo de tracción al que cede el acero. Las barras de CFRP, por su parte, no tienen esfuerzo de fluencia ya que su comportamiento bajo cargas de tracción es linealmente elástico hasta la falla (Applied Science International, 2004). El valor de este parámetro para las barras de acero empleadas y brindadas por El-Sayed (2006) como parte de su investigación fue 460 MPa.

Figura 49

Esfuerzo de fluencia



Nota. Adaptado de *Applied Science International* (2004).

3.3.3.2 Esfuerzo de fluencia a compresión (*Compressive Yield Stress*). Es el esfuerzo de compresión al que cede el acero. Sin embargo, es importante destacar que las barras de CFRP no tienen la capacidad de fluir bajo cargas de compresión, por lo que el concepto de esfuerzo de fluencia a compresión no se aplica a ellas (Applied Science International, 2004). En el caso del acero, el valor para este parámetro es el mismo que para el *tensile yield stress* (460 MPa). No obstante, en el ELS solo se ingresa el *yield stress* (f'y) que corresponde con el esfuerzo de fluencia a tensión y a compresión.

Figura 50





International (2004).

3.3.3.3 Esfuerzo último / esfuerzo de fluencia (*Ultimate Strength / Yield Stress Ratio*). Esta propiedad se relaciona en mayor medida con acero de refuerzo, aluminio y materiales que se modelan como bilineales, es decir, no aplica para el CFRP. Esta propiedad de naturaleza adimensional se define como la relación entre el esfuerzo último y el esfuerzo de fluencia (límite elástico). El rango predeterminado oscila entre 1.11 y 1.67, pero es recomendable usar un valor alto en caso no se requiera cortar el material intencionalmente (Applied Science International, 2004).

De esta forma, el valor de este parámetro para el acero empleado (No. 15= 16 mm) fue de 1.326, calculado a partir del esfuerzo de fluencia (610 MPa) y el esfuerzo último (460 MPa) obtenidos por El-Sayed (2006) como parte de su investigación experimental. Dicha información se puede corroborar en la Tabla 7.

Figura 51

Esfuerzo último/Esfuerzo de fluencia (acero)



Nota. Adaptado de *Applied Science International* (2004).

3.3.3.4 Coeficiente de expansión de temperatura lineal (*Linear Temperature Expansion Coefficient*). Los materiales suelen experimentar variaciones en la temperatura, sobre todo en los resortes de conexión, lo cual podría ocasionar deformaciones locales. Por lo tanto, los coeficientes de expansión de temperatura lineal, también conocido como coeficiente de expansión térmica, desempeñan un papel importante. En este sentido, el ELS permite a cada usuario definir este parámetro para cada material, así como también la distribución de la temperatura alrededor del elemento. El cálculo de las deformaciones en cada resorte se realiza mediante la Ecuación 13, según lo establecido por (Applied Science International, 2004).

 $\varepsilon = \alpha \Delta T$ Ecuación 13

Donde: α : Coeficiente de expansión térmica.

ΔT: Cambio de temperatura.

En el caso del CFRP, la JSCE-E 534-1995 recomienda emplear coeficientes de expansión térmica el rango de $-0.6*10^{-6}$ °C a $1*10^{-6}$ °C. No obstante, en la presente investigación se optó por utilizar los valores predetermidados del ELS ($1.45*10^{-5}$ /°C para el concreto y CFRP, y $1.30*10^{-5}$ /°C para el acero), ya que las simulaciones no consideraron variaciones de temperatura.

3.3.3.5 Deformación última de tensión/ Compresión (*Tensile/ Compressive Ultimate Strain***).** Es la deformación unitaria que corresponde al esfuerzo último del acero tanto para tensión como para compresión. Este parámetro se expresa como porcentaje (%) y aplica exclusivamente al acero, es decir, no al CFRP ni al concreto.

El Sayed (2006) utilizó también dicho parámetro en su investigación experimental y el valor que empleó para las barras de acero (No.15 = 16 mm) fue de 0.17.

3.3.3.6 Factor de esfuerzo cortante en las barras de acero (*Shear Stress Weight***).** De acuerdo con el *Applied Science International* (2004). la fractura de una barra de refuerzo de acero depende tanto de los esfuerzos normales como de corte, tal como se describe en la Ecuación 14.

$$\sqrt{\sigma_1^2 + \tau_1^2 + \sigma_2^2} = \mathbf{f}_{\mathbf{u}}$$
 Ecuación 14

Donde:

 σ_1 : Esfuerzo normal.

 τ_1 y τ_2 : Esfuerzos de corte en ambas direcciones.

f_u: Resistencia última de la barra de acero.

Puede darse que la barra de acero al ser sometidas a esfuerzos de corte elevados puede provocar una falla prematura o temprana. Dado ello, el ELS introduce el "*shear stress weight*" para contrarrestar la falla potencial temprana. Usualmente, los valores de este parámetro varían entre "0" y "1". El valor "0" significa que el esfuerzo a cortante es nulo en la Ecuación 14,

mientras que un valor "1" significa que todos los esfuerzos cortantes se toman dentro del análisis.

Para efectos de estudio, el valor empleado para este parámetro del acero fue "1", ya que se está simulando un ensayo que busca estudiar el comportamiento a la cortante de las vigas. Además, este valor fue empleado por ASI en la simulación de una de las vigas de interés (I-SH-1.7), logrando obtener resultados acertados.

3.3.3.7 Factor de rigidez post fluencia en tensión o compresión (*Tensile*/ *Compressive- Yield Stiffness Ratio***).** Este parámetro es característico de los materiales bilineales como el acero, aluminio, etc. De esa forma, no aplica ni para el CFRP ni para el concreto. Ahora bien, concentrando la atención en el refuerzo de acero, se sabe que la meseta del estado de fluencia del acero es horizontal, por ende, la rigidez es nula. En este sentido, se debe evitar que se produzca cualquier tipo de divergencias numéricas agregando un valor relativamente pequeño para la rigidez del acero después de la fluencia (E1). Este valor por defecto para el acero es 1 % del módulo de elasticidad del acero (E). Ahora bien, este factor se calcula como E1/E, obteniendo un valor predeterminado de esta relación de 0.01 para el acero y otros materiales bilineales (Applied Science International, 2004).

Figura 52

Factor de rigidez post fluencia en tensión o compresión (acero)



Nota. Adaptado de *Applied Science International* (2004).

3.3.4 Propiedades numéricas del Software

3.3.4.1 Deformación por separación (*Separation Strain*). El software utiliza esta propiedad para representar las deformaciones máximas que pueden experimentar los elementos de un determinado material antes de que se produzca la separación de estos.

Esta propiedad actúa directamente en los resortes de conexión, tanto es así que, si para un determinado estado de carga la deformación resultante de los resortes alcanza su valor de *separation strain* asignado, lo que ocurrirá es una discretización local debido a la rotura de los resortes. A continuación, se puede visualizar lo explicado en la Figura 53.

Figura 53

Separación por deformación



Nota: Adaptado de Applied Science International (2004).

Tal como se ha explicado líneas arriba, cada material tiene su propio *separation strain* basado en su deformación última. Siguiendo el mismo sentido, si se presenta que la carga que actúa en un determinado estado de carga es monótona, donde las grietas normalmente se mantienen abiertas o si es alternada, donde las grietas pueden cerrarse. Para ambos escenarios, un rango de *separation strain* de 0.1 - 0.2 es común para la mayoría de los materiales (Applied Science Intenational, 2004). Dado ello, para el concreto el valor empleado fue 0.1 basado en la investigación de (Córdova, 2021). No obstante, en el caso del acero el valor empleado fue 0.5, basado en la simulación previa realizada por el *Applied Science International* de una de las vigas de interés (I-SH-1.7).

Por otro lado, en el caso de los FRP este parámetro puede variar dependiendo de varios factores incluyendo el tipo específico de FRP, el proceso de fabricación, etc. No obstante, se encontró que el *separation strain* para el caso específico del CFRP usualmente varía entre 1 y 2 % de acuerdo con Li, et al, 2018.

3.3.4.2 Factor de descarga de resorte de contacto (*Contact Spring Unloading Stiffness Factor*). El contacto entre elementos producto de una colisión origina la pérdida de una parte de su energía cinética. Para entender cómo funciona este fenómeno, el ELS ha planteado la Ecuación 15.

$$\mathbf{r} = \frac{1}{\sqrt{\mathbf{n}}}$$
 Ecuación 15

El "r" es el factor de rebote y oscila entre 0-1. Sí "r" asume el valor de "1", significa que no hay disipación de energía, dado que, la velocidad relativa post colisión es la misma que

antes de que esta ocurra. Por el contrario, si el "r" asume un valor de "0", significa que toda la energía cinética se disipa o se pierde durante el contacto.

Por otro lado, "n" es relación de carga y descarga durante el contacto tal como se muestra esquematizado en la Figura 54. El valor de "n" oscila en el rango de "1 a infinito". Con base a ello, "n" igual a "1" significa que no existe disipación de energía durante el contacto, mientras "n" igual a "infinito" significa que toda la energía es disipada tal como se puede visualizar en el esquema de la Figura 55.

El estudio de este parámetro no está dentro de los objetivos planteados en la presente investigación. Dado ello, se optó por emplear el valor que el ELS propone por defecto que es igual a "2". No obstante, solo en el caso del acero, el valor empleado para este parámetro es "10" teniendo como antecedente la modelación previa de una de las vigas (I-SH-1.7) por parte del *Applied Science International* que se encuentra como un modelo predeterminado.

Figura 54

Relación de carga-desplazamiento del contacto de un resorte en condiciones de carga y descarga



Nota. Adaptado de *Applied Science International* (2006).





Nota. Adaptado de Applied Science International (2006).

3.3.4.3 Relación de amortiguación (*Damping Ratio* "**r**")**.** En el ELS, hay dos tipos de amortiguamientos, el interno y externo. El amortiguamiento interno está relacionado con el comportamiento de la estructura y es efectivo para análisis no lineales. Este es causado por factores como el agrietamiento del concreto, liberación de energía por la aplicación de carga histerética⁸, fricción entre elementos durante el contacto y colisión, y el efecto rebote.

El amortiguamiento externo, en cambio, está relacionado con la interacción entre la estructura y el medio exterior. Es aplicable también a análisis lineales o elásticos por medio de un factor de amortiguamiento externo [C] que se calcula con las ecuaciones que se muestran a continuación.

$$\mathbf{m}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{c}\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{k}\dot{\mathbf{u}} = \mathbf{f}(\mathbf{t})$$
 Ecuación 16

⁸ Es la dependencia de la trayectoria de la fuerza restauradora de la estructura frente a la deformación. La carga se aplica de forma cíclica, es decir, se empuja hasta cierto desplazamiento, luego se tira con el mismo desplazamiento convirtiéndolo en un ciclo. Ello se repite hasta alcanzar el desplazamiento requerido. Dentro de la curva histerética, la parte positiva representa la carga de empuje, mientras que la parte negativa representa la carga de tracción y viceversa.

$$\mathbf{c} = \mathbf{2} * \mathbf{z} * \boldsymbol{\omega}$$
 Ecuación 17

Donde: m es masa, c amortiguamiento, k rigidez, ü aceleración, ù velocidad, u desplazamiento y f(t) función de fuerza. Asimismo, en la Ecuación 17, z es la relación de amortiguación y ω la frecuencia natural.

Teóricamente, para análisis no lineales, el ELS propone emplear un valor de *external damping ratio* de cero por defecto, argumentando que el amortiguamiento interno en dichos casos es suficiente para conseguir resultados con buena precisión (Applied Science International, 2004). Asimismo, expone que considerar un valor de amortiguamiento externo origina una fuerza de desaceleración sobre la caída de los elementos. Esto implica una ralentización durante la caída de los elementos, lo cual no sucede en la realidad.

3.3.4.4 Factor de rigidez de contacto normal / por cortante (*Normal/Shear Contact Stiffness Factor*). El contacto entre elementos origina la aparición de resortes lineales en la zona de contacto. Dichos resortes transmiten la energía de un cuerpo a otro gracias a su rigidez de contacto. Un valor de rigidez muy alto trasfiere una gran fuerza de choque, mientras que un valor bajo provoca una reducción en las fuerzas transmitidas en el contacto.

Durante el contacto de los elementos aparecen tres resortes (un resorte normal y dos de corte). La ubicación depende de la naturaleza del contacto. En el contacto de naturaleza caraesquina, el resorte normal es perpendicular a la cara del elemento y los dos resortes de corte son paralelos a la cara del elemento. Por el contrario, en el contacto de naturaleza arista-arista, los dos resortes de corte y normal son paralelos y perpendicular al plano compuesto por las dos aristas respectivamente (Applied Science International, 2004).

La colisión de dos elementos de diferente material y propiedades genera la aparición de resortes cuyas propiedades son gobernadas por el material que tenga las propiedades con menor resistencia. De esa forma, para calcular la rigidez del resorte se usa la Ecuación 18.

$$\mathbf{K} = \frac{\mathbf{E}\mathbf{A}}{\mathbf{D}}$$
 Ecuación 18

Donde: *E* : Módulo de elasticidad mínimo entre los dos elementos.

A: Área promedio de contacto entre los elementos.

D: Distancia de centro a centro de los elementos.

La representación gráfica de la Ecuación 18 se puede visualizar en la Figura 56.

Figura 56





Nota: Adaptado de Applied Science International (2004). El normal stiffness factor "NF" se calcula a través de la Ecuación 19.

$$NF = \frac{A}{D^2}$$

Ecuación 19

Dado ello, para hallar la rigidez del resorte se emplea la Ecuación 20.

 $\mathbf{K} = \mathbf{E} * \mathbf{NF} * \mathbf{D}$ Ecuación 20

El valor por defecto del *normal contact stiffness factor* que recomienda el manual teórico del ELS para cualquier material es 0.0001 (Applied Science International, 2004).

Del mismo modo, en el caso del *shear contact stiffness factor* el valor por defecto es 0.00001. Este último toma un valor menor porque las fuerzas cortantes trasmitidas siempre son menores a las fuerzas normales, sin embargo, en cuanto a concepto son similares (Applied Science International, 2004).

Este último valor es normalmente afectado por la fricción entre los elementos, por lo que, cuando las fuerzas de corte son menores a las fuerzas normales por coeficiente de fricción, se utiliza la Ecuación 21, pero cuando es mayor, se emplea la Ecuación 22.

$$\mathbf{K}_{\mathbf{S}} = \mathbf{G} * \mathbf{SF} * \mathbf{D}$$
 Ecuación 21

 $K_{S} = G * SF * D * PF$ Ecuación 22

Donde: K_S: Rigidez de corte.
G: Módulo de corte.
SF: Shear Stiffness Factor.
PF: Post Failure Factor.

En la Figura 57 se pueden visualizar los parámetros para el cálculo del *shear contact stiffness factor*.

Figura 57

Parámetros para el cálculo del shear contact stiffness factor



Nota: Adaptado de Applied Science International (2004).

3.3.4.5 Factor de resistencia al corte residual (*Residual Shear Strength Factor*). Cuando un material frágil como el concreto se agrieta, el esfuerzo por cortante trasferido en la superficie de la grieta es altamente afectado por la rugosidad de la superficie de la grieta y por los esfuerzos normales que actúan sobre ella. La transferencia de cortante cuando la superficie de la fisura es sometida a compresión depende de que tan rugosa sea la superficie. Este factor puede tomar valores que oscilan entre 0-1, donde "0" se usa para superficies de fisura suave o lisas y "1" si es bastante ondulada o rugosa (Applied Science International, 2004). Cabe mencionar que, este factor, también conocido como "*roughness factor*" es despreciable cuando la superficie fisurada es sometida a fuerzas normales de tracción, tal como se aprecia en la Figura 58.



Influencia del Residual shear strength en el esfuerzo cortante de una grieta

Figura 58.

Nota. Adaptado de Applied Science International (2004).

En el caso del concreto se utilizó un valor para superficie de agrietamiento liso igual a "0". Esto dado que, se trata de un concreto de alta resistencia en el que las grietas tienden a ser lisas. En el caso del acero y del CFRP, este parámetro no está incluido dentro de la carpeta de materiales requeridos por el ELS. De hecho, aun si estuviera incluido dentro de la carpeta de materiales requeridos por el ELS para el acero y el CFRP, no tendría mayor influencia o sería despreciable, ya que estos refuerzos están sometidos a esfuerzos de tracción.

3.3.4.6 Relación de rigidez posterior al rendimiento (*Post-Yield Stiffness Ratio*). Este parámetro está relacionado con materiales bilineales en los que la fluencia se modela como un estado en el que la curva esfuerzo-deformación es constante y horizontal. Esto significa que esta propiedad no aplica para el CFRP.

El ELS por su parte, requiere de un determinado valor de rigidez posterior a la fluencia para evitar divergencias numéricas y más bien conseguir una estabilidad en el comportamiento del material. En el caso del acero y otros materiales bilineales, por ejemplo, el valor predeterminado es 0.01. Ese valor fue obtenido de la relación entre el módulo tangente posterior y anterior a la fluencia (E1/E) del material, tal como se aprecia en la Figura 59.

Figura 59 *Relación de rigidez posterior al rendimiento*



Nota. Adaptado de *Applied Science International* (2004).

3.3.4.7 Factor de graduación de falla (*Failure Softening Factor*). La ruptura de materiales dúctiles como el acero o no dúctiles como las barras de CFRP sucede luego de alcanzar esfuerzos relativamente altos. La pérdida repentina de tensiones tan elevadas puede causar una alta concentración de tensiones e incluso inestabilidad numérica. Para solucionar dicho problema es necesario introducir en el ELS un factor de ablandamiento de fallas. Este factor puede tomar valores que oscilan entre 0-1. No es recomendable emplear los extremos, puesto que un valor de "0" no permite que la tensión caiga, sino que hace que se mantenga constante después de la falla y un valor de "1" ocasiona la pérdida de la tensión en un paso o de forma repentina, tal cual se ilustra en la Figura 60. Posterior a la falla, tanto la rigidez normal como la cortante se mantienen en cero (Applied Science International, 2004). Asimismo, de acuerdo con la literatura disponible relacionada con el parámetro *failure softening factor* para el acero, el rango típico suele variar entre 0.1 y 0.5, pero podría variar según la composición, el procesamiento del acero, las condiciones de carga y el entorno en el que se utiliza. En la presente tesis se utilizó un valor intermedio de 0.33 de acuerdo con Shahawy & Ali, 2016.

Figura 60

Factores de ablandamiento de falla



Nota. Adaptado de Applied Science International (2004).

En el caso de los materiales compuestos de FRP dentro de los cuales se encuentra el CFRP, este parámetro puede variar dependiendo de ciertos factores como el tipo de fibra, tipo de resina, proceso de fabricación y las condiciones ambientales y de carga. Tomando en cuenta esto, se conoce que estos materiales compuestos poseen un *failure softening factor* relativamente alto en comparación con otros materiales de construcción como el acero y el concreto. En ese sentido, este parámetro usualmente oscila entre 0.3 y 0.8 para compuestos de FRP de acuerdo con Cruz, C., Lutif, M & Neves, L, 2012. En ese mismo sentido, la media empleada para este parámetro fue 0.55, que corresponde con el valor medio de intervalo anterior.

3.3.4.8 Factor de esfuerzo por cortante (*Shear Stress Weight*). La falla de las barras de refuerzo en un elemento de concreto ocurre cuando el esfuerzo resultante alcanza la resistencia última, tal cual se detalla en la Ecuación 23.



Donde, σ es el esfuerzo normal, τ_1 y τ_2 son los esfuerzos cortantes en cada dirección y f_u la resistencia última del acero.

Ahora bien, la no consideración de la rigidez a la flexión de la barra de refuerzo puede provocar una falla temprana tras ser sometida a esfuerzos de corte elevados. Para evitar dicha falla, el ELS, introduce un factor de esfuerzo por cortante. Los valores que puede tomar dicho factor se encuentran en el rango de 0-1. El valor unitario significa que todos los esfuerzos cortantes están presentes e incluidos en la Ecuación 23, mientras que el valor cero significa la nula participación de estos lo cual ocasiona que los esfuerzos cortantes se redistribuyen como fuerzas desequilibradas (Applied Science Intenational, 2004).

Ahora bien, puesto que, se desconoce un valor específico que pueda ser empleado en los modelos, para efectos de estudio en la presente investigación, se optó por asignar el valor de "1" que corresponde con el valor por defecto que emplea el ELS en las simulaciones predeterminadas.

3.3.4.9 Factor de rigidez normal/por cortante post – falla (*Post-failure Shear/Normal Stiffness Factor*). Cuando la rigidez tangente en el concreto sometido a compresión, tracción o cortante es muy pequeña, cero o negativa, como se muestra en la Figura 61, es necesario utilizar una rigidez mínima para evitar divergencias numéricas durante el análisis. Esta rigidez mínima adoptada por el ELS es el 1 % de la rigidez inicial. Sin embargo, es importante contrarrestar el desbalance generado por medio de un vector de carga residual R_M en la Ecuación 4.

Figura 61

Factores mínimos de rigidez normal y de cortante



Nota. Adaptado de Applied Science International (2004).

De esta forma, en la presente investigación, el valor empleado para este parámetro fue de 0.01 de acuerdo con el análisis previo realizado por el *Applied Science International (2004)* y utilizado como valor por defecto para dicha propiedad en la simulación previa de una de las vigas de interés (I-SH-1.7) que se encuentra como predeterminado en el software.

3.4 Modelos matemáticos constitutivos de los materiales

Los modelos constitutivos convencionales tienen la deficiencia de excluir del modelado principal las propiedades del concreto que está sujeta a fuerzas de tracción y compresión. Esto a pesar de que se ha reconocido que el modelado de la dinámica tiene una gran influencia en la precisión de la predicción de la resistencia a la tensión de deformación y el movimiento dinámico. Además de ello, los modelos constitutivos utilizados por el FEM, por ejemplo, requieren de mucho modelado y la fiabilidad de los resultados depende de la precisión de modelización de las micro causas (Maekawa & Okamura, 1983).

El ELS, en cambio, es una herramienta avanzada de análisis estructural no lineal basada en el AEM que ha implementado novedosos modelos matemáticos constitutivos según la naturaleza de los materiales. Estos modelos permiten estudiar de manera eficaz el comportamiento complejo en 3D de las estructuras a través de etapas de carga continua y discreta. Ello incluye cargas estáticas y dinámicas originadas por eventos como sismos, impactos, explosiones, colapsos progresivos, viento, etc. Además, no requiere de mucho modelado y cuenta con una gran cantidad de resultados experimentales.

El modelo constitutivo de Maekawa, por ejemplo, se emplea para modelar el concreto en compresión y tracción, el modelo de Menengotto y Pinto para modelar el acero en tracción y compresión y el modelo lineal para modelar materiales como el CFRP en tracción y compresión.

3.4.1 Modelo de Maekawa

Es un modelo obtenido a partir de experimentos con varias rutas de carga, centrándose en el comportamiento isotrópico del concreto bajo tensión baja y el comportamiento anisotrópico asimétrico bajo tensión alta. Este modelo también toma en cuenta que cuando el esfuerzo de compresión supera al de tracción se generan tres cosas: primero, la deformación se exhibe en el esfuerzo máximo, segundo, bajo un elevado esfuerzo de tracción por compresión, la deformación excesiva progresa en la dirección del esfuerzo de tracción, y tercero, bajo un alto esfuerzo de tracción de compresión, se produce una deformación plástica rápida en la dirección principal del esfuerzo de tracción, superando la tasa de deformación plástica en la dirección del esfuerzo de compresión (Maekawa & Okamura, 1983).

Este modelo constitutivo es más aplicable que otros porque toma en cuenta factores que controlan las propiedades mecánicas del concreto con base a imágenes físicas en lugar de simplemente aplicar el comportamiento del concreto a fórmulas matemáticas. Es un modelo que se enfoca en las propiedades mecánicas macroscópicas de un continuo reflejado en un modelo dinámico y no en las propiedades físicas del concreto a escala microscópica (Maekawa & Okamura, 1983).

Figura 62





Nota. Adaptado de Tagel-Din (2009).

El modelo de Maekawa contiene un modelo básico de deformación del concreto basado en tres supuestos básicos. El concreto se puede modelar como un material compuesto en el que se ensamblan en paralelo múltiples resortes de comportamiento elástico durante el endurecimiento por deformación. Los microcomponentes pierden su capacidad de carga tras alcanzar la carga de rotura de manera irreversible. La resistencia a la fractura de microcomponentes tiene una fuerte distribución de densidad de probabilidad, como se ilustra en la Figura 63.

Figura 63





Nota. Adaptado de Maekawa & Okamura (1983).

Basándose en los supuestos mencionados anteriormente, se obtuvo la deformación del concreto en el modelo de falla elástica, como se ilustra en la Figura 64. La deformación aplicada es pequeña y la tensión generada en cada componente también es pequeña y la fractura casi inexistente. A medida que aumenta la deformación total aumenta la tensión aplicada, aumenta la deformación física y aumenta el número de microcomponentes que alcanzan la resistencia de rotura. Si la deformación persiste, el potencial plástico de los elementos paralelos aumenta y la fractura progresa aún más. La descarga en este punto no producirá plasticidad ni rotura y la relación tensión deformación será cero (Maekawa & Okamura, 1983).



Nota. Adaptado de Maekawa & Okamura (1983).

(II)

Finalmente, el ELS por su parte, ha adoptado el modelo de Maekawa y ha definido la envolvente de tensiones y deformaciones por compresión por medio de tres valores de entrada. El primero es el módulo de Young; el segundo es el parámetro de fractura (K), que representa la extensión del daño interno del concreto, y el tercero es la deformación plástica por compresión (\mathcal{E}_p), que representa el nivel de deformaciones plásticas residuales en compresión (Maekawa & Okamura, 1990).

(III)

(IV)

3.4.2 Modelo de Menegoto

(I)

Emplear un modelo adecuado para el modelado del acero en elementos de concreto armado es muy importante. De esto depende poder estudiar eficazmente el comportamiento de una estructura y obtener resultados confiables.

El "Modelo de Menegotto y Pinto" empleado por el ELS es un modelo que cumple con las características mencionadas. Este modelo de material uniaxial permite simular de manera eficaz los aspectos más importantes de la respuesta cíclica del acero por medio de formulaciones sencillas de comprender e interpretar. Este modelo ha sido ampliamente utilizado en diversos softwares, donde se han realizado numerosas simulaciones de respuesta de barras de acero en estructuras de concreto armado, así como de respuestas dinámicas en elementos de acero discretizados mediante fibras y sometidos a esfuerzos normales.

Cabe mencionar que, el modelo de Menegotto y Pinto es una versión mejorada de la versión de Giuffré y Pinto publicada en 1970, que a su vez fue modificada de la primera formulación original propuesta por Goldberg y Richard. Esta nueva versión es más completa, ya que además de considerar la posibilidad de descarga y recarga, también permite la simulación del endurecimiento cinemático.

Cuando Giuffré y Pinto publicaron su modelo, presentaron algunas ecuaciones que permitían describir la respuesta del acero a la carga cíclica inversa. Lograron esto al calcular la tensión axial a partir de una tensión normalizada, que se describe en la Ecuación 24. Esta ecuación representa la transición de una curva asíntota de línea recta con pendiente E_0 igual al módulo de Young del acero, a otra asíntota de línea con pendiente $E\infty$ igual a cero.

$$\boldsymbol{\sigma}^* = \frac{\boldsymbol{\varepsilon}^*}{\left(\mathbf{1} + \boldsymbol{\varepsilon}^{*R}\right)^{\frac{1}{R}}}$$
 Ecuación 24

En la Ecuación 24, el parámetro R es influyente en la forma de la curva de transición y tiene en cuenta el efecto Bauschinger9. En dicho efecto se consideró que el factor R presente variación en función de la excursión plástica de la trayectoria de carga anterior, como se muestra en la Ecuación 25.

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}_0 - \frac{\mathbf{a}_1 \boldsymbol{\xi}}{\mathbf{a}_2 + \boldsymbol{\xi}}$$
 Ecuación 25

Donde: ξ es la función de la excursión plástica de la trayectoria de carga anterior, R_o asume el valor de R en la primera etapa de carga, mientras que "a₁" y "a₂" son parámetros determinados experimentalmente.

A continuación, se muestra las relaciones de esfuerzo (Ecuación 26) y deformación (Ecuación 27) normalizados obtenidos con la primera etapa de carga. Cabe indicar que E es el límite elástico y Eo el límite elástico inicial.

$$\sigma^* = \frac{\sigma}{\sigma_0}$$
Ecuación 26
$$\epsilon^* = \frac{\epsilon}{\epsilon_0}$$
Ecuación 27

Las relaciones de esfuerzo y deformación para las posteriores etapas de carga son las que aparecen en la Ecuación 28 y Ecuación 29 respectivamente.

$$\sigma^* = \frac{\sigma - \sigma_r}{2\sigma_0}$$
 Ecuación 28

⁹ Propiedad de los materiales donde las características de tensión / deformación del material cambian como resultado de la distribución microscópica de la tensión del material.

$$\mathcal{E}^* = \frac{\mathcal{E} - \mathcal{E}_{\mathbf{r}}}{2\mathcal{E}_{\mathbf{0}}}$$
 Ecuación 29

Donde: σ_{\circ} y ε_{\circ} son el esfuerzo y la deformación en la última reversión de carga respectivamente.

Figura 65

Modelo propuesto por Giuffré y Pinto en 1970



Nota. Bosco, Ferrara, Ghersi, Marino, & Rossi (2016).

Menegotto y Pinto por su parte enriquecieron las ecuaciones existentes e hicieron posible que se tomara en cuenta el endurecimiento cinemático. Esta mejora se refleja en la Ecuación 30 y con ella se puede obtener las tensiones normalizadas.

$$\sigma^* = \mathbf{b} \mathcal{E}^* + \frac{(\mathbf{1} - \mathbf{b}) \mathcal{E}^*}{(\mathbf{1} + \mathcal{E}^{*^{\mathbf{R}}})^{\frac{1}{\mathbf{R}}}}$$
Ecuación 30

Donde: b es la relación de endurecimiento por deformación, es decir, la relación entre el módulo de elasticidad "E" y el módulo de Young inicial del acero.

A continuación, se muestra la Ecuación 31 y Ecuación 32 con las cuales se obtiene las nuevas relaciones de esfuerzo deformación normalizados para la última inversión de carga.

$$\sigma^* = \mathbf{b} \mathbf{\mathcal{E}}^* + \frac{(\mathbf{1} - \mathbf{b})\mathbf{\mathcal{E}}^*}{(\mathbf{1} + \mathbf{\mathcal{E}}^{*R})^{\frac{1}{R}}}$$
Ecuación 31

$$\mathcal{E}^* = \frac{\mathcal{E} - \mathcal{E}_{\mathbf{r}}}{\mathcal{E}_{\mathbf{0}} - \mathcal{E}_{\mathbf{r}}}$$
 Ecuación 32

Donde: σ_0 y \mathcal{E}_0 son tensión y deformación en el punto de encuentro de las asíntotas; mientras que σ_r y \mathcal{E}_r son tensión y deformación en el punto donde tienen lugar la última inversión de carga de igual signo. A continuación, se presenta el modelo de Menegotto y Pinto junto a los párametros \mathcal{E}_0 , σ_0 , \mathcal{E}_r , σ_r . En la Figura 66 se puede apreciar los puntos Po ($\mathcal{E}0$, σ_0) y Pr ($\mathcal{E}r$, σr) correspondiente a la primera inversión de carga del acero. Asimismo, en la Figura 67 se ilustra la forma en como los parámetros se van actualizando conforme a las nuevas inversiones de carga etiquetadas con números romanos.

Figura 66

Primer ciclo de inversión de carga del modelo de Menegotto y Pinto de 1973



Nota. Bosco, Ferrara, Ghersi, Marino, & Rossi (2016).

Figura 67

Modelo propuesto por Menegotto y Pinto en 1973



Nota. Bosco, Ferrara, Ghersi, Marino, & Rossi (2016).

Por otro lado, la curva de envolvente en tracción y compresión empleada por el ELS para los resortes de refuerzo se muestra en la Figura 68. Como bien se aprecia, hay tres zonas muy bien definidas: una zona elástica al inicio, una plataforma de fluencia y una última zona de endurecimiento por deformación. Estas zonas están gobernadas por ecuaciones constitutivas. La Ecuación 33 representa a la zona elástica, la Ecuación 34 representa a la zona de fluencia y la Ecuación 35 representa la zona de endurecimiento.

$$= \mathbf{E} * \mathbf{E}$$
 Ecuación 33

 $\begin{aligned} \sigma &= \left(f_y + E_h(\epsilon - \epsilon_y)\right) \\ \sigma &= f_{sh} + \left(1 - e^{\left(\frac{\epsilon_{sh} - \epsilon}{K}\right)}\right) (1.01f_1 - f_{sh}) \end{aligned}$

σ

Ecuación 35

Ecuación 34

Las variables K, f_{sh} y E vienen representadas por las tres ecuaciones que se muestran a continuación:

Ecuación 36

Ecuación 37

$$\left[\mathbf{E} = \frac{\mathbf{1.01f_u} - \mathbf{f_{sh}}}{\mathbf{K}} \mathbf{e}^{\left(\frac{\mathcal{E}_{sh} - \mathcal{E}}{\mathbf{K}}\right)}\right]$$
 Ecuación 38

Donde:

- σ: Esfuerzo normal.
- E: Módulo de Young del acero.

 $K = 0.032 * \left(\frac{4000}{f_y}\right)^{0.333}$ $f_{sh} = f_y + E_{sh}(\epsilon_{sh} - \epsilon_y)$

- E: Deformación de fluencia.
- f_y: Esfuerzo de fluencia.

E_{sh}: Módulo de la meseta de fluencia.

 f_{sh} : Esfuerzo al final de la etapa de mesta de fluencia.

 \mathcal{E}_{sh} : Deformación al final de la etapa de meseta de fluencia.

Eu: Deformación última.

f_u: Resistencia última.

Figura 68

Envolvente del modelo de acero de Menegotto y Pinto



Nota. Adaptado de Applied Science International (2004).

3.4.3 Modelo de CFRP

Los polímeros reforzados con fibras son materiales anisotrópicos, lo que significa que su comportamiento bajo tracción difiere de su comportamiento bajo comprensión. Dado ello, la respuesta esfuerzo vs deformación del refuerzo de FRP, como se muestra en la Figura 69, es sensiblemente diferente a la del acero. El módulo de Young del FRP es significativamente menor que el del acero y no presenta fluencia, ya sea bajo esfuerzos de tracción como de compresión. No obstante, posee una elevada resistencia a la tracción que puede ser el doble o más, dependiendo del tipo de fibra y matriz polimérica empleada. En cuanto a la resistencia a la compresión, aunque no es tan destacada como en la resistencia a la tracción, podría superar la de los aceros ordinarios (Hernandez & Mieles, 2015).

Figura 69

Ley esfuerzo vs deformación del FRP



Nota. Adaptado de Hernandez & Mieles (2015).

Los polímeros reforzados con fibras de carbono son materiales que se comportan linealmente con escasa deformación plástica hasta la falla. Dado ello, el ELS adopta un modelo lineal para modelar las barras de CFRP. Este modelo lineal se caracteriza porque inmediatamente después de la falla, el esfuerzo por defecto cae a cero, sin embargo, la falla de los resortes se produce luego que estos han alcanzado la tensión de separación. Posterior a ello, los resortes desaparecen de manera automática y la separación de los elementos se hace más evidente (Applied Science International, 2004).

Por otro lado, el ELS, ha considerado la opción de que la tasa de caída de la fuerza sea controlable por medio de factores de ablandamiento, tal como se ilustra en la Figura 70.

Figura 70

Relación tensión-deformación en modelo lineal



Nota. Adaptado de Applied Science International (2004).

La rigidez a la cortante es proporcional a la rigidez normal. El ELS asume que la falla se produce cuando los esfuerzos cortantes logran ser mayores a la resistencia al corte. Además, ocasionará que el esfuerzo disminuya a cero, tal como sucede con los esfuerzos normales cuando alcanzan el nivel de falla.

$$G = G_0 = \frac{E_{act}}{E_0}$$
 Ecuación 39

Donde: G_0 es la rigidez inicial a cortante, E_0 es la rigidez normal inicial y E_{act} es la rigidez normal actual.

La resistencia a la tracción y módulo de elasticidad de las barras de FRP que incluye a las barras de CFRP se puede determinar mediante la Ecuación 40 y Ecuación 41. Ambas ecuaciones fueron propuestas por (Agarwal & Broutman, 1990).

$$E_{L} = E_{fL} * V_{F} + E_{m}(1 - V_{f})$$
Ecuación 40
$$F_{Lt} = f_{ft} \left[V_{f} + \frac{E_{m}}{E_{fl}} (1 - V_{f}) \right]$$
Ecuación 41

Donde:

E_{fl}: Módulo elástico de la fibra en la dirección longitudinal.
E_m: Módulo elástico de la matriz considerándola anisotrópica.
f_{ft}: Resistencia a la tracción de la fibra en dirección longitudinal.
V_f: Fracción del volumen de la fibra.
V_m: Fracción del volumen de la matriz.

En resumen, en el presente Capítulo 3 se abordaron conceptos y definiciones en torno al AEM, un método de análisis estructural utilizado en la presente investigación. Se dijo que el AEM es un método novedoso y eficaz para el análisis numérico de estructuras y actualmente constituye una de las herramientas más completas para dicho propósito. De manera seguida, se dieron a conocer las características más relevantes del AEM. Esto permitió entender su funcionamiento y la forma en como permite el estudio completo del comportamiento complejo de las estructuras. Se abordaron diferentes aspectos desde la naturaleza de los elementos empleados en el mallado, los elementos de enlace que en este caso son resortes normales y tangenciales, hasta las ecuaciones que describen la rigidez de cada resorte. Luego, se realizó un contraste entre el AEM y el FEM, en el cual se observó que el AEM tiene notables ventajas a su favor. El AEM permite estudiar el comportamiento completo de estructuras tanto en la etapa continua como en la etapa discreta a diferencia del FEM que presenta limitaciones, por ejemplo,

cuando se trata de analizar una estructura en la etapa discreta, donde se involucran eventos como la separación de elementos, caída de escombros, colisiones, entre otros. Seguidamente, se presentaron algunas literaturas existentes sobre estudios del AEM en vigas con CFRP. En dichos estudios se pudo apreciar, por un lado, que el AEM arroja resultados confiables muy similares a lo que se observó en los experimentos.

Por otro lado, también se pudo apreciar que el uso del CFRP como material de refuerzo permite mejorar de manera considerable la resistencia al cortante del elemento, además de otras ventajas dadas las propiedades que posee. En cuanto al ELS se explicaron sus características, los paquetes disponibles, las propiedades básicas, las propiedades avanzadas y las propiedades numéricas del software.

Por último, se estudiaron los modelos matemáticos constitutivos de los materiales que emplea el ELS. El modelo de Maekawa para el concreto, el modelo de Menegotto y Pinto para el acero y un modelo lineal para el CFRP dada la naturaleza de su comportamiento hasta la falla.



Capítulo 4 Simulación numérica de las vigas en ELS

El Capítulo 3 estuvo centrado en torno a dos conceptos clave en el desarrollo de la presente investigación. El primer concepto se enfocó en el Método de Elementos Aplicados (AEM), del cual se destacaron sus características más importantes como un método confiable para el análisis numérico de estructuras. Además, se realizó un contraste con otros métodos de análisis estructural, como el Método de Elementos Finitos (FEM), que es uno de los más utilizados en la actualidad. Posteriormente, se revisó la literatura existente sobre el AEM aplicado en vigas reforzadas con CFRP, lo que permitió conocer mejor el potencial del AEM en términos de los resultados cuantitativos y cualitativos que se pueden obtener, así como comprender el comportamiento de las vigas reforzadas con CFRP. El segundo y último concepto abordado fue el *Extreme Loading for Structures* (ELS), para el cual se revisaron sus características generales más importantes, los parámetros básicos y avanzados de los materiales, así como las propiedades numéricas del software. Finalmente, se presentaron cada uno de los modelos matemáticos constitutivos de los materiales (concreto, acero y CFRP) empleados por el ELS.

En el presente capítulo se consolidó lo abordado en los capítulos anteriores mediante la realización de adecuadas simulaciones en el software ELS. Las simulaciones se dividieron en tres partes. La primera consistió en una matriz de sensibilidad de las propiedades básicas y avanzadas de los materiales, seguida del análisis de los resultados mediante el diagrama Tornado. Es importante destacar que este estudio de sensibilidad se basó en información proveniente de investigaciones existentes. Por ejemplo, se utilizaron distribuciones de probabilidad y coeficientes de variación (CV) recomendados por diferentes autores, ya que no se realizaron ensayos físicos para obtener esta información en esta investigación. En casos donde solo se conocía un único valor (media) para algunas variables aleatorias, se empleó el "*Pivotal Method*", utilizado en ingeniería para estimar los CV de variables aleatorias desconocidas e independientes a partir de una distribución de probabilidad normal. La investigación se desarrolló en base a estos datos y se obtuvieron los resultados respectivos. La segunda parte consistió en una calibración manual a las propiedades más sensibles obtenidas con el método Tornado para cada modelo, lo que permitió determinar los mejores valores para una simulación adecuada.

Tercero y último, se realizó un estudio de mallado en los modelos con refuerzo longitudinal de CFRP para evaluar la influencia del tamaño de los elementos en el comportamiento de la estructura, tanto a nivel cuantitativo como cualitativo. Además, se analizó el impacto en los tiempos computacionales requeridos por el ELS al emplear mallados más refinados con un tamaño menor de los elementos.

4.1 Geometría y mallado de los especímenes

Las cuatro vigas de interés para la presente tesis tienen en común la misma geometría y apoyos. Sin embargo, la distribución, cuantía y tipo de refuerzo difiere, tal como se puede apreciar en la Figura 10 del Capítulo 2.

Las vigas expuestas en el párrafo anterior fueron modeladas en el ELS, tal como se ilustra en la Figura 71. En dicha figura se puede identificar desde la geometría del elemento (viga), las placas de apoyo y las placas de aplicación de cargas. El detalle del refuerzo longitudinal se puede visualizar también en la Figura 72.

Figura 71

Viga representativa simulada en ELS



Nota. Adaptado de ELS.





Nota. Adaptado de ELS.

Por otro lado, se realizó el mallado de las vigas en ELS. El lector podrá recordar de los capítulos anteriores que el mallado se refiere a la discretización de la estructura (viga) en pequeños elementos y dispuestos de manera ordenada en la dirección de los tres ejes conocidos. Cada elemento se conecta con las unidades contiguas mediante resortes normales y tangenciales, dos conceptos que se estudiaron en el Capítulo 3.

Dicho lo anterior, las vigas modeladas fueron discretizadas en las tres direcciones correspondientes a un modelo 3D. Como se ilustra en la Figura 73, el eje longitudinal, el ancho

y peralte de la viga fueron paralelos al "eje x", "eje y" y "eje z" respectivamente. Siendo estos los ejes globales usados en la simulación.

Figura 73

Ubicación de los ejes globales usados en la simulación de las vigas



Nota. Adaptado de ELS.

Por otro lado, enfocándonos en el mallado, es importante destacar algunos detalles que fueron de gran ayuda durante el modelado. Por ejemplo, cada usuario puede definir el número de elementos a emplear en la discretización de la estructura. Tener esa libertad implica una serie de cosas que el lector deberá tener en cuenta para evitar, desde contratiempos hasta incrementos económicos en general. Lo primero que se debe tener en cuenta es que mientras mayor sea el número de elementos usados en la discretización de la estructura, mayor será el tiempo computacional requerido por el software. Lo segundo es que el ELS como tal, ofrece un determinado número de elementos en función del tipo de licencia adquirida. La licencia más económica, por ejemplo, permite hacer uso de hasta 5000 elementos como máximo, sin embargo, si no fuera suficiente dada la complejidad de la estructura, se puede adquirir una licencia con un límite de elementos mayor. Tercer y último detalle por tomar en cuenta es la aplicación según el caso de estudio. No es lo mismo evaluar la vulnerabilidad de las estructuras frente a un evento determinado, que estudiar propiamente un comportamiento complejo como el colapso progresivo de una estructura donde se requiere un mallado mucho más refinado con un número total de elementos mayor.

Basándonos en lo mencionado en el párrafo anterior, para este estudio se optó por adquirir la licencia más económica, con un límite de 5000 elementos, suficiente para cubrir con los objetivos planteados en esta tesis. Dado el número de elementos disponibles, se evaluaron tres tipos de mallados, tal como se muestra en la Figura 74. El primer mallado constaba de 408 elementos, el segundo estaba compuesto por 1224 elementos (mallado principal) y el tercero

por 4896 elementos. De esta manera, se llevaron a cabo un total de 18 simulaciones para comprender la influencia del mallado en los resultados.

408 1224 Nx : 34 Nx : 51 Ny : 3 Ny : 3 Nz : 4 Nz : 8



Nota. Adaptado del ELS

Por otro lado, el mallado principal empleado en las simulaciones (análisis de sensibilidad y calibración) fue el de 1224 elementos. Ello debido a que el ASI empleó el mismo mallado en la simulación del comportamiento de una de las vigas de la presente investigación (I-SH-1.7). Con dicho mallado, el ASI obtuvo resultados acertados basados en el patrón de agrietamiento y curva carga vs deflexión. Por último, en el caso de los otros dos mallados, estos fueron adoptados únicamente para estudiar la influencia del mallado en los resultados finales y en los tiempos computacionales requeridos por el ELS.

Los resultados obtenidos con los tres mallados fueron comparados tomando en cuenta la calidad y precisión de estos. Los criterios tomados en cuenta para definir la influencia o no del mallado en los resultados fueron i) patrón de agrietamiento y ii) curva carga vs deformación. Además, como criterio adicional para seleccionar un mallado óptimo como precedente para futuras investigaciones, también se tomó en cuenta el tiempo computacional de procesamiento.

4.2 Propiedades básicas de los materiales requeridos por el ELS

Los materiales que componen las estructuras simuladas en ELS son: concreto, CFRP y acero. Cada uno de estos materiales posee determinadas propiedades básicas que los caracterizan como tales, aunque, en algunos casos, presentan algunas propiedades en común y otras diferentes.

Las propiedades básicas han sido consideradas como tal porque normalmente son propiedades que se pueden conocer sin necesidad de estudios o ensayos complejos, sino que, es información que se puede disponer de los mismos proveedores de los materiales, de fuentes externas como los manuales del ELS o de ensayos simples en un laboratorio de mecánica de materiales.

4.2.1 Propiedades del concreto (HSC)

El concreto es uno de los materiales principales involucrados en las vigas en un mayor volumen. Se trata de un concreto de alta resistencia elaborado en un laboratorio por un proveedor local. Este concreto fue el mismo para las cuatro vigas y para todos los especímenes ensayados tanto de la matriz de sensibilidad como de calibración. Cuando se modela el concreto en ELS, es necesario colocar determinadas propiedades básicas como: el módulo de Young, módulo de corte, peso específico, coeficiente de fricción y resistencia a la compresión, tal como se muestran en la Tabla 10.

Tabla 10

Propiedades básicas del concreto HSC en ELS

Vigas	Módulo de Young (kg/cm2)	Módulo de corte (kg/cm2)	Peso específico (kg/cm3)	Coeficiente de fricción (-)	Resistencia a la compresión (kg/cm2)
I-SH-1.7					
I-SH-2.2	316381	126552 40	0.0024	0.7	(42, (1
I-CH-1.7	510381	120332.40	0.0024	0.7	042.01
I-CH-2.2					

4.2.2 Propiedades del acero

El acero es uno de los materiales de refuerzo longitudinal empleado en dos de las cuatro vigas estudiadas (I-SH-1.7 y I-SH-2.2). Al igual que el concreto, el acero posee propiedades básicas con valores que lo diferencia de otros refuerzos como el CFRP. Estas propiedades se pueden visualizar en la Tabla 11.

Tabla 11

Propiedades básicas del acero en el ELS

Vigas	Módulo de Young (kg/cm2)	Módulo de corte (kg/cm2)	Peso específico (kg/cm3)	Coeficiente de fricción (-)	Resistencia a la tracción (kg/cm2)
I-SH-1.7	2020420	784206 15	0.00785	0.7	6220.27
I-SH-2.2	2039430	704390.13	0.00785	0.7	0220.27

4.2.3 Propiedades del CFRP

El CFRP es el material de refuerzo longitudinal empleado en los dos especímenes restantes (I-CH-1.7 y I-CH-2.2). Constituye el material de refuerzo principal de estudio en la presente tesis. Este es un material que, a pesar de la gran similitud física con el acero, presenta propiedades con valores que difieren del acero, tal como se observa en la Tabla 12.

Vigas	Módulo de Young (kg/cm2)	Módulo de corte (kg/cm2)	Peso específico (kg/cm3)	Coeficiente de fricción (-)	Resistencia a la tracción (kg/cm2)
I-CH-1.7	1276616 90	572500 27	0.0016148	0.55	7841 62
I-CH-2.2	1570010.89	575590.57	0.0010148	0.55	7041.02

Tabla 12Propiedades básicas del CFRP en ELS

4.2.4 Propiedades de las placas de carga y apoyo

Las placas de carga y apoyo pueden ser modeladas con distintos materiales. No obstante, los más empleados en la gran mayoría de casos por el ASI son el acero y el concreto. En la presente tesis, el material elegido para modelar dichos elementos fue el "concreto normal". Esto dado que, el ASI por su parte calibró este material y lo empleó en la simulación de la viga I-SH-1.7, logrando obtener resultados satisfactorios. A continuación, se muestran las propiedades básicas de dicho concreto con sus respectivos valores que fueron utilizadas por el ASI.

Tabla 13.

Propiedades básicas del concreto NSC en ELS

Vigas	Módulo de Young (kg/cm2)	Módulo de corte (kg/cm2)	Peso específico (kg/cm3)	Coeficiente de fricción (-)	Resistencia a la compresión (kg/cm2)
I-SH-1.7					
I-SH-2.2	246074	09420.7	0.0025	0.0	((2.82)
I-CH-1.7	246074	98429.7	0.0025	0.8	002.82
I-CH-2.2					

4.3 Propiedades avanzadas de los materiales requeridos por el ELS

Comparadas con las propiedades básicas, obtener las propiedades avanzadas implica un mayor esfuerzo, ya que requiere de ensayos más complejos. Sin embargo, algunas de estas propiedades avanzadas pueden obtenerse mediante correlaciones a partir las propiedades básicas conocidas. Esto debido a que no se dispone de un ensayo estandarizado para dicho propósito y en otras simplemente porque el procedimiento resulta ser muy tedioso. A pesar de la complejidad para obtenerlas, es ventajoso conocer estas propiedades, especialmente al realizar modelamientos con el software ELS, que requiere de estas propiedades para simular con precisión el comportamiento de las estructuras. Es importante mencionar que las propiedades que se describirán a continuación han sido clasificadas como avanzadas según los manuales teóricos del ELS. Sin embargo, aunque puede variar en otras fuentes externas no mencionadas.

4.3.1 Propiedades del concreto (HSC)

El concreto HSC es uno de los materiales principales del cual se componen las vigas de interés. Las propiedades avanzadas para este material son la resistencia a la tracción y el esfuerzo al corte. Estás propiedades, mostradas en la Tabla 14 son importantes para el ELS.

Tabla 14

Vigas	Resistencia a la tracción (kg/cm2)	Esfuerzo al corte (kg/cm2)
I-SH-1.7		
I-SH-2.2	56 70	155 40
I-CH-1.7	30.70	155.40
I-CH-2.2		

Propiedades avanzadas del concreto HSC en ELS

4.3.2 Propiedades del acero

El acero es un material de refuerzo utilizado en las vigas del presente estudio. Las propiedades avanzadas mostradas en la Tabla 15 que se han determinado son: el esfuerzo de fluencia, la tensión máxima y el límite elástico a compresión. El esfuerzo de fluencia y la tensión máxima fueron obtenidas del experimento real (Tabla 7). En el caso del límite elástico a compresión, este fue obtenido a partir del esfuerzo de fluencia (610 MPa) y el esfuerzo último (460 MPa) obtenidos del experimento físico.

Tabla 15

Propiedades avanzadas del acero en ELS

Vigas	Esfuerzo de fluencia (kg/cm2)	Tensión máxima (-)	Límite elástico de compresión (-)
I-SH-1.7	4600.98	0.17	1 226
I-SH-2.2	4090.88	0.17	1.320

4.3.3 Propiedades del CFRP

El CFRP, al igual que el acero, es uno de los refuerzos longitudinales empleados en dos de las cuatro vigas de interés, sin embargo, en orden de importancia destaca de los dos anteriores, dado que, el CFRP está involucrado de forma directa con los objetivos de la presente tesis. Es un material del cual se tiene información limitada en el experimento real, además que tampoco ha sido calibrado por el ASI como si es el caso del concreto y acero. No obstante, las fuentes de diseño de elementos con CFRP existentes son muy parecidos en muchas cosas a las fuentes de diseño de elementos de concreto reforzado con acero.

Según lo mencionado, las propiedades avanzadas para el CFRP fueron el esfuerzo de compresión y el esfuerzo al corte. El esfuerzo a la compresión fue calculado como el 78 % de la resistencia a la tracción (ACI 440.1R-15, 2015). En el caso del esfuerzo al corte se calculó previamente en el Capítulo 3 obteniendo el valor de 3742.26 kg/cm².

Tabla 16

Propiedades avanzadas del CFRP en ELS

Vigas	Esfuerzo de compresión (kg/cm2)	Esfuerzo al corte (kg/cm2)
I-CH-1.7	611646	2742.26
I-CH-2.2	0110.40	5742.20

4.3.4 Propiedades de las placas de carga y apoyo

Las placas de carga y apoyo desempeñaron un papel crucial en el experimento. a pesar de ser elementos externos a las vigas. Por lo tanto, es fundamental conocer las propiedades avanzadas necesarias para un adecuado funcionamiento durante la simulación. Es importante destacar que, aunque se denominaron "concreto normal" no se refiere al concreto convencional utilizado comúnmente. Si observamos las propiedades básicas (Tabla 13), la resistencia a la compresión es mucho mayor al de un concreto convencional e incluso supera la resistencia a la compresión del concreto de alta resistencia empleado en las vigas. Esta mayor resistencia es crucial para garantizar que estos elementos no fallen antes que las propias vigas, ya que están principalmente sometidos a esfuerzos de compresión y cortante, a diferencia de las vigas, que también experimentan esfuerzos de tracción debido a la flexión. Además, la resistencia al corte se mejoró de manera ideal, como se puede apreciar en la Tabla 17, donde el valor para esta propiedad es de 157 kg/cm², mayor que la resistencia media del concreto de alta resistencia empleado en las vigas (155.40 kg/cm²).

Vigas	Resistencia a la tracción (kg/cm2)	Esfuerzo al corte (kg/cm2)
I-SH-1.7		
I-SH-2.2	20	157.00
I-CH-1.7		137.00
I-CH-2.2		

Tabla 17Propiedades avanzadas del NSC en ELS

4.4 Propiedades numéricas del ELS

Las propiedades que examinaremos a continuación están directamente relacionadas con el software ELS, desarrollado por ASI y ubicadas en la carpeta de propiedades del ELS. No obstante, se ha observado que existen investigaciones sobre algunas de estas propiedades para determinados materiales. Si bien estas propiedades se utilizan comúnmente para la mayoría de los materiales, es importante destacar que los valores pueden variar entre ellos. Además, cada material puede tener propiedades específicas únicas, aunque estas son casos excepcionales y generalmente pueden identificarse ingresando al software o consultado el manual teórico del ELS. Es crucial señalar que la mayoría de estas propiedades son adimensionales o no están asociadas con unidades específicas. Por lo general, estas propiedades operan dentro de rangos específicos que han sido previamente investigados por el ASI. Sin embargo, al estudiar materiales nuevos o poco conocidos, se recomienda realizar una investigación previa para determinar los rangos de funcionamiento de estas propiedades, así como sus valores óptimos, como la media, antes de adoptar los valores recomendados por el ASI de forma genérica, ya que estos podrían no ser aplicables en todos los casos.

A continuación, se detallan estas propiedades para cada uno de los materiales empleados. Los espacios con guiones indican que dicha propiedad no tiene relación con el material correspondiente, lo cual es importante tener en cuenta para las calibraciones respectivas. Esto permitirá al lector identificar lo mencionado en el párrafo anterior.

Tabla 18

Propiedades numéricas del ELS	Concreto HSC	Concreto NSC	Acero	CFRP
Separatión Strain	0.1	0.1	0.5	0.1
External Damping Ratio	0	0	0	0
Normal Contact Stiffness Factor	0.0001	0.01	0.01	0.0001
Shear Contact Stiffness Factor	0.00001	0.001	0.001	0.00001
Contact Spring Unloading Stiffness Factor	10	10	10	10
Linear Temperature Expansion Coefficient	0.0000145	0.0000145	0.000013	0.0000145
Post-Failure Normal Stiffness Factor	0.01	0.01	-	-
Post-Failure Shear Stiffness Factor	0.01	0.01	-	-
Roughness Factor	0	1	-	-
Post Yield Stiffness Ratio	-	-	0.01	-
Failure Softening Factor	-	-	0.1	0.1
Shear stress weight	-	-	1	-

Propiedades numéricas del ELS

4.5 Tipo de carga aplicada

La carga a la cual fueron sometidas las vigas durante la simulación en el ELS fue del tipo estática y aplicada de forma monótona. Dicho de otra manera, se trata de una carga aplicada en una sola dirección, paralela al eje z, en el sentido de la gravedad. En el ELS hay varias formas en cómo se pueden aplicar las cargas estáticas: como carga concentrada, desplazamientos estáticos, presión hidrostática, presión uniforme, carga móvil, carga lineal, carga personalizada y como carga estática *OpenFOAM* (Applied Science International, 2021). De todas estas, se empleó los desplazamientos estáticos, considerando un desplazamiento de 2.5 cm en cada apoyo. Esto debido a que en las gráficas carga vs deformación del experimento físico (Figura 19 y Figura 20), las deformaciones de falla de las vigas ensayadas estuvieron en el rango de 1 - 2 cm. Además, el ASI empleó este tipo de carga (desplazamientos estáticos) en la simulación de la viga I-SH-1.7, obteniendo resultados satisfactorios.

Basándonos en lo mencionado anteriormente, se optó por utilizar el mismo desplazamiento límite para todas las simulaciones realizadas en el ELS. Los detalles mencionados se pueden visualizar a continuación en la Figura 75.

Figura 75

Carga aplicada en las vigas simuladas

Loading Scenario(Stage 2 - Static Dis	placements)								>
E- Loading Scenario E- L Stage 1 (Static)	Input Data		x	γ.		2			
Loads	Displacement	10	dm	0	an	0	cm		-
E L Stage 2 (Static.)	Rotation	0	Degree	0 De	egree	0 De	gree	Add	1
Boundary Conditions	Elements	Concent of	Disp X	Disp Y	Disp Z	Rot @	X Rot@Y	Rot@Z	
	(Girder-L1-7).E4		0	0	-2,5	0	0	0	
	(Girder-L1-5).E4	1	0	0	-2.5	0	0	0	
	and Id			_				1	

Nota. Adaptado de ELS.

4.6 Condiciones de frontera

Las condiciones de frontera son un aspecto crucial en la modelación, ya que permite restringir los desplazamientos de los apoyos en las direcciones no deseadas. La falta de control sobre esto podría originar discrepancias con los resultados reales, convirtiendo así el estudio en una representación ficticia del comportamiento de las vigas analizadas.

Considerando lo mencionado líneas arriba, para simular estas condiciones de apoyo en ELS, se aplicó a cada placa de soporte las restricciones correspondientes. A la placa de la izquierda, por ejemplo, se asignó un apoyo fijo con desplazamientos restringidos en las tres direcciones globales (x, y & z). En el caso de la placa de la derecha se empleó un apoyo móvil con desplazamientos restringidos en las direcciones del "eje y" y "eje z". A continuación, se muestra la Figura 76, en la que se observa una vista longitudinal paralela al "plano xz" con el
detalle de la aplicación de las restricciones a las placas mencionadas. Cabe mencionar que, estas condiciones de frontera se mantuvieron en todas las etapas "*stages*" involucradas.

Figura 76

Condiciones de frontera de las vigas simuladas

(Joading Scenario(Stage 2 - Bounda	ny Conditions)							
E Loading Scenario E Loading Scenario E Loads Boundary Conditions E E Loads Loads Loads Loads Loads Loads	Element Restraints Deplocement	Restrants	(U) Ro	T In T In T In T In T In	aints(R)	Fast Restraint	L L L	
The state of rest is too	Elements Girder-L1-6.E4	Ux V	Uy V	Uz V	Rx.	Ry T	Rz	
	Girder-L1-3.E4	F	2	Į₹.	Γ	F	Γ	

Nota. Adaptado de ELS.

4.6.1 Restricciones de los grados de Libertad

Además de restringir los desplazamientos de los elementos de apoyo, también se limitaron los grados de libertad de los elementos de la estructura. Específicamente se restringieron los desplazamientos en el eje y, rotación en el eje x y rotación en el eje z. Estas restricciones permitieron un análisis del cortante puro, asegurando que los elementos no experimentaran movimientos torsionales. La Figura 77 muestra el proceso seguido en ELS para asignar estas restricciones.

Figura 77

Restricciones de los grados de libertad

Analysis Settings		▶ ■ ■ ♣ 二ズ
Output Files Options	= = = ルフルエアナ	
Elements Data Query		
Spring Controller Settings	Analysis Settings	
Rigid Body Settings	Solution Settings Restraints & Gravity Settings Gro	und & Boundary Settings
Lumped Mass	Restrain Degrees Of Freedom	
Demolish/Construct Scenario	T UX 🔽 UY	⊏ uz
Loading Scenario	RX T RY	I RZ
Output Sets	Gravity Options	
Element Spring	Gravity Acceleration 980.999	cm/Sec^2
Physical Data Conflict	Direction of Gravity Acceleration	
Vehicle Manager	Number of Springs Per Face	5

Nota. Adaptado de ELS.

4.6.2 Conectividad entre elementos

Basándonos en lo abordado en el Capítulo 3, el lector recordará que los elementos en ELS se conectan entres sí mediante resortes normales y tangenciales. No obstante, el usuario puede definir el número de resortes que desea utilizar para unir dos elementos, es decir, el número de resortes de unión no tiene restricciones. Dado ello, es importante que se tome en cuenta algunas consideraciones básicas para una adecuada simulación como: utilizar un mayor número de resortes de conexión incrementa el tiempo computacional de manera similar como cuando se utiliza mallados más refinados con un número mayor de elementos. En la presente tesis, se emplearon matrices de resortes de 5 x 5, principalmente por dos razones. La primera de ellas se debe a que, pruebas exhaustivas publicadas en la literatura (Meguro & Tagel-Din, 2001), permitieron llegar a la conclusión que el uso de un número relativamente grande de elementos de pequeño tamaño junto con una pequeña cantidad de resortes conduce a soluciones altamente precisas en un tiempo de CPU razonable. Por consiguiente, la matriz de resortes que se consideró apropiada empleando elementos cúbicos de 25 mm de arista fue una de 5 x 5. La segunda y última razón se debe a que, el ASI por su parte empleó también matrices de resortes de 5 x 5 para la simulación y calibración de una de las vigas de interés, obteniendo resultados satisfactorios.

Por otro lado, Guerrero, M (2021), por su parte, simuló el tipo de falla de vigas simplemente apoyadas sin refuerzo de corte con *Applied Element Method*. En los modelos simulados, empleó matrices de resortes de 3 x 3, logrando obtener de igual forma resultados satisfactorios.

A continuación, en la Figura 78 se ilustra el proceso para asignar la matriz de resortes 5×5 en las caras adyacentes de los elementos que constituyen el mallado.

Figura 78

Conectividad de elementos

Analysis Settings	• 🐲 t 🌃 Tr 🛒 🕷 🔧 🍡 🖉) 🖛 🔛 🕨 🕨	i 🗏 💑 🎿
Output Files Options	1 = = = 47 + 4	7 #	
Elements Data Query			
Spring Controller Settings	Analysis Settings		
Rigid Body Settings	Solution Settings Restraints & Grav	ity Settings Ground &	Boundary Settings
Lumped Mass	Restrain Degrees Of Freedom		
Demolish/Construct Scenario	IT UX	IT UY	□ UZ
Loading Scenario	I RX	T RY	I RZ
Output Sets	Gravity Options		
Element Spring	Gravity Acceleration	980.999 cm/5	Sec^2
Physical Data Conflict	Direction of Gravity Acceleration	-Z •	
Vehicle Manager	Number of Springs Per Face	5 × 5]

Nota. Adaptado de ELS.

4.7 Matriz de sensibilidad y calibración

Antes abordar el tema, es importante que el lector conozca la diferencia entre un análisis de sensibilidad y un análisis de calibración. El análisis de sensibilidad admite varios métodos, unos más complejos que otros, pero al final todos apuntan a lo mismo que es conocer la sensibilidad de las variables aleatorias analizadas en un determinado comportamiento de la estructura deseada. Dicho comportamiento se analiza a través de un parámetro de salida o parámetro de demanda ingeniería (EDP por sus siglas en inglés) de referencia. En la presente investigación, por ejemplo, se seleccionó el método Tornado para realizar el análisis de sensibilidad. Este método proporciona una visión considerable de la importancia relativa de cada variable aleatoria de interés. No obstante, este método solo se aplica a aquellas propiedades de las cuales se tiene información estadística básica como el coeficiente de variación (CV) y la distribución de probabilidad.

Luego de conocer la sensibilidad de cada variable de interés, nos enfocamos en las variables o propiedades más sensibles, a las cuales se aplicó un análisis de calibración para conocer el valor más adecuado que se debe utilizar en el ELS. Es importante destacar que la calibración es recomendable solo si se desconoce el valor de la propiedad usada en el experimento real, es decir, los valores de las propiedades registradas en el experimento físico se deben mantener fijos. De caso contrario, en el mejor de los casos se podría obtener resultados cuantitativos como cualitativos muy similares a los reales, a costa de incrementar o disminuir los valores de las propiedades obtenidos mediante ensayos realizados en un laboratorio para cada material lo cual no sería correcto. Entonces, para evitar ello, solo se manipula los valores de las propiedades de las cuales no se conoce un valor predeterminado o del cual no se tiene registro y que haya sido necesario recurrir a ecuaciones empíricas para conocer un valor que se pueda ingresar al software. Ahora bien, para hacer esto de manera controlada, los valores se

manipularán tomando en cuenta un límite inferior y un valor máximo, es decir, en función del rango de variabilidad para cada propiedad y material requerido, obtenida de otras investigaciones existentes.

Ahora bien, detallado lo anterior, a continuación, se aborda sobre la matriz de sensibilidad y la matriz de calibración empleadas. Se aplicó el análisis de sensibilidad a las propiedades de los materiales que tienen cierta relación con el comportamiento de la estructura que se está estudiando. Esto dado que, de todas las propiedades requeridas por el software ELS para cada material, no todas se relacionan con el comportamiento a la cortante de las vigas de concreto reforzadas longitudinalmente con barras de CFRP y acero. Por ejemplo, para el caso del concreto, el ELS considera una carpeta de 16 propiedades; para el caso del CFRP, que será modelado como un material lineal, le corresponde una carpeta de 14 propiedades y, por último, en el caso del acero le corresponde una carpeta de 16 propiedades. De todas estas propiedades requeridas por el ELS, hay tres propiedades para cada material que no forman parten de los objetivos de la presente tesis, puesto que su influencia es despreciable dada la naturaleza del experimento estudiado. De las propiedades restantes hay algunas que son numéricas del software ELS que no presentan rangos de variación, sino que, en su lugar, el ASI recomienda un valor predeterminado por defecto, las cuales están disponibles en los manuales teóricos del ELS y en los modelos predeterminados del software. No obstante, de manera que el lector pueda conocer con mayor detalle sobre estas propiedades numéricas, puede consultar la información desarrollada en el Capítulo 3. Finalmente, luego de descontar todas esas propiedades que no se estudian, resulta que para cada material hay un número reducido de propiedades (ocho para el concreto, nueve para el CFRP y nueve para el acero). A estas propiedades se realizó un estudio de sensibilidad para conocer la sensibilidad de cada una en el parámetro de salida de referencia que en este caso es la carga de falla por cortante de las vigas en estudio.

4.7.1 Análisis de sensibilidad con el método Tornado

Para que el lector se familiarice más con este método se sensibilidad, se explica a continuación la forma en cómo se aplicó el método Tornado. Conocido un valor de referencia que corresponde con la mejor estimación para una determinada propiedad o variable aleatoria (RV por sus siglas en inglés). Por ejemplo, la media de cada variable, como en la presente investigación, se procede a encontrar dos valores, un valor mínimo que sería el límite inferior y un valor máximo que sería el límite superior. Ahora bien, el lector se preguntará como pueden calcularse ambos límites. Pues bien, para esto se debe tomar en cuenta la distribución de probabilidad y el coeficiente de variación de cada propiedad encontrados previamente (Tabla 19). Además, se debe designar un determinado nivel de confianza o porcentaje de probabilidad que puede variar dependiendo del tipo de estudio deseado. Por ejemplo, podría considerarse un nivel de confianza del 80 % tomando en cuenta el percentil 10 y el percentil 90 como en la presente investigación, o podría emplearse un nivel de confianza del 95 % tomando en cuenta una desviación estándar +/-2, etc. Este procedimiento se puede visualizar a través del esquema mostrado en la Figura 79.

Tabla 19

	Propiedades	Unidad	CV	Distribución	Fuentes
	Compressive Strength (fc)	kg/cm2	0.18	Normal	Lee & Mosalam, 2009/ AlHafian, 2013
	Young Modulus(Ec)/ Shear Modulus (G)	kg/cm2	0.08	Normal	Lee & Mosalam, 2009/ AlHafian, 2013
to	Maximun Tensile Stress	kg/cm2	0.22	Normal	AlHafian, 2013
ncre	Shear Strength	kg/cm2	0.15	Normal	Rafi, Lodi & Nizam, 2014
C	Separation Strain	-	0.26	Normal*	Calibrado por ELS (Sample)/ Theorical Manual, pág 44
	Friction Coefficient	-	0.15	Normal	ASTM International, 2016/ Poon, et al, 2006
	Specific Weight	kg/cm3	0.042	Normal	Neville, 2011
	Young's Modulus (Ef)/ Shear Modulus (G)	kg/cm2	0.08	Normal	El-Sayed, 2006/ Shield, 2009
	Tensile Strength	kg/cm2	0.13	Weibull	El-Sayed Ahmed, pág 124/ Kulkarni, 2006
	Compressive Strength (fc)	kg/cm2	0.09	Weibull	Wu, et al, 2016
	Shear Strength	kg/cm2	0.12	Weibull	Nairn, 2002
CFRP	Separation Strain	-	0.15	Normal	Kim, Lee & Yun, 2011/ Lee & Kim, 2015/ Li, et al, 2018
	Friction Coefficient	-	0.05	Normal*	Theorical Manual ELS, pág 45
	Failure Softening Factor	-	0.23	Normal	Teng, Dong & Chen, 2002/Dulieu- Barton, Shenoi & Cooper, 1997
	Specific Weight	kg/cm3	0.04	Normal*	Fédération Internationale du Betón (FIB), 2007
	Yield Stress (fy)/ Ultimate-Yield Stress Ratio	kg/cm2	0.09	Normal	Lee &Mosalam, 2009/ AlHafian, 2013
	Young's Modulus (Es)/ Shear Modulus (G)	kg/cm2	0.033	Normal	Lee & Mosalam, 2009/ AlHafian, 2013
Sr0	Ultimate Strain	-	0.09	Normal	AlHafian, 2013
AC	Separation Strain	-	-	Normal*	Theorical Manual ELS, pág 44
	Friction Coefficient	-	0.1	Normal	Huang, et al, 2018
	Failure Softening Factor	-	0.23	Normal	Shahawy and Ali, 2016
	Specific Weight	Kg/cm3	0.01	Normal*	ASTM International, 2021

Propiedades estadísticas de las variables aleatorias básicas.

En el esquema mostrado en la Figura 79 se detalla cómo se obtienen ambos límites (Límite inferior-percentil 10 y límite superior-percentil 90) a partir de la distribución de probabilidad de una determinada variable aleatoria X. Con esto, este método realiza un análisis para ver los efectos que tienen en la salida del evento estructural deseado. Ahora bien, el efecto de la variable aleatoria X se ve reflejado a través de oscilaciones (*Swing* en inglés) sobre una distribución de probabilidad del parámetro de demanda de ingeniería. Este EDP puede ser, por ejemplo, la carga de falla por cortante de las variables aleatorias como en la presente investigación, ya que se está estudiando la resistencia a la cortante de vigas de concreto reforzadas longitudinalmente con barras de CFRP. Pero, dependiendo de la investigación, podría ser, por ejemplo, la dependencia del tiempo incipiente del colapso de las variables aleatorias en caso el estudio se centre en el colapso sísmico progresivo de estructuras de concreto, etc. Asimismo, la probabilidad es la salida obtenida tras el análisis y las oscilaciones son obtenidas como la diferencia entre la EDP de salida del límite superior y límite inferior.



Figura 79 *Esquema de desarrollo de una oscilación (Swing)*

Nota. Adaptado de Binici & Mosalam (2007).

Por otro lado, cada variable aleatoria (RV) se evalúa a partir los límites calculados previamente de una manera sencilla. Para cada RV de entrada, la función determinista se evalúa dos veces. Utilizando los dos valores extremos de los RVs de entrada seleccionados, mientras que los otros RVs de entrada se establecen en sus mejores estimaciones como las medias, lo cual se explicó previamente en los párrafos anteriores.

Una vez analizadas todas las variables aleatorias y obtenidas las oscilaciones respectivas, se elabora el diagrama Tornado, tal como se aprecia en la Figura 80. Las barras horizontales representan a las variables aleatorias analizadas y la longitud de cada una de ellas representa la variación que genera la variable aleatoria. Las barras con mayores oscilaciones o *swings* son aquellas que causan mayores efectos sobre el EDP definido según el comportamiento de la estructura que otras variables con oscilaciones menores.

Figura 80

Diagrama Tornado



Nota. Adaptado de Binici & Monsalam (2007).

En la presente investigación se realizaron simulaciones para cada uno de los cuatro modelos numéricos de las vigas de interés. Estas fueron obtenidas teniendo como valores de cada propiedad según el material a las medias definidas previamente en el Capítulo 3. De estas simulaciones se obtuvieron las curvas carga vs deflexión de referencia. Seguidamente, se realizaron todas las simulaciones de acuerdo con la matriz de sensibilidad y se obtuvieron las curvas carga vs deflexión correspondientes. Para cada propiedad, por separado, se obtuvieron dos curvas carga vs deflexión correspondiente con el límite inferior y límite superior respectivamente. Con ello se obtuvo la variación en las zonas previamente definidas o también conocidos como oscilaciones *swings*. Conocida la variación de cada propiedad, se procedió a elaborar los diagramas Tornados para cada uno de los modelos. Para esto, se ordenaron en la parte superior las variables más sensibles con mayor variación y en la parte inferior las menos sensibles con menor variación.

4.7.2 Propiedades del estudio de sensibilidad

En la Tabla 20 se muestran las propiedades a las cuales se les aplicó el estudio de sensibilidad según el tipo de material. Aquellas propiedades que tienen la misma numeración significan que son propiedades dependientes basadas en la mecánica de materiales. Las propiedades dependientes se agrupan de tal manera que ambas se puedan analizar en paralelo. Por ejemplo, para el material concreto, al analizarse la propiedad módulo de Young de manera paralela se tiene que analizar el módulo de corte. De esta manera, si se analiza el límite superior de uno automáticamente, se tiene que considerar el límite superior y viceversa. De esa forma, se analizó todas las variables dependientes de acuerdo con cada material.

		Parámetro	Unidad	Media	Distribución	CV	Mínimo	Máximo
	1	Compressive Strength	kg/cm2	642.61	Normal	0.18	494.317	790.893
	2	Young Modulus	kg/cm2	316381.00	Normal	0.08	283932.96	348829.04
	2	Shear Modulus	kg/cm2	126552.40	Normal	0.08	113573.19	139531.61
reto	3	Maximun Tensile Stress	kg/cm2	56.70	Normal	0.22	40.71	72.69
onc	4	Shear Strength	kg/cm2	155.40	Normal	0.15	125.52	185.28
	5	Separation Strain	-	0.10	Normal**	0.10	0.09	0.11
	6	Friction Coefficient	-	0.70	Normal	0.15	0.57	0.83
	7	Specific Weight	kg/cm2	0.0024	Normal	0.04	0.0023	0.0025
	8	Young's Modulus	kg/cm2	1376616.89	Normal	0.03	1325631.16	1427602.62
	8	Shear Modulus	kg/cm2	573590.37	Normal	0.03	552346.31	594834.43
	9	Tensile Strength	kg/cm2	7841.62	Weibull	0.13	6392.97	8617.83
	10	Compressive Strength	kg/cm2	6116.46	Weibull	0.09	3826.75	6651.10
SP	11	Shear Strength	kg/cm2	3742.26	Weibull	0.12	2253.55	4067.87
CFI	12	Separation Strain	-	0.015	Normal	0.15	0.012	0.018
	13	Friction Coefficient	-	0.55	Normal*	0.05	0.52	0.58
	14	Failure Softening Factor	-	0.55	Normal	0.23	0.39	0.71
	15	Specific Weight	kg/cm3	0.00161480	Normal*	0.04	0.00154020	0.00168933
	16	Yield Stress (fy)	kg/cm2	4690.88	Normal	0.09	4149.65	5232.11
	16	Ultimate Strength/Yield Stress Ratio	-	1.326	Normal	0.09	1.173	1.479
	17	Young's Modulus (E)	Kg/cm2	2039430.00	Normal	0.03	1953149.87	2125710.13
cero	17	Shear Modulus (G)	Kg/cm2	784396.15	Normal	0.03	751211.49	817580.81
A	18	Ultimate Strain	-	0.17	Normal	0.09	0.15	0.19
	19	Separation Strain	-	0.50	Normal**	0.10	0.44	0.56
	20	Friction Coefficient	-	0.70	Normal	0.1	0.61	0.79
	21	Failure Softening Factor	-	0.33	Normal	0.23	0.23	0.43
	22	Specific Weight	-	0.00785	Normal*	0.01	0.00775	0.00795
		*Se aplicó el "Pivotal Meth partir del rango de variación d	od" (Estin el paráme	na el CV con tro considerar	una distribución Ido un nivel de o	de pro confian	babilidad norn za estándar del	nal a 95%)
	*	* Se aplicó a los parámetros ind probabilidad normal bas	ependiento ada en la c	es (se utilizó u listribución de	n CV conservado probabilidad del	or del 10 resto de)% y una distrib e propiedades)	oución de

Rangos de las variables aleatorias en el análisis de sensibilidad con el diagrama Tornado

Tabla 20

Por otro lado, para cada viga se realizó un estudio de sensibilidad por separado, tomando en cuenta las propiedades de los materiales que las componen. De esta manera, para las vigas reforzadas con CFRP se aplicó el estudio de sensibilidad a 17 propiedades en total, ocho correspondientes al concreto y nueve correspondientes al CFRP. De las ocho propiedades analizadas para el material concreto, hubo dos propiedades dependientes (módulo de Young y módulo de corte), las cuales se analizaron como un solo grupo. En el caso de las nueve propiedades analizadas para el CFRP, hubo también dos variables dependientes (módulo de Young y módulo de corte) que se analizaron a la vez como parte del mismo grupo.

En el caso de las vigas de concreto reforzadas longitudinalmente con acero, se siguió la misma lógica para el material acero, pues para el material concreto fue lo mismo que se explicó

en el párrafo anterior. Ahora bien, en el caso del acero se aplicó el análisis de sensibilidad a nueve propiedades. De estas hubo dos paquetes conformados por dos variables dependientes en cada uno. El primer paquete conformado por *yield stress y ultimate strength/ yield stress ratio*, y el segundo paquete conformado por las propiedades módulo de Young y módulo de corte. Estas agrupaciones por paquetes permitieron conocer la influencia real de las propiedades que las conforman en la respuesta de las estructuras analizadas. Otra ventaja de las agrupaciones por paquetes es que permitieron reducir el número de simulaciones y con ello reducir el tiempo total requerido.

4.8 Resultados del análisis de sensibilidad para cada modelo

El análisis de sensibilidad con el método Tornado permitió conocer la importancia relativa de cada variable aleatoria sobre el parámetro de demanda de ingeniería seleccionado. Este estudio se realizó por separado a cada uno de los cuatro modelos numéricos correspondientes con las cuatro vigas de interés, dos de ellas reforzadas con CFRP y las dos restantes reforzadas con acero. Este análisis se ejecutó siguiendo un orden definido previamente, tal como se puede visualizar en la Tabla 20. Con la base de datos recopilados para cada variable aleatoria, para cada uno de los modelos numéricos, se elaboraron los diagramas Tornados que se muestran a continuación.

Antes de presentar los resultados del estudio de sensibilidad para cada uno de los cuatro modelos representadas a través de diagramas de Tornado, el lector debe recordar algunos detalles importantes abordados en los apartados anteriores. Las barras horizontales de color naranja representan las oscilaciones o variaciones de la carga de falla por cortante correspondiente con el límite inferior o mínimo de cada propiedad. Por el contrario, las barras de color azul representan las oscilaciones obtenidas con los límites superiores o máximos de cada propiedad. El eje vertical del diagrama Tornado o también conocido como parámetro de demanda de ingeniería, es la carga de falla por cortante obtenida con las medias de todas las propiedades para cada uno de los modelos. Dicho esto, en las próximas secciones se mostrarán los diagramas para cada uno de los modelos analizados.

4.8.1 Diagrama de Tornado de la viga I-CH-1.7

Luego de realizar un total de 30 simulaciones como parte del estudio de sensibilidad de las propiedades para la viga I-CH-1.7 en el software ELS, se obtuvo que la propiedad más sensible que genera la mayor variación en la carga de falla por cortante es el *shear strength* del concreto. En la Figura 81 se puede notar la variación que origina el *shear strength* en la carga de falla por cortante de la viga.

Figura 81

Gráfica carga vs deformación correspondiente a la propiedad shear strength del concreto - modelo I-CH-1.7



No obstante, hay otras propiedades como el *maximum tensile stress* del concreto, el *Young 's modulus- shear modulus* del CFRP y el *Young 's modulus – shear modulus* del concreto que también originan una variación importante en la carga de falla por cortante tal como se puede apreciar el diagrama Tornado mostrado en la Figura 82. Por el contrario, dentro de las propiedades menos sensibles que producen una variación casi despreciable en la carga de falla por cortante se encuentran: el *separation strain* del concreto, *tensile strength del CFRP, shear strength del CFRP, separation strain* del CFRP, *friction coefficient* del CFRP, *failure softening factor* del CFRP y el *specific weight* del CFRP.

Análisis de sensibilidad con el Diagrama Tornado – modelo I-CH-1.7

Figura 82



Para este modelo también se realizaron 30 simulaciones como parte del estudio de sensibilidad de la carpeta de propiedades en el software ELS. Se obtuvo que la propiedad más sensible que genera la mayor variación en la carga de falla por cortante es el *shear strength* del concreto. En la Figura 83 se puede notar la variación que origina el *shear strength* en la carga de falla por cortante de la viga.

Figura 83

Gráfica carga vs deformación correspondiente a la propiedad shear strength del concreto - modelo I-CH-2.2



No obstante, hubo otras propiedades como: el *Young's modulus- shear modulus* del concreto, el *maximum tensile stress* del concreto y el *compressive strength* del concreto que también originaron variaciones importantes en la carga de falla por cortante tal como se puede

apreciar el diagrama Tornado mostrado en la Figura 84. Por el contrario, dentro de las propiedades menos sensibles que originan menores variaciones prácticamente despreciables en la carga de falla por cortante se encuentran: el *separation strain* del concreto, *tensile strength* del CFRP, *shear strength* del CFRP, *separation strain* del CFRP, *friction coefficient* del CFRP, *failure softening factor* del CFRP y el *specific weight* del CFRP.



Análisis de sensibilidad con el Diagrama Tornado – modelo I-CH-2.2

Figura 84



El presente modelo reforzado longitudinalmente con acero también fue muy similar a su homólogo reforzado con CFRP. Para este modelo se realizaron 28 simulaciones como parte del estudio de sensibilidad en el software ELS. Los resultados arrojaron que la propiedad más sensible que genera la mayor variación en la carga de falla por cortante es el *shear strength* del concreto. En la Figura 85 se puede notar la variación que origina el *shear strength* en la carga de falla por cortante de la viga.

Figura 85

Gráfica carga vs deformación correspondiente a la propiedad shear strength del concreto - modelo I-SH-1.7



En la Figura 86 se puede visualizar que además del *shear strength* hay otras propiedades como el *Young s modulus – shear modulus* del concreto, *maximum tensile stress* del concreto

y el *Young 's modulus – shear modulus* del acero que también originan una variación importante en la carga de falla por cortante. Por el contrario, hubo propiedades generaron variaciones en la carga de falla por cortante, a diferencia de las propiedades más sensibles que tuvieron un impacto significativo. Dentro de estas propiedades se encuentran: el *separation strain* de acero, *friction coefficient* del acero, *failure softening factor* del acero, *specific weight* del acero, el *separation strain* del concreto y el *ultimate strain* del acero.



Figura 86 Análisis de sensibilidad con el Diagrama Tornado – modelo I-SH-1.7



4.8.4 Diagrama de Tornado de la viga I-SH-2.2

Este cuarto modelo fue muy similar al modelo anterior. Se realizaron en total 28 simulaciones en el software ELS, logrando abarcar todo el programa de sensibilidad previsto. Los resultados revelaron que el *shear strength* del concreto es la propiedad más sensible que genera la mayor variación en la carga de falla por cortante, tal como se aprecia en la Figura 87.

Figura 87

Gráfica carga vs deformación correspondiente a la propiedad shear strength del concreto - modelo I-SH-2.2



Asimismo, en la Figura 88 se puede observar que además del *shear strength* hay otras propiedades como *maximum tensile stress* del concreto y el *Young s modulus – shear modulus* del concreto que también originan una variación importante en la carga de falla por cortante. Por el contrario, hubo algunas propiedades que no generaron variaciones en la carga de falla

por cortante a diferencia de las propiedades más sensibles. Dentro de estas propiedades se encuentran: el *separation strain* de concreto, *ultimate strain* del acero, *separation strain* del acero, *friction coefficient* del acero, *failure softening factor* del acero y el *specific weight* del acero.



Análisis de sensibilidad con el Diagrama Tornado – modelo I-SH-2.2

Figura 88



128

4.9 Resultados de la calibración para cada modelo

Se realizó una calibración manual que consistió en asignar valores convenientemente para las propiedades más sensibles hasta encontrar resultados satisfactorios. Dicha variación principalmente se realizó tomando en cuenta los límites calculados en el análisis de sensibilidad. El orden de la calibración fue tomando en cuenta el diagrama Tornado, primero las propiedades más sensibles y según fue necesario se fueron calibrando las menos sensibles hasta lograr resultados satisfactorios. Cabe mencionar que aquellas propiedades cuyo valor fue obtenido mediante ensayos de laboratorio durante el experimento físico se mantuvieron fijos como ya se había mencionado anteriormente.

Ahora bien, para poder lograr una buena precisión a nivel cuantitativo como cualitativo, durante la calibración se tomaron en cuenta tres aspectos. Lo primero, fue lograr en lo posible alcanzar la misma carga de falla por cortante y la misma deformación para dicha carga obtenida en el experimento físico. Esta primera parte fue como un proceso iterativo en el que los resultados de comparación fueron los porcentajes de error tanto para la carga de falla por cortante como para la deformación máxima en el centro de la viga. En segundo lugar, fue lograr visualmente que la curva carga vs deformación del ELS en la etapa anterior y posterior a la carga de falla por cortante se adecúe lo mejor posible a la curva carga vs deformación del experimento físico en dichas etapas. Por último, y de manera paralela a los dos pasos anteriores, se trató de que los patrones de agrietamiento y modos de falla tengan una buena similitud en ubicación y extensión de las grietas finales de falla en relación con los patrones de agrietamiento y modos de falla tengan una buena similitud en ubicación y extensión de las grietas finales de falla en relación con los patrones de agrietamiento y modos de falla obtenidos en el experimento físico. Luego de realizada esta calibración, el resultado final fue un modelo computacional para cada viga, cuyo comportamiento de falla tiene un alto grado de similitud al comportamiento de falla de las vigas ensayadas en el experimento físico. A continuación, se muestran los resultados obtenidos para cada viga.

4.9.1 Resultados de calibración viga I-CH-1.7

En la calibración de la viga I-CH-1.7, la primera modificación fue asignar el valor reportado en el experimento físico para la propiedad *maximum tensile stress* del concreto (44.87 kg/cm²) en vez de la media calculada (56.70 kg/cm²). Luego, siguiendo el orden expuesto de la sensibilidad mostrada en el diagrama Tornado para esta viga, se varió la propiedad más sensible (*shear strength* del concreto). Los errores de carga y deformación más bajos obtenidos luego de varios intentos fueron de 8.71 % y 7.86 % respectivamente. No obstante, al observar los patrones de agrietamiento y modo de falla, estos eran diferentes a los mostrados en los resultados experimentales lo cual fue una señal de que la solución tenía otro camino. Para resolver ello, se realizaron algunas variaciones también en el *Young's modulus y shear strength* del CFRP, pero a pesar de los múltiples intentos de prueba y error, los errores en vez de disminuir se incrementaron. Lo que sucedía era que cuando se intentaba reducir el error en la carga, el error en el desplazamiento incrementaba de manera significativa y viceversa. Esto hizo que se optara por involucrar también al *Young's modulus* y *shear strength* del concreto. El resultado fue en tanto positivo ya que se logró reducir los errores a 9.63 % el de carga y 4.10 % el de deformación. No obstante, aunque se realizaron mayores esfuerzos considerando más

propiedades a manipular, no se logró reducir dichos errores sin que se vea afectado el patrón de agrietamiento y modo de falla correspondiente. Entonces, la calibración final fue la siguiente: shear strength 155.4 kg/cm², maximum tensile stress 44.87 kg/cm², Young's modulus del CFRP 1376616 kg/cm², shear strength del CFRP 573590.37 kg/cm², Young's modulus del concreto 321248.21 kg/cm² y shear strength del concreto 128499.28 kg/cm². El resto de las propiedades se mantuvieron en sus medias respectivas. En la Tabla 21 se muestra el resumen de lo mencionado líneas arriba.

Tabla 21

Resultado) de	calibración-	modelo I-CH-1.7	7
-----------	------	--------------	-----------------	---

	PROPIEDAD O PARÁMEIRO	UND	MÍNIMO	MÁXIMO	MEDIA	VALOR FINAL
-1.7	SHEAR STRENGTH - CONCRETO	kg/cm ²	125.52	185.28	155.4	155.4
CH	MAXIMUN TENSILE STRESS - CONCRETO*	kg/cm ²	40.71	72.69	56.7	44.87
IGA I	YOUNG'S MODULUS / SHEAR MODULUS - CFRP	kg/cm ²	1325631.16 / 552346.31	1427602.62 / 594834.43	1376616.89 / 573590.37	1376616.89 / 573590.37
CIÓN V	YOUNG'S MODULUS / SHEAR MODULUS - CONCRETO	kg/cm ²	283932.96 / 113573.19	348829.04 / 139531.61	316381.00 / 126552.40	321248.21 / 128499.28
3RA	SPECIFIC WEIGHT - CONCRETO	kg/cm ³	0.0023	0.0025	0.0024	0.0024
CALI	COMPRESSIVE STRENGHT - CONCRETO*		494.32	790.89	642.61	642.61
	FRICTION COEFFICIENT - CONCRETO	-	0.57	0.83	0.7	0.7
	* Propiedades cuyos valores fueron o	obtenidos	mediante ensa	iyos en el expe	rimento físico	

4.9.2 Resultados de calibración viga I-CH-2.2

En la calibración del modelo I-CH-2.2, la primera modificación fue cambiar el valor de la media de la propiedad *maximum tensile stress* del concreto. Entonces, en vez de 56.70 kg/cm² que fue la media calculada, se asignó el valor de 44.87 kg/cm² reportado del experimento físico. Luego, siguiendo el orden expuesto de la sensibilidad mostrada en el diagrama Tornado para este modelo, se varió la propiedad más sensible (shear strength del concreto). Los menores errores de carga y deformación máxima obtenidos fueron de 4.88 % y 24.39 % respectivamente. Si bien el error en la carga máxima era relativamente pequeño, el error en la deformación correspondiente era relativamente alto. Para resolver ello, se realizaron algunas variaciones también en el Young's modulus y shear strength del concreto, con lo cual luego de varios intentos se obtuvieron errores de 3.22 % y 10.76 % para la carga máxima y la deformación respectivamente. Aunque hubo una mejora importante sobre todo en la parte de la deformación, se intentó obtener mejores resultados variando la propiedad Young's modulus y shear Strength del CFRP. De esa manera, se realizaron varias simulaciones con diferentes valores y el resultado obtenido luego de cubrir todo el rango fue en tanto positivo. Ahora los nuevos errores de la carga máxima y la deformación respectiva fueron de 4.71 % y 4.20 % respectivamente. Además, dentro de la parte cualitativa, el patrón de agrietamiento obtenido había logrado reproducir con éxito las características más sobresalientes evidenciadas en el patrón de agrietamiento experimental. No obstante, aunque se realizaron mayores esfuerzos considerando más propiedades a manipular, no se logró reducir dichos errores sin que se vea comprometido el patrón de agrietamiento y modo de falla correspondiente. Entonces, la calibración final fue la siguiente: *shear strength* 182.292 kg/cm², *maximum tensile* stress 44.87 kg/cm², *Young's modulus* del concreto 316381.00 kg/cm², *shear strength* del concreto 126552.40 kg/cm², *Young's modulus* del CFRP 1325631.16 kg/cm² y *shear strength* del CFRP 552346.31 kg/cm². El resto de las propiedades se mantuvieron en sus medias respectivas. En la Tabla 22 se muestra el resumen de lo mencionado líneas arriba.

Tabla 22

	PROPIEDAD O PARÁMEIRO	UND	MÍNIMO	MÁXIMO	MEDIA	VALOR FINAL
I-CH-2.2	SHEAR STRENGTH - CONCRETO	kg/cm ²	125.52	185.28	155.4	182.29
	YOUNG MODULUS / SHEAR MODULUS - CONCRETO	kg/cm ²	283932.96 / 113573.19	348829.04 / 139531.61	316381.00 / 126552.40	316381.00 / 126552.40
IGA	MAXIMUN TENSILE STRESS - CONCRETO*	kg/cm ²	40.71	72.69	56.7	44.87
N Z	COMPRESSIVE STRENGTH - CONCRETO*	kg/cm ²	494.312	790.89	642.61	642.61
BRACIÓ	YOUNG'S MODULUS / SHEAR MODULUS - CFRP	kg/cm ²	1325631.16 / 552346.31	1427602.62 / 594834.43	1376616.89 / 573590.37	1325631.16 / 552346.31
ALI	FRICTION COEFFICIENT - CONCRETO	-	0.57	0.83	0.7	0.7
C	SPECIFIC WEIGHT - CONCRETO	kg/cm ³	0.0023	0.0025	0.0024	0.0024
	* Propiedades cuyos valores fueron o	btenidos	mediante ensa	iyos en el expe	erimento físico	

Resultado de calibración- modelo I-CH-2.2

4.9.3 Resultados de calibración viga I-SH-1.7

La calibración del modelo I-SH-1.7, fue similar a la calibración del modelo anterior. La primera intervención fue asignar el valor obtenido experimentalmente para la propiedad *tensile* strength del concreto. Entonces, en vez de la media 56.70 kg/cm², se asignó el valor de 44.87 kg/cm². Luego, de acuerdo con el orden expuesto de la sensibilidad mostrada en el diagrama Tornado para este modelo, se varió la propiedad más sensible (shear strength del concreto). Los menores errores de carga y deformación máxima obtenidos fueron de 1.68 % y 5.24 % respectivamente. Si bien ambos errores fueron relativamente pequeños, se pensó que a lo mejor se podría de alguna forma reducir el error en la deformación para la carga máxima y obtener mejores resultados cualitativos referidos al patrón de agrietamiento. Con ese objetivo, se realizaron algunas variaciones también en el Young's modulus y shear strength del concreto, con lo cual luego de varios intentos se obtuvieron errores de 2.11 % y 3.27 % para la carga máxima y la deformación respectivamente. No obstante, aunque se realizaron mayores esfuerzos considerando más propiedades a manipular, no se logró obtener mejores resultados. Entonces, la calibración final fue la siguiente: shear strength 176.316 kg/cm², maximum tensile stress 44.87 kg/cm², Young's modulus del concreto 283932.96 kg/cm², shear strength del concreto 113573.19. El resto de las propiedades se mantuvieron en sus medias respectivas. En la Tabla 23 se muestran las propiedades más sensibles con sus respectivos valores finales.

Tabla 23

	PROPIEDAD O PARÁMETRO	UND	MÍNIMO	MÁXIMO	MEDIA	VALOR FINAL
5	SHEAR STRENGTH - CONCRETO	kg/cm ²	125.52	185.28	155.4	176.32
I-HS-I	YOUNG MODULUS / SHEAR MODULUS - CONCRETO	kg/cm ²	283932.96/ 113573.19	348829.04 / 139531.61	316381.00 / 126552.40	283932.96/ 113573.19
IGA	MAXIMUN TENSILE STRESS - CONCRETO*	kg/cm ²	40.71	72.69	56.7	44.87
IÓN V	YOUNG'S MODULUS / SHEAR MODULUS - ACERO	kg/cm ²	1953149.89/ 751211.49	2125710.13 / 817580.81	2039430.00 / 784396.15	2039430.00 / 784396.15
SAC	FRICTION COEFFICIENT - CONCRETO	-	0.57	0.83	0.7	0.7
CIBI	COMPRESSIVE STRENGTH - CONCRETO*	kg/cm ²	494.312	790.89	642.61	642.61
CAI	YIELD STRESS / ULTIMATE STRENGHT RATIO - ACERO	kg/cm2	4149.65 / 117	5232.11 / 1.48	4690.88 / 1.326	4690.88/ 1.326
	SPECIFIC WEIGHT - CONCRETO	kg/cm ³	0.0023	0.0025	0.0024	0.0024
	* Propiedades cuyos valores fueron o	obtenidos	mediante ensa	yos en el exper	imento físico	

Resultado de calibración- modelo I-SH-1.7

4.9.4 Resultados de calibración viga I-SH-2.2

La calibración del modelo I-SH-2.2 se realizó de manera muy similar a la calibración de los modelos anteriores. Para la propiedad *tensile strength* del concreto, se asignó el valor obtenido mediante ensayos durante la fase experimental. De ese modo, se asignó el valor de 44.87 kg/cm² en vez de 56.70 kg/cm² que fue la media calculada en el Capítulo 3. Lo siguiente, de acuerdo con el orden expuesto de la sensibilidad mostrada en el diagrama Tornado fue variar el valor de la propiedad más sensible (shear strength del concreto). Luego de realizar numerosas simulaciones para cada variación, los menores errores de carga máxima y deformación en dicho punto obtenidos fueron de 0.11 % y 1.89 % respectivamente. No obstante, aunque se realizaron mayores esfuerzos considerando más propiedades a manipular, no se logró obtener mejores resultados. Entonces, la calibración final fue la siguiente: shear strength 182.29 kg/cm2 y maximum tensile stress 44.87 kg/cm2. El resto de las propiedades más sensibles del diagrama Tornado y los valores finales obtenidos mediante el resumen de las propiedades arriba.

Tabla 24

	PROPIEDAD O PARÁMEIRO	UND	MÍNIMO	MÁXIMO	MEDIA	VALOR FINAL
7	SHEAR STRENGTH - CONCRETO		125.52	185.28	155.4	182.29
I-2 .	MAXIMUN TENSILE STRESS - CONCRETO*	kg/cm ²	40.71	72.69	56.7	44.87
A I-SI	YOUNG'S MODULUS / SHEAR MODULUS - CONCRET O	kg/cm ²	283932.96 / 113573.19	348829.04 / 139531.61	316381.00 / 126552.40	316381.00 / 126552.40
AIG	COMPRESSIVE STRENGTH - CONCRETO*	kg/cm ²	494.312	790.89	642.61	642.61
ÓN	SPECIFIC WEIGHT - CONCRETO	kg/cm ³	0.0023	0.0025	0.0024	0.0024
ACI	FRICTION COEFFICIENT - CONCRETO	-	0.57	0.83	0.7	0.7
CALIBR	YOUNG'S MODULUS / SHEAR MODULUS - ACERO	kg/cm ²	1953149.87 / 751211.49	2125710.13 / 817580.81	2039430.00 / 784396.15	2039430.00 / 784396.15
	YIELD STRESS/ ULTIMATE STRENGHT RATIO - ACERO	kg/cm ²	4149.65 / 1.173	5232.11 / 1.479	4690.88 / 1.326	4690.88 / 1.326
	* Propiedades cuyos valores fueron o	btenidos	mediante ensa	iyos en el expe	erimento físico	

Resultado de calibración- modelo I-SH-2.2

4.10 Resultados de estudio de mallado para los modelos reforzados con CFRP

El estudio de mallado realizado para las vigas reforzadas longitudinalmente con CFRP, tuvo como objetivo principal conocer la influencia cualitativa en la simulación de los patrones de agrietamiento y modos de falla. La idea inicial era que a lo mejor un mayor número de elementos posibilitarían que el modelo reproduzca con mayor detalle las grietas de falla. Saber si emplear un mayor número de elementos origina algún cambio cuantitativo, por ejemplo, en la curva carga vs deformación máxima en el centro de la viga, lo cual se relaciona con la rigidez del elemento. Asimismo, fue importante conocer que tan beneficioso es en general modelar mallados más refinados, tomando en cuenta que esto podría significar mayores tiempos computacionales.

El programa de estudio de mallado consistió en la evaluación de dos mallados diferentes al empleado en los modelos principales simulados en el análisis de sensibilidad y calibración el cual estuvo conformado por 1224 elementos. Se evaluó un primer mallado de 408 elementos, el cual cuantitativamente posee un tercio del número de elementos del mallado del modelo principal de referencia utilizado en las simulaciones del estudio de sensibilidad y calibración. También se consideró un segundo mallado con un total de 4896 elementos el cual es tres veces mayor al número de elementos del modelo de referencia. Este último mallado contienen un número de elementos muy cercano al límite disponible de 5000 elementos.

4.10.1 Resultados de estudio de mallado viga I-CH-1.7

En la Figura 89 se pueden visualizar cuatro curvas carga vs deformación correspondientes con tres mallados diferentes y un cuarto correspondiente con el prototipo experimental. Para entender que es lo que ha sucedido, es importante comenzar mencionando que el modelo principal considerado tuvo un mallado de 1224 elementos. Este mallado arrojó una curva carga vs deformación que se acerca o se aproxima muy bien a la curva carga vs deformación del prototipo resultante de la calibración realizada. Partiendo de ese resultado logrado, se modelaron dos mallados extras, uno de 408 elementos y el otro de 4896 elementos. El mallado de 408 elementos evidenció un incremento significativo en la resistencia en aproximadamente 21.37 % de tal manera que, la resistencia máxima alcanzada o carga de falla por cortante final fue de 285.15 kN frente a los 234.98 kN alcanzados con el mallado principal de 1224 elementos. Por el contrario, el mallado más refinado conformado por 4896 elementos expuso una menor resistencia, es decir, arrojó una resistencia máxima de 198.63 kN. Esta carga de falla por cortante fue menor a la carga de falla del mallado principal en aproximadamente 15.45 %.

Diagrama carga vs deformación para distintos mallados - modelo I-CH-1.7



A nivel cualitativo, es decir, referente a los patrones de agrietamiento y modos de falla, los resultados obtenidos para cada mallado se pueden visualizar en la Figura 90. En esta figura se encuentran los patrones de agrietamiento correspondientes con los tres mallados modelados y el patrón de agrietamiento correspondiente con el prototipo experimental. En el patrón de agrietamiento del modelo principal de 1224 elementos se puede apreciar la precisión de la ubicación de las grietas diagonales de falla. Estas grietas diagonales en las zonas de corte indican un modo de falla por tracción diagonal obtenida también en el prototipo del experimento físico. No obstante, si observamos la zona de flexión, vemos que no se visualizan claramente los esfuerzos representados en el patrón de agrietamiento del prototipo. Ahora si se observa el patrón de las grietas finales de falla se aleja de lo apreciado en el mallado anterior. En el lado izquierdo, por ejemplo, las grietas no están muy bien definidas, mientras que en la zona de flexión entre las placas de carga y en el lado derecho en las zonas de corte se observan algunas grietas que dan la impresión de que no hay una buena reproducción de lo evidenciado en el patrón de agrietamiento del prototipo. Sí observamos el patrón de agrietamiento del modelo de mallado más refinado de 4896 elementos, se puede apreciar un patrón de agrietamiento mejor definido con más detalles. No obstante, en la zona de compresión, al costado de las placas de carga, se puede observar algunas grietas que no se evidenciaron experimentalmente.

Figura 90





Nota. Adaptado del ELS.

Un aspecto importante que se debe tomar en cuenta durante las simulaciones son los tiempos computacionales. Esto permite una mejor organización en cuanto al manejo del tiempo e incluso en la toma de decisiones durante el proceso de simulaciones. Dado ello, en la presente investigación se analizaron los tiempos computacionales para los tres mallados anteriores y los resultados se muestran en la Figura 91. Estos resultados muestran que los tiempos computacionales tienden a incrementarse conforme se incremente el número de elementos. De esta forma, por ejemplo, para un mallado de 1224 elementos el tiempo requerido es de 61 segundos, mientras que para un mallado de 4896 (tres veces más refinado al anterior) el tiempo requerido es de 203 segundos.



Tiempos computacionales requeridos por el ELS para mallados distintos – modelo I-CH-1.7

4.10.2 Resultados de estudio de mallado viga I-CH-2.2

Figura 91

En la Figura 92 se pueden visualizar, para el presente modelo, las curvas "carga vs deformación" de los diferentes mallados ensayados y del prototipo experimental. El modelo de 1224 elementos fue el mallado principal usado en la calibración y, por ende, presentó una buena aproximación a la curva carga vs deformación del prototipo. Partiendo de este resultado obtenido de la calibración correspondiente, se modelaron dos mallados extras de 408 y 4896 elementos, respectivamente. El mallado de 408 elementos evidenció un incremento significativo en la rigidez en aproximadamente 19.28 % de tal manera que la resistencia máxima alcanzada o carga de falla por cortante final fue de 434.64 kN frente a los 364.40 kN alcanzados con el mallado principal de 1224 elementos. Por el contrario, el mallado más refinado conformado por 4896 elementos expuso una rigidez máxima de 244.76 kN. Esta carga de falla por cortante fue menor a la carga de falla del mallado principal en aproximadamente 32.83 %.



Diagrama carga vs deformación para distintos mallados - modelo I-CH-2.2



En la parte cualitativa, los resultados se pueden visualizar en la Figura 93. En dicha figura se muestran los patrones de agrietamiento correspondientes con los tres mallados modelados y el patrón de agrietamiento correspondiente con el prototipo experimental. En el patrón de agrietamiento del modelo principal de 1224 elementos se puede apreciar la precisión de la ubicación y extensión de las grietas diagonales. No obstante, en la zona de flexión, no se logran visualizar de manera clara las grietas mostradas en el patrón de agrietamiento del prototipo. Ahora si se observa el patrón de agrietamiento del mallado menos refinado de 408 elementos, la ubicación de las grietas diagonales tiene cierta similitud con la ubicación de las grietas diagonales tiene cierta similitud con la ubicación no es tan buena, puesto que aleja un poco de lo evidenciado en los resultados experimentales. Por

último, el mallado más refinado (conformado por 4896 elementos) evidenció buena precisión de la extensión de las grietas diagonales. No obstante, en la zona de compresión (ubicada en el lado izquierdo de la placa de aplicación de carga) se visualizó un indicio de agrietamiento que no se registró en el experimento físico.

Figura 93

Patrones de agrietamiento para distintos mallados - modelo I-CH-1.7



Nota. Adaptado del ELS.

Para el presente modelo, que emplea una cuantía de refuerzo mayor que el modelo anterior, también se analizaron los tiempos computacionales para los tres mallados correspondientes. Los resultados que se muestran a continuación concuerdan con los resultados obtenidos para el modelo anterior. La Figura 94 muestra que utilizar mallados más refinados implica mayores tiempos de procesamiento que emplear mallados menos refinados. Por ejemplo, para un mallado de 1224 elementos, el tiempo computacional requerido fue de 73 segundos, mientras que para un mallado de 4896 elementos el tiempo computacional fue de 328 segundos.



Tiempos computacionales requeridos por el ELS para mallados distintos – modelo I-CH-2.2

Figura 94

4.11 Resultados de los modelos finales para las vigas con refuerzo de CFRP

En esta sección se muestran los resultados finales de las dos vigas que fueron reforzadas con CFRP. Se trata de dos modelos calibrados con base en los resultados del análisis de sensibilidad obtenidos previamente. Estos modelos cuentan con un mallado y número de resortes de conexión previamente seleccionados y analizados en las secciones anteriores.

Tomando en cuenta lo mencionado en el párrafo anterior, los resultados se muestran a continuación siguiendo cierto orden. Primero los resultados cualitativos sobre los patrones de agrietamiento acompañado de los contornos de deformaciones principales y luego los resultados cuantitativos relacionados con las curvas carga vs deformación. Todo esto siguiendo una metodología deductiva, es decir, primero se presenta un argumento general principal, seguido de argumentos secundarios que buscan explicar los detalles encontrados más importantes.

4.11.1 Resultados cualitativos del modelo I-CH-1.7

En la Figura 95 se muestra el patrón de agrietamiento de falla obtenido experimentalmente junto al obtenido con el ELS. Si se observa la ubicación y extensión de las grietas de corte obtenidas con el ELS y las comparamos con las obtenidas experimentalmente, se podría decir que exista una buena aproximación. En ese mismo sentido, se puede observar en la parte inferior, el contorno correspondiente con las deformaciones principales que muestran con más claridad el patrón de agrietamiento y los esfuerzos de tracción que originaron las grietas de corte. Se puede apreciar que las grietas se extendieron desde los puntos de apoyo

hasta las placas de aplicación de cargas, lo cual evidencia un modo de falla por tracción diagonal, tal como se registró en el experimento físico.

Figura 95



Patrón de agrietamiento modelo I-CH-1.7

Nota. Adaptado del ELS.

A continuación, se explica con mayores detalles y de forma progresiva el origen de las grietas desde el inicio de la aplicación de cargas hasta la falla final. Tomando como referencia comportamiento estructural y modos de falla del experimento real explicados en la sección 2.5.1 se ha identificado los patrones de agrietamiento en tres momentos de carga registrados experimentalmente. Estos momentos son la carga de fisuración por flexión cortante, carga de fisuración por corte y la carga de falla por cortante. Para seguir la explicación es necesario observar el patrón de agrietamiento experimental y los patrones de agrietamientos en los tres momentos mencionados, todo esto mostrado en la Figura 96. En un primer momento, cuando se alcanza la carga de fisuración por flexión cortante (31 kN) se puede observar que aparecen las primeras grietas verticales y perpendiculares a la dirección del refuerzo en la zona de flexión pura localizada entre las placas de carga tal cual sucedió en el experimento real. En un segundo momento, cuando se alcanza la carga de fisuración por corte (122.5 kN), se puede observar que aparecieron nuevas fisuras en la zona de flexión, algunas ya existentes profundizaron más y otras se originaron en la zona de cortante limitada por las placas de aplicación de carga y los apoyos. Por último, en un tercer momento, cuando se alcanzó la carga de falla por cortante, se puede apreciar que se formó una grieta inclinada de corte en el lado derecho y otra en el lado izquierdo. Estas grietas indicaron una falla final por tracción diagonal, tal como se registró en el experimento físico.





Patrones de agrietamiento y modo de falla final – modelo I-CH-1.7

Nota. Adaptado del ELS.

4.11.2 Resultados cuantitativos modelo I-CH-1.7

Luego de haber realizado un estudio de sensibilidad y calibración para el presente modelo, se obtuvo la curva carga vs deformación mostrada en la Figura 97 que se encuentra junto a la curva carga vs deformación del experimento físico. El lector podrá visualizar que de forma global existe una buena similitud o aproximación entre la curva obtenida con el software ELS y la curva experimental, hasta donde se tiene registro. Se puede observar también que la curva obtenida con el ELS expone una naturaleza frágil correspondiente con la falla por cortante, tal cual se obtuvo en el experimento físico.

En el primer tramo hasta la fisuración, representa el comportamiento del elemento no fisurado utilizando toda la inercia bruta del concreto sin la participación del CFRP. En este primer tramo se puede apreciar que ambas curvas se superponen, lo cual significa que el ELS ha modelado correctamente el material concreto.

En el segundo tramo, el comportamiento de la curva representa un estado fisurado del concreto donde las inercias son menores y donde la rigidez axial de las barras de CFRP comienzan a tener una participación cada vez mayor. En este tramo no se evidenciaron variaciones significativas. Ello significa que, en el tramo mencionado, el ELS logró un comportamiento cercano al experimento físico sin diferencias relevantes.

En el tercer tramo hasta la falla por corte, se puede observar una mayor variación entre ambas curvas. En este tramo la curva del experimento físico muestra una caída intermedia de rigidez con una rápida recuperación. En ese sentido, el ELS, si bien no logró reproducir dicha caída de rigidez como se esperaba, logró resultados aceptables, exponiendo un comportamiento con una tendencia similar con variaciones menores y sin diferencias notables con respecto al experimento físico. Además, a nivel de resistencia comparando numéricamente la carga de falla por cortante y la deformación en dicho punto, los errores obtenidos fueron de 9.63 % y 4.10 % respectivamente (Figura 98). Esto significa que, para la presente viga, el ELS ha logrado reproducir de manera exitosa el comportamiento general de la viga ensayada experimentalmente.

Figura 97

Diagrama carga vs deformación final - modelo I-CH-1.7



Figura 98

Porcentaje de error de la resistencia máxima y desplazamiento del modelo final I-CH-1.7



4.11.3 Resultados cualitativos modelo I-CH-2.2

En la Figura 99 se muestra el patrón de agrietamiento de falla obtenido experimentalmente junto al obtenido con el ELS. Se puede visualizar que la ubicación y extensión de las grietas de corte o grietas de falla obtenidas con el ELS muestran gran similitud

con las obtenidas experimentalmente. En general no hay diferencias significativas en cuanto al modo de falla final, pues en ambas se evidencia una falla final por tracción diagonal. Además, en la parte inferior se puede observar los contornos correspondientes con las deformaciones principales que muestra con mejor calidad el patrón de agrietamiento combinado con los esfuerzos principales de tracción que originaron las grietas de corte. Se puede apreciar claramente que las grietas de corte lograron extenderse desde los apoyos hasta la zona de aplicación de cargas, tal como sucedió en el experimento.

Figura 99



Patrón de agrietamiento modelo I-CH-2.2

Nota. Adaptado del ELS.

Como complemento a lo mencionado en el párrafo anterior y a modo de brindar al lector una comprensión más completa del progreso de las grietas desde la aplicación de las cargas hasta la falla final, se detalla lo siguiente:

Con base en el comportamiento estructural y modos de falla del experimento físico abordados en la sección 2.5.1, se ha identificado los patrones de agrietamiento en el ELS en tres momentos de carga, tal como se muestran en la Figura 100. Estos momentos registrados también en el experimento físico, fueron la carga de fisuración por flexión cortante, carga de fisuración por corte y la carga de falla por cortante. En un primer momento, cuando se alcanza la carga de fisuración por cortante (31 kN), se puede observar que aparecen las primeras grietas verticales y perpendiculares a la dirección del refuerzo en la zona de flexión pura localizada entre las placas de carga tal cual sucedió en el experimento real. En un segundo momento, cuando se alcanzó la carga de fisuración por corte (160 kN), se puede observar que aparecieron nuevas grietas en la zona de flexión, algunas ya existentes profundizaron más, pero no tanto como las grietas visualizadas en la viga anterior con una cuantía de refuerzo menor. Asimismo, aparecieron también otras grietas en la zona de cortante entre las placas de aplicación de cargas y las placas de apoyo. Por último, en un tercer momento, cuando se alcanzó la carga de falla
por cortante, se puede apreciar que aparecieron algunas grietas horizontales en las zonas de corte que se unieron a las grietas verticales y dieron origen a grietas con trayectorias inclinadas, las cuales progresaron hasta las placas de carga. La formación de estas grietas diagonales o grietas de corte en el lado derecho y en el lado izquierdo indicaron una falla final por tracción diagonal, tal como ocurrió en el experimento físico. Además, se puede apreciar con buena calidad la concentración de esfuerzos principales de tracción que originaron las grietas de corte, las cuales hicieron fallar finalmente al elemento, tal como sucedió en el experimento físico.





Progreso de las grietas y modo de falla final - modelo I-CH-2.2

Figura 100

Nota. Adaptado del ELS.

4.11.4 Resultados cuantitativos del modelo I-CH-2.2

En la Figura 101 se puede visualizar la curva carga vs deformación correspondiente con el modelo final, además, en dicha figura se muestra también la curva carga vs deformación del experimento físico. Se puede observar que hay una buena similitud entre ambas curvas tanto en la primera etapa antes de la falla por cortante como en la etapa posterior. Se puede apreciar que ambas curvas, con énfasis en la obtenida con el ELS, muestran una naturaleza frágil característica de la falla por cortante.

En el primer tramo, hasta la fisuración por flexión cortante, se puede apreciar que ambas curvas evidencian buena similitud, lo cual indica que el material concreto fue modelado adecuadamente en el ELS. Ello dado que, este tramo representa el comportamiento del elemento no fisurado utilizando toda la inercia bruta del concreto.

En el segundo tramo, hasta la fisuración por corte, se evidencia que la curva obtenida con el ELS se adapta muy bien a la curva del experimento físico con diferencias mínimas. Este nuevo tramo representa un estado fisurado del concreto donde las inercias son menores, además que, depende también de la rigidez axial de las barras de refuerzo de CFRP.

En el tercer tramo, hasta la falla final por corte, se evidencia que hay una mayor variación entre ambas curvas. La curva del experimento físico muestra en este tramo dos caídas de rigidez intermedias que el ELS no ha logrado reproducir como se esperaba, pero desde una vista general es aceptable debido a que no expone diferencias relevantes. Por el contrario, a nivel de resistencia, si se compara numéricamente la carga de falla por cortante y la deformación en dicho punto con los resultados experimentales, los errores obtenidos fueron de 4.71 % y 4.20 % respectivamente (Figura 102).

Por último, si comparamos el cuarto y último tramo, se puede notar que el ELS logró reproducir el comportamiento post falla con buena precisión, a pesar de que, al finalizar el tramo descendente, hay un desvío, pero luego vuelve a capturar el punto a partir del cual la resistencia tiende a ser nula con un comportamiento constante.

Con base en lo mencionado en los párrafos anteriores, se puede decir que, para la presente viga, el ELS ha logrado reproducir exitosamente el comportamiento completo de la presente viga en cada una de sus etapas.

Figura 101

Diagrama carga vs deformación final - modelo I-CH-2.2



Figura 102

Porcentaje de error de la resistencia máxima y desplazamiento del modelo final I-CH-2.2



4.12 Resultados de los modelos finales para las vigas con refuerzo de acero

En esta sección se mostrarán los resultados finales de las dos vigas que fueron reforzadas con acero. En este caso también se trata de dos modelos calibrados con base en los resultados del análisis de sensibilidad obtenidos previamente. En cuanto al mallado y resortes de conexión es lo mismo que se utilizó en los modelos reforzados con CFRP.

Tomando en cuenta lo mencionado en el párrafo anterior, los resultados serán presentados siguiendo el mismo orden y metodología usado en la explicación de los modelos reforzados con CFRP.

4.12.1 Resultados cualitativos modelo I-SH-1.7

En la Figura 103 se muestra el patrón de agrietamiento de falla obtenido experimentalmente junto al obtenido con el ELS. Se puede apreciar que las grietas diagonales de falla por corte fueron reproducidas por el ELS con una buena precisión a nivel de ubicación, extensión y altura. Asimismo, en la parte inferior se puede apreciar el contorno correspondiente a las deformaciones principales que muestra con mejor claridad el patrón de agrietamiento y los esfuerzos principales que originaron las grietas de corte. Se puede visualizar que dichas grietas de corte se extendieron desde los apoyos hasta los puntos de aplicación de carga en la zona de compresión, tal como sucedió en el experimento.

Figura 103





Nota. Adaptado del ELS.

Del mismo modo, tomando en cuenta lo abordado en la sección 2.5.1, se identificó en el ELS, tres momentos de carga con su patrón de agrietamiento respectivo, tal como se muestra en la Figura 104. Estos momentos fueron la carga de fisuración por flexión cortante, carga de fisuración por corte y la carga de falla por cortante. En un primer momento, cuando se alcanza la carga de fisuración por cortante (34 kN) se puede observar que aparecen de manera casi

imperceptible las primeras grietas verticales y perpendiculares a la dirección del refuerzo en la zona de flexión localizada en la parte inferior entre las placas de carga tal cual sucedió en el experimento real. En un segundo momento, cuando se alcanzó la carga de fisuración por corte (137.5 kN) se puede observar que se originaron nuevas grietas en la zona de flexión, algunas de ellas profundizaron más. Asimismo, se originaron nuevas grietas en la zona de corte más próxima a las placas de carga ubicadas entre las placas de aplicación de cargas y las placas de apoyo. Por último, en un tercer momento, cuando se alcanzó la carga de falla por cortante, se puede visualizar que se originaron algunas grietas horizontales en las zonas de corte, las cuales dieron origen junto con las grietas verticales a grietas inclinadas de corte. La formación de estas grietas de corte en ambos extremos resaltadas en la Figura 104 con dos círculos amarillos muestra un modo de falla final por tracción diagonal de manera muy similar como sucedió experimentalmente.





Progreso de las grietas y modo de falla final - modelo I-SH-1.7

Figura 104

Nota. Adaptado del ELS.

4.12.2 Resultados cuantitativos modelo I-SH-1.7

La Figura 105 muestra dos curvas carga vs deformación correspondiente con el modelo final simulado en ELS y aquella obtenida a través del experimento físico. Se puede observar que la curva obtenida con el ELS logró reproducir la naturaleza frágil característica de la falla por cortante, evidenciada también experimentalmente.

En el primer tramo, hasta el inicio de la fisuración por flexión cortante, se puede apreciar que ambas curvas se asemejan muy bien. Este primer tramo representa el comportamiento del elemento no fisurado utilizando toda la inercia bruta del concreto.

En el segundo tramo se evidencia un pequeño desvió al comienzo por un leve incremento de rigidez, pero, de manera inmediata, se genera una pequeña caída de rigidez, lo cual hace que el tramo restante hasta la fisuración por corte se adapte muy bien a la curva del experimento físico. Este segundo tramo representa un estado fisurado del concreto donde las inercias son menores, además que depende también de la rigidez axial de las barras de refuerzo de CFRP.

En el tercer tramo, hasta la falla final por corte, se evidencia que hay una mayor variación entre ambas curvas. Además, si se observa dicho tramo en la curva experimental, se puede evidenciar tres caídas de rigidez intermedias que el ELS no logró reproducir como se esperaba dada la modelación realizada. Sin embargo, a nivel resistencia, por ejemplo, comparando numéricamente la carga de falla por cortante y la deformación en dicho punto, los errores obtenidos fueron de 2.11 % y 3.27 % respectivamente (Figura 106).

Por último, si comparamos el cuarto y último tramo post falla, hasta donde hay registro experimental, se puede notar que existe cierta variabilidad, pero la tendencia de la pérdida de la rigidez se asemeja bastante a la caída de la rigidez experimental.

Con base en el análisis realizado en los párrafos anteriores, se entiende que, para la presente viga, el ELS ha logrado reproducir exitosamente el comportamiento de la viga tanto en la etapa anterior a la falla como posterior a esta.

Figura 105

Diagrama carga vs deformación final - modelo I-SH-1.7



Figura 106

Porcentaje de error de la resistencia máxima y desplazamiento del modelo final I-SH-1.7



4.12.3 Resultados cualitativos modelo I-SH-2.2

En la Figura 107 se muestra el patrón de agrietamiento obtenido con el ELS para el modelo I-SH-2.2. Se pudo visualizar que las grietas de corte se simularon con buena precisión y ubicación respecto a las obtenidas experimentalmente. En la parte inferior se muestra el contorno de las deformaciones principales dónde se aprecia con mayor claridad y calidad el patrón de agrietamiento, así como los esfuerzos principales que originaron las grietas de corte. Se puede visualizar que las grietas se extendieron desde los apoyos hasta los puntos de aplicación de carga, tal como sucedió en el experimento.

Figura 107

Patrón de agrietamiento modelo I-SH-2.2



Nota. Adaptado del ELS.

En la Figura 108 se muestran tres momentos de carga importantes con sus respectivos patrones de agrietamientos y contornos de las deformaciones principales que muestran de manera progresiva el proceso hasta la falla del elemento. Estos momentos registrados también experimentalmente fueron la carga de fisuración por flexión cortante, carga de fisuración por corte y la carga de falla por cortante. En un primer momento cuando se alcanza la carga de fisuración por cortante (35 kN), se pudo observar que se formaron pequeñas grietas verticales y perpendiculares a la dirección del refuerzo en la zona de flexión localizada entre las placas de carga tal cual sucedió en el experimento físico. En un segundo momento cuando se alcanzó la carga de fisuración por corte (175 kN), se observó que se originaron nuevas grietas en la zona de flexión, pero, estás grietas profundizaron muy poco a diferencia de la viga anterior que tuvo una cuantía menor de refuerzo. Asimismo, aparecieron también nuevas grietas apenas visibles dentro de las zonas de corte próximas a las placas de carga. Por último, en un tercer momento cuando se alcanzó la carga de falla por cortante, se formaron algunas grietas horizontales las cuales dieron continuidad a las grietas verticales existentes y producto de ello se originaron las grietas inclinadas dentro de la zona de corte. La formación de estas grietas inclinadas o de corte en ambos extremos del modelo resaltadas en la Figura 108 con dos círculos amarillos, muestra un modo de falla final por tracción diagonal de manera muy similar como se registró experimentalmente.



Progreso de las grietas y modo de falla final - modelo I-SH-2.2

Nota. Adaptado del ELS.

4.12.4 Resultados cuantitativos modelo I-SH-2.2

Partiendo de la Figura 109 en la que se puede visualizar la curva carga vs deformación experimental y aquella obtenida mediante el software ELS, se puede observar que la curva obtenida con el ELS ha logrado reproducir la naturaleza frágil característica de la falla por cortante evidenciada experimentalmente.

En el primer tramo, hasta la fisuración por flexión cortante, se puede apreciar que ambas curvas se asemejan muy bien. Este primer tramo representa el comportamiento del elemento no fisurado utilizando toda la inercia bruta del concreto.

En el segundo tramo se evidencia un desvío muy fino al comienzo por un leve incremento de rigidez, pero, de manera inmediata, se originó una pequeña caída de rigidez, lo cual logra que el tramo restante hasta la fisuración por corte se adapte muy bien a la curva del experimento físico. Este segundo tramo representa un estado fisurado del concreto donde las inercias son menores, además que depende también de la rigidez axial de las barras de refuerzo de CFRP.

En el tercer tramo, hasta la falla final por corte, se evidencia que hay una mayor variación en la primera mitad, pero, conforme se aproxima al punto de máxima rigidez se aprecia que la variación se reduce de manera importante. Además, si observamos dicho tramo en la curva experimental se pueden evidenciar dos caídas de rigidez intermedias que el ELS no ha logrado reproducir. Sin embargo, a nivel resistencia, por ejemplo, comparando numéricamente la carga de falla por cortante y la deformación en dicho punto, los errores obtenidos fueron 0.11 % y 1.89 % respectivamente (Figura 110). Esto significa que el ELS logró obtener de manera exitosa la rigidez y deformación máxima alcanzada por la viga ensayada experimentalmente.

Por último, si comparamos el cuarto y último tramo post falla, hasta donde hay registro experimental, se puede notar que existe cierta variabilidad. La curva experimental luego de alcanzar el punto de resistencia máxima evidencia una pérdida de rigidez instantánea sin presentar ningún tipo de recuperación o estabilización. Por el contrario, en la curva obtenida con el ELS luego de alcanzar el punto máximo de mayor resistencia se produce una caída de rigidez, luego se estabiliza por un pequeño instante y finalmente cae de forma instantánea.

Según el análisis realizado en los párrafos anteriores, se entiende que, para la presente viga, el ELS logró reproducir exitosamente el comportamiento de la viga tanto en la etapa anterior a la falla como posterior a esta.

Figura 109

Diagrama carga vs deformación final - modelo I-SH-2.2



Figura 110

Porcentaje de error de la resistencia máxima y desplazamiento del modelo final I-SH-1.7



Conclusiones

Luego de evaluar las cualidades del software *Extreme Loading for Structures*, basado en el *Applied Element* Method (AEM), para simular la resistencia a cortante en vigas esbeltas, unas reforzadas con varillas de CFRP y otras con acero convencional, simplemente apoyadas, sin refuerzo de corte, con sección rectangular uniforme, bajo cargas estáticas puntuales y variaciones en las cuantías de refuerzo, se concluye que:

El software ELS permitió analizar y predecir con éxito el comportamiento de vigas esbeltas de concreto, reforzadas con CFRP y acero. Todo esto sin requerir una experiencia especializada del usuario en el manejo del software ni conocimientos profundos sobre el comportamiento de la estructura relacionado con los modos de falla o ubicación de las grietas en los patrones de agrietamiento.

El ELS logró obtener de manera aceptable los patrones de agrietamiento para cada una de las vigas estudiadas. Cada patrón de agrietamiento evidenció de forma correcta la ubicación, extensión, altura y distribución de las grietas de corte. Con ello, el ELS posibilitó una representación adecuada del comportamiento de las cuatro estructuras a partir de la geometría, mallado, condiciones de frontera, cargas aplicadas y propiedades de los materiales.

Las grietas de flexión entre las placas de aplicación de cargas no pudieron ser apreciadas con la misma calidad que las grietas de corte. Aunque las grietas de flexión no se evidenciaron como se esperaba, utilizando diferentes escalas de visualización se logró una mejor apreciación. Esto permitió verificar su correcta ubicación, extensión, distribución y altura. De esta manera, el ELS logró obtener resultados aceptables en cuanto a la visualización de las grietas.

El ELS mostró, en la mayoría de las simulaciones realizadas en el programa de sensibilidad, calibración y mallado, una aparente simetría en los patrones de agrietamiento. En las numerosas simulaciones realizadas, que incluyeron los cuatro modelos finales reforzados con CFRP y acero, se observó una simetría aparente con respecto al centro de cada viga en los patrones de agrietamiento. Sin embargo, en menor medida, se encontraron, algunas simulaciones en las que las grietas presentaron ciertas diferencias en su ubicación, extensión, altura e inclinación.

A nivel cuantitativo, el ELS permitió obtener satisfactoriamente las curvas carga vs deformación de cada uno de los modelos. En cuanto a la precisión en la resistencia máxima a la cortante y la deformación en dicho punto, se observó que las vigas reforzadas con acero mostraron mejores aproximaciones, con errores que oscilaron entre el 0.11 % y el 3.27 %. En contraste, para las vigas reforzadas con CFRP, los errores variaron entre el 4.10 % y el 9.63 %.

El ELS permitió obtener de manera exitosa las curvas carga vs deformación en todas sus etapas. Para las cuatro vigas de interés se logró simular con alta precisión la etapa anterior a la falla por cortante. En la etapa posterior a la falla por cortante, comparando hasta el tramo con registro experimental disponible para cada viga, el ELS mostró también buena precisión. Esto demuestra que el ELS puede reproducir el comportamiento completo de las

vigas desde el inicio de la aplicación de la carga, pasando por el agrietamiento, momento de falla y post falla.

El shear strength del concreto resultó ser, con amplia diferencia, la propiedad más sensible tanto para las vigas reforzadas longitudinalmente con CFRP como para aquellas reforzadas con acero. El análisis de sensibilidad con el método Tornado evidenció que un incremento en el *shear strength* del concreto origina un aumento significativo en la carga de falla por cortante, y viceversa. La variación de esta propiedad también genera cambios en los patrones de agrietamiento, relacionados con la ubicación, extensión y altura de las grietas inclinadas.

Las propiedades como el *tensile strength* del concreto y Young's modulus – *shear modulus* del concreto, en conjunto, concentran una participación importante en el comportamiento de las vigas. Según el estudio de sensibilidad realizado para cada viga, se evidenció que al incrementar o disminuir los valores de estas propiedades se originan variaciones importantes tanto a nivel cuantitativo en la carga final de falla por cortante, como a nivel cualitativo en la ubicación y extensión de las grietas finales de corte. Además, el Young's modulus– *shear modulus* del CFRP también demuestra una sensibilidad significativa en el comportamiento de las vigas reforzadas con este tipo de refuerzo.

Las propiedades que ocupan los últimos lugares en los diagramas Tornado para cada viga, aunque aparentemente son poco sensibles a nivel cuantitativo, esto no significa que no sean importantes en el comportamiento global de las estructuras. Por el contrario, estas propiedades, cuando se utilizan en sus valores adecuados, pueden contribuir positivamente a la obtención de mejores resultados, especialmente a nivel cualitativo. Es decir, pueden mejorar la calidad de los patrones de agrietamiento con grietas mejor definidas o más marcadas.

El ELS permitió contrastar los resultados experimentales simulando un tipo de falla similar tanto para las vigas reforzadas con CFRP como para aquellas reforzadas con acero. Además, el modo de falla final observado en las cuatro vigas fue por tracción diagonal poco después de la formación de las grietas diagonales de corte críticas, tal como se registró experimentalmente. Estas evidencias apuntan a que el ELS basado en el AEM, puede simular adecuadamente un comportamiento real en vigas con las características del presente estudio.

El ELS permitió contrastar de manera exitosa los resultados obtenidos experimentalmente relacionados con el refuerzo longitudinal utilizado en la respuesta carga vs deformación de las vigas. Los resultados obtenidos con este software concordaron con los resultados experimentales, lo que demuestra que la rigidez a la flexión posterior al agrietamiento depende de la rigidez axial del refuerzo longitudinal empleado. De esta manera, ya sea que se empleen mayores cuantías de refuerzo como primer escenario o que se conserve la misma cuantía de refuerzo pero que se emplee materiales de refuerzo con módulos de elasticidad mayores como segundo escenario, ambas variantes resultan en una mayor rigidez a la flexión en el primer tramo hasta antes del agrietamiento fue la misma para las cuatro vigas ensayadas, independientemente de las variantes aplicadas relacionadas con los materiales de refuerzo.

El tamaño de los elementos en el mallado influyó en los resultados obtenidos. El ELS mostró a nivel cuantitativo, que utilizar mallados con elementos de gran tamaño en el modelado de vigas origina una mayor carga de falla por cortante lo cual concuerda con lo encontrado por los investigadores Meguro, K & Tagel-Din, H (2000). Por otro lado, a nivel cualitativo, el ELS mostró que el uso de mallados más refinados hasta cierto punto podría permitir obtener mejores resultados, es decir, patrones de agrietamiento con mayores detalles como se observó en los tres mallados analizados en la presente tesis (408, 1224 y 4896 elementos). Sin embargo, es importante destacar que esto no significa que un mallado más refinado siempre genere mejores resultados. Por ejemplo, en la investigación de Guerrero, M (2021), titulada "Simulación del tipo de falla en vigas simplemente apoyadas sin refuerzo de corte con *Applied Element Method*", se estudiaron mallados muy refinados y se concluyó que la refinación del mallado no conduce a mejores resultados.

En el ELS, uno de los factores que influye en los tiempos computacionales es la cantidad de elementos que componen el mallado. Los mallados más refinados requieren mayores tiempos de procesamiento que aquellos menos refinados conformados por un número menor de elementos. Esto concuerda con los resultados obtenidos por los investigadores Meguro, K & Tagel-Din, H (2000).



Recomendaciones

Se recomienda realizar otras investigaciones en ELS para simular el comportamiento de otros tipos de estructuras de concreto con refuerzo primario de CFRP. Esto aprovechando toda la información disponible en la presente tesis referente a las propiedades del CFRP, cuya búsqueda fue una tarea desafiante.

Se recomienda desarrollar otras tesis de investigación utilizando el software ELS con un mayor énfasis a evaluar el impacto de las propiedades menos sensibles a nivel cualitativo. Esto debido a que se encontró que las propiedades que tuvieron poco o ningún impacto a nivel cuantitativo, según los diagramas Tornado, sí generaron cambios a nivel cualitativo. Este enfoque podría contribuir a reproducir de manera más precisa los patrones de agrietamiento, lo que resultaría en una mejor visualización de las grietas.

Se recomienda llevar a cabo futuras investigaciones en el software ELS con un enfoque más específico a evaluar la influencia del mallado y de los conectores *springs* en diferentes tipos de estructuras, preferiblemente aquellas que hayan sido calibradas previamente en ELS en investigaciones anteriores. Se sugiere evaluar mallados con cantidades relativamente pequeñas de elementos y con incrementos moderados, por ejemplo, desde unos pocos miles hasta llegar a los 10 000 elementos, y luego emplear incrementos mayores hasta alcanzar los 50 000 elementos o más, dependiendo del tipo de estructura. Esto permitiría corroborar los hallazgos de la presente investigación, que sugieren que el mallado influye hasta cierto punto, pero que el uso de mallados muy refinados con una gran cantidad de elementos puede tener un efecto despreciable. Este hallazgo coincide con algunas literaturas consultadas en la presente investigación, donde se encontró que el uso de mallados más refinados no necesariamente conduce a mejoras significativas en los resultados obtenidos en comparación con mallados menos refinados. Finalmente, siguiendo la misma lógica, se podría variar el número de conectores *springs* y determinar si esto produce mejores resultados o si se confirma los hallazgos expuestos en la presente tesis y en otras literaturas existentes.

RENS

Referencias

Abdulsalam, B. (2014). Behaviour of Shear Critical FRP.

- ACI 440.1R-15. (2015). Guide for the Design and Construction of Structural Concrete Reinforced with Fiber-Reinforced Polymer (FRP) Bars.
- ACI committee 318. (2019). "Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-19) and Commentary", American Concrete Institute.
- ACI Committee 440. (2006). *Guide for the Design and Construction of Structural Concrete Reinforced with FRP Bars.*
- ACI-ASCE Committee 445. (2017). Shear and Torsion, "Recent Approaches to Shear Design of Structural Concrete. State-of-the-Art Report," Journal of Structural Engineering ASCE, Vol. 119, No. 12, 1998, pp. 1375-1417.
- Agarwal, B., & Broutman, L. (1990). Analysis and performance of fiber composites (Second Ed). N.Y., USA.: Willey-Interscience.
- Alam, M. (2010). Influence of different parameters on shear strength of FRP reinforced concrete beams without web reinforcement. Ph.D. dissertation, Faculty of Engineering and Applied Science, Memorial University of Newfoundland, St. John's, NL, Canada.
- AlHafian, S. (2013). Seismic Progressive Collapse of Reinforced Concrete Frame Structures Using the Applied Element Method. Edimburgo: Heriot-Watt University.
- American Concrete Institute. (2019). Building Code Requirement for Structural Concrete. Farmington Hills.
- American Institute of Steel Construction (AISC). (2017). Steel Construction Manual, 15th Edition, AISC.
- Applied Science Intenational. (2004). *Extreme Loading for Structures (ELS) Software –Version* 8.0 Released!
- Applied Science International. (2004). Extreme Loading for Structures. Theoretical Manual V8.0.
- Applied Science International. (2020). *Extreme Loading for Structures (ELS) Software-Version* 8.0 Quick Start Guide.
- Applied Science International. (2021). Extreme Loading for Structures. Theoretical Manual V8.0.
- Applied Science Iternational. (2006). *Extreme Loading for Structures Technical Manual. Wellington.*
- ASCE-ACI Committee 445. (1998). Building Code Requirements for Structural Concrete, (ACI 318-95) and Commentary (ACI 318R-95), Fragminton Hilles MI USA: American Concrete Institute.

- ASTM International. (2016). Standard Test Method for Static Coefficient of Friction of Polish-Coated Flooring Surfaces as Measured by the James Machine (ASTM C 1679/C1679M-16). ASTM International.
- ASTM International. (2021). ASTM A615/A615M-21: Standard Specification for Deformed and Plain Carbon-Steel Bars for Concrete Reinforcement. ASTM International.
- Bakar, M., Muhammad, R., Amran, M., Vatin, N., & Fediuk, R. (2022). *Flexural Strength of Concrete Beam Reinforced with CFRP Bars.*
- Binici, B., & Mosalam, K. (2007). Analysis of reinforced concrete column retrofitted with fiber reinforced polymer laminar. University of California at Berkeley.
- Bosco, N., Ferrara, E., Ghersi, A., Marino, M., & Rossi, P. (2016). *Improvement of the model* proposed by Menegotto and Pinto for steel.
- Cervenka, J. (1994). Discrete Crack Modeling in Concrete Structures. PhD thesis. (U. o. Boulder, Editor)
- Córdova, R. (2021). Simulación de remoción de columna a un pórtico de concreto armado con Extreme Loading for Structures.
- Cruz, C., Lutif, M., & Neves, L. (2012). "Experimental Characterization of Failure Softening in Fiber Reinforced Polymer Bars", Journal of Composites for Construction, Vol. 16, No. 3, pp. 322-331.
- Dulieu-Barton, J., Shenoi, R., & Cooper, J. (1997). "Probabilistic strength analysis of fiberreinforced polymer composites".
- Elkholy, A., & Meguro, K. (2004, Agosto). *Numerical simulation of high.rise steel buildings using improved applied element method.*
- El-Sayed, A. (2006). Concrete Contribution To The Shear Resistance Of FRP-Reinforced Concrete Beams. In A. K.-S. Ahmed, *Concrete Contribution To The Shear Resistance Of FRP-Reinforced Concrete Beams* (pp. 125-126). Sherbrooke, Quebec, Canada.
- Fédération Internationale du Béton (FIB). (2007). Fib Bulletin 40-FRP Reinforcement in RC Structures. Lussane, Swiyzerland: International Federation for Structural Concrete (FIB).
- Gay, D., Sharpe, M., & Lott, J. (2019). Mechanical Properties of Composite Materials.
- Giammaria, G. (2021). Applied Element Modelling of Warping Effects in Thin-Walled C-Shaped Steel Sections. Buildings 2021, 11, 328.
- Giuffré, A., & Pinto, P. (1970). Il comportamento del cemento armato per sollecitazioni cicliche di forte intesita. Giornale del Genio Civile.
- Guadagnini, M., Pilakoutas, K., & Waldron, P. (2006). Shear Resistance of FRP RC Beams: Experimental Study. Journal of Composites for Construction, 10(6), p. 464-473.

- Guerrero, M. (2021). Simulación del tipo de falla en vigas simplemente apoyadas sin refuerzo de corte con Applied Element Method.
- Gupta, L. (2019). Carbon Fiber Reinforced Polymer Composites.
- Hakan, N. (2005). Strengthening structures with externally prestressed tendons.
- Hernandez, J., & Mieles, Y. (2015). Comportamiento de secciones de hormigón sometidas a flexión reforzadas con barras de acero o PFR.
- Holmberg, K. (2003). *Coatings tribology: properties, mechanisms, techniques and applications in surface engineering. Elsevier.*
- Huang, C., Wang, T., Jiang, S., & Luo, Y. (2018). Experimental investigation on frictional resistance between reinforcing steel bars and concrete under different surface finishes and contact pressures. Construction and Building Materials, 175, 154-162.
- JSCE. (1997). Japan Society of Civil Engineers. Recommendation for Design and Construction of Concrete Structures Using Continuous Fibre Reinforcing Materials.
- JSCE-E 131. (1995). Quality Specifications for Continuous Fiber Reinforcing Materials.
- JSCE-E 534. (1995). Test Method for long-term relaxation of continuous fibre reinforcing material.
- Kim, Y., Lee, J., & Yun, H. (2011). Effect of fiber content on tensile and flexural properties of CFRP plates for strengthening of concrete structures. Construction and Building Materials, 25(6), 2928-2935.
- Kulkarni, S. (2006). Calibration of flexural Design of Concrete Members Reinforced with FRP Bars.
- Lee, T.-H., & Mosalam, K. (2009). *Identifying Significant Components of Structures for* Seismic Performance Using FOSM Method.
- Lee, Y., & Kim, Y. (2015). Characterization of separation strength and strain of CFRP sheets for repair and retrofitting of concrete structures. Composite Structures, 125, 99-107.
- Li, J., Li, X., Liu, J., & He, H. (2018). Experimental study on the bond behavior of CFRP bar reinforced concrete under different temperatures. Advances in Materials Science and Engineering, 1-12.
- Maekawa, K., & Okamura, H. (1983). *Deformational Behavior and Constitutive Equation of Concrete using the Elasto-Plastic and Fracture Model.*
- Maekawa, K., & Okamura, H. (1990). Non-linear analysis and constitutive models of reinforced concrete.
- Maekawa, K., Pimanmas, A., & Okamura, H. (2003). Non Linear Mechanics of Reinforced Concrete. London: Taylor & Francis e-Library.

- Meguro, K. (2001). Applied element method: A new efficient tool for design of structure considering its failure behavior. International Center for Urban Safety Engineering, 13-30.
- Meguro, K., & Tagel-din, H. (2000). Retrieved from Applied element method for structural analysis: Theory and application for linear materials.
- Meguro, K., & Tagel-Din, H. (2001). Applied Element Simulation of RC Structures under Cyclic Loading.
- Menegotto, M., & Pinto, P. (1973). *Method of analysis for cyclically loaded RC plane frames including changes in geometry and non-elastic behaviour of element under combined normal force and bending*.
- Naaman, A., & Park, S. (1999). Shear Behavior of Concrete Beams Prestressed with FRP Tendons.
- Nairn. (2002). Probabilistic modeling of the shear strength of unidirectional fiber-reinforced composites.
- Nepomuceno, J., Sena-Cruz, L., & Correia, T. (2021). Review on the bond behavior and durability of FRP bars to concrete, Construction and Building Materials.
- Neville, A. (2011). Properties of concrete (5th ed.). Prentice Hall.
- Niwa, J., Hirai, Y., & Tanabe, T.-a. (1996, enero). Size Effect Analysis for Shear Strength of Concrete Beams Reinforced with FRP Rods Based on Fracture Mechanics.
- Okamura, H., & Maekawa, K. (1991). Nonlinear Analysis and Constitutive Models of Reinforced Concrete. Gihodo, Tokyo.
- Pech, L. (2016). Estudio del comportamiento en servicio del hormigón parcialmente pretensado armado con barras de FRP.
- Poon, C., Kou, S., Lam, L., & Fung, W. (2006). The effect of surface roughness on the interfacial properties of high-strength concrete repair materials. Materials Science and Engineering: A, 418(1-2), 188-198.
- Rafi, M., Lodi, S., & Nizam, A. (2014). *Chemical and Mechanical Properties of Steel Rebars Manufactured in Pakistan and Their Design Implications.*
- Razaqpur, G., Shedid, M., & Isgor, B. (2011). Shear Strength of Fiber-Reinforced Polymer Reinforced Concrete Beams Subject to Unsymmetric Loading. Journal of Composites for Construction,, 15(4), pp. 500-512.
- Rots, J., & Blaauwendraad, J. (1989). Crack Models for Concrete, Discrete or Smeared? Fixed, Multi-Directional or Rotating?
- Shahawy, M., & Ali, A. (2016). Behavior of steel bars under monotonic and cyclic loading. Journal of Structural Engineering, 142(6), 04016022.
- Shield, C. (2009). On the Reliability of FRP Reinforced Concrete, Life Cycle Assess. Sustain.

- Song Yuan, J., & Hadi, M. (2018). Friction coefficient between FRP pultruded profiles and concrete.
- Tagel-Din, H. (1998). A new efficient method for non linear, large deformation and collapse analysis. Tokyo.
- Tagel-Din, H. (2009). *High Fidelity Modeling of Building Collapse with Realistic Visualization* of Resulting Damage and Debris Using the Applied Element Method. Applied Science International.
- Tariq, M., & Newhook, J. (2003). "Shear Testing of FRP reinforced Concrete without Transverse Reinforcement" Proceedings of CSCE 2003- Annual Conference, Moneton, NB, Canada, (on CD-Rom), 10p.
- Teng, J., Dong, S., & Chen, L. (2002). "Failure modes and failure criteria for FRPstrengthened reinforced concrete structures".
- Tureyen, A. (2001). Influence of Longitudinal Reinforcement Type on the Shear Strength of Reinforced Concrete Beams without Transverse Reinforcement.
- Tureyen, A., & Frosch, R. (2002). "Shear Tests of FRP-reinforced Concrete Beams without Stirrups", ACI Structural Journal, Vol. 99, No. 4, pp. 427-434.
- Vasiliev, V., & Morozov, E. (1998). Advanced Mechanics of Composite Materials and Structures.
- Wem-Wei, W., & Li, G. (2005). *Experimental study and analysis of RC beams strengthened* with CFRP laminates under sustaining load.
- Wu, et al. (2016). Probabilistic analysis of the compressive strength of FRP-confined concrete.
- Yost, J., Gross, S., & Dinehart, D. (2001). Shear Strength of Normal Strength Concrete Beams Reinforced with Deformed GFRP Bars.

REN

Apéndices





Apéndice A Respuestas carga vs deformación obtenidas experimentalmente y con el ELS

Apéndice B

Efecto de la cuantía de refuerzo sobre la rigidez a la flexión posterior al agrietamiento de las vigas (experimento físico vs ELS)



Apéndice C

Efecto del módulo de elasticidad del material de refuerzo en la rigidez a la flexión de las vigas posterior al agrietamiento (experimento físico vs ELS)

