CAPÍTULO 22: INTRODUCCIÓN A LA TRIGONOMETRÍA ESFÉRICA (II)

Dante Guerrero-Chanduví

Piura, 2015

FACULTAD DE INGENIERÍA

Área Departamental de Ingeniería Industrial y de Sistemas

UNIVERSIDAD DE PIURA

Capítulo 22: Introducción a la Trigonometría Esférica (II)

B. Ángulos de rectas y planos

GEOMETRÍA FUNDAMENTAL Y TRIGONOMETRÍA
CLASES

Elaborado por Dr. Ing. Dante Guerrero
Universidad de Piura.

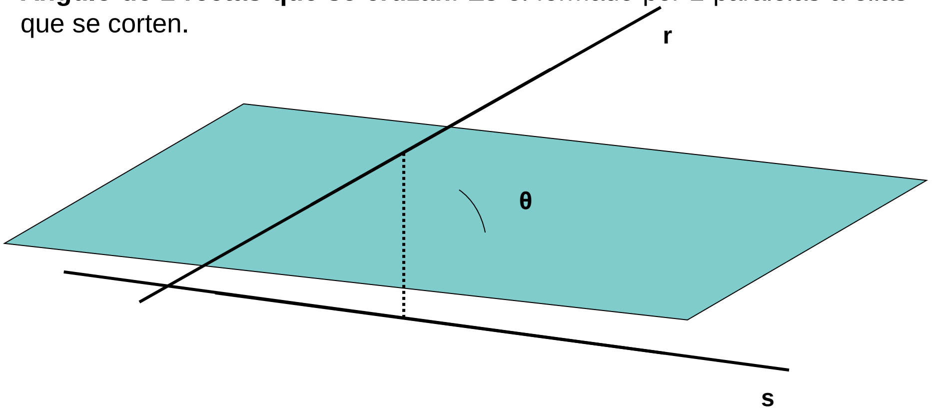
8 diapositivas

CAPÍTULO XXII: INTRODUCCIÓN A LA TRIGONOMETRÍA ESFÉRICA

B. ÁNGULOS DE RECTAS Y PLANOS

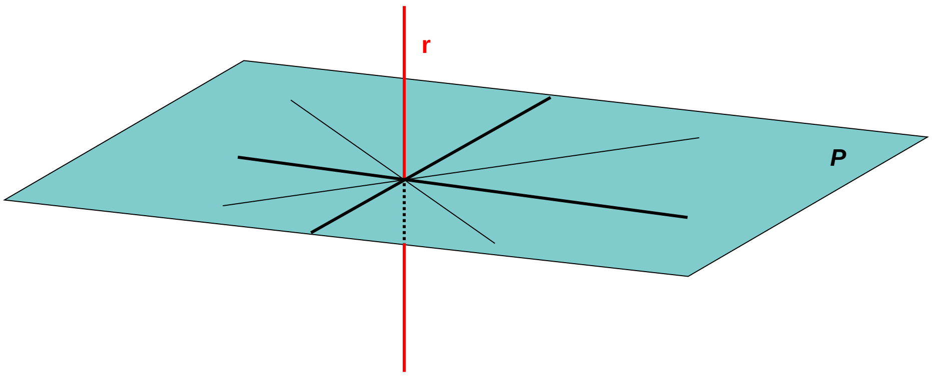
B. Ángulos de rectas y planos

Ángulo de 2 rectas que se cruzan: Es el formado por 2 paralelas a ellas que se corten.



B. Ángulos de rectas y planos

Recta perpendicular a un plano. Es aquella que es perpendicular a todas las rectas contenidas en el plano.



B. Ángulos de rectas y planos

TEOREMA XXII-1

Para que una recta sea perpendicular a un plano, es suficiente que lo sea a 2 rectas del plano, no paralelas entre sí.

Sea **r** perpendicular al plano **V**

Sea **r** perpendicular a **s** y a **u**.

Tomamos P y P' sobre **r**, en distintos semiespacios, tales que **OP=OP´.**

Tomamos un punto **A** en **u** y un punto **B** en **s**.

El Δ OPA y el Δ OP'A **son congruentes**

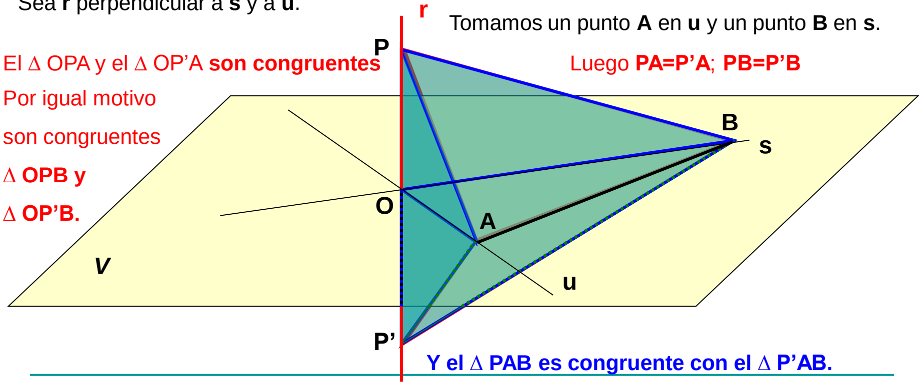
Por igual motivo

son congruentes

Δ OPB y

Δ OP'B.

Luego **PA=P'A**; **PB=P'B**



Y el Δ PAB es congruente con el Δ P'AB.

B. Ángulos de rectas y planos

TEOREMA XXII-1

Para que una recta sea perpendicular a un plano, es suficiente que lo sea a 2 rectas del plano, no paralelas entre sí.

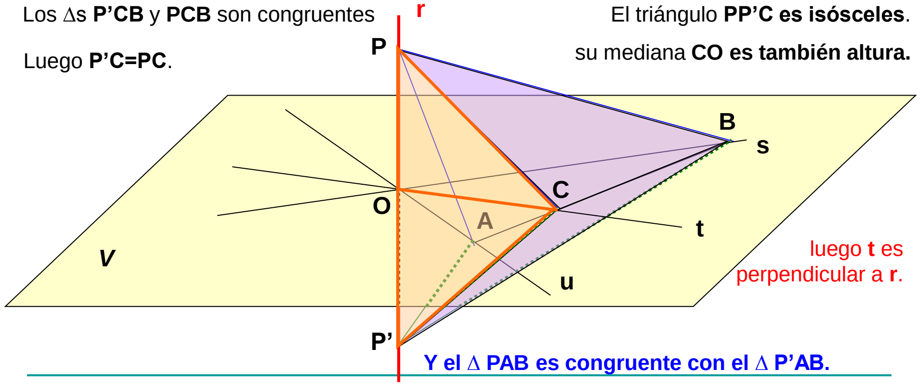
Una recta cualquiera **t** que pasa por O corta a AB en C. Se une con C con P y P'.

Los Δs **P'CB** y **PCB** son congruentes

Luego **P'C=PC**.

El triángulo **PP'C es isósceles**.

su mediana **CO es también altura.**



B. Ángulos de rectas y planos

TEOREMA XXII-2

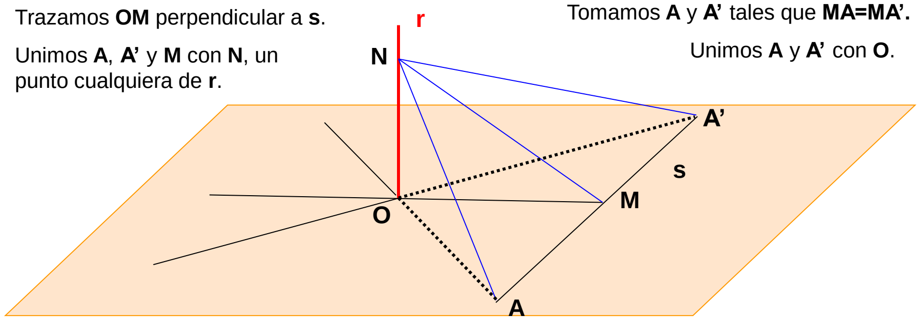
Si por el pie de una recta **r** perpendicular a un plano se traza la perpendicular a una recta cualquiera **s** del plano; la recta que pasa por el pie de esa segunda perpendicular y un punto cualquiera de **r**, es perpendicular a **s.**

Trazamos **OM** perpendicular a **s**.

Unimos **A**, **A'** y **M** con **N**, un punto cualquiera de **r**.

Tomamos **A** y **A'** tales que **MA=MA'.**

Unimos **A** y **A'** con **O**.



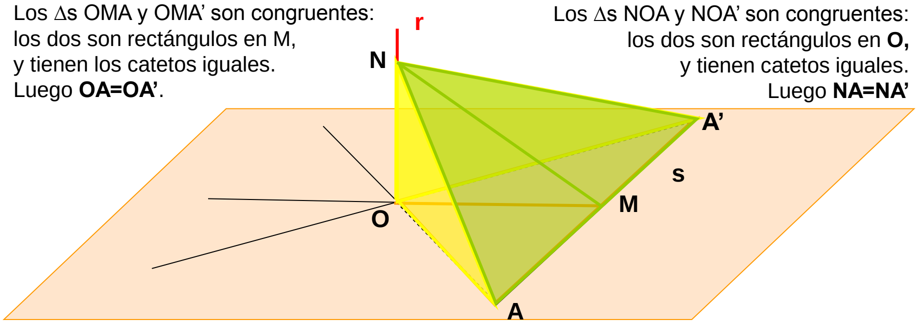
B. Ángulos de rectas y planos

TEOREMA XXII-2

Si por el pie de una recta **r** perpendicular a un plano se traza la perpendicular a una recta cualquiera **s** del plano; la recta que pasa por el pie de esa segunda perpendicular y un punto cualquiera de **r**, es perpendicular a **s**.

Los Δs OMA y OMA' son congruentes:
los dos son rectángulos en M,
y tienen los catetos iguales.
Luego **OA=OA'**.

Los Δs NOA y NOA' son congruentes:
los dos son rectángulos en **O,**
y tienen catetos iguales.
Luego **NA=NA'**



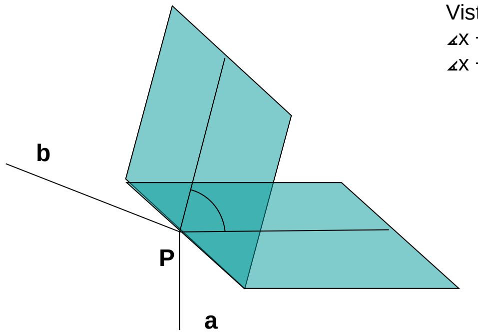
El Δ **NAA'** es isósceles, luego su mediana **NM** es también altura y, por tanto, perpendicular a **s**.

B. Ángulos de rectas y planos

TEOREMA XXII-3

Si por un punto P de la arista de un diedro convexo trazamos 2 semirrectas perpendiculares a las caras en distintos semiespacios que los que contienen al diedro, el ángulo que forman es suplementario del diedro.

Trazamos por **P** el rectilíneo del diedro y las semirrectas **a** y **b** están en el plano perpendicular a la arista.



Vistos en este plano, se observa que:
∡x + 90° + 90°+ ∡y = 360°
∡x + ∡y = 180°.