



UNIVERSIDAD
DE PIURA

FACULTAD DE INGENIERÍA

**Modelación y diseño de un sistema de control automático
para tratamiento DIC en un proceso de secado**

Tesis para optar el Grado de
Doctor en Ingeniería con mención en: Automatización, Control
y Optimización de Procesos

Luis Alberto Casaverde Pacherez

Asesor:
Dr. Ing. Edilberto Horacio Vásquez Díaz

Piura, diciembre de 2022

NOMBRE DEL TRABAJO

TESIS DOCTORAL VER-11-12-2022.docx

RECUENTO DE PALABRAS

63289 Words

RECUENTO DE CARACTERES

355372 Characters

RECUENTO DE PÁGINAS

259 Pages

TAMAÑO DEL ARCHIVO

32.2MB

FECHA DE ENTREGA

Dec 12, 2022 11:04 AM GMT-5

FECHA DEL INFORME

Dec 12, 2022 11:08 AM GMT-5

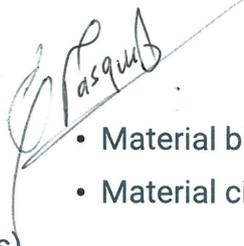
● **3% de similitud general**

El total combinado de todas las coincidencias, incluidas las fuentes superpuestas, para cada base c

- 2% Base de datos de Internet
- Base de datos de Crossref
- 1% Base de datos de publicaciones
- Base de datos de contenido publicado de Crossr

● **Excluir del Reporte de Similitud**

- Base de datos de trabajos entregados
- Material citado
- Coincidencia baja (menos de 10 palabras)
- Material bibliográfico
- Material citado



***A Dios por darme la fortaleza para
continuar a pesar de todas las
dificultades.***

***A la memoria de mi amado Padre
Marco Antonio Casaverde Miranda,
a mi Madre y mi familia, en especial
a mi esposa Socorro por su
constante apoyo y sacrificio.***





Agradecimientos

El presente trabajo de investigación fue ejecutado en el marco del proyecto “Mejoramiento y Ampliación de los Servicios del Sistema Nacional de Ciencia, Tecnología e Innovación Tecnológica”, financiado por el Consejo Nacional de Ciencia, Tecnología e Innovación – CONCYTEC, bajo el contrato N° 06-2018-FONDECYT/ BM, en colaboración con la Universidad de Piura, como parte del programa de Doctorado en Ingeniería con mención en Automatización, Control y Optimización de Procesos, desarrollado en el Laboratorio de Sistemas de Control Automático de la Universidad de Piura, Perú.

Así mismo, se agradece el apoyo brindado por ECOS NORD PERU 2020, el cual, en el marco del proyecto con código 72526, denominado: "Evaluación de las operaciones unitarias y desarrollo de un sistema de control para el proceso de deshidratación de frutas y vegetales utilizando tecnología DIC (Descompresión Instantánea Controlada)", permitió ejecutar la pasantía a la Universidad de La Rochelle en Francia. También se reconoce el apoyo brindado por los doctores, Karim Allaf, Colette Besombes y Carmen Téllez, por el valioso soporte brindado durante la estancia en la Universidad de La Rochelle, para la realización de las pruebas en el Laboratorio de Ciencias de ingeniería para medio ambiente.



Resumen

Este trabajo realiza un estudio de la tecnología de descompresión instantánea controlada (DIC) con la finalidad de desarrollar un modelo matemático que represente la realidad del proceso y posteriormente, se diseña y propone una estrategia de control adecuada a las características del proceso. En esta metodología se ha llegado a modelar el proceso DIC, considerando dos tipos de geometría; cilíndrica y cúbica, por medio de los procesos de transferencia de materia y energía, utilizando el método de diferencias finitas, para lo cual se ha utilizado el software de Matlab. Además, se ha validado el modelo y se ha logrado establecer que la mejor estrategia de control, es la de un controlador NLMPC, es decir un control predictivo no lineal, en base a una comparación con un sistema PID. Al respecto se ha simulado la planta y se controla la temperatura del producto durante el proceso DIC.

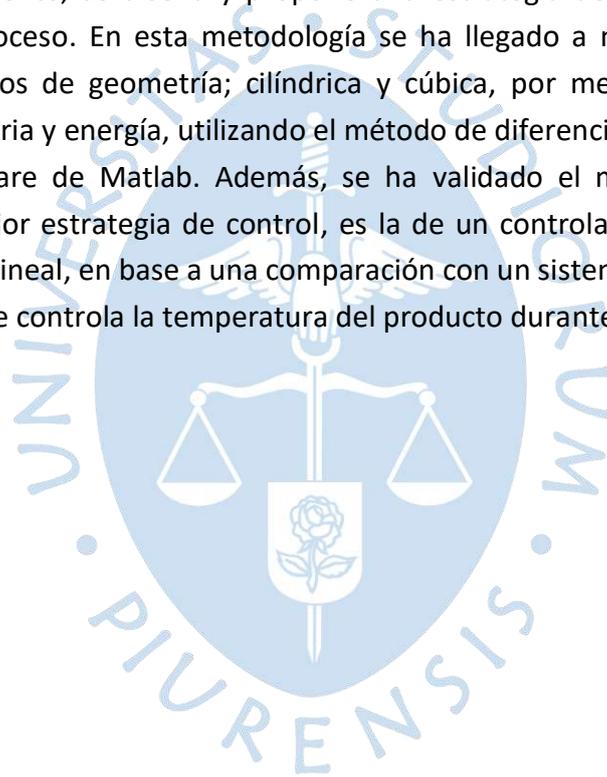




Tabla de contenido

Introducción	29
Capítulo 1 Definiciones básicas, conceptos de humedad del proceso de deshidratado	31
1.1 Secado de alimentos	32
1.2 Humedad en los productos	33
1.2.1 Humedad no ligada (<i>X_{no ligada}</i>)	33
1.2.2 Humedad ligada (<i>X_{ligada}</i>)	33
1.2.3 Humedad libre (<i>X_{libre}</i>)	34
1.2.4 Humedad en equilibrio (<i>X_e</i>)	34
1.3 Humedad Relativa %HR	34
1.4 Actividad del agua	35
1.4.1 Agua libre	36
1.4.2 Agua ligada	36
1.5 Importancia de las actividades del agua	37
1.6 Interacción de agua y sólido	39
1.7 Efectos coligativos de la solución	39
1.8 Efectos capilares	39
1.9 Interacción de superficie	40
1.10 Isotermas de sorción	40
1.10.1 Histéresis	42
1.10.2 Factores que provocan cambios en las isotermas	43
1.10.3 Efecto de la temperatura sobre las isotermas	43

1.10.4 Efectos de la presión sobre las isotermas	44
1.10.5 Efecto de la composición de los alimentos sobre las isotermas.....	45
1.10.6 Modelos de isotermas de sorción	45
1.11 Curva de secado	47
1.11.1 Periodos de secado	47
1.11.2 Velocidad de secado.....	49
1.12 Mecanismo de transferencia de calor.....	49
1.12.1 Conducción.....	49
1.12.2 Convección	50
1.13 Cinética de secado.....	51
1.13.1 Periodo de ajuste inicial	55
1.13.2 Periodo de velocidad constante.....	55
1.13.3 Periodo de velocidad decreciente.....	56
Capítulo 2 Estudio del proceso DIC	61
2.1 Introducción	61
2.2 Tecnología de caída de presión controlada instantánea (DIC)	61
2.3 Secado instantáneo de la caída de presión controlada (DIC)	63
2.4 Pasos principales en el proceso DIC.....	65
2.4.1 Producto colocado en la cámara de procesamiento a presión atmosférica	66
2.4.2 Calentamiento / Etapa de presión creciente	66
2.4.3 Etapa de Alta Temperatura/Alta Presión y Homogenización	66
2.4.4 Caída de presión instantánea hacia un vacío	68
2.4.5 Determinación de la transición vítrea	70
2.4.6 Etapa de vacío	70
2.4.7 Instantaneidad de Autovaporización	70
2.4.8 Influencia de la etapa de descompresión instantánea en la modificación de la estructura	71
2.4.9 Etapas del proceso de secado	73

2.4.10	Procesos de transferencia de calor y masa durante el secado	74
2.4.11	Transferencias externas	75
2.4.12	Transferencias internas	76
2.5	Análisis cinético	79
2.6	Modelos y etapas de secado	80
2.6.1	Paso 1: Control del proceso de secado mediante la eliminación del agua superficial	80
2.6.2	Paso 2: Control del Proceso de Secado por Difusión de Agua en el Medio Poroso Higroscópico	80
2.6.3	Paso 3: Paso paradójico de transferencias de difusión de calor y vapor acopladas internas.....	81
Capítulo 3 Desarrollo de la teoría de modelación y obtención de modelo para el proceso de deshidratación con tratamiento DIC.....		83
3.1	Introducción	83
3.2	Teoría y conceptos de modelos	83
3.3	Elementos de un modelo	85
3.4	Pasos de desarrollo del modelo	86
3.5	Niveles de descomposición en el procedimiento de modelado	91
3.6	Formulación del modelo	93
3.7	Niveles de aproximación	93
3.8	Estimación de parámetros	93
3.9	Tipos de modelos matemáticos	94
3.10	La teoría y el modelado matemático de secado de alimentos	94
3.10.1	Mecanismos de secado	94
3.10.2	Modelado matemático del secado de alimentos.....	95
3.10.3	Ecuaciones de secado de capa final	97
3.11	Modelos semi teóricos	101
3.11.1	Los modelos derivados de la ley de enfriamiento de Newton.	101

3.11.2	Los modelos derivados de la segunda ley de difusión de Fick.....	103
3.11.3	Modelos empíricos.....	106
3.12	Modelos de elementos finitos / diferencias finitas.....	106
3.12.1	Método de diferencia finita	107
3.13	Modelación de procesos DIC.....	111
3.13.1	Objetivos del modelo matemático.....	113
3.13.2	Objetivo general.....	113
3.13.3	Objetivos específicos.....	113
3.13.4	Hipótesis consideradas para el modelo matemático.....	113
3.14	Modelación matemática de los mecanismos de transferencia de calor y masa	114
3.14.1	Ley de Fourier.....	114
3.14.2	Ley de Fick	116
3.15	Discretización por diferencias finitas	118
3.16	Modelo geométrico del producto	119
3.16.1	Geometría cúbica	119
3.16.2	Geometría de un cilindro plano	132
Capítulo 4 Simulación y validación del modelo para el proceso DIC		143
4.1	Pruebas experimentales.....	143
4.1.1	Pruebas de secado en equipo DIC con banano.....	144
4.1.2	Prueba experimental DIC con mango	148
4.2	Verificación del modelo.....	153
4.2.1	Verificación de modelo geometría cúbica	153
4.2.2	Verificación de modelo geometría cilíndrica	159
4.3	Validación del modelo matemático del tratamiento DIC	165
Capítulo 5 Alternativas de estrategias de control en sistema no lineales		171
5.1	Introducción	171
5.2	Control del proceso	172

5.3 Estrategias de control.....	174
5.3.1 Control por retroalimentación	174
5.3.2 Control por acción pre calculada.....	174
5.4 Técnica de optimización no lineal	174
5.5 Estrategias de solución de optimización no lineal	176
5.6 Método de Newton	177
5.7 Control numérico óptimo de sistema no lineales	180
5.8 Discretización del problema NMPC.....	180
5.9 Programación cuadrática secuencial (SQP).....	181
5.10 Métodos de puntos interiores (IPM).....	182
Capítulo 6 Diseño de control para el proceso DIC.....	185
6.1 Introducción	185
6.2 Estrategia del control predictivo	186
6.3 Principio de funcionamiento	187
6.3.1 Metodología del control.....	188
6.4 Modelo de predicción	191
6.4.1 Modelo de predicción basado en la respuesta impulso	191
6.4.2 Modelo de predicción basado en la respuesta escalón	192
6.4.3 Modelo de predicción basado espacio de estados	193
6.5 Función de costo	193
6.5.1 Función de costo cuadrática	195
6.6 Control predictivo con matriz dinámica.....	195
6.7 Extended Prediction Self-Adaptive Control (EPSAC).....	197
6.8 Nonlinear Extended Prediction Self-Adaptive Control (NEPSAC)	198
6.9 Sistema de control PID no lineal	200
6.10 Diseño de controlador PID	202
6.11 Cálculo de parámetros	204

6.12 Sistema de control planta DIC.....	204
6.13 Detalle del sistema de control planta DIC.....	207
6.13.1 Planta DIC NMPC modelo cubos	210
6.13.2 Sistema de control planta DIC modelo rodajas.....	213
Capítulo 7 Simulación de operación del sistema de control.....	217
7.1 Introducción	217
7.2 Pruebas de simulación	217
7.2.1 Pruebas de simulación del modelo rodajas 1	217
7.2.2 Pruebas de simulación de modelo cubos.....	219
7.2.3 Pruebas de simulación de modelo rodajas 2	219
7.3 Comparación de respuestas PID vs NLMPC	220
Conclusiones.....	223
Trabajos Futuros.....	227
Referencias bibliográficas.....	229
Apéndices	237
Apéndice A. Programa Matlab para modelo para geometría en rodajas.....	239
Apéndice B. Programa Matlab para modelo para geometría cúbica.....	244
Apéndice C. Programa Matlab para Función objetivo cuadrática en planta modelo rodajas.....	248
Apéndice D. Programa Matlab para Función objetivo cuadrática SS en planta modelo rodajas	248
Apéndice E. Programa Matlab para el control rodajas NMPC.....	249
Apéndice F. Programa Matlab de función de restricción en modelo rodajas	251
Apéndice G. Programa Matlab de función de restricción SS en modelo rodajas	252
Apéndice H. Programa Matlab para la función de planta modelo rodajas.....	253
Apéndice I. Programa para la función de optimización modelo rodajas.....	254
Apéndice J. Programa para la función de optimización SS modelo rodajas	255

Apéndice K. Programa Matlab para Función objetivo cuadrática en planta modelo cubos .	255
Apéndice L. Programa Matlab para Función objetivo cuadrática SS en planta modelo rodajas	256
Apéndice M. Programa Matlab para el control modelo cubos NMPC.....	256
Apéndice N. Programa Matlab para función de restricción modelo cubos.....	258
Apéndice O. Programa Matlab de función de restricción SS en modelo cubos	259
Apéndice P. Programa Matlab para la función de planta modelo cubos	259
Apéndice Q. Programa Matlab para la función de optimización modelo cubos	261
Apéndice R. Programa Matlab para la función de optimización SS modelo cubos.....	261
Apéndice S. Artículos publicados	263





Lista de tablas

Tabla 1. <i>aw mínima para el crecimiento de microorganismos.</i>	38
Tabla 2. <i>Lista de los modelos de sorción populares (T-Teórico, E-Empírico).</i>	46
Tabla 3. <i>Niveles de descomposición del procedimiento de modelado.</i>	92
Tabla 4. <i>Valores de constantes geométricas de acuerdo a la geometría del producto.</i>	100
Tabla 5. <i>Clasificación de los nodos de un mallado cúbico de acuerdo con las caras expuestas a convección o conducción.</i>	121
Tabla 6. <i>Parámetros de diseño experimental para banano.</i>	146
Tabla 7. <i>Valores de presión y tiempos de tratamiento para cada prueba.</i>	147
Tabla 8. <i>Pesos y rendimiento de materia prima.</i>	151
Tabla 9. <i>Parámetros de diseño experimental para mango.</i>	152
Tabla 10. <i>Parámetros de verificación del modelo cilíndrico.</i>	160
Tabla 11. <i>Parámetros de verificación del modelo cilíndrico.</i>	167
Tabla 12. <i>Parámetros físicos y termodinámicos del proceso de secado de manzana.</i>	168
Tabla 13. <i>Parámetros físicos y termodinámicos del vapor en el proceso de secado de manzana.</i>	169
Tabla 14. <i>Rangos de trabajo del proceso DIC.</i>	205
Tabla 15. <i>Parámetros del PID auto sintonizado y base.</i>	222



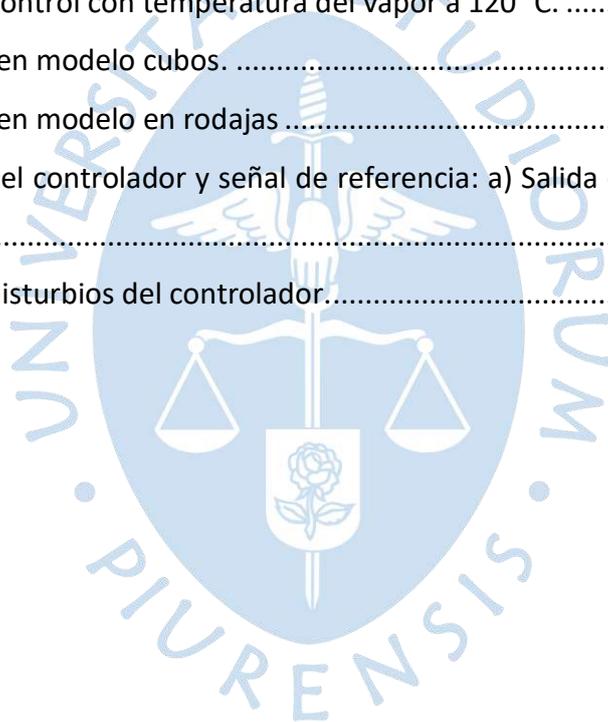
Lista de figuras

Figura 1. Gráfica actividad de agua vs contenido de humedad.	33
Figura 2. Mapa de estabilidad alimentaria en función de la actividad del agua.	38
Figura 3. Los cinco tipos de isothermas de sorción.....	41
Figura 4. Isothermas de sorción para alimentos típicos que muestran tres zonas diferentes..	42
Figura 5. Bucle de histéresis.....	43
Figura 6. Gráfica de $\ln(a_w)$ versus temperatura para predecir a_w	45
Figura 7. Curva típica de secado.....	47
Figura 8. Curvas del periodo de secado de un producto.	48
Figura 9. Transferencia de calor por convección forzada y natural	50
Figura 10. Humedad en base húmeda en función a humedad en base humedad	52
Figura 11. Gráfica de cinética de Secado X_{bs} vs t.	53
Figura 12. Grafica de velocidad de secado (N) vs contenido de humedad $X_{bs}(t)$	54
Figura 13. Transferencia de calor y masa en el producto.	54
Figura 14. <i>Fenómenos de transferencia física que ocurren durante el proceso de secado.</i>	57
Figura 15. Pasos del tratamiento DIC.....	62
Figura 16. Presentación esquemática de un reactor DIC típico.....	63
Figura 17. Cuatro pasos de secado de aire caliente tradicional.	64
Figura 18. Cambio de temperatura y presión durante el tratamiento DIC en comparación con un proceso de soplado similar.	65
Figura 19. Posición del secado por aire caliente y procesamiento DIC frente a la curva de transición vítrea (T, W) g	69
Figura 20. <i>Representación esquemática de las transferencias de calor y masa involucradas durante el secado con aire caliente.</i>	74
Figura 21. Vías de transporte masivo en tejidos de almacenamiento de plantas reales.	78
Figura 22. Modelo matemático.....	84

Figura 23. Ambiente del modelamiento de procesos.....	87
Figura 24. Ciclo del desarrollo de un modelo.....	88
Figura 25. Niveles de descomposición del procedimiento de modelado.....	91
Figura 26. Modelo de secado de capa delgada.....	98
Figura 27. Vista esquemática del secado de capa delgada, si el secado se produce desde ambos lados.....	99
Figura 28. Aproximación de la función mediante las expansiones de la serie de Taylor de orden cero, primero y segundo.....	111
Figura 29. Instalación de equipos de planta para proceso DIC.....	112
Figura 30. Balance de calor en un elemento diferencial unidimensional.....	116
Figura 31. Balance de masa en dirección x (unidimensional) en un elemento diferencial ...	118
Figura 32. Mallado para una geometría paralelepípeda.....	120
Figura 33. Condición de frontera de la muestra: a) expuesta a un mecanismo de transferencia de calor por convección, b) expuesta a un mecanismo de transferencia de masa por convección.....	121
Figura 34. Clasificación de los nodos en el mallado rectangular. a) nodo vértice, b) nodo arista, c) nodo cara, d) nodo interior.....	122
Figura 35. a) Balance de energía en un nodo en coordenadas rectangulares, b) Balance de masa en un nodo en coordenadas rectangulares.....	123
Figura 36. Balance de energía unidimensional para un elemento diferencial sometido a convección y conducción.....	124
Figura 37. Balance de masa unidimensional de un elemento diferencial sometido a difusión.....	126
Figura 38. Balance de masa unidimensional de un elemento diferencial sometido a convección y difusión.....	126
Figura 39. Balance de energía y masa en un nodo vértice.....	128
Figura 40. Balance de energía y masa en un nodo arista.....	129
Figura 41. Balance de energía y masa en un nodo cara.....	130
Figura 42. Balance de energía y masa en un nodo interior.....	131
Figura 43. División del mallado en capas de espesor Δr	133
Figura 44. Clasificación de las zonas en el mallado cilíndrico.....	134
Figura 45. Balance de energía y masa en la zona superficial.....	136

Figura 46. Balance de energía y masa en la zona interior.....	138
Figura 47. Balance de energía y masa en la zona central.	139
Figura 48. Diagrama de flujo de la metodología de tratamiento de secado.	145
Figura 49. Esquema del diseño rotatorio experimental para banano.	146
Figura 50. Cinética de secado para muestras patrón y muestras sometidas a DIC.	148
Figura 51. Transferencia de calor en elemento de volumen diferencial.	148
Figura 52. Esquema del diseño rotatorio experimental para mango.	149
Figura 53. Diagrama de flujo de la metodología de tratamiento de secado de mango.	150
Figura 54. Medición de espesores y cubos ubicados en bandejas.	152
Figura 55. Cinética de secado de mango.....	153
Figura 56. Superficie de respuesta de la temperatura del producto en cada eje del maldado.	154
Figura 57. Superficie de respuesta del contenido de humedad en el producto en cada eje del maldado.....	155
Figura 58. Perfil de temperatura y presión alcanzada por el producto en función del tiempo del proceso.....	155
Figura 59. Perfil de humedad en el producto.	156
Figura 60. Resultados de Prueba 1.....	157
Figura 61. Resultados de Prueba 2.....	158
Figura 62. Resultados de Prueba 3.....	159
Figura 63. Perfil de temperatura en el producto.	160
Figura 64. Perfil de temperatura por capas en el producto.....	161
Figura 65 Perfil de humedad en el producto.	162
Figura 66. <i>Perfil de humedad en la rodaja.</i>	162
Figura 67. Velocidad de secado.....	163
Figura 68. Resultados de prueba 1.....	164
Figura 69. Resultados de prueba 3.....	165
Figura 70. Grafica del ciclo DIC comparando los datos experimentales y el modelo matemático para el secado de arroz con cáscara. a) Etapa de inyección de vapor saturado, b) etapa de caída de presión instantánea.....	166
Figura 71. Matriz de correlación de Pearson para el ciclo DIC - Secado de arroz con cáscara.	167

Figura 72. Pruebas de humedad en manzana.....	168
Figura 73. Pruebas de humedad en pimiento marroquí.....	169
Figura 744. Típicas entradas y salidas de un de un solucionador de optimización no lineal.	177
Figura 75. Estrategia de control MPC.....	187
Figura 76. Metodología de control MPC.	189
Figura 77. Estrategia básica del MPC.	190
Figura 78. Estrategia NEPSAC.....	199
Figura 79. Aproximación lineal.....	201
Figura 80. Estructura de controlador PID.....	202
Figura 81. Prueba de proceso con temperatura de 150 °C.....	218
Figura 82. Prueba de control con temperatura del vapor a 120 °C.	218
Figura 83. Simulación en modelo cubos.	219
Figura 84. Simulación en modelo en rodajas.....	220
Figura 85. Respuesta del controlador y señal de referencia: a) Salida de control PID, b) Salida de control NLMPC.	221
Figura 86. Rechazo a disturbios del controlador.....	222



Nomenclatura

A_s	Área superficial del objeto	[m ²]
A	Área de transferencia de calor/masa	[m ²]
A_i	Área de transferencia para la capa i	[m ²]
a_w	Actividad del agua	[%]
a_1	Factor de forma 'a' de la capa superficial	-
a_i	Factor de forma 'a' de la capa i	-
a_n	Factor de forma 'a' de la capa n	-
b_1	Factor de forma 'b' de la capa 1	-
B_{i_T}	Número adimensional de Biot térmico	-
B_{i_m}	Número adimensional de Biot másico	-
$C_{p,s}$	Calor específico del sólido a presión constante	[J kg ⁻¹ K ⁻¹], [J kg ⁻¹ °C ⁻¹]
$C_{p,ss}$	Calor específico del sólido seco a presión constante	[J kg ⁻¹ K ⁻¹], [J kg ⁻¹ °C ⁻¹]
$C_{p,a}$	Calor específico del agua a presión constante	[J kg ⁻¹ K ⁻¹], [J kg ⁻¹ °C ⁻¹]
D_{ef}	Difusividad másica efectiva del producto	[m ² s ⁻¹]
D_0	Constante de difusividad másica	[m ² s ⁻¹]
$D_{ef, inicial}$	Difusividad másica efectiva del producto antes de la descompresión instantánea	[m ² s ⁻¹]
$D_{ef, final}$	Difusividad másica efectiva del producto después de la descompresión instantánea	[m ² s ⁻¹]

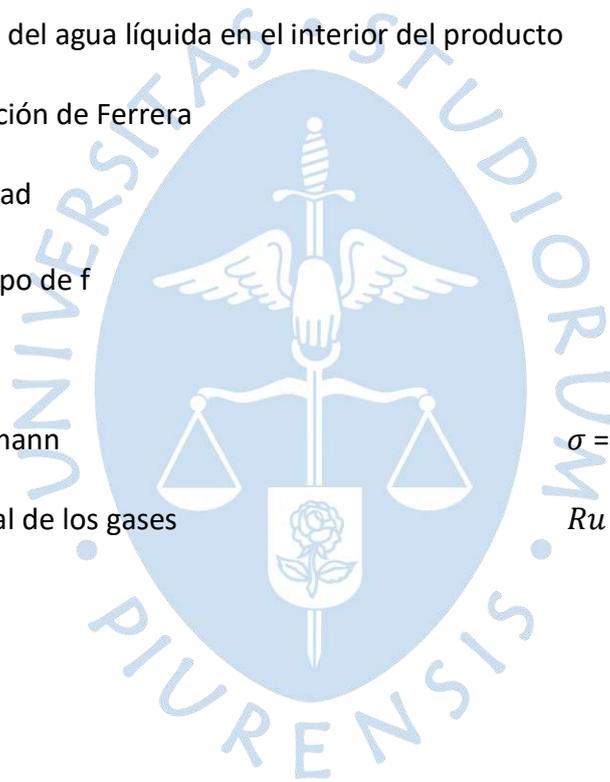
E_a Energía de activación	$[J mol^{-1}]$
F_{0T} Número adimensional de Fourier térmico	–
F_{0m} Número adimensional de Fourier másico	–
Δx Diferencial de x	$[m]$
Δy Diferencial de y	$[m]$
Δz Diferencial de z	$[m]$
ΔV Diferencial de volumen	$[m^3]$
ΔV_i Diferencial de volumen de la capa i	$[m^3]$
Δl Diferencial de longitud para coordenadas rectangulares	$[m]$
Δr Diferencial de radio para coordenadas cilíndricas	$[m]$
h_T Coeficiente de convección de calor	$[W m^{-2}K^{-1}], [W m^{-2} °C^{-1}]$
h_m Coeficiente de convección de masa	$[m s^{-1}]$
h_{fg} Calor latente de vaporización	$[J kg^{-1}]$
HR Humedad relativa logarítmica	–
\vec{j} Vector flujo másico	$[kg m^{-2} s^{-1}]$
k Conductividad térmica	$[W m^{-1}K^{-1}], [W m^{-1} °C^{-1}]$
L_x Longitud total en x	$[m]$
L_y Longitud total en y	$[m]$
L_z Longitud total en z	$[m]$
M_a Masa molar del agua	$[kg mol^{-1}]$
$\dot{m}_{entrada,n}$ Flujo másico de entrada en la dirección 'n' de un elemento diferencial	$[kg s^{-1}]$
$\dot{m}_{salida,n}$ Flujo másico de salida en la dirección 'n' de un elemento diferencial	$[kg s^{-1}]$
$\dot{m}_{almacenado,n}$ Flujo másico almacenado en la dirección 'n' de un elemento diferencial	

	$[kg\ s^{-1}]$
$\dot{m}_{entrada}$ Flujo másico total de entrada de un elemento diferencial	$[kg\ s^{-1}]$
$\dot{m}_{salida,n}$ Flujo másico total de salida de un elemento diferencial	$[kg\ s^{-1}]$
$\dot{m}_{almacenado}$ Flujo másico total almacenado de un elemento diferencial	$[kg\ s^{-1}]$
\dot{m}_{dif} Flujo másico transferido por difusión molecular	$[kg\ s^{-1}]$
\dot{m}_{conv} Razón de vaporización por convección másica	$[kg\ s^{-1}]$
m_{sh} Masa total del producto	$[kg]$
m_{ss} Masa del producto totalmente seco	$[kg]$
m_a Masa del agua contenida en el producto	$[kg]$
N_i^t Velocidad de secado	$[kg\ m^{-2}\ s^{-1}]$
n_i Número de capas para el mallado cilíndrico	-
n Número de capas para el mallado cilíndrico	-
P_a Presión del vapor de agua en el producto [kPa]	
P_{amb} Presión ambiental [kPa]	
$P_{a,sup}$ Presión de vapor del agua en la superficie del producto [kPa]	
P_a a T_s Presión de vapor del agua correspondiente a la misma temperatura del producto [kPa]	
P_b Presión del sistema de vacío [kPa]	
$Q_{entrada,n}$ Calor de entrada en la dirección 'n' de un elemento diferencial	$[W]$
$Q_{salida,n}$ Calor de salida en la dirección 'n' de un elemento diferencial	$[W]$
$Q_{almacenado,n}$ Calor almacenado en la dirección 'n' de un elemento diferencial	$[W]$

$Q_{entrada}$	Calor total de entrada de un elemento diferencial	[W]
Q_{salida}	Calor total de salida de un elemento diferencial	[W]
$Q_{almacenado}$	Calor total almacenado de un elemento diferencial	[W]
Q_{cond}	Calor transferido por conducción	[W]
Q_{conv}	Calor transferido por convección	[W]
Q_{rad}	Calor transferido por radiación	[W]
\vec{q}	Vector flujo de calor	[W m ⁻²]
r_i	Radio medio de la capa i	[m]
$r_{ext,i}$	Radio exterior de la capa i	[m]
$r_{int,i}$	Radio interior de la capa i	[m]
V_0	Volumen inicial del producto	[m ³]
V_f	Volumen final del producto	[m ³]
V_s	Volumen del sólido	[m ³]
V_{libre}	Volumen libre	[m ³]
V^*	Volumen mínimo del poro	[m ³]
\vec{v}_s	Velocidad del flujo de aire	[m s ⁻¹]
\vec{v}_{as}	Velocidad absoluta del flujo de agua dentro del sólido	[m s ⁻¹]
\vec{v}_{ss}	Velocidad absoluta del medio poroso sólido	[m s ⁻¹]
X	Humedad	[g H ₂ O/100 g sólido seco]
$X_{i,j,k}^t$	Contenido de humedad del nodo (i,j,k) en el tiempo t	[g H ₂ O/100 g sólido seco]
X_i^t	Contenido de humedad de la capa i en el tiempo t	[g H ₂ O/100 g sólido seco]
X_0	Humedad inicial del producto	[g H ₂ O/100 g sólido seco]
X_1	Humedad inicial del producto	[g H ₂ O/100 g sólido seco]

X_f	Humedad final del producto	[g H ₂ O/100 g sólido seco]
X_{bs}	Humedad del producto en base seca	[g H ₂ O/100 g sólido seco]
X_{bh}	Humedad del producto en base húmeda	[gH ₂ O/100g sólido húmedo]
$X_{critico}$	Humedad crítica en el producto	[g H ₂ O/100 g sólido seco]
X_e	Humedad en equilibrio del producto	[g H ₂ O/100 g sólido seco]
$X_{No\ Ligada}$	Humedad no ligada al producto	[g H ₂ O/100 g sólido seco]
X_{Ligada}	Humedad ligada al producto	[g H ₂ O/100 g sólido seco]
X_{Libre}	Humedad libre del producto	[g H ₂ O/100 g sólido seco]
X_{sup}	Humedad en la superficie del sólido	[g H ₂ O/100 g sólido seco]
X_{∞}	Humedad del vapor secante	[g H ₂ O/100 g sólido seco]
X_a	Humedad del producto antes de la etapa de descompresión instantánea	[g H ₂ O/100 g sólido seco]
T	Temperatura	[K],[°C]
$T_{i,j,k}^t$	Temperatura del nodo (i,j,k) en el tiempo t	[K],[°C]
T_i^t	Temperatura de la capa i en el tiempo t	[K],[°C]
T_{amb}	Temperatura ambiente	[K],[°C]
T_{sup}	Temperatura en la superficie del sólido	[K],[°C]
T_{∞}	Temperatura del vapor secante	[K],[°C]
T_a	Temperatura del producto antes de la descompresión instantánea	[K],[°C]
T_b	Temperatura del producto después de la descompresión instantánea	[K],[°C]
t	Tiempo	[s]
t_a	Tiempo de inyección de vapor en el ciclo DIC	[s]
t_d	Tiempo de descompresión	[s]
α	Difusividad térmica del producto	[m ² s ⁻¹]

ϵ Emisividad	[%]
ξ_{abs} Relación de expansión absoluta	[%]
$\rho_{aparente}$ Densidad aparente	$[kg\ m^{-3}]$
ρ_{real} Densidad real	$[kg\ m^{-3}]$
ρ_s Densidad del sólido	$[kg\ m^{-3}]$
$\rho_{a,0}$ Densidad inicial del agua aparente	$[kg\ m^{-3}]$
ρ_{ss} Densidad aparente del material secado	$[kg\ m^{-3}]$
ρ_a Densidad aparente del agua líquida en el interior del producto	$[kg\ m^{-3}]$
γ Factor de superposición de Ferrera	-
ψ Relación de porosidad	[%]
$\vec{\nabla} f$ Gradiente de campo de f	-
$\nabla^2 f$ Laplaciano de f	.-
σ Constante de Boltzmann	$\sigma = 5.67 \times 10^{-8}\ W\ m^{-2}\ K^{-4}$
R_u Constante universal de los gases	$R_u = 8.314472\ J\ K^{-1}\ mol^{-1}$



Introducción

Este proyecto de investigación surge como una etapa complementaria enmarcada en el proyecto “Desarrollo de un prototipo de deshidratador de frutas mediante la tecnología de descompresión instantánea controlada (DIC) combinada con microondas, para dar valor agregado a productos agroindustriales de la región”.

El proyecto en mención, se desarrolla en torno a la línea de investigación de mejora de procesos, en la cual, la Universidad de Piura se compromete con el avance de la investigación y realización de proyectos que impulsen el desarrollo del Perú y sobre todo de nuestra región.

La importancia de este trabajo radica en que, en los procesos de secado, utilizados actualmente, no aseguran una alta calidad organoléptica del producto final; textura suave, expansión, coloración y además, existe una pérdida nutricional, debido a largos tiempos de secado. Por otro lado, también es importante mencionar que los procesos de secado que utilizan tecnologías tradicionales generan un alto consumo de energía que puede encarecer el costo de producción. Así mismo la falta de un control del proceso, causa daños estructurales irreversibles a la estructura celular de los alimentos.

Dado este contexto, el trabajo de investigación permitirá mejorar el desempeño de los procesos de deshidratado de frutas y por ende la calidad de los productos, para lo cual, considera desarrollar un modelamiento del proceso de secado; considerando los procesos de transferencia de materia y energía, y posteriormente desarrollar un sistema de control para el proceso de descompresión instantánea controlada (DIC).

Por otro lado, debemos mencionar que el secado tradicional de un producto requiere de un modelamiento propio, sin embargo, con la aplicación de la tecnología DIC el modelo se puede aplicar para una gran diversidad de productos y aplicaciones.

También, es importante destacar que el desarrollo de un modelo de la tecnología DIC, vinculada a un sistema de control, aún no se ha desarrollado y esto es precisamente el aporte que permitirá resolver las problemáticas antes mencionadas.

Para tal propósito el trabajo de investigación considera el desarrollo de los siguientes aspectos:

Capítulo 1: Definiciones básicas, conceptos de humedad del proceso de deshidratado.

Capítulo 2: Estudio del proceso DIC.

Capítulo 3: Desarrollo de la teoría de modelación y obtención de modelo para el proceso de deshidratación con tratamiento DIC.

Capítulo 4: Simulación y validación del modelo para el proceso DIC

Capítulo 5: Alternativas de estrategias de control en sistema no lineales

Capítulo 6: Diseño de control para el proceso DIC.

Capítulo 7: Simulación de operación del sistema de control.

Conclusiones, recomendaciones y discusiones.

En el primer capítulo, se realiza un estudio sobre la teoría del secado, donde se explican todos los conceptos relacionados al secado de productos. El objetivo es conocer todos los aspectos fundamentales del secado.

En el segundo capítulo, abordamos el tema de la tecnología DIC para conocer tanto sus fundamentos como sus aplicaciones en la industria.

El tercer capítulo abarca la modelación matemática, en donde se explican los fenómenos de transferencia de calor y de masa que se producen en el reactor de secado. Luego se desarrolla el algoritmo de programación en MATLAB para la solución de las ecuaciones en derivadas parciales, utilizando el método de diferencias finitas.

En el capítulo cuatro, se realiza la simulación del modelo matemático que es importante para sacar conclusiones valiosas acerca del comportamiento de variables como temperatura, humedad específica del vapor desecante y temperatura y humedad del producto. Así mismo se realiza la validación del modelo.

En el capítulo cinco, abordamos el sistema de control, estudiando las posibles alternativas de sistemas de control no lineal, puesto que el proceso DIC, es un sistema no lineal.

En el capítulo 6, se procede a desarrollar el sistema de control para el proceso DIC

Y finalmente en el capítulo siete, se realiza la simulación de operación del sistema de control.

Posteriormente se desarrollan las conclusiones, recomendaciones y discusión.

Capítulo 1

Definiciones básicas, conceptos de humedad del proceso de deshidratado

La conservación de los productos agroindustriales es fundamental para almacenarlos durante largos periodos de tiempo sin un deterioro considerable en su calidad. Debido a esto, a lo largo del tiempo se han implementado muchas tecnologías de procesos como enlatados, procesos de congelación y secado a gran escala en la industria. Entre estas tecnologías, el secado es probablemente una de las técnicas más antiguas empleadas para la conservación de productos agroindustriales (Mujumdar & Law, 2010), porque ofrece un medio muy eficaz y práctico de conservación de los productos para reducir las pérdidas post cosecha.

El principal objetivo del proceso de secado es reducir el contenido de humedad del producto hasta un valor que garantice la calidad de un producto. Esto trae como consecuencia una reducción sustancial en el peso y volumen del producto, minimizando su embalaje, almacenamiento y costos de transporte. El secado implica la aplicación de calor para vaporizar la humedad de los productos y fenómenos de transporte de masa para transportar la humedad del producto. Por lo tanto, el secado es un proceso simultaneo de transferencia de calor y de masa, para lo cual se necesita suministrar energía (térmica, físico química o mecánica) (Tantas Vasquez, 2016).

El proceso de secado es diferente al otro proceso de deshidratación porque el agua se elimina del producto exclusivamente por evaporación. Entonces, la fuerza impulsora de este proceso es el gradiente de la presión parcial de vapor de agua entre la superficie del producto y el ambiente externo. La evaporación del agua en la superficie depende de la temperatura y la actividad del agua en la superficie del material.

La presión parcial del agua en el ambiente depende, en el caso del aire como fluido caloportador, de las características del aire (velocidad, temperatura y humedad relativa).

No obstante, como el aumento de temperatura provoca una posible degradación del material, el único elemento de intensificación que implica el menor riesgo de pérdida de calidad, es el aumento de la velocidad del aire (Téllez Perez, 2014).

En general, los alimentos presentan un alto contenido de agua, lo cual bajo determinadas condiciones favorece el crecimiento bacteriano y la putrefacción. Tanto el

secado como la deshidratación consiste en la extracción por evaporación del agua en la superficie y del interior del producto, la cual se traspa al aire circundante.

El traspa es posible gracias al contacto del producto con una corriente de aire (natural o forzada) a una temperatura determinada. Los fenómenos producidos en la deshidratación son:

- Transferencia de calor del aire a la superficie del producto y de esta a al interior del mismo.
- Transferencia de la humedad interna del producto a la superficie de éste y luego transferida al aire.

Los efectos y, por tanto, el secado depende de la temperatura del aire, su humedad relativa y la velocidad de circulación. Así el aumento de la temperatura y de la velocidad favorece la transferencia de calor y humedad (Blanco Cano et al., 2016).

1.1 Secado de alimentos

En (Octavio & Pingo, 2020), se define el secado como un proceso de separación de sustancias volátiles, como la humedad, que se encuentran adheridas internamente al producto, a través de la transferencia de energía desde la fuente secadora al producto y la transferencia de masa en forma de humedad al exterior mediante su difusión, a través de orificios o espacios huecos del objeto que se conectan con el exterior llamados poros.

Las frutas y verduras son fuentes importantes de nutrientes dietéticos como vitaminas, minerales y fibra. Estos alimentos poseen un contenido de humedad mayor al 80%, y así se consideran como alimentos altamente perecibles (Sagar & Suresh Kumar, 2010). Debido a esto, es necesario evitar la degradación del alimento por efectos microbianos, que proliferan en ambientes de alta humedad y así tener la posibilidad de preservar el alimento para su consumo en todo el año.

Por otro lado, se menciona que el principal objetivo del proceso de secado de frutas y vegetales, al disminuir el contenido de humedad, es conservar el producto para prolongar su vida útil, preservando características fundamentales como el color, sabor, textura u olor, y manteniendo su valor nutritivo y la calidad. De igual modo, mejorar la estabilidad de almacenamiento, minimizando los requisitos de embalaje y disminuyendo el costo de transporte.

También es importante mencionar que, esta operación implica una gran cantidad de energía térmica para secar un producto en particular, dependiendo de muchos factores como, por ejemplo: el contenido inicial de humedad, el contenido final de humedad deseado, la temperatura, la humedad relativa del fluido de secado, y la velocidad de este mismo.

1.2 Humedad en los productos

La humedad en los productos se reduce hasta un valor adecuado para detener las reacciones químicas de deterioro y así evitar la reproducción de microorganismos como bacterias, levaduras y mohos que causan hongos sobre el producto (Mujumdar & Law, 2010). Al mismo tiempo, se reducen las tasas de reacción para evitar el crecimiento de microorganismos. Estas tasas de reacción están muy ligadas al contenido de ácidos volátiles. En el secado se eliminan dichos ácidos volátiles debido a que un exceso de estos afecta a la calidad de los productos. Esto quiere decir que el secado afecta las reacciones químicas en los productos, y por ende tiene un impacto en las propiedades mecánicas, sensoriales y nutricionales de los productos (Tantas Vasquez, 2016).

La humedad presente en un alimento puede presentarse de distintas formas (Octavio & Pingo, 2020) tal como se observa en la Figura 1.

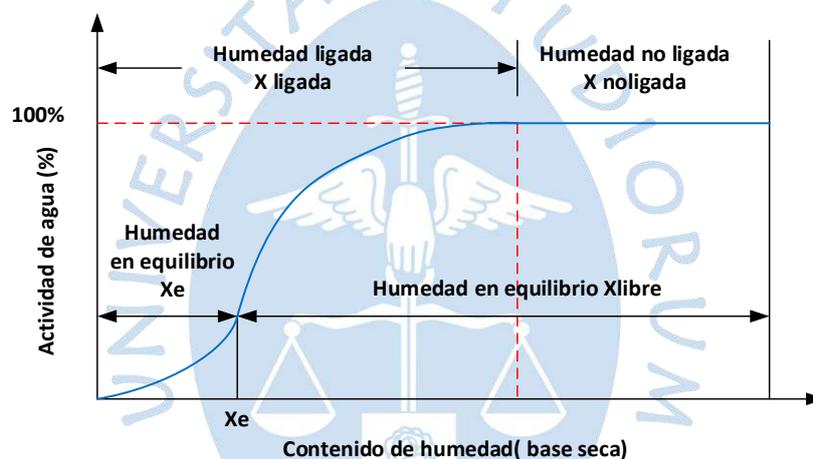


Figura 1. Gráfica actividad de agua vs contenido de humedad.

Fuente: Adaptado de "Drying of Foods, vegetables and Fruits" (Sachin V. Jangam, 2010).

1.2.1 Humedad no ligada ($X_{no\ ligada}$)

Es la humedad presente en los espacios intercelulares y poros que ejerce una presión de vapor igual al agua a la misma temperatura, por lo tanto, no se encuentra ligada a la matriz del producto y resulta más fácil de evaporar.

1.2.2 Humedad ligada (X_{ligada})

Presenta una presión de vapor menor a la del agua a la misma temperatura, se encuentra unida a la matriz del objeto retenida mediante procesos físicos químicos, por tal razón resulta más difícil de eliminar mediante medios convencionales.

1.2.3 Humedad libre (X_{libre})

Es la cantidad de agua que se puede eliminar mediante su evaporación en un proceso de secado dado. Su valor depende tanto del objeto a secar como del proceso en sí. La humedad libre incluye la humedad no ligada y una parte de la humedad ligada evaporada en el proceso.

1.2.4 Humedad en equilibrio (X_e)

Es la cantidad de agua resultante luego del proceso (mayormente humedad ligada) y se da cuando existe un equilibrio dinámico entre el objeto y el sistema desecante.

1.3 Humedad Relativa %HR

Es la relación entre la humedad absoluta del aire y la humedad absoluta de un aire saturado a la misma temperatura y a la misma presión, es por ello, que se expresa como porcentaje de la humedad presente en la mezcla siendo la saturación el 100%. La humedad relativa determina el grado relativo de la saturación de vapor de agua en el aire seco que lo contiene (Campo et al., 2007).

La humedad relativa nos brinda una medida de la capacidad del aire para que se cargue de vapor de agua durante la deshidratación, sin embargo, llega un punto en el que el aire se satura, es por ello, que la velocidad de deshidratación depende de la humedad relativa del aire circulante.

Así, la humedad relativa es un indicador de la cantidad de agua que el aire es capaz de absorber. Y se expresa como la presión de vapor P_v que el aire contiene respecto a la máxima que podría contener a esa temperatura, es decir la presión de saturación (Blanco Cano et al., 2016).

$$HR = \frac{P_v}{P_{sat}(T^\circ)} \times 100\% \quad (1)$$

Según este concepto cuando el aire está completamente seco le corresponde una humedad relativa del 0%, mientras que para un aire totalmente saturado en vapor de agua la lectura será del 100%.

En este mismo sentido, si el aire no está saturado, es decir, que posee una humedad relativa menor al 100%, es capaz de absorber agua hasta que llegue a su máxima capacidad (HR=100%).

Así el principio de secado se basa en que al entrar en contacto el aire no saturado con los alimentos, este absorbe el agua de los mismos, incrementando su humedad relativa.

Por otro lado, según (Téllez Perez, 2014), la humedad relativa depende de la temperatura del aire. Aumentando la temperatura de una corriente de aire se reduce su

humedad relativa, permitiendo que el aire pueda absorber más cantidad de agua. Por este motivo, además de por el mencionado efecto de la temperatura en la transferencia de calor y humedad, se calienta el aire.

1.4 Actividad del agua

El agua tiene una función importante en los productos y trasciende a su simple presencia cuantitativa en su composición. En el caso de frutas y verduras, el agua es fundamental para la buena textura y la apariencia, dado que, en estos productos, la pérdida del agua se traduce, en una menor calidad.

Por otro lado, el agua también es responsable del crecimiento de microorganismos, así como de reacciones químicas y deterioro de algunos productos.

El efecto del agua sobre la estabilidad de los productos está relacionado con la humedad en base seca o húmeda del producto, además para cada producto existe un límite de actividad del agua por debajo del cual, los microorganismos dejan de crecer. Para explicar la influencia del agua en la estabilidad de un producto se debe estudiar la actividad del agua (a_w) (Tantas Vasquez, 2016).

La actividad del agua (a_w), también se relaciona con la textura de los productos, así, por ejemplo, los productos con una actividad del agua elevada tienen una textura más jugosa, tierna y masticable. Por el contrario, cuando la actividad del agua disminuye en los productos, aparecen características de textura indeseables como dureza, sequedad y endurecimiento. Además, cuando la a_w es baja los productos son crujientes y quebradizos; si su a_w aumenta, la textura cambia, produciéndose el reblandecimiento del producto. Por otro lado, la a_w también afecta otras propiedades tales como la agrupación y aglutinación de los productos en polvo y granulados (Tantas Vasquez, 2016).

La actividad del agua es una propiedad termodinámica definida como la relación entre la presión de vapor del agua en un sistema y la presión de vapor del agua pura a la misma temperatura, o la humedad relativa de equilibrio del aire que rodea el sistema a la misma temperatura. Para medir la disponibilidad de agua en los alimentos, Scott definió la actividad del agua (a_w) (Scott, 1957).

La base termodinámica de esta propiedad es:

$$\mu = \mu_0 + RT \ln(f/f_0) \quad (2)$$

Donde μ y μ_0 son respectivamente el potencial químico del agua y el del agua pura (el estado de referencia); f es la fugacidad del sistema en condiciones dadas y f_0 es la fugacidad en el estado de referencia; T y R son la temperatura (° K) y la constante de gas (8.314 J K⁻¹ mol⁻¹) respectivamente. Dado que en condiciones prácticas la fugacidad puede considerarse igual a la presión de vapor parcial (P), es posible obtener la siguiente ecuación (Téllez Perez, 2014):

$$\mu = \mu_0 + RT \ln(P/P_0) \quad (3)$$

Si se alcanza el equilibrio termodinámico, es posible utilizar lo siguiente:

$$\mu = \mu + \mu_0 + RT \ln(a_w) \quad (4)$$

Por lo tanto, la actividad del agua puede definirse como la relación entre la presión de vapor que rodea los alimentos (P) y la presión de vapor del agua pura (estado de referencia, P_0) ambas medidas a los mismos valores de temperatura y presión:

$$a_w = P/P_0 \quad (5)$$

No vale la pena que este parámetro sea válido solo si se alcanza el equilibrio termodinámico (no hay moléculas de agua que se muevan dentro de los alimentos debido a diferentes potenciales químicos). Sin embargo, aunque en la aplicación práctica, esta condición a menudo no se cumple, la actividad del agua es el parámetro más importante utilizado para relacionar la disponibilidad de agua con la velocidad de las reacciones de degradación (Tellez Perez, 2014).

El concepto de la actividad del agua comprende los diferentes estados de equilibrio termodinámico del agua contenida en un producto alimenticio; como el que contiene solutos, y el delimitado con moléculas insolubles., etc. (Bonazzi & Bimbenet, 2003).

Entonces, el agua se puede considerar formada por:

1.4.1 Agua libre

Es la forma principal en la que se presenta el agua en frutas y verduras frescas. Está en forma de disolvente con sales. En el caso de cuerpos sólidos, esta agua es retenida en los espacios intersticiales y los poros por las fuerzas de capilaridad que crean vínculos con la tensión superficial de la fase líquida. Esta agua presenta propiedades similares a las del agua pura ($a_w = 1$) (Albitar, 2011).

1.4.2 Agua ligada

Es el agua ligada química, física o ambas a la matriz sólida. El agua ligada puede ser absorbida por las fuerzas de cohesión con la matriz sólida y/o con las otras moléculas de agua (fuerzas psico químicas como el tipo de Van der Waals, enlaces de hidrógeno, etc.).

Generalmente, el agua alrededor de los sólidos se puede dividir en:

- **Agua estructural:** la función de esta agua es dar a las moléculas sólidas su conformación espacial gracias a enlaces de hidrógeno, hidrofobias, etc.
- **Agua monocapa:** esta agua se fija en la superficie de intercambio de sólidos, gracias a sitios específicos de interacción electrostática y enlaces de hidrógeno
- **Agua hidrodinámica:** esta agua se une a los movimientos sólidos

En el proceso de secado, al considerar la cinética, podría haber una confusión entre agua libre y ligada, principalmente en términos de eliminación de agua, sin embargo, la noción de agua ligada solo se ha relacionado con las características de equilibrio termodinámico.

De hecho, durante el secado se pudo observar:

$a_w = 1$: cuando el producto contiene agua libre. Durante el secado, esta agua se comporta como pura.

$a_w < 1$: cuando el producto solo contiene agua ligada. A pesar de la débil presión del vapor de agua a una temperatura determinada y contrariamente a las explicaciones de Bimbenet, las dificultades para eliminar esta agua en comparación con la primera etapa de secado (que implica principalmente agua libre), se encuentran en el caso de milieus, del tipo de cinética. Entonces, la modificación estructural por expansión puede intensificar el proceso de secado y, a menudo, reducir la actividad del agua (Tellez Perez, 2014).

1.5 Importancia de las actividades del agua

La actividad del agua (a_w), es un concepto comúnmente usado en correlación con la seguridad y calidad de los alimentos. Es un factor único en la estabilidad alimentaria que permite el desarrollo de límites generalizados dentro de rangos donde dominan ciertos tipos de reacciones de deterioro. Uno de los principales métodos de conservación para garantizar la seguridad alimentaria contra el deterioro químico y microbiano es controlar el a_w en los alimentos, lo que puede prolongar la vida útil y crear conveniencia con nuevos productos alimenticios. Por lo tanto, varias técnicas de conservación de alimentos se basan en reducir la a_w para reducir las tasas de crecimiento microbiano y reacciones químicas, como se describe en el mapa de estabilidad global (Figura 2) desarrollado por (Labuza, 1972).

El mapa de estabilidad indica que para las reacciones que requieren una fase acuosa, como el pardeamiento no enzimático y las reacciones enzimáticas, existe un límite inferior, normalmente en a_w entre 0,2 y 0,3, por debajo del cual la reactividad es 0; por encima de eso, la velocidad de reacción aumenta hasta alcanzar un máximo en una a_w esencialmente entre 0,6 y 0,8 y luego vuelve a disminuir, llegando a 0 con una a_w de 1,0. La oxidación de lípidos, por otro lado, muestra un mínimo en el rango de 0.2 a 0.35 a_w y aumenta en velocidad en ambos lados, es decir, un aumento o una disminución en a_w (Labuza & Dugan, 1971).

De lo contrario, el mapa de estabilidad también muestra los límites del crecimiento de microorganismos. De hecho, ayudó a definir los valores críticos de a_w más importantes para el crecimiento de microorganismos (Tabla 1).

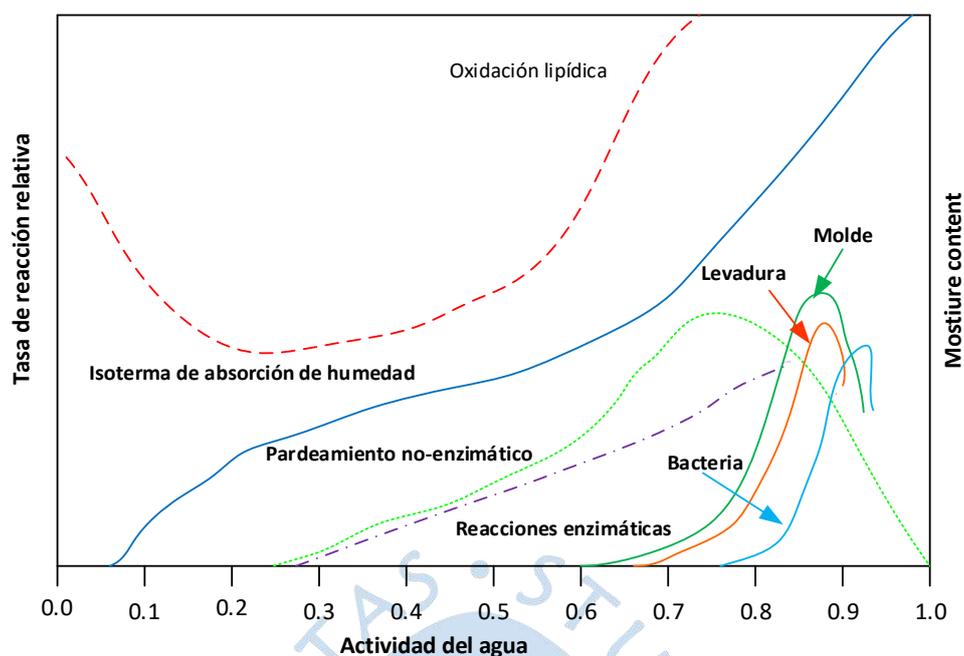


Figura 2. Mapa de estabilidad alimentaria en función de la actividad del agua.

Fuente: Adaptado de "Water Activity on Foods" (Barbosa Cánovas, 2007).

Tabla 1.

a_w mínima para el crecimiento de microorganismos.

Rango de a_w	Microorganismos inhibidos en un rango de a_w definido
1.00-1.95	Pseudomonas, Escherichia, Proteus, Shigella, Klebsiella, Bacillus, Clostridium perfringens, C. botulinum E, G, some yeasts
0.95-0.91	Salmonella, Vibrio parahaemolyticus, Clostridium botulinum A, B, Listeria monocytogenes, Bacillus cereus
0.91-0.87	Staphylococcus aureus (aerobic), many yeasts (Candida, Torulopsis, Hansenula), Micrococcus
0.87-0.80	Most molds (mycotoxigenic penicillia), Staphylococcus aureus, most Saccharomyces (bailii) spp. Debaryomyces
0.80-0.75	Most halophilic bacteria, mycotoxigenic aspergilli
0.75-0.65	Xerophilic molds (Aspergillus chevalieri, A. candidus, Wallemia sebi), Saccharomyces bisporus
0.65-0.61	Osmophilic yeasts (Sacharomyces rouxii), a few molds (Aspergillus echinulatus, Monascus bisporus)
<0.61	No microbial proliferation

Fuente: Adaptado de "Water Activity on Foods" (Barbosa Cánovas, 2007)

1.6 Interacción de agua y sólido

Los alimentos con diferentes contenidos de humedad tienen diferentes actividades de agua dependiendo de las interacciones entre el agua y los sólidos de los alimentos y su matriz resultante. Según la literatura, los tres factores principales que influyen en estas interacciones son los efectos de la solución coligativa, los efectos capilares y la interacción de la superficie (Barbosa Cánovas, 2007).

1.7 Efectos coligativos de la solución

El término “coligativo” se basa en la disminución de la a_w provocada por el uso de sustancias que reducen la tendencia al escape (fugacidad) del agua. Además, el principio también establece que esta sustancia no interactúa con el agua, lo que obviamente no es cierto para ninguno de los solutos (sales, azúcares, proteínas, etc.) comúnmente agregados a los alimentos. La relación entre la concentración molar de solutos y la presión de vapor relativa ($\frac{p}{p_0}$) ha sido evaluada por la ley de Raoult. A presión y temperatura constantes, la a_w de la sustancia es igual a la fracción molar de agua en la solución donde la fracción molar es $X = n_{agua}/(n_{agua} + n_{solutos})$. Debido a que nada se comporta como un verdadero sistema ideal, la a_w real es:

$$a_w = \gamma_s X_{agua} = \frac{n_{agua}}{n_{agua} + n_{solutos}} \quad (6)$$

Donde γ_s es el coeficiente de actividad, X_{agua} es la fracción molar de agua y n son los moles de solutos y agua en términos de unidades coligativas (Tellez Perez, 2014).

1.8 Efectos capilares

Los efectos capilares están relacionados con el cambio en el grado de enlace de hidrógeno intermolecular entre las moléculas de agua debido a que la curvatura de la superficie conduce a una diferencia en la presión de vapor del agua sobre un menisco líquido curvo frente a la de un plano infinito de agua pura. En la superficie curva cóncava de un menisco, hay vecinos más cercanos, es decir, más moléculas de agua que interactúan entre sí. Esto deprime la tendencia a escapar en comparación con una superficie plana. Teniendo en cuenta que los alimentos contienen una gran cantidad de poros (capilares) con agua, el resultado es una disminución de la a_w . Para predecir esta ecuación de Kelvin decreciente se ha empleado:

$$a_w = e^{\frac{-2\gamma_{st}(\cos\theta)V_L}{rRT}} = e^{\frac{-\Delta PV_L}{RT}} \quad (7)$$

γ_{st} es la tensión superficial del líquido en un poro, θ es el ángulo de humectación con la superficie de la pared, V_L es el volumen molar del líquido (cm³ / mol), r es el radio capilar,

R es la constante del gas (8.314×10^7 ergios / K moles), T es la temperatura en Kelvin ($^{\circ}$ K) y ΔP es la presión de succión.

El efecto capilar puede ocurrir en todo el rango de la isoterma de absorción de humedad. Por lo tanto, lo que es más importante, en la adsorción de agua, los poros pequeños se llenarán primero, mientras que los más grandes se llenarán con actividades de agua más altas. Además, el tamaño de los poros de los alimentos depende de la naturaleza del producto y de su historial de elaboración (Barbosa Cánovas, 2007).

1.9 Interacción de superficie

El factor principal que afecta a a_w es que el agua interactúa directamente con otros grupos químicos de moléculas (a través de fuerzas dipolo-dipolo, enlaces iónicos, fuerzas de van der Waals y enlaces de hidrógeno). De hecho, estas moléculas de agua requieren energía adicional más allá del calor de vaporización (DH_{vap}), para estar disponibles para transferir una molécula del estado líquido al estado de vapor.

Asociado con esta unión está el llamado contenido de humedad de la monocapa (m_0), que teóricamente supone que cada grupo hidrófilo tiene una molécula de agua asociada. Aunque esto se ha asociado con la formación de una fase líquida continua, en realidad hay pequeños charcos de agua en capilares muy pequeños y algo de agua en los sitios de enlace de H, como los carbohidratos (Tellez Perez, 2014).

1.10 Isotermas de sorción

Las isotermas de absorción de humedad son la relación entre la humedad relativa del agua del aire y el contenido de agua del producto. Las isotermas dan la variación en la actividad del agua en función del contenido de humedad de una muestra a una temperatura específica. Por tanto, las isotermas de sorción informan sobre la actividad total del agua en función del contenido de agua en un producto (Téllez Perez, 2014).

Las isotermas de sorción son una herramienta fundamental para la predicción del comportamiento de la actividad del agua en un producto, porque describe el comportamiento entre la humedad de equilibrio del producto y la humedad relativa del agente desecante. Además, permiten conocer el contenido de humedad mínimo que puede lograrse en un proceso de secado donde el producto se somete a una corriente de aire con una temperatura y humedad determinada (Tantas Vasquez, 2016).

La mayoría de las isotermas resultantes de la adsorción física se agrupan en cinco clases (Figura 3). El primer tipo presenta adsorción limitada a la capa mono molecular. Otros tipos de isotermas describen la adsorción multicapa. Los tipos II y III muestran una aproximación asintótica a la presión de saturación, lo que significa que el equilibrio se alcanza con una dilución infinita. Los tipos IV y V son como los tipos II y III, respectivamente, pero la presión de saturación se alcanza con una cantidad finita de gas o vapor adsorbido. El punto de inflexión

de la isoterma indica el cambio de la capacidad de retención de agua o de las cantidades relativas de agua libre y ligada (Tellez Perez, 2014).

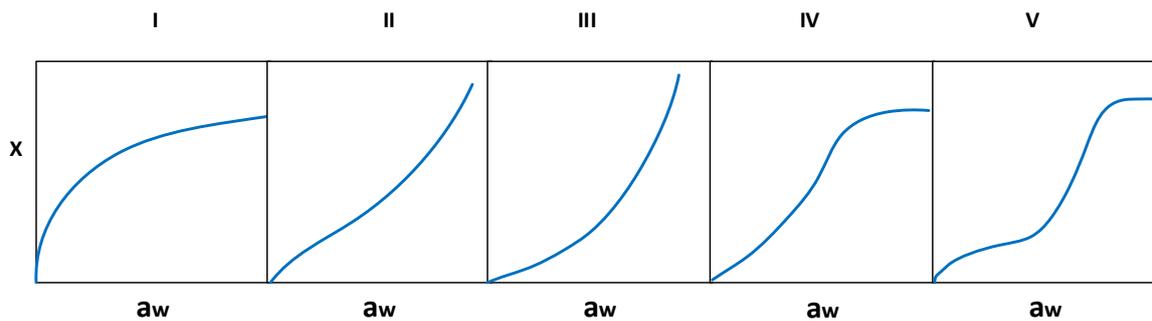


Figura 3. Los cinco tipos de isotermas de sorción.

Fuente: Adaptado de "On a Theory of the van der Waals Adsorption of Gases" (Brunauer et al., 1940)

La isoterma tipo I es típica de los agentes antiaglomerantes, ya que pueden retener grandes cantidades de agua con actividades de agua bajas. Este tipo de ingrediente absorbe agua mediante quimisorción en sitios específicos, por lo que el exceso de energía de unión Q_s es muy grande.

Las isotermas de sorción de la mayoría de los materiales alimentarios no son lineales y generalmente tienen forma sigmoidea (tipo II), como se señaló anteriormente, pero difieren según la composición química y el estado fisicoquímico de los componentes de un alimento. Brunauer et al. (1945) clasificaron las isotermas de sorción como relacionadas con cinco tipos generales sobre la base de la adsorción de van der Waals de gases no polares que se adsorben en varios sustratos sólidos no porosos (ver Figura 3).

Si en los alimentos están presentes componentes cristalinos solubles en agua, por ejemplo, azúcares o sales, las isotermas de sorción son del tipo III. Los sistemas alimentarios compuestos principalmente por componentes cristalinos como azúcares y sal están representados por una isoterma de tipo III. La ganancia de humedad es muy baja hasta el punto en que los cristales comienzan a disolverse en el agua absorbida en la superficie del cristal. Este punto se conoce como el punto delicuescente (Barbosa Cánovas, 2007).

En una curva de isoterma de sorción de los alimentos se divide en tres regiones (Figura 4):

- **Zona A:** esta fracción de agua forma así la primera capa absorbente. Se llama "monocapa de agua". Cubre el rango de las actividades de bajo nivel de agua de 0 a 0,2 donde el agua está fuertemente unida al producto por enlaces de hidrógeno y conexiones hidrófobas. Teniendo en cuenta la fuerte inmovilización del agua, esta es incongelable e inaccesible a las reacciones bioquímicas.
- **Zona B:** esta zona intermedia corresponde a la acumulación de capas sucesivas de moléculas de agua en interacciones con la monocapa de agua. Estas sucesivas

capas de agua están unidas por enlaces de hidrógeno y la actividad del agua aumenta fuertemente.

- **Zona C:** Esta última zona (con $a_w > 0,7$) corresponde a la zona de condensación de agua en los poros capilares del sustrato. El estado termodinámico del agua en esta área se aproxima a que, de soluciones diluidas, la interacción entre el agua y el sustrato se vuelve casi nula y el agua tiene un comportamiento cercano al del agua pura, es decir, la actividad del agua se acerca a 1.

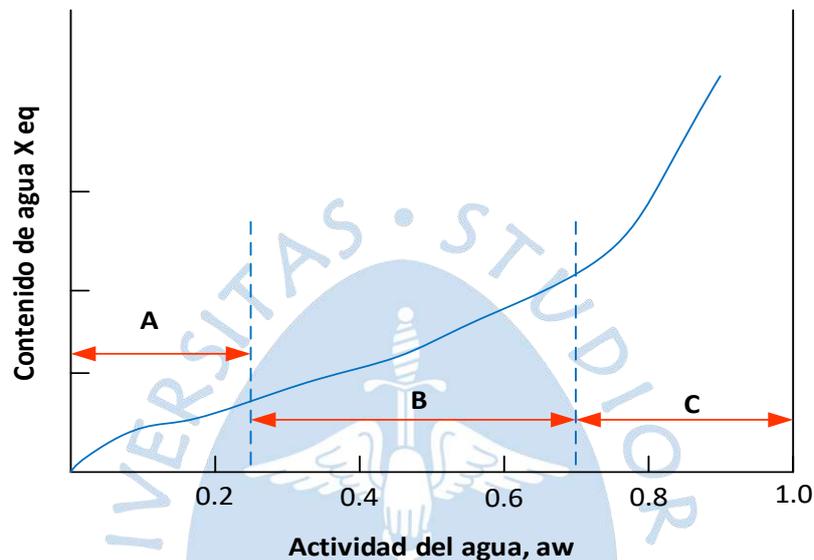


Figura 4. Isotermas de sorción para alimentos típicos que muestran tres zonas diferentes.

Fuente: Adaptado de "Valorization of Mexican agriculture by preservation and drying by instant autovaporization: case of green pepper"(Tellez Perez, 2014).

1.10.1 Histéresis

La diferencia en el contenido de humedad de equilibrio entre las curvas de adsorción y desorción se llama histéresis y se muestra en la Figura 5. En la región II de esta Figura, el agua se mantiene menos apretada y generalmente está presente en pequeños capilares, mientras que en la región III, el agua se mantiene suelta en capilares grandes o está libre. La histéresis en la sorción tiene importantes implicaciones teóricas y prácticas en los alimentos. Las implicaciones teóricas son evidencia de la irreversibilidad del proceso de sorción y la validez del proceso termodinámico de equilibrio. Las implicaciones prácticas se refieren a los efectos de la histéresis sobre el deterioro químico y microbiológico y su importancia en los alimentos de humedad baja e intermedia (Shafir Rahman, 2011).

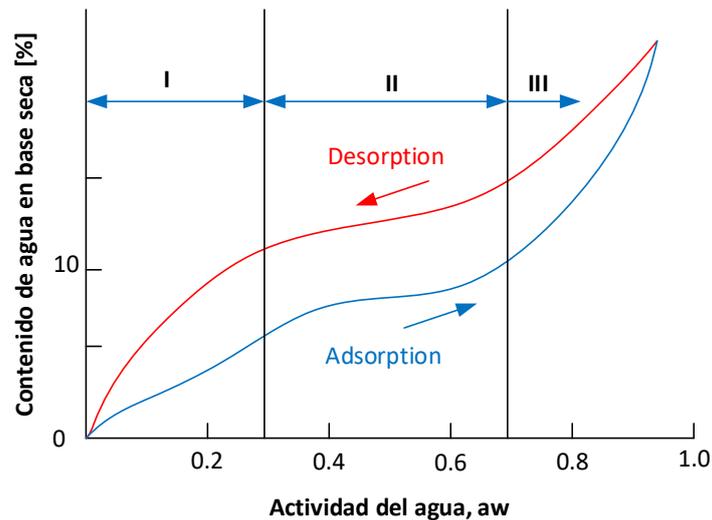


Figura 5. Bucle de histéresis.

Fuente: Adaptado de "Hand Book of Food Preservation" (Shafir Rahman, 2011).

1.10.2 Factores que provocan cambios en las isothermas

Se ha demostrado que las propiedades de absorción de humedad de los alimentos están influenciadas por la composición de los alimentos, el tratamiento de procesamiento, la temperatura, la presión y la humedad relativa (Timmermann et al., 2001).

Considerando que la a_w es un concepto de equilibrio, cualquier efecto de procesamiento único o combinado podría cambiar los sitios de adsorción, la influencia de estos efectos es de gran importancia en el procesamiento de alimentos.

1.10.3 Efecto de la temperatura sobre las isothermas

El efecto de la temperatura sobre la isoterma de sorción es de gran importancia dado que los alimentos están expuestos a un rango de temperaturas durante el almacenamiento y procesamiento, y a_w cambia con la temperatura. Al describir la isoterma de absorción de humedad, la temperatura debe especificarse y mantenerse constante porque la temperatura afecta la movilidad de las moléculas de agua y el equilibrio dinámico entre las fases de vapor y adsorbida (Kapsalis, 1981). Por lo tanto, las isothermas de absorción de humedad se trazan con una temperatura constante y especificada. En general, el efecto de la temperatura sobre el aumento de la a_w con un contenido de humedad constante es mayor en las actividades de agua inferiores a intermedias. La actividad del agua aumenta a medida que aumenta la temperatura para un contenido de humedad constante.

Luego, para predecir el valor de la isoterma a cualquier temperatura si se conoce el exceso de calor de sorción correspondiente a un contenido de humedad constante, (Labuza & Altunakar, 2020), mostraron que la ecuación de Clausius-Clapeyron se puede aplicar:

$$\ln \frac{a_{w2}}{a_{w1}} = \frac{Q_s}{R} \left[\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right] \quad (8)$$

Donde a_{w2} y a_{w1} son las a_w a la temperatura ($^{\circ}\text{K}$) T_2 y T_1 , respectivamente; Q_s es el calor de sorción en J/mol (en función del contenido de humedad); y R es igual a 8,317 J/mol. Q_s , el exceso de energía de unión para la eliminación de agua, es la única desconocida y, desafortunadamente, no existen tablas estándar que enumeren Q_s para diferentes alimentos. Por lo tanto, para predecir la a_w de un alimento a una temperatura determinada, se deben determinar las isothermas de absorción de humedad para al menos dos temperaturas.

Entonces, una gráfica de $\ln a_w$ versus $1/T(^{\circ}\text{K})$ dará una línea recta con un contenido de humedad constante, como se ve en la Figura 6, y se puede encontrar la a_w a cualquier temperatura para esa humedad. La pendiente de la línea (Q_s/R) disminuye a cero a medida que aumenta el contenido de humedad. Esto es indicativo de interacciones reducidas del agua (menos energía de unión) con la superficie para la adsorción, comportándose más como agua pura. Se muestra que el efecto de la temperatura con respecto al contenido de humedad es mayor con contenidos de humedad bajos (Barbosa Cánovas, 2007).

1.10.4 Efectos de la presión sobre las isothermas

La presión también tiene un efecto sobre la a_w de un sistema alimentario, pero el efecto es pequeño en comparación con el efecto de la temperatura. En la mayoría de los casos, el efecto de la presión puede despreciarse a menos que se utilicen presiones elevadas, como en el caso de un proceso de extrusión. El efecto termodinámico de la presión sobre la actividad fue discutido por Glasstone y Lewis (1960), quienes demostraron que un cambio en la presión total del sistema afectará la presión de vapor. En equilibrio, cualquier cambio en el potencial químico del estado líquido será igual a un cambio en el potencial químico del vapor. Así, comenzando con el punto de equilibrio del potencial químico del agua y el estado de vapor (Barbosa Cánovas, 2007).

$$d\mu_L = V_L dP_T = d\mu_V = V_V dP_V \quad (9)$$

Donde V_L y V_V son el volumen molar del líquido y el vapor, respectivamente, y dP_T y dP_V son el cambio total de presión y el cambio de presión de vapor, respectivamente. Reordenando la ecuación para el efecto de la presión en a_w :

$$\ln \frac{a_{w1}}{a_{w2}} = \frac{\bar{V}_L}{RT} [P_2 - P_1] \quad (10)$$

Donde P_1 y P_2 son la presión total inicial y final, respectivamente.

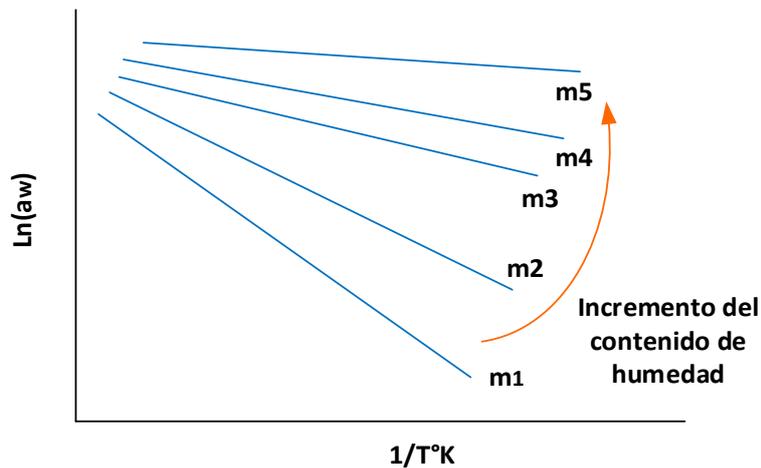


Figura 6. Gráfica de $\ln(a_w)$ versus temperatura para predecir a_w .

Fuente: Adaptado de "Water activity in food" (Barbosa Cánovas, 2007).

1.10.5 Efecto de la composición de los alimentos sobre las isotermas.

Cuando se trabaja con sistemas alimentarios complejos que consisten en sistemas de ingredientes multidominio, el efecto de la composición juega uno de los roles más importantes que afectan el comportamiento de absorción de humedad.

Por ejemplo, las proteínas generalmente se representan como isotermas de absorción de humedad de tipo II debido a su naturaleza fácilmente plastificante, lo que resulta en una mayor disponibilidad de todos los grupos polares (Barbosa Cánovas, 2007).

1.10.6 Modelos de isotermas de sorción

Debido a la compleja composición y estructura de los alimentos, la predicción matemática del comportamiento de sorción es difícil. Dado que las isotermas de absorción de humedad de los materiales alimentarios representan las propiedades higroscópicas integradas de varios constituyentes y las propiedades de absorción pueden cambiar como resultado de interacciones químicas y físicas inducidas por algunos métodos de pretratamiento, es difícil tener un modelo matemático único, teórico o empírico, que describe con precisión la isoterma de sorción en todo el rango de actividad del agua y para varios tipos de alimentos (Reid, 2008). Las isotermas de sorción de humedad de los alimentos se han descrito mediante más de un modelo de sorción. El criterio utilizado para seleccionar el modelo de sorción más apropiado ha sido el grado de ajuste a los datos experimentales y la simplicidad del modelo.

Para poder aprovechar las isotermas de sorción es necesario expresar la relación entre la actividad y el contenido de agua en forma matemática. Estos modelos se clasifican en teóricos, semi-empíricos o empíricos (van den Berg & Bruin, 1981).

Debido al gran número de ecuaciones de isothermas reportadas en la literatura, la Tabla 2 ofrece un esquema de los principales modelos utilizados para describir las isothermas de sorción de alimentos.

Tabla 2.

Lista de los modelos de sorción populares (T-Teórico, E-Empírico).

Modelos	Ecuaciones (A, B, C, D, k, α , γ <i>ajustable</i>)	Clase	Número de ecuación
BET (1938)	$X = \frac{X_M C_B a_w}{(1 - a_w)[1 + (C_B - 1)a_w]}$	T	Ec. 11
Oswin (1946)	$X = A \left(\frac{a_w}{1 - a_w} \right)$	E	Ec. 12
Smith (1947)	$X = A + B \ln(1 - a_w)$	E	Ec. 13
Halsey (1948)	$X = \left[-\frac{A}{\ln(a_w)} \right]^{\frac{1}{B}}$	T	Ec. 14
Henderson (1952)	$X = \left[-\frac{\ln(1 - a_w)}{\ln(a_w)} \right]^{\frac{1}{B}}$	E	Ec. 15
GAB (1996)	$X_w = \frac{X_M C_G k a_w}{(1 - k a_w) \cdot [1 + (C_G - 1) \cdot k a_w]}$	T	Ec. 16
Chung, Pfof (1967)	$X = -\frac{1}{B} \ln \left[-\frac{\ln(a_w)}{A} \right]$	T	Ec. 17
Kuhn (1972)	$X_w = \left[\frac{A}{\ln(a_w)} \right] + B$	E	Ec. 18
Cubic (1973,1978)	$X = A + B a_w + C a_w^2 + D a_w^3$	E	Ec. 19
Iglesias, Chirife (1978)	$\ln \left[X + (X^2 + X_{0.5w}^2)^{\frac{1}{2}} = A a_w + B \right]$	E	Ec. 20
Iglesias, Chirife (1981)	$X = A \left(\frac{a_w}{1 - a_w} \right) + B$	E-T	Ec. 21
Ferro Fontan (1982)	$\ln \left(\frac{\gamma}{a_w} \right) = \alpha X_w^{-R}$	E-T	Ec. 22
Schuchmann (1990)	$X = \frac{C_1 X}{(1 + C_2 X)(C_3 - X)}$	E-T	Ec. 23

Fuente: Elaborado a partir de "Modelling of moisture transport in pear tissue"(T. A. Nguyen, 2005).

1.11 Curva de secado

Según (Parra Rosero, 2017) se puede graficar la curva de humedad (X_w) en función del tiempo, obteniéndose la curva de secado, la cual representa el comportamiento de la humedad en un proceso de secado general.

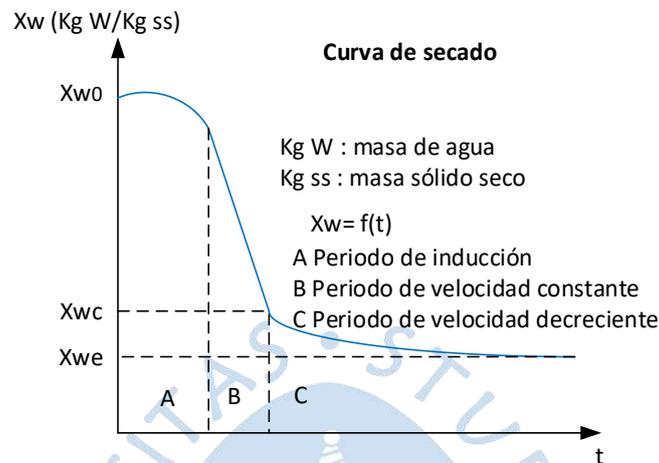


Figura 7. Curva típica de secado.

Fuente: Adaptado de "Modelación de un proceso de secado de cacao utilizando una cámara rotatoria cilíndrica y flujo de aire caliente" (Parra Rosero, 2017).

En la Figura 7 se muestra la curva típica de secado. X_w , representa la humedad; t el tiempo; X_{w0} , la humedad inicial del sólido; X_{wc} , el valor de humedad crítica y X_{we} , la humedad de equilibrio. Se conoce como humedad crítica de un sólido al punto en el que la velocidad de secado deja de ser constante y empieza a ser decreciente, a estos períodos de secado se los llama ante-crítico y post-crítico.

La humedad de equilibrio se refiere al valor de humedad que se alcanza cuando un sólido húmedo se pone en contacto con aire a ciertos valores de temperatura y humedad constantes. Cuando la presión parcial del agua contenida en el sólido húmedo es igual a la presión de vapor del agua contenida en el aire, se alcanzan las condiciones de equilibrio (Parra Rosero, 2017).

1.11.1 Períodos de secado

En (Tantas Vasquez, 2016) los períodos de secado se muestran por medio de las curvas, que relacionan la evolución de la humedad. Estas curvas muestran que el secado es un proceso continuo donde intervienen tres fases de difusión de humedad ($AB - BC - CD$).

La Figura 8a muestra la pérdida de humedad del producto con respecto al tiempo. La Figura 8b muestra la variación de la velocidad de la pérdida de la humedad (dM/dt) con el contenido de humedad (M). Por último, la Figura 8c muestra la velocidad de la pérdida de

humedad con respecto al tiempo. La Figura 8c tiene una ventaja porque se puede observar la duración de cada fase de secado.

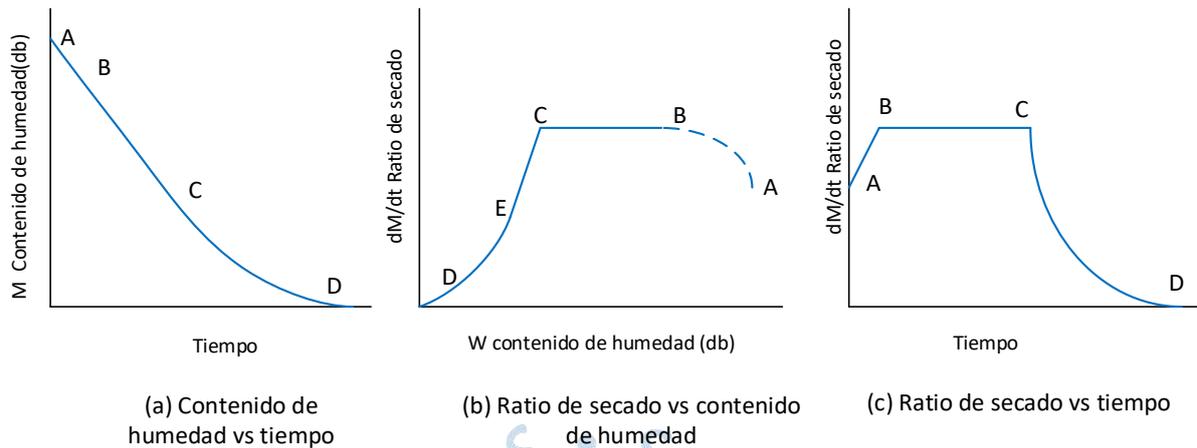


Figura 8. Curvas del periodo de secado de un producto.

Fuente: Adaptado de “modelación matemática, simulación, análisis paramétrico y financiero de una cámara de secado solar” (Tantas Vasquez, 2016).

A continuación, (Tantas Vasquez, 2016) explica lo que ocurre en cada fase de secado:

- **Zona A-B** (Periodo de inducción o de velocidad de secado creciente): El producto empieza a calentarse o enfriarse, y crece la velocidad de evaporación. Esto se aprecia porque la masa del producto disminuye rápidamente. Eventualmente, el calor penetra hasta el centro del producto y la velocidad se hace máxima. Se produce una adaptación del material a las condiciones de secado.
- **Zona B-C** (Periodo de velocidad de secado constante): La velocidad de secado es constante y máxima produciéndose exclusivamente la evaporación de la humedad superficial del producto (humedad no ligada). La velocidad de secado es máxima porque los mecanismos de transporte de agua desde el interior del sólido a la superficie son lo suficientemente rápidos para compensar la evaporación. La superficie del material se mantiene constantemente mojada y se comporta como una masa de líquido. La eliminación de la humedad depende, principalmente, de las condiciones del agente desecante y es independiente de la naturaleza del producto.
- **Zona C-D-E** (Periodo de velocidad de secado decreciente): Cuando la humedad desciende por debajo de un nivel determinado, denominado humedad crítica MC ya no llega suficiente agua a la superficie para mantener la máxima evaporación. Se elimina la humedad interna del producto (humedad ligada). Esta fase depende básicamente de la difusión de la humedad del interior del producto hacia la superficie, así como de la evaporación superficial. El sólido aumenta de temperatura y la velocidad de secado desciende tendiendo a hacerse cero conforme nos acerquemos a la humedad de equilibrio. La zona D representa un fenómeno que a veces tiene lugar y que consiste en que el secado de la superficie provoca una detención de la pérdida de

agua hasta que sube la temperatura lo suficiente como para compensar esta nueva resistencia a la transferencia de materia.

1.11.2 Velocidad de secado

Según (Tantas Vasquez, 2016) se establece la variación de humedad con respecto al tiempo, es decir la velocidad de secado. La rapidez con la que disminuye el contenido de humedad de los sólidos se conoce como velocidad de secado. En la Figura 6(b), se observa el comportamiento de la velocidad de secado.

La pendiente de la curva dM/dt representa el valor de la velocidad de secado. La velocidad de secado no es la misma durante todo el proceso. La eliminación de humedad se realiza en una serie de etapas en las que la velocidad de secado es diferente. A es el punto de partida del proceso. Durante el tramo AB, el sólido y el agua contenida se van calentando lentamente, en el tramo BC se produce una gran disminución del contenido de agua, manteniéndose constante la velocidad de secado. Al alcanzar el valor de humedad crítica, punto C, se produce un cambio brusco, el proceso de extracción de humedad se vuelve lento, decreciendo la velocidad de secado en la fase CD.

1.12 Mecanismo de transferencia de calor

El calor se define como la forma de energía que se puede transferir de un sistema a otro, como resultado de la diferencia de temperatura. Un análisis termodinámico se interesa en la cantidad de transferencia de calor conforme un sistema pasa por un proceso, de un estado de equilibrio a otro.

La transferencia de energía como calor siempre se produce del medio que tiene la temperatura más elevada hacia el de temperatura más baja, y la transferencia de calor se detiene cuando los dos medios alcanzan la misma temperatura.

El calor se puede transferir en tres modos diferentes: conducción, convección y radiación. Todos los modos de transferencia de calor requieren la existencia de una diferencia de temperatura y todos ellos ocurren del medio que posee la temperatura más elevada hacia uno de temperatura más baja (Yunus A. Cengel, 2011).

A continuación, se definen los dos tipos de transferencia de calor presentados en el proceso DIC.

1.12.1 Conducción

(Yunus A., 2013) define que la conducción es la transferencia de energía de las partículas más energéticas de una sustancia hacia las adyacentes menos energéticas, como resultado de interacciones entre esas partículas. La conducción puede tener lugar en los sólidos, líquidos o gases. En los gases y líquidos la conducción se debe a las colisiones y a la difusión de las moléculas durante su movimiento aleatorio.

En los sólidos se debe a la combinación de las vibraciones de las moléculas en una retícula y al transporte de energía por parte de los electrones libres. La rapidez o razón de la conducción de calor a través de un medio depende de la configuración geométrica de éste, su espesor y el material de que esté hecho, así como de la diferencia de temperatura a través de él.

En el mismo trabajo se menciona que la razón de la conducción de calor a través de una capa plana es proporcional a la diferencia de temperatura a través de ésta y al área de transferencia de calor, pero es inversamente proporcional al espesor de esa capa, dándose lugar a ley de Fourier.

$$\dot{Q}_{cond} = -kA \frac{dT}{dx} \quad [W] \quad (24)$$

1.12.2 Convección

Así mismo (Yunus A., 2013) define la convección como el modo de transferencia de energía entre una superficie sólida y el líquido o gas adyacente que está en movimiento y comprende los efectos combinados de la conducción y el movimiento de fluidos. Entre más rápido es el movimiento de un fluido, mayor es la transferencia de calor por convección. En ausencia de cualquier movimiento masivo de fluido, la transferencia de calor entre una superficie sólida y el fluido adyacente es por conducción pura. La presencia de movimiento masivo del fluido acrecienta la transferencia de calor entre la superficie sólida y el fluido, pero también complica la determinación de las razones de esa transferencia.

La convección recibe el nombre de convección forzada si el fluido es forzado a fluir sobre la superficie mediante medios externos como un ventilador, una bomba o el viento. Como contraste, se dice que es convección natural (o libre) si el movimiento del fluido es causado por las fuerzas de empuje que son inducidas por las diferencias de densidad debidas a la variación de la temperatura en ese fluido (Figura 9).

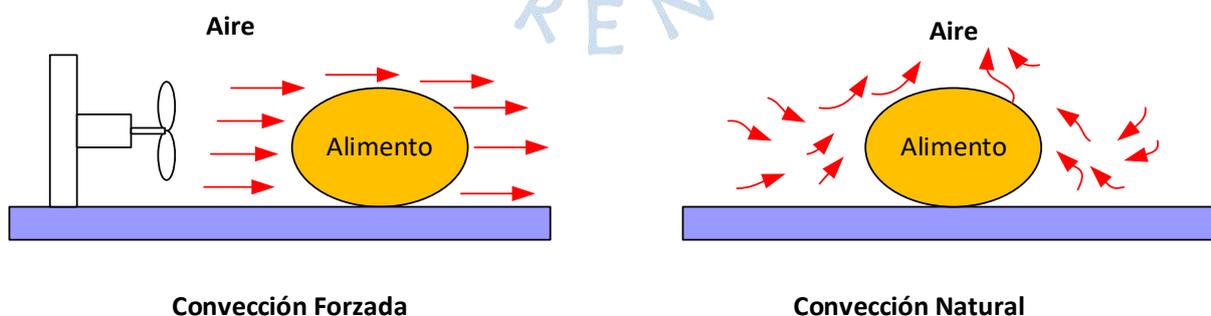


Figura 9. Transferencia de calor por convección forzada y natural

Fuente: Adaptado de "Transferencia de calor y masa" (Yunus A., 2013).

La rapidez de la transferencia de calor por convección es proporcional a la diferencia de temperatura y se expresa en forma conveniente por la ley de Newton del enfriamiento:

$$\dot{Q}_{conv} = h_T A (T_{sup} - T_{\infty}) \quad (25)$$

Donde h es el coeficiente de transferencia de calor por convección, en $W/m^2 \cdot ^\circ C$, A es el área superficial a través de la cual tiene lugar la transferencia de calor por convección, T_{sup} es la temperatura de la superficie y T_{∞} es la temperatura del fluido suficientemente alejado de esta superficie.

1.13 Cinética de secado

En el trabajo de (Octavio & Pingo, 2020) se define que la cinética de secado es la representación de la evolución del producto en el transcurso del secado mediante secadores convectivos. Autores (Sachin V. Jangam, 2010) toman en cuenta gráficas de contenido de humedad vs tiempo, velocidad de secado vs humedad, velocidad de secado vs tiempo para representar estos cambios sufridos en el transcurso del secado.

La cinética de secado influye en la transferencia de calor desde el fluido secante, cuando entra en contacto con el exterior del producto (mecanismo de convección), en la superficie, y este seguirá su flujo de calor hacia el interior a través de los poros interconectados presentes en toda la matriz del producto, aumentando la temperatura del objeto. Y por otro lado, la transferencia de masa se iniciará desde el interior del producto, transportando el agua desde la estructura interna hasta la superficie, donde se transferirá al fluido secante mediante convección de masa.

Sí se establece un balance de masa se establece que, la masa total del producto será igual a la suma de la masa del agua contenida y del sólido totalmente seco.

$$m_{sh}(t) = m_{ss} + m_a(t) \text{ [kg]} \quad (26)$$

$$X_{bs}(t) = \frac{m_a(t)}{m_{ss}} * 100 \quad (27)$$

Donde m_{ss} , $m_a(t)$ y $m_{sh}(t)$ [kg] representan respectivamente la masa del producto seco, la masa de agua, y la masa total del producto respectivamente. $X_{bs}(t)$ ($g H_2O/100 g$ sólido seco) representa la humedad en base seca en función del tiempo. Asociando las ecuaciones anteriores también la humedad se puede representar en base húmeda, $X_{bh}(t)$, utilizando como base la humedad total del sólido en función del tiempo "t".

$$X_{bh}(t) = \frac{m_a(t)}{m_{sh}(t)} * 100 \quad (28)$$

$$X_{bh}(t) = \frac{X_{bs}(t)}{X_{bs}(t) + 1} \quad (29)$$

La Figura 10 establece gráficamente la relación de estas variables.

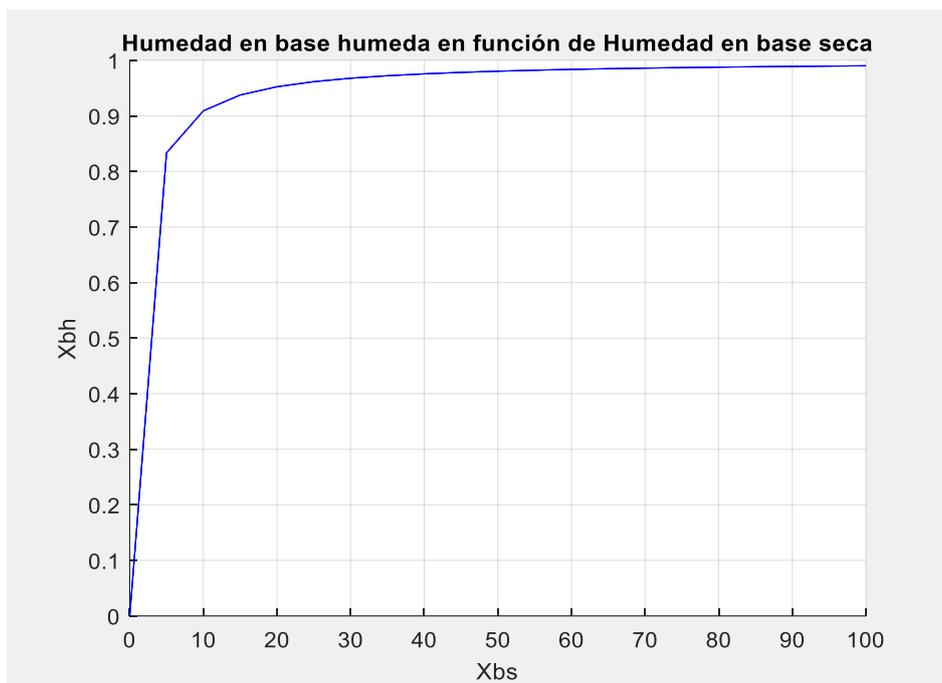


Figura 10. Humedad en base húmeda en función a humedad en base humedad

Fuente: Elaboración a partir de programa desarrollado en Universidad de Piura, Perú, 2021.

Para efectos de este estudio se toma en cuenta la humedad en base seca, dado que el contenido de masa de agua disminuirá en el proceso de deshidratación, en cambio la masa del sólido se mantendrá en un valor constante, resultando más fácil la comprensión de la gráfica.

Tal como se analizó en el estudio de la actividad del agua, otro parámetro importante en los productos es el contenido de agua libre X_{Libre} [$g H_2O/100 g$ sólido seco], que es la cantidad de agua que es posible extraer mediante el proceso de secado. También tenemos X_e [$g H_2O/100 g$ sólido seco] que es la humedad de equilibrio, para un proceso dado, en otras palabras, es la humedad definida en un $t \rightarrow \infty$. En este punto la humedad libre del producto es cero $X_{Libre} = 0$.

$$X_{Libre} = X_{bs}(t) - X \quad (30)$$

Según (Octavio & Pingo, 2020) la humedad de equilibrio dependerá de la cinética de secado, de las condiciones del fluido de secado y de la geometría del objeto, además determina la efectividad del secado, pues a menor humedad de equilibrio, mayor humedad ha sido retirada del objeto en el proceso.

La Figura 11 grafica el cambio de humedad en base seca $X_{bs}(t)$ con respecto al tiempo (min), en donde se observa una curva convergente hacia un valor de contenido de humedad en equilibrio X_e , así como el efecto de la disminución de la humedad libre en el tiempo.

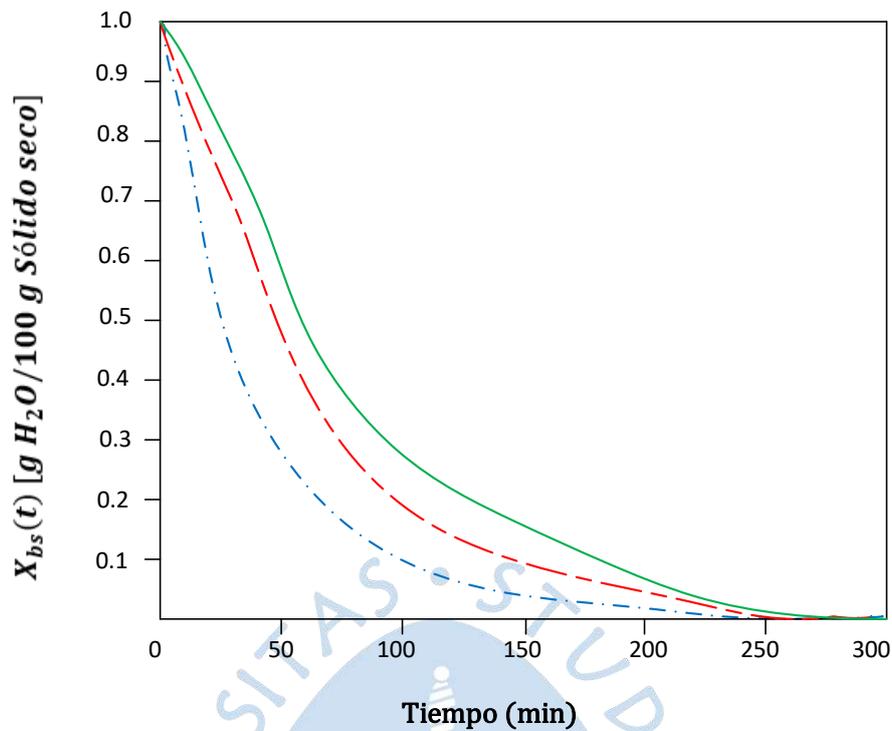


Figura 11. Gráfica de cinética de Secado X_{bs} vs t.

Fuente: Adaptado de "Drying of Foods, vegetables and Fruits", (Mujumdar, 2010).

Según (Jangam, S;Law , Ch;Mujumdar, 2010) una gráfica importante es la que relaciona a la velocidad de secado (N) y el contenido de humedad en base seca (X_{bs}), denominada curva de velocidad de secado, representada en la Figura 12. Así se define la velocidad de secado o también llamada velocidad de evaporación del agua como la tasa de decrecimiento de la humedad en el producto a secar en un proceso dado.

$$N = -\frac{m_{ss}}{A_{sup}} \frac{dX_{bs}(t)}{dt} \quad (31)$$

Donde N [$kg\ m^{-2}s^{-1}$] representa a la velocidad de secado, m_{ss} [kg] es la masa del sólido completamente seco, A_{sup} [m^2] es el área superficial del producto, y $\frac{dX_{bs}(t)}{dt}$ es el cambio de humedad en base seca del producto con respecto al tiempo. El signo negativo expresa la pérdida de humedad en el proceso de secado $\frac{dX_{bs}(t)}{dt} < 0$.

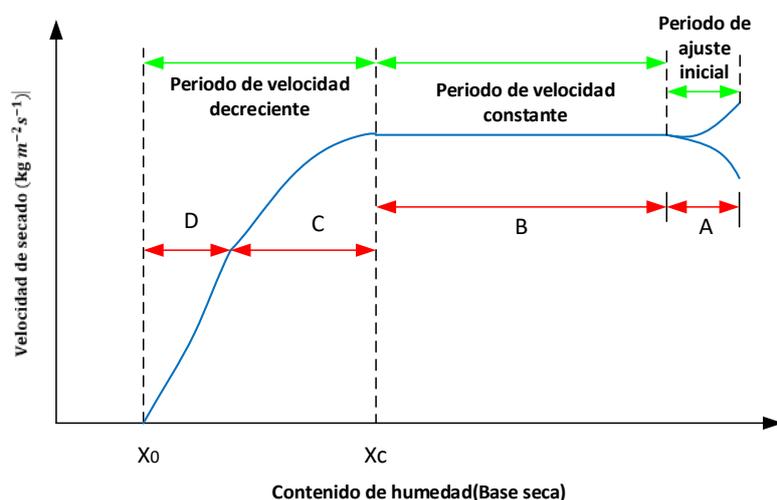


Figura 12. Grafica de velocidad de secado (N) vs contenido de humedad $X_{bs}(t)$.

Fuente: Adaptado de "Drying of Foods, vegetables and Fruits" (Jangam, S;Law , Ch;Mujumdar, 2010).

La figura 13 ilustra los procesos de transferencia de calor y masa en estas etapas.

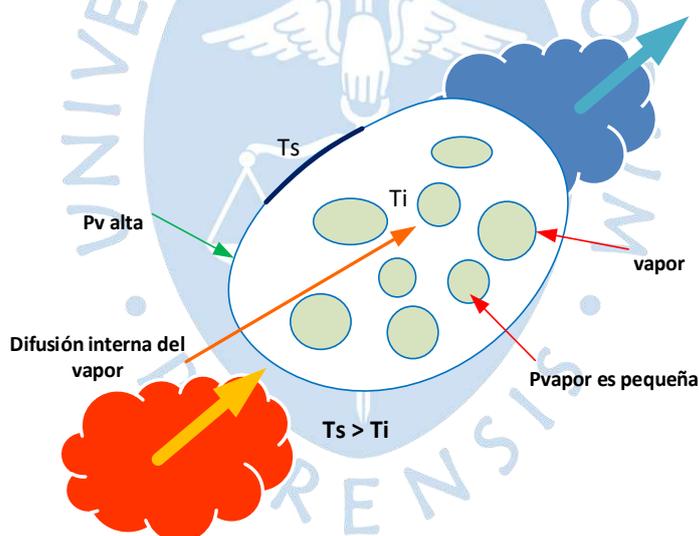


Figura 13. Transferencia de calor y masa en el producto.

Fuente: Creado a partir de "Reunión con Dr. Karin Allaf, laboratorio de Ciencias Universidad La Rochelle, 2021."

Según (Jangam, S;Law , Ch;Mujumdar, 2010), sí se considera el secado de un sólido húmedo bajo condiciones de secado fijas. Después de un período inicial de ajuste, el contenido de humedad en base seca, X , disminuye linealmente con el tiempo, t , siguiendo el inicio de la evaporación. A esto le sigue una disminución no lineal de X con t hasta que, después de mucho tiempo, el sólido alcanza su contenido de humedad de equilibrio, X^* , y se detiene el secado. En términos de contenido de humedad libre, definido como:

$$N = -\frac{M_s dX}{A dt} \quad (32)$$

En (Octavio & Pingo, 2020) se establece una forma empírica para hallar la velocidad de secado (N), teniendo en cuenta las ecuaciones (29) y (31), la velocidad de secado se calcula como una diferencia de masas en un intervalo de tiempo definido, en dos instantes (1) y (2) cualesquiera.

$$N = \frac{m_1 - m_2}{A_{sup}(t_2 - t_1)} \quad (33)$$

Según la gráfica de velocidad de secado (Figura 12), se pueden distinguir claramente tres etapas:

1.13.1 Periodo de ajuste inicial

Según la gráfica de la Figura 12, la región A es el periodo en el cual el producto se acondiciona al medio ambiente, en esta etapa la temperatura del producto es menor a la del proceso inicial. Sin embargo, esta se puede despreciar cuando el producto ha sido precalentado o también cuando la diferencia de temperaturas de muy pequeño.

1.13.2 Periodo de velocidad constante

El período de tasa constante se rige completamente por las tasas de transferencia externa de calor y masa, ya que siempre hay disponible una película de agua libre en la superficie de evaporación. Este período de secado es casi independiente del material que se está secando. Muchos alimentos y productos agrícolas, sin embargo, no muestran el período de tasa constante en absoluto, ya que las tasas internas de transferencia de calor y masa determinan la tasa a la que el agua está disponible en la superficie de evaporación expuesta (Sachin V. Jangam, 2010).

La transferencia de masa ocurre desde la zona interior a la superficie a través de los poros por difusión de masa, y desde la superficie al fluido secante por convección de masa. Estos dos procesos son expresados por medio de la ecuación 28 y la ecuación de transferencia de masa por convección:

$$\dot{m}_{conv} = h_m A \rho_{ss} (X_{sup} - X_{\infty}) \quad [kg/s] \quad (32)$$

Donde h_m [$m s^{-1}$] es el coeficiente de convección de masa, A [m^2] es el área superficial de convección, ρ_{ss} es la densidad del sólido seco, X_{sup} y X_{∞} son la concentración de humedad en la superficie y el fluido circundante respectivamente.

Estos procesos se desarrollan de manera simultánea y estacionaria, de tal forma que siempre existirá la misma cantidad de agua superficial que evaporar.

La temperatura del agua que se encuentra cerca de la superficie del producto depende de la cantidad de calor sensible, logrando así disminuir la presión de saturación y, en consecuencia, disminuye la concentración de vapor en la interfaz aire-agua.

El proceso se desarrolla llegando a establecerse a un balance de flujo de calor por lo cual el calor latente de vaporización se iguala a la transferencia de calor desde el agua en la superficie del producto. Una vez alcanzadas las condiciones de operación estacionarias, se logra estabilizar la temperatura de la interfaz agua-aire. El balance de energía entre el calor sensible transferido y el calor latente absorbido en el cambio de fase se expresa por medio de la ecuación:

$$\dot{Q}_{conv} = \dot{m}_{conv}h \quad [W] \quad (33)$$

El proceso se desarrolla hasta que se evapore el contenido de agua no ligada en el producto, alcanzándose un contenido crítico de humedad $X_{critico}$, produciéndose una reducción de la velocidad de secado.

1.13.3 Periodo de velocidad decreciente

En (Sachin V. Jangam, 2010) al alcanzar el llamado contenido crítico de humedad, $X_{critico}$, N comienza a disminuir con una mayor disminución de X , ya que el agua no puede migrar a la velocidad N_c hacia la superficie debido a las limitaciones internas del transporte. El mecanismo subyacente a este fenómeno depende tanto del material como de las condiciones de secado. La superficie de secado se vuelve primero parcialmente insaturada y luego completamente insaturada hasta que alcanza el contenido de humedad de equilibrio X^* .

Se debe tener en cuenta que un material puede mostrar más de un contenido crítico de humedad en el que la curva de velocidad de secado muestra un cambio brusco de forma. Esto generalmente se asocia con cambios en los mecanismos subyacentes de secado debido a cambios estructurales o químicos.

Ahora según (Octavio & Pingo, 2020) este último periodo ocurre entre las regiones C y D de la curva en la Figura 12, posteriormente de haber alcanzado $X_{critico}$ [$g H_2O/100 g$ sólido seco]. Al haber sido evaporada el agua no ligada, en donde la velocidad de evaporación del agua superficial es mayor a la transferencia de agua desde el interior del producto, se genera una caída de la velocidad de secado.

En la Figura 12 se puede observar, que este periodo se divide en dos partes: La región C, en donde se observa que la evaporación continúa hasta que humedad cae a cero en la superficie como consecuencia del déficit de transferencia de humedad a la superficie; la otra parte ubicada en la última región denominada D, donde la evaporación ocurre por debajo de la superficie; hasta que la velocidad de secado llega a cero en donde la humedad libre se evapora por completo.

Cuando el medio es poroso, la presencia de agua dentro de la estructura se produce un fenómeno de vaporización/condensación en los agujeros. Existiendo un mecanismo de transferencia de calor por conducción, ver Figura 14.

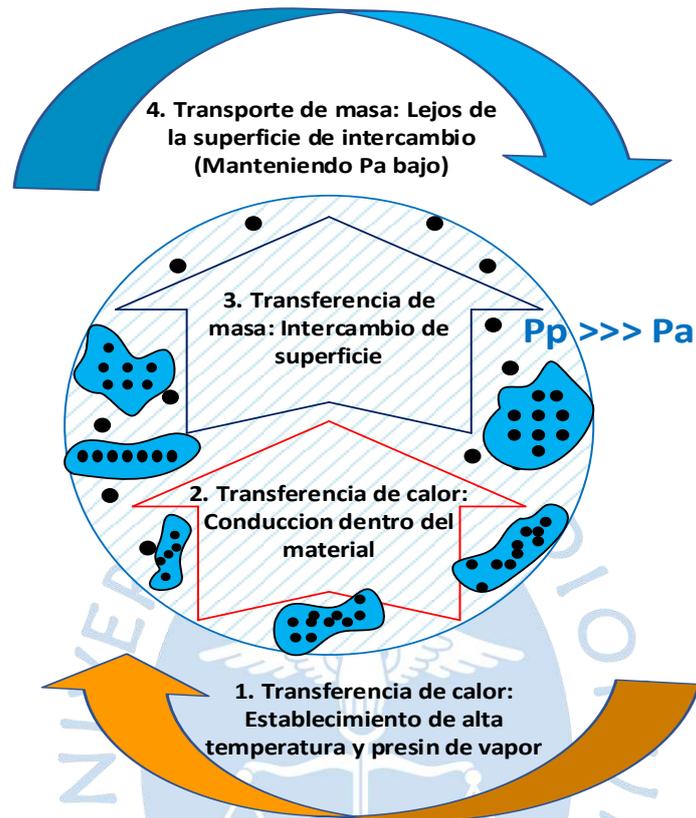


Figura 14. Fenómenos de transferencia física que ocurren durante el proceso de secado.

Fuente: Tomado de "Valorization of Mexican agriculture by preservation and drying by instant autovaporization : case of green pepper", Téllez Pérez(2014).

Para que se produzca la primera parte del periodo decreciente es necesario aplicar una transferencia de calor por conducción para generar el incremento de la temperatura, asumiendo que la difusividad térmica es constante y un flujo transitorio de calor unidireccional sin generación de calor. Esto es gobernado por la Ley de Fourier:

$$\alpha \nabla^2 T = \frac{\partial T}{\partial t} \quad (34)$$

$$\alpha = \frac{k}{\rho_c c_{p,s}} \quad (35)$$

En el estudio (Allaf & Allaf, 2016) se realiza un estudio de las transferencias internas de masa de líquido y vapor en donde se establece que éstas dependen tanto de la relación de expansión ξ como del tamaño medio de los poros δ .

Por lo general, se supone que la transferencia de masa interna es el proceso limitante, ya que la difusividad de calor es generalmente mucho mayor que la difusividad de masa efectiva. Los altos valores de conductividad efectiva, que son el resultado de un fenómeno de condensación- evaporación en el interior de los poros, refuerza en gran medida esta situación y la transferencia de humedad interna es sistemáticamente el proceso limitante.

En estas condiciones, dado que la transferencia de agua dentro del producto parece ser el principal factor restrictivo de la cinética de secado, se puede adoptar el modelo propuesto por (Sabah Mounir & Allaf, 2009), considerando una relación de tipo Fick.

$$\frac{\rho_a}{\rho_{ss}} (\vec{v}_a - \vec{v}_{ss}) = -D_{ef} \vec{\nabla} \left(\frac{\rho_a}{\rho_{ss}} \right) \quad (36)$$

Siendo ρ_a es la densidad aparente del agua líquida en el producto, ρ_{ss} es la densidad aparente del sólido completamente seco, \vec{v}_a es el vector velocidad media del flujo de agua dentro del sólido y \vec{v}_{ss} el vector velocidad media del sólido totalmente seco.

Realizando simplificaciones tomando en consideración que, se omite la modificación de la estructura a través del encogimiento ($\rho_{ss} = cte$), así como también los fenómenos de expansión. Además, si la velocidad absoluta del medio poroso sólido es ($\vec{v}_{ss} = \mathbf{0}$), podemos obtener:

$$\rho_a \vec{v}_a = \vec{\nabla} \rho_a \quad (37)$$

Así mismo, si se considera al alimento con una estructura higroscópica y homogénea, la difusividad efectiva D_{ef} no dependerá de la geometría del objeto siendo contante, obteniéndose la siguiente ecuación:

$$\frac{\partial \rho_a}{\partial t} = D_{ef} \vec{\nabla}^2 \rho_a \quad (38)$$

Durante este período (final) de secado, se puede suponer que la transferencia de agua en forma de líquido dentro de la matriz sólida es despreciable. Cuando la transferencia de masa ocurre exclusivamente en la fase de vapor en los poros, se deben incluir varios parámetros estructurales y termo-físicos para tener una definición completa de la operación. Estos incluyen la temperatura, la actividad del agua y la estructura/morfología de la materia (proporción de porosidad, distribución del tamaño de los poros, área de superficie específica, permeabilidad de la pared celular, etc.)

Según (Sabah Mounir & Allaf, 2009) este tipo de fenómeno de transferencia de vapor es una ley tipo Fick relacionada con el gradiente de presión de vapor a través de una difusividad vapor/estructura (Dv/s).

En primer lugar, vale la pena subrayar que la presión de vapor solo depende de la temperatura. Sin embargo, en casos similares, se supone que la evaporación implica necesariamente una cantidad de calor capaz de transformar la fase líquida en vapor.

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{q} + (\rho_{ss} c_{p,ss} + \rho_a c_{p,a}) \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{\psi}{R_u T} (P_a M_a h_{fg}) \right] = 0 \quad (39)$$

En esta ecuación, \vec{q} [$W m^{-2}$] es el vector flujo de calor, $c_{p,ss}$ y $c_{p,a}$ son calores específicos del producto seco y del agua líquida en el producto respectivamente; ψ es la relación de porosidad; P_a [Pa] es la presión de vapor en el material poroso; M_a [$kg mol^{-1}$] es la masa molar del agua y h_{fg} es el calor latente de vaporización del agua.

Así la transferencia interna se realiza por medio de un tipo de conducción interna, donde la presión de vapor es función de la temperatura, por ello, se puede asumir que la evaporación necesaria implica una cantidad de calor para transformar un líquido a vapor.





Capítulo 2

Estudio del proceso DIC

2.1 Introducción

Como alternativa a los procesos convencionales, muchas técnicas innovadoras han sido estudiadas para preservar la calidad nutricional y para proteger a los alimentos del deterioro. En esta parte del estudio se presenta los principios y las aplicaciones del proceso de caída de presión controlada (DIC) en el secado y descontaminación de alimentos. Este proceso es considerado como un tratamiento de tipo HTST altamente apropiado, inducido por someter al material a vapor saturado, durante un corto tiempo, seguido de una instantánea caída de presión que conduce a la evaporación automática del agua, la texturización del producto y el enfriamiento. Este efecto da como resultado un mejor secado de los alimentos y la muerte de las bacterias vegetativas y/o esporas sin impacto en las moléculas termosensibles o en la calidad del producto.

Este proceso se basa en el efecto termomecánico inducido por una caída de presión rápida que conduce a la evaporación instantánea del agua y la inactivación de la vegetación de bacterias y esporas. La tecnología DIC se distingue por su capacidad para manejar una amplia gama de productos alimenticios sólidos. Además, este proceso tiene un resultado positivo en expansión de volumen y modificación de textura. La preservación de los aspectos sensoriales y compuestos nutritivos de productos alimenticios también se reportan en el uso de esta tecnología (Mazen Hamoud-Agha & Allaf, 2020).

2.2 Tecnología de caída de presión controlada instantánea (DIC)

La caída de presión controlada instantánea (acrónimo francés DIC, “Défente Instantané Contrôlée”, fue desarrollada por Allaf y Vidal. Y se considera un proceso de alta temperatura y tiempo corto (HTST), seguido de una brusca caída de presión hasta el vacío.

En la Figura 15. Se esquematizan los diferentes pasos de un tratamiento DIC. El proceso consiste, en primer lugar, en una etapa de calentamiento corto (con una duración de 10 a 60 s), que incluye una inyección de vapor saturado a alta presión (hasta 1 Mpa) al producto colocado inicialmente al vacío. Este paso implica la condensación del vapor y calentamiento del producto, en el que el contenido de humedad del producto aumenta en 0,1 g de base seca

H₂O/g. El vacío inicial garantiza un contacto rápido entre el vapor y la muestra y, en consecuencia, mejora la transferencia de calor. El aire comprimido puede ser utilizado como agente presurizado para realizar un tratamiento DIC multiciclo. Luego del primer paso de calentamiento, la caída abrupta de presión (0,5 MPa. S-1) hacia el vacío (3-5 KPa) en el lapso de 10-60 ms produce una evaporación automática del agua dentro del producto, lo cual produce una cantidad de vapor y una tensión mecánica significativa que permite la expansión del producto. Además, la auto evaporación del agua, garantiza un enfriamiento rápido, lo cual evita la degradación térmica de los compuestos sensibles y, por tanto, se garantiza la alta calidad de los productos tratados. En este tratamiento, la velocidad de enfriamiento puede alcanzar niveles de 1500-2000 kWm⁻². (Mazen Hamoud-Agha & Allaf, 2020).

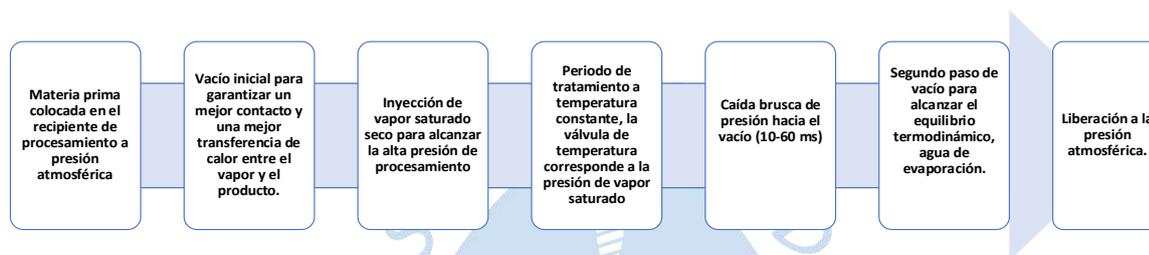


Figura 15. Pasos del tratamiento DIC.

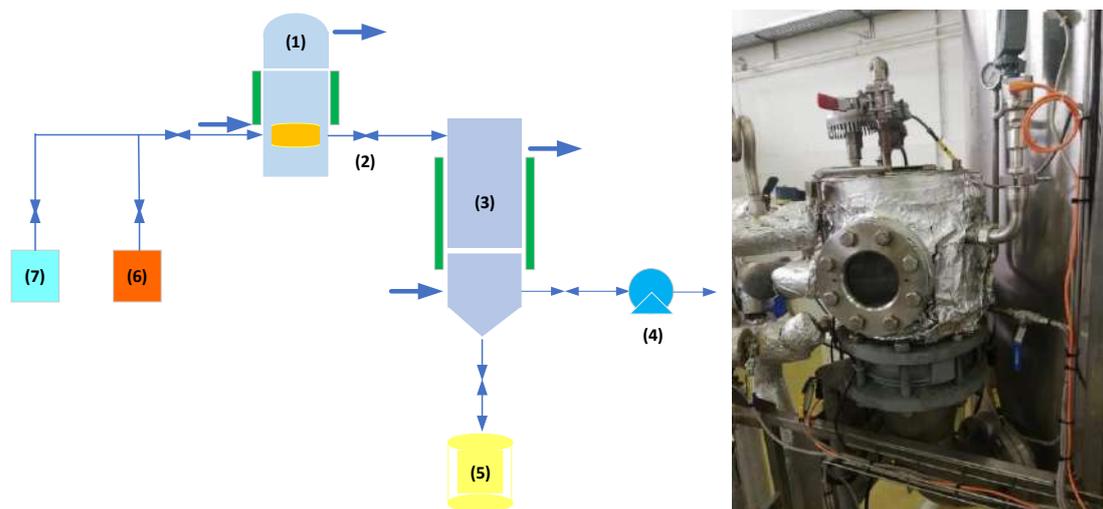
Fuente: Adaptado de Instant Controlled Pressure Drop (DIC) Technology in Food Preservation: Fundamental and Industrial Applications, (Mazen Hamoud-Agha & Allaf, 2020)

Además, la tensión de extensión dentro del producto crea una nueva estructura expandida y porosa (Haddad et al., 2008). La nueva estructura aumenta el área de superficie específica y la difusividad de transferencia de masa, así como la accesibilidad establecida del producto, mejorando así el proceso de secado, la extracción con solventes y muchas otras propiedades funcionales de los alimentos. Así mismo, los costos de energía también se pueden reducir.

El equipo DIC se compone principalmente de cuatro componentes (Sabah Mounir & Allaf, 2008) tal como se representa en la Figura 16.

En la Figura 16, se presenta un diagrama esquemático:

- Un recipiente de procesamiento, que es una autoclave con una chaqueta calefactora donde se coloca el producto a tratar.
- Una válvula neumática, que garantiza una liberación casi instantánea de la presión de vapor contenida en el recipiente de tratamiento al tanque de vacío.
- Un sistema de vacío compuesto por una bomba de vacío y un tanque con una camisa de refrigeración. El volumen del tanque suele ser entre 100 y 130 veces mayor que el volumen del recipiente de procesamiento. Una bomba de anillo de agua mantiene la presión del tanque a aproximadamente 2,5–5 kPa.
- Una trampa de recojo de extractos se utiliza para recuperar condensados.



Nota: (1) recipiente de tratamiento, (2) caída de presión instantánea controlada válvula, (3) tanque de vacío con camisa de refrigeración, (4) bomba de vacío, (5) trampa de recogida de extractos, (6) generador de vapor, y (7) compresor de aire.

Figura 16. Presentación esquemática de un reactor DIC típico.

Fuente: Adaptado de Instant Controlled Pressure Drop (DIC) Technology in Food Preservation: Fundamental and Industrial Applications, (Mazen Hamoud-Agha & Allaf, 2020).

2.3 Secado instantáneo de la caída de presión controlada (DIC)

El proceso de secado de frutas y verduras es uno de los métodos de conservación más eficientes y también antiguo. Sin embargo, hoy en día los consumidores se han vuelto cada vez más exigentes en términos de calidad de los alimentos secos. Se han realizado algunas investigaciones científicas para mejorar el proceso convencional por medio de nuevas tecnologías o combinadas con las convencionales (Onwude et al., 2016).

Un proceso convencional para el secado de alimentos, es el secado por flujo de aire convectivo. Sin embargo, presenta grandes desventajas como el rendimiento y la mala calidad del producto final. Por otro lado, está el hecho de contar con un tiempo de secado relativamente largo, lo cual implica un mayor consumo de energía. La mala calidad del producto se debe principalmente a la degradación térmica y en particular, con la pobre compactación de la textura en las etapas finales del proceso de secado (Toledo, R., Singh R., Kng, 2018).

Las etapas de secado se presentan en la Figura 17. Inicialmente existe una interacción entre la superficie del producto y el aire circundante de calefacción, que incluye una transferencia de calor externa convectiva y la eliminación de vapor a la atmósfera circundante (Maritza et al., 2012). Este paso inicial y relativamente rápido se define por el término de la accesibilidad inicial (Vorobiev & Lebovka, 2016) expresada en base seca g

H₂O/100 g, que indicaría la cantidad de agua extraída de la superficie antes de iniciar la segunda fase de secado por difusión interna.

El segundo paso consiste en la transferencia de calor conductiva, junto con la transferencia de humedad debido a las fuerzas capilares y la difusión interna de líquido y vapor dentro del producto.

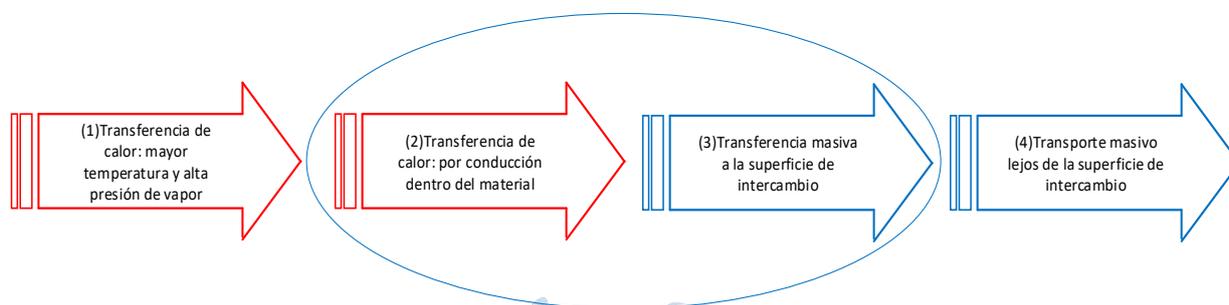


Figura 17. Cuatro pasos de secado de aire caliente tradicional.

Fuente: Adaptado de Instant Controlled Pressure Drop (DIC) Technology in Food Preservation: Fundamental and Industrial Applications, (Mazen Hamoud-Agha & Allaf, 2020).

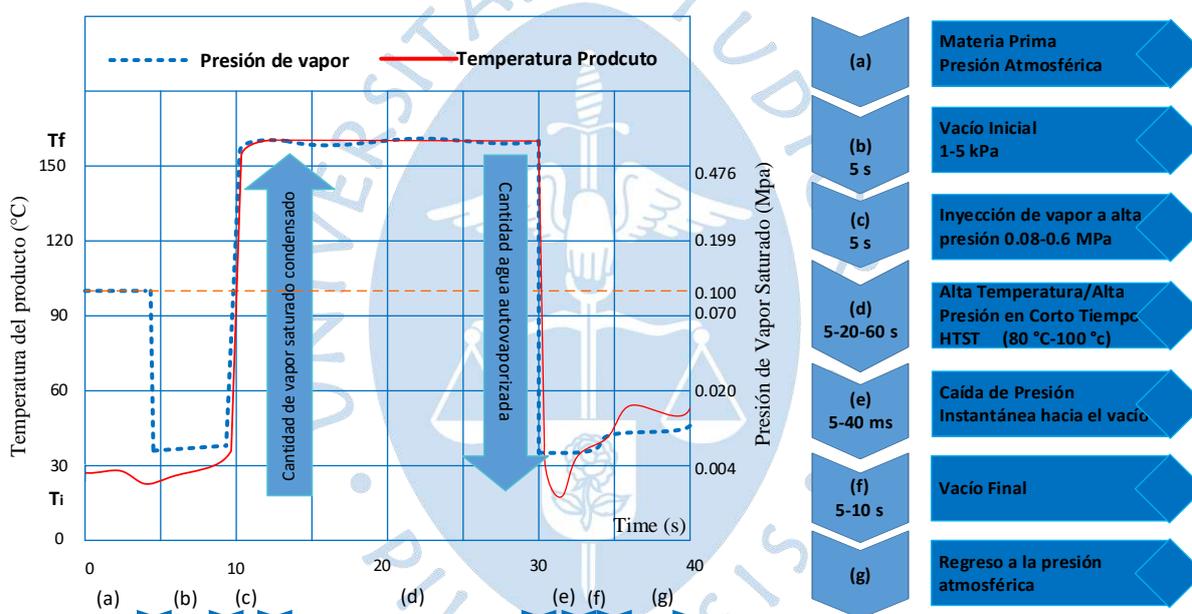
Sin embargo, la eliminación de agua provoca la contracción de los alimentos, lo que disminuye la difusividad interna del agua y aumenta la conductividad térmica. Este fenómeno ralentiza la velocidad de secado y amplifica la degradación térmica.

De hecho, las transferencias externas de calor y masa pueden optimizarse mediante parámetros operativos adecuados, como la temperatura del aire circundante, la velocidad y la humedad relativa. Esta es la razón por la que los fenómenos de transferencia externa generalmente no se consideran como un factor limitante para la cinética de secado. De lo contrario, debido a la contracción de los alimentos durante el secado, el agua quedará atrapada en una matriz densa y se dificultará su movimiento hacia la superficie externa. En consecuencia, la transferencia interna es el factor impulsor y limitante del secado tradicional con aire caliente (Mazen Hamoud-Agha & Allaf, 2020).

Los estudios teóricos sobre el proceso de expansión DIC se basan en la termodinámica instantánea (frente a la termodinámica clásica), como los movimientos anisotrópicos (frente a isotrópicos) de partículas con un proceso inestable (frente a permanente). Este proceso instantáneo de autovaporización acoplado al estrés hidrotérmomecánico implica una expansión controlada de polímeros como los que se encuentran en alimentos, cosméticos, productos farmacéuticos, etc. Esta nueva estructura aumenta la difusividad de transferencia de masa, así como la accesibilidad inicial, por lo que mejorar el proceso de secado por aire caliente y extracción por solventes y la calidad funcional; los costos de energía generalmente se pueden reducir.

A continuación, en la figura 18 se presenta el perfil de temperatura y presión del proceso DIC. El proceso DIC consiste en someter un material parcialmente seco (generalmente

la humedad es cercana al 30% db) a presión de vapor ($P < 1.0 \text{ MPa}$) a alta temperatura (inferior a $180 \text{ }^\circ\text{C}$) durante un tiempo corto (menos de un minuto) seguido de una caída abrupta de la presión al vacío ($3\text{--}5 \text{ kPa}$, $\Delta t \sim 10\text{--}60 \text{ ms}$). Una caída de presión DIC se caracteriza por una tasa de caída de presión muy alta ($\Delta P / \Delta t > 2.5 \times 10^5 \text{ Pa s}^{-1}$). DIC es diferente del "inflado" en el corto tiempo inicial de tratamiento térmico, donde la presión se limita a unos pocos cientos de kilo pascales, pero también en el uso de una caída de presión instantánea al vacío (a un nivel cercano a 4 kPa). La capacidad de controlar muchos parámetros operativos permite combinar esta operación con diferentes procesos de secado, (S. Mounir et al., 2011) en el tratamiento de arroz, (Pilatowski et al., 2010), para descontaminación microbiológica, para el tratamiento de madera arqueológica, en spray al vacío secado, para el tratamiento de vegetales, con el posible uso de microondas, en la extracción de aceites esenciales, en secado por aspersión de tres etapas, y para la extracción de aceites vegetales y moléculas activas. (Sabah Mounir et al., 2012).



Nota: (a) presión atmosférica, (b) vacío inicial, (c) vapor saturado, (d) temperatura constante correspondiente al vapor saturado, (e) caída de presión al vacío, (f) mantener el vacío y (g) liberar a la presión atmosférica.

Figura 18. Cambio de temperatura y presión durante el tratamiento DIC en comparación con un proceso de soplado similar.

Fuente: Adaptado de "Study of Instant Controlled Pressure Drop DIC Treatment in Manufacturing Snack and Expanded Granule Powder of Apple and Onion", (S. Mounir et al., 2011)

2.4 Pasos principales en el proceso DIC

Las diferentes etapas de la DIC se presentan en la (Figura 18). Hay una etapa inicial de vacío (b) seguida de inyección de vapor saturado. Entonces, el calentamiento (c) se realiza

principalmente por condensación. La etapa inicial de vacío tiene como objetivo aumentar el contacto directo entre la superficie del producto y el vapor saturado.

2.4.1 Producto colocado en la cámara de procesamiento a presión atmosférica

Vacío inicial. Se necesita un vacío inicial para conectar el recipiente de procesamiento al sistema de bombeo. El objetivo es mejorar el tratamiento térmico posterior aumentando la superficie de intercambio entre los productos y el vapor saturado en términos de transferencia de calor (principalmente por condensación) y transferencia de masa (normalmente por difusión de agua condensada dentro del material). Esta etapa se puede realizar sin necesidad de que sea instantánea; el bombeo directo es entonces menos costoso en términos de energía mecánica que abrir la válvula de conexión del tanque de vacío.

Cuando se utiliza aire comprimido, microondas o un sistema de calentamiento por contacto, esta etapa normalmente no es necesaria (Sabah Mounir et al., 2012).

2.4.2 Calentamiento / Etapa de presión creciente

DIC normalmente comienza calentando el material desde la temperatura ambiente T_a hasta el nivel de procesamiento T_t . Cuando se utiliza vapor saturado, el calentamiento se realiza principalmente por condensación de una cantidad de vapor, lo que permite que el contenido inicial de agua ($W_{i,db}$) aumente con una cantidad de $\Delta W'_0$

$$\Delta W'_0 = \frac{m_{\text{vapor condensado}}}{m_d} = \frac{(c_{pd} + W_{icpw})}{L_v} (T_t - T_a) \quad (40)$$

En las otras versiones del tratamiento DIC, es decir, cuando se usa aire comprimido, un sistema de microondas o un sistema de calentamiento por contacto, este aumento en el contenido de agua normalmente no ocurre (Sabah Mounir et al., 2012).

2.4.3 Etapa de Alta Temperatura/Alta Presión y Homogenización

Esta etapa tiene como objetivo proporcionar un producto homogéneo tanto en temperatura como en humedad. Debido a que la etapa b ha aumentado el área de la superficie de intercambio, la temperatura de la superficie del material debe aumentar muy rápidamente e inmediatamente alcanzar la temperatura del vapor. La transferencia de calor tiene lugar principalmente en el sólido por conducción. En el caso de los medios porosos, muchos autores han asumido la existencia de algunos fenómenos de evaporación local en los poros, condensación que puede conducir a una conductividad efectiva λ_{eff} generalmente superior a su valor estático. El flujo de calor tiende principal o exclusivamente a aumentar la temperatura interna (Sabah Mounir et al., 2012):

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{\varphi} + \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} = 0 \quad (41)$$

$$\vec{\nabla} \cdot (-\lambda_{eff} \vec{\nabla} T + \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t}) = 0 \quad (42)$$

Aunque los parámetros físicos de productos como la densidad ρ , el calor específico c_p y la conductividad efectiva λ_{eff} cambian según la posición debido a la heterogeneidad de la temperatura y el contenido de agua, se puede suponer que son constantes en este estudio con valores medios, de modo que

$$-(\lambda_{eff}) \vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla} T + (\rho c_p) \frac{\partial T}{\partial t} = 0 \quad (43)$$

Suponiendo que la materia tiene una estructura homogénea y hay flujo de calor unidireccional, esta ecuación se convierte en

$$-\frac{(\lambda_{eff})}{(\rho c_p)} \vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla} T + \frac{\partial T}{\partial t} = 0 \quad (44)$$

$$(\alpha) \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{\partial T}{\partial t} \quad (45)$$

En términos de la difusión del agua condensada del intercambio superficial dentro del material, de acuerdo con una difusión similar expresada por la ley de Fick, se puede utilizar una formulación desarrollada por Allaf:

$$\frac{\rho_w}{\rho_d} (\vec{v}_w - \vec{v}_d) = -D_{eff} \vec{\nabla} \left(\frac{\rho_w}{\rho_d} \right) \quad (46)$$

En esta etapa de la operación, se puede ignorar la expansión o la contracción del material:

$$\vec{v}_d = 0 \quad (47)$$

Se puede suponer que la densidad ρ_d de la matriz seca es constante, entonces

$$\rho_w \vec{v}_w = -D_{eff} \vec{\nabla} \rho_w \quad (48)$$

A través del balance de masa se obtiene la segunda ley de Fick

$$\frac{\partial \rho_w}{\partial t} = \vec{\nabla} \cdot D_{eff} \vec{\nabla} \rho_w \quad (50)$$

y a pesar de su dependencia vis-a-vis la temperatura y la estructura, la difusividad efectiva D_{eff} puede considerarse constante debido a la homogeneidad térmica y estructural del sistema:

$$\frac{\partial \rho_w}{\partial t} = D_{eff} \vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla} \rho_w \quad (51)$$

y, en el caso de cambio unidireccional:

$$\frac{\partial \rho_w}{\partial t} = D_{eff} \frac{\partial^2 \rho_w}{\partial x^2} \quad (52)$$

La homogeneización de la distribución de la temperatura dentro del material debe realizarse más rápidamente que la difusión del agua. De hecho, todo el proceso de calentamiento por condensación de vapor saturado está controlado por la transferencia de agua dentro del área; numerosos estudios y experimentos han confirmado que la difusividad de masa, D_{eff} , del agua en un material poroso es mucho menor que la difusividad de conducción térmica α :

$$D_{eff} \ll \alpha \quad (53)$$

La etapa (d) de alta temperatura = alta presión (HTHP) se puede calcular y/o estimar para que alcance su valor más bajo para reducir la degradación térmica. La duración del tratamiento térmico por DIC y el grado de degradación térmica a menudo pueden ser mucho menores que para otros métodos de expansión y texturizado con autovaporización.

2.4.4 Caída de presión instantánea hacia un vacío

Según (Sabah Mounir et al., 2012), la caída de presión (e) ocurre solo cuando la temperatura y la humedad se vuelven casi homogéneas en el material a través de los procesos de transferencia de calor y masa.

La descompresión desde alta presión hacia vacío para DIC y presión atmosférica para inflado, cocción-extrusión, etc., se suele conseguir en muy poco tiempo y es instantánea en el caso de DIC. Requiere una temperatura final de equilibrio que está estrictamente ligada a la presión final (normalmente $T_e = 35^\circ\text{C}$ a 5 kPa para DIC y 100°C a presión atmosférica para cocción-extrusión, inflado, etc.). Esta operación implica una cierta cantidad de humedad del producto, modificando así el contenido de agua interna (db) de ΔW_0 :

$$\Delta W_0 = \frac{(C_{pd} + (W_i + \Delta W'_0)c_{pd})(T_d - T_t)}{L_u} \quad (54)$$

La primera diferencia entre DIC y otros métodos de texturización hidrotermomecánicos, como la cocción-texturización y el inflado, es la temperatura final, T_d , que suele estar cerca de la temperatura de equilibrio final T_e . Para obtener la misma cantidad de agua autovaporizada ΔW_0 , la temperatura de tratamiento DIC, T_t , puede ser 65°C más baja, lo que significa una presión de tratamiento inicial mucho más baja (p. ej., 0,5 MPa en lugar de 1,95 MPa de presión de vapor saturado). Por eso, a diferencia de las otras dos operaciones, DIC se ha utilizado en el procesamiento y expansión de productos sensibles al calor.

La expansión del producto depende del estrés causado por la cantidad de agua autovaporizada, así como del comportamiento hidrotermorreológico del producto y de la diferencia entre las presiones interna y externa. Debido a que la presión externa en el caso de DIC es mucho menor, el efecto de expansión debería ser más efectivo.

Esto constituye una segunda diferencia entre DIC y otros métodos de texturado hidrotermomecánico.

Los parámetros de funcionamiento deben elegirse de modo que permitan que el producto mantenga su expansión (Figura 19). Por lo tanto, deben llevar el producto expandido lo más cerca posible de la zona de transición vítrea. La tercera característica de DIC está ligada a su capacidad para alcanzar una temperatura de equilibrio mucho más baja; muchos productos de baja temperatura de transición vítrea solo pueden expandirse mediante DIC.

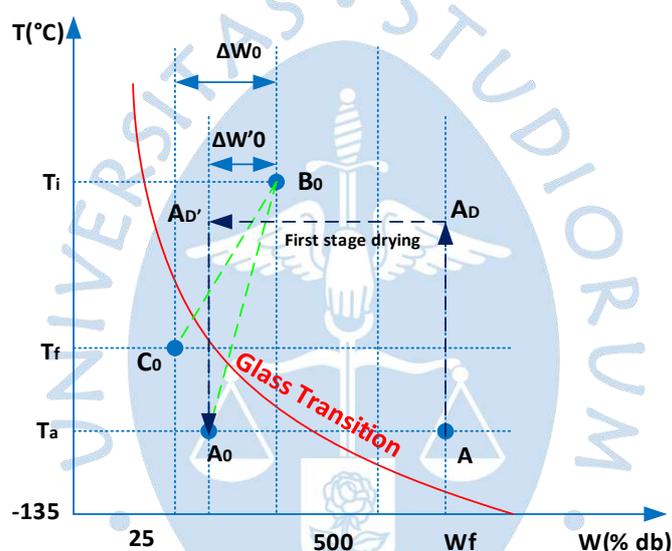


Figura 19. Posición del secado por aire caliente y procesamiento DIC frente a la curva de transición vítrea (T , W) g

Fuente: Adaptado de "Instant Controlled Pressure Drop (D.I.C.) in Food Processing", (Allaf & Allaf, 2016).

El secado convencional con aire caliente normalmente sigue un enfoque (A - A_D - $A_{D'}$ - A_0) generalmente con un período de calentamiento que se supone que se lleva a cabo casi a una humedad constante (A - A_D) y deshidratación a una temperatura constante (A_D - $A_{D'}$). El período de enfriamiento ($A_{D'}$ - A_0) a menudo permite que el producto cruce el borde de transición vítrea.

El tratamiento DIC $A_0 > B_0 > C_0$ generalmente se lleva a cabo con vapor saturado; la humedad inicial del producto justo antes de DIC es $W_0 = 20$ a 30 (g $\text{H}_2\text{O}/100$ g de materia seca), la humedad inicial del producto fresco es $W_f = 400$ – 850 (g $\text{H}_2\text{O}/100$ g de materia seca).

A una temperatura T_t y una humedad ($W_i + \Delta W'_0$), el material a menudo muestra un comportamiento viscoelástico.

Estas principales diferencias entre las operaciones de inflado y extrusión-cocción y tratamiento DIC pueden entenderse a través del propio proceso de expansión. En todas estas operaciones, el volumen de vapor producido durante la descompresión, y su tasa de generación, así como el comportamiento reológico (viscoelasticidad) y la transición vítrea del material al final del proceso, determinan completamente la transformación y conservación del estado ampliado de la nueva estructura.

Por lo tanto, en comparación con las operaciones que conducen a la descompresión a presión atmosférica, DIC no es un simple cambio en el nivel de presión. Es un cambio esencial que hace posible la texturización mediante la autovaporización de una amplia gama de productos sensibles al calor / baja temperatura de transición vítrea.

2.4.5 Determinación de la transición vítrea

La temperatura de transición vítrea en función de la humedad generalmente se puede correlacionar con la relación de Gordon-Taylor, formulada según (Sabah Mounir et al., 2012).

$$T_g(W) = \frac{T_{g,m} + kW T_{g,w}}{1 + kW} \quad (55)$$

Donde W es el contenido de humedad (db) y $T_{g,m}$ y $T_{g,w}$ son las temperaturas de transición vítrea del material húmedo, el material seco y el agua pura, respectivamente.

Nótese que $T_{g,w}$ fue sugerida por (Orford et al., 1990). como $T_{g,w} = 139^\circ\text{C}$. Finalmente, k es el parámetro de correlación de Gordon-Taylor, dependiendo del material.

2.4.6 Etapa de vacío

Después de la etapa de caída de presión (Figura 18 e) y durante la etapa de vacío (Figura 18 f), la presión interna se debe principalmente al vapor en el medio poroso. En general, bajo condiciones DIC, Allaf supuso que la presión de vapor total en el material poroso justo después de que la presión cayera era mucho más alta que la presión externa. Por lo tanto, se supone que la transferencia de aceites esenciales dentro del gránulo expandido es desde el núcleo hacia el medio circundante a través del gradiente de presiones totales. La ley de tipo Darcy demuestra esta transferencia.

2.4.7 Instantaneidad de Autovaporización

En todos los estudios realizados por Allaf et al. (Allaf et al., 2011) y (Louka & Allaf, 2002), la tasa de caída de presión fue de particular interés para el tratamiento de la DIC. De hecho, los resultados obtenidos cuando se usó DIC para tratar productos orgánicos mostraron que la relación de autovaporización, la relación de expansión, el área de superficie específica y la

velocidad de enfriamiento de los productos fueron mucho mayores que en la descompresión no instantánea.

Los estudios sobre la deshidratación por caídas de presión sucesivas (DDS) mostraron que la velocidad de secado fue sustancialmente más rápida que con las descompresiones cuasi estáticas. Se demostró que la extracción DIC de compuestos volátiles (p. ej., aceites esenciales) está estrechamente relacionada con la autovaporización instantánea. En la pulverización DIC realizada sobre materiales bombeables, se encontró que cuanto más cerca estaba la boquilla de pulverización, mayor era la cantidad de agua eliminada (Sabah Mounir et al., 2012).

Sólo Allaf ha realizado un análisis teórico específico del fenómeno de la instantaneidad. Esto demostró que la autovaporización es una operación muy corta, anisotrópica, transitoria y no homogénea, que luego alcanza una etapa de tipo transformación cuasi estática, como una operación isotrópica, permanente y homogénea.

2.4.8 Influencia de la etapa de descompresión instantánea en la modificación de la estructura

Según (Octavio & Pingo, 2020) la tecnología DIC es utilizada para secar productos higroscópicos porosos de bajo contenido de humedad, debido a que el producto se encuentra cerca de la región de transición vítrea, como se mostró en la Figura 19, pasando de un estado "gomoso" a un estado vítreo al disminuir la temperatura abruptamente en la etapa de descompresión instantánea. Esta modificación de su estructura aumenta significativamente la difusividad másica efectiva junto con la porosidad y la relación de expansión, a menudo de 2 a 10 veces mayor.

Acorde a la primera ley de Fick, la difusividad másica efectiva es el parámetro que mide la proporcionalidad entre el flujo difusivo de un fluido a través de un material y la diferencia de concentraciones entre dos puntos dados (Crank, 1975). Es común encontrar un valor constante de este parámetro para un sistema, pero dependerá de muchos factores y esto es un punto clave para entender el cambio de la difusividad del producto en la etapa de descompresión instantánea.

El coeficiente de difusividad másica efectiva puede verse afectado por cualquiera de los siguientes parámetros:

- Estructura de la matriz del producto.
- Concentración del soluto (agua) en el interior del producto.
- Temperatura del producto.

La ecuación de Arrhenius expone que el cambio de difusividad másica efectiva cambia de manera exponencial con la temperatura con la expresión matemática expuesta en la ecuación (56).

$$D_{ef} = D_0 \exp\left(\frac{-E_a}{R_u T}\right) \quad (56)$$

Donde E_a es la energía de activación expresada en $[J/mol]$, D_0 $[m^2/s]$ es una constante del material, $R_u = 8.3143 J/(K * mol)$ es la constante universal de los gases y T $[°K]$ es la temperatura absoluta del producto.

(Bertoldo et al., 2003) demostró la dependencia de la difusividad másica efectiva con el cambio del volumen libre presente en el polímero, modificando la ecuación de Arrhenius (56):

$$D_{ef,final} = D_0 \exp\left(\frac{-E_a}{R_u T}\right) * \exp\left(\frac{-\gamma V^*}{V_{libre}}\right) \quad (57)$$

Donde $D_{ef,final}$ es la difusividad másica efectiva después de la descompresión, γ es un factor de superposición definido entre 0 y 1, para alimentos es considerado como 0.5, V^* es el volumen mínimo del poro para que exista difusión molecular y V_{libre} es el volumen del producto que no es ocupado ni por el material ni por el agua interna.

El volumen generado por la auto-vaporización del agua presente en el interior del producto durante la descompresión viene siendo expresada mediante un balance de masa expuesto por (Allaf & Allaf, 2016) como:

$$V_{libre} = \frac{m_{sh} R_u T_b (C_{p,ss} + X_a C_{p,a})}{M_a P_b h_{fg}} (T_a - T_b) \quad (58)$$

Donde M_a es la masa molar del agua, m_{sh} es la masa del sólido, R_u es la constante universal de los gases, P_b es la presión de vacío, T_a y T_b son las temperaturas antes y después de la caída de presión respectivamente, $C_{p,ss}$ y $C_{p,a}$ son los calores específicos del producto totalmente seco y del agua respectivamente, X_a es el contenido de humedad del producto antes de la caída de presión y h_{fg} es el calor latente de vaporización.

El cambio de la difusión másica se puede aproximar en forma lineal, debido al corto tiempo de descompresión, según la ecuación (59):

$$D_{ef}(t) = D_{ef, inicial} + \left(\frac{D_{ef, final} - D_{ef, inicial}}{t_d}\right) t \quad (59)$$

Donde $D_{ef}(t)$ representa el cambio de la difusividad másica efectiva en el tiempo, $D_{ef, inicial}$ es la difusividad másica efectiva antes de la descompresión y t_d es el tiempo de descompresión.

El tratamiento DIC se puede utilizar para expandir diferentes materiales mediante una autovaporización adecuada que depende de la cantidad de vapor generado, las restricciones de presión interna y la tasa de caída de presión, así como el comportamiento viscoelástico del material. Este último es función del contenido de agua y la temperatura. Sin embargo, otra

pregunta importante es la siguiente: ¿cómo podemos obtener un comportamiento viscoelástico adecuado conservando la estructura expandida una vez que la presión cae instantáneamente?

En (Allaf & Allaf, 2016) se menciona que el proceso DIC se usa generalmente para secar muchos materiales higroscópicos porosos, como minerales, alimentos y materiales biológicos estándar, cuando el contenido de agua es tan bajo que el material está cerca de la transición vítrea a una temperatura de equilibrio. Excepto en algunas categorías de productos (carne, pescado), generalmente se necesita una primera etapa de secado antes de la expansión DIC (Figura 19). El impacto de la expansión por DIC puede resultar en cuatro parámetros de respuesta:

1. La cantidad de humedad en el equilibrio final. La expresada en g H₂O / 100 g en base seca db a menudo disminuye con la expansión, al igual que la actividad del agua.
2. La difusividad del agua D_{eff} expresada en m^2s^{-1} se calcula en el rango excluyendo la fase inicial (interacción superficial) y la fase paradójica. Aumenta significativamente con la relación de porosidad y expansión. Después de un tratamiento DIC optimizado, D_{eff} fue a menudo 2 a 10 veces mayor.
3. La accesibilidad de inicio δW_s (expresada en g H₂O/100 g db) aumenta significativamente con el intercambio de superficie efectivo, que está estrechamente relacionado con el área de superficie específica y la relación de expansión; esto es el doble de alto, y algunas veces incluso más alto, que con la materia prima.
4. El tiempo de secado, debido a un aumento de la difusividad efectiva y la accesibilidad de inicio, a menudo se reduce en más de un 50%. Innumerables casos, tiempo de secado con DIC es 1–2h en comparación con 6–12 h para muestras tratadas mediante procesos de secado convencionales.

2.4.9 Etapas del proceso de secado

(Tellez Perez, 2014) nos explica que, el proceso de secado se diferencia de los demás procesos de deshidratación porque el agua se elimina del producto exclusivamente por evaporación. Así, la fuerza que impulsa este proceso es el gradiente de la presión parcial de vapor de agua entre la superficie del producto y el ambiente externo. La evaporación del agua en la superficie depende de la temperatura y la actividad del agua en la superficie del material.

Por otro lado, la presión parcial del agua en el ambiente depende, de las características del aire (velocidad, temperatura y humedad relativa).

No obstante, como el aumento de temperatura provoca una posible degradación del material, el único elemento de intensificación que implica el menor riesgo de pérdida de calidad, es el aumento de la velocidad del aire.

2.4.10 Procesos de transferencia de calor y masa durante el secado. Según (Tellez Perez, 2014) la generación de vapor puede tener lugar en el interior del material (en volumen) o en la superficie de intercambio. La transferencia de masa (agua) desde el volumen del producto hasta su superficie tiene lugar en fase líquida y/o vapor.

El cambio de fase (líquido/vapor) necesita un aporte de calor exterior, que proporcione la energía necesaria para provocar y mantener la vaporización.

Así, cuatro procesos toman lugar durante el secado (Figura 20):

- Una transferencia de calor del ambiente exterior a la superficie de intercambio.
- Una transferencia de calor en el interior del producto.
- Un líquido y/o vapor de transferencia de masa, desde el interior del producto hacia su superficie.
- Una transferencia de masa de vapor de agua desde la superficie del producto al medio ambiente.

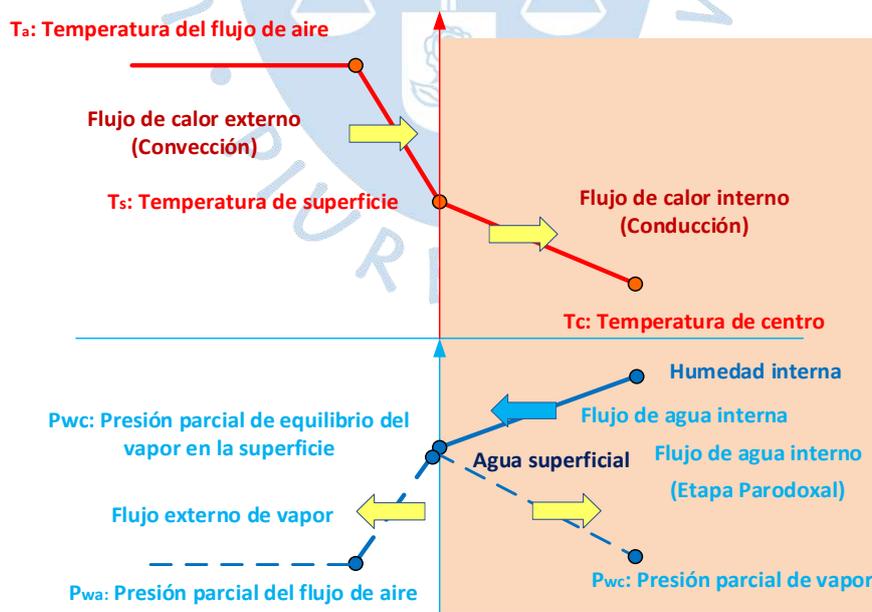


Figura 20. Representación esquemática de las transferencias de calor y masa involucradas durante el secado con aire caliente.

Fuente: Adaptado de "Valorization of Mexican agriculture by preservation and drying by instant autovaporization : case of green pepper", (Tellez Perez, 2014)

Incluso si existe simultaneidad de los cuatro procesos de calor y transferencia, todo el proceso se lleva a cabo en series de causalidad. Entonces, en términos de cinética, el proceso más lento determina la velocidad de secado.

En el interior del producto, las transferencias de calor y masa se basan en la acción de los gradientes de temperatura y concentración (agua) respectivamente.

2.4.11 Transferencias externas

En el trabajo de (Tellez Perez, 2014), también se menciona que la operación de secado necesita la presencia de transferencia de masa (vapor de agua) desde la superficie del producto hacia el ambiente externo. Entonces, el establecimiento y mantenimiento de la presión parcial de vapor de agua desde la superficie hacia el ambiente es esencial.

Este proceso tiene que estar estrechamente relacionado con la transferencia de calor para:

- Mantener la superficie de intercambio del material a una temperatura que asegure la mejor presión parcial de vapor de agua (sin tener en cuenta la conservación de la calidad del producto).
- Proporcionar el flujo de calor necesario para el cambio de fase (líquido-vapor o en el caso de sublimación sólido-vapor).

El calor podría transferirse a la superficie por convección (del aire o del vapor sobrecalentado), por conducción (a través de una placa o alfombra térmica) o por radiación (infrarrojos).

En el caso de microondas el calentamiento se considera en todo su volumen (en lugar de a través de su superficie exterior).

En el caso del secado por convección por aire caliente, el flujo de calor transferido a la superficie depende de la diferencia de temperatura, de la superficie (que cambia en función de los fenómenos de retracción) y del coeficiente de convección generalmente forzado. Este último, dependiendo principalmente de la velocidad del aire.

El aire en contacto con la superficie del producto forma una capa correspondientemente delgada ya que el flujo de aire es importante.

Dentro de esta capa se establecen dos flujos opuestos de calor y masa. Este conjunto de flujo podría expresarse como flujos de calor \dot{Q} y caudales másicos \dot{m}_v , en función de los gradientes de temperatura y presión parcial de vapor de agua respectivamente. A través del coeficiente de transferencia de calor por convección h , expresado en $(W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1})$ y el coeficiente de transferencia de masa k_p , estos flujos podrían expresarse como:

$$\text{Flujo de calor } \dot{Q} = hA_{eff}(T_a - T_s) \quad (58)$$

Flujo másico $\dot{m}_v = k_p A_{\text{eff}} (P_{ws} - P_{wa})$ (59)

La temperatura de bulbo húmedo se puede alcanzar con el equilibrio del sistema:

Flujo de calor $\dot{Q} = \dot{m}_v L$ (60)

La temperatura de bulbo húmedo T_s se define por:

Temperatura de bulbo húmedo $T_s = T_a - \frac{k_p L}{h} (P_{ws} - P_{wa})$ (61)

La tasa de secado \dot{m}_v , cuando la operación está controlada por los procesos externos, evolucionan generalmente con el nivel de temperatura y la actividad del agua en la superficie de intercambio, definiendo así la presión parcial de vapor de agua P_{wa} . Entonces, la presión parcial del agua en la superficie del producto está relacionada con la temperatura y la actividad del agua:

Presión parcial de vapor $P_{ws} = a_w p_w T_s$ (62)

Depende también del valor de la superficie de intercambio, que se reduce durante el proceso de secado debido a los fenómenos de contracción.

Por lo tanto, la intensificación de las transferencias externas de calor y masa podría llevarse a cabo mediante los cambios en el flujo de aire en términos de temperatura, humedad relativa y velocidad del aire.

Además, se ha destacado que la operación de secado está controlada principalmente por las transferencias internas de calor y masa, que son muy difíciles de modificar e intensificar.

2.4.12 Transferencias internas

2.4.12.1 Transferencia de calor. (Tellez Perez, 2014) hace un análisis en el cual, afirma que, una vez controlada la operación de secado por las transferencias internas, se podrían realizar intensificaciones mediante la modificación de la temperatura en el interior del producto. Debido a que esta temperatura es mucho menor que la temperatura externa; tiene que ser limitado para preservar la calidad del producto (textura, color, forma, aromas, moléculas nutricionales, etc.).

El flujo de calor asegura en la superficie o en el interior del material el cambio del agua a la fase de vapor. En la superficie, la difusión del agua tiene lugar en forma líquida desde el material interno, y en el interior del material la difusión tiene lugar en forma de vapor.

En muchos casos, el material se considera poroso, en el que las transferencias de calor y masa intervienen de manera específica. De hecho, la presencia de poros que contienen aire, permitió la evaporación y condensación del agua, lo que refuerza el flujo de calor. Este fenómeno podría expresarse mediante una transferencia similar a la conducción. Entonces, las leyes de Fourier podrían aplicarse con una conductividad efectiva generalmente superior:

Ley de Fourier:
$$\vec{\varphi} = -\lambda_{eff}\vec{\nabla}T \quad (63)$$

Además, una parte importante de este flujo de calor se destina a la evaporación del agua en el interior del poroso, y la otra parte, que se considera insignificante, sirve para modificar la temperatura del material (sólido y agua):

$$\text{Flujo de calor } -\lambda_{eff}\vec{\nabla}\cdot\vec{\nabla}T + (\rho_s C_{ps} + \rho_w C_{pw})\frac{\partial T}{\partial t} + \varepsilon_{abs}M_w L_v \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{P_w}{RT} \right] = 0 \quad (64)$$

La conductividad térmica efectiva restante depende de la estructura y el contenido de agua del producto. Luego, durante el secado, la reducción del contenido de agua induce una disminución de la conductividad térmica, lo que refuerza cada vez más la contracción de la estructura, provocando un fenómeno opuesto.

2.4.12.2 Transferencia de masa (agua). En el interior de una estructura porosa, el agua se transfiere en forma líquida y/o vapor, según diferentes mecanismos:

a) Difusión clásica:

El agua líquida se transfiere por difusión clásica, capilaridad u ósmosis a lo largo de numerosas paredes celulares, etc. La principal fuente de agua dentro del tejido vegetal son las células. El transporte de agua desde el tejido interno hacia el exterior implica la migración a través de las células, su estructura envolvente, a través de la estructura del tejido poroso y luego a través de las capas límite externas. Actualmente se acepta generalmente que hay tres vías potenciales principales que el agua puede seguir mientras atraviesa un tejido vegetal Figura 21: (i) la vía de transporte apoplástica (vía de la pared celular), que ocurre fuera de las membranas celulares (plasmalema) y puede ser definido como transporte de agua a través de las paredes celulares y el espacio intercelular entre las células; (ii) la vía de transporte simplástica (vía de los sin plasmas), que se encuentra dentro del plasmalema y se caracteriza por un transporte de savia desde una célula directamente a otra célula a través de pequeños canales (plasmodesmas); y (iii) la vía de transporte transmembrana (vía vacuolar), que se define como una vía de intercambio de agua entre el interior de la célula (citoplasma y vacuola) y el exterior de la célula (pared celular y espacio intercelular) a través de la membrana celular (Tellez Perez, 2014).

Entonces, todo ese proceso tiene lugar cuando la temperatura del producto es menor que el punto de ebullición. Para simplificar todos estos fenómenos, toda la transferencia puede expresarse mediante la ley de difusión de Fick, con una difusividad efectiva D_{eff} . Luego, adoptando la formulación de Allaf (Sabah Mounir & Allaf, 2009), se puede expresar como:

Ley de difusión de Fick:
$$\frac{\rho_w}{\rho_s}(\vec{v}_w - \vec{v}_s) = -D_{eff}\vec{\nabla}\left(\frac{\rho_w}{\rho_s}\right) \quad (65)$$

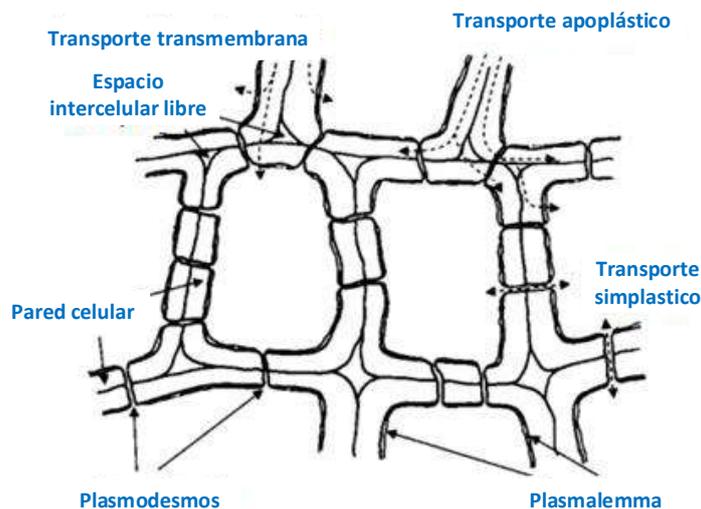


Figura 21. Vías de transporte masivo en tejidos de almacenamiento de plantas reales.

Fuente: Adaptado de "Osmotically-Induced Mass Transfer in Plant Storage Tissues: A Mathematical Model. Part I" (Toupin et al., 1989).

b) Transferencia de vapor:

Cuando la evaporación se está produciendo en el volumen del producto, la transferencia de vapor de agua puede interferir desde el inicio de la operación; sin embargo, no tiene por qué ser preponderante hasta las últimas etapas de secado. Esta transferencia se realiza generalmente por difusión (gradiente de concentración expresado por la presión parcial dividida por la temperatura en K). El vínculo entre la temperatura y el nivel de presión parcial es la base de la situación paradójica presentada por Al Haddad et al. (Haddad et al., 2008).

c) Caso de generación de una presión total mayor (en el interior del producto) que la externa:

Para obtener una mayor presión total en el interior del producto, se podría aplicar microondas, vapor de sobrecalentamiento o la deshidratación por sucesivas caídas de presión (DDS). En esos casos, la transferencia de vapor puede ser controlada por el gradiente de la presión total, o por la permeabilidad expresada por la ecuación de Darcy:

$$\text{Ecuación de Darcy: } \rho_v V_v = -\frac{K}{V_v} \frac{\partial P}{\partial r} \quad (66)$$

2.5 Análisis cinético

En el caso de diferentes materiales porosos higroscópicos, minerales, alimentos, madera, etc., el análisis cinético de secado clásico se basa en los diferentes períodos de velocidad de secado (constante, descendente, etc.).

Sin embargo, este enfoque refleja parcialmente las etapas y los fenómenos físicos que ocurren durante el secado.

Con frecuencia, la difusión interna dentro del material poroso se considera automáticamente como el proceso limitante esencial de la operación de secado; sin embargo, esta declaración es válida cuando:

- Se ha procurado que las transferencias externas no sean el proceso limitante: un flujo de aire elevado, una humedad relativa baja y una temperatura suficiente para permitir cinéticas superiores a las del interior del producto
- La temperatura del aire no es demasiado alta, para evitar el riesgo de inducir una degradación térmica de la superficie de intercambio, y sobre todo provoca una disminución drástica de la actividad del agua en la superficie
- La difusividad térmica (por conducción efectiva) en el interior del material es considerablemente superior a la difusividad del agua líquida en el interior del medio poroso del producto.

De esta manera, el modelo difusional no puede ser adoptado antes de las verificaciones de estas condiciones.

La intervención casi sistemática de los fenómenos de retracción, implica en un momento específico, un alto nivel de compactación, lo que genera una difusividad aún más reducida. Esta nueva situación, evidencia el proceso limitante de la difusión.

Además, como la difusión se considera el proceso limitante, en el caso del modelado de curvas de secado, es muy importante recordar que el modelo difusional describe solo la etapa de transferencia por difusión del agua líquida dentro del material poroso. Por lo tanto, es necesario excluir las etapas de lanzamiento y final. Esto se debe a que en la etapa de lanzamiento (en el momento t cercano a cero) el agua superficial es eliminada por otro mecanismo que no corresponde a la difusión.

y en la etapa final se produce la transferencia de masa en fase vapor y se presenta la fase paradójica en frente progresivo.

Por otro lado, como la difusión se realiza principalmente por un gradiente de concentración, los modelos podrían expresarse mediante la ley de Fick. En el caso de productos que presenten fenómenos de encogimiento, se ha tenido en cuenta que el valor de la difusividad evolucionará durante el secado. Entonces, bajo este caso, debe considerarse la pérdida de porosidad y la evolución de la referencia. Este segundo punto se puede entender

mejor a través de la formulación de Allaf de la ley de Fick (Sabah Mounir et al., 2012), ecuación 50.

2.6 Modelos y etapas de secado

Generalmente, independientemente del tipo de secado y la naturaleza del producto, muchos autores comparan los resultados experimentales obtenidos, con el cambio en el contenido de humedad frente al tiempo, con una situación ideal de varios períodos de secado. En el caso de medios porosos higroscópicos, se consideran tres etapas de secado:

- **Paso 1:** Control del proceso de secado mediante la eliminación del agua superficial
- **Paso 2:** Control del proceso de secado por difusión de agua en el medio poroso higroscópico
- **Paso 3:** Paso de secado paradójico

2.6.1 Paso 1: Control del proceso de secado mediante la eliminación del agua superficial

El medio externo (generalmente flujo de aire) es donde ocurre la transferencia de calor (convección) y el transporte de agua en forma de vapor. Entonces, para asumir que estas transferencias externas pueden controlar completamente el secado y la velocidad de secado, se necesita un flujo permanente de humedad desde el núcleo del material hasta la superficie de intercambio. Sin embargo, solo en casos muy específicos la velocidad de secado podría ser constante:

- Cuando la evaporación sea superficial, sin limitación alguna por efecto de difusión interna y sin contracción o reducción de la actividad del agua en la superficie.
- Y cuando las características del flujo de aire (temperatura, humedad y velocidad) se mantienen constantes.

Por lo tanto, este paso de secado existe solo por un tiempo realmente corto.

Sin embargo, sí bien esta fase es particularmente corta, podría ser de gran importancia en la eliminación del agua, ya que, en condiciones externas adecuadas de temperatura, humedad y velocidad del flujo de aire, se podría intensificar el secado. Al respecto, (Sabah Mounir & Allaf, 2008) definen esta etapa a través del concepto de “accesibilidad inicial” δW_s , que indicaría la cantidad de agua removida de la superficie antes de iniciar la segunda fase de secado por difusión interna.

2.6.2 Paso 2: Control del Proceso de Secado por Difusión de Agua en el Medio Poroso Higroscópico

Este período resulta de una situación en la que la transferencia interna de materiales es lo suficientemente débil como para convertirse en el proceso limitante de toda la

operación. Debido al hecho de que, en general, la difusividad térmica es mucho mayor que la difusividad efectiva del agua líquida dentro de la materia, D_{eff} .

Este período refleja la difusión insuficiente de la humedad desde el núcleo del producto hasta la superficie de intercambio.

2.6.3 Paso 3: Paso paradójico de transferencias de difusión de calor y vapor acopladas internas

A medida que el vapor de agua se vuelve gradualmente predominante en la transferencia interna de agua dentro del sólido poroso, la fase paradójica implica una cinética frontal progresiva.

Cualquiera que sea el gas que se transfiere por difusión en un medio poroso, la operación debe ser manejada por el gradiente de presión parcial como proceso impulsor (transferencia por difusión similar a la ley de Fick).





Capítulo 3

Desarrollo de la teoría de modelación y obtención de modelo para el proceso de deshidratación con tratamiento DIC

3.1 Introducción

Un modelo matemático se puede definir como la abstracción de una realidad, o la representación simplificada de la realidad de un sistema. Los modelos matemáticos se describen por medio de un conjunto de ecuaciones y relaciones algebraicas y/o diferenciales, que caracterizan las variables de estado. En el caso de un modelo físico, son las leyes físicas las que precisamente definen las relaciones entre las magnitudes fundamentales del proceso.

Los modelos matemáticos establecen el comportamiento del sistema a través de relaciones entre las distintas variables del proceso, cuya resolución puede ser analítica o mediante simulación. Las soluciones analíticas, dependiendo del grado de complejidad del modelo, son difíciles de obtener; por otro lado, la simulación de los modelos permite aprovechar la potencialidad de las plataformas informáticas para facilitar el análisis, prueba y validación de los mismos.

Este capítulo permite desarrollar la teoría de la modelación basados en las leyes de transferencia de materia y energía y se obtienen las ecuaciones generales que gobiernan el proceso DIC, estableciendo además las condiciones iniciales y de frontera para este proceso en batch estacionario, así mismo se plantea la solución del modelo por medio de la discretización de las ecuaciones y su acoplamiento; esto se ha realizado considerando dos tipos de geometría; cúbica y cilíndrica, además se ha utilizado como software de programación Matlab, finalmente se realiza la verificación del modelo.

3.2 Teoría y conceptos de modelos

El modelado matemático es el proceso de formular un modelo abstracto en términos de lenguaje matemático para describir el comportamiento complejo de un sistema real. Los modelos matemáticos son modelos cuantitativos y a menudo se expresan en términos de ecuaciones diferenciales ordinarias y ecuaciones diferenciales parciales. Los modelos matemáticos según sus características se pueden clasificar en estadísticos, difusos, modelos

lógicos y de relaciones empíricas. Una característica de los modelos es que utilicen un lenguaje matemático. El modelado matemático es ampliamente utilizado en muchos campos, como las ciencias naturales, informática, ingeniería, meteorología, economía y finanzas. Así, por ejemplo, en la física teórica se trata esencialmente del modelado de procesos del mundo real utilizando varios principios básicos (como la conservación de la energía y el impulso). La mayoría de estas ecuaciones son ecuaciones diferenciales parciales(Xin-She Yang, 2017).

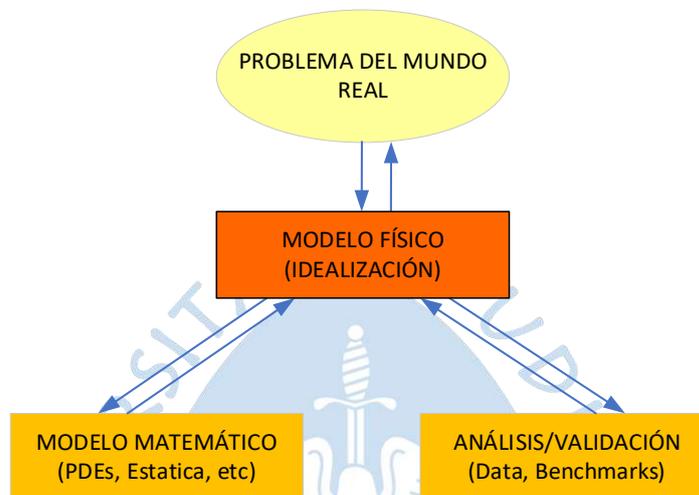


Figura 22. Modelo matemático.

Fuente: Adaptado de “Engineering Mathematics with Examples and Applications” de (Xin-She Yang, 2017).

El desarrollo de un modelo matemático es un proceso iterativo y multidisciplinario con muchos pasos desde la abstracción de los procesos en la naturaleza hasta la construcción de modelos matemáticos completos. Las etapas básicas del modelado matemático se resumen como metapasos que se muestran en la Figura 22. El proceso generalmente comienza con el análisis de un problema del mundo real para extraer los procesos físicos fundamentales por idealización y varios supuestos. Una vez que se formula un modelo físico idealizado, se puede traducir al modelo matemático correspondiente en términos de ecuaciones diferenciales parciales (PDE), ecuaciones integrales y modelos estadísticos. Luego, el modelo matemático debe investigarse en gran detalle mediante análisis matemáticos, simulaciones numéricas y otras herramientas para hacer predicciones en condiciones apropiadas. Luego, estos resultados y predicciones de simulación serán validados contra los modelos existentes, puntos de referencia bien establecidos y datos experimentales. Si los resultados son satisfactorios (lo cual no siempre se da al principio), se puede aceptar el modelo matemático.

De lo contrario, tanto el modelo físico como el modelo matemático se modificarán en función de los comentarios, y las nuevas simulaciones y predicciones se validarán nuevamente.

Después de un cierto número de iteraciones de todo el proceso, se puede formular adecuadamente un buen modelo matemático, que proporcionará una gran comprensión del problema del mundo real y también puede predecir el comportamiento del proceso en estudio.

En el campo de problemas físicos en física e ingeniería, tradicionalmente hay dos formas de abordarlo mediante enfoques teóricos u observaciones de campo y experimentos.

El enfoque teórico en términos de modelación matemática es una idealización y simplificación del problema real y los modelos teóricos a menudo extraen las características esenciales o principales del problema. Las ecuaciones matemáticas obtenidas incluso para tales sistemas simplificados en exceso suelen ser muy difíciles para el análisis matemático. Por otro lado, los estudios de campo y el enfoque experimental pueden ser costosos, además poco prácticos. Además de las limitaciones financieras y prácticas, otros factores limitantes incluyen la inaccesibilidad de las instalaciones, el rango de parámetros físicos y el tiempo para llevar a cabo varios experimentos.

El modelado matemático es esencialmente un arte abstracto de formular los modelos matemáticos a partir de sus correspondientes problemas del mundo real. El dominio de este arte requiere práctica y experiencia, el estilo del modelado matemático depende en gran medida de la visión, la abstracción, el tipo de problemas y la experiencia de cada persona para tratar problemas similares. Incluso para el mismo proceso físico, podrían obtenerse diferentes modelos, dependiendo del énfasis de alguna parte del proceso, por ejemplo, en función de su interés en ciertas cantidades en un problema particular, mientras que las mismas cantidades podrían verse como sin importancia en otros procesos y otros problemas.

3.3 Elementos de un modelo

Según (Zhu, 2016) un modelo integra mucha información y presenta una estructura con elementos claves. Estos elementos del modelo incluyen variables, suposiciones y simplificaciones, condiciones de contorno, fórmulas matemáticas, fuentes de datos y código de computadora.

- **Suposiciones y simplificaciones:** las suposiciones y simplificaciones pueden estar relacionadas con, características temporales y espaciales, mecanismos o factores de control, dependencias desatendidas, rangos requeridos de estados y precisión asociada, etc. Se recomienda asignar a cada supuesto un identificador único y una ubicación referida del modelo. Algunas suposiciones son fuentes legítimas para el grado de creencia y son una cuestión de elección debido a la conveniencia o el costo.
- **Condiciones iniciales y de contorno:** Las condiciones iniciales deben especificarse en los modelos dinámicos que correspondan. Las condiciones de contorno deben especificarse para los modelos distribuidos espacialmente o distribuidos en áreas aplicables.

- **Fórmulas matemáticas (técnicas de modelado) / forma / estructura:** incluye todo tipo de fórmulas, ecuaciones y relaciones regidas por características del sistema relevantes para el objetivo del modelado. Para algunas cuestiones o problemas, se aplicaría cierto tipo de técnicas o métodos de modelado. Entonces, el tipo de fórmulas o ecuaciones que podrían usarse para resolver problemas ya están predeterminados a partir de las técnicas o métodos de modelado. La estructura de las fórmulas del modelo resultante varía de un caso a otro.
- **Variables:** las variables que caracterizan el sistema incluyen variables de entrada, variables de salida, variables internas. En los modelos jerárquicos, algunas variables de salida de un submodelo pueden convertirse en variables de entrada del otro submodelo.
- **Fuentes de datos:** este elemento especifica las fuentes de datos de las variables del modelo.
- **Código de computadora:** para algunos modelos, es posible que se requiera codificación de computadora para dar la solución numérica. También es parte de todo el modelo.

3.4 Pasos de desarrollo del modelo

Según (Bogdan, 2010) para identificar la justificación y las opciones para la reducción del modelo, se requiere comprender cómo se están desarrollando los modelos. Durante el procedimiento de modelado, el modelador recopila información de los datos experimentales existentes, la literatura y la experiencia para definir la estructura y el modelo de comportamiento del proceso. El modelo matemático se implementa aún más en un entorno de software que permite el uso del modelo por parte de un usuario, como se presenta en la Figura 23.

El desarrollo del modelo para un proceso se lleva a cabo en varios pasos iterativos, cada uno de ellos teniendo como resultado una o más alternativas de modelo. Los pasos para el desarrollo de un modelo se resumen en la Figura 24.

a) Especificación y diseño del modelo:

Durante este paso, se definen el alcance del modelo y su contenido físico y matemático. Diferentes modelos se utilizan para diferentes propósitos. Es importante tener el objetivo definido tan claramente como sea posible antes de que se realicen los procedimientos de modelado reales. Es costumbre identificar también escenarios futuros para aplicaciones comerciales o científicas.

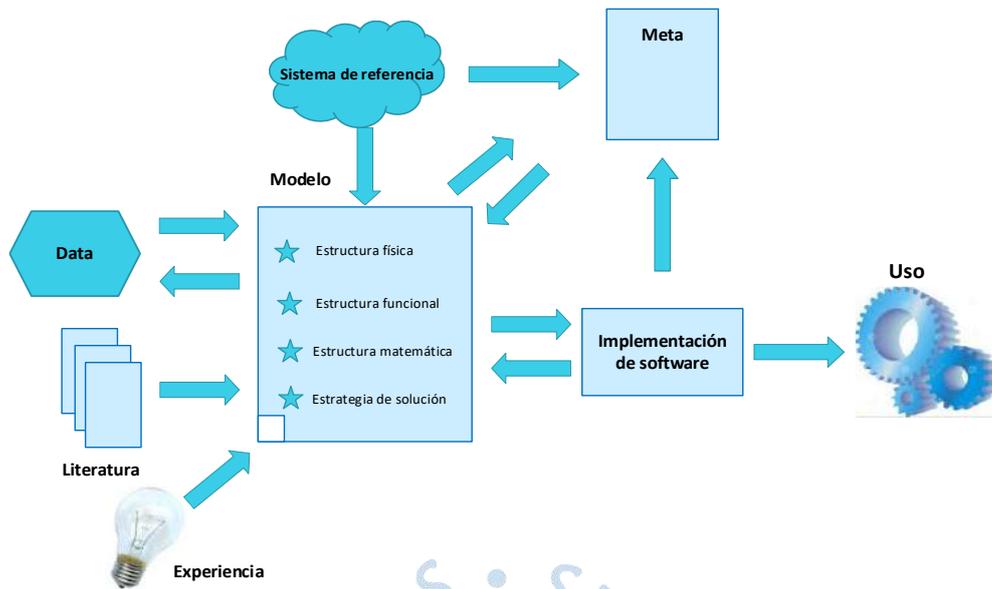


Figura 23. Ambiente del modelamiento de procesos.

Fuente: Adaptado de "Model Reduction in Chemical Engineering Case studies applied to process analysis design and operation", (Bogdan, 2010).

Se elige un sistema de referencia y se define la demarcación del sistema del entorno. Las especificaciones funcionales, como entradas, salidas y los indicadores de desempeño se especifican de acuerdo con el objetivo del modelo. Se especifican las diferentes entidades que forman el sistema y las conexiones entre ellas. Esto representa la red interna del sistema, o la topología. Se toman decisiones sobre los supuestos del modelo (tipo de recursos, escalas de resolución del sistema y de los subsistemas, tiempo y espacio geométrico, estado fundamental, reacciones, etc.). Y se definen las leyes de comportamiento (ecuaciones) para los diferentes componentes del modelo. Se identifican los grados de libertad y la política para la óptima toma de decisiones. Una parte de las variables se definen como conocidas de tal forma que el número de ecuaciones es igual al número de incógnitas. Además, se investiga si el modelo está bien planteado y si se puede resolver (Leitold & Hangos, 2001). Se examina la existencia de una solución o la multiplicidad de soluciones (Kiss et al., 2003). Una vez realizadas estas comprobaciones, en los casos en los que se trata de un problema inverso, se pueden liberar algunas de las variables preespecificadas para permitir la integración del modelo en un problema de programación no lineal (PNL). Por último, se especifican escenarios de prueba, para probar la funcionalidad y aplicabilidad del modelo. Durante este paso se desarrollarán varias alternativas de modelo, de acuerdo con las decisiones tomadas. El resultado del paso de especificación y diseño del modelo es la(s) alternativa(s) del modelo matemático. Dos alternativas de modelos matemáticos difieren por las ecuaciones del modelo. Las diferentes alternativas de modelo de un sistema específico están relacionadas y derivadas unas de otras, ya sea por expansión y detalle del modelo o por reducción del modelo.



Figura 24. Ciclo del desarrollo de un modelo.

Fuente: Adaptado de "Model Reduction in Chemical Engineering Case studies applied to process analysis design and operation", (Bogdan, 2010).

b) Especificación y diseño del modelo:

Durante este paso, se definen el alcance del modelo y su contenido físico y matemático. Diferentes modelos se utilizan para diferentes propósitos. Es importante tener el objetivo definido tan claramente como sea posible antes de que se realicen los procedimientos de modelado reales. Es costumbre identificar también escenarios futuros para aplicaciones comerciales o científicas.

Según (Bogdan, 2010) en este paso se elige un sistema de referencia y se define la demarcación del sistema del entorno. Las especificaciones funcionales, como entradas, salidas y los indicadores de desempeño se especifican de acuerdo con el objetivo del modelo. Se especifican las diferentes entidades que forman el sistema y las conexiones entre ellas. Esto representa la red interna del sistema, o la topología. Se toman decisiones sobre los supuestos del modelo (tipo de recursos, escalas de resolución del sistema y de los subsistemas, tiempo y espacio geométrico, estado fundamental, reacciones, etc.). Y se definen las leyes de comportamiento (ecuaciones) para los diferentes componentes del modelo. Se identifican los grados de libertad y la política para la óptima toma de decisiones. Una parte de las variables se definen como conocidas de tal forma que el número de ecuaciones es igual al número de incógnitas. Además, se investiga si el modelo está bien planteado y si se puede resolver (Leitold & Hangos, 2001). Se examina la existencia de una solución o la multiplicidad de soluciones (Kiss et al., 2003). Una vez realizadas estas comprobaciones, en los casos en los que se trata de un problema inverso, se pueden liberar algunas de las variables preespecificadas para permitir la integración del modelo en un problema de programación no lineal (PNL). Por último, se especifican escenarios de prueba, para probar la funcionalidad y aplicabilidad del modelo. Durante este paso se desarrollarán

varias alternativas de modelo, de acuerdo con las decisiones tomadas. El resultado del paso de especificación y diseño del modelo es la(s) alternativa(s) del modelo matemático. Dos alternativas de modelos matemáticos difieren por las ecuaciones del modelo. Las diferentes alternativas de modelo de un sistema específico están relacionadas y derivadas unas de otras, ya sea por expansión y detalle del modelo o por reducción del modelo.

c) Implementación del modelo para soluciones numéricas:

Este paso incluye la selección del entorno de software y de los métodos numéricos adecuados que se utilizarán para resolver el modelo y usarlo para aplicaciones. Los métodos numéricos deben ser lo suficientemente estables, precisos y rápidos para la aplicación del modelo especificado. Los paquetes comerciales, como los solucionadores de ecuaciones algebraicas diferenciales, los paquetes de álgebra lineal, los simuladores a gran escala, los solucionadores de NLP, etc., generalmente se usan para este paso. A menudo, se requiere una mayor manipulación del modelo para hacer posible la implementación numérica del modelo. El modelo se puede simplificar aplicando manipulaciones matemáticas (Marquardt, 2001) como la reducción del modelo, la reorganización de las ecuaciones del modelo o la transformación a representaciones alternativas del modelo. Una vez que se implementa el modelo, se verifica la corrección de la implementación a través de estudios de casos con soluciones conocidas. Esto implica comparar los resultados del modelo con datos experimentales o simplemente con la experiencia.

d) Validación del modelo:

En este paso se realiza la verificación de la implementación numérica del modelo, así como la validación del modelo en el dominio de aplicaciones. La validación del modelo implica los siguientes pasos:

- (1) Afirmación cualitativa del comportamiento correcto en los límites del dominio o en otras condiciones asintóticas;
- (2) Ajuste de los parámetros del modelo utilizando datos experimentales, con estimación de los errores y covarianza;
- (3) Prueba del poder predictivo del modelo utilizando otros datos experimentales independientes;
- (4) Obtener información sobre la incertidumbre predictiva sobre la ventana de validación. Los diferentes parámetros del modelo se determinan a partir de datos experimentales y el modelo se prueba comparando su comportamiento con casos conocidos.

Se realiza la discriminación de modelos de las diferentes alternativas de modelos matemáticos y numéricos con el fin de decidir cuál de ellos se comporta satisfactoriamente para la aplicación deseada. Diferentes enfoques (Asprey & Macchietto, 2002,); (Alonzo-

Macías Maritza¹ et al., 2014); (Lakner et al., 2005); (Ye et al., 2008) han sido desarrollados y reportados para aplicaciones en el área de ingeniería de procesos. Las limitaciones de las aplicaciones del modelo también se identifican durante este paso. El modelo válido resultante debe cumplir un conjunto de especificaciones de rendimiento; de lo contrario, el procedimiento se itera a uno de los pasos anteriores. Un primer intento rara vez tiene éxito en la obtención de un modelo adecuado; por lo tanto, el modelado también puede ser una tarea que requiere mucho tiempo. Por este motivo, es muy importante dedicar suficiente tiempo a recopilar toda la información necesaria para definirlo correctamente. En general, los modelos empíricos son válidos solo para un rango limitado, según el conjunto de datos utilizados para obtener el modelo. Los modelos mecanicistas son válidos para un rango más amplio, pero su desarrollo es mucho más complejo y lento (Cameron et al., 2005). El resultado de este paso se denomina alternativa(s) modelo válida(s).

Las diferentes alternativas válidas del modelo se diferencian por los valores y el número de parámetros del modelo obtenidos durante la validación. Cuando se trabaja con una alternativa de modelo, se obtienen diferentes valores de los parámetros del modelo al aplicar diferentes métodos de estimación, o al usar diferentes conjuntos de datos para validar el modelo. Para el uso de varias alternativas de modelo, el número y el significado de los parámetros del modelo pueden diferir de una alternativa a otra.

e) Aplicación del modelo con documentación:

Durante este paso, el modelo se utiliza de dos maneras:

- (1)** Para aplicaciones computacionales de rutina, como simulación, identificación de parámetros o control.

Esto se puede hacer de forma "directa", mediante simulación, o de forma "inversa", logrando un objetivo relacionado con el rendimiento y la producción. La forma "directa" implica la especificación de todos los grados de libertad, incluidas las condiciones iniciales y de contorno. El uso "inverso" del modelo implica el uso de un criterio de rendimiento, que se optimiza variando los grados de libertad en un modelo. Dicha optimización se puede realizar con respecto a la economía, el ajuste de parámetros, las aplicaciones de reconciliación de modelos de datos, etc.

- (2)** El modelo o partes del modelo pueden reutilizarse para otros tipos de aplicaciones.

Después de este paso, se obtienen el modelo alternativo y las aplicaciones. Las alternativas aplicadas de un modelo específico difieren por el tipo de resultados obtenidos para los escenarios alternativos.

3.5 Niveles de descomposición en el procedimiento de modelado

La creación de modelos y alternativas de modelos se realiza en las dos primeras etapas del ciclo de desarrollo del modelo: especificación y diseño del modelo e implementación del modelo, que se muestra en la Figura 25.

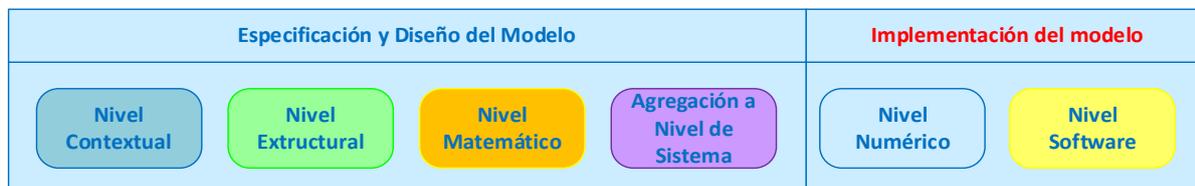


Figura 25. Niveles de descomposición del procedimiento de modelado.

Fuente: Adaptado de "Model Reduction in Chemical Engineering Case studies applied to process analysis design and operation", (Bogdan, 2010).

Varios modelos de procesos alternativos resultan del procedimiento de modelado, dependiendo de la etapa de desarrollo y las especificaciones del modelo (objetivo, suposiciones, desempeño, etc.), cada uno con sus propias cualidades, desempeño y comportamiento.

Sin embargo, los modelos del mismo proceso comparten una estructura común, que se amplía o reduce a través del proceso de modelado, para un conjunto deseado de especificaciones. Esta estructura común en los modelos de procesos está relacionada con las características genéricas del sistema físico de referencia.

A continuación, se discutirán seis subniveles de descomposición (Figura 25): el nivel contextual, el nivel de estructura, el nivel matemático, la agregación a nivel de sistema, el nivel numérico y el nivel de implementación de software.

Para cada nivel de descomposición, se toman un conjunto de decisiones sobre el modelo y se obtiene una representación del modelo. Esta descomposición del proceso de modelado se realiza para identificar las opciones de diseño del modelo que se pueden utilizar para la reducción del modelo.

A nivel contextual, se contiene información relacionada con el objetivo y la aplicación del modelo.

El nivel de estructura ofrece información sobre la estructura física del sistema y los fenómenos (comportamiento) considerados por el modelo. El nivel matemático incluye todas las relaciones matemáticas que describen la estructura y el comportamiento del sistema. A nivel numérico se toman decisiones relacionadas con la estrategia de solución computacional del modelo, mientras que a nivel software se especifica información sobre la implementación del modelo en entorno software.

En la Tabla 3 se presenta una descripción general de las actividades y el resultado para cada nivel de descomposición en la Figura 25.

Tabla 3.

Niveles de descomposición del procedimiento de modelado.

Nivel		Actividad en el nivel	Salida	
Especificación y diseño del modelo.	Contextual	1- Definir el sistema de proceso a modelar	Representación de entrada-salida	Alternativa matemática
		2- Definir los límites del proceso con el entorno del sistema.		
		3- Definir objetivo (s) y aplicación (es) modelo		
		4- Definir hipótesis y escenarios a ser probados		
5- Especificar entradas y salidas del modelo				
6-Especificar criterios de rendimiento				
Estructura	1-Derive una estructura de modelo de red adecuada descomponiendo el proceso.	Estructura física (interna) y funcional		
	2- Seleccione los fenómenos que tienen lugar en el proceso que sean relevantes para el uso previsto del modelo.			
Matemático	1-Definir las relaciones matemáticas para el comportamiento de las entidades físicas.	Estructura del modelo matemático		
	2- Definir las relaciones matemáticas para la conectividad.			
Agregación a nivel del sistema	1-Conecte los diferentes atributos del modelo	Estructura modelo de tipo de red		
Implementación del modelo	Numérica	1-Análisis de modelos con transformaciones y escalado para mejorar la capacidad de solución.	Solución estratégica	
		2- Seleccione los métodos / algoritmos numéricos para resolver por nodo.		
		3- Reducciones de modelos en subconjuntos de ecuaciones (por nodo).		
		4- Agregación de todo el sistema del modelo numérico (por ejemplo, hasta simulación multiescala)		
	Software	1-Implemente el nodo en un entorno de software.	Implementación de software	
2- Implementar los métodos numéricos en un entorno de software.				

Fuente: Elaborado a partir de "Model Reduction in Chemical Engineering Case studies applied to process analysis design and operation" (Bogdan, 2010).

3.6 Formulación del modelo

(Xin-She Yang, 2017) menciona que la modelación matemática se inicia con el análisis del proceso físico e intentar hacer un modelo físico abstracto por idealización y aproximaciones. A partir de este modelo físico idealizado, podemos utilizar los primeros principios, como la conservación de la masa, el momento, la energía y las leyes de Newton para traducirlos en ecuaciones matemáticas. Sin embargo, esa transformación de la práctica a la teoría rara vez se puede lograr en un solo paso, por lo que se necesita un ciclo iterativo entre la teoría y la práctica, como lo señaló el famoso estadístico George Box.

3.7 Niveles de aproximación

Los modelos matemáticos se pueden formular una vez que se hayan hecho algunas suposiciones apropiadas, los supuestos determinan esencialmente el nivel de consideración y, por lo tanto, el nivel de aproximaciones.

En muchas aplicaciones, se pueden vincular diferentes aproximaciones a diferentes precisiones y la elección de aproximaciones puede depender de la precisión de la solución y la facilidad de los cálculos.

Debe existir un equilibrio para facilitar los cálculos y la precisión, dependiendo del nivel de aproximaciones. Si insistimos en obtener resultados más precisos, es posible que tengamos que considerar muchos factores y detalles minuciosos. Muchas veces tales detalles parecen imposibles de saber. En ese sentido es conveniente preguntarnos ¿sí vale la pena el esfuerzo? O sí ¿estos detalles proporcionarán una mayor precisión?

El modelado matemático es un proceso complicado, que es esencialmente un ciclo de iteración entre la teoría y la práctica. Proporcionar más detalles de una manera más sofisticada no garantiza una mayor precisión.

Así el modelado matemático adecuado requiere identificar el nivel correcto de aproximaciones y el tipo correcto de precisión que deseamos lograr, lo que en consecuencia requiere la comprensión de los mecanismos de los procesos físicos, químicos y/o biológicos en diferentes niveles de detalles, y la abstracción de tales procesos en el nivel correcto de ecuaciones matemáticas. Por lo tanto, el modelado matemático es un arte que requiere mucha práctica(Xin-She Yang, 2017).

3.8 Estimación de parámetros

Otro tema importante en el modelado matemático es la capacidad de estimar el orden de ciertas cantidades. Si conocemos el orden de una cantidad y su rango de variaciones, podemos elegir las escalas correctas para escribir el modelo matemático en la forma no dimensional para que el problema pueda ser abordado con los métodos matemáticos correctos.

También nos ayuda a elegir métodos numéricos más adecuados para encontrar la solución sobre las escalas correctas. Las estimaciones nos ayudan a tener una mayor comprensión del proceso físico, dando como resultado modelos matemáticos más apropiados.

A veces, puede ser extremadamente difícil obtener una buena estimación porque los procesos involucrados son demasiado complicados, para hacer cálculos sin utilizar sofisticadas simulaciones por medio de un computador. Por supuesto, la elección de los valores típicos es importante para obtener una estimación válida. Dicha elección dependerá del proceso físico y de las escalas que nos interesen. La elección correcta se perfeccionará con la experiencia y la práctica.

3.9 Tipos de modelos matemáticos

Los modelos matemáticos pueden tomar muchas formas diferentes y, por lo tanto, no es una tarea fácil clasificar todos los modelos matemáticos.

Sin embargo, en función de las formas matemáticas que pueden tomar, podemos clasificarlas libremente en ocho categorías: modelos algebraicos, modelos tensoriales, modelos de ecuaciones diferenciales, modelos integrales, modelos estadísticos, modelos difusos, modelos aprendidos y modelos basados en datos.

Los modelos matemáticos establecen el comportamiento del sistema a través de relaciones entre las distintas variables del proceso, cuya resolución puede ser analítica o mediante simulación. Las soluciones analíticas, dependiendo del grado de complejidad del modelo, son difíciles de obtener; por otro lado, la simulación de los modelos permite aprovechar la potencialidad de las plataformas informáticas para facilitar el análisis, prueba y validación de los mismos.

3.10 La teoría y el modelado matemático de secado de alimentos

El secado es un proceso complicado con transferencia simultánea de calor y masa, y el secado de alimentos es especialmente complejo debido a la estructura diferencial de los productos. En la práctica, un secador de alimentos es considerablemente más complejo que un dispositivo que simplemente elimina la humedad, y se necesitan modelos efectivos para el diseño del proceso, la optimización, la integración de la energía y el control.

3.10.1 Mecanismos de secado

En (Erbay & Icier, 2010) se menciona que los principales mecanismos de secado son la difusión superficial o la difusión líquida en las superficies de los poros, la difusión líquida o de vapor debido a las diferencias de concentración de humedad y la acción capilar en alimentos granulares y porosos debido a las fuerzas superficiales. Además de estos, la difusión térmica que se define como el flujo de agua causado por la secuencia de

vaporización-condensación, y el flujo hidrodinámico que se define como el flujo de agua causado por la contracción y el gradiente de presión. El mecanismo de difusión dominante es una función del contenido de humedad y la estructura del material alimenticio determina la velocidad de secado. El mecanismo dominante puede cambiar durante el proceso y la determinación del mecanismo dominante de secado es importante para modelar el proceso.

También en (Erbay & Icier, 2010) se indica que en el caso de los productos higroscópicos, generalmente el producto se seca a velocidad constante y a períodos de caída posteriores y se detiene cuando se establece un equilibrio. En el período de secado a velocidad constante, las condiciones externas como la temperatura, la velocidad del aire de secado, la dirección del flujo de aire, la humedad relativa del medio, la forma física del producto, la conveniencia de la agitación y el método de soporte del producto durante el secado son esenciales. El mecanismo de difusión dominante es la difusión superficial. Hacia el final del período de velocidad constante, la humedad tiene que ser transportada desde el interior del sólido a la superficie por fuerzas capilares y la velocidad de secado aún puede ser constante hasta que el contenido de humedad haya alcanzado el contenido crítico de humedad y la película de superficie húmeda se ha reducido con la aparición de manchas secas en la superficie. Luego comienza el primer período de tasa de caída o el secado superficial insaturado. Sin embargo, dado que la tasa se calcula con respecto al área de superficie sólida total, la tasa de secado cae a pesar de que la tasa por unidad de superficie sólida húmeda permanece constante. En este período de secado, el mecanismo de difusión dominante es la difusión de líquidos debido a la diferencia de concentración de humedad y las condiciones internas como el contenido de humedad, la temperatura y la estructura del producto son importantes. Cuando la película superficial del líquido se evapora por completo, el comienza el período de tasa de caída posterior. En el segundo período de secado de la tasa de caída, el mecanismo de difusión dominante es la difusión de vapor debido a la diferencia de concentración de humedad, y las condiciones internas siguen siendo importantes.

3.10.2 Modelado matemático del secado de alimentos

Según (Erbay & Icier, 2010) los procesos de secado se modelan con dos modelos principales:

3.10.2.1 Modelos distribuidos. Los modelos distribuidos consideran la transferencia simultánea de calor y masa. Toman en cuenta la transferencia interna y externa de calor y masa, y predicen mejor la temperatura y el gradiente de humedad en el producto. En general, estos modelos dependen de las ecuaciones de Luikov que provienen de la segunda ley de difusión de Fick que se muestra como la ecuación 67.

$$\frac{\partial M}{\partial t} = \nabla^2 k_{11} M + \nabla^2 k_{12} T + \nabla^2 k_{13} P$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \nabla^2 k_{21} M + \nabla^2 k_{22} T + \nabla^2 k_{23} P$$

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \nabla^2 k_{31} M + \nabla^2 k_{32} T + \nabla^2 k_{33} P \quad (67)$$

Donde, k_{11} , k_{22} , k_{33} son los coeficientes fenomenológicos, mientras que k_{12} , k_{12} , k_{12} , k_{23} , k_{31} , k_{32} son los coeficientes de acoplamiento.

Para la mayoría de los procesos, el efecto de la presión puede despreciarse en comparación con el efecto de la temperatura y la humedad, por lo que las ecuaciones de Luikov se convierten en:

$$\frac{\partial M}{\partial t} = \nabla^2 k_{11} M + \nabla^2 k_{12} T$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \nabla^2 k_{21} M + \nabla^2 k_{22} T \quad (68)$$

Sin embargo, la forma modificada de las ecuaciones de Luikov (Ec. 68) puede no resolverse con métodos analíticos, debido a las dificultades y complejidades de los mecanismos de secado reales. Por otro lado, esta forma modificada se puede resolver con el método de elementos finitos (Özilgen & Özdemir, 2001).

3.10.2.2 Modelos de parámetros agrupados (concentrados). Los modelos de parámetros agrupados no prestan atención al gradiente de temperatura en el producto y suponen una distribución de temperatura uniforme que es igual a la temperatura del aire de secado en el producto. Con esta suposición, las ecuaciones de Luikov se convierten en:

$$\frac{\partial M}{\partial t} = \nabla^2 k_{11} M \quad (69)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \nabla^2 k_{22} T \quad (70)$$

El coeficiente fenomenológico k_{11} se conoce como difusividad efectiva de humedad (D_{eff}) y k_{22} se conoce como difusividad térmica (α). Para valores constantes de D_{eff} y α , las ecuaciones 69 y 70 se pueden reorganizar como:

$$\frac{\partial M}{\partial t} = D_{eff} \left[\frac{\partial^2 M}{\partial x^2} + \frac{a_1}{x} \frac{\partial M}{\partial x} \right] \quad (71)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \left[\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{a_1}{x} \frac{\partial T}{\partial x} \right] \quad (72)$$

Donde, parámetro $a_1 = 0$ para geometrías planas, $a_1 = 1$ para formas cilíndricas y $a_1 = 2$ para formas esféricas.

Las suposiciones que se asemejan a la distribución uniforme de la temperatura y la temperatura equivalente del aire ambiente y del producto provocan errores. Este error ocurre solo al comienzo del proceso y puede reducirse a valores aceptables al reducir el grosor del producto según lo señalan los estudios de (Henderson y Pabis, 1961). Con esta necesidad, el secado de capa delgada gana importancia y se derivan ecuaciones de capa delgada.

3.10.3 Ecuaciones de secado de capa final

Según (Diaz, 2009) El secado de capa delgada, es el proceso de remoción de agua de un medio poroso por evaporación, en la que un flujo de aire de secado pasa a través de una capa delgada de producto hasta que el contenido de humedad de equilibrio se alcanza (Omid et al., 2006), (Yadollahinia et al., 2008). La remoción de la humedad de productos agrícolas depende de la temperatura, velocidad y humedad relativa del aire de secado, contenido de humedad inicial, variedad y madurez del producto a secar.

Así mismo (Diaz, 2009) señala que el secado de capa delgada, es el proceso de remoción de agua de un medio poroso por evaporación, en la que un flujo de aire de secado pasa a través de una capa delgada de producto hasta que el contenido de humedad de equilibrio se alcanza. La remoción de la humedad de productos agrícolas depende de la temperatura, velocidad y humedad relativa del aire de secado, contenido de humedad inicial, variedad y madurez del producto a secar. Por lo tanto, diversos parámetros están implicados en la eliminación de la humedad del producto. La situación es más sencilla cuando la resistencia de secado (proceso isotérmico) sólo se encuentra en la superficie del producto, para lo cual la pérdida de humedad con el tiempo sigue aproximadamente una ley exponencial (Yadollahinia et al., 2008).

En la Figura 26 se muestra el modelo de secado de capa delgada, el cual se representa como un volumen de control, donde se consideran los cambios de humedad que ocurren en el producto, así como los cambios de humedad y temperatura que ocurren en el aire. El aire que pasa a través del producto presenta cambios en la temperatura y humedad relativa al salir de la capa delgada del producto (Diaz, 2009).

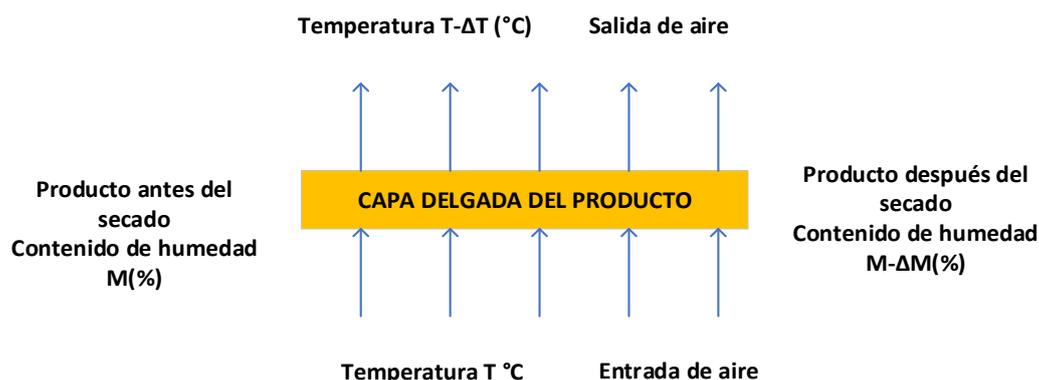


Figura 26. Modelo de secado de capa delgada.

Fuente: Adaptado de "Estudio del Proceso de Secado de Nopal en una Columna de Charolas", (Diaz, 2009).

El secado de capa delgada generalmente significa secar como una capa de partículas de muestra o rodajas (Kavak Akpinar et al., 2006). Debido a su estructura delgada, la distribución de temperatura se puede suponer fácilmente ya que el secado uniforme y de capa delgada es muy adecuado para los modelos de parámetros agrupados.

(Erbay & Icier, 2010) indica que las ecuaciones de secado de capa delgada tienen una amplia aplicación debido a su facilidad de uso y requieren menos datos a diferencia de los modelos distribuidos complejos (que presentan coeficientes fenomenológicos y de acoplamiento). Las ecuaciones de capa delgada pueden ser modelos teóricos, semi-teóricos y empíricos. El primero solo tiene en cuenta la resistencia interna a la transferencia de humedad, mientras que los otros solo consideran la resistencia externa a la transferencia de humedad entre el producto y el aire. Los modelos teóricos explican claramente los comportamientos de secado del producto y pueden usarse en todas las condiciones del proceso, sin embargo, incluyen muchos supuestos que causan errores considerables. Los modelos teóricos más utilizados se derivan de la segunda ley de difusión de Fick. Del mismo modo, los modelos semi-teóricos se derivan generalmente de la segunda ley de Fick y las modificaciones de sus formas simplificadas (otros modelos semi-teóricos se derivan por análogos con la ley de enfriamiento de Newton). Estos modelos necesitan menos suposiciones debido al uso de algunos datos experimentales. Por otro lado, son válidos solo dentro de las condiciones de proceso aplicada. Los modelos empíricos también tienen características similares con los modelos semi-teóricos. Dependen en gran medida de las condiciones experimentales y proporcionan información limitada sobre los comportamientos de secado del producto.

Se puede suponer que las condiciones isotérmicas que cambian solo con el tiempo prevalecen dentro del producto, porque la tasa de transferencia de calor dentro del producto es dos órdenes de magnitud mayor que la tasa de transferencia de humedad (Özilgen & Özdemir, 2001). Se puede suponer que solo la ecuación 71 describe la transferencia de masa. Entonces la ecuación 71 puede resolverse analíticamente con los supuestos anteriores, en este caso las condiciones iniciales y límite son (Figura 27):

$$t = 0, -L \leq x \leq L, M = M_i \quad (73)$$

$$t > 0, x = 0, \frac{dM}{dx} = 0 \quad (74)$$

$$t > 0, x = L, M = M_e \quad (75)$$

$$t > 0, -L \leq x \leq L, T = T_a \quad (76)$$

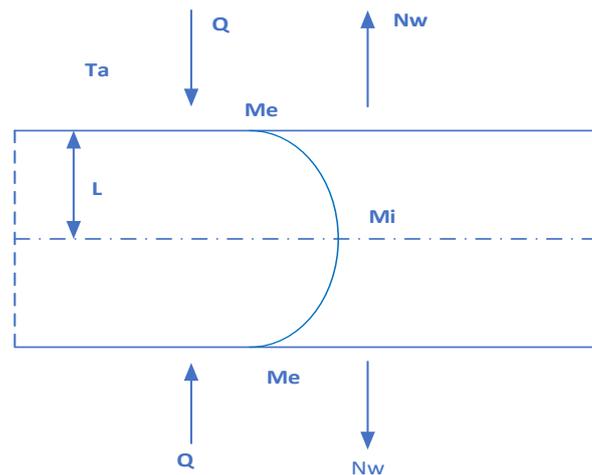


Figura 27. Vista esquemática del secado de capa delgada, si el secado se produce desde ambos lados.

Fuente: Adaptado de "A Review of Thin Layer Drying of Foods: Theory, Modeling, and Experimental Results", (Erbay & Icier, 2010)

Suposiciones

Según (Erbay & Icier, 2010) en este modelo deben ser consideradas las siguientes suposiciones:

- i. La partícula es homogénea e isotrópica;
- ii. Las características del material son constantes y se descuida la contracción;
- iii. Se descuidan las variaciones de presión;
- iv. La evaporación ocurre solo en la superficie;
- v. Inicialmente la distribución de humedad es uniforme (Ecuación 73) y simétrica durante el proceso (Ecuación 74);
- vi. Se termina la difusión de la superficie, por lo que surge el equilibrio de humedad en la superficie (Ecuación 75);
- vii. La distribución de temperatura es uniforme e igual a la temperatura ambiente del aire de secado, es decir, el sistema agrupado (Ecuación 76);
- viii. La transferencia de calor se realiza por conducción dentro del producto y por convección fuera del producto;
- ix. La difusividad efectiva de humedad es constante frente al contenido de humedad durante el secado.

Luego se dan soluciones analíticas de la ecuación 71 para la losa o esfera infinita en la ecuación 77, y para cilindro infinito en la ecuación 78:

$$MR = A_1 \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{(2i-1)^2} \exp \left[-\frac{(2i-1)^2 \pi^2 D_{eff} t}{A_2} \right] \quad (77)$$

$$MR = A_1 \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{J_0^2} \exp \left[-\frac{J_0^2 D_{eff} t}{A_2} \right] \quad (78)$$

Donde, D_{eff} es la difusividad efectiva de humedad (m^2/s), t es tiempo (s), MR es la relación de humedad fraccional, J_0 es la raíz de la función de Bessel, y A_1, A_2 son constantes geométricas.

Para geometrías multidimensionales como la losa tridimensional, se puede aplicar la regla de Newman. En resumen, los valores de las constantes geométricas se muestran en la Tabla 4.

La MR se puede determinar de acuerdo con las condiciones externas.

Tabla 4.

Valores de constantes geométricas de acuerdo a la geometría del producto.

Geometría de Producto	A_1	A_2^*
Losa Infinita	$8/\pi^2$	$4L^2$
Esfera	$6/\pi^2$	$4r^2$
Losa Finita Tridimensional	$(8/\pi^2)^3$	$1/(L_1^2 + L_2^2 + L_3^2)$

Fuente: Adaptado de "A Review of Thin Layer Drying of Foods: Theory, Modeling, and Experimental Results", (Erbay & Icier, 2010)

Nota: L es el grosor medio de la rebanada si el secado se produce por ambos lados, o L es el grosor de la rodaja si el secado se produce desde un solo lado.

Si la humedad relativa del aire de secado es constante durante el proceso de secado, entonces el equilibrio de humedad también es constante. A este respecto, MR se determina a partir de la ecuación 79. Si la humedad relativa del aire de secado fluctúa continuamente, entonces el equilibrio de humedad varía continuamente, por lo que la MR se determina por medio de la ecuación 80:

$$MR = \frac{(M_t - M_e)}{(M_i - M_e)} \quad (79)$$

$$MR = \frac{M_t}{M_i} \quad (80)$$

Donde, M_i es el contenido de humedad inicial, M_t es el contenido medio de humedad en el tiempo t , M_e es el contenido de humedad de equilibrio, y todos estos valores están en base seca. Si aceptamos que los materiales alimenticios se secan sin un período de velocidad constante, entonces M_i es igual a la M_{cr} , que se define como el contenido de humedad de un material al final del período de velocidad constante de secado, entonces la ecuación 41 es igual a la ecuación 81 y MR pueden denominarse como el contenido de humedad característico (ϕ).

$$\phi = \frac{(M_t - M_e)}{(M_{cr} - M_e)} \quad (81)$$

3.11 Modelos semi teóricos

Los modelos semi-teóricos se pueden clasificar según su derivación como:

a) Ley de enfriamiento de Newton:

Estos son los modelos semi-teóricos que se derivan de análogos con la ley de enfriamiento de Newton. Estos modelos se pueden clasificar en subgrupos como:

- i. Modelo de Lewis
- ii. Modelo de página y formularios modificados

b) La segunda ley de difusión de Fick:

Los modelos en este grupo son los modelos semi-teóricos que se derivan de la segunda ley de difusión de Fick. Estos modelos se pueden clasificar en subgrupos como:

- i. Modelo exponencial de término único y formas modificadas
- ii. Modelo exponencial de dos términos y formas modificadas
- iii. Modelo exponencial de tres términos

3.11.1 Los modelos derivados de la ley de enfriamiento de Newton.

Estos estudios se han desarrollado en (Erbay & Icier, 2010).

a) Modelo de Lewis (Newton):

Este modelo es análogo a la ley de enfriamiento de Newton, por lo que muchos investigadores nombraron este modelo como el modelo de Newton. Primero, Lewis (1921) sugirió que, durante el secado de materiales higroscópicos porosos, el cambio del contenido de humedad del material en el período de caída es proporcional a la diferencia instantánea entre el contenido de humedad y el contenido de humedad esperado cuando se equilibra con el aire de secado. Por lo tanto, este concepto supone que el material es lo suficientemente delgado o que la velocidad del aire es alta y que las condiciones del aire de secado, como la temperatura y la humedad relativa, se mantienen constantes.

$$\frac{dM}{dt} = -K(M - M_e) \quad (82)$$

Donde, K es la constante de secado (s^{-1}). En el concepto de secado de capa delgada, la constante de secado es la combinación de propiedades de transporte de secado como la difusividad de humedad, conductividad térmica, calor de interfaz y coeficientes de masa.

Si K es independiente de M , entonces la ecuación. 82 se pueden reescribir como:

$$MR = \frac{(M_t - M_e)}{(M_i - M_e)} = \exp(-kt) \quad (83)$$

b) Modelo de página:

Page (1949) modificó el modelo de Lewis para obtener un modelo más preciso al agregar una constante empírica adimensional (n) y aplicarla al modelo matemático de secado de callos sin cáscara:

$$MR = \frac{(M_t - M_e)}{(M_i - M_e)} = \exp(-kt^n) \quad (84)$$

En general, n se nombra como la constante del modelo (sin dimensiones).

c) Modelos de página modificados

(Overhults et al., 1973) modificaron el modelo de Page para describir el secado de la soja. Esta forma modificada es generalmente conocido como el modelo modificado de la página I:

$$MR = \frac{(M_t - M_e)}{(M_i - M_e)} = \exp(-kt)^n \quad (85)$$

Además, (G. M. White et al., 1980) utilizaron otra forma modificada del modelo de Page para describir el secado de la soja. Este formulario se conoce generalmente como el modelo modificado de la página II:

$$MR = \frac{(M_t - M_e)}{(M_i - M_e)} = \exp - (kt)^n \quad (86)$$

(Diamante & Munro, 1993) utilizaron otra forma modificada del modelo Page para describir el secado de rodajas de batata. Este formulario se conoce generalmente como el Modelo de ecuación de página modificada II:

$$MR = \frac{(M_t - M_e)}{(M_i - M_e)} = \exp - k(t/l_2)^n \quad (87)$$

Donde, l es una constante empírica (sin dimensiones).

3.11.2 Los modelos derivados de la segunda ley de difusión de Fick.

a) Modelo de Henderson y Pabis (término único)

Henderson y Pabis (1961) mejoraron un modelo para el secado mediante el uso de la segunda ley de difusión de Fick y aplicaron el nuevo modelo para el secado de callos. Para tiempos de secado suficientemente largos, solo el primer término ($i = 1$) de la solución en serie general de la ecuación 77 se puede usar con un pequeño error. De acuerdo con esta suposición, la ecuación 77 se pueden escribir como:

$$MR = \frac{(M_t - M_e)}{(M_i - M_e)} = A_1 \exp\left(-\frac{\pi^2 D_{eff}}{A_2} t\right) \quad (88)$$

Si D_{eff} es constante durante el secado, entonces la ecuación 88 se puede reorganizar usando la constante de secado como:

$$MR = \frac{(M_t - M_e)}{(M_i - M_e)} = a \exp(-kt) \quad (89)$$

Donde, a se define como la indicación de forma y generalmente se denomina constante de modelo (sin dimensiones). Estas constantes se obtienen a partir de datos experimentales. La ecuación 89 se conoce generalmente como el modelo de Henderson y Pabis.

b) Modelo logarítmico (asintótico)

Chandra y Singh (1995) propusieron un nuevo modelo que incluye la forma logarítmica del modelo de Henderson y Pabis con una adición de término empírico, y (Yagcioglu et al., 1999) aplicaron este modelo al secado de hojas de laurel.

$$MR = \frac{(M_t - M_e)}{(M_i - M_e)} = a \exp(-kt) + c \quad (90)$$

Donde, c es una constante empírica (sin dimensiones).

c) Modelo Midilli

(Midilli et al., 2002) propuso un nuevo modelo con la adición de un término empírico adicional que incluye t al modelo de Henderson y Pabis. El nuevo modelo era la combinación de un término exponencial y un término lineal. Aplicaron este nuevo modelo al secado de polen, hongos y pistacho sin cáscara. para diferentes métodos de secado.

$$MR = \frac{(M_t - M_e)}{(M_i - M_e)} = a \exp(-kt) + b^*t \quad (91)$$

Donde, b^* is an empirical constant (s^{-1}).

d) Modelo Midilli modificado

(Ghazanfari et al., 2006) enfatizó que la indicación del término de forma (a) del modelo Midilli (Ecuación 91) tenía que ser 1.0 en $t = 0$ y propuso una modificación como:

$$MR = \frac{(M_t - M_e)}{(M_i - M_e)} = \exp(-kt) + b^*t \quad (92)$$

Este modelo no se aplicó a un material alimenticio, pero dio buenos resultados con fibra de lino.

e) Demir et al. Model

En (Demir et al., 2007) se propone un nuevo modelo que es similar a los modelos Henderson y Pabis, página I modificada, logarítmica y midilli:

$$MR = \frac{(M_t - M_e)}{(M_i - M_e)} = a \exp[(-kt)]^n + b \quad (93)$$

Este modelo se acaba de proponer y aplicar al secado de aceitunas de mesa verdes y obtuvo buenos resultados.

f) Modelo de dos términos

Henderson (1974) propuso utilizar los dos primeros términos de la solución de serie general de la segunda ley de difusión de Fick (Ecuación 71) para corregir las deficiencias del modelo de Henderson y Pabis. Luego, Glenn (1978) utilizó esta propuesta en el secado de granos. Con este argumento, el nuevo modelo deriva como:

$$MR = \frac{(M_t - M_e)}{(M_i - M_e)} = a \exp(-k_1kt) + b \exp(-k_2kt) \quad (94)$$

Donde, a, b se definen como la indicación de la forma y generalmente se denominan como constantes del modelo (sin dimensiones), y k_1 , k_2 son las constantes de secado (s^{-1}). Estas constantes se obtienen de los datos experimentales y la ecuación 94 se conoce generalmente como el modelo de dos términos.

g) Modelo exponencial de dos términos

Sharaf-Eldeen y col. (1980) modificaron el modelo de dos términos reduciendo el número constante y organizando la indicación del segundo término exponencial de la forma constante (b). Enfatizaron que b del modelo de dos términos (Ecuación 55) tiene que ser ($1 - a$) en $t = 0$ para obtener $MR = 1$ y propuso una modificación como:

$$MR = \frac{(M_t - M_e)}{(M_i - M_e)} = a \exp(-kt) + (1 - a) \exp(-kat) \quad (95)$$

La ecuación 95 se conoce generalmente como el modelo exponencial de dos términos.

h) Modelos exponenciales de dos términos modificados

Verma y col. (1985) modificaron el segundo término exponencial del modelo exponencial de dos términos agregando una constante empírica y aplicada para el secado del arroz.

$$MR = \frac{(M_t - M_e)}{(M_i - M_e)} = a \exp(-kt) + (1 - a) \exp(-gt) \quad (96)$$

Este modelo modificado (Ecuación 96) se conoce como el Modelo Verma Kaseem (1998) reorganizó el modelo Verma separando el término constante de secado k de g y propuso la forma renovada como:

$$MR = \frac{(M_t - M_e)}{(M_i - M_e)} = a \exp(-kt) + (1 - a) \exp(-kbt) \quad (97)$$

Esta forma modificada (ecuación 97) se conoce como el modelo de enfoque de difusión. En la aplicación de estos dos modelos al secado de productos, se han encontrado los mismos resultados esperados (Gunhan et al., 2005); (Kavak Akpinar et al., 2006); (Demir et al., 2007).

i) Modelo modificado de Henderson y Pabis (exponencial de tres términos)

En (Erbay & Icier, 2010) se menciona que los modelos de Henderson y Pabis y Two-Term fueron mejorados por de Karathanos (1999) al agregar el tercer término de la solución de serie general de la segunda ley de difusión de Fick (Ecuación 71) con lo cual se corrigen las deficiencias de los modelos. Karathanos enfatizó que el primer término explica la última parte, el segundo término explica la parte intermedia y el tercer término explica la parte inicial de la curva de secado ($MR - t$) como:

$$MR = \frac{(M_t - M_e)}{(M_i - M_e)} = a \exp(-kt) + b \exp(-gt) + c \exp(-ht) \quad (98)$$

Donde, a , b y c se definen como la indicación de la forma y generalmente se denominan como constantes del modelo (sin dimensiones), y k , g y h son las constantes de secado (s^{-1}). Estas constantes se obtienen de los datos experimentales y la ecuación 98 se conoce generalmente como el modelo modificado de Henderson y Pabis.

3.11.3 Modelos empíricos

a) Modelo de Thompson

Thompson y col. (1968) desarrollaron un modelo con los resultados experimentales del secado de los callos sin cáscara en el rango de temperatura 60-150 ° C.

$$t = a \ln(MR) + b[\ln(MR)]^2 \quad (99)$$

Donde, a y b eran constantes adimensionales obtenidas de datos experimentales. Este modelo también se utilizó para describir las características de secado del sorgo (Paulsen y Thompson, 1973).

b) Modelo Wang y Singh

Wang y Singh (1978) crearon un modelo para el secado intermitente de arroz en bruto.

$$MR = 1 + b^*t + a^*t^2 \quad (100)$$

Donde, $b^*(s^{-1})$ y $a^*(s^{-2})$ fueron constantes obtenidas de los datos experimentales.

c) Kaleemullah Model

Kaleemullah (2002) creó un modelo empírico que incluía MR , T y t . Lo aplicaron al secado de los chiles rojos (Kaleemullah y Kailappan, 2006).

$$MR = \exp - c^*T + b^*t^{(pT+n)} \quad (101)$$

Donde, la constante c^* está en $^{\circ}C^{-1} s^{-1}$, la constante b^* está en s^{-1} , p está en $^{\circ}C^{-1}$ y n es adimensional.

3.12 Modelos de elementos finitos / diferencias finitas

(Zhang et al., 2017) manifiesta que los modelos de secado de capa delgada que se han desarrollado hasta ahora se han basado en muchos supuestos. Los dos métodos que se utilizan en modelos de capa fina, se denominan diferencia finita (FDM) y modelos de elementos finitos (FEM). Ambos métodos son básicamente enfoques para resolver las ecuaciones diferenciales fundamentales de transferencia de calor y masa que describen el secado.

Las ecuaciones de transferencia de calor y masa también se denominan ecuaciones de transporte. La ecuación de calor se deriva aplicando la ecuación de Fourier para el flujo de calor a un volumen de control.

La derivación es la siguiente:

$$\text{Fourier's equation: } \dot{Q} = -KA \frac{dT}{dx} \quad (102)$$

Donde \dot{Q} es la tasa de flujo de calor. Para una celda unidimensional, la acumulación de calor en la celda es la diferencia entre el calor que entra y sale:

$$\rho c V \frac{dT}{dt} = (KA \frac{dT}{dx})_{izq} - (KA \frac{dT}{dx})_{Der} \quad (103)$$

Tomar el límite a medida que el volumen del elemento cae a cero y extenderlo a tres dimensiones nos permite establecer:

$$\nabla \cdot (K \nabla T) = \rho c \dot{T} \quad (104)$$

La ecuación para la transferencia de masa se puede desarrollar de manera similar a la primera ley de Fick o por analogía a la ecuación de transferencia de calor anterior:

$$\nabla \cdot (D \nabla M) = \dot{M} \quad (105)$$

Comparando las dos ecuaciones, $K/\rho c$ define la difusividad térmica, que es análoga a la difusividad de masa D . Las dos ecuaciones se resuelven simultáneamente en todo el interior del producto. La superficie del producto es el límite físico y matemático. A medida que cambian las condiciones del aire, las condiciones de contorno también pueden modificarse. Las ecuaciones de contorno son proporcionadas por las ecuaciones de calor de convección y la ratio de masa:

$$Q = h_c A (T_s - T_a) = \dot{m}_w \lambda \quad \dot{m}_w = \frac{dm_w}{dt} = k_y A (H_s - H_a) \quad (106)$$

Hasta este punto, los dos métodos son iguales. Sin embargo, los métodos de diferencias finitas y elementos finitos difieren en la forma en que se acercan para resolver las dos ecuaciones de transporte.

3.12.1 Método de diferencia finita

(Zhang et al., 2017) nos sugiere que, para resolver las ecuaciones en el interior del producto, el producto se aproxima mediante una serie de celdas. Cada celda debe tener una forma regular. Para una varilla larga y delgada, podríamos dividir la varilla en una serie de celdas de longitud Δx y área de sección transversal A , lo que da como resultado células rectilíneas. En el centro de cada celda se coloca un nodo, y las principales variables de estado (humedad M y temperatura T) se especifican en estos nodos. El método es más fácil de usar si la forma del producto tiene una geometría simple. Las celdas deben tener dimensiones

uniformes, excepto en los límites. El límite y las condiciones iniciales no necesitan ser uniformes. Una vez que se ha especificado la geometría, las ecuaciones de gobierno se reformulan como ecuaciones de diferencia. Estas ecuaciones se programan en una computadora. La computadora resuelve las ecuaciones trabajando a partir de condiciones conocidas (como el estado inicial del producto y los límites del producto) e integrándolo en el tiempo.

Al comienzo de cada paso de tiempo, se recalculan las propiedades termo físicas dentro de cada celda. Por ejemplo, el calor específico del producto cambia con el contenido de humedad, por lo que a medida que la humedad se difunde desde una celda, el calor específico del producto en esa celda debe cambiar. Una complejidad adicional es que el calor y la masa deben conservarse, por lo que las ecuaciones utilizadas para recalculan las propiedades deben satisfacer los requisitos de conservación.

El corazón del método FDM es la aproximación:

$$\frac{dY}{dx} = \frac{Y_2 - Y_1}{x_2 - x_1} \quad (107)$$

Donde Y es una variable dependiente y x una variable independiente. Cuando se aplica a dos nodos consecutivos, esto proporciona un método, para que la computadora calcule diferenciales de funciones. Las derivadas de segundo orden se calculan aplicando este método dos veces. Entonces, por ejemplo, para una barra unidimensional, la ecuación de transporte de calor se puede escribir como:

$$-K \frac{T_{i+1}^p - 2T_i^p + T_{i-1}^p}{\Delta x^2} = \rho c \frac{T_i^{p+1} - T_i^p}{\Delta t} \quad (108)$$

Donde Δx es la distancia entre nodos, Δt es el paso de tiempo, los superíndices representan tiempos indexados y los subíndices representan posiciones indexadas. Esta ecuación es una representación de la ecuación de transporte de calor en una forma que una computadora puede usar, con la ventaja de que una computadora puede aplicar este cálculo en todas las celdas y en todo momento, integrando hacia adelante para obtener una solución al problema de secado. La solución final presentará la humedad y la temperatura en puntos dentro del producto en diferentes momentos.

(Zhang et al., 2017) también indica que las celdas límite se manejan de manera diferente. La ecuación para los nodos límite se resuelve reemplazando uno de los términos de transferencia de calor en la ecuación 103 con la ecuación de convección, luego dividiendo ambos lados por el volumen de la celda límite para obtener una ecuación similar a la ecuación 108 pero que involucra un término de convección.

Este método es más poderoso que las ecuaciones semi-empíricas descritas anteriormente, pero aún tiene limitaciones, especialmente porque la forma exacta del producto no se puede representar fácilmente, la solución puede no converger a la respuesta

correcta y se pueden acumular imprecisiones numéricas en cada paso de tiempo, lo que lleva a solución lejos de la respuesta correcta. Sin embargo, con cuidado, algoritmos de pasos de tiempo inteligentes y para situaciones de secado simples, este método puede dar respuestas razonables.

En el trabajo de (Octavio & Pingo, 2020) se explica que las leyes que modelan el comportamiento de la temperatura y contenido de humedad durante el proceso de secado no se pueden resolver por medio de soluciones analíticas puesto que existe complejidad en la geometría, no linealidad, y condiciones de contorno adversas.

Ante estas dificultades los métodos numéricos se constituyen en técnicas mediante las cuales es posible resolver problemas matemáticos, a través del uso de un software computacional. Una forma de darle solución al problema planteado en ecuaciones diferenciales es a través de la discretización, en donde el problema diferencial original es sustituido por un problema discreto. Las leyes que gobiernan la conducción de calor y la difusión de masa establecen un conjunto de ecuaciones diferenciales parciales lineales de segundo orden.

Las técnicas numéricas más utilizadas para en la resolución de problemas de transferencia de calor y masa, son los métodos de diferencias finitas y de elementos finitos.

En el caso de geometrías complejas o de composición heterogénea, el método más adecuado es el método de elementos finitos. Sin embargo, la aplicación de cada método posee ventajas de acuerdo con la naturaleza del problema a resolver.

Otra alternativa de solución para resolver las ecuaciones diferenciales parciales de las leyes de conducción de calor y difusión de masa, es el método es el de diferencias finitas. El cual se basa en la discretización del dominio del problema de modo que los valores de las variables dependientes desconocidas se consideren solo en un número finito de puntos nodales, en lugar de en todos los puntos del dominio.

En este caso se las ecuaciones diferenciales se deben transformar a un conjunto de ecuaciones algebraicas y solucionarlas mediante un algoritmo adecuado. Una forma de discretizar las ecuaciones diferenciales es utilizando una aproximación adecuada en diferencias finitas por medio de las series de Taylor.

Se menciona, en el libro de métodos numéricos para ingenieros (Steven C. Chapra, 2015), que las series de Taylor proporcionan un medio para predecir el valor de una función en un punto en términos del valor de la función y sus derivadas en otro punto.

Si la función f y sus primeras $n + 1$ derivadas son continuas en un intervalo que contiene x_i y x_{i+1} , entonces el valor de la función en x está dado por:

$$f(x_{i+1}) = f(x_i) + f'(x_i)(x_{i+1} - x_i) + \frac{f''(x_i)}{2!}(x_{i+1} - x_i)^2 + \dots + \frac{f^n(x_i)}{n!}(x_{i+1} - x_i)^n + R_n \quad (109)$$

Donde R_n se define como el residuo del teorema de Taylor, donde ξ es el valor que hace falta para que la aproximación sea exacta.

$$R_n = \frac{f^{(n+1)}(\xi)}{(n+1)!} (x_{i+1} - x_i)^{n+1} \quad (110)$$

Cuando no se considera el residuo, la ecuación queda establecida como una aproximación del polinomio de Taylor para $f(x)$. En donde el primer término se denomina la aproximación de orden cero e indica que el valor de f en el punto es el mismo en el punto anterior; esto quiere decir, que x_i y x_{i+1} están muy próximos entre sí; por lo tanto, existe una probabilidad muy alta de que el nuevo valor sea igual al anterior.

$$f(x_{i+1}) = f(x_i) \quad (111)$$

Esta última ecuación (111), sirve muy bien para el caso de una función constante, sin embargo, al cambiar el orden de la función se requerirán términos adicionales. Por lo que, a medida que el orden de la ecuación va aumentando, la serie de Taylor de n -ésimo orden tendrá más exactitud para la aproximación. En la Figura 28 se puede observar el nivel de aproximación.

Truncando la ecuación general después de la primera derivada y reordenado los términos, se obtiene la aproximación a la primera derivada con diferencia hacia adelante, porque se utilizan los valores en i e $i+1$, para estimar la derivada.

$$f'(x_{i+1}) = \frac{f(x_{i+1}) - f(x_i)}{(x_{i+1} - x_i)} = \frac{\Delta f_i}{\Delta x} \quad (112)$$

En el caso de la ecuación de conducción de calor, se requiere aproximaciones de la segunda derivada en el espacio, así debemos escribir la ecuación matemática en forma de diferencias finitas basadas en las aproximaciones de Taylor. Y dado que la segunda derivada, también se puede expresar en función de la primera derivada, la aproximación de la segunda derivada finita generaría una diferencia de las aproximaciones de las primeras derivadas hacia adelante y hacia atrás, según la ecuación (113).

$$f''(x_i) = \frac{\frac{f(x_{i+1}) - f(x_i)}{\Delta x} - \frac{f(x_i) - f(x_{i-1}))}{\Delta x}}{\Delta x} = \frac{f(x_{i+1}) - 2f(x_i) + f(x_{i-1}))}{\Delta x^2} \quad (113)$$

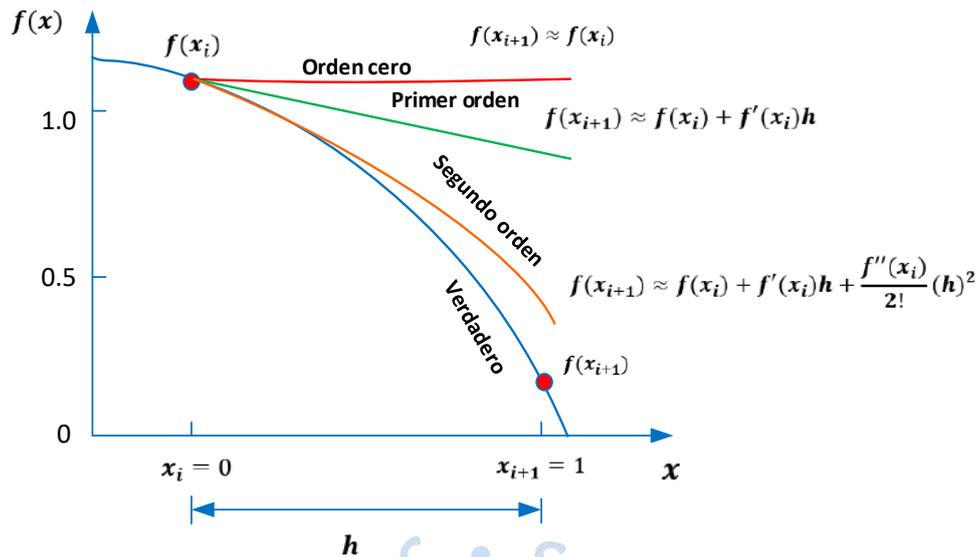


Figura 28. Aproximación de la función mediante las expansiones de la serie de Taylor de orden cero, primero y segundo.

Fuente: Adaptado de "Métodos numéricos para ingenieros", (Steven C. Chapra, 2015)

3.13 Modelación de procesos DIC

Para poder realizar la modelación del proceso DIC es necesario que podamos identificar los parámetros y variables que afectarán el proceso, así luego de haber realizado algunas pruebas con productos como mango y banano y trozos de sardina, se han identificados los siguientes tipos:

- **VARIABLES/PARÁMETROS DEL PRODUCTO A SECAR:**

Dentro de los parámetros importantes a considerar, tenemos: Humedad inicial, temperatura, porosidad, geometría, densidad, y los coeficientes térmicos y másicos.

- **VARIABLES/PARÁMETROS DEL VAPOR INYECTADO:**

En el caso del vapor se considera, temperatura, Humedad inicial y los coeficientes másicos y térmicos. La presión también juega un rol importante, sin embargo, existe una relación entre la presión y temperatura, por ello conociendo una de ellas, la otra queda automáticamente establecida.

- **VARIABLES/PARÁMETROS DEL SISTEMA DE VACÍO:**

En este caso el vacío sólo depende de la capacidad de la bomba de vacío. Constituyéndose en una presión de succión.

Según la experiencia en planta DIC, se ha establecido que para iniciar el proceso DIC es importante en primer lugar, definir cuál es el producto que se va a procesar en el secado, sus variables geométricas, así como sus propiedades térmicas y másicas, dado que éstas

determinarán los cambios que sufrirá el producto en todo el proceso. Sin embargo, las etapas previas de preparación tales como la selección, pesaje y limpieza del producto también son esenciales, para tener un control sobre la inocuidad del producto.

De acuerdo al perfil del proceso DIC (Figura 18), la etapa de vacío inicial sirve para que el producto tenga un mejor contacto con el vapor saturado que será inyectado posteriormente, y además sirve para eliminar agentes externos que interfieran con el proceso.

El modelo matemático considera la etapa de inyección de vapor saturado, y utiliza los conceptos de transferencia de calor y masa, para lo cual realiza la discretización de las ecuaciones en derivadas parciales por diferencias finitas. Dado que estos procesos ocurren dentro del reactor, las variables de importancia son: la presión, temperatura y velocidad del vapor saturado, dado que estas determinan el nivel óptimo de hidratación del producto en su etapa de condensación, antes de su descompresión.

La etapa de descompresión instantánea controlada se considera como un proceso HTST (High Temperature – Short Time), en esta etapa se desarrolla una interacción entre el reactor en condiciones de alta temperatura y presión con el sistema de vacío, lo cual ocasiona una instantánea disminución de las propiedades energéticas del producto, generándose una autovaporización. En esta etapa, un parámetro importante es el tiempo de apertura de la válvula, que conecta estos dos sistemas (tal como se observa en la figura 29), pues éste definirá la velocidad de descompresión que se requiere en el proceso. En una etapa final, se procede al cierre de la válvula de apertura instantánea, liberando así la presión del reactor por medio de una válvula de alivio, luego de lo cual el producto recupera lentamente los parámetros atmosféricos, según también se observa en Figura 18.

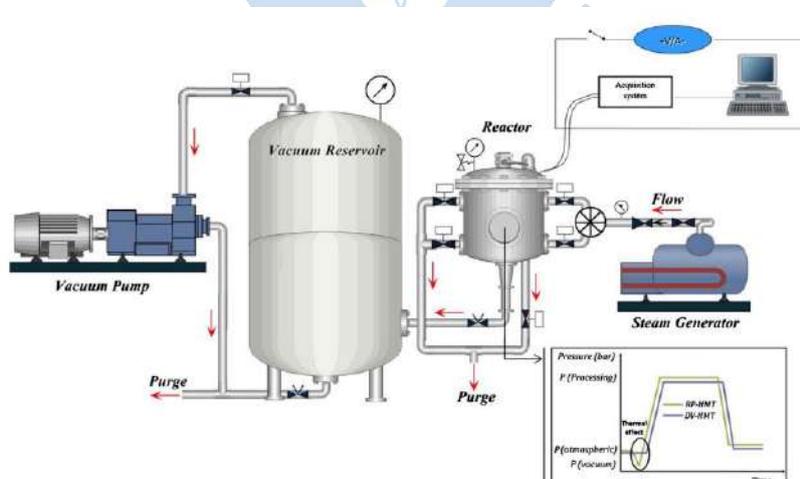


Figura 29. Instalación de equipos de planta para proceso DIC.

Fuente: Tomado de “Physics-based modeling of simultaneous heat and mass transfer intensification during vacuum steaming processes of starchy material”, (Amir et al., 2014).

3.13.1 Objetivos del modelo matemático

El principal objetivo del modelo matemático es representar lo más fielmente posible la realidad del proceso a partir de los procesos de transferencia de materia y energía. Y en ese mismo contexto describir el proceso de secado por etapas para cada tipo de geometría.

3.13.2 Objetivo general

Según lo antes mencionado el principal objetivo, es formular un modelo matemático, que nos reporte el comportamiento de la temperatura y el contenido de humedad en el producto durante el proceso de descompresión instantánea controlada (DIC), para luego validarlo con estudios experimentales en productos estudiados como arroz con cáscara (Pilatoski et al., 2010), manzana (T. H. Nguyen et al., 2016), pimiento verde marroquí (C. Téllez-Pérez et al., 2012) y mango (Casaverde-Pacherrez et al., 2022) realizados en la Universidad de La Rochelle – Francia.

3.13.3 Objetivos específicos

Teniendo como guía el trabajo de (Octavio & Pingo, 2020), se proponen los siguientes objetivos:

- Estudiar los mecanismos de transferencia de calor y masa que se desarrollan en un proceso convencional de secado y adaptarlos a las etapas del proceso DIC.
- Discretizar el conjunto de ecuaciones derivadas de las leyes de Fourier y de Fick mediante el método de diferencias finitas, y adaptarlas a las condiciones del proceso DIC.
- Establecer las condiciones de partida del proceso y las condiciones de frontera, para el análisis de los modelos geométricos cúbico y cilíndrico.
- Estudiar los balances de energía y masa para cada modelo geométrico a nivel diferencial, estableciendo la variación de temperatura y contenido de humedad del producto por medio del método de diferencias finitas.
- Validar el modelo matemático del ciclo de tratamiento DIC con los datos obtenidos en trabajos experimentales.

3.13.4 Hipótesis consideradas para el modelo matemático

Cuando se plantea un modelo, no siempre el funcionamiento es exacto a la realidad, por ello, se deben hacer simplificaciones y suposiciones, que permitan operar al modelo de mejor manera, así en nuestro caso conociendo cada etapa del proceso DIC, se han establecido las siguientes consideraciones para el funcionamiento:

- El vapor de agua saturado dentro del reactor, es considerado como un gas perfecto durante toda la operación.

- Se consideran uniformes tanto la temperatura como la presión del reactor en la fase de inyección de vapor saturado.
- El flujo de vapor de agua en la cámara (reactor) se considerará como un flujo uniforme y de tipo laminar.
- En la fase de inyección del vapor saturado tanto la presión como la temperatura del flujo de vapor de agua saturado se mantienen constantes.
- En cada componente del equipamiento DIC no existen pérdidas de energía y se consideran impermeables.
- En la estructura interna del producto el contenido de humedad inicial es uniforme durante el proceso de secado.
- Antes de la caída abrupta de presión, la difusividad másica efectiva se mantiene constante.
- Las propiedades como la conductividad y difusividad térmica del producto no cambian a lo largo del tratamiento.
- La estructura del producto en la cámara, se considera homogénea en todas las direcciones (isotrópica).
- Los mecanismos de transferencia de calor presentes durante el tratamiento son de tipo conducción y convección.

3.14 Modelación matemática de los mecanismos de transferencia de calor y masa

En los procesos de secado los mecanismos de transferencia de energía y masa se presentan en forma simultánea. En nuestro caso estos procesos se han modelado tomando en cuenta las leyes fundamentales de Fourier (ley de conducción de calor), y la ley de Fick (ley de difusión).

3.14.1 Ley de Fourier

Según (Yunus A., 2013), Joseph Fourier en 1822 concluyó que el vector flujo de calor \vec{q} [W/m^2] por conducción en un medio isótropo es proporcional y de sentido contrario al gradiente de temperatura $\vec{\nabla}T$ [$^{\circ}C/m$] en esa dirección (Ecuación 114).

$$\vec{q} = -k\vec{\nabla}T \quad (114)$$

En la Figura 30 se presenta un elemento diferencial cuyas dimensiones son dx , dy y dz . Asumiendo un flujo de calor unidimensional no estacionario y sin generación de energía se realiza un balance de energía:

$$\vec{Q}_{entrada,x} - \vec{Q}_{salida,x} = \vec{Q}_{almacenado,x}[W] \quad (115)$$

$$Q_{entrada,total} - Q_{salida total} = Q_{almacenado,tota}[W] \quad (116)$$

(Villa, 2008) para la obtención de la ecuación de difusión de energía en forma de calor dentro de un elemento diferencial durante el proceso de secado, hace un balance de energía en un volumen de control representativo como se ilustra en la Figura 25.

En este análisis $\vec{Q}_{entrada,x}$, $\vec{Q}_{salida,x}$ y $\vec{Q}_{almacenado,x}[W]$ representan respectivamente, el calor de entrada, calor de salida y calor almacenado en la dirección 'x', así mismo $Q_{entrada,total}$, $Q_{salida total}$ y $Q_{almacenado,tota}[W]$ representan los respectivos calores totales.

En la dirección 'x', el calor almacenado se puede representar como una variación diferencial del flujo de calor:

$$\vec{Q}_{almacenado,x} = \frac{\partial \vec{q}}{\partial x} dx(dydz) = \frac{\partial \vec{q}}{\partial x} dV \quad (117)$$

Haciendo una extensión de la ecuación 117 para todo el campo vectorial de la temperatura, y aplicando la ecuación de conducción térmica (114) se obtiene:

$$\begin{aligned} Q_{entrada,total} - Q_{salida total} &= -(\vec{\nabla} \vec{q}) dV = \vec{\nabla}(-k\vec{\nabla}T) dV \\ &= k(\nabla^2 T) dV \end{aligned} \quad (118)$$

Tomando un elemnto diferencial, la cantidad de energía absorbida o cedida en una unidad de tiempo se puede expresar por medio de la ecuación (119):

$$Q_{almacenado total} = \rho_s C_{p,s} \frac{\partial T}{\partial t} dV \quad (119)$$

En esta expresión, $\rho_s[kg/m^3]$ es la densidad del sólido, $C_{p,s}[J/kg K]$ es el calor específico y $\frac{\partial T}{\partial t}[K/s]$ es la variación de la temperatura en el tiempo.

A partir de las ecuacionnes (118) y (119) se obtiene:

$$\alpha \nabla^2 T = \frac{\partial T}{\partial t} \quad (120)$$

$$\alpha = \frac{k}{\rho_s C_{p,s}} \quad (121)$$

En esta última expresión, α [m^2/s] representa la difusividad térmica y expresa la velocidad en la que el calor difunde a través de un material. La ecuación 120 es la denominada Ley de Fourier la cual es la base del modelamiento de la transferencia de calor del proceso.

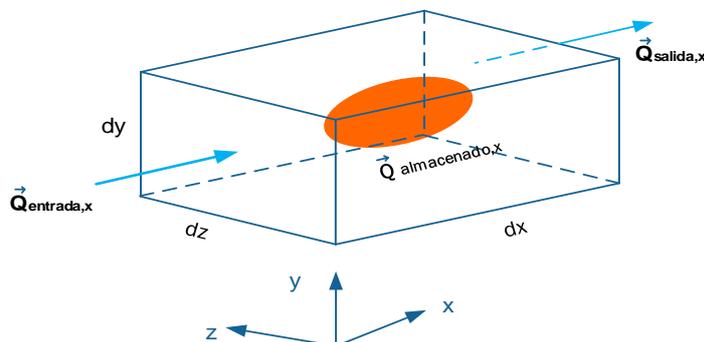


Figura 30. Balance de calor en un elemento diferencial unidimensional.

Fuente: Adaptado de "Estudio bidimensional de la transferencia de calor y masa en rebanadas de mango" (Villa, 2008).

3.14.2 Ley de Fick

La difusión es el proceso mediante el cual la materia se traslada de una parte hacia otra de un sistema como consecuencia de movimientos moleculares aleatorios. Observando que la transferencia de calor por conducción, se debe también al movimiento molecular aleatorio, Fick en 1855 encontró una obvia analogía entre ambos procesos, siendo el primero en poner la difusión sobre una base cuantitativa, adoptando la ecuación matemática de conducción de calor de Fourier. La teoría matemática de la difusión en sustancias isotrópicas esta basada en la hipótesis de que la tasa de transferencia de la sustancia que se difunde a través de una unidad de área de una sección es proporcional al gradiente de concentración medido normal a la sección (Villa, 2008):

$$\vec{j} = -D_{ef}\rho_{ss}\vec{\nabla}X \quad (122)$$

Donde \vec{j} [$kg\ m^{-2}s^{-1}$] es la tasa de transferencia (flujo de masa) que ingresa en forma perpendicular a una unidad de área de sección, $\vec{\nabla}X$ [$kg\ m^{-4}$] es la concentración de la sustancia (gradiente de contenido de humedad) que se difunde, x es la coordenada espacial medida normal a la sección, y D_{ef} [m^2/s] es llamado el coeficiente de difusión (velocidad en la que una masa se difunde en un medio), que en algunos casos puede ser constante mientras que en otros variable, su unidad se puede expresar en m^2/s . El signo negativo en la ecuación (122) se debe a que la difusión ocurre en la dirección opuesta al incremento de la concentración.

En (Corrales, 2008), se establece la ecuación de difusión de masa, basándose en la teoría matemática de la difusión en sustancias isotrópicas en donde se establece que la tasa

de transferencia de la sustancia que se difunde a través de una unidad de área de una sección es proporcional al gradiente de concentración medido normal a la sección. Este análisis considera un elemento diferencial como el mostrado en la Figura 31.

La Figura 31 representa un elemento diferencial de dimensiones $2dx$, $2dy$ y $2dz$. Bajo la hipótesis de un flujo de masa unidimensional no estacionario, se realiza un balance de masa:

$$\vec{m}_{entrada,x} - \vec{m}_{salida,x} = \vec{m}_{almacenado,x} [kg/s] \quad (123)$$

$$\dot{m}_{entrada\ total} - \dot{m}_{salida\ total} = \dot{m}_{almacenado\ total} [kg/s] \quad (124)$$

En donde, los flujos másicos de entrada, salida y almacenado son $\vec{m}_{entrada,x}$, $\vec{m}_{salida,x}$ y $\vec{m}_{almacenado,x} [W]$ respectivamente en la dirección 'x', mientras que $\dot{m}_{entrada\ total}$, $\dot{m}_{salida\ total}$ y $\dot{m}_{almacenado\ total} [W]$ representan al flujo másico de entrada, salida y almacenado total para un elemento diferencial. En la dirección 'x', la ecuación (123) puede ser representada como una variación diferencial del flujo másico:

$$\vec{m}_{entrada,x} - \vec{m}_{salida,x} = \frac{\partial \vec{J}}{\partial x} 2dx(4dydz) = -\frac{\partial \vec{J}}{\partial x} dV \quad (125)$$

Extendiendo la ecuación (125) para todo el campo vectorial de la concentración, y aplicando la primera ley de Fick (Ecuación 122) se obtiene:

$$\dot{m}_{entrada\ total} - \dot{m}_{salida\ total} = -(\vec{\nabla} \cdot \vec{J}) dV = \vec{\nabla} \cdot (-D_{ef} \vec{\nabla} X) dV = D_{ef} \rho_{ss} (\nabla^2 X) \Delta V \quad (126)$$

Considerando un elemento diferencial, el flujo másico absorbido o cedido es igual al incremento de la concentración en un volumen determinado, según en la ecuación (127):

$$\dot{m}_{almacenado\ total} = \rho_{ss} \frac{\partial X}{\partial t} \Delta V \quad (127)$$

De las ecuaciones (126) y (127) resulta:

$$D_{ef} \nabla^2 X = \frac{\partial X}{\partial t} \quad (128)$$

La ecuación (128) representa la segunda ley de Fick y se constituye en la base para el modelamiento de la transferencia de masa en el proceso.

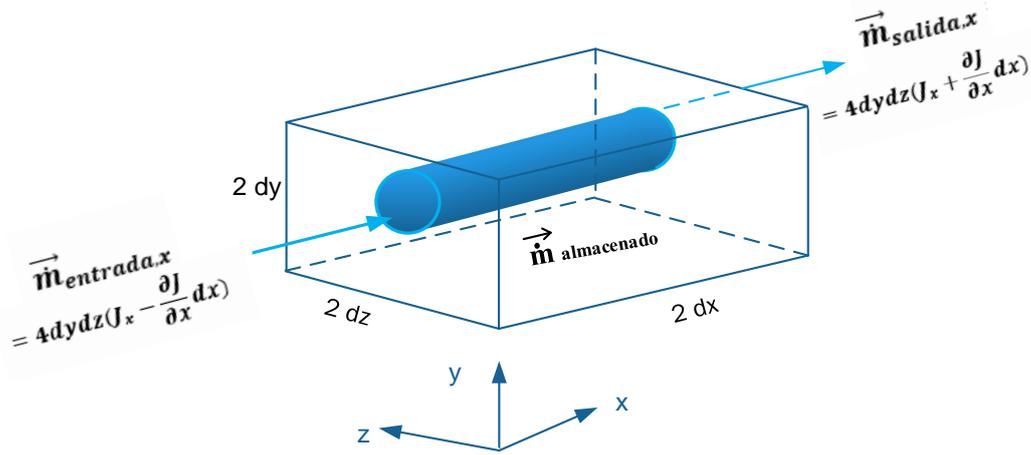


Figura 31. Balance de masa en dirección x (unidimensional) en un elemento diferencial

Fuente: Adaptado del Estudio bidimensional de la transferencia de calor y masa en rebanadas de mango, (Villa, 2008).

3.15 Discretización por diferencias finitas

En esta parte de la modelación se integra el método de diferencias finitas, en donde se considerará, la conducción de calor expuesta en la ecuación 120. El balance de energía alrededor de dicho espacio considera un cambio de la temperatura en el tiempo. Para la solución numérica, la representación por diferencias finitas se basa en una representación de una red nodal de puntos discretos en el espacio divididos en subregiones de distancia.

$$\frac{T_{i+1}^t - 2T_i^t + T_{i-1}^t}{\Delta x^2} = \frac{1}{\alpha} \frac{T_i^{t+1} - T_i^t}{\Delta t} \quad (129)$$

Por otro lado según (Octavio & Pingo, 2020) los mecanismos de transferencia de calor y de masa son análogos entre sí, y por tanto, se puede realizar un análisis semejante a la discretización de la ley de Fourier de la conducción de calor a través del método de diferencias finitas. En (Yunus A. Cengel, 2011) se demuestra que las ecuaciones diferenciales en ambos casos tienen la misma forma, por ende, se pueden obtener soluciones con tan solo cambiar sus coeficientes y variables para un mismo tipo de condiciones de frontera. La solución discretizada para la ley de Fick (Ecuación 128) se presenta en la ecuación 130:

$$\frac{X_{i+1}^t - 2X_i^t + X_{i-1}^t}{\Delta x^2} = \frac{1}{D_{eff}} \frac{X_i^{t+1} - X_i^t}{\Delta t} \quad (130)$$

Para la ecuación discretizada de la Ley de enfriamiento de Newton térmica:

$$Q_{conv} = -h_T A (T_{sup} - T_{\infty}) \quad (131)$$

Se toma en cuenta la diferencia de temperaturas entre el fluido externo T_∞ y el nodo superficial T_1^t considerando una transferencia de calor unidimensional en estado transitorio, tal como se muestra en la ecuación 130:

$$Q_{conv} = h_T(T_\infty - T_1^t) \quad (131)$$

En el caso de la discretización de la Ley de enfriamiento de Newton másica:

$$\dot{m}_{conv} = h_m A \rho_{ss} (X_{sup} - X_\infty) \quad (132)$$

Se tomarán las contrapartes másicas de la ecuación de convección de calor, entre el contenido de humedad del fluido externo X_∞ y el nodo superficial X_1^t al considerar en la ecuación 132 un flujo másico unidimensional transitorio.

$$\dot{m}_{conv} = h_m (X_\infty - X_1^t) \quad (134)$$

3.16 Modelo geométrico del producto

El modelo geométrico se ajusta a las necesidades de producción de las industrias, así los cortes de las frutas, hortalizas e inclusive granos, adoptan formas geométricas conocidas como por ejemplo, rodajas y cubos.

En nuestro caso, en el cual se combina el tratamiento DIC con el secado convencional, existen diversos estudios en donde se cortan muestras de zanahoria (H. T. Nguyen et al., 2014), de arroz con cáscara (Pilatowski et al., 2010) en cubos. Otros tipos de muestras como cebolla (Albitar et al., 2009) y fresa (Alonzo-Macías Maritza1 et al., 2014) son cortadas en rodajas.

La modelación matemática del proceso de secado se realizará tomando como base una geometría paralelepípeda, para aproximar las muestras que se cortan en cubos, y una geometría cilíndrica plana, para las muestras cortadas en rodajas.

3.16.1 Geometría cúbica

Un primer paso para poder discretizar las ecuaciones derivadas del proceso de transferencia de materia y energía, es generar el mallado, es decir crear en un elemento diferencial del alimento, una red nodal, malla o también llamada rejilla. Tal como se observa en la Figura 32.

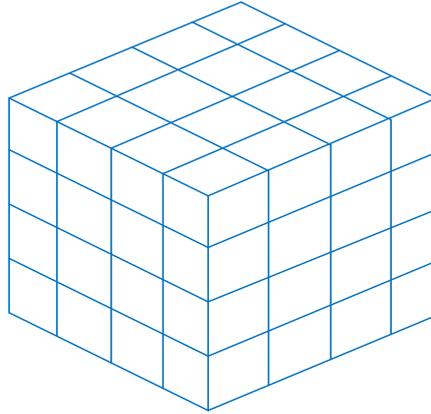


Figura 32. Mallado para una geometría paralelepípeda.

Fuente: Adaptado de “Análisis de los mecanismos de transferencia de calor y masa en el proceso de deshidratación mediante el método de Descompresión Instantánea Controlada (DIC)” (Octavio & Pingo, 2020).

Según (Yunus A. Cengel, 2011), la transferencia de calor y masa se debe dar en varias direcciones. Según se observa en la Figura 27, para realizar el análisis termodinámico esta red nodal será dividida en elementos de volumen diferencial, los cuales se han considerado como una forma cubica de longitud ΔL .

En (Octavio & Pingo, 2020), se menciona que para obtener una descripción completa de transferencia de calor o de masa en un medio se deben incluir las condiciones de las superficies limítrofes del objeto de estudio, en vista de que las ecuaciones diferenciales que rigen el comportamiento de los mecanismos de transferencia de calor y masa no incorporan la información relacionada con el medio que rodea al producto. A estas condiciones se le conocen como condiciones iniciales y de frontera.

En los casos de problemas de regímenes transitorios, es importante establecer las condiciones iniciales que muestren la distribución espacial de las variables y sus derivadas en función del tiempo. En nuestro caso la condición inicial para representar la distribución de temperatura (T) y contenido de humedad (X) parte del tiempo inicial $t = 0$. Cabe mencionar que las condiciones iniciales en el producto a tratar son fácilmente medibles, por lo que es posible poder especificar sobre la superficie de contacto; una temperatura y masa conocida. Así la expresión matemática que describe las condiciones iniciales se representan por las siguientes ecuaciones:

$$T(x, y, z, 0) = T_{i,j,k}^0 \quad (135)$$

$$X(x, y, z, 0) = X_{i,j,k}^0 \quad (136)$$

Así mismo, según (Octavio & Pingo, 2020), las condiciones de frontera pueden presentarse en casos de transferencia de calor a través del mecanismo de convección; esto

quiere decir, que el nodo de frontera está expuesto a convección con unos coeficientes de transferencias de calor h_T y masa h_m , en ambientes a temperaturas T_∞ y el contenido de humedad X_∞ . Esta condición es observada en la Figura 33.

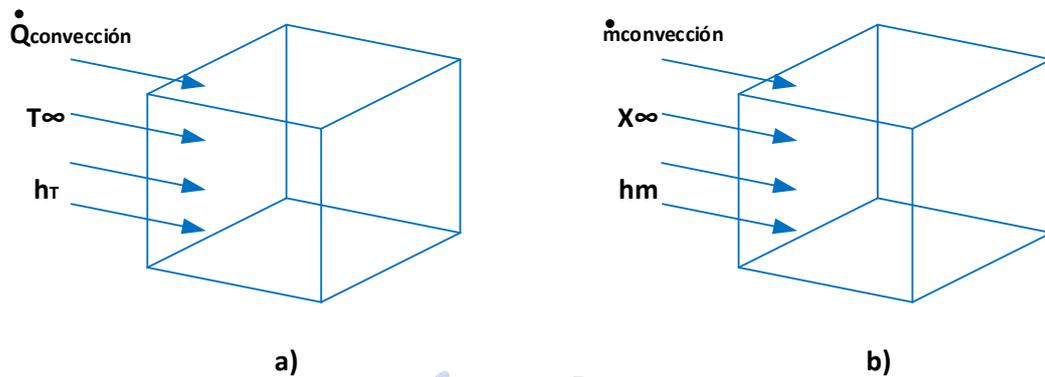


Figura 33. Condición de frontera de la muestra: a) expuesta a un mecanismo de transferencia de calor por convección, b) expuesta a un mecanismo de transferencia de masa por convección.

Fuente: Adaptado de “Análisis de los mecanismos de transferencia de calor y masa en el proceso de deshidratación mediante el método de Descompresión Instantánea Controlada (DIC)” (Octavio & Pingo, 2020).

En función de la malla generada en la muestra, tomando en cuenta las condiciones iniciales y de frontera, se pueden clasificar los nodos en función a los tipo de mecanismos de transferencia de calor y masa presentes en cada uno de los lados del nodo.

La Tabla 5 establece la clasificación de los nodos en función a las caras del volumen diferencial de forma cubica que están sometidas a conducción y convección.

Tabla 5.

Clasificación de los nodos de un mallado cúbico de acuerdo con las caras expuestas a convección o conducción.

Tipo de nodo	Número de caras expuestas a la conducción	Número de caras expuestas a la convección
Nodos vértice	3	3
Nodos arista	4	2
Nodos cara	5	1
Nodos interiores	6	0

Fuente: Elaborado a partir de Análisis de los mecanismos de transferencia de calor y masa en el proceso de deshidratación mediante el método de Descompresión Instantánea Controlada (DIC) (Octavio & Pingo, 2020).

Según esta clasificación y con ayuda de la Figura 34, se puede visualizar que en los nodos que están en contacto con el fluido caliente, principalmente en la superficie, se genera una transmisión de calor por convección, mientras que los nodos con caras internas

presentan un proceso de transferencia de energía por conducción y en el caso de elementos diferenciales con nodos internos sólo presentan procesos de transferencia de energía por conducción.

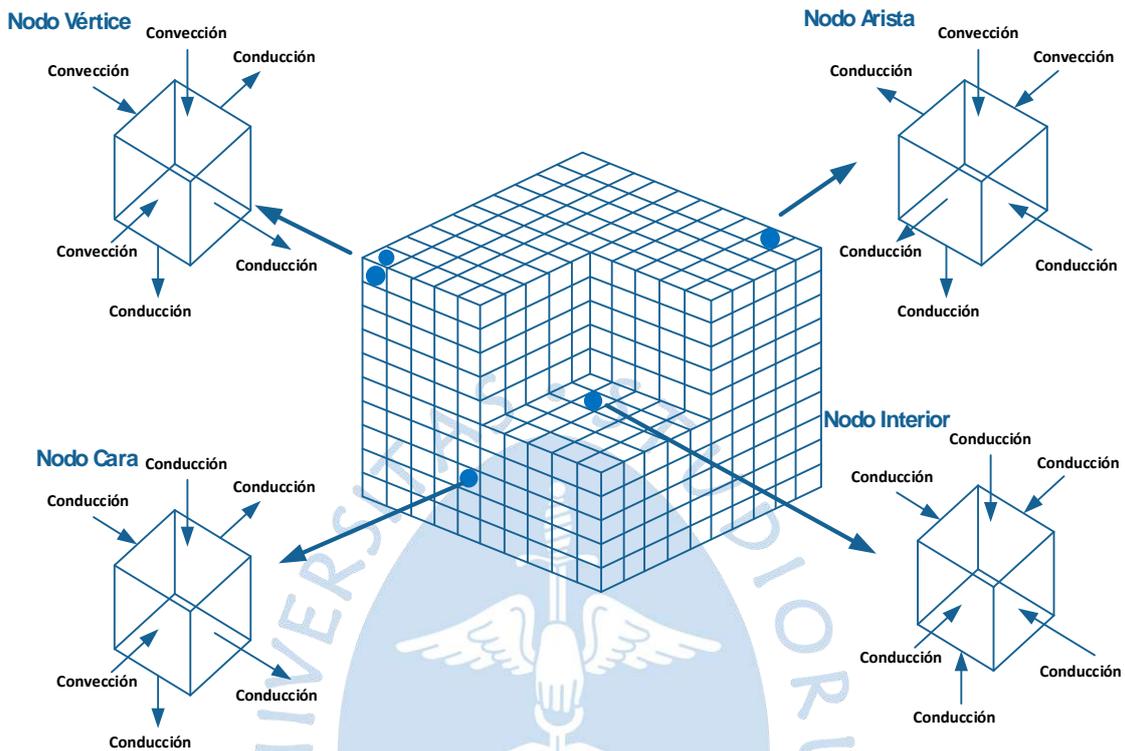


Figura 34. Clasificación de los nodos en el mallado rectangular. a) nodo vértice, b) nodo arista, c) nodo cara, d) nodo interior.

Fuente: Adaptado de Análisis de los mecanismos de transferencia de calor y masa en el proceso de deshidratación mediante el método de Descompresión Instantánea Controlada (DIC), (Octavio & Pingo, 2020).

3.16.1.1 Estructura del algoritmo de la geometría paralelepípeda. El algoritmo permitir desarrollar los cálculos durante los mecanismos de transferencia de materia y energía a lo largo de la red nodal, por cada tipo de nodo, en este proceso es importante conocer como intercatúan los nodos entre si durante el proceso de secado.

La Figura 35 nos permite visualizar los balances de energía y masa a través de un nodo diferencial cúbico de arista Δl en coordenadas rectangulares y en tres direcciones:

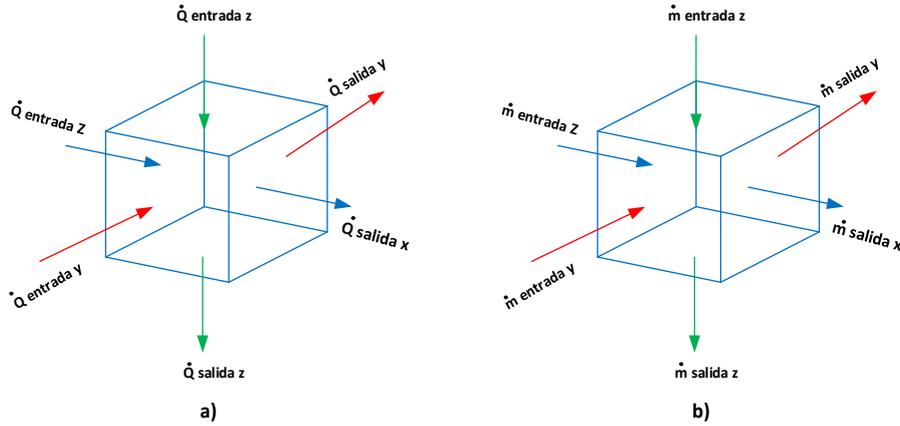


Figura 35. a) Balance de energía en un nodo en coordenadas rectangulares, b) Balance de masa en un nodo en coordenadas rectangulares.

Fuente: Adaptado de “Análisis de los mecanismos de transferencia de calor y masa en el proceso de deshidratación mediante el método de Descompresión Instantánea Controlada (DIC)” (Octavio & Pingo, 2020).

En la Figura 35.a, se esquematiza el balance de energía aplicado a un nodo diferencial, teniendo en cuenta un flujo de calor transitorio y además que no existe generación de calor, este balance viene expresado por la ecuación 137, en donde se identifican los calores $Q_{entrada,x}$, $Q_{entrada,y}$ y $Q_{entrada,z}$ que ingresan al nodo en todas las direcciones x , y y z ; mientras que $Q_{salida,x}$, $Q_{salida,y}$ y $Q_{salida,z}$ son los calores salientes también en las direcciones respectivas.

$$(Q_{entrada,x} - Q_{salida,x}) + (Q_{entrada,y} - Q_{salida,y}) + (Q_{entrada,z} - Q_{salida,z}) = Q_{almacenado} \quad (137)$$

Aplicando la discretización por diferencias finitas al balance de energía; calores almacenados en cada eje:

$$Q_{almacenado,total} = \rho_{ss} C_{p,s} \frac{\partial T}{\partial t} dV \quad (138)$$

Al simplificar el balance en forma discreta, obtenemos la ecuación (139):

$$\sum_{n=i,j,k} Q_{almacenado,n} = Q_{almacenado} = \frac{\Delta V}{\Delta t} \rho_{ss} C_p (T_{i,j,k}^{t+1} - T_{i,j,k}^t) \quad (139)$$

Donde $Q_{almacenado}$ es el calor almacenado total, ρ_{ss} y C_p son la densidad y el calor específico del producto, ΔV es el volumen del nodo, Δt es el diferencial de tiempo, $T_{i,j,k}^{t+1}$ y $T_{i,j,k}^t$ según los sub-índices son las temperaturas del nodo en el tiempo posterior y en el tiempo actual respectivamente.

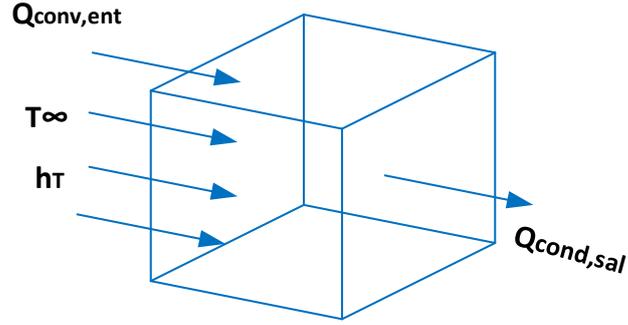


Figura 36. Balance de energía unidimensional para un elemento diferencial sometido a convección y conducción.

Fuente: Adaptado de Análisis de los mecanismos de transferencia de calor y masa en el proceso de deshidratación mediante el método de Descompresión Instantánea Controlada (DIC), (Octavio & Pingo, 2020).

En este análisis (Octavio & Pingo, 2020) señalan que el calor transferido a través de un eje, puede tener dos configuraciones, dependiendo de los mecanismos de transferencia de calor que existen en los calores de entrada y salida:

- En un primer caso tanto a la entrada como en la salida del elemento diferencial se presenta una transferencia de calor por conducción; este fenómeno se propicia cuando las caras del elemento diferencial o nodo se encuentran en la zona interna del eje en contacto con otros nodos adyacentes.
- Haciendo uso de la ecuación discretizada de la conducción de calor (129), y expresando todo en términos del número adimensional discreto de Fourier térmico (F_{oT}), el calor almacenado en un eje cuando no existe convección de por medio, se expresa por la ecuación (142):

$$Q_{cond,ent} - Q_{cond,sal} = \Delta Q_{cond-cond} \quad (140)$$

$$-\frac{kA}{\Delta l}(T_n^t - T_{n-1}^t) - \left(-\frac{kA}{\Delta l}(T_{n+1}^t - T_n^t)\right) = [F_{oT}(T_{n+1}^t + T_n^t - 2T_n^t)] \frac{\Delta V}{\Delta t} \rho_{ss} C_p \quad (141)$$

Siendo $F_{oT} = \alpha \Delta t / \Delta l^2$

$$\Delta Q_{cond-cond} = [F_{oT}(T_{n+1}^t + T_n^t - 2T_n^t)] \frac{\Delta V}{\Delta t} \rho_{ss} C_p \quad (142)$$

La otra configuración está referida cuando el elemento diferencial presenta una transferencia de calor por convección $Q_{conv,ent}$ a la entrada, y una transferencia por conducción $Q_{cond,sal}$ a la salida (143). En este caso una o más caras del nodo se encuentran en contacto con el vapor saturado en la superficie del producto. Utilizando las ecuaciones discretizadas de transferencia de calor por conducción (129) y convección (131), y

expresando en términos de los números de Fourier térmico (F_{oT}) y de Biot térmico (B_{iT}), obtenemos la ecuación discretizada para el caso en el cual exista convección en una o más caras (142).

$$Q_{conv,ent} - Q_{cond,sal} = \Delta Q_{conv-cond} \quad (143)$$

$$h_T A (T_\infty - T_n^t) - \left(-\frac{kA}{\Delta l} (T_{n+1}^t - T_n^t) \right) = [2B_{iT} F_{oT} (T_\infty - T_n^t) + 2F_{oT} (T_{n+1}^t + T_n^t)] \frac{\Delta V}{\Delta t} \rho_{ss} C_p \quad (144)$$

$$\text{Siendo } B_{iT} = h_T \Delta l / k$$

$$\Delta Q_{conv-cond} = [2B_{iT} F_{oT} (T_\infty - T_n^t) + 2F_{oT} (T_{n+1}^t + T_n^t)] \frac{\Delta V}{\Delta t} \rho_{ss} C_p \quad (145)$$

De forma similar al balance de energía, en la Figura 30.b se desarrolla un balance de masa aplicado al elemento diferencial, existiendo en cada eje, un flujo másico de entrada $\dot{m}_{entrada,n}$ y un flujo másico de salida $\dot{m}_{salida,n}$ en el elemento.

$$\begin{aligned} & (\dot{m}_{entrada,x} - \dot{m}_{salida,x}) + (\dot{m}_{entrada,y} - \dot{m}_{salida,y}) + (\dot{m}_{entrada,z} - \dot{m}_{salida,z}) \\ & = \dot{m}_{almacenado} \quad (146) \end{aligned}$$

En el caso de del flujo másico, se procede a discretizar la ecuación de flujo másico total almacenado (127), el cual puede ser expresado en su forma discreta por la ecuación (145), donde $X_{i,j,k}^{t+1}$ y $X_{i,j,k}^t$ representan los contenidos de humedad del nodo en los instantes de tiempo posterior y actual respectivamente.

$$\dot{m}_{almacenado} = \frac{\Delta V}{\Delta t} \rho_{ss} (X_{i,j,k}^{t+1} - X_{i,j,k}^t) \quad (147)$$

De manera similar al balance energético, la masa almacenada en un eje del elemento diferencial también presenta dos configuraciones:

- En esta primera configuración tenemos una transferencia de masa por difusión, tanto a la entrada del elemento de volumen diferencial, como a la salida. Situación que ocurre cuando las caras del nodo se encuentran en contacto con otros nodos adyacentes. Utilizando la ecuación discretizada de difusión de masa (130), y expresando todo en función del número de Fourier másico (F_{om}), el flujo másico almacenado en un eje cuando no existe convección de por medio se expresa por medio de la ecuación (150).
- En la segunda configuración el flujo másico ingresa por convección al elemento diferencial y sale por difusión molecular como consecuencia del contacto con el nodo adyacente. En este estadio una o más caras del nodo se encuentran en la superficie del producto y están en contacto con el flujo del vapor secante. De forma similar al caso energético, se utilizan las ecuaciones de transferencia de masa por difusión molecular (130) y convección de masa (134), al expresar el

balance en términos de los números de Fourier másico (F_{om}) y de Biot másico (B_{im}), obtendremos la ecuación discretizada del flujo másico almacenado para el caso de que exista convección en uno o más ejes (102):

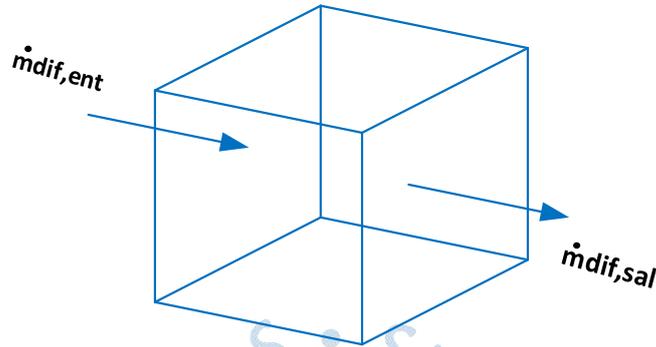


Figura 37. Balance de masa unidimensional de un elemento diferencial sometido a difusión.

Fuente: Adaptado de Análisis de los mecanismos de transferencia de calor y masa en el proceso de deshidratación mediante el método de Descompresión Instantánea Controlada (DIC), (Octavio & Pingo, 2020).

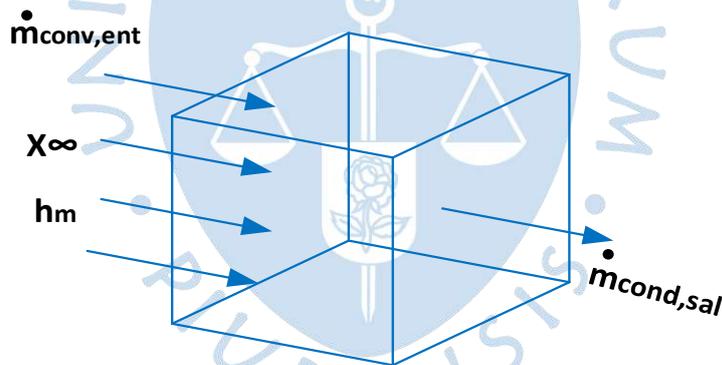


Figura 38. Balance de masa unidimensional de un elemento diferencial sometido a convección y difusión.

Fuente: Adaptado de Análisis de los mecanismos de transferencia de calor y masa en el proceso de deshidratación mediante el método de Descompresión Instantánea Controlada (DIC), (Octavio & Pingo, 2020).

$$\dot{m}_{conv,ent} - \dot{m}_{dif,sal} = \Delta \dot{m}_{conv-dif} \quad (148)$$

$$\begin{aligned} h_m A \rho_{ss} (X_{\infty} - X_n^t) - \left(-\frac{D_{ef} A}{\Delta l} \rho_{ss} (X_{n+1}^t - X_n^t) \right) \\ = [2B_{im} F_{om} (X_{\infty} - X_n^t) + 2F_{om} (X_{n+1}^t + X_n^t)] \frac{\Delta V}{\Delta t} \rho_{ss} C_p \quad (149) \end{aligned}$$

Siendo $B_{i_m} = h_m \Delta t / D_{ef}$

$$\Delta \dot{m}_{conv-dif} = [2B_{i_m} F_{o_m} (X_\infty - X_n^t) + 2F_{o_m} (X_{n+1}^t + X_n^t)] \frac{\Delta V}{\Delta t} \rho_{ss} \quad (150)$$

$$\dot{m}_{dif,ent} - \dot{m}_{dif,sal} = \Delta \dot{m}_{dif-dif} \quad (151)$$

$$\begin{aligned} & -\frac{D_{ef} A}{\Delta l} \rho_{ss} (X_n^t - X_{n-1}^t) - \left(-\frac{D_{ef} A}{\Delta l} \rho_{ss} (X_{n+1}^t - X_n^t) \right) \\ & = [F_{o_m} (X_{n+1}^t + X_{n-1}^t - 2X_n^t)] \frac{\Delta V}{\Delta t} \rho_{ss} \quad (152) \end{aligned}$$

Siendo $F_{o_m} = D_{ef} \Delta t / \Delta l^2$

$$\Delta \dot{m}_{dif-dif} = [F_{o_m} (X_{n+1}^t + X_{n-1}^t - 2X_n^t)] \frac{\Delta V}{\Delta t} \rho_{ss} \quad (153)$$

3.16.1.2 Balance de energía y masa en los nodos vértice. Basándonos en la conducción tridimensional del calor a través de un elemento rectangular de volumen, desarrollada por (Yunus A. Cengel, 2011). En esta parte se procederá a realizar el balance tanto de energía como de masa en el nodo de tipo vértice. La Figura 40, el nodo vértice presenta la configuración de convección-conducción en sus tres ejes. En este caso se puede utilizar el siguiente balance de energía (154):

$$\Delta Q_{conv-cond,x} + \Delta Q_{conv-cond,y} + \Delta Q_{conv-cond,z} = Q_{almacenado} \quad (154)$$

Utilizando las ecuaciones (139) y (142), se puede encontrar la ecuación que establece la temperatura del nodo en el tiempo próximo ($T_{i,j,k}^{t+1}$) para un nodo vértice.

$$\begin{aligned} T_{i,j,k}^{t+1} = & T_{i,j,k}^t + 6B_{i_T} F_{o_T} (T_\infty - T_{i,j,k}^t) + F_{o_T} (2T_{i+1,j,k}^t + 2T_{i,j+1,k}^t + 2T_{i,j,k+1}^t \\ & - 6T_{i,j,k}^t) \quad (155) \end{aligned}$$

Donde $T_{i+1,j,k}^t$, $T_{i,j+1,k}^t$, $T_{i,j,k+1}^t$ corresponden a las temperaturas de los nodos adyacentes al nodo de referencia.

En el caso del balance de masa en el nodo vértice, la ecuación se representa:

$$\Delta \dot{m}_{conv-dif,x} + \Delta \dot{m}_{conv-dif,y} + \Delta \dot{m}_{conv-dif,z} = \dot{m}_{almacenado} \quad (156)$$

De manera similar al balance de energía, debemos de encontrar la expresión algebraica en términos del contenido de humedad del nodo en el tiempo próximo ($x_{i,j,k}^{t+1}$), en función de sus nodos adyacentes $X_{i+1,j,k}^t$, $X_{i,j+1,k}^t$, $X_{i,j,k+1}^t$.

$$X_{i,j,k}^{t+1} = X_{i,j,k}^t + 6B_{i_T} F_{o_T} (X_{\infty} - X_{i,j,k}^t) + F_{o_T} (2X_{i+1,j,k}^t + 2X_{i,j+1,k}^t + 2X_{i,j,k+1}^t - 6X_{i,j,k}^t) \quad (157)$$

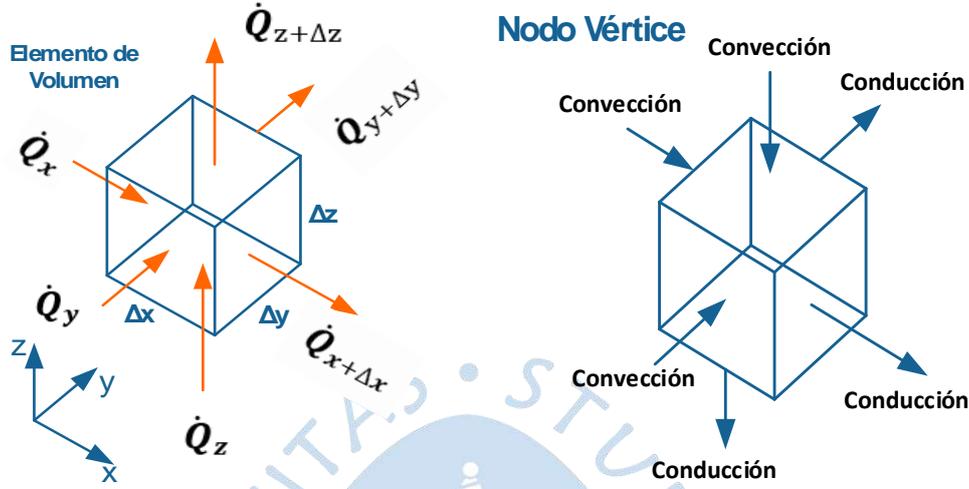


Figura 39. Balance de energía y masa en un nodo vértice.

Fuente: Adaptado de (Yunus A. Cengel, 2011) y “Análisis de los mecanismos de transferencia de calor y masa en el proceso de deshidratación mediante el método de Descompresión Instantánea Controlada (DIC)”, (Octavio & Pingo, 2020).

3.16.1.3 Balance de energía y masa en los nodos arista. En el caso de los nodos arista, la Figura 41 esquematiza el balance de energía. Donde se muestra que dos ejes del nodo referencial se exponen a un mecanismo de convección. Por lo que su balance de energía viene expresado por:

$$\Delta Q_{conv-cond,x} + \Delta Q_{conv-cond,y} + \Delta Q_{conv-cond,z} = Q_{almacenado} \quad (158)$$

Al Utilizar las ecuaciones discretizadas (142) y (145) obtenemos la temperatura del nodo en el tiempo próximo ($T_{i,j,k}^{t+1}$) en un nodo vértice en función de sus nodos adyacentes.

$$T_{i,j,k}^{t+1} = T_{i,j,k}^t + 4F_{o_T} (T_{\infty} - T_{i,j,k}^t) + F_{o_T} (T_{i,j-1,k}^t + T_{i,j+1,k}^t + 2T_{i+1,j,k}^t + 2T_{i,j,k+1}^t - 6T_{i,j,k}^t) \quad (159)$$

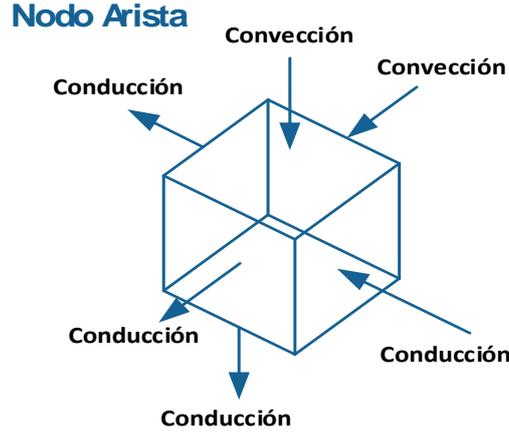


Figura 40. Balance de energía y masa en un nodo arista.

Fuente: Adaptado de Análisis de los mecanismos de transferencia de calor y masa en el proceso de deshidratación mediante el método de Descompresión Instantánea Controlada (DIC), (Octavio & Pingo, 2020).

En el caso del balance de masa en el nodo referencial, se obtiene:

$$\Delta \dot{m}_{conv-dif,x} + \Delta \dot{m}_{dif-dif,y} + \Delta \dot{m}_{conv-dif,z} = \dot{m}_{almacenado} \quad (160)$$

En el caso del contenido de humedad en el tiempo próximo ($X_{i,j,k}^{t+1}$) se puede obtener a través de la ecuación algebraica (110) que también considera a sus nodos adyacentes.

$$X_{i,j,k}^{t+1} = X_{i,j,k}^t + 4B_{i_m} F_{o_m} (X_{\infty} - X_{i,j,k}^t) + F_{o_m} (X_{i,j-1,k}^t + X_{i,j+1,k}^t + 2X_{i+1,j,k}^t + 2X_{i,j,k+1}^t - 6X_{i,j,k}^t) \quad (161)$$

3.16.1.4 Balance de energía y masa en los nodos cara. Según la Figura 42, el elemento diferencial presenta una transferencia por convección en una de sus caras, y en el resto de ellas la transferencia es por conducción/difusión. Sí en este caso, el balance de energía en el nodo referencial, se puede expresar de la siguiente forma:

$$\Delta Q_{conv-cond,x} + \Delta Q_{conv-cond,y} + \Delta Q_{conv-cond,z} = Q_{almacenado} \quad (162)$$

Utilizando las ecuaciones discretizadas para los casos en donde se dan procesos de conducción-conducción (142) y convección-conducción (145) se puede obtener la temperatura del nodo en el tiempo próximo ($T_{i,j,k}^{t+1}$).

$$T_{i,j,k}^{t+1} = T_{i,j,k}^t + 2B_{i_T} F_{o_T} (T_{\infty} - T_{i,j,k}^t) + F_{o_T} (T_{i-1,j,k}^t + T_{i+1,j,k}^t + T_{i,j-1,k}^t + T_{i,j+1,k}^t + 2T_{i,j,k+1}^t - 6T_{i,j,k}^t) \quad (163)$$

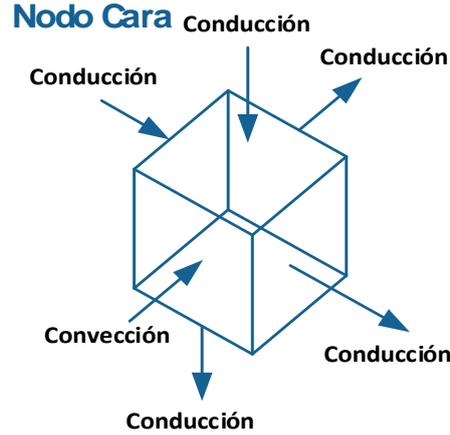


Figura 41. Balance de energía y masa en un nodo cara.

Fuente: Adaptado de Análisis de los mecanismos de transferencia de calor y masa en el proceso de deshidratación mediante el método de Descompresión Instantánea Controlada (DIC), (Octavio & Pingo, 2020).

Por otro lado, se puede expresar el balance de masa con el mismo criterio utilizado para la conservación de energía.

$$\Delta \dot{m}_{dif-dif,x} + \Delta \dot{m}_{dif-dif,y} + \Delta \dot{m}_{conv-dif,z} = \dot{m}_{almacenado} \quad (164)$$

Obteniendo el contenido de humedad en el tiempo futuro a través de la siguiente ecuación (71) en función de sus nodos adyacentes.

$$X_{i,j,k}^{t+1} = X_{i,j,k}^t + 2B_{i_m} F_{o_m} (X_{\infty} - X_{i,j,k}^t) + F_{o_m} (X_{i-1,j,k}^t + X_{i+1,j,k}^t + X_{i,j-1,k}^t + X_{i,j+1,k}^t + 2X_{i,j,k+1}^t - 6X_{i,j,k}^t) \quad (165)$$

3.16.1.5 Balance de energía y masa en los nodos interiores. Por último, tomando en consideración la figura 42, el nodo interior se encuentra rodeado completamente por nodos adyacentes, por tal motivo el mecanismo de transferencia de calor se dará por conducción, y la masa se transferirá por difusión molecular. El balance de energía estará expresado por la siguiente ecuación:

$$\Delta Q_{cond-cond,x} + \Delta Q_{conv-cond,y} + \Delta Q_{conv-cond,z} = Q_{almacenado} \quad (166)$$

Al utilizar las ecuaciones discretizadas para el caso donde solo se presente el mecanismo de conducción (142), se puede obtener la temperatura del nodo en el tiempo próximo ($X_{i,j,k}^{t+1}$).

$$T_{i,j,k}^{t+1} = T_{i,j,k}^t + F_{o_T} (T_{i+1,j,k}^t + T_{i-1,j,k}^t + T_{i,j+1,k}^t + T_{i,j-1,k}^t + T_{i,j,k+1}^t + T_{i,j,k-1}^t - 6T_{i,j,k}^t) \quad (167)$$

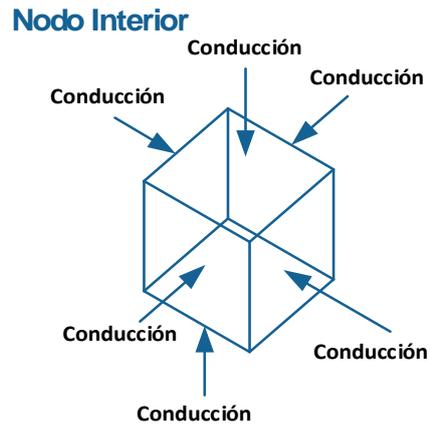


Figura 42. Balance de energía y masa en un nodo interior.

Fuente: Adaptado de Análisis de los mecanismos de transferencia de calor y masa en el proceso de deshidratación mediante el método de Descompresión Instantánea Controlada (DIC), (Octavio & Pingo, 2020).

De igual forma, el balance de masa se puede expresar de la siguiente forma para un nodo interior:

$$\Delta \dot{m}_{dif-dif,x} + \Delta \dot{m}_{dif-dif,y} + \Delta \dot{m}_{dif-dif,z} = \dot{m}_{almacenado} \quad (168)$$

El contenido de humedad del nodo en el tiempo próximo estará dado al resolver las ecuaciones discretizadas de flujo másico almacenado en cada uno de sus ejes (153).

$$X_{i,j,k}^{t+1} = X_{i,j,k}^t + F_{o_m} (X_{i+1,j,k}^t + X_{i-1,j,k}^t + X_{i,j+1,k}^t + X_{i,j-1,k}^t + X_{i,j,k+1}^t + X_{i,j,k-1}^t - 6X_{i,j,k}^t) \quad (169)$$

3.16.1.6 Criterio de estabilidad en el algoritmo de geometría paralelepípeda.

Considerando que en los algoritmos numéricos, la estabilidad numérica es una propiedad que indica cómo los errores en los datos de entrada se propagan a través del algoritmo. Y además que en un método estable, los errores ocasionados por las aproximaciones se atenúan a medida que la computación procede. Se debe definir un criterio de estabilidad el sistema. En el libro "Métodos numéricos para ingenieros" (Steven C. Chapra, 2015) estabilidad significa que los errores en cualquier etapa del cálculo no se amplifican, sino que se atenúan conforme avanza el cálculo. Así, es necesario establecer un criterio de estabilidad para asegurar la convergencia del modelo matemático.

El criterio de estabilidad indica que, para una ecuación discretizada de la forma:

$$S_i^{t+1} = s * S_i^t + f(s^*) \quad (170)$$

Donde S_i^{t+1} y S_i^t son variables discretas en un tiempo futuro y en el tiempo actual respectivamente, s es el coeficiente de S_i^t y $f(s^*)$ es una función independiente a S_i^{t+1} y a S_i^t . Se debe cumplir que:

$$s \geq 0 \quad (171)$$

Por lo tanto, asemejando las ecuaciones 155, 159, 163 y 167 a la forma expuesta en la ecuación 119, se obtiene el siguiente sistema de inecuaciones:

$$\begin{cases} 1 - 6B_{i_T}F_{o_T} - 6F_{o_T} \geq 0 & 172.1 \\ 1 - 4B_{i_T}F_{o_T} - 6F_{o_T} \geq 0 & 172.2 \\ 1 - 2B_{i_T}F_{o_T} - 6F_{o_T} \geq 0 & 172.3 \\ 1 - 6F_{o_T} \geq 0 & 172.4 \end{cases}$$

Sabiendo que los números adimensionales de Fourier y de Biot son números positivos reales ($0 < F_{o_T}$ y $0 < B_{i_T}$), solo será necesario evaluar la inecuación 172.1, el criterio de estabilidad viene dado por la siguiente expresión:

$$F_{o_T}(1 + B_{i_T}) \leq \frac{1}{6} \quad (173)$$

De igual manera, para las variables másicas el criterio de estabilidad será:

$$F_{o_m}(1 + B_{i_m}) \leq \frac{1}{6} \quad (174)$$

3.16.2 Geometría de un cilindro plano

En este caso el corte en rodajas de la muestra se pueden considerar como un cilindro plano, el cual se puede dividir en 'n' secciones adoptándose una forma de coronas circulares, cuyo radio y espesor están en función del número de capas en que se divide la muestra.

Debido a que las muestras poseen un espesor de menor tamaño en comparación con el radio, se considera que tanto la temperatura como el contenido de humedad sólo dependen del radio y el tiempo.

Para el análisis de los mecanismos de transferencia de calor y masa, se ha tomado en consideración que las condiciones iniciales de estas muestras son similares a una muestra con forma paralelepípeda (135 y 136), debido a que se someten al mismo proceso y bajo las mismas condiciones de operación en el reactor del tratamiento DIC (ecuaciones 175, 176 y 177).

$$\frac{\partial T}{\partial \theta} = 0, \frac{\partial T}{\partial z} = 0, \frac{\partial X}{\partial \theta} = 0, \frac{\partial X}{\partial z} = 0 \quad (\Delta z \approx 0) \quad (175)$$

$$T_r^t = T(r, t) \quad (176)$$

$$X_r^t = X(r, t) \quad (177)$$

Así cuando el flujo de vapor que proviene desde el generador entra en contacto con el alimento, la superficie del producto estará expuesta al flujo de vapor, por consiguiente, en el nodo de frontera (nodo 1) se producirá un mecanismo de transferencia de materia y energía por convección.

Tal como se muestra en la figura 43. A efectos de poder obtener una relación del espesor de la rodaja, se considera que el radio total de la muestra cortada es un radio medio de la capa superficial (r_1), en donde a partir ella se puede seccionar la muestra en 'n' coronas circulares con espesor Δr . Así teniendo en cuenta esta consideración, es posible obtener el espesor de la corona circular Δr .

$$\Delta r = \frac{r_1}{n-1} \quad (178)$$

El radio medio de cada capa 'i' se obtiene a partir del número de coronas circulares y su espesor.

$$r_i = \Delta r(n-i) \quad (179)$$

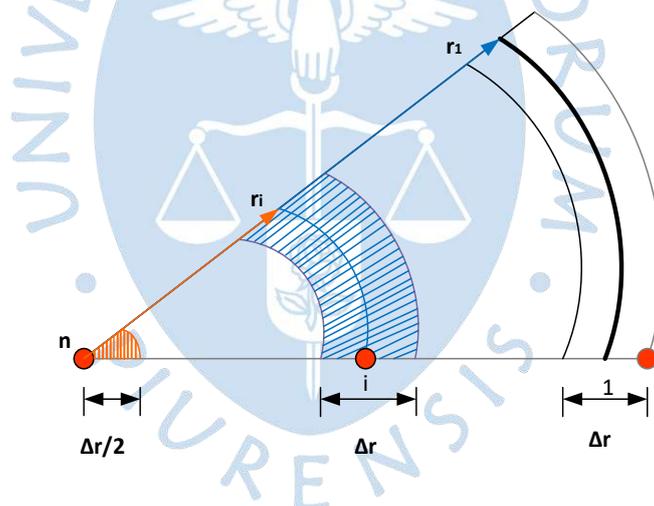


Figura 43. División del mallado en capas de espesor Δr .

Fuente: Adaptado de Análisis de los mecanismos de transferencia de calor y masa en el proceso de deshidratación mediante el método de Descompresión Instantánea Controlada (DIC), (Octavio & Pingo, 2020).

La capa central se está considerando como un cilindro plano de radio r_n el cual está en función de la mitad del espesor de la corona circular.

$$r_n = \Delta r/2 \quad (180)$$

Ahora se importante establecer las regiones del mallado circular en donde se desarrollarán los procesos de transferencia de calor que se presentan en cada nodo de la corona circunferencial, en este caso se establecen tres regiones principales:

- **Zona superficial:** la cual se refiere a la capa exterior que está en contacto el fluido de vapor saturado quién transmite calor a través del mecanismo de convección.
- **Zona interior:** Está conformada por el conjunto de capas que se encuentran entre la corona superficial y la capa central. En este caso existe transferencia de materia y energía a través del contacto entre capas por medio del mecanismo de conducción y por difusión.
- **Zona central:** Es la que se considera como la capa central, en donde se almacena el calor recibido de la capa adyacente (nodo n-1) y se elimina la humedad del interior del producto a través de estas.

En la figura 44 se observan las zonas antes descritas.

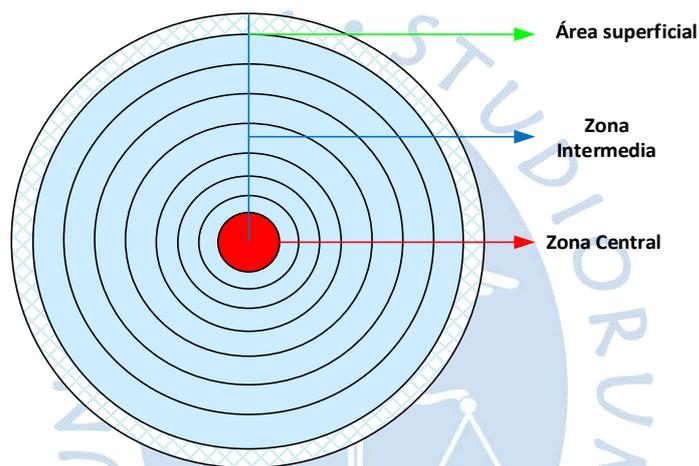


Figura 44. Clasificación de las zonas en el malla cilíndrico.

Fuente: Adaptado de Análisis de los mecanismos de transferencia de calor y masa en el proceso de deshidratación mediante el método de Descompresión Instantánea Controlada (DIC), (Octavio & Pingo, 2020).

3.16.2.1.1. Estructura del algoritmo de la geometría cilíndrica plana. De forma muy similar al análisis realizado en coordenadas rectangulares, en este caso se realizará un balance de energía y masa en la dirección radial de la muestra, lo cual permitirá formular un sistema de ecuaciones que a su vez que permita entender el cambio de energía y masa total del sistema.

Para cada corona circular se presenta un balance de energía que viene expresado por un calor de entrada $Q_{entrada,i}$, un calor de salida $Q_{salida,i}$ y un calor almacenado $Q_{almacenado,i}$, cuya relación se presenta en la ecuación (181).

$$Q_{entrada,i} - Q_{salida,i} = Q_{almacenado,i} \quad (181)$$

El calor que es almacenado de la capa 'i' es igual al incremento de energía en el sistema en un diferencial de tiempo Δt .

$$Q_{almacenado,i} = \frac{\Delta V}{\Delta t} \rho_{ss} C_p (T_i^{t+1} - T_i^t) \quad (182)$$

Donde T_i^{t+1} y T_i^t representan las temperaturas de la capa en el tiempo posterior y en el tiempo actual respectivamente.

Según Cengel (Yunus A. Cengel, 2011), el calor por conducción en una capa cilíndrica hueca de radio externo $r_{ext,i}$ y radio interno $r_{int,i}$ será determinada por la expresión (183):

$$Q_{cond,i} = \frac{2\pi\Delta z k}{\ln\left(\frac{r_{ext,i}}{r_{int,i}}\right)} (T_i^{t+1} - T_i^t) \quad (183)$$

En esta ecuación Δz es la altura del cilindro, k representa la conductividad térmica del material y T_i^{t+1} es la temperatura del nodo adyacente.

De manera similar, se realiza un balance de masa para la capa 'i', donde los flujos másicos

$\dot{m}_{entrada,i}$, $\dot{m}_{salida,i}$ y $\dot{m}_{almacenado,i}$ representan el flujo másico de entrada, salida y almacenado en la capa 'i' respectivamente.

$$\dot{m}_{entrada,i} - \dot{m}_{salida,i} = \dot{m}_{almacenado,i} \quad (184)$$

El flujo másico almacenado en un diferencial de tiempo Δt se deja expresado como el cambio de contenidos de humedad entre el tiempo futuro X_i^{t+1} y el tiempo actual X_i^t

$$\dot{m}_{almacenado,i} = \frac{\Delta V}{\Delta t} \rho_{ss} C_p (X_i^{t+1} - X_i^t) \quad (185)$$

El flujo másico difundido en una capa cilíndrica viene dado por la siguiente expresión:

$$\dot{m}_{dif,i} = \frac{2\pi\Delta z D_{ef}}{\ln\left(\frac{r_{ext,i}}{r_{int,i}}\right)} \rho_{ss} (X_i^{t+1} - X_i^t) \quad (186)$$

3.16.2.1.2. Balance de energía y masa en la zona superficial. Tal como se ha mencionado líneas arriba, la zona superficial es la capa que se encontrará en contacto directo con el flujo de vapor secante, desarrollándose el intercambio de energía y masa de este fluido, mediante el mecanismo de convección.

El balance de energía considera la intervención de un calor de entrada a través de un mecanismo de convección $Q_{conv,\infty}$, y un calor de salida $Q_{cond,2}$ hacia la capa 2 por medio de conducción, tal como se muestra en la Figura 46.

$$Q_{conv,\infty} - Q_{cond,2} = Q_{almacenado,1} \quad (187)$$

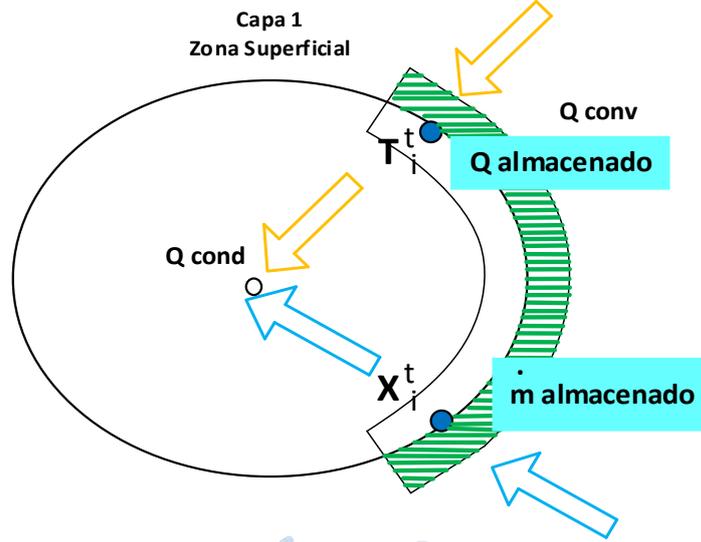


Figura 45. Balance de energía y masa en la zona superficial.

Fuente: Adaptado de Análisis de los mecanismos de transferencia de calor y masa en el proceso de deshidratación mediante el método de Descompresión Instantánea Controlada (DIC), (Octavio & Pingo, 2020).

Al reemplazar las ecuaciones discretizadas por convección (131), conducción (183) y el calor almacenado (182), se obtiene la ecuación 188:

$$h_T A_s (T_\infty - T_1^t) - \left(\frac{2\pi\Delta z k}{\ln\left(\frac{r_1}{r_1 - \frac{\Delta r}{2}}\right)} (T_2^t - T_1^t) \right) = \frac{\Delta V}{\Delta t} \rho_{ss} C_p (T_i^{t+1} - T_i^t) \quad (188)$$

En donde el área superficial y el volumen de la capa 1 son dependientes del mallado radial.

$$A_1 = 2\pi r_1 \Delta z = 2\pi z (n - 1) \Delta r \quad (189)$$

$$\Delta V_1 = \pi \Delta z (n - 1.25) \Delta r^2 \quad (190)$$

Al ordenar y despejar la temperatura relacionada con el tiempo próximo de la capa superficial, obtenemos la expresión algebraica que determina el cambio de temperatura en el tiempo, la cual depende de los factores de forma a_1 y b_1 :

$$T_1^{t+1} = F_{0_t} (a_1 B_{i_T} T_\infty + b_1 T_2^t) + (1 - a_1 B_{i_T} F_{0_t} - b_1 F_{0_t}) T_1^t \quad (191)$$

Siendo a_1 y b_1 coeficientes dependientes del número de capas 'n'

$$a_1 = \frac{2(n - 1)}{n - 1.25} \quad (192)$$

$$b_1 = \frac{2}{(n - 1.25) \ln \left(\frac{n - 1}{n - 1.5} \right)} \quad (193)$$

Aplicando el balance de masa para la capa superficial en coordenadas cilíndricas, en donde $\dot{m}_{conv,\infty}$ es el flujo másico transferido desde el fluido en movimiento a la superficie, $\dot{m}_{cond,2}$ es el flujo másico transferido a la capa 2 y $\dot{m}_{almacenado,1}$ es el flujo másico almacenado en la capa superficial tal como se muestra en la Figura 47:

$$\dot{m}_{conv,\infty} - \dot{m}_{cond,2} = \dot{m}_{almacenado,1} \quad (194)$$

Así, reemplazando las ecuaciones discretizadas de convección (134), difusión (186) y almacenada (185), se obtiene la siguiente expresión:

$$h_m \rho_{ss} A (X_\infty - X_1^t) - \left(\frac{2\pi \Delta z k D_{ef} \rho_{ss}}{\ln \left(\frac{r_1}{r_1 - \frac{\Delta r}{2}} \right)} (X_2^t - X_1^t) \right) = \frac{\Delta V}{\Delta t} \rho_{ss} (X_i^{t+1} - X_i^t) \quad (195)$$

Utilizando el método de diferencias finitas para discretizar la ecuación de flujo másico total almacenado, este puede ser expresado en su forma discreta con la ecuación (196), donde X_i^{t+1} y X_i^t son los contenidos de humedad del nodo en el tiempo posterior y en el tiempo actual respectivamente.

$$X_1^{t+1} = F_{0_m} (a_1 B_{i_m} X_\infty + b_1 X_2^t) + (1 - a_1 B_{i_m} F_{0_m} - b_1 F_{0_m}) X_1^t \quad (196)$$

3.16.2.1.3. Balance de energía y masa en la zona interior. La zona interna está constituida desde la segunda ($i=2$) hasta la penúltima capa ($i=n-1$), y tienen la característica de transferir calor mediante el mecanismo de conducción, de este modo la masa es transferida por difusión molecular.

Las áreas de transferencia de calor y masa, y el volumen de la capa varían con respecto al radio y al mallado propuesto.

$$A_i = 2\pi z (n - i) \Delta r \quad (197)$$

$$\Delta V_i = \pi \Delta z (n - i) \Delta r^2 \quad (198)$$

Según la Figura 46, el balance de energía para una capa 'i' suponiendo un flujo transitorio unidimensional sin generación de calor es:

$$Q_{cond(i-1)} - Q_{cond(i+1)} = Q_{almacenado,i} \quad (199)$$

Donde $Q_{cond(i-1)}$ y $Q_{cond(i+1)}$ son los valores por conducción referente a los nodos adyacentes $i - 1$ e $i + 1$.

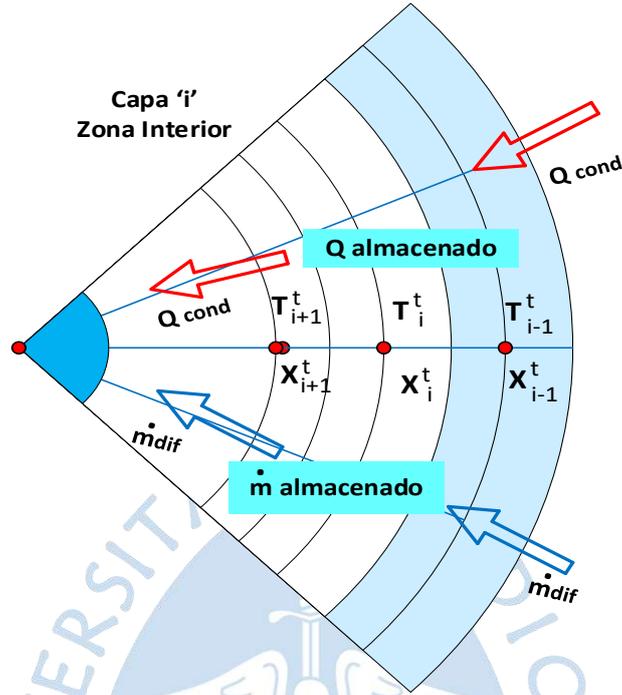


Figura 46. Balance de energía y masa en la zona interior.

Fuente: Adaptado de Análisis de los mecanismos de transferencia de calor y masa en el proceso de deshidratación mediante el método de Descompresión Instantánea Controlada (DIC), (Octavio & Pingo, 2020).

Al reemplazar las ecuaciones discretizadas de calor por conducción (183) y calor almacenado (182), se obtiene la siguiente expresión:

$$\begin{aligned} -\frac{2\pi\Delta zk}{\ln\left(\frac{r_i}{r_1 - \Delta r}\right)}(T_i^t - T_{i-1}^t) - \left(\frac{2\pi\Delta zk}{\ln\left(\frac{r_1}{r_1 - \Delta r}\right)}(T_{i+1}^t - T_i^t)\right) \\ = \frac{\Delta V}{\Delta t} \rho_{ss} C_p (T_i^{t+1} - T_i^t) \quad (200) \end{aligned}$$

Ordenando y despejando la temperatura de la capa 'i' en el tiempo próximo, se obtiene la expresión algebraica que rige el cambio de temperatura en el tiempo, en función del factor de forma a_i , que depende del número de secciones del mallado:

$$T_i^{t+1} = a_i F_{0T} (T_{i-1}^t - T_{i+1}^t) + (1 - 2a_i F_{0T}) T_i^t \quad (201)$$

$$a_i = \frac{1}{(n-i) \ln\left(\frac{n-i+0.5}{n-i-0.5}\right)} \quad (202)$$

El balance de masa para un nodo interior viene expresado en la siguiente ecuación:

$$\dot{m}_{dif(i-1)} - \dot{m}_{dif(i+1)} = \dot{m}_{almacenado,i} \quad (203)$$

Donde $\dot{m}_{dif(i-1)}$ y $\dot{m}_{dif(i+1)}$ son los flujos másicos transferidos por difusión molecular referente a los nodos $i - 1$ e $i + 1$.

Al reemplazar las ecuaciones discretizadas de difusión molecular (186) y flujo másico almacenado (185), obtenemos la siguiente expresión:

$$\begin{aligned} & -\frac{2\pi\Delta z D_{ef}\rho_{ss}}{\ln\left(\frac{r_i}{r_1 - \Delta r}\right)}(X_i^t - X_{i-1}^t) - \left(\frac{2\pi\Delta z D_{ef}\rho_{ss}}{\ln\left(\frac{r_1}{r_1 - \Delta r}\right)}(X_{i+1}^t - X_i^t)\right) \\ & = \frac{\Delta V}{\Delta t}\rho_{ss}(X_i^{t+1} - X_i^t) \quad (204) \end{aligned}$$

Al ordenar y despejar el contenido de humedad de la capa 'i' en el tiempo próximo, obtenemos la expresión algebraica que gobierna el cambio del contenido de humedad en función del tiempo, en función del factor de forma a_i y de los números de Biot y Fourier discretos másicos:

$$X_i^{t+1} = a_i F_{0_m}(X_{i-1}^t + X_{i+1}^t) + (1 - a_i F_{0_m})X_i^t \quad (205)$$

3.16.2.1.4. Balance de energía y masa en la zona central. En el caso de la capa central del mallado cilíndrico, ésta tiene forma de circunferencia de diámetro Δr , adyacente a la capa 'n-1', con la cual interactuará a través de los mecanismos de conducción térmica y difusión molecular, ocasionando que el calor transferido desde la capa adyacente sea igual al calor almacenado en la capa central, esto se muestra en la Figura 47 (206).

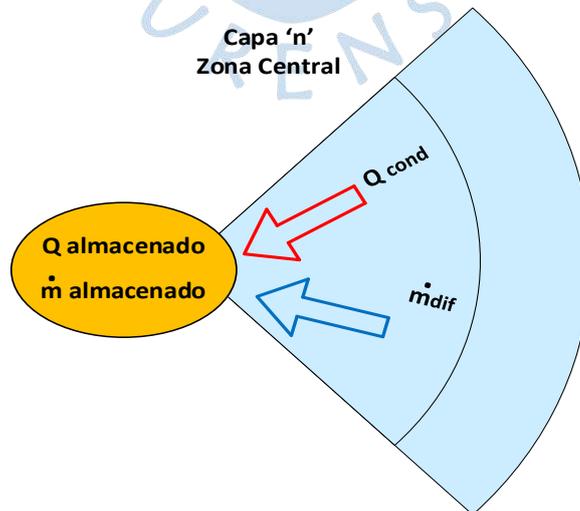


Figura 47. Balance de energía y masa en la zona central.

Fuente: Adaptado de Análisis de los mecanismos de transferencia de calor y masa en el proceso de deshidratación mediante el método de Descompresión Instantánea Controlada (DIC), (Octavio & Pingo, 2020).

$$Q_{cond(n-1)} = Q_{almacenado,n} \quad (206)$$

El área de transferencia y el volumen de la capa central son:

$$A_n = \pi z \Delta r \quad (207)$$

$$\Delta V_n = \frac{\pi z \Delta r^2}{4} \quad (208)$$

Utilizando las ecuaciones discretizadas de conducción de calor (183) y el calor almacenado (182) en el balance de energía, al despejar la temperatura próxima del nodo central T_1^{t+1} se obtiene:

$$T_1^{t+1} = a_n F_{0_T} T_{n-1}^t + (1 - a_n F_{0_T}) T_n^t \quad (209)$$

$$a_n = \frac{8}{\ln(3)} \quad (210)$$

En forma similar, se utiliza el balance de masa derivado de la figura 47, para determinar el contenido de humedad próximo de la capa central:

$$\dot{m}_{cond(n-1)} = \dot{m}_{almacenado,n} \quad (211)$$

$$X_1^{t+1} = a_n F_{0_m} X_{n-1}^t + (1 - a_n F_{0_m}) X_n^t \quad (212)$$

3.16.2.1.5. Criterio de estabilidad del algoritmo de geometría cilíndrica plana. Dada la importancia que tiene la estabilidad del algoritmo para no generar grandes cambios en la salida ante pequeñas variaciones en la entrada, se utiliza el mismo criterio expuesto en la ecuación 170, así las ecuaciones discretas 191, 201 y 209 en la zona superficial, interna y central del cilindro plano, se pueden expresarse como un sistema de inecuaciones:

$$\begin{cases} 1 - a_i B_{i_T} F_{o_T} - b_1 F_{o_T} \geq 0 & (213.1) \\ 1 - 2a_i F_{o_T} \geq 0 & (213.2) \\ 1 - A_n F_{o_T} \geq 0 & (213.3) \end{cases}$$

Siendo los números de Fourier y de Biot números positivos reales $0 < F_{o_T}$ y $0 < B_{i_T}$, y haciendo uso de las ecuaciones (192, 193, 202 y 210), el sistema de inecuaciones queda expresado como:

$$\left\{ \begin{array}{l} F_{oT} \leq \frac{n - 1.25}{2 \left[(n - 1)B_{i_T} + \ln \left(\frac{n - 1}{n - 1.5} \right)^{-1} \right]} \quad (214.1) \\ F_{oT} \leq \frac{(n - i)}{2} \ln \left(\frac{n - i + 0.5}{n - i - 0.5} \right) \quad (214.2) \\ F_{oT} \leq \frac{8}{\ln(3)} \quad (214.3) \end{array} \right.$$

En donde $F_0T = \alpha\Delta t/\Delta r^2$ y $F_0m = Def\Delta t/\Delta r^2$

Al analizar el sistema de inecuaciones para $n \rightarrow \infty$, el mínimo valor que puede tomar F_{oT} es decidido por la inecuación 214.3, así que despejando el número de capas (n) según la ecuación 178 se obtiene el criterio de estabilidad:

$$n < \frac{0.3706r_1}{\sqrt{\alpha\Delta t}} + 1 \quad (215)$$

Del mismo modo, para las variables másicas el criterio de estabilidad será:

$$n < \frac{0.3706r_1}{\sqrt{D_{ef}\Delta t}} + 1 \quad (216)$$

Por lo tanto, el malladao debe ser adecuado para que cumpla con el criterio de estabilidad, y así poder asegurar la convergencia del modelo matemático.



Capítulo 4

Simulación y validación del modelo para el proceso DIC

El modelamiento matemático y la simulación del proceso se constituyen en herramientas muy potentes y muy útiles, que permiten evaluar el comportamiento teórico de un material o del sistema de secado sin realizar experimentos lentos y costosos, sin embargo, los ensayos experimentales son necesarios a fin de validar el modelo.

Las pruebas del modelo y sus predicciones no pueden realizarse sin pruebas experimentales que se representan por gráficas de la cinética de secado o curvas de secado. El estudio de los efectos de diversas condiciones operativas y variación de parámetros son utilizadas para la evaluación del modelo.

Un paso importante en el modelamiento, es conocer la realidad de lo que deseamos modelar, en ese contexto se torna prioritario contar con datos reales del proceso, que en nuestro caso hemos denominado DIC (Descompresión Instantánea Controlada). Anteriormente hemos mencionado la importancia del modelo para el diseño del sistema de control y con ello la definición de los parámetros, mecanismos de transferencia de masa y energía, los límites del proceso, así como la geometría y parámetros del producto.

Cómo se sabe, el modelo DIC se basa en principios físicos para describir el comportamiento del sistema; se utilizan los balances de energía y masa, y ecuaciones algebraicas para describir los estados termodinámicos. Es importante destacar que además se han realizado pruebas para comprobar el funcionamiento del modelo, variando parámetros como las dimensiones del elemento diferencial del mallado y el diferencial de tiempo, para evaluar comportamientos físicos reales en el proceso DIC.

4.1 Pruebas experimentales

En esta oportunidad se hará una recopilación de datos de las pruebas realizadas en el equipo DIC aplicadas a cortes de mango y banano, siguiendo un protocolo experimental rotatorio.

Estos resultados se tornan importantes porque el modelo desarrollado tomará en cuenta los mismos, para realizar los ajustes necesarios y también porque con este desempeño

real se comparará el modelo propuesto con el modelo utilizado por los investigadores en Francia.

Además, se deja en evidencia las principales ventajas del proceso DIC en relación a la texturización, tiempo de secado posterior y reducción del consumo de energía.

A continuación, se presentan dos pruebas experimentales realizadas en la Universidad de La Rochelle, en Francia utilizando un equipo DIC de laboratorio, el cual combina la tecnología DIC como un paso intermedio del proceso de secado convectivo.

4.1.1 Pruebas de secado en equipo DIC con banano

A fin de poder reconocer la operación DIC, se realizó una prueba de proceso en el equipo DIC de la Universidad La Rochelle, para lo cual se ha seguido el protocolo denominado diseño experimental rotatorio.

Otro aspecto importante es la metodología del experimento, en donde se especifican las características de la materia prima y su preparación, además de especificar las condiciones del pre-secado, y posteriormente, se detallan los parámetros de presión, temperatura que gobiernan el proceso DIC, finalmente se especifican las condiciones de post-secado.

A continuación, se describen las etapas del tratamiento de secado en el banano, el cual es representado en la figura 49:

a) Materia Prima

Para la realización de estas pruebas se definió que se trabajaría con una fruta que permita realizar cortes con rodajas, con la finalidad de probar el modelo desarrollado para la geometría cilíndrica. Por ello, se ha trabajado con banano de la variedad Cavendish proveniente de Costa Rica. Se utilizaron 10.4345 Kg de banano. Con rendimiento del 50.45%.

b) Preparación

Se cortaron los bananos en forma de rodaja, para estudiar el modelo con esta geometría. Para evitar la oxidación por exposición de la pulpa con el aire, se determinó utilizar una solución concentrada de limón (100 ml de zumo en un litro de agua y se sumergieron las rodajas en dicha solución.

c) Etapa de pre-secado

En esta etapa se establecen las condiciones del secado como la temperatura del aire, la velocidad del aire dentro de la cámara y el contenido de humedad inicial de la materia prima. Parámetros del proceso de secado antes de la etapa DIC.

d) Etapa DIC

Esta es la etapa crucial para que el producto pueda obtener las óptimas condiciones, luego del pre-secado. Es aquí donde se realiza un estudio previo para determinar los

parámetros de prueba a que serán sometidas las muestras, en primer lugar, desarrollaremos el protocolo de diseño experimental.

e) Diseño experimental DIC

En este diseño experimental se determinan las presiones y tiempo de exposición. Para lograr estudios experimentales relevantes, se adoptó un método de diseño experimental rotatorio compuesto central de cinco niveles, tal como se observa en la figura 50. En el caso del banano se estudiaron sólo dos parámetros de funcionamiento del DIC: (1) presión de vapor, que varió de 0,05 a 0,55 MPa, manteniéndola constante durante cada prueba (2) tiempo de tratamiento térmico t , que varió de 5 a 35 s.

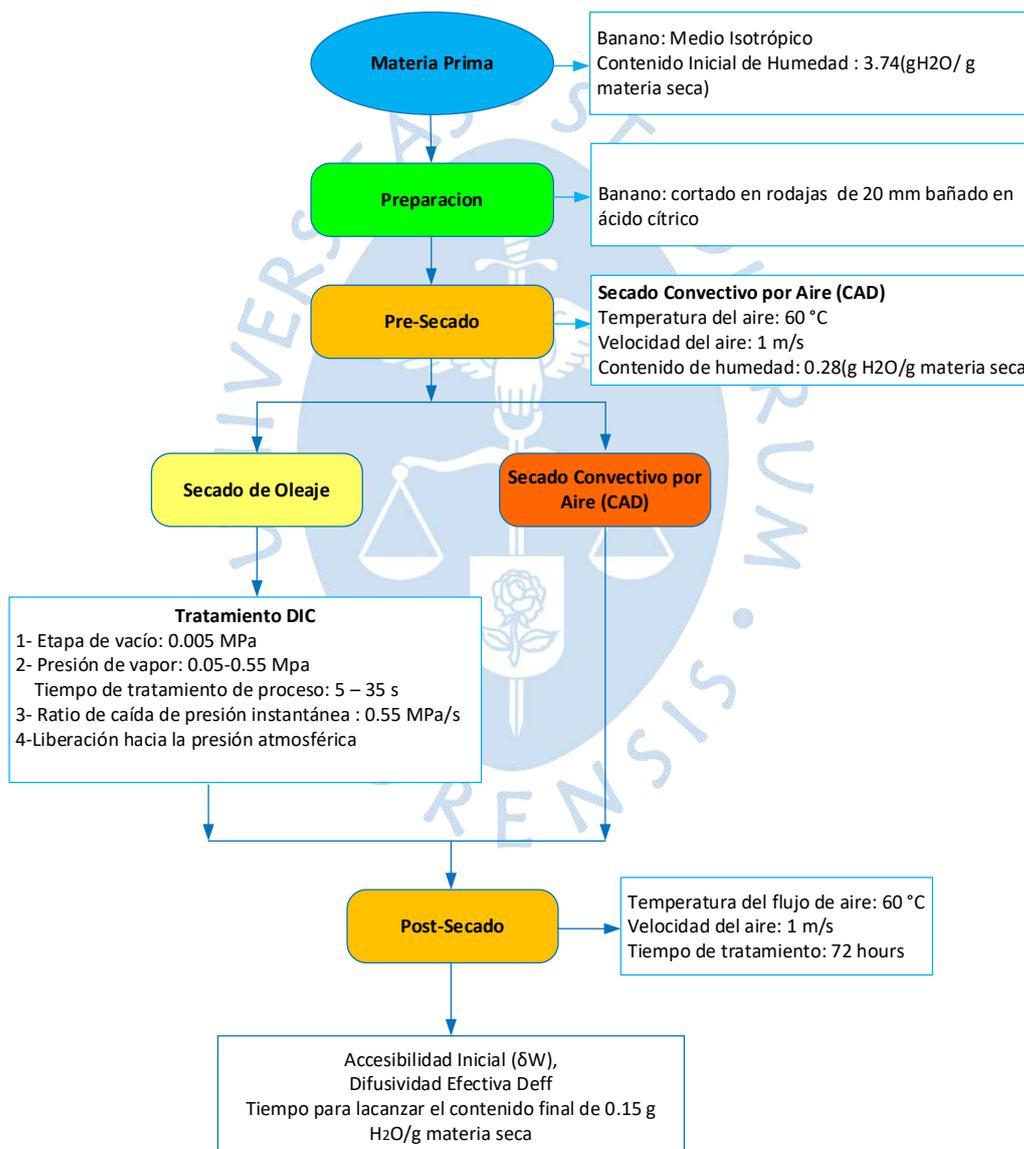


Figura 48. Diagrama de flujo de la metodología de tratamiento de secado.

Fuente: Elaboración a partir de prueba experimental desarrollada en Universidad La Rochelle, Francia, 2021.

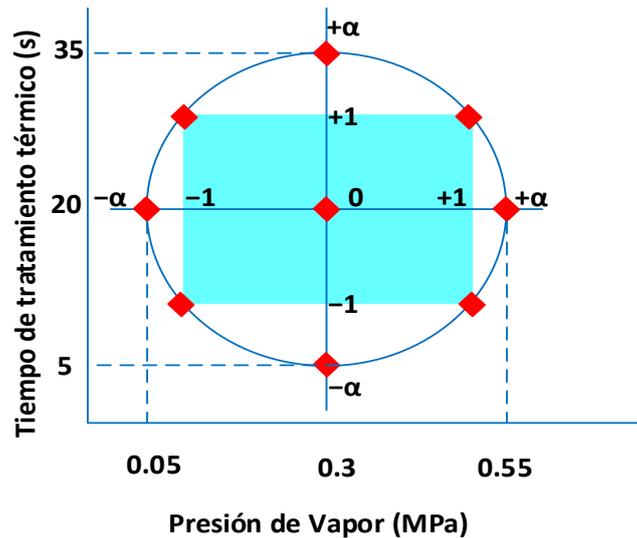


Figura 49. Esquema del diseño rotatorio experimental para banana.

Fuente: Elaboración a partir de prueba experimental desarrollada en Universidad La Rochelle, Francia, 2021. A partir de (S. Mounir et al., 2011)

Los valores de los parámetros del diseño experimental se establecen en la tabla 6, en donde α es la distancia axial $\alpha = \sqrt[4]{2^N}$, y N es el número de variables independientes. En el presente caso, $N=2$ y $\alpha = 1.41421$

Tabla 6.

Parámetros de diseño experimental para banana.

Number of parameters:		2.00
Alpha:	1.41421	
Points	Pressure (Mpa)	Time(s)
Point min (-a)	0.05	5.0
Point (-1):	0.12	9.4
Central point	0.30	20.0
Point (+1):	0.48	30.6
Point max (+a)	0.55	35.0
Value of 1	0.18	10.6

Fuente: Elaboración a partir de prueba experimental desarrollada en Universidad de La Rochelle, Francia, 2021. A partir de (S. Mounir et al., 2011)

Luego de determinar los valores máximos y mínimos de presión y tiempo se procede a construir la tabla de valores experimentales a los que serán sometidas las distintas muestras. Dichos valores se encuentran detallados en la tabla 7.

Tabla 7.

Valores de presión y tiempos de tratamiento para cada prueba.

Prueba	Presión (Mpa)	Tiempo(s)
1	0.30	20
2	0.55	20
3	0.30	35
4	0.30	20
5	0.48	31
6	0.48	9
7	0.30	20
8	0.12	9
9	0.12	31
10	0.30	20
11	0.05	20
12	0.30	5
13	0.30	20

Fuente: Elaboración a partir de prueba experimental desarrollada en Universidad de La Rochelle, Francia, 2021. A partir de (S. Mounir et al., 2011)

4.1.1.1 Cinética de secado en muestras de banano. La figura 50 nos muestra el control de una muestra de materia prima, denominada patrón(RM1) y 11 muestras procesadas por medio de DIC. Comparativamente, se muestra el desempeño de la cinética de secado, en donde claramente se puede observar que la muestra de materia prima alcanza valores de humedad más altos en comparación con las muestras procesadas por medio del proceso DIC en los mismos tiempos de secado. Así también se evidencia que después del proceso DIC, podemos establecer una cinética de secado más rápida con el consecuente ahorro de energía para alcanzar valores más bajos de humedad.

Otras características comprobadas, al menos en los aspectos organolépticos son el color, el aroma y la textura. En el caso del color se puede observar que en este caso si hubo un pardeamiento enzimático, a pesar de haber sometido a las muestras a un baño de ácido cítrico. Sin embargo, en el caso del aroma las muestras presentan olor característico de la fruta y la textura se observa totalmente diferente al secado convencional con un aspecto de bocadillo crocante.

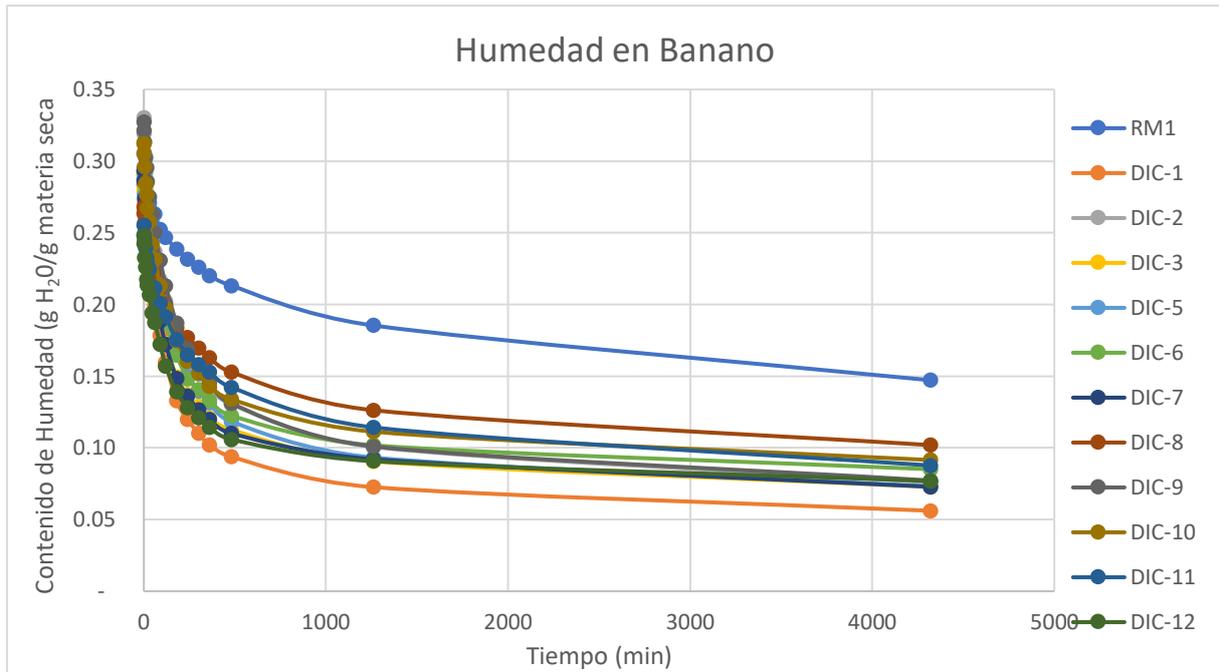


Figura 50. Cinética de secado para muestras patrón y muestras sometidas a DIC.

Fuente: Elaboración a partir de prueba experimental desarrollada en Universidad de La Rochelle, Francia, 2021.

4.1.2 Prueba experimental DIC con mango

Dentro de la programación del modelo en Matlab, se tiene la opción de poder evaluar muestras con geometría de tipo cúbico, para lo cual se considera la transferencia de calor y masa en los elementos diferenciales en tres direcciones de los ejes x , y , z . Es decir, se realiza un mallado para resolver las ecuaciones diferenciales en diferencias finitas.

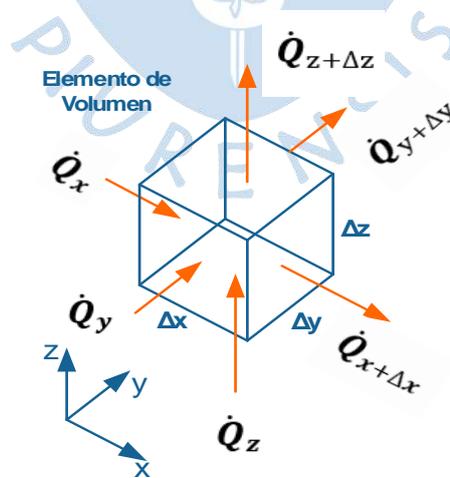


Figura 51. Transferencia de calor en elemento de volumen diferencial.

Fuente: Adaptado de (Yunus A. Cengel, 2011)

Así otra prueba importante para evaluar el funcionamiento del modelo ha sido considerar un corte en forma cúbica y/o paralelepípeda, que en este caso considera como materia prima el mango. Para acondicionarlo hasta una humedad de 0.37 gr H₂O/gr de materia seca.

Antes de realizar las pruebas se elabora el diseño experimental, considerando 2 variables independientes como son la presión y el tiempo y 5 puntos de trabajo. Cada punto dejará establecida una condición del producto; las presiones mayores pueden ocasionar rupturas de las fibras del producto, sí estos son expuestos por mucho tiempo. Por lo tanto, cada punto de presión y tiempo de exposición determina el óptimo de calidad del producto en relación a la textura.

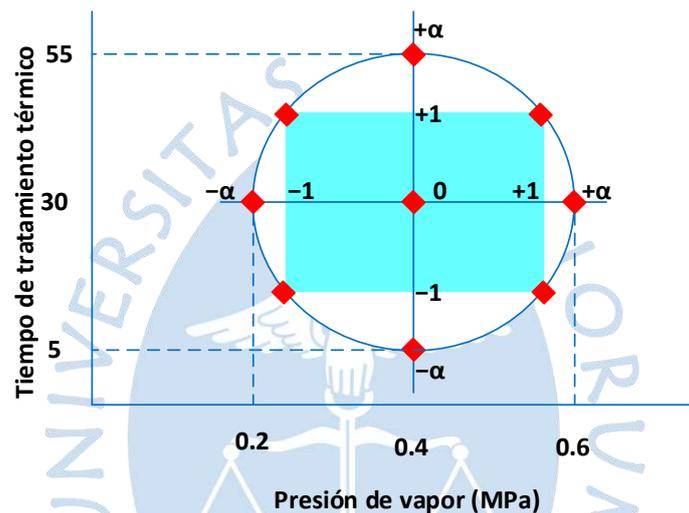


Figura 52. Esquema del diseño rotatorio experimental para mango.

Fuente: Elaboración a partir de prueba experimental desarrollada en Universidad La Rochelle, Francia, 2021. A partir de (S. Mounir et al., 2011)

En este caso se han realizado pruebas con mango de la variedad Kent procedente de Brasil, y se ha seguido el método de diseño experimental, similar al banano, sin embargo, se cambió la geometría; en este caso se utilizaron cubos/paralelepípedos de mango por las características de la fruta.

Tal y como se puede observar en el digrama de la figura 53, se realiza una comparación de las cinéticas de secado a fin de poder evaluar la rapidez de secado entre los procesos DIC y el método convencional.

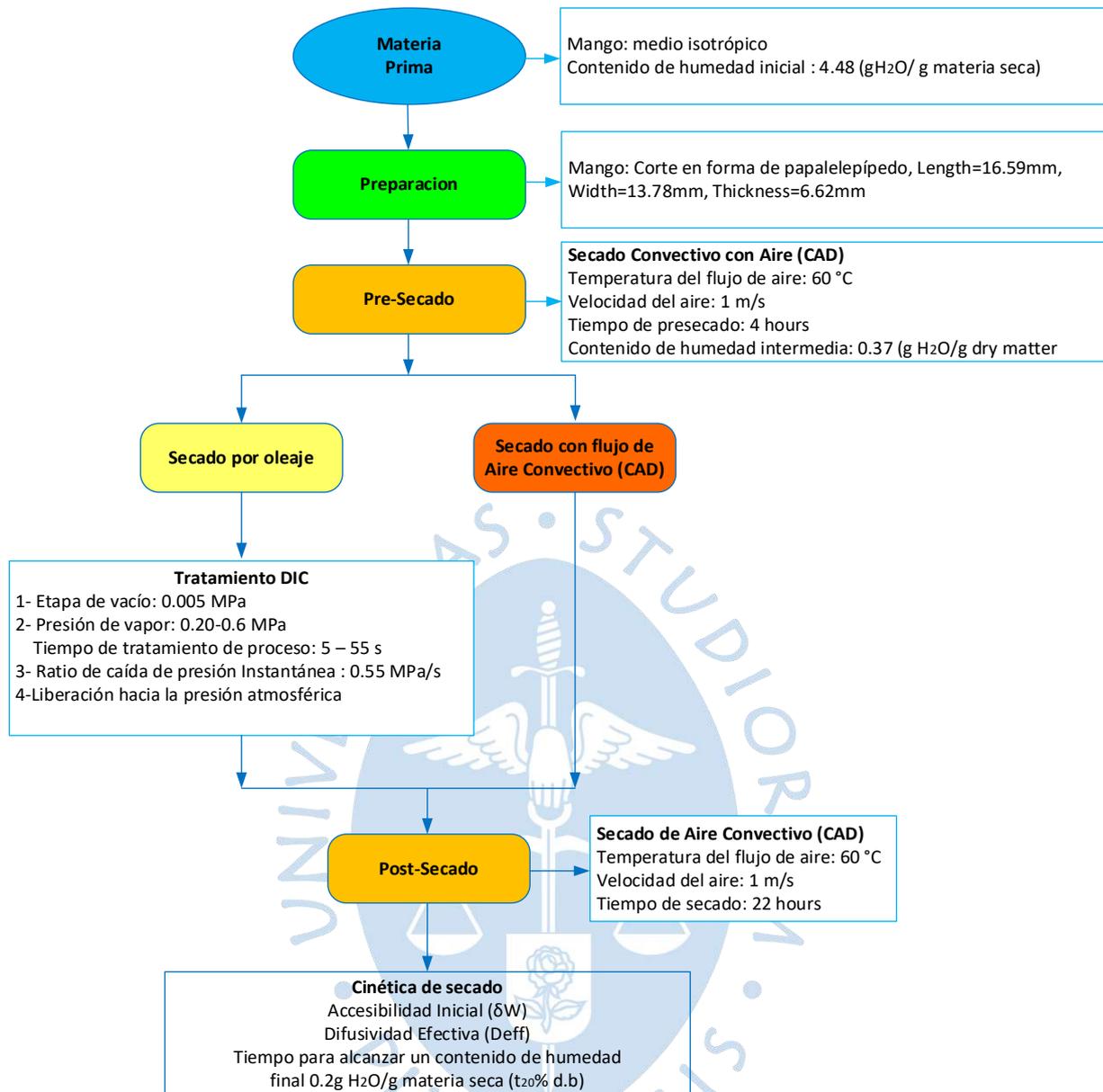


Figura 53. Diagrama de flujo de la metodología de tratamiento de secado de mango.

Fuente: Elaboración a partir de prueba experimental desarrollada en Universidad La Rochelle, Francia, 2021.

A continuación, se describen las etapas de la metodología de tratamiento de secado en el mango:

Este paso considera la primera etapa del proceso, en donde se preparan las muestras partiendo de la materia prima, tal como hemos observado, pero además se deben brindar las condiciones adecuadas para el proceso; esto implica asegurar que la velocidad del aire se mantenga constante dentro de la cámara. Así como la temperatura. Para estimar la velocidad del flujo de aire se utilizó un anemómetro registrando 1.0 m/s y el termostato se estableció en 60 °C.

a) Materia Prima

Para estudiar la cinética de secado, el punto de partida es la materia prima. Para estas pruebas se definió que trabajarían con una fruta que permita cortar en forma paralelepípeda. Se ha trabajado con mango de la variedad Kent de Brasil. La medición del rendimiento de la fruta se muestra en la siguiente tabla.

Tabla 8.

Pesos y rendimiento de materia prima.

Descripción	Valor (kg)
Peso de Mango	8,946.15
Peso de Pulpa	4,922.17
Peso de cáscara	2,110.49
Peso de pepa	1,353.02
Rendimiento	55.02%

Fuente: Elaboración a partir de prueba experimental desarrollada en Universidad de La Rochelle, Francia, 2021

b) Preparación

La preparación de las muestras consiste en realizar los cortes de la fruta y realizar la medición de espesores, tal como se puede observar en la figura 55, lo cual es importante para comparar la reducción o la expansión de las muestras. Las muestras en promedio tenían las siguientes dimensiones: Largo= 16.59mm, Ancho=13.78mm, Espesor=6.62 mm.

c) Etapa de pre-secado

En la etapa de pre-secado se establecen las condiciones de secado, como la temperatura del aire 60°C, la velocidad del aire dentro de la cámara 1 m/s y el contenido de humedad inicial de la materia prima 30 gr H₂O/gr materia seca, que se constituyen en los parámetros del proceso de secado antes de la etapa DIC.

d) Etapa DIC

En esta etapa el producto que ha pasado por el presecado ingresa al recator para desarrollar el proceso DIC con los parámetros establecidos en el diseño experimental.

e) Diseño experimental DIC

En el caso del mango se estudiaron sólo dos parámetros de funcionamiento del DIC: (1) presión de vapor, que varió de 0,20 a 0,60 MPa, manteniéndola constante durante (2) tiempo de tratamiento térmico t, que varió de 5 a 55 s.

Tabla 9.*Parámetros de diseño experimental para mango.*

Number of parameters:		2.00
Alpha:	1.41421	
Points	Pressure (Mpa)	Time(s)
Point min (-a)	0.20	5.0
Point (-1):	0.26	12.32
Central point	0.40	30.0
Point (+1):	0.54	47.68
Point max (+a)	0.60	55.0
Value of 1	0.14	17.68

Fuente: Elaboración a partir de prueba experimental desarrollada en Universidad de La Rochelle, Francia, 2021. A partir de (S. Mounir et al., 2011)



Figura 54. Medición de espesores y cubos ubicados en bandejas.

Fuente: Elaboración a partir de prueba experimental desarrollada en Universidad La Rochelle, Francia, 2021.

4.1.2.1 Cinética de secado en muestras de mango. En la figura 56 nuevamente confirma las ventajas del secado post-DIC, así mientras para la muestra RM3 el descenso de humedad es más lento, las muestras tratadas con DIC en el mismo tiempo alcanzan valores mucho menores. Por ejemplo, si comparamos la muestra patrón RM3, podemos observar que, para un tiempo de 180 segundos, se alcanza un contenido de humedad de 0,3 g de agua/g de materia seca. Mientras que para la muestra DIC-11, en el mismo tiempo tenemos un valor de 0.17 g de agua/g de materia seca, es decir una reducción del 43.33% en contenido de humedad.

Y por otro lado se evidencia la reducción del consumo de energía, según (H. T. Nguyen et al., 2014), en el caso de las zanahorias, la energía consumida por DIC es inferior a 200 Wh / kg db, mientras que la energía ahorrada por la diferencia de cinética de secado es superior a 450 Wh / kg db.

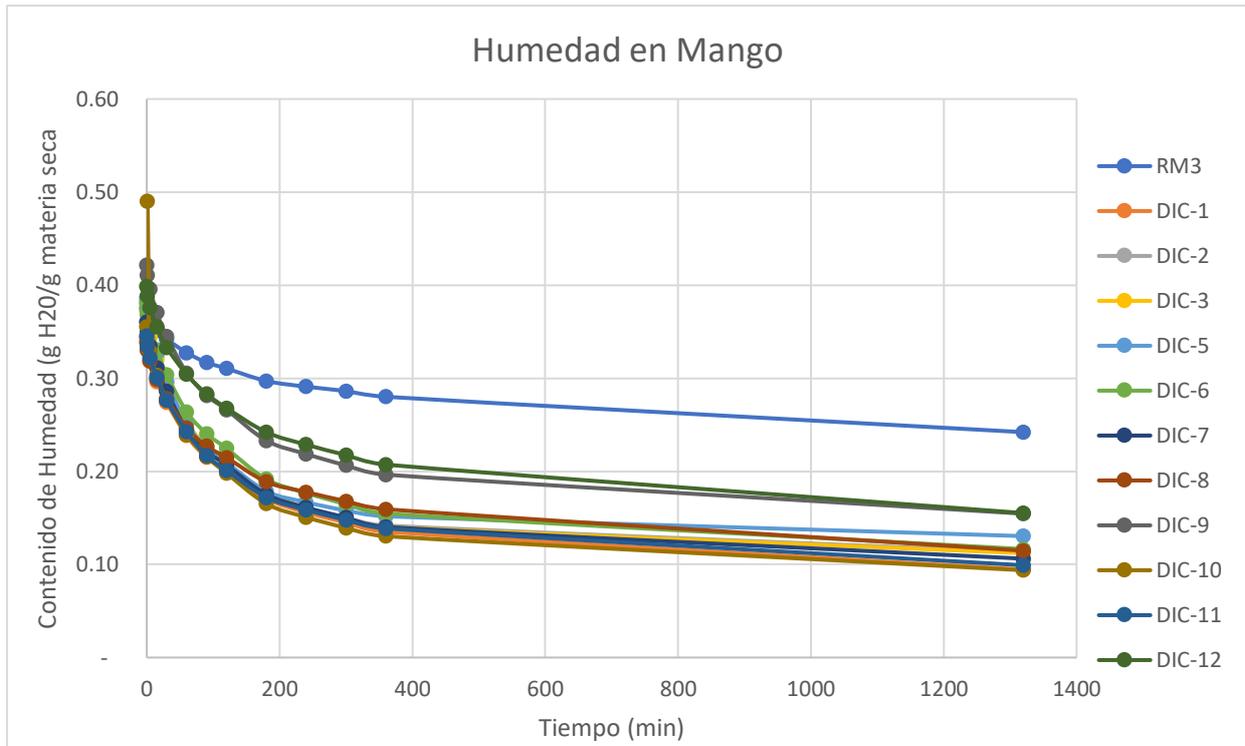


Figura 55. Cinética de secado de mango

Fuente: Elaboración a partir de prueba experimental desarrollada en Universidad de La Rochelle, Francia, 2021

4.2 Verificación del modelo

La verificación del modelo es el proceso de asegurar que la descripción conceptual y la solución del modelo se aplican correctamente. El primer paso es asegurarse de que el modelo refleja el mundo real. Por ejemplo, si el comportamiento del sistema de interés es no lineal, entonces esos comportamientos no lineales deben reflejarse en las ecuaciones en las que se basa el modelo.

Para la verificación se realiza el análisis de sensibilidad sobre los parámetros y entradas del modelo. Los comportamientos inesperados podrían indicar problemas. Los parámetros a los que el modelo es muy sensible pueden requerir estimaciones más precisas.

La documentación es fundamental para el mantenimiento del modelo. Esto implica escribir con claridad todas las ecuaciones, las hipótesis del modelo y la implementación de software actual.

4.2.1 Verificación de modelo geometría cúbica

En nuestro caso para realizar la verificación se ha realizado un examen de los resultados del modelo con diferentes parámetros de entrada; diferentes longitudes del elemento diferencial y del diferencial de tiempo.

A fin de que el modelo represente la dinámica de transferencia de materia y energía, se han realizado mejoras en el modelo. Así ahora se puede observar la evolución de temperatura en el producto, generándose una superficie de respuesta, en donde se observa que a medida que el calor fluye en contacto con la superficie cúbica la superficie externa se va calentando hasta que el calor penetra en el centro del cubo, así en las caras laterales encontramos valores más fríos, mientras que en el centro se calentando, este es un efecto en cada dirección del mallado. La figura 56 muestra la superficie de respuesta de la temperatura del producto.

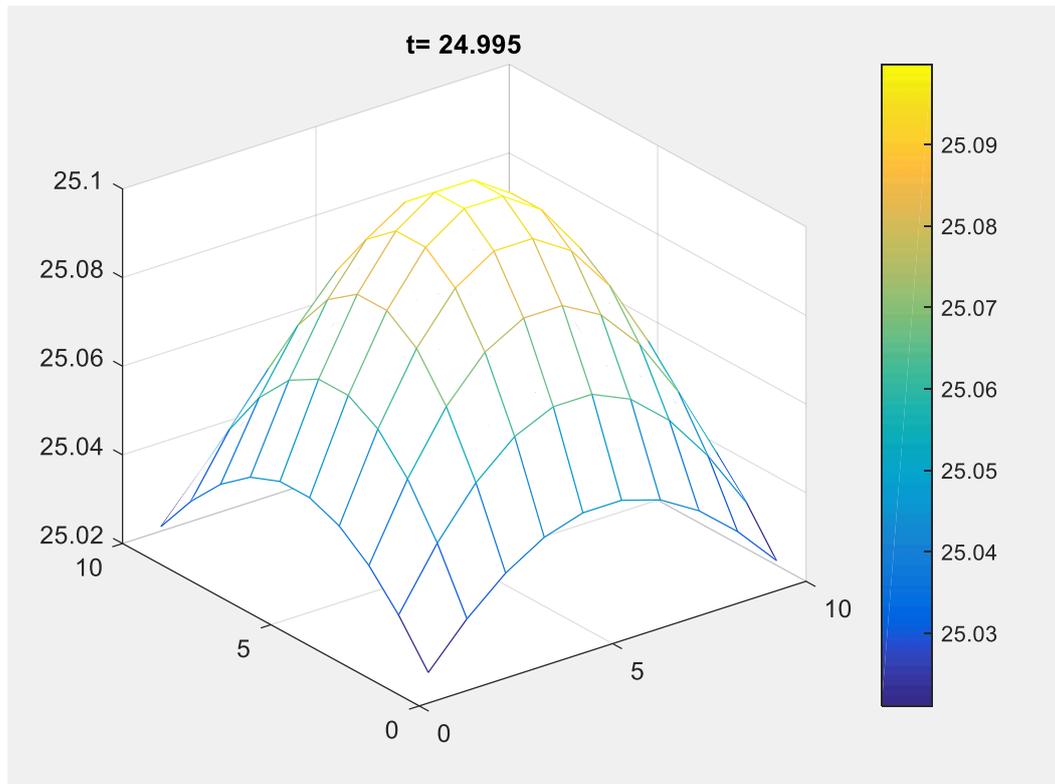


Figura 56. Superficie de respuesta de la temperatura del producto en cada eje del mallado.

Fuente: Elaboración a partir de prueba experimental de simulación desarrollada en la Universidad de Piura, Perú, 2022.

En la figura 57, se representa la evolución del contenido de humedad en el producto, al entrar en contacto con el flujo de vapor, la humedad en el exterior es evaporada de inmediato y luego el agua contenida en el interior se va evaporando por efectos de la difusión interna, pero físicamente, no toda el agua contenida en el interior del producto se puede evaporar, un contenido importante aún queda atrapado dentro del mismo, y debe seguirse un proceso de secado complementario.

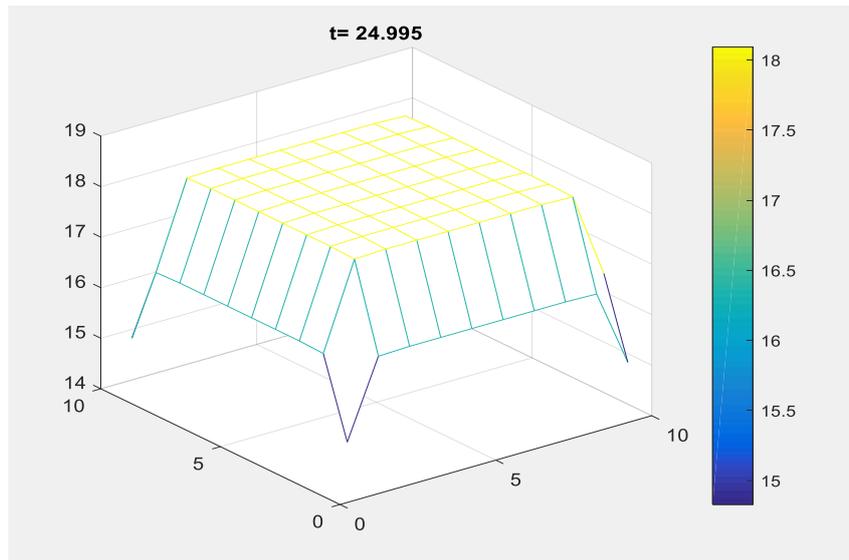


Figura 57. Superficie de respuesta del contenido de humedad en el producto en cada eje del mallado.

Fuente: Elaboración a partir de prueba experimental de simulación desarrollada en la Universidad de Piura, Perú, 2022.

En la Figura 58 se puede observar el comportamiento del proceso DIC de forma similar a la Figura 18 (perfil característico del proceso), y en donde se puede apreciar el incremento de temperatura en el producto, hasta llegar al límite de la temperatura del vapor, manteniéndose un rango de tiempo para luego descender abruptamente, durante el proceso de vacío, y alcanzar posteriormente, la temperatura ambiente.

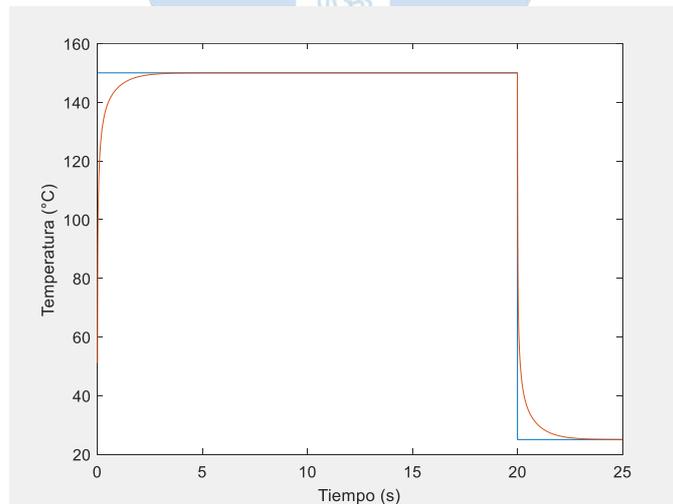


Figura 58. Perfil de temperatura y presión alcanzada por el producto en función del tiempo del proceso.

Fuente: Elaboración a partir de prueba experimental de simulación desarrollada en la Universidad de Piura, Perú, 2022.

La Figura 59, nos muestra la evolución de la humedad contenida en el producto durante el proceso DIC, esto es característico de los procesos de secado, en donde partiendo de una humedad inicial alta, a medida que el calor y la masa se transfieren, se generan los procesos internos de difusión y evaporación y ello reduce el contenido de agua en el producto.

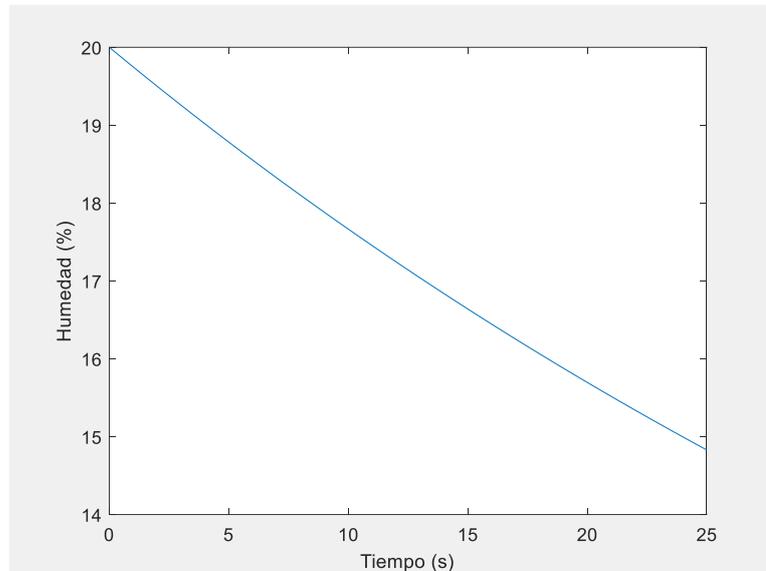


Figura 59. Perfil de humedad en el producto.

Fuente: Elaboración a partir de prueba experimental de simulación desarrollada en la Universidad de Piura, Perú, 2022.

4.2.1.1 Pruebas con variaciones de parámetros de mallado. Estas pruebas son importantes para evaluar los procesos ante cambios en las condiciones del mallado, lo cual determina el recorrido de los procesos en cada eje, y además la respuesta del perfil del proceso.

Prueba 1

La prueba 1 considera un mallado regular, con geometría cúbica y tamaño de elemento diferencial de 1 mm para un tiempo diferencial de 0.005 s.

En este caso las gráficas mostradas en la figura 60 nos muestran la evolución de los procesos de difusión térmica y másica. Se puede observar claramente como el producto a partir de la temperatura ambiente se va calentando primero en los extremos y luego en el centro. Además, se observa como el producto va perdiendo humedad partiendo de una humedad alrededor del 30% y disminuyendo su valor, lógicamente en la superficie del cubo se espera una disminución de humedad casi instantánea debido al efecto flash con el contacto con el vapor.

También se observa cómo se reproduce el perfil del proceso en temperatura y presión y también como la humedad decae en el producto.

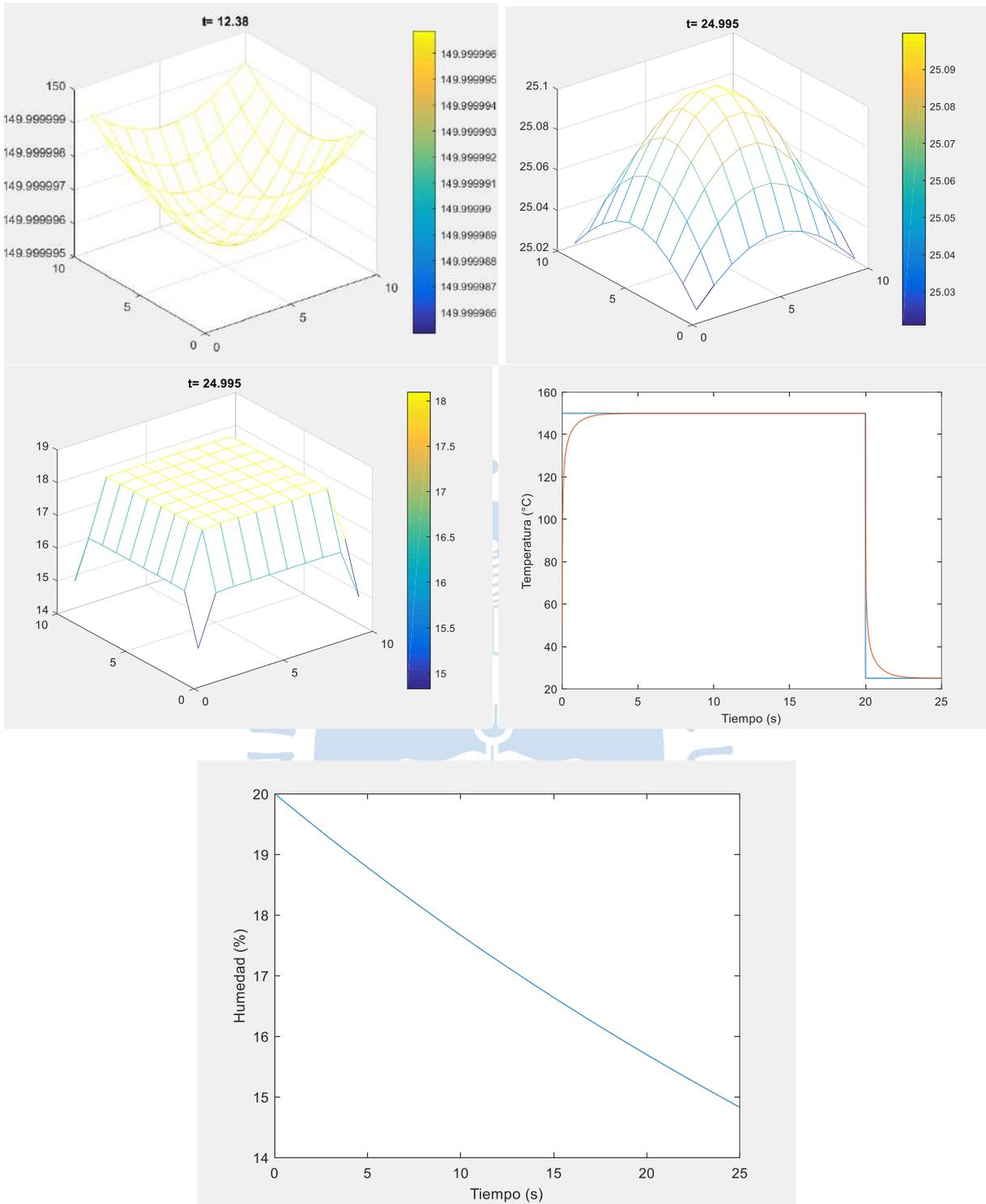


Figura 60. Resultados de Prueba 1.

Fuente: Elaboración a partir de prueba experimental de simulación desarrollada en la Universidad de Piura, Perú, 2022.

Prueba 2

En esta prueba se ha variado el tamaño del elemento diferencial, y se logra observar diferencias con los valores óptimos de la simulación; la respuesta de superficie ha cambiado de forma debido a que, al crecer el elemento diferencial, se reduce el número de nodos, sin embargo se mantienen las características del perfil del proceso y de la humedad, tal como se muestra en la Figura 61.

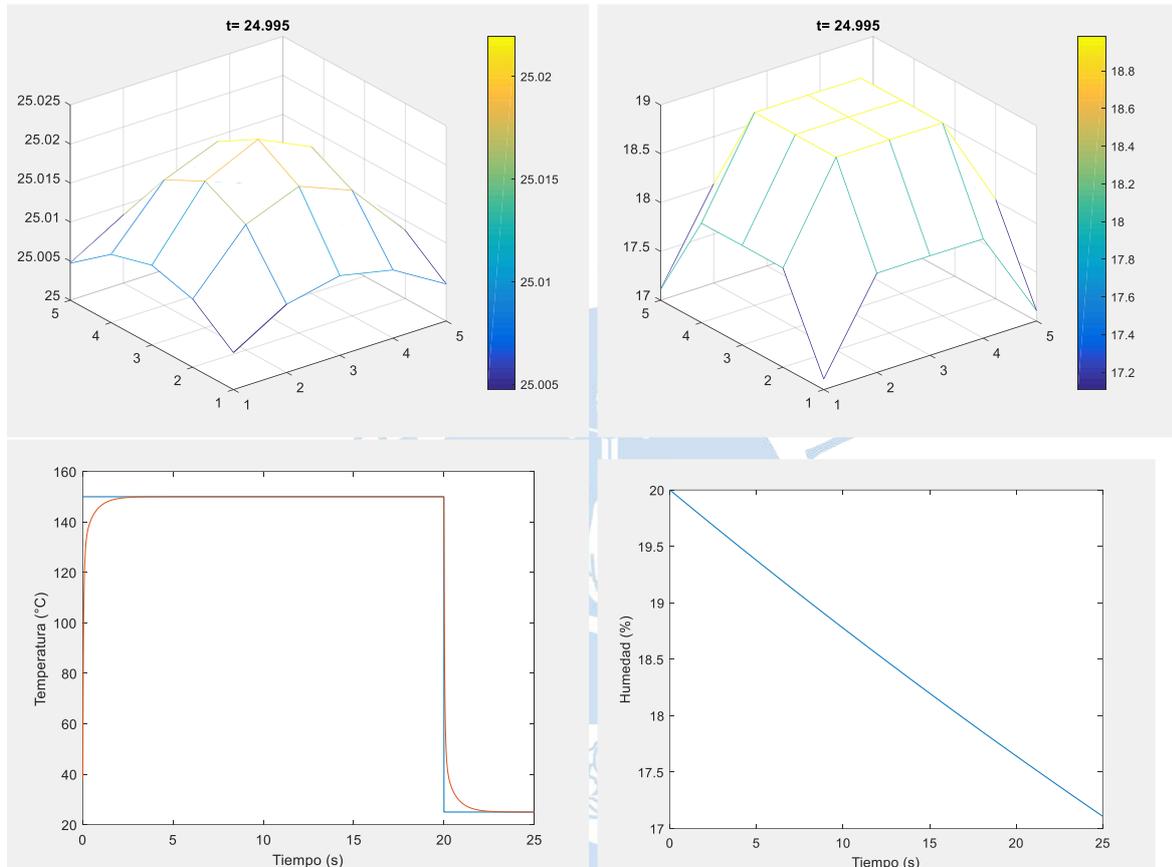


Figura 61. Resultados de Prueba 2.

Fuente: Elaboración a partir de prueba experimental de simulación desarrollada en la Universidad de Piura, Perú, 2022.

En esta prueba se ha aumentado la dimensión del elemento diferencial a 2 mm y se ha establecido un tiempo de 0.005 s. Entonces la respuesta sigue siendo estable puesto que se puede visualizar el comportamiento de la temperatura y la presión en cada eje del mallado y también el perfil del proceso en una duración de 25 segundos.

Prueba 3

En esta prueba se observa que, si bien hay una respuesta en la evolución de la temperatura y humedad en el producto, el modelo no es capaz de representar el perfil del proceso. Mostrando inestabilidad con valores no reales. Esto nos permite establecer que el modelo, para tiempos diferenciales más altos de 0.005 segundos, no logra representar los

procesos internos. Así los diferenciales de tiempo se constituyen en un parámetro relevante para explicar el comportamiento de la temperatura en el producto en cada eje del elemento diferencial. El detalle de esta descripción se muestra en la figura 62.

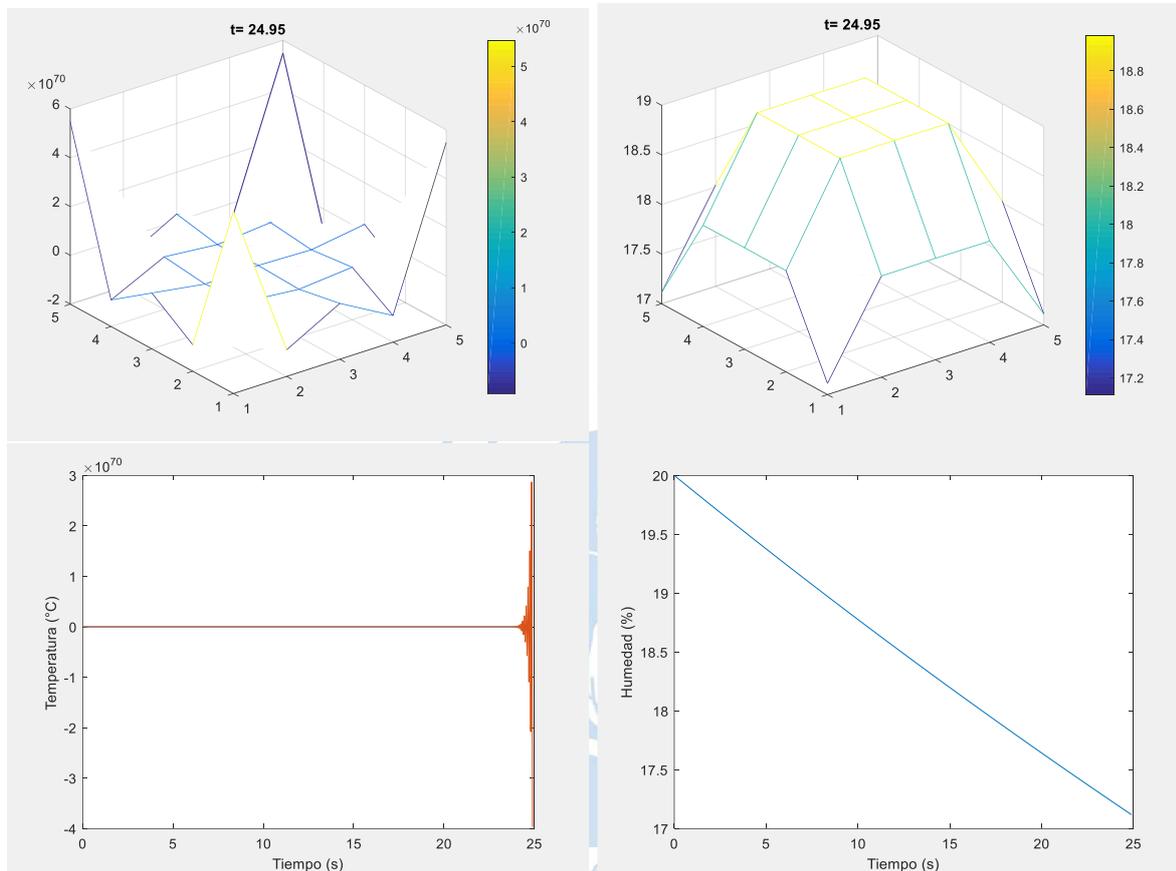


Figura 62. Resultados de Prueba 3.

Fuente: Elaboración a partir de prueba experimental de simulación desarrollada en la Universidad de Piura, Perú, 2022.

4.2.2 Verificación de modelo geometría cilíndrica

En este caso se han realizado pruebas del modelo considerando un corte en rodajas, es decir una geometría cilíndrica.

En esta prueba se ha considerado una rodaja de 1 mm de radio y 5 capas radiales, en esta gráfica se puede observar que para radio muy pequeño la temperatura en la rodaja es uniforme llegando a establecerse en el mismo valor que el flujo de vapor como valor final.

En la tabla 10 se muestran los parámetros utilizados en el modelo de geometría cilíndrica.

Tabla 10.*Parámetros de verificación del modelo cilíndrico.*

Parámetro	Símbolo	Magnitud
Presión de vapor saturado	P_a	0.5 Mpa
Presión de vacío	P_b	5 Kpa
Temperatura de vapor saturado	T_a	150 °C
Contenido de Humedad del vapor saturado	X_a	1 g H ₂ O/100 sólido seca
Tiempo de periodo de presión constante	t_a	30 s
Tiempo de descompresión	t_b	2 s

Fuente: Elaboración a partir de historial de pruebas experimentales desarrollada en Universidad de La Rochelle, Francia, 2021

4.2.2.1 Perfil de temperatura en la rodaja. La figura 63 muestra el perfil de temperatura en el corte tipo rodaja, en donde en un instante se observa que la superficie alcanza la temperatura del medio circundante, que en este caso es el vapor, mientras que en las capas intermedias y central la temperatura es inferior.

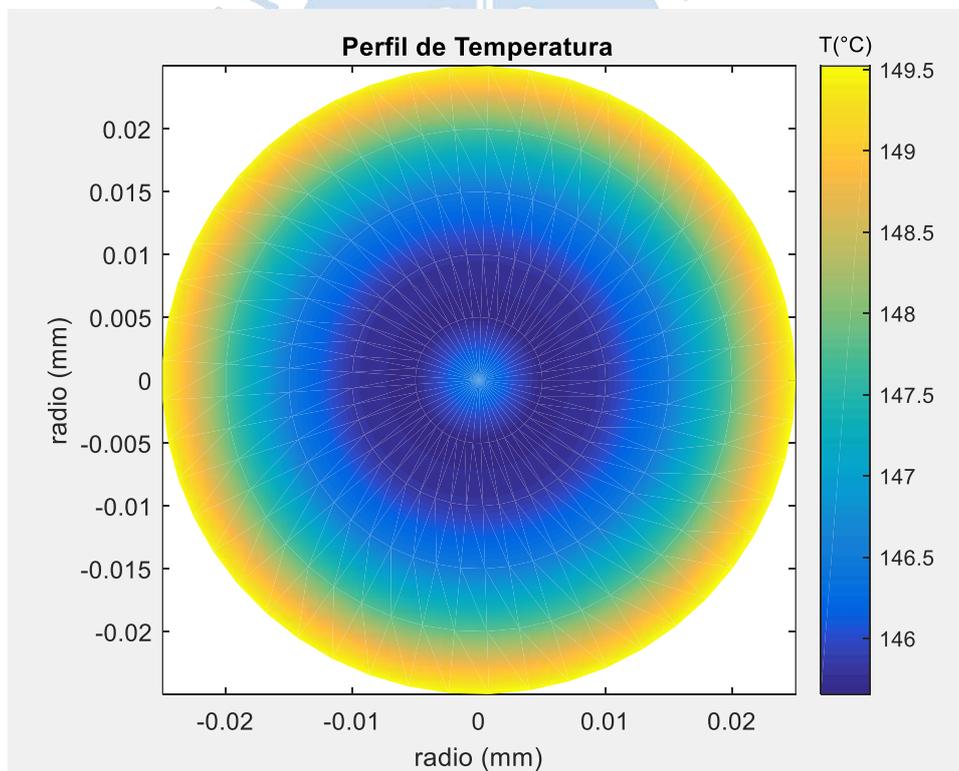


Figura 63. Perfil de temperatura en el producto.

Fuente: Elaboración a partir de prueba experimental de simulación desarrollada en la Universidad de Piura, Perú, 2022.

La distribución de temperatura en cada capa durante el calentamiento se muestra en la figura 64. En donde se observa como a medida que el calor penetra en las capas del alimento, éste va incrementando su temperatura en forma más lenta en cada capa, a diferencia de la primera capa en donde el calentamiento es más rápido. Sin embargo, en el equilibrio el proceso tiende a un valor estacionario.

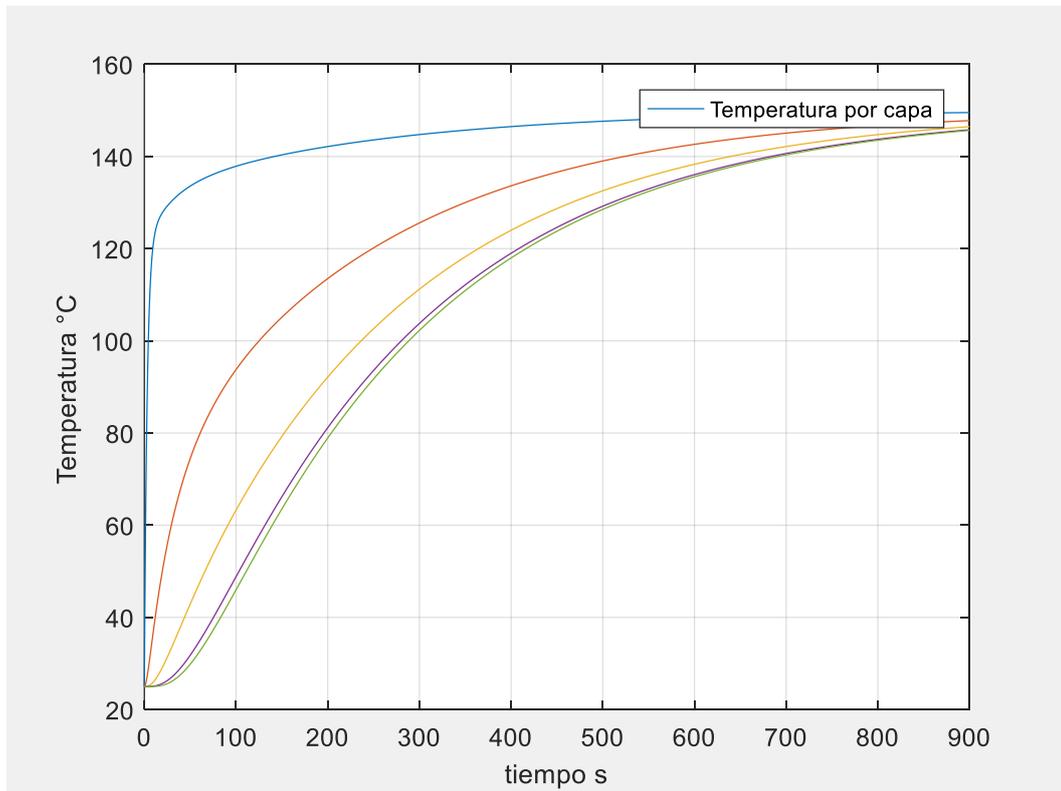


Figura 64. Perfil de temperatura por capas en el producto.

Fuente: Elaboración a partir de prueba experimental de simulación desarrollada en la Universidad de Piura, Perú, 2022.

En la figura 65 se observa la evolución de la humedad en el producto, la cual gradualmente va disminuyendo conforme se desarrollan los procesos de transferencia de materia y energía, partiendo desde un contenido obtenido del proceso de pre-secado. Normalmente las frutas ensayadas, tienen un contenido de humedad alrededor del 30%. Y llegan a un nivel más bajo en contenido, sin embargo, se debe continuar el secado complementario. Las frutas mejoran sus características funcionales, pero comercialmente aún no son adecuados.

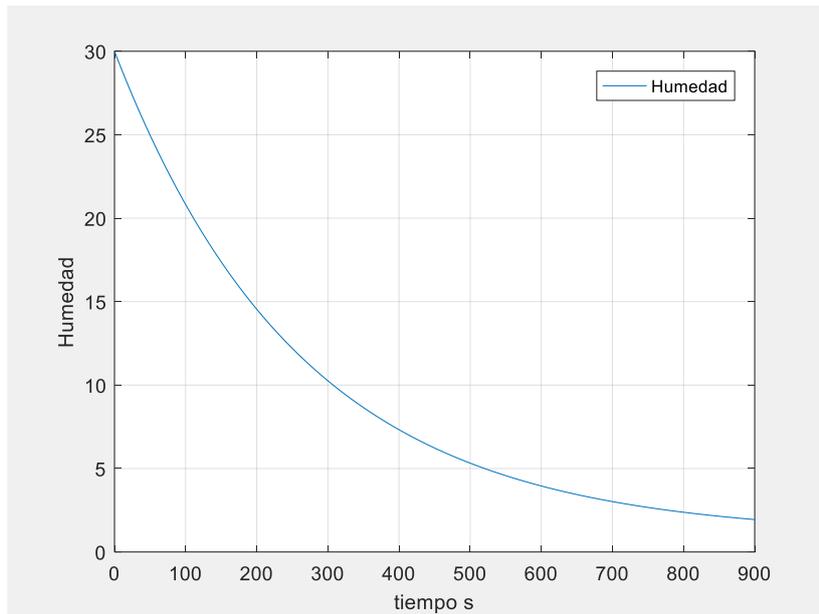


Figura 65 Perfil de humedad en el producto.

Fuente: Elaboración a partir de prueba experimental de simulación desarrollada en la Universidad de Piura, Perú, 2022.

Perfil de humedad

Tal como se observa en la figura 66, al evaporarse la humedad en el exterior la superficie queda más seca a comparación del centro de las rodajas. Esto es debido a la difusión del agua ligada en la estructura interna del producto.

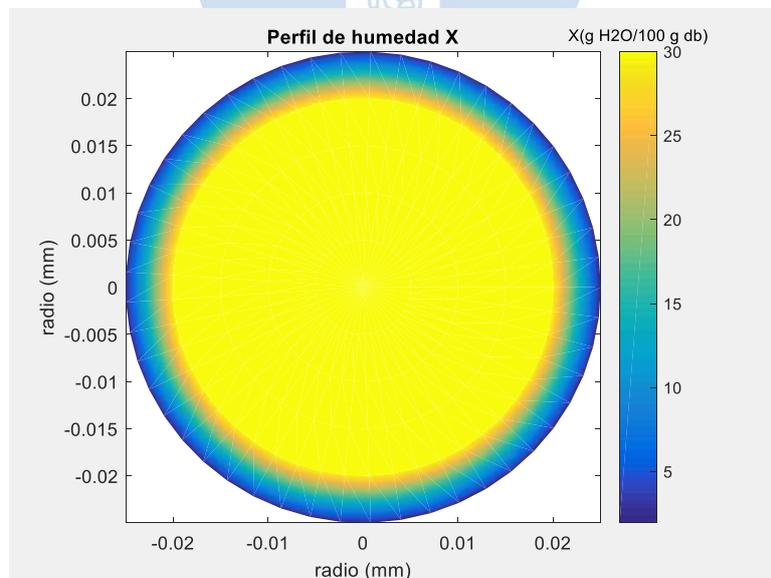


Figura 66. Perfil de humedad en la rodaja.

Fuente: Elaboración a partir de prueba experimental de simulación desarrollada en la Universidad de Piura, Perú, 2022.

Velocidad del secado

La gráfica de la figura 67 representa la velocidad de secado, la cual parte de valores mayores hacia valores menores, presentando una dinámica más lenta, lo cual es lógico porque al inicio el contenido de humedad es alto y es esa misma cantidad la que se evapora rápidamente y luego el proceso se hace lento por los menores contenidos de humedad.

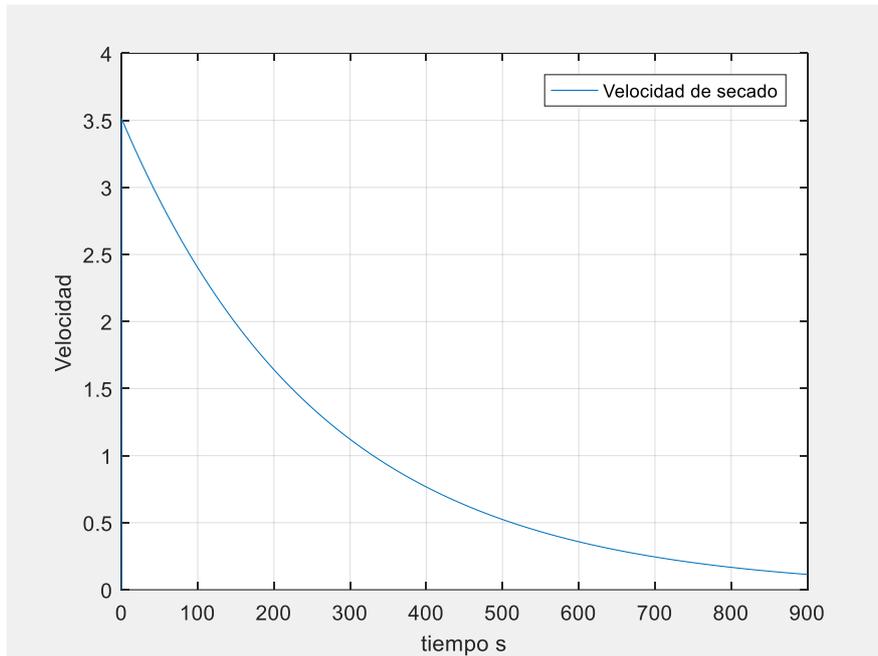


Figura 67. Velocidad de secado.

Fuente: Elaboración a partir de prueba experimental de simulación desarrollada en la Universidad de Piura, Perú, 2022.

Prueba 1

Se toma en consideración un número de capas igual a 3, radio igual a 5mm y un diferencial de tiempo igual a 0.1. En la figura 68 se puede observar el resultado obtenido para la prueba del modelo con esos parámetros. En esta gráfica se observa el perfil de temperatura del producto en contacto con el vapor, reportando un nivel de temperatura mayor en la superficie. Luego observamos el perfil de temperatura por capa, en donde se muestra una dinámica muy rápida en la capa externa, mientras que las capas interiores el proceso se hace más lento. Luego tenemos la evolución de la humedad en el producto; la cual muestra un desempeño a partir de la Humedad inicial en el producto y luego desciende a valores más bajos por efecto de la difusión interna. Finalmente, tenemos la dinámica de la velocidad de secado, la cual muestra en principio una mayor velocidad para luego hacerse más lenta.

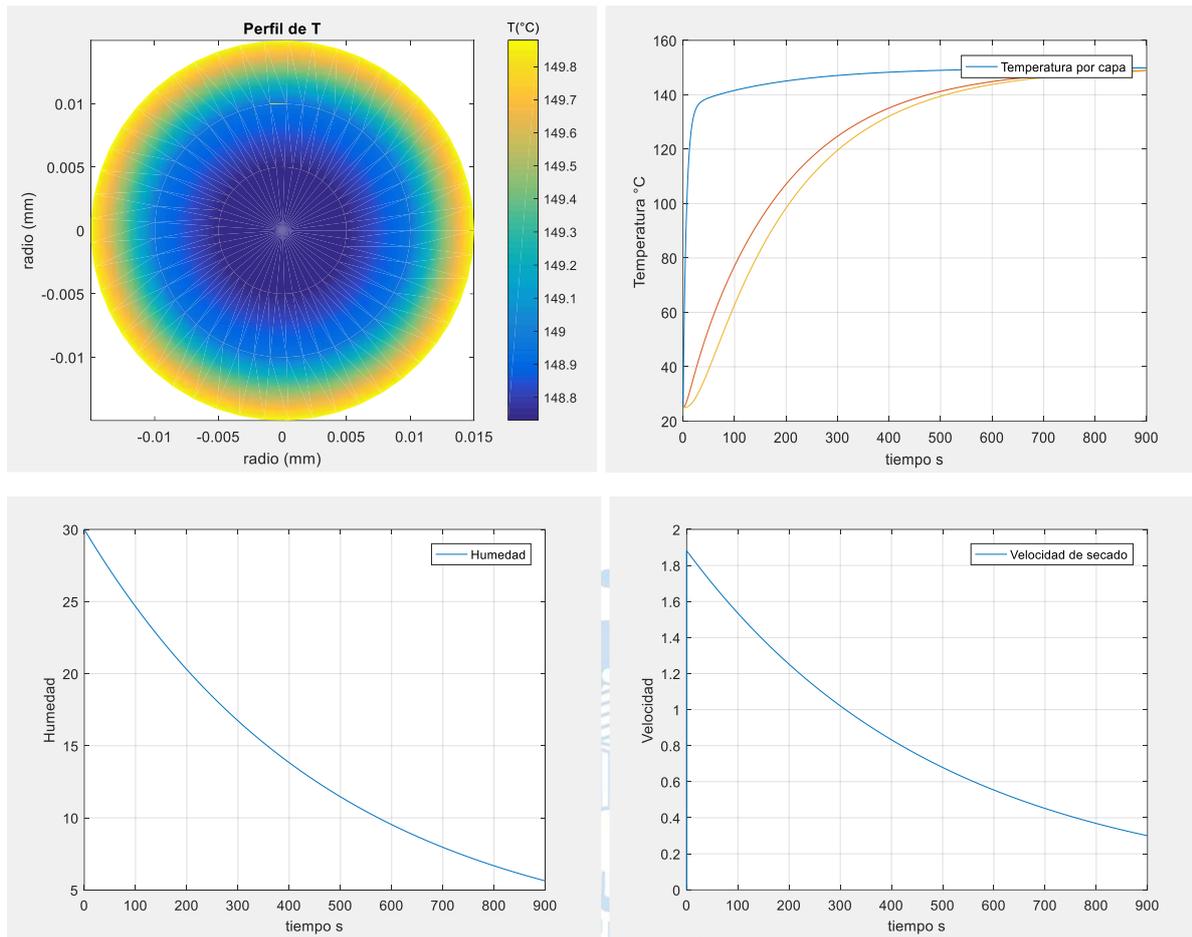


Figura 68. Resultados de prueba 1.

Fuente: Elaboración a partir de prueba experimental de simulación desarrollada en la Universidad de Piura, Perú, 2022.

Prueba 2

En esta prueba se había establecido igual número de capas y radio de la rodaja, y se ha variado el diferencial de tiempo a un valor de 0.01 s. Sin embargo, se observa en la respuesta del programa un error que está influenciado por el diferencial de tiempo, es decir que no se puede desarrollar el proceso con valores diferenciales muy pequeños, para probar ello, se ha realizado una prueba con un diferencial de tiempo mayor.

Prueba 3

En este caso se ha realizado una prueba con radio igual a 5 mm y un número de capas mayores igual a 5, con un diferencial de 0.1s. En la figura 69 observamos igualmente, el perfil de temperatura en el producto; evidenciando el correcto desempeño del modelo, mostrando una mayor temperatura en la superficie y menores valores hacia el centro del producto. Así mismo, se observan las 5 capas establecidas en la corrida del modelo. Mostrando que en la primera capa hay una dinámica más rápida, mientras que en las capas intermedias la dinámica

es más lenta. Por otro lado, se observa el contenido de humedad desde el valor inicial hasta el valor finalizado el proceso, y finalmente se puede observar la velocidad de secado, que muestra en un inicio una mayor velocidad para luego hacerse más lenta.

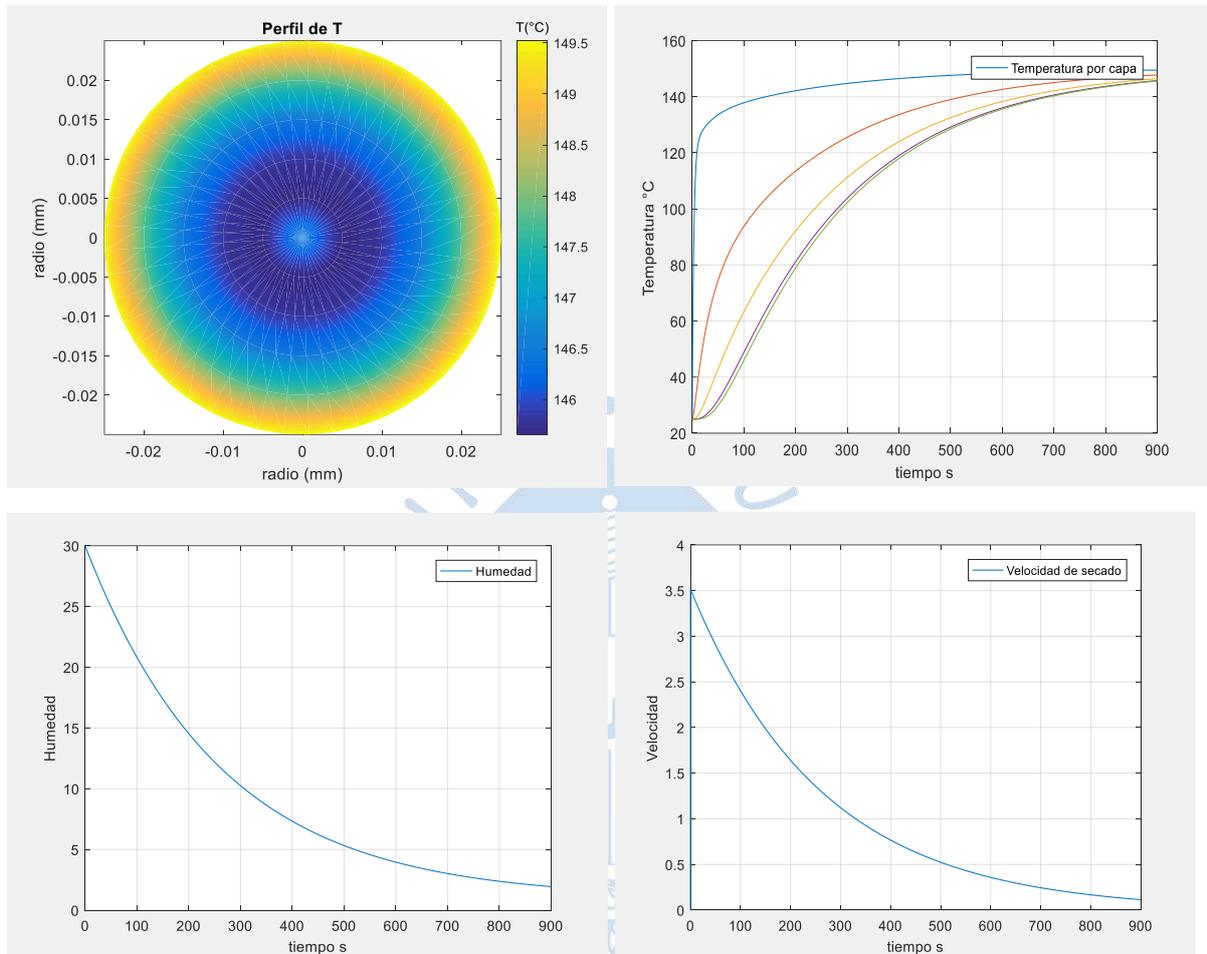


Figura 69. Resultados de prueba 3.

Fuente: Elaboración a partir de prueba experimental de simulación desarrollada en la Universidad de Piura, Perú, 2022.

4.3 Validación del modelo matemático del tratamiento DIC

Luego del desarrollo del modelo es importante que se pueda validar el mismo, esta validación nos indicará sí el modelo es exacto y adecuado para predecir la respuesta que debe entregar al sistema.

Así en este apartado se realiza la validación del modelo en comparación con resultados experimentales y se evalúa el ajuste (fit), para demostrar que el modelo representa el proceso real con un nivel de precisión. La simulación del proceso requiere realizar un mallado, establecer las condiciones iniciales y limitantes, además de cumplir con el criterio de estabilidad y convergencia.

El modelo desarrollado en Matlab calcula los valores de Temperatura y humedad para cada uno de los elementos del mallado, realizando iteraciones con un intervalo de tiempo Δt , cumpliéndose así el criterio de estabilidad, relacionado con los cambios de humedad:

$$X_i^{t+1} - X_i^t < \varepsilon \quad (217)$$

En primer lugar, se compara el modelo con los datos experimentales del estudio de (Pilatoski et al., 2010) en donde se aplicó proceso de descompresión instantánea en el secado de arroz con cáscara, el algoritmo permitió modelar el comportamiento del ciclo DIC y del secado posterior, obteniendo resultados con un índice de correlación de Pearson de hasta 99.7 %.

Estudios realizados por Téllez y Nguyen buscaron analizar el impacto del tratamiento DIC en la cinética de secado posterior aplicado al pimiento verde marroquí (Tellez Perez, 2014) y a la manzana (T. H. Nguyen et al., 2016), obteniendo un aumento en el rendimiento con respecto al secado convencional por aire caliente. El modelo matemático permitió conocer el comportamiento de la cinética de secado y compararlo con los resultados presentados por los artículos mencionados, obteniendo un índice de correlación de Pearson de hasta 99.6 %

La Figura 70 compara los datos experimentales obtenidos por Pilatoski (línea azul) con los datos obtenidos a través del modelo matemático (línea roja), donde la primera etapa inicia en 23 segundos, y la segunda etapa, en 58 segundos.

Utilizando la matriz de correlación de Pearson se mide la relación entre el modelo matemático y los datos experimentales, obteniendo un coeficiente de correlación (r) de 0.981 con un intervalo de confianza del 95%, tal como lo muestra la Figura 71.

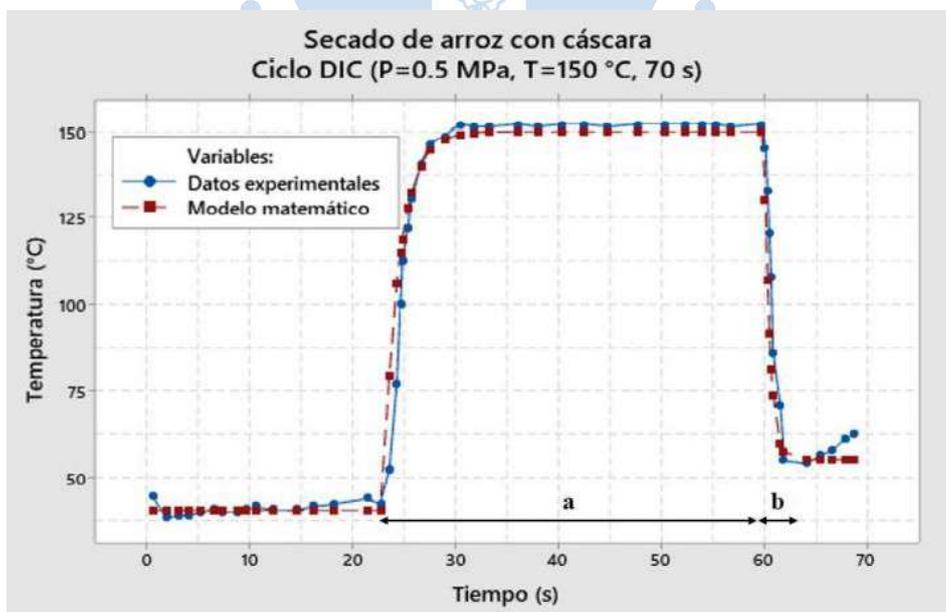


Figura 70. Gráfica del ciclo DIC comparando los datos experimentales y el modelo matemático para el secado de arroz con cáscara. a) Etapa de inyección de vapor saturado, b) etapa de caída de presión instantánea.

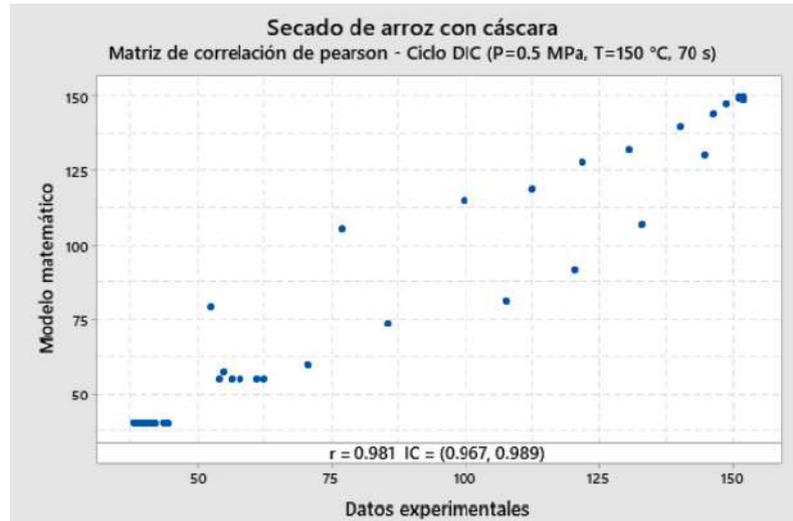


Figura 71. Matriz de correlación de Pearson para el ciclo DIC - Secado de arroz con cáscara.

Fuente: Elaboración a partir de prueba experimental en “The Instant Controlled Pressure Drop Process as a New Post-harvesting Treatment of Paddy Rice: Impacts on Drying Kinetics and End Product Attributes”, (Pilatoski et al., 2010)

A continuación, se presentan los parámetros termodinámicos, para verificar el modelo cilíndrico en la tabla 11.

Tabla 11.

Parámetros de verificación del modelo cilíndrico.

Parámetro	Símbolo	Magnitud
Presión de vapor saturado	P_a	0.5 Mpa
Presión de vacío	P_b	5 Kpa
Temperatura de vapor saturado	T_a	150 °C
Contenido del Humedad del vapor saturado	X_a	1 g H ₂ O/100 sólido seca
Tiempo de periodo de presión constante	t_a	30 s
Tiempo de descompresión	t_b	2 s

Fuente: Elaboración a partir de historial de pruebas experimentales desarrollada en Universidad de La Rochelle, Francia, 2021

Así mismo, en la tabla 12, se presentan los parámetros físicos y termodinámicos del mallado.

Tabla 12.

Parámetros físicos y termodinámicos del proceso de secado de manzana.

Parámetro	Símbolo	Magnitud
Físicos ^a		
Alto	L_y	10 mm
Ancho	L_x	10 mm
Espesor	L_z	10 mm
Termodinámicos ^b		
Calor específico	$C_{p,s}$	2720 J/Kg. °C
Conductividad térmica	k	0.219 W/m.k
Difusividad térmica	α	$0.96 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$
Difusividad másica efectiva	$D_{ef, inicial}$	$1.55 \times 10^{-10} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$

Fuente: Elaboración a partir de historial de pruebas experimentales desarrolladas en Universidad de La Rochelle, Francia, 2021

La realización de las pruebas de humedad comparadas entre los valores experimentales y el modelo, se reportan en la figura 72. Lo cual demuestra que hay una alta similitud.

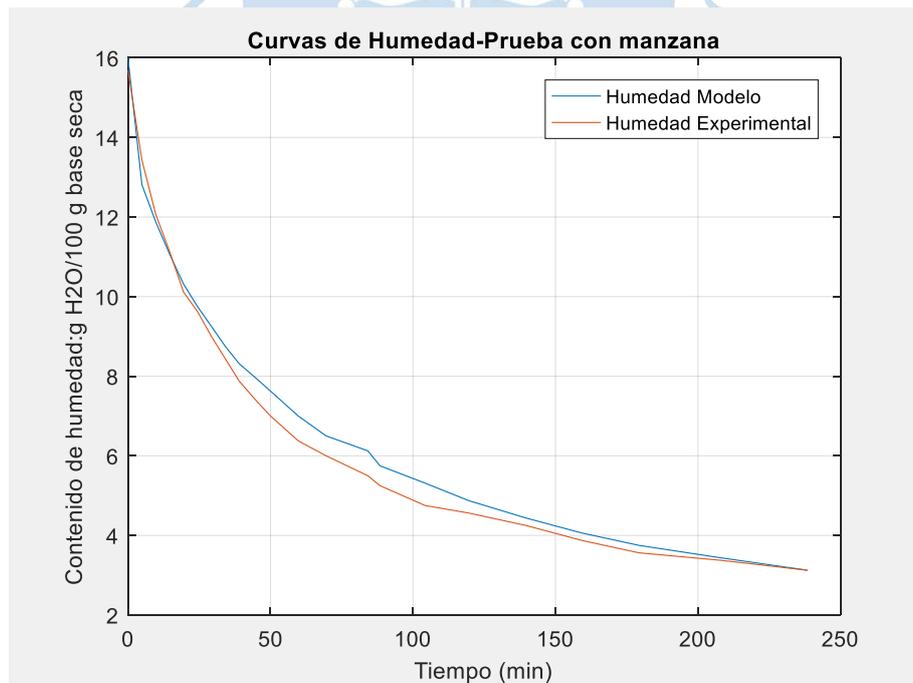


Figura 72. Pruebas de humedad en manzana.

Fuente: Elaboración a partir de prueba experimental en “Experimental and fundamental critical analysis of diffusion model of airflow drying” (T. H. Nguyen et al., 2016).

En el caso del pimiento marroquí se establecieron los siguientes parámetros:

Tabla 13.

Parámetros físicos y termodinámicos del vapor en el proceso de secado de manzana.

Parámetro	Símbolo	Magnitud
Presión de vapor saturado	P_a	0.6 MPa
Temperatura de vapor saturado	T_a	158.83 °C
Tiempo de periodo de presión constante	t_a	20 s
Tasa de compresión	$\Delta P / \Delta t$	0.5 MPa. s ⁻¹
Presión de vacío	P_b	3 kPa

Fuente: Elaboración a partir de historial de pruebas experimentales desarrolladas en Universidad de La Rochelle, Francia, 2021

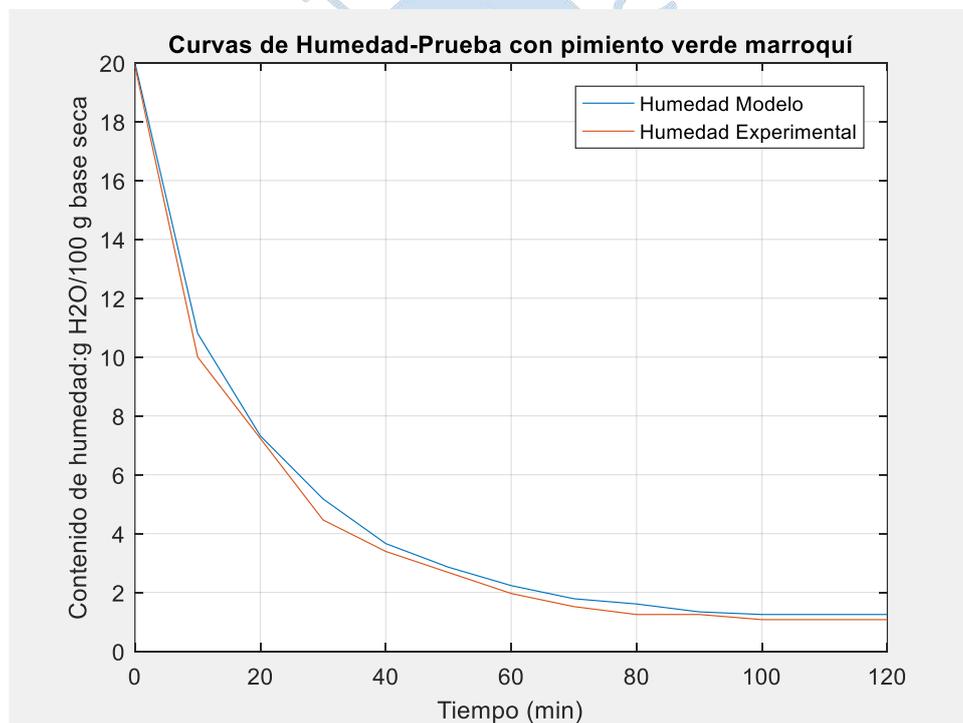


Figura 73. Pruebas de humedad en pimiento marroquí.

Fuente: Elaboración a partir de prueba experimental en “Valorization of Mexican agriculture by preservation and drying by instant autovaporization : case of green pepper”, (Tellez Perez, 2014).

Respecto a la validación del modelo, la validación ha considerado datos reales del proceso DIC extraídos en el Laboratorio de Ciencias de la Ingeniería para el Medio Ambiente de la Universidad de La Rochelle en Francia. Los datos fueron tomados durante las pruebas

realizadas con banano y mango durante la estancia realizada durante los meses de octubre a diciembre de 2021. Para la validación se han aplicado el siguiente método de validación:

- 1- Error cuadrático medio (RMSE), el cual indica la varianza de los errores absolutos a lo largo del experimento, ecuación 218.

$$RMSE = \left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (MR_{pre,i} - MR_{exp,i})^2 \right]^{1/2} \quad (218)$$

Respecto de este parámetro, que indica el error cuadrático medio de las predicciones, se sabe que cuanto más grande es el valor, peor es el desempeño del modelo. En nuestro caso, tenemos un valor de RMSE= 0.3672, para el pimiento. Para el caso de la manzana tenemos un valor del 0.4079.

- 1- También es posible aplicar el método FIT definido por la ecuación 219.

$$FIT = \max \left(1 - \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^N (y_{ri}(k) - y_{mi}(k))^2}{\sum_{k=1}^N (y_{ri}(k) - \bar{y})^2}}, 0 \right) \quad (219)$$

Donde

$i=1, 2, \dots, N$.

r_i , es real en el instante i .

m_i , es el medido por el modelo en el instante i .

\bar{y} , es el valor medio de las salidas reales

Capítulo 5

Alternativas de estrategias de control en sistema no lineales

5.1 Introducción

Aunque los procesos industriales como el secado son, en general, no lineales, la aproximación más común en el diseño de controladores sigue siendo la linealización de las ecuaciones del modelo sobre algún punto de operación nominal. Sin embargo, la aproximación de linealización solo se ajusta a procesos moderadamente no lineales. Tales descripciones lineales necesariamente "pierden" información sobre el proceso que pretenden representar y esto puede causar serios problemas no solo para el control de los procesos continuos sino también para los procesos por lotes, que operan en una amplia gama de condiciones operativas.

Los procesos industriales no lineales están naturalmente representados matemáticamente por modelos no lineales, que tienen la ventaja de ser aplicables en una amplia gama de condiciones operativas.

La evolución en la teoría del control, combinada con los avances en las computadoras (mayor rapidez, más capacidad de memoria), permite implementar con éxito estrategias de control avanzadas para los procesos industriales. Las técnicas de control más avanzadas se basan en un modelo dinámico del proceso incorporado al controlador, incluso en casos ya considerados convencionales, como el control *feedforward*.

Con base en estas consideraciones y en el hecho de que las estrategias recientes de control predictivo basadas explícitamente en la representación dinámica no lineal de procesos industriales como el secado de frutas se han expandido rápidamente y están demostrando ser bastante eficientes, el interés en analizar el desempeño de tales estrategias en particular en asociación con los correspondientes problemas de sintonía.

En los últimos años se están desarrollando estrategias de control de procesos no lineales, que incorporan un modelo del proceso en la estrategia del controlador. El Control Predictivo del Modelo No Lineal (NMPC), una de las técnicas de control más avanzadas, utiliza el proceso dinámico (un modelo) para determinar los movimientos futuros de la variable manipulada en un horizonte de control a través de la minimización en un horizonte de

predicción de la función objetivo (basada en la salida deseada). El objetivo del control asume que la salida del proceso está más cerca de la trayectoria impuesta (Oliveira, 1995).

En relación a las técnicas de control predictivo, normalmente los enfoques se orientan hacia sistemas lineales, la razón de esto es porque normalmente, un proceso industrial queda muy bien representado por un sistema lineal, por lo tanto, la teoría de control lineal es ampliamente extendida en la aplicación de controladores. Por otro lado, debemos recordar que la aplicación de controladores lineales se debe a que en un proceso de la industria generalmente trabaja en un punto de operación o de equilibrio y generalmente se linealiza el sistema en esos puntos para proceder a realizar el controlador.

Sin embargo, muchas veces el modelo lineal no representa bien la dinámica de un proceso, así el controlador tendrá dificultades para cumplir el objetivo del sistema, en este caso se opta por realizar una representación por medio de una descripción no lineal.

En el caso del proceso DIC, tal como hemos observado anteriormente, el modelo contiene un sistema de ecuaciones no lineales derivadas del balance energético, y del balance másico, con el uso del NMPC. El objetivo futuro es evaluar la influencia de los parámetros de diseño de NMPC en el rendimiento del controlador. La idea ha sido discretizar el sistema de ecuaciones diferenciales. El sistema de ecuaciones diferenciales debe transformarse en algebraico y el control óptimo se transforman en un problema de Programación no lineal (NLP) con las ecuaciones algebraicas como parte de las restricciones de igualdad. El problema resultante se puede resolver mediante una estrategia que simultáneamente resuelve y optimiza el modelo algebraico aplicando Programación Cuadrática Sucesiva (SQP).

Nuestro proceso DIC, tal como se ha comprobado en los perfiles del proceso, corresponde a un modelo no lineal, por ello ahora estudiaremos algunos casos similares a fin de poder establecer una metodología para desarrollar el esquema de control no lineal.

Uno de los objetivos propuestos en este trabajo de investigación es el diseño de un sistema de control, que permita gobernar el proceso DIC, a fin de obtener un producto de mejor calidad, y con una mejor eficiencia energética, en ese sentido debemos establecer la estrategia de control más adecuada para el proceso.

Dado que nuestro proceso es considerado no lineal, el enfoque del desarrollo se orienta hacia los controles no lineales, así una primera estrategia es la de desarrollar un control NLMPC.

5.2 Control del proceso

El objetivo principal del control de procesos es mantener en un determinado valor de operación las variables del proceso tales como: la temperatura, la presión, los flujos y los compuestos, etc. Los procesos son de naturaleza dinámica lo que quiere decir que en ellos

siempre ocurren cambios y si no se toman las acciones pertinentes, cambiarían cuando las variables del proceso los niveles de seguridad, la calidad del producto y los índices de producción no se cumplirán.

Conceptos esenciales en control son: la variable controlada, como su nombre lo indica es la variable que se debe de mantener controlada dentro de un valor deseado. El valor de consigna (*set-point*), es el valor que se desea tener a la variable controlada. La variable manipulada, es la variable que se utiliza para mantener a la variable controlada en el punto de control(Bautista, 2012).

Cualquier variable que ocasione que la variable de control se desvíe del punto de ajuste se define como perturbación o trastorno; en la mayoría de los procesos existen perturbaciones diferentes, esta es la causa más común de que se requiera de poner un sistema de control automático; si no hubiera alteraciones en el proceso, prevalecerían las condiciones de operación de diseño y no se necesitaría supervisar continuamente el proceso(Bautista, 2012).

Los siguientes términos también son importantes: lazo abierto o circuito abierto, éstos se definen a la situación donde el controlador no realiza ninguna función relativa para mantener la variable controlada en el punto de control; quiere decir que la acción del controlador no afecta a la medición. El control de circuito cerrado o lazo cerrado es aquel en donde el controlador está conectado al proceso, este compara el punto de ajuste con la variable del proceso y hace la acción correctiva.

También existen sistemas de control de lazo abierto estos sistemas son los que no afectan la acción del control, esto quiere decir que no se mide la salida ni se realimenta para compararla con la entrada; por lo tanto, a cada entrada de referencia le corresponde una condición operativa fija; el resultado del proceso depende de la calibración. Este sistema de control se utiliza en la actualidad si se conoce la relación de la entrada con la salida y que no existan perturbaciones en el sistema. Un ejemplo muy común es en el control de tránsito el cual es programado por medio de tiempos para encender cada una de las tres luces.

El objetivo de tener un sistema de control automático de procesos es mantener a la variable manipulada para mantener a la variable controlada cerca de un punto de control, aunque existan perturbaciones en el sistema.

El controlador regulador es aquel que se utiliza en los procesos para compensar las perturbaciones. A veces como es este caso las perturbaciones más importantes es el punto de control mismo, esto es, que el punto de control puede cambiar en función del tiempo (lo cual es típico en los procesos por lotes), y en consecuencia la variable de control debe ajustarse al punto de control a esto se llama servo control que son diseñados para este tipo de procesos(Bautista, 2012).

5.3 Estrategias de control

5.3.1 Control por retroalimentación

En este proceso se toma la variable controlada y se realimenta al controlador para que este pueda tomar una decisión; por ejemplo, en un proceso si la temperatura aumenta y en tal efecto cause una perturbación su efecto se propaga a todo el proceso antes de que cambie la señal de salida, una vez cambiada la señal de salida está a su vez cambia la señal del transmisor al controlador en ese momento el controlador detecta la perturbación y debe de compensar la perturbación abriendo o cerrando el elemento final de control para hacer que el proceso tenga una corrección en el sistema. Esta operación de control es en base a prueba y error ya que hace que el proceso oscile sobre el punto de ajuste. La ventaja que tiene este tipo de control es que se compensa todas las perturbaciones y la desventaja que tiene este control está en que únicamente trata de compensar la perturbación hasta que la variable controlada se ha desviado del punto de control, esto es, que la perturbación se debe de propagar por todo el proceso antes de que la pueda compensar el control (Toledo, 2008)

5.3.2 Control por acción pre calculada

El objetivo de este control es medir las perturbaciones y compensarlas antes de que la variable controlada se desvíe del punto de control si se aplica de manera correcta la variable controlada no se desvía del punto de control. Este tipo de acción debe de ser por medio de dos señales que se calculan para tener como deben de hacerse las correcciones de control, pero solo va a controlar estas dos variables, si otra variable que no ha sido calculada interactúa en el proceso no se podrá compensar por medio de este control y causaría perturbaciones grandes en el proceso.

Para evitar esto se debe de acoplar dos sistemas de control uno por retroalimentación para cada una de las demás variables que se crean que puedan afectar seriamente el proceso; y así el control por acción pre calculada se aplica a las perturbaciones más serias en el proceso y el de retroalimentación compensa las demás (Toledo, 2008).

5.4 Técnica de optimización no lineal

En la práctica, la mayoría de los procesos son de naturaleza no lineal y, por lo tanto, los métodos más comúnmente empleados en problemas de optimización de procesos son multivariables no lineales con restricciones (o problemas de programación no lineal, PNL, con restricciones).

La optimización de procesos implica un circuito cerrado que contiene un algoritmo de optimización y un algoritmo de simulación de procesos.

Las ecuaciones involucradas en el problema de optimización del proceso son las siguientes:

$F(x, y)$, función objetivo no lineal, a minimizar o maximizar, dependiendo de las variables del proceso y $h(x, y) = \mathbf{0}$, y $c(x, y) > \mathbf{0}$, sistemas de ecuaciones que incluyen el modelo de proceso y las restricciones (que están estipuladas por sus propias limitaciones operativas o de diseño).

En el problema de optimización, el número de variables a conocer excede el número de ecuaciones y el ajuste es posible minimizando (o maximizando) la función objetivo.

Las variables de decisión son normalmente variables de entrada del proceso, en un número igual a los grados de libertad del proceso a optimizar.

En la solución del sistema, algunas de las restricciones se identifican como activas, es decir, se satisfacen exactamente. Esto implica la división de variables entre libres y fijas, con las llamadas "fijas" fijadas en sus límites.

Otro dato importante en los problemas de optimización es la definición de las condiciones necesarias de primer orden, las condiciones de Kuhn-Tucker. Por tanto, se dice que un punto x es un punto de Kuhn-Tucker de primer orden para el sistema de $F(x, y)$, se observan las siguientes condiciones (Oliveira, 1995):

- x es factible.
- Los vectores ξ y λ , (multiplicadores de Lagrange para los límites y para las restricciones generales) existen, de manera que:

$$g = C^T \lambda + \xi \quad (220)$$

Donde g es el gradiente de la función objetivo evaluada en x , C es la matriz de gradientes de las restricciones lineales y no lineales activas y $\xi_j = \mathbf{0}$ si la j -ésima variable es libre;

- El multiplicador de Lagrange correspondiente a una restricción de desigualdad activa en su límite inferior debe ser no negativo y no debe ser positivo para una restricción de desigualdad activa en su límite superior.

En cuanto a la resolución del problema (de optimización de procesos), se acostumbra distinguir los métodos existentes en dos grupos: métodos de ruta factibles (dirección o ruta factible) y métodos de ruta inviables (dirección o ruta no factible).

Para el primer método de ruta factible, las restricciones de igualdad deben cumplirse en cada iteración entre los algoritmos de optimización y simulación, ya que hay una prueba de convergencia para cada módulo (optimización y simulación). Para el segundo método de ruta no factible, las restricciones de igualdad se satisfacen solo en el punto óptimo; Los módulos de optimización y simulación se resuelven simultáneamente, con una sola prueba de convergencia (Oliveira, 1995).

Según (Oliveira, 1995) entre las principales técnicas para resolver problemas de PNL con restricciones se encuentra:

- Método de los multiplicadores de Lagrange,
- Método de gradiente reducido (RG),
- Método de programación cuadrática (QP),
- Método de función de penalización (penalización),
- Método de función lagrangiana aumentada,
- Método de programación cuadrática sucesiva (SQP).

En la última década, se han aplicado dos enfoques, casi exclusivamente, para resolver las condiciones de Kuhn-Tucker que surgen en las optimizaciones del diseño de procesos. Uno es el SQP y el otro es el algoritmo de Gradiente Reducido.

Ambos algoritmos, SQP y RG, implementan una estrategia de ruta inviable con respecto a las restricciones de igualdad, es decir, las restricciones de igualdad no se satisfacen después de ajustar las variables del problema, sino solo cuando el algoritmo converge al óptimo. Una de las grandes ventajas de estos métodos, en comparación con una estrategia de ruta factible, es su aumento en la velocidad computacional.

A continuación, presentaremos brevemente la técnica de optimización SQP, que se aplicará, más adelante en este trabajo, al algoritmo de control. Esta técnica es una de las más modernas, eficientes y de rápida resolución, presentando, por tanto, una gran aplicación en la optimización de procesos químicos, justificando así su elección (Oliveira, 1995).

5.5 Estrategias de solución de optimización no lineal

Según (Ellis, 2017), las condiciones de Karush-Kuhn-Tucker (KKT) forman un conjunto de ecuaciones no lineales y muchos métodos de cálculo para resolver un mínimo local de:

$$\begin{aligned} & \min_{x \in \mathbb{R}^n} f(x) \\ & \text{s. t. } g(x) \leq 0 \\ & h(x) = 0 \end{aligned} \quad (226)$$

Donde $x \in \mathbb{R}^n$ es la variable de decisión o la variable desconocida a determinar que minimiza la función objetivo ($f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$) mientras satisface las restricciones de desigualdad ($g: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^{n_g}$) y las restricciones de igualdad ($h: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^{n_h}$). La función objetivo también se conoce como función de costo o función de costo en el contexto de problemas de optimización dinámica (Ellis, 2017).

Lo que se busca, es encontrar una solución a las condiciones KKT. Sin embargo, las restricciones de desigualdad y la condición de holgura complementaria, que plantea una no-

diferenciabilidad en las ecuaciones, deben manejarse con cuidado y no se puede simplemente resolver las condiciones KKT directamente en general. Debido al hecho de que estas condiciones forman un conjunto de ecuaciones no lineales, el método más ampliamente adaptado empleado para resolver las condiciones KKT es el método de Newton. (Ellis, 2017) también menciona que, se suelen utilizar variantes del método de Newton. Así desde una perspectiva de alto nivel, la mayoría de los solucionadores de optimización no lineal utilizan la información de entrada tal como se muestra en la Figura 74, para calcular una solución a un problema de optimización. La información de entrada incluye las funciones y sus correspondientes derivadas. La Hessiana del Lagrangiano también se puede suministrar al solucionador. Sin embargo, en algunos algoritmos, como los métodos cuasi-Newton, la hessiana se aproxima en el algoritmo. A continuación, se ofrece una revisión básica del método de Newton junto con los conceptos básicos de dos técnicas de solución ampliamente empleadas para resolver problemas de optimización no lineal (Ellis, 2017).

5.6 Método de Newton

El núcleo de la mayoría de las estrategias de solución de optimización no lineal se basa en alguna variante del método de Newton para resolver un conjunto de ecuaciones algebraicas no lineales. El método estándar de Newton se presenta para facilitar la discusión de los métodos SQP e IP para resolución de problemas de optimización no lineal (Ellis, 2017).

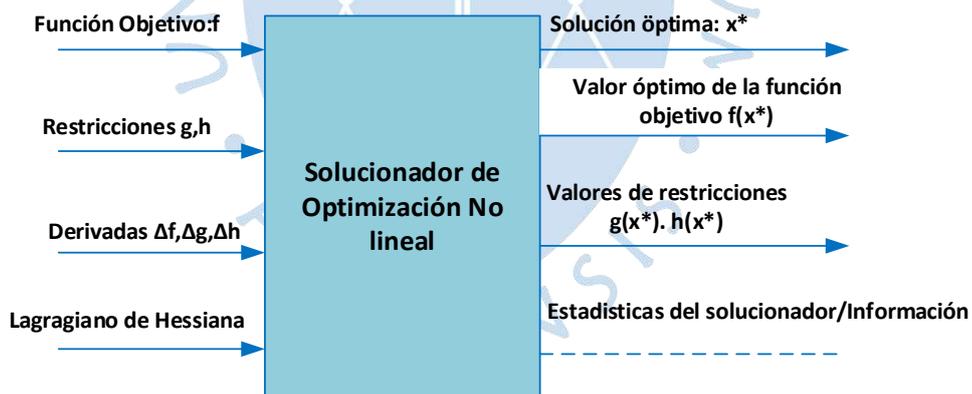


Figura 744. Típicas entradas y salidas de un de un solucionador de optimización no lineal.

Fuente: Adaptado de Background on Nonlinear Systems, Control , and Optimization, (Ellis, 2017)

Sin embargo, es importante enfatizar que se realizan modificaciones clave para asegurar la eficiencia computacional, robustez, etc. Para revisar el método de Newton, se debe considerar la siguiente ecuación algebraica no lineal:

$$F(y) = 0 \quad (227)$$

Donde $F: \mathbb{R}^{n_y} \rightarrow \mathbb{R}^{n_y}$ es una función diferenciable con valores vectoriales.

(Ellis, 2017) nos dice que el método de Newton es un algoritmo iterativo que se inicializa con una estimación inicial $\mathbf{y}_0 \in \mathbb{R}^{n_y}$. En cada iteración, el siguiente sistema de ecuaciones lineales, que es una versión linealizada de la ecuación 227 alrededor de la iteración $\mathbf{y}_k \in \mathbb{R}^{n_y}$, se resuelve:

$$\frac{\partial F(\mathbf{y}_k)}{\partial \mathbf{y}} \mathbf{d}_k = -F(\mathbf{y}_k) \quad (228)$$

Donde k denota el número de iteración y $\mathbf{d}_k \in \mathbb{R}^{n_y}$ es la variable desconocida. En la siguiente iteración, es decir, la $(k + 1)$ ésima iteración, la iteración se actualiza de la siguiente manera:

$$\mathbf{y}_{k+1} = \mathbf{y}_k + \mathbf{d}_k \quad (229)$$

De la fórmula de actualización de la ecuación 229, la variable \mathbf{d}_k puede interpretarse como una dirección de descenso del método de Newton. Una de las propiedades más ventajosas del método de Newton es que tiene una tasa de convergencia localmente cuadrática que significa para una suposición inicial \mathbf{y}_0 que está suficientemente cerca de la solución de la ecuación. 227, el método de Newton convergerá a una tasa cuadrática.

Para demostrar la aplicación del método de Newton que resuelve un problema de optimización, se debe considerar el siguiente problema sin restricciones:

$$\min_{x \in \mathbb{R}^n} f(x) \quad (230)$$

Donde f es una función de valor escalar diferenciable dos veces. Las condiciones necesarias para la optimalidad en un punto $\mathbf{x}^* \in \mathbb{R}^n$ son:

$$\nabla f(\mathbf{x}^*) = \mathbf{0} \quad 231a$$

$$\nabla^2 f(\mathbf{x}^*) \geq \mathbf{0} \quad 231b$$

Aplicando el método de Newton para resolver las ecuaciones no lineales, tenemos la siguiente actualización:

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k - \nabla_{xx} f(\mathbf{x}_k)^{-1} \nabla f(\mathbf{x}_k) \quad (232)$$

Debido al hecho de que el hessiano, es decir, $\nabla_{xx} f$ en el caso no restringido o $\nabla_{xx} \mathcal{L}$ en el caso restringido, puede ser costoso de calcular, se han diseñado métodos cuasi-Newton para aproximarse al hessiano. Sea $\mathbf{H}_k > \mathbf{0}$ la aproximación del hessiano en la iteración k . Entonces, la actualización toma la forma de:

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k - \mathbf{H}_k^{-1} \nabla f(\mathbf{x}_k) \quad (233)$$

El requisito fundamental para la convergencia del algoritmo del método de Newton es que la suposición inicial proporcionada al algoritmo sea lo suficientemente cercana a la solución.

Las estrategias de globalización se utilizan para permitir la convergencia hacia una solución a partir de conjeturas iniciales que no se acercan a la solución. Se han desarrollado numerosos solucionadores de optimización numéricos no lineales que están equipados con varias estrategias de globalización.

Estas estrategias, incluyen estrategias de monitoreo de algoritmos para decidir si una actualización iterativa calculada es aceptable y estrategias de modificación para modificar las actualizaciones iterativas.

En la primera categoría, las funciones de mérito y los métodos de filtrado se utilizan como medida del progreso del algoritmo. Esto agrega lógica al algoritmo para decidir si el paso / actualización es aceptable (en términos generales, definiendo el paso como \mathbf{d}_k en la ecuación 229).

En el amplio desarrollo del tema (Ellis, 2017) nos menciona que las funciones de mérito son funciones con valores escalares que normalmente se eligen para tener el mismo mínimo local que el problema de optimización no lineal. Y que, en cada iteración, el paso se acepta si la actualización produce una disminución en la función de mérito. De lo contrario, el paso se rechaza. Sin embargo, las funciones de mérito pueden llevar a rechazar pasos de Newton puros cercanos al óptimo y, por lo tanto, ralentizar la convergencia del algoritmo. Como alternativa, los métodos de filtro tratan de hacer la función objetivo lo más pequeña posible y reducir las violaciones de restricciones como metas iguales. En un método de filtro, un filtro realiza un seguimiento de las iteraciones anteriores con el mejor valor de función objetivo y la cantidad de violación de la restricción. Se acepta un paso si la actualización produce un mejor valor de función objetivo o una infracción de restricción menor. Si la actualización produce un paso que es tal que una de las iteraciones anteriores tiene un mejor valor de función objetivo y una violación de la restricción, el paso se rechaza.

En la segunda categoría, se utilizan estrategias para modificar el paso o actualización de las iteraciones. Los métodos de búsqueda de líneas toman pasos potencialmente abreviados si es necesario. En otras palabras, los métodos de búsqueda de líneas agregan un factor de atenuación α en la fórmula de actualización. La fórmula de actualización para las iteraciones viene dada por:

$$\mathbf{y}_{k+1} = \mathbf{y}_k + \alpha \mathbf{d}_k \quad (234)$$

Donde $\alpha \in (0, 1]$ se selecciona mediante el método de búsqueda de línea. Por otro lado, los métodos de región de confianza reconocen que el método de Newton utiliza una linealización de la función no lineal. La linealización resultante solo es válida en una vecindad

de la iteración actual. Por lo tanto, restringe la selección del paso \mathbf{d}_k en una pequeña región de la iteración actual \mathbf{y}_k

5.7 Control numérico óptimo de sistema no lineales

El enfoque de esta parte es resolver numéricamente los problemas de control óptimo no lineal de horizonte finito restringido que ocurren en cada iteración del procedimiento NMPC.

Con este fin, primero establecemos técnicas de discretización estándar para obtener un problema de optimización no lineal en forma estándar. Utilizando este formulario, describimos las versiones básicas de los dos métodos de solución más comunes para tales problemas, es decir, la programación cuadrática secuencial (SQP) y los métodos de puntos interiores (IPM). Además, investigamos las interacciones entre el solucionador de ecuaciones diferenciales, la técnica de discretización y el método de optimización y presentamos varios detalles específicos de NMPC relacionados con el inicio en caliente de la rutina de optimización. Finalmente, discutimos las variantes de NMPC que se basan en soluciones inexactas del problema de control óptimo de horizonte finito (Grüne, Lars; Pannek, 2011).

5.8 Discretización del problema NMPC

La formulación más general del problema de CPNM está basado en el algoritmo NMPC extendido para referencia variable en el tiempo \mathbf{x}_{ref} , en donde en cada instante de tiempo $\mathbf{t}_n = \mathbf{0}, \mathbf{1}, \mathbf{2}, \dots$, se debe medir el estado $\mathbf{x}(\mathbf{n}) \in \mathbf{X}$ del sistema, y también se establece:

$\mathbf{x}_0 = \mathbf{x}(\mathbf{n})$ para resolver el sistema de control óptimo:

Minimizar

$$J_N(\mathbf{n}, \mathbf{x}_0, \mathbf{u}(\cdot)) := \sum_{k=0}^{N-1} \omega_{N-k} \ell(\mathbf{n} + \mathbf{k}, \mathbf{x}_u(\mathbf{k}, \mathbf{x}_0), \mathbf{u}(\mathbf{k})) + F_j(\mathbf{n}|N, \mathbf{x}_u(N, \mathbf{x}_0)) \quad (235)$$

Con respecto a $\mathbf{u}(\cdot) \in \mathbb{U}_{\mathbf{x}_0}^N(\mathbf{n}, \mathbf{x}_0)$ sujeto a

$$\mathbf{x}_u(\mathbf{0}, \mathbf{x}_0) = \mathbf{x}_0, \quad \mathbf{x}_u(\mathbf{k} + \mathbf{1}, \mathbf{x}_0) = \mathbf{f}(\mathbf{x}_u(\mathbf{k}, \mathbf{x}_0), \mathbf{u}(\mathbf{k}))$$

Defina el valor de retroalimentación de NMPC $\boldsymbol{\mu}_N(\mathbf{n}, \mathbf{x}(\mathbf{n})) := \boldsymbol{\mu}^*(\mathbf{0}) \in \mathbf{U}$ y use este valor de control en el siguiente período de muestreo.

Enfatizaremos particularmente el caso en el que el sistema de tiempo discreto es inducido por un sistema de control de tiempo continuo de datos muestreados.

$$\dot{\mathbf{x}}(\mathbf{t}) = \mathbf{f}_c(\mathbf{x}(\mathbf{t}), \mathbf{v}(\mathbf{t})) \quad (236)$$

Sin embargo, todos los resultados también se aplican a modelos de tiempo discreto no relacionados con un sistema de datos muestreados. Por otro lado, asumimos que $\mathbf{X} = \mathbb{R}^d$ y $\mathbf{U} = \mathbb{R}^m$. Además, cambiamos el nombre del costo terminal \mathbf{F} en $(\mathbf{OCP}_{N,e}^n)$ a \mathbf{F}_j porque usaremos el símbolo \mathbf{F} con un significado diferente, a continuación.

En esta parte, se ha mostrado cómo la solución $\mathbf{x}_u(\mathbf{k}, \mathbf{x}_0)$ del sistema de tiempo discreto en la última línea de $(\mathbf{OCP}_{N,e}^n)$ se puede obtener y evaluar usando métodos numéricos para ecuaciones diferenciales, pero no cómo el problema de minimización $(\mathbf{OCP}_{N,e}^n)$ se puede resolver.

El propósito es llenar este vacío. En particular, primero mostramos cómo se puede reformular el problema $(\mathbf{OCP}_{N,e}^n)$ para que coincida con el problema estándar en la optimización no lineal (Grüne, Lars; Pannek, 2011).

Minimizar $\mathbf{F}(\mathbf{z})$

Con respecto a $\mathbf{z} \in \mathbb{R}^n$

Sujeto a $\mathbf{G}(\mathbf{z}) = \mathbf{0}$ y $\mathbf{H}(\mathbf{z}) \geq \mathbf{0}$

con los mapas

$\mathbf{F}: \mathbb{R}^{n_z} \rightarrow \mathbb{R}$, $\mathbf{G}: \mathbb{R}^{n_z} \rightarrow \mathbb{R}^{r_g}$ y $\mathbf{H}: \mathbb{R}^{n_z} \rightarrow \mathbb{R}^{r_h}$.

Aunque $(\mathbf{OCP}_{N,e}^n)$ ya es un problema de tiempo discreto, el proceso de conversión de $(\mathbf{OCP}_{N,e}^n)$ en (NLP) se llama discretización.

5.9 Programación cuadrática secuencial (SQP)

En (Ellis, 2017) se menciona que una de las dos principales estrategias de solución de la optimización con restricciones no lineales es considerar la linealización sucesiva de las condiciones KKT. Resulta que las condiciones de KKT linealizadas son las condiciones de KKT para el siguiente programa cuadrático (QP):

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{d}_x} \quad & \nabla f(\mathbf{x}_k) \mathbf{d}_x + \frac{1}{2} \mathbf{d}_x^T \mathbf{H}_k \mathbf{d}_x \\ \text{s. t.} \quad & \mathbf{g}(\mathbf{x}_k) + \nabla \mathbf{g}(\mathbf{x}_k)^T \mathbf{d}_k \leq \mathbf{0} \\ & \mathbf{h}(\mathbf{x}_k) + \nabla \mathbf{h}(\mathbf{x}_k)^T \mathbf{d}_k = \mathbf{0} \end{aligned} \quad (237)$$

Donde \mathbf{H}_k es la exacta o una aproximación de la hessiana del lagrangiano evaluado en la iteración k , es decir, $\nabla_{xx} \mathcal{L}(\mathbf{x}_k, \boldsymbol{\lambda}_k, \mathbf{v}_k)$. Si \mathbf{H}_k es semidefinito positivo, el problema de la ecuación 237, que es un programa cuadrático (QP), es convexo y existen métodos eficientes que pueden resolver fácilmente el programa cuadrático a una optimización global. Este enfoque para resolver un problema de optimización no lineal se conoce como programación cuadrática secuencial. Muchos métodos primarios-duales usados para resolver cada QP

funcionan para encontrar un punto KKT de las condiciones KKT de la ecuación 237. Las condiciones KKT vienen dadas por (Ellis, 2017):

$$\begin{aligned}
 \mathbf{H}_k \mathbf{d}_k + \nabla f(\mathbf{x}_k) + \nabla \mathbf{g}(\mathbf{x}_k) \mathbf{d}_\lambda + \nabla \mathbf{h}(\mathbf{x}_k) \mathbf{d}_v &= \mathbf{0} \\
 \mathbf{g}(\mathbf{x}_k) + \nabla \mathbf{g}(\mathbf{x}_k)^T \mathbf{d}_k &\leq \mathbf{0} \\
 \mathbf{h}(\mathbf{x}_k) + \nabla \mathbf{h}(\mathbf{x}_k)^T \mathbf{d}_k &= \mathbf{0} \quad (238) \\
 \mathbf{d}_\lambda &\geq \mathbf{0} \\
 [\mathbf{g}(\mathbf{x}_k) + \nabla \mathbf{g}(\mathbf{x}_k)^T \mathbf{d}_k]_i \mathbf{d}_{\lambda,i} &= \mathbf{0}, i = 1, \dots, n_g
 \end{aligned}$$

Con $\mathbf{d}_k, \mathbf{d}_v, \mathbf{d}_\lambda$, se actualizan las iteraciones primarias y duales, es decir, $\mathbf{x}_k, \lambda_k, \mathbf{y}_k$.

Con este tipo de estrategia de solución, el conjunto activo se descubre automáticamente una vez que el algoritmo converge. Bajo estricta complementariedad, las soluciones de los subproblemas QP convergen en una solución local del problema de optimización no lineal una vez que las iteraciones \mathbf{x}_k están en la vecindad de \mathbf{x}^* (Ellis, 2017).

5.10 Métodos de puntos interiores (IPM)

(Ellis, 2017) también desarrolla el estudio de este método, en donde nos menciona que la segunda clase ampliamente utilizada de solucionadores de optimización numéricos no lineales se basa en métodos de puntos interiores.

Una interpretación de los métodos de puntos interiores es que las restricciones de desigualdad son reemplazadas por la función de barrera. La función de barrera tiene la propiedad de que la función adquiere un valor muy grande cuando uno de los valores de restricción llega a cero, es decir, si la función de barrera se denota como B , entonces $B(\mathbf{x}) \rightarrow \infty$ si $\mathbf{g}_i(\mathbf{x}) \rightarrow \mathbf{0}$ para algunos $i \in \{1, \dots, n_g\}$. Una función de barrera ampliamente utilizada es la función logarítmica (Ellis, 2017):

$$B(\mathbf{x}) = - \sum_{i=1}^{n_g} \ln(-\mathbf{g}_i(\mathbf{x})) \quad (239)$$

En donde el problema de optimización obtenido es:

$$\begin{aligned}
 \min_{\mathbf{x}} f(\mathbf{x}) - \tau \sum_{i=1}^{n_g} \ln(-\mathbf{g}_i(\mathbf{x})) \quad (240) \\
 \text{s. t. } \mathbf{g}(\mathbf{x}) = \mathbf{0}
 \end{aligned}$$

Donde $\tau > \mathbf{0}$ es un parámetro. En particular, para resolver el problema de optimización no lineal original para una solución local, una secuencia de problemas modificados de la forma de la ecuación 240 se resuelven para un parámetro dado $\tau > \mathbf{0}$. En ciertas condiciones, se puede demostrar que la solución del problema de optimización no

lineal original es la misma que la del problema modificado cuando el parámetro τ se acerca a cero.

Otra interpretación de los métodos de puntos interiores es que reemplazan la condición de holgura complementaria no suave de las condiciones KKT ($\lambda_i^* g_i(x^*) = 0, i = 1, \dots, n_h$) por una aproximación suave. Específicamente, la aproximación suave de las condiciones KKT viene dada por:

$$\nabla f(x) + \nabla g(x)\lambda + \nabla h(x)v = \mathbf{0} \quad 241 \text{ a}$$

$$h(x) = \mathbf{0} \quad 241 \text{ b}$$

$$\lambda_i g_i(x) + \tau = 0, \quad i = 1, \dots, n_g \quad 241 \text{ c}$$

Donde $\tau > \mathbf{0}$ es un parámetro de suavizado. A partir de la última condición, $\lambda_i = -\tau/g_i(x)$, $i = 1, \dots, n_g$ y por lo tanto, las condiciones KKT modificadas de la ecuación 241 son las condiciones KKT del problema de optimización no lineal ecuación 240 (Ellis, 2017).





Capítulo 6

Diseño de control para el proceso DIC

6.1 Introducción

Habiendo desarrollado la etapa de modelación del proceso de descompresión instantánea controlada (DIC), observamos que el proceso presenta la característica de no lineal, por tanto, es correcto enfocarnos en el diseño de un sistema de control no lineal, aplicando estrategias que han sido probadas en otros sistemas de índole similar.

Aunque los procesos industriales como el secado son, en general, no lineales, la aproximación más común en el diseño de controladores sigue siendo la linealización de las ecuaciones del modelo sobre algún punto de operación nominal. Sin embargo, la aproximación de linealización solo se ajusta a procesos moderadamente no lineales. Tales descripciones lineales necesariamente "pierden" información sobre el proceso que pretenden representar y esto puede causar serios problemas no solo para el control de los procesos continuos sino también para los procesos por lotes, que operan en una amplia gama de condiciones operativas.

En el caso del proceso DIC, tal como hemos observado anteriormente, el modelo contiene un sistema de ecuaciones no lineales derivadas del del balance energético, y del balance másico, con el uso del NMPC, el objetivo es evaluar la influencia de los parámetros de diseño de NMPC en el rendimiento del controlador. La idea ha sido discretizar el sistema de ecuaciones diferenciales. El sistema de ecuaciones diferenciales debe transformarse en un sistema algebraico y el control óptimo se transforman en un problema de Programación no lineal (NLP) con las ecuaciones algebraicas como parte de las restricciones.

En esta parte del trabajo se inicia el desarrollo del diseño del sistema de control y también se muestra la mejora en el desarrollo del modelo de un proceso DIC para la obtención de fruta deshidratada con un proceso acoplado de secado por convección. Cómo se sabe, el modelo se basa en principios físicos para describir el comportamiento del sistema, se usaron balances de energía y masa, y ecuaciones algebraicas para describir los estados termodinámicos. Es importante destacar que además se han realizado pruebas para comprobar el funcionamiento del modelo, variando parámetros como las dimensiones del

elemento diferencial del muestreo y el diferencial de tiempo, para evaluar comportamientos físicos reales en el proceso DIC.

Tal como se ha mencionado, actualmente ya existen estrategias de control específicas para sistemas no lineales que han sido aplicadas en sistemas reales. A continuación, presentamos estas estrategias.

6.2 Estrategia del control predictivo

Según (Sendoya, 2012) actualmente, los sistemas de control industriales deben cumplir simultáneamente con los criterios de calidad en la producción, para satisfacer ciertas especificaciones sujetas a una demanda normalmente variable; con los criterios económicos, asociados con el mantenimiento de las variables de la planta y la minimización de una función de costos de operación; con los criterios de seguridad y con los criterios medioambientales.

Por lo tanto, en la actualidad, el objetivo de un sistema de control consiste en actuar sobre las variables manipuladas, de tal forma que puedan satisfacerse múltiples y cambiantes criterios de funcionamiento, en presencia de cambios en las características del proceso. Las diversas metodologías de control que existen hoy en día, se enfrentan al cumplimiento de este objetivo.

(Sendoya, 2012) también establece que el control predictivo basado en modelo (MBPC o MPC) constituye una poderosa herramienta para afrontar este reto, ya que acepta cualquier tipo de modelo, funciones de costo o restricciones, convirtiéndose en la metodología que puede reflejar más directamente los múltiples criterios de funcionamiento, relevantes en la industria de procesos.

El control predictivo presenta una serie de ventajas sobre otros métodos, entre las que se pueden citar las siguientes:

- Los principios de funcionamiento son intuitivos y los parámetros de diseño están orientados al desempeño, permitiendo que los conceptos puedan ser asimilados en un corto tiempo por los operarios de la planta, aun cuando se tengan pocos conocimientos en el área de control.
- Se pueden manejar problemas de control multivariable y no lineal de una manera sencilla.
- Actualmente, es la aproximación más natural al control restringido, un tema que cada día adquiere más importancia en el sector industrial (restricción de los actuadores, restricciones de seguridad, restricciones de calidad).
- Permite controlar procesos con comportamientos dinámicos poco usuales, tales como procesos de fase no-mínima, procesos altamente oscilatorios o procesos inestables.

- Su carácter predictivo lo hace compensar intrínsecamente los tiempos muertos.
- Introduce un control anticipativo, y de forma natural se compensan las perturbaciones medibles. (Sendoya, 2012).

Por otro lado, (Sendoya, 2012) también menciona, que aunque el control predictivo se basa en ciertos principios básicos, es una metodología abierta que permite extensiones, contribuciones, alternativas y mejoras para el futuro. Sin embargo, como es de esperarse, también presenta algunas desventajas:

- Pese a que su implementación no es compleja, resulta más difícil que la de los clásicos controladores PID.
- Si la dinámica del proceso es variable, la exigencia computacional para realizar los cálculos se incrementa; no obstante, con la potencia de los computadores actuales esta no es realmente una dificultad infranqueable.

(Fernández Camacho & Bordóns Alba, 2004) además menciona que la mayor dificultad que presenta para su aplicación es la necesidad de un modelo apropiado del proceso cuya obtención requiere unos conocimientos mínimos de control. Aún presentando estas limitaciones, el control predictivo ha demostrado ser en la práctica una estrategia razonable de control y ha sido aplicado con éxito a numerosos procesos industriales.

6.3 Principio de funcionamiento

Para describir el principio de funcionamiento nos apoyaremos a partir de la figura 75 y de la identificación de cada parámetro.

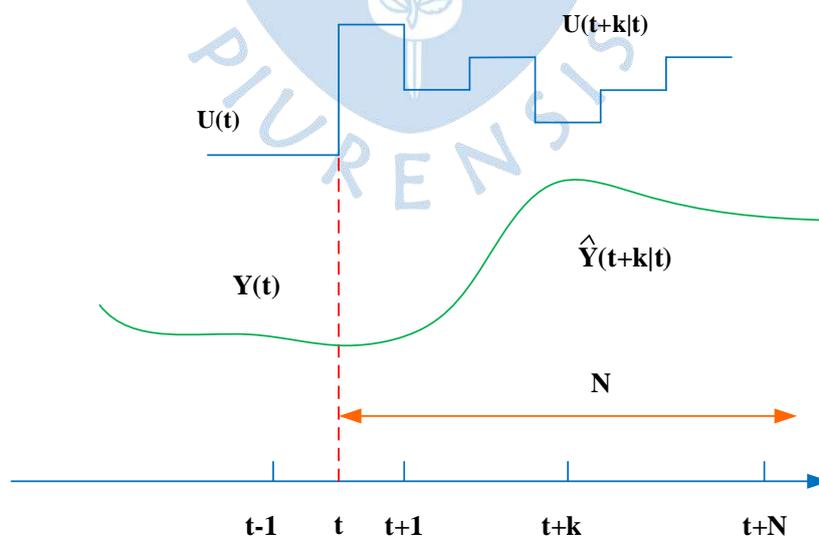


Figura 75. Estrategia de control MPC.

Fuente: Adaptado a partir de "Control predictivo: pasado, presente y futuro", (Fernández Camacho & Bordóns Alba, 2004).

En esta estrategia, se tiene que a cada instante de tiempo “actual” t , se realiza la predicción de la salida del proceso $\mathbf{y}(t + k)$ sobre un horizonte de tiempo $k = 1 \dots N$.

$\mathbf{y}(t + k|t)$ indica los valores futuros y el valor N se conoce como el horizonte de predicción. La predicción se hace por medio del modelo del proceso, por lo que este debe estar disponible. Dicha predicción depende de las entradas y salidas pasadas, pero también del escenario de control futuro $\{\mathbf{u}(t + k|t), k = 0, \dots, N - 1\}$; es decir, las acciones de control que se aplicarán desde el momento presente t en adelante (Sendoya, 2012).

Se define una trayectoria de referencia $\{\mathbf{r}(t + k|t), k = 1, \dots, N\}$, sobre el horizonte de predicción, que comienza en $\mathbf{r}(t|t) = \mathbf{y}(t)$ y evoluciona hacia el punto de operación \mathbf{w} . Esta describe cómo se quiere guiar la salida del proceso desde su valor actual $\mathbf{y}(t)$ hasta el punto de operación \mathbf{w} . En caso de que el proceso presente tiempo muerto, es razonable iniciar dicha trayectoria después de este (Sendoya, 2012).

En este proceso se calcula el vector de control $\{\mathbf{u}(t + k|t), k = 0, \dots, N - 1\}$ a fin de minimizar una función de costo específica, esto depende de los errores de control predichos

$$\{[\mathbf{r}(t + k|t) - \mathbf{y}(t + k|t)], k = 1, \dots, N\},$$

El primer elemento $\mathbf{u}(t|t)$ del vector de control óptimo $\{\mathbf{u}(t + k|t), k = 0, \dots, N - 1\}$ se aplica al proceso real en el instante de tiempo actual. Los demás elementos del vector de control calculado pueden ser despreciados o olvidados ya que en el siguiente instante de muestreo todas las secuencias de tiempo se desplazan y se obtiene una nueva medición de la salida $\mathbf{y}(t + 1)$ repitiendo todo el procedimiento nuevamente. Esto lleva a una nueva entrada de control $\mathbf{u}(t + 1|t + 1)$, la cual es generalmente diferente de la calculada previamente $\mathbf{u}(t + 1|t)$; este concepto se conoce como horizonte deslizante (Sendoya, 2012).

t : representa el índice del tiempo discreto ($t = 0, 1, 2, \dots$).

$\mathbf{u}(t)$: representa la entrada del proceso (variable manipulada)

$\mathbf{Y}(t)$: representa la salida del proceso (variable controlada)

$\mathbf{w}(t)$: representa el punto de operación (set point)

$\mathbf{u}(t + k|t)$: representa los valores futuros de la entrada, calculados en el tiempo t .

$\mathbf{y}(t + k|t)$: representa los valores futuros de la salida con base en:

*Mediciones disponibles en el instante: $t: \{\mathbf{y}(t), \mathbf{y}(t - 1), \dots, \mathbf{u}(t - 1), \mathbf{u}(t - 2), \dots\}$

*Valores futuros de la entrada en el instante: $t: \{\mathbf{u}(t), \mathbf{u}(t + 1|t), \dots\}$

6.3.1 Metodología del control

El análisis de esta metodología de control muestra que, sea cual sea la implementación que se realice, cualquier control predictivo basado en modelos se puede entender como un

problema de optimización en cada periodo de muestreo que consta de tres elementos fundamentales:

- Un predictor basado en el modelo del proceso, encargado de calcular las predicciones de la evolución dinámica del mismo a partir de las medidas de las variables del proceso hasta el instante actual t' y unas acciones de control futuras a lo largo del horizonte de predicción.
- Una función de coste que asigna un valor a cada predicción y por tanto, a cada ley de control postulada. Este valor trata de mostrar el grado de cumplimiento de las especificaciones estáticas y dinámicas compatibles con las posibles restricciones de funcionamiento.
- Un optimizador que debe encontrar el vector de acciones de control que ofrece el mejor valor de la función de coste. Generalmente en este proceso de búsqueda el optimizador realiza postulados de la ley de control e iterativamente trata de acercarse a la ley de control óptima, este análisis se esquematiza en la figura 76 (Salcedo, 2005).

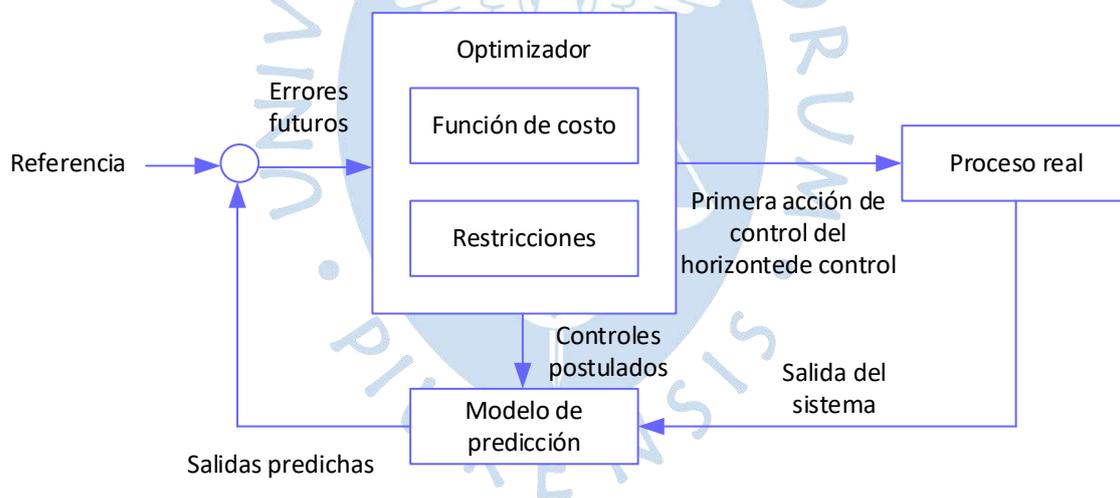


Figura 76. Metodología de control MPC.

Fuente: Adaptado a partir de "GPCs en espacio de estados para el control de sistemas no lineales", (Salcedo, 2005).

En la Figura 77 se presenta la estructura necesaria para implementar el control predictivo. Allí se usa un modelo de la planta, con el fin de predecir la evolución de la salida del proceso a partir de las señales de entrada y salidas conocidas. Las acciones de control futuras se calculan con el optimizador, que considera la función del costo y las posibles restricciones.

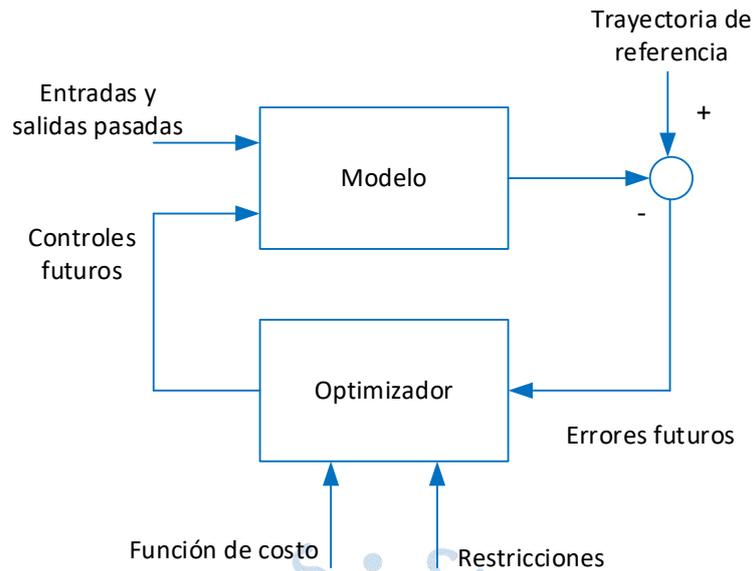


Figura 77. Estrategia básica del MPC.

Fuente: Adaptado a partir de “Control predictivo: pasado, presente y futuro”, (Fernández Camacho & Bordóns Alba, 2004).

Según (Fernández Camacho & Bordóns Alba, 2004), el modelo de proceso juega un papel decisivo en el controlador. Este debe ser lo suficientemente elaborado para capturar de la mejor manera posible la dinámica del proceso y, así, predecir de forma precisa la evolución del sistema; pero al mismo tiempo, debe ser lo suficientemente simple de implementar y entender, con el fin de reducir la carga computacional asociada al proceso de predicción. Las distintas metodologías de control predictivo difieren fundamentalmente en el tipo de modelo utilizado.

Una parte fundamental de la estructura es el optimizador, el cual permite obtener las acciones de control por aplicar. Si el modelo es lineal, la función de costo es cuadrática y no se tienen restricciones; entonces se puede obtener una solución rápidamente y de manera precisa. Si, por otra parte, este no es el caso, se ha de acudir al uso de algoritmos numéricos de optimización, lo cual incrementa la carga computacional al requerir mayor capacidad de cálculo.

Aunque el tamaño del problema resultante depende del número de variables del proceso, de los horizontes de control y predicción elegidos durante el diseño, y del número de restricciones que se consideran, en general, los problemas de optimización resultantes son problemas más bien modestos (Fernández Camacho & Bordóns Alba, 2004).

(Oliden Semino, 2019) nos indica que el control predictivo basado en modelo no es una técnica particular, sino un conjunto de controladores que tienen las siguientes ideas en común:

- Utiliza un modelo del sistema para poder predecir su comportamiento futuro.

- Se establece el uso de una función de costo.
- Aplicación de la estrategia de horizonte deslizante.

Según (Oliden Semino, 2019) en base estas ideas se desprenden las diferentes familias de controladores predictivos.

El control predictivo usa un modelo explícito del proceso que se desea controlar llamado modelo de predicción, el cual se utiliza para predecir el comportamiento del sistema en el tiempo a lo largo de un horizonte temporal, llamado horizonte de predicción (H_p). De esta manera la única salida del proceso en el caso de sistemas SISO converge a un valor de referencia que llamaremos y_{sp}

El problema de control se reduce a la solución de un problema de optimización con restricciones a lo largo del horizonte de predicción, tomando un determinado tiempo de muestreo. De esta manera se obtiene un vector de entradas óptimas que tienen la longitud del horizonte de control (H_c). Solo se aplica al control el primer valor de este vector, esto es lo que se conoce como; estrategia de horizonte deslizante (Oliden Semino, 2019).

6.4 Modelo de predicción

La formación de los modelos de predicción está basada en los modelos usados. Estos modelos se combinan a través de una función $f(\cdot)$ para producir un modelo de las variables de salida. Para modelar cada uno de estos componentes existen varias posibilidades (Salcedo, 2005). Algunas familias de controladores predictivos como GPC (generalized predictive control), utilizan un modelo de respuesta impulso, DMC (Dinamic matrix control) usa un modelo de respuesta escalón y MPC (Model predictive control) usan un modelo en espacio de estados (Oliden Semino, 2019).

6.4.1 Modelo de predicción basado en la respuesta impulso

Según (Oliden Semino, 2019) en este caso tenemos un modelo de respuesta impulso discreto de un sistema SISO o también llamado modelo de convolución.

$$y(k) = \sum_{i=0}^{\infty} g_i u(k-i) = g_0 u(k) + g_1 u(k-1) + g_2 u(k-2) + \dots \quad (242)$$

Donde $i = 0, 1, 2, \dots$ y g_i representan a los coeficientes de la respuesta impulso. Estos coeficientes de la respuesta impulso tiende a 0, por los que se toma la suma truncada hasta N. Tomando $g_0 = 0$, la ecuación 242 se obtiene.

$$y(k) = G(Z^{-1})u(k) \quad (243)$$

Donde

$$G(z-1) = g_1 Z^{-1} + g_2 Z^{-2} + g_3 Z^{-3} + \dots + g_N Z^{-N}$$

Volviendo a tomar la ecuación 242 se obtiene el modelo de predicción.

$$\hat{y}(k+j|k) = \sum_{i=0}^{\infty} g_i u(k+j-i|k) \quad (244)$$

Donde se obtiene el valor de \hat{y} para el instante $k+j$ desde k .

(Oliden Semino, 2019) también menciona que las características de este modelo son:

- Se limita a sistemas estables.
- La estructura contiene muchos parámetros.
- Es poco sensible a los errores.
- No se requiere conocer previamente la estructura del modelo.

6.4.2 Modelo de predicción basado en la respuesta escalón

En este caso (Oliden Semino, 2019) manifiesta que se tiene el modelo de respuesta impulso discreto de un sistema SISO, con la siguiente estructura:

$$y(k) = \sum_{i=0}^{\infty} h_i \Delta u(k-i) = h_0 \Delta u(k) + h_1 \Delta u(k-1) + h_2 \Delta u(k-2) \quad (245)$$

En donde $i = 0, 1, 2, \dots$ y h_i representan a los coeficientes de la respuesta escalón. Se toma la suma truncada hasta N . Tomando $h_0 = 0$, a partir de la ecuación 243 se obtiene.

$$y(k) = H(Z^{-1}) \Delta u(k) \quad (246)$$

Donde

$$H(Z^{-1}) = h_1 Z^{-1} + h_2 Z^{-2} + h_3 Z^{-3} + \dots + h_N Z^{-N}$$

Al tomar la ecuación 245 se obtiene el siguiente modelo de predicción.

$$\hat{y}(k+j|k) = \sum_{i=0}^{\infty} h_i \Delta u(k+j-i|k) \quad (247)$$

Donde se obtiene el valor de \hat{y} para el instante $k+j$ desde k .

Al igual que en el caso anterior, las características de este modelo son:

- Limitación sólo a sistemas estables.
- Contienen muchos parámetros.
- Es poco sensible a errores.
- No se necesita un conocimiento previo de la estructura del modelo.

6.4.3 Modelo de predicción basado espacio de estados

El MPC en espacio de estados se diferencia del resto de técnicas de control predictivo, porque el modelo de la predicción del proceso se describe mediante las ecuaciones de espacio de estados que permiten estimar los estados que conforman el sistema mediante las variables de entrada y permite calcular las variables de salida, esto facilita implementar el control (David & Zapata, 2020).

En este caso (Oliden Semino, 2019) nos plantea un modelo en espacio de estados en discreto.

$$\begin{aligned}x(k+1) &= Ax(k) + Bu(k) \\y(k) &= Cx(k)\end{aligned}\quad (248)$$

Tomando como base la ecuación 248 obtenemos el siguiente modelo de predicción:

$$\begin{aligned}x(k+j+1|k) &= Ax(k+j|k) + Bu(k+j|k) \\y(k+j|k) &= Cx(k+j|k)\end{aligned}\quad (249)$$

Donde se podemos obtener el valor de y para el instante $k+j$ desde k .

Cualquiera de las técnicas de modelado mencionadas, puede ser utilizada para predecir el efecto que producen las variables manipuladas sobre las variables controladas. Esto es así, puesto que cualquiera de las acciones de control que se postule en el algoritmo de localización del óptimo, puede aplicarse posteriormente al proceso. Por tanto, la calidad de la predicción sólo depende de la calidad del modelo (Salcedo, 2005).

6.5 Función de costo

El diseño de la función de coste es de suma importancia porque define el comportamiento del sistema en bucle cerrado.

El objetivo de esta función es plasmar en una formulación matemática una medida cuantitativa del funcionamiento de un sistema (Salcedo, 2005).

La acción de la función de costo, está basada en que la salida futura en el horizonte considerado, siga a una señal de referencia, penalizando al mismo tiempo el esfuerzo de control.

$$J(N_1, N_2, h_m) = \sum_{j=N_1}^{N_2} \delta(j) [\hat{y}(t+j|t) - r(t+j)]^2 + \sum_{j=1}^{h_m} \lambda(j) [\Delta u(t+j-1)]^2 \quad (250)$$

En esta estructura la primera parte de la función corresponde al esfuerzo de referencia y el segundo está referido al esfuerzo del control

Donde $N_2 - N_1 = h_p$. Los coeficientes $\delta(j)$ y $\lambda(j)$ son secuencias de pesos que ponderan el comportamiento futuro.

Respecto de la función de costo, según (Salcedo, 2005) se deben precisar los siguientes parámetros:

Horizonte de predicción ($N_1; : : : N_2$): intervalo de tiempo en el que se realiza la predicción, debe ser finito para que sea posible su aplicación al control en línea. Un horizonte de predicción infinito o demasiado grande hace que los cálculos de las predicciones no se puedan realizar en línea, salvo que exista una formulación analítica.

Horizonte de control (N_u): intervalo del horizonte de predicción en el que se permiten variaciones de la variable manipulada. Este parámetro se utiliza para simplificar el problema de optimización, si se reduce el número de variaciones se reduce el número de variables en el problema. Cuando se limita el horizonte de control cabe la posibilidad de realizar distintas estructuraciones de las acciones de control a lo largo del horizonte de predicción.

Factores de ponderación : para los errores de predicción ($\delta(j)$) y para las acciones de control ($\lambda(j)$). Estos factores se utilizan para conseguir distintos efectos en el comportamiento de bucle cerrado. Por ejemplo, mayor influencia del esfuerzo de control respecto a los errores de predicción o menor influencia en el índice de las predicciones más alejadas, o mayor ponderación de unas determinadas variables en detrimento de otras, etc.

Restricciones: puede aparecer además, un conjunto de restricciones adicionales sobre variables de entrada, salida e internas. Estas restricciones pueden ser debidas tanto a limitaciones físicas del proceso como a especificaciones de funcionamiento (Salcedo, 2005).

Según (Oliden Semino, 2019), los valores futuros de las variables de control $u(k)$, $u(k + 1)$, $u(k + 2)$,... se calculan para que la predicción de la salida siga una referencia. En esta acción, los errores en la predicción deben de ser mínimos y calculados a partir de la siguiente ecuación.

$$\hat{e} = \text{Referencia} - \text{Salidas predichas}(\hat{y}(k + j)) \quad (251)$$

Una característica en el control predictivo, es que las funciones de costo pueden ser, cuadráticas, lineales y no lineales.

En (Salcedo, 2005), además se menciona que el objetivo de la función de costo poder asignar una medida cuantitativa del funcionamiento del sistema por medio de una formulación matemática. Así, dentro de la teoría de control se pueden establecer indicadores que tratan de describir la evolución dinámica del proceso en estudio.

Estos indicadores se pueden englobar en dos grandes grupos:

- a) Parámetros descriptivos de la evolución temporal de la variable controlada: error en régimen permanente, valor final, tiempo de establecimiento, sobreoscilación,

frecuencia de las oscilaciones, tiempo de subida, etc.

- b) Medidas de la desviación de la variable controlada respecto de la referencia. Generalmente se han utilizado integrales de una función del error, siendo los más extendidos en su uso: IAE (integral del valor absoluto del error), ICE (integral del error al cuadrado), e ITAE (integral del producto del tiempo por el valor absoluto del error).

6.5.1 Función de costo cuadrática

En la mayoría de los casos, la función de costo f es cuadrática debido principalmente a que la minimización de dicho índice sujeto a restricciones lineales es matemáticamente tratable (problema de programación cuadrática QP). Existen otras aproximaciones manejando índices de coste modulares (Genceli & Nikolaou, 1993) o con norma infinita (Rao & Rawlings, 1998) que no resultan tan sencillos de manejar y que, en presencia de restricciones lineales, terminan resolviendo problemas de programación lineal (Salcedo, 2005).

El problema de programación cuadrática es aquel que tiene una función de costo cuadrática y restricciones lineales. En Notación matricial tiene la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \min_{s.a.: x \geq 0} \quad & x^T Q x + c x \\ & A x \geq b \end{aligned} \quad (252)$$

En control predictivo se suele tomar la siguiente función de costo

$$\min \sum_{j=H_1}^{H_2} \alpha(j) [\hat{y}(k+j) - r(k+j)]^2 + \sum_{j=0}^{H_c-1} \beta(j) [\Delta u(k+j)]^2 \quad (253)$$

Donde H_1 es el inicio del horizonte de predicción, es H_2 es el final del horizonte de predicción, $\alpha(j)$ es el peso de los errores futuros y $\beta(j)$ es el peso de los incrementos futuros de la variable manipulable. Los parámetros antes mencionados incluyendo el horizonte de control $H(c)$ son parámetros de sintonización del controlador predictivo (Oliden-Semino, 2016).

6.6 Control predictivo con matriz dinámica

Según (Oliden Semino, 2019) el control predictivo con matriz dinámica o más conocido como dynamic matrix control (DMC), fue diseñado por los ingenieros de la Shell Oil. Y que actualmente, se encuentra en una gran variedad de aplicaciones en diferentes industrias y forma parte de muchos paquetes comerciales.

Este control emplea un modelo de respuesta escalón y para la formulación, se asume que la perturbación es constante para todo el horizonte de predicción y asumiéndose que la planta es estable.

En este caso el modelo de predicción se establece como:

$$\hat{y}(k+j|k) = \sum_{i=0}^j h_i \Delta u(k+j-i|k) + \sum_{i=j+1}^N h_i \Delta u(k+j-i|k) \quad (254)$$

Donde el efecto acumulado de los valores pasados de y vienen representados por la segunda sumatoria, esta se puede reemplazar por el valor pasado de y^* . Para ello, se asume que $h_{k+1} - h_k \approx \mathbf{0}$ en el instante N, de esta forma se obtiene.:

$$y^*(k+j|k) = \sum_{i=j+1}^N h_i \Delta u(k+j-i|k) \quad (255)$$

Reemplazando la ecuación 255 en 254 obtenemos:

$$\hat{y}(k+j|k) = y^*(k+j|k) + \sum_{i=0}^j h_i \Delta u(k+j-i|k) \quad (256)$$

Si se asume que $H_p < N$ escribiendo de forma matricial se obtiene:

$$\begin{bmatrix} \hat{y}(k+1|k) \\ \vdots \\ \hat{y}(k+H_p|k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y^*(k+1|k) \\ \vdots \\ y^*(k+H_p|k) \end{bmatrix} + \mathcal{H} \begin{bmatrix} \Delta u(k) \\ \vdots \\ \Delta u(k+H_c-1|k) \end{bmatrix} \quad (257)$$

$$\mathcal{H} = \begin{bmatrix} h_1 & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ h_2 & h_1 & \dots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{H_c} & h_{H_c-1} & \dots & h_1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{H_c} & h_{H_c-1} & \dots & h_{H_p} - h_c + 1 \end{bmatrix}$$

La diferencia entre el modelo y la planta real se estima de la siguiente manera:

$$d(k) = y_m(k) - y^*(k) \quad (258)$$

Donde d representa la perturbación y $y_m(k)$ es la señal muestreada.

Assumiendo que todas las perturbaciones futuras son iguales a la presente. Obtenemos lo siguiente:

$$\hat{d}(k+j|k) = d(k) = y_m(k) - y^*(k) \quad (259)$$

Reescribiendo la ecuación 257 y agregando 259 se obtiene

$$\begin{bmatrix} \hat{y}^0(k+1|k) \\ \vdots \\ \hat{y}^0(k+H_p|k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y^*(k+1|k) \\ \vdots \\ y^*(k+H_p|k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta u(k) \\ \vdots \\ \Delta u(k+H_c-1|k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \hat{d}(k+1|k) \\ \vdots \\ \hat{d}(k+H_p|k) \end{bmatrix}$$

(Oliden Semino, 2019) nos señala que con este desarrollo se puede considerar que la función de costo está constituida en dos partes, la primera compara los valores predichos a lo

largo del horizonte de predicción con la referencia y la segunda que considera el peso de las variaciones de la variable de control. Así podemos encontrar funciones de costo que consideran solo la primera parte (Ecuación 260) y otras que consideran a las dos (Ecuación 261).

$$\min J = \min \sum_{i=1}^{H_p} [\hat{y}^0(k+i|k) - r(k+i)]^2 \quad (260)$$

$$\min J = \min \sum_{i=1}^{H_p} [\hat{y}^0(k+i|k) - r(k+i)]^2 + \sum_{i=0}^{H_c-1} \lambda [\Delta u(k+i)]^2 \quad (261)$$

6.7 Extended Prediction Self-Adaptive Control (EPSAC)

La estrategia conocida como EPSAC fue desarrollada por De Keyser y Van Cauwenberghe, según se refiere en (De Keyser, 1983). Las evidencias de estas aplicaciones se muestran en (De Keyser & van Cauwenberghe, 1983) y en (Keyser & Cauwenberghe, 1985).

Tanto en (Oliden Semino, 2019) como en (Oliden-Semino, 2016) se plantea que la estrategia EPSAC considera en su formulación un modelo del proceso de la siguiente forma:

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{x}(t) + \mathbf{n}(t) \quad (262)$$

En esta expresión $\mathbf{y}(t)$ es la salida medida del proceso, $\mathbf{x}(t)$ es la salida real del proceso y $\mathbf{n}(t)$ el disturbio. La acción del control requiere una predicción de las futuras salidas, en un horizonte de predicción de H_p . Dado por:

$$\mathbf{y}(t+k|t) = \mathbf{x}(t+k|t) + \mathbf{n}(t+k|t) \quad (263)$$

Así, la salida futura puede ser descrita por la integración de dos partes:

$$\mathbf{y}(t+k|t) = \mathbf{y}_{base}(t+k|t) + \mathbf{y}_{optimo}(t+k|t) \quad (264)$$

$\mathbf{y}_{base}(t+k|t)$ es el efecto de las entradas pasadas y $\mathbf{u}_{base}(t+k|t)$ es la secuencia futura de control y los disturbios.

$\mathbf{y}_{optimo}(t+k|t)$ representa el efecto de las acciones de control $\delta \mathbf{u}(t+k|t) = \delta \mathbf{u}(t+k|t) - \mathbf{u}_{base}(t+k|t)$, en un horizonte de control H_c

En este análisis, la salida optimizada puede expresarse por medio de una ecuación de convolución en tiempo discreto, para la respuesta impulso. Llevando esto a una notación matricial, la expresión se puede representar como sigue:

$$\mathbf{Y}_{optimo} = \mathbf{G}\mathbf{U} \quad (265)$$

Donde

$$\mathbf{Y}_{optimo} = [\mathbf{y}_{optimo}(t+N_1|t), \dots, \mathbf{y}_{optimo}(t+N_2|t)]^T \quad (266)$$

$$U = [\delta u(t|t), \dots, \delta u(t + N_u - 1|t)]^T \quad (267)$$

$$G = \begin{bmatrix} h_{N_1} & h_{N_1-1} & h_{N_1-2} & \dots & h_{N_1-N_u+1} \\ h_{N_1+1} & h_{N_1} & h_{N_1-1} & \dots & h_{N_1-N_u+2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{N_2} & h_{N_2+1} & h_{N_1+2} & \dots & h_{N_2-N_u+1} \end{bmatrix} \quad (268)$$

Así la salida predicha se puede expresar matricialmente como:

$$Y = \bar{Y} + GU \quad (269)$$

Donde:

$$Y = [y(t + N_1|t), \dots, y(t + N_2|t)]^T$$

$$\bar{Y} = [Y_{base}(t + N_1|t), \dots, Y_{base}(t + N_2|t)]^T$$

Finalmente (Oliden Semino, 2019) establece que sí se tiene la predicción de la salida se puede optimizar la señal de control U a partir de minimizar la función de costo J .

$$\min J = \min \sum_{N_1}^{N_2} [r(t + k|t) - y(t + k|t)]^2 + \sum_0^{H_u-1} \lambda [u(t + k|t)]^2 \quad (270)$$

λ representa el peso de la variable de control y $r(t + k|t)$ es la referencia. Al minimizar la función de costo se obtiene U en notación matricial.

$$U = [G^T G - \lambda I]^{-1} G^T [R - \bar{Y}]$$

$$R = \begin{bmatrix} r(t + N_1|t) \\ \vdots \\ r(t + N_2|t) \end{bmatrix}$$

6.8 Nonlinear Extended Prediction Self-Adaptive Control (NEPSAC)

La estrategia se ilustra en la Figura 78 y se puede resumir de la siguiente manera:

En cada "momento presente" t se hace un pronóstico de la salida del proceso en un horizonte de largo alcance de períodos de muestreo. Esta previsión se realiza mediante un modelo identificado en tiempo real de la dinámica del proceso y está en función de la futura actuación de control que nos proponamos aplicar a partir de ahora.

De las diversas acciones de control (aceptables), seleccionamos la estrategia que lleva la salida del proceso prevista de regreso al punto de ajuste de la "mejor" manera de acuerdo con un objetivo de control específico.

Es fácil verificar la acción de control frente a restricciones específicas, como restricciones de amplitud (incrementales y absolutas) o zonas de banda muerta para evitar el desgaste.

El mejor candidato resultante se aplica luego como entrada de control al proceso real, pero sólo en el momento presente. En el siguiente instante de muestreo, se repite todo el procedimiento, lo que conduce a una acción de control actualizada con correcciones basadas en las últimas mediciones (estrategia de horizonte de retroceso) (Keyser & Cauwenberghe, 1985).

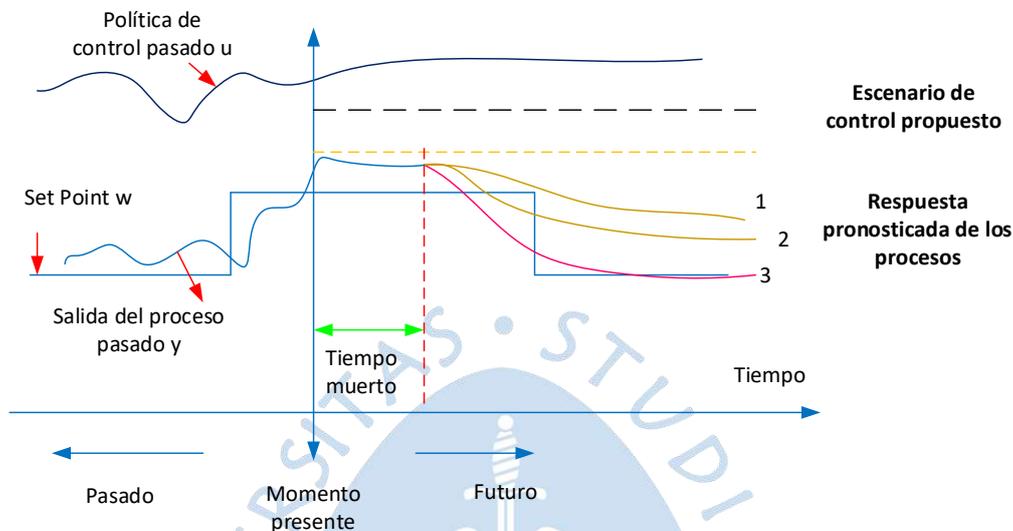


Figura 78. Estrategia NEPSAC.

Fuente: Adaptado de "Extended Prediction Self-Adaptive Control", (Keyser & Cauwenberghe, 1985)

El controlador MPC se compara con el control de realimentación tradicional, donde el MPC es superior. (Norbert & Petersen, 2016), presentan un controlador predictivo no lineal del modelo económico optimizando (E-NMPC) para una planta de secado por aspersión, utilizando el filtro de Kalman para la estimación del estado inicial y el método de los mínimos cuadrados (ALS) para la estimación de covarianza de ruido, logrando demostrar que el E-NMPC permite una mejora en el secado en un 17% en comparación con PI convencional.

En el trabajo de (Oliden Semino, 2019) se establece que el algoritmo EPSAC puede ser modificado para manejar procesos con dinámica no lineal, en cuyo caso se denomina Nonlinear EPSAC o NEPSAC. Esta estrategia se basa en aproximar iterativamente las predicciones de modelo obtenidas por medio de una secuencia de entradas postuladas en el futuro de tal manera que las predicciones converjen a la óptima. Así las acciones futuras de control son expresadas como la suma de una secuencia base:

$\mathbf{u}_{base}(\mathbf{t} + \mathbf{k}|\mathbf{t})$ y una secuencia óptima $\delta\mathbf{u}(\mathbf{t} + \mathbf{k}|\mathbf{t})$ y una secuencia básica:

$$\mathbf{u}(\mathbf{t} + \mathbf{k}|\mathbf{t}) = \mathbf{u}_{base}(\mathbf{t} + \mathbf{k}|\mathbf{t}) + \delta\mathbf{u}(\mathbf{t} + \mathbf{k}|\mathbf{t}) \quad (266)$$

(Oliden Semino, 2019) también considera que cuando el EPSAC se aplica al caso lineal, el valor inicial de $\mathbf{u}_{base}(\mathbf{t} + \mathbf{k}|\mathbf{t})$ no es relevante y se puede asumirse igual a cero. En el caso

no lineal es muy importante escoger un valor adecuado de $\mathbf{u}_{base}(\mathbf{t} + \mathbf{k}|\mathbf{t})$. Esto es debido a que en sistemas no lineales no se cumple en principio de superposición por ello, la predicción que nos da el modelo expresado por la ecuación 264, no se ajustará a la respuesta real de proceso.

Así mismo, (Oliden Semino, 2019) sugiere que para superar este problema el algoritmo NEPSAC debe utilizar una estrategia iterativa que se acerca linealmente a la respuesta del modelo no lineal. El procedimiento planteado consiste en escoger adecuadamente $\mathbf{u}_{base}(\mathbf{t} + \mathbf{k}|\mathbf{t})$ de tal forma que se reduzca el término $\mathbf{y}_{optimo}(\mathbf{t} + \mathbf{k}|\mathbf{t})$ de la ecuación 264, hasta un cierto valor de tolerancia ϵ , de esta manera $\mathbf{y}_{base}(\mathbf{t} + \mathbf{k}|\mathbf{t})$ se aproxima a la respuesta no lineal del sistema y es posible superar el problema del principio de superposición.

La ejecución del algoritmo NEPSAC establece las siguiente etapas:

1. Medición de la salida del proceso en el tiempo \mathbf{t} , $\mathbf{y}(\mathbf{t})$
2. Seleccionar un vector \mathbf{u}_{base}
3. Obtener \mathbf{y}_{base} partir de \mathbf{u}_{base} usando el modelo.
4. Se calcula la matriz \mathbf{G} .
5. Se calcula \mathbf{U} de la función de costo J (ecuación 265), si $\mathbf{U} < \epsilon$ entonces $\mathbf{u}(\mathbf{t}) = \mathbf{u}_{base}(\mathbf{t}|\mathbf{t}) + \mathbf{U}$, y se pasa el siguiente instante de muestreo. Si no, $\mathbf{u}_{base} = \mathbf{u}_{base} + \mathbf{U}$ y se retorna al paso 3.

El algoritmo se utiliza en cada instante de muestreo, evidentemente al ser un método iterativo el tiempo que tome en finalizar el algoritmo depende del valor inicial de \mathbf{u}_{base} .

6.9 Sistema de control PID no lineal

Tal como se mencionó anteriormente el proceso DIC es un proceso de tipo no lineal. Según (Ipanaque, 2012) la linealización consiste en aproximar una ecuación no lineal que representa a un proceso a una ecuación lineal, de forma que la respuesta de la aproximación lineal represente la respuesta del proceso en una región cercana al punto de operación.

Así linealización de una función de una variable considera una ecuación de primer orden:

$$\frac{dx(\mathbf{t})}{dt} = f[x(\mathbf{t})] + k \quad (267)$$

Donde $f[x(\mathbf{t})]$ es una función no lineal de x y k es una constante. La serie de Taylor de $f[x(\mathbf{t})]$ alrededor de un punto \bar{x} viene dada por:

$$f[x(t)] = f(\bar{x}) + \frac{df(x = \bar{x})}{dx} [x(t) - \bar{x}] + \frac{1}{2!} \frac{d^2 f(x = \bar{x})}{dx^2} [x(t) - \bar{x}]^2 + \frac{1}{3!} \frac{d^3 f(x = \bar{x})}{dx^3} [x(t) - \bar{x}]^3 + \dots \quad (268)$$

Donde $\frac{df(x=\bar{x})}{dx}$ es la derivada de la función f evaluada en $x = \bar{x}$

La aproximación lineal consiste en truncar la ecuación 268 y en los dos primeros términos:

$$f[x(t)] = f(\bar{x}) + \frac{df(x = \bar{x})}{dx} [x(t) - \bar{x}] \quad (269)$$

Esta interpretación gráfica se muestra en la Figura 79. En donde la aproximación lineal es una línea tangente a la función no lineal $f(x(t))$ que pasa por el punto \bar{x} , es decir por el punto de operación sobre el cual se linealiza. La pendiente de la línea tangente viene representada por $df(x = \bar{x})/dx$. Para un punto $x(t)$ cercano al punto de operación $\bar{x}(t)$, la diferencia entre la aproximación lineal y el valor actual de la función no lineal es pequeña, sin embargo, esta aumenta conforme nos alejamos del punto de operación. En forma práctica, la región donde la aproximación lineal es aceptable para representar la función no lineal, depende del grado de precisión que se desee obtener y del tipo de proceso en estudio.

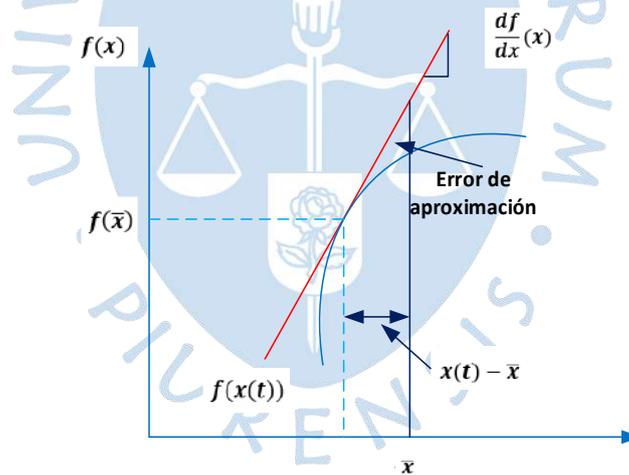


Figura 79. Aproximación lineal.

Fuente: Adaptado de “Control automático de proceso”, (Ipanaqué, 2012).

Con respecto al control PID, este está compuesto por tres elementos: proporcional, integral y derivativo.

Según (Ogata, 2018) la combinación de la acción de control proporcional, la acción de control integral y la acción de control derivativa se denomina acción de control proporcional-integral-derivativa (PID). Esta acción combinada tiene las ventajas de cada una de las tres

acciones de control individuales, según observamos en la figura 80 La ecuación de un controlador con esta acción combinada está dada por:

$$u(t) = k_p e(t) + \frac{k_p}{T_i} \int_0^t e(t) dt + k_p T_d \frac{de(t)}{dt} \quad (270)$$

Cuya función de transferencia es:

$$\frac{U(s)}{E(s)} = k_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right) \quad (271)$$

Donde k_p es la ganancia proporcional, T_i es el tiempo integral y T_d es el tiempo derivativo.

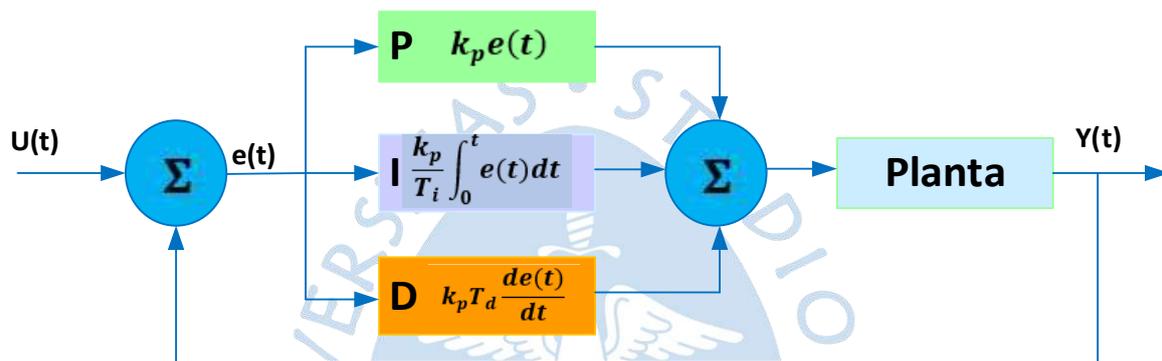


Figura 80. Estructura de controlador PID.

Fuente: Adaptado de "Diseño e implementación de un sistema rotatorio de flujo constante para secado de cacao utilizando transferencia de calor por convección y control predictivo basado en modelo", (Arnao et al., 2015)

6.10 Diseño de controlador PID

Según (Parra Rosero, 2017), sí bien en general, en el ámbito de los procesos industriales la estrategia de control PID es muy utilizada, también lo son los controladores predictivos sobre todo en aspectos económicos. El nivel de aceptación de los controladores predictivos actualmente es bastante alto, prueba de aquello constituye la aplicación desarrollada para MATLAB® en (Morari & Ricker, 2005), denominada Model Predictive Control Toolbox TM. Este desarrollo permite el diseño y simulación de controladores predictivos basados en modelo, y también incluye el problema de optimización que intenta minimizar el error entre la variable medida y el valor deseado a la salida del proceso. Para el cálculo de los parámetros del controlador PID, se escogió el método de Ziegler - Nichols. En la Figura 80 se muestra la gráfica con los datos obtenidos experimentalmente en la planta DIC.

- **Sintonización de controlador mediante método de Ziegler Nichols**

En (Ipanaqué 2012) se indica que este método consiste en aplicar una entrada escalón, sobre la planta, de amplitud unitaria y registrar la gráfica de respuesta $y(t)$ sobre la cual se busca el punto de máxima pendiente.

En (Arnao et al., 2015) se propone la Función de Transferencia que ayuda a definir el tipo de proceso en lazo abierto:

$$G(s) = \frac{K_0 e^{-s\tau_0}}{1 + \gamma_0 s} \quad (272)$$

En donde los coeficientes K_0 , γ_0 y τ_0 se deducen del lazo abierto como respuesta del sistema a una entrada escalón. El sistema inicia estabilizado con estas condiciones $y(t) = y_0$ y $u(t) = u_0$. Se induce una entrada escalón de u_0 hasta u_1 (el salto debe estar entre un 10% y un 20% del valor nominal). Los parámetros se han obtenido a partir de la respuesta presentada en la Figura 78.

$$\tau_0 = t_1 - t_0 \quad (273)$$

$$\gamma_0 = t_2 - t_1 \quad (274)$$

$$k_0 = \frac{y_1 - y_0}{u_1 - u_0} \quad (275)$$

Estos parámetros definirán las constantes del controlador PID propuesto por Ziegler Nichols.

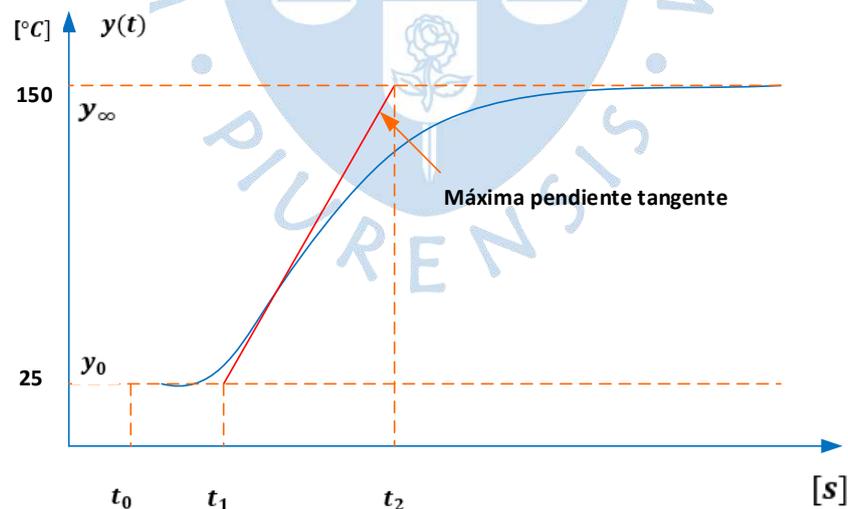


Figura 78. Respuesta de salida ante una entrada escalón.

Fuente: Adaptado de “modelación de un proceso de secado de cacao utilizando una cámara rotatoria cilíndrica y flujo de aire caliente”, (Parra Rosero, 2017).

También en (Parra Rosero, 2017) los parámetros del controlador PID se calculan a partir de las siguientes ecuaciones 276, 277 y 278 :

$$k_p = \frac{1.2\gamma_0}{k_0\tau_0} \quad (276)$$

$$T_i = 2\tau_0 \quad (277)$$

$$T_d = 0.5\tau_0 \quad (278)$$

6.11 Cálculo de parámetros

Según la forma gráfica representada en la Figura 79, los parámetros que le corresponden son:

$$\tau_0 = t_1 - t_0 = 0.0681$$

$$\gamma_0 = t_2 - t_1 = 0.2719$$

$$k_0 = \frac{y_1 - y_0}{u_1 - u_0} = 0.7142857143$$

Con los cuales obtenemos la función de transferencia

$$G(s) = \frac{0.71428e^{-0.00681s}}{1 + 0.02719s}$$

Así los parámetros del controlador base son:

$$k_p = \frac{1.2\gamma_0}{k_0\tau_0} = 6.7076651$$

$$T_i = 2\tau_0 = 0.01362$$

$$T_d = 0.5\tau_0 = 0.003405$$

Posteriormente con estos parámetros se utiliza *Simulink*, para realizar una auto sintonización y obtener la respuesta del sistema.

6.12 Sistema de control planta DIC

Las bases del diseño del control se han desarrollado en el capítulo 5 y los modelos en el capítulo 3. Se menciona esto porque, el desarrollo del sistema de control, considera al modelo en su conjunto, el cual debe incorporar la información del proceso; esta información, registra los niveles máximos que pueden tomar las variables del proceso. Para tal efecto, debemos recordar que experimentalmente en varios trabajos como en (Carmen Téllez-Pérez et al., 2019) se ha recurrido a extraer el perfil del proceso. Con el perfil de las variables, los rangos de trabajo del proceso, y considerando una geometría específica, se puede generar el sistema de la función objetivo, sujeto a las restricciones. En la bibliografía estudiada encontramos el perfil del proceso representado en la figura 79.

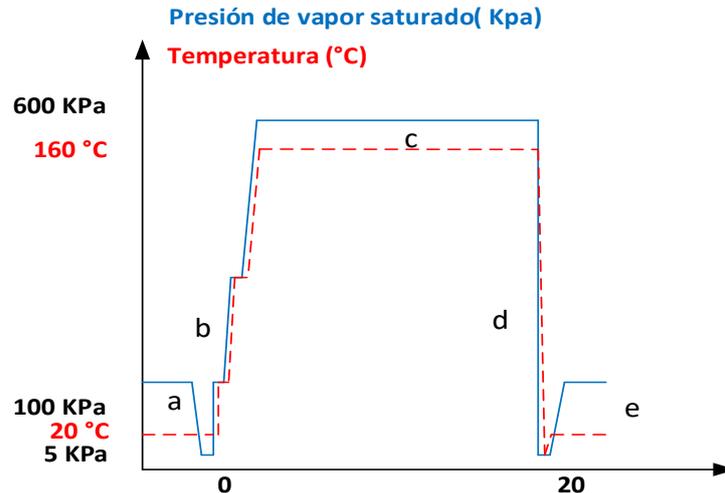


Figura 79. Perfil del proceso DIC.

Fuente: Adaptado de "Instant Controlled Pressure-Drop DIC as a Strategic Technology for Different Types of Natural Functional Foods", (Carmen Téllez-Pérez et al., 2019).

Nota: Perfil típico de presión-tiempo para el ciclo de procesamiento DIC. (a): Establecimiento de un vacío inicial en el recipiente de procesamiento; (b): inyección de vapor seco saturado a la presión seleccionada; (c) mantener la presión de tratamiento durante el tiempo seleccionado; (d): caída de presión instantánea controlada hacia el vacío; y (e): liberación a presión atmosférica.

Otro aspecto importante en el planteamiento del modelo, es considerar los parámetros del proceso, a continuación, en la tabla 14, se presentan dichos parámetros y sus rangos de trabajo, esto es importante porque los rangos establecerán las restricciones de funcionamiento del sistema de control.

Tabla 14.
Rangos de trabajo del proceso DIC.

Variable	Rangos
Temperatura de vapor	120-160 °C
Presión	0.3-0.6 Mpa
Humedad	23-5 g agua/100g base seca
Vacío	0.003-0.005 Mpa
Temperatura de producto	25-160 °C

Fuente: Modificado a partir de "Análisis de los mecanismos de transferencia de calor y masa en el proceso de deshidratación mediante el método de Descompresión Instantánea Controlada (DIC)", (Octavio & Pingo, 2020)

Dentro de la estructura del control una función importante es la función de costo

$$J(x, u) = \sum_{i=1}^{m-1} (T_{sp}(k+i|k) - T(k+i|k))^T W^T W (T_{sp}(k+i|k) - T(k+i|k))^T + \sum_{i=0}^{m-1} \Delta T_{vapor}(k+i|k)^T R \Delta T_{vapor}(k+i|k) + \dots \quad (279)$$

En nuestro caso tenemos dos salidas: Temperatura del producto y la humedad.

Sujeto a restricciones

$$x_{k+j} = f(T_{k+j}, Tvapor_{k+j-1}) \quad x \in X \quad (280)$$

$$X_{k+j} = h(T_{k+j}, Tvapor_{k+j}) \quad u \in U \quad (281)$$

$$X_{min} \leq X_{k+j} \leq X_{max}, j = 1, 2, \dots, N \quad (282)$$

Esta restricción corresponde a la humedad

$$\Delta T_{min-vapor} \leq \Delta T_{k+j} \leq \Delta T_{max-vapor} \quad (283)$$

Esta restricción corresponde a la Temperatura del vapor

Los estados corresponden en el caso de geometría cilíndrica a:

Balance de energía y masa en la zona superficial

$$T_1^{t+1} = F_{0_t} (a_1 B_{i_T} T_\infty + b_1 T_2^t) + (1 - a_1 B_{i_T} F_{0_t} - b_1 F_{0_t}) T_1^t \quad (284)$$

$$X_1^{t+1} = F_{0_m} (a_1 B_{i_m} X_\infty + b_1 X_2^t) + (1 - a_1 B_{i_m} F_{0_m} - b_1 F_{0_m}) X_1^t \quad (285)$$

Balance de energía y masa en la zona interior

$$T_1^{t+1} = a_i F_{0_T} (T_{i-1}^t - T_{i+1}^t) + (1 - 2a_i F_{0_T}) T_i^t \quad (286)$$

$$X_i^{t+1} = a_i F_{0_m} (X_{i-1}^t + X_{i+1}^t) + (1 - a_i F_{0_m}) X_i^t \quad (287)$$

Balance de energía y masa en la zona central

$$T_1^{t+1} = a_n F_{0_T} T_{n-1}^t + (1 - a_n F_{0_T}) T_n^t \quad (288)$$

$$X_1^{t+1} = a_n F_{0_m} X_{n-1}^t + (1 - a_n F_{0_m}) X_n^t \quad (289)$$

Y en el caso de la geometría paralelepípeda, los estados se representan por:

Balance de energía y masa en los nodos vértice

$$T_{i,j,k}^{t+1} = T_{i,j,k}^t + 6B_{i_T} F_{o_T} (T_\infty - T_{i,j,k}^t) + F_{o_T} (2T_{i+1,j,k}^t + 2T_{i,j+1,k}^t + 2T_{i,j,k+1}^t - 6T_{i,j,k}^t) \quad (290)$$

$$X_{i,j,k}^{t+1} = X_{i,j,k}^t + 6B_{i_T} F_{o_T} (X_\infty - X_{i,j,k}^t) + F_{o_T} (2X_{i+1,j,k}^t + 2X_{i,j+1,k}^t + 2X_{i,j,k+1}^t - 6X_{i,j,k}^t) \quad (291)$$

Balance de energía y masa en los nodos arista

$$T_{i,j,k}^{t+1} = T_{i,j,k}^t + 4F_{o_T}(T_\infty - T_{i,j,k}^t) + F_{o_T}(T_{i,j-1,k}^t + T_{i,j+1,k}^t + 2T_{i+1,j,k}^t + 2T_{i,j,k+1}^t - 6T_{i,j,k}^t) \quad (292)$$

$$X_{i,j,k}^{t+1} = X_{i,j,k}^t + 4B_{i_m}F_{o_m}(X_\infty - X_{i,j,k}^t) + F_{o_m}(X_{i,j-1,k}^t + X_{i,j+1,k}^t + 2X_{i+1,j,k}^t + 2X_{i,j,k+1}^t - 6X_{i,j,k}^t) \quad (293)$$

Balance de energía y masa en los nodos cara

$$T_{i,j,k}^{t+1} = T_{i,j,k}^t + 2B_{i_T}F_{o_T}(T_\infty - T_{i,j,k}^t) + F_{o_T}(T_{i-1,j,k}^t + T_{i+1,j,k}^t + T_{i,j-1,k}^t + T_{i,j+1,k}^t + 2T_{i,j,k+1}^t - 6T_{i,j,k}^t) \quad (294)$$

$$X_{i,j,k}^{t+1} = X_{i,j,k}^t + 2B_{i_m}F_{o_m}(X_\infty - X_{i,j,k}^t) + F_{o_m}(X_{i-1,j,k}^t + X_{i+1,j,k}^t + X_{i,j-1,k}^t + X_{i,j+1,k}^t + 2X_{i,j,k+1}^t - 6X_{i,j,k}^t) \quad (295)$$

Balance de energía y masa en los nodos interiores

$$T_{i,j,k}^{t+1} = T_{i,j,k}^t + F_{o_T}(T_{i+1,j,k}^t + T_{i-1,j,k}^t + T_{i,j+1,k}^t + T_{i,j-1,k}^t + T_{i,j,k+1}^t + T_{i,j,k-1}^t - 6T_{i,j,k}^t) \quad (296)$$

$$X_{i,j,k}^{t+1} = X_{i,j,k}^t + F_{o_m}(X_{i+1,j,k}^t + X_{i-1,j,k}^t + X_{i,j+1,k}^t + X_{i,j-1,k}^t + X_{i,j,k+1}^t + X_{i,j,k-1}^t - 6X_{i,j,k}^t) \quad (297)$$

6.13 Detalle del sistema de control planta DIC

El diseño de la planta y del modelo ha considerado las variables referidas a la temperatura y humedad inicial del producto, y también las condiciones de ingreso del vapor. Así mismo considera los límites del proceso, por ejemplo, la capacidad del reactor y la presión máxima del vapor.

Tomando en consideración las características del proceso y los modelos desarrollados, a continuación, se describirá el diseño del sistema de control. Este diseño considera el desarrollo de las plantas de cada modelo, las funciones objetivas, funciones de restricción, y las funciones de optimización, tanto para el estado operativo como para la condición estable.

En la estrategia de control, se utiliza el control predictivo offset free MPC para sistemas de tiempo discreto no lineales. En donde para la planta, el modelo nominal y las restricciones, se considera a la planta como un sistema dinámico de la forma:

$$x_p^+ = f_p(x_p, u, w_p) \quad (298)$$

$$y = h_p(x_p, v_p)$$

Donde:

$x_p, x_p^+ \in \mathbb{R}^n$ son el valor actual y siguiente de los estados de la planta.

$u \in \mathbb{R}^n$ es la entrada de control.

$y \in \mathbb{R}^n$ es la salida

$w_p \in \mathbb{R}^{n_w}$ y $v_p \in \mathbb{R}^{n_v}$ son los disturbios en los estados y salidas respectivamente.

Una característica de las funciones f_p y h_p es que son continuas.

Para el controlador se utiliza un modelo de tipo:

$$\begin{aligned}x^+ &= f(x, u) \quad (299) \\y &= h(x)\end{aligned}$$

Las funciones f y h se asumen continuas. Las entradas y salidas requieren satisfacer las siguientes restricciones todo el tiempo:

$$g_u(u) \leq 0, \quad g_y(y) \leq 0$$

Estados aumentados y estimación:

El control MPC está basado en un modelo aumentado como:

$$\begin{aligned}x^+ &= F(x, d, u) \quad (300) \\d^+ &= d \\y &= H(x, d)\end{aligned}$$

En el cual $d \in \mathbb{R}^{n_d}$ es llamado el estado disturbio o disturbio. Las funciones F y H se asumen continuas y consistentes con el modelo nominal. Es decir, para todo $x \in \mathbb{R}^n$ y $u \in \mathbb{R}^m$ tal que:

$$F(x, 0, u) = f(x, u), \quad H(x, 0) = H(x) \quad (301)$$

Dada la medida de la salida $y(k)$, (w) es usado para estimar el estado aumentado $(x(k), d(k))$.

Siendo

Siendo $\hat{x}(k)$ y $\hat{d}(k)$ como la estimación filtrada de $x(k)$ y $d(k)$ obtenidas usando la salida medida. Se usa $\hat{x}^*(k)$, $\hat{d}^*(k)$ y $\hat{y}^*(k)$ para denotar la estimación predicha de $x(k)$, $d(k)$ y $y(k)$ obtenidos en un instante de tiempo anterior, usando el modelo aumentado (3), Siendo:

$$\hat{x}^*(k) = F(\hat{x}(k-1), \hat{d}(k-1), u(k-1))$$

$$\hat{d}^*(k) = \hat{d}(k-1) \quad (302)$$

$$\hat{y}^*(k) = H(\hat{x}^*(k), \hat{d}^*(k)) \quad (303)$$

Teniendo definido el error de predicción a la salida como:

$$e(k) = y(k) - \hat{y}^*(k) \quad (304)$$

Las relaciones de filtrada pueden ser escritas como:

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{x}}(\mathbf{k}) &= \hat{\mathbf{x}}^*(\mathbf{k}) + \boldsymbol{\kappa}_x(\mathbf{e}(\mathbf{k})) \\ \hat{\mathbf{d}}(\mathbf{k}) &= \hat{\mathbf{d}}^*(\mathbf{k}) + \boldsymbol{\kappa}_d(\mathbf{e}(\mathbf{k}))\end{aligned}\quad (305)$$

Luego, dada la estimación actual de estado aumentado $(\hat{\mathbf{x}}(\mathbf{k}), \hat{\mathbf{d}}(\mathbf{k}))$, en MPC necesita encontrar los estados estacionarios mediante el siguiente problema $(\mathbb{P}_s(\hat{\mathbf{x}}, \hat{\mathbf{d}}(\mathbf{k})))$:

$$\min_{x,u,y} \ell_s(\mathbf{y}, \mathbf{u}) \quad (306)$$

Sujeto a:

$$\mathbf{x} = \mathbf{F}(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{d}}(\mathbf{k}), \mathbf{u}) \quad (307)$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{d}}(\mathbf{k})) \quad (308)$$

$$\mathbf{r}(\mathbf{y}) = \bar{\mathbf{y}}_c \quad (309)$$

$$\mathbf{y} \in \mathbb{Y}, \quad \mathbf{u} \in \mathbb{U}$$

Donde ℓ_s es la función de costo de estado estacionario. La solución de (306) es $(\mathbf{x}_s(\mathbf{k}), \mathbf{u}_s(\mathbf{k}), \mathbf{y}_s(\mathbf{k}))$.

Optimización en el horizonte de predicción: Corresponde a la función Problema_optimización.m Luego, propone el siguiente problema de control óptimo de horizonte finito $\mathbb{P}(\hat{\mathbf{x}}, \hat{\mathbf{d}}(\mathbf{k}), \mathbf{x}_s(\mathbf{k}), \mathbf{u}_s(\mathbf{k}), \mathbf{y}_s(\mathbf{k}))$:

$$\min_{x,u} \sum_{i=0}^{N-1} \ell(\tilde{\mathbf{x}}_i, \tilde{\mathbf{u}}_i) \quad (310)$$

Sujeto a:

$$\mathbf{x}_0 = \hat{\mathbf{x}}(\mathbf{k}) \quad (311)$$

$$\mathbf{x}_{i+1} = \mathbf{F}(\mathbf{x}_i, \hat{\mathbf{d}}(\mathbf{k}), \mathbf{u}_i) \quad (312)$$

$$\mathbf{y}_i = \mathbf{H}(\mathbf{x}_i, \hat{\mathbf{d}}(\mathbf{k})) \quad (313)$$

$$\mathbf{H}(\mathbf{x}_i, \hat{\mathbf{d}}(\mathbf{k})) \in \mathbb{Y}, \quad \mathbf{u}_i \in \mathbb{U}$$

Donde ℓ tiene la siguiente forma:

$$\ell = (\mathbf{y} - \mathbf{y}_s) + \lambda(\mathbf{u} - \mathbf{u}_s) \quad (314)$$

La función de costo $\sum_{i=0}^{N-1} \ell(\tilde{\mathbf{x}}_i, \tilde{\mathbf{u}}_i) + \mathbf{V}_f(\tilde{\mathbf{x}}_N)$ es impuesta en la función objetivo cuadrática(función_objetivo_cuadrática.m).

Las restricciones $\mathbf{x}_{i+1} = \mathbf{F}(\mathbf{x}_i, \hat{\mathbf{d}}(\mathbf{k}), \mathbf{u}_i)$, $\mathbf{y}_i = \mathbf{H}(\mathbf{x}_i, \hat{\mathbf{d}}(\mathbf{k}))$, $\mathbf{H}(\mathbf{x}_i, \hat{\mathbf{d}}(\mathbf{k})) \in \mathbb{Y}$ se imponen en la función (Función_restricción.m) y $\mathbf{u}_i \in \mathbb{U}$ se imponen en la función problema_optimización.m.

Siendo la solución: $(\mathbf{x}^0(\mathbf{k}), \mathbf{u}^0(\mathbf{k}))$ y siguiendo la estrategia de horizonte deslizante se implementa la siguiente entrada al proceso en cada instante de muestreo.

$$\mathbf{u}(\mathbf{k}) = \mathbf{u}_0^0(\mathbf{k}) \quad (315)$$

El programa desarrollado en Matlab considera las siguientes variables:

- Variables de control: Temperatura de la fruta
- Variables de entrada: Temperatura del vapor.
- Modelo de predicción de tipo no lineal.
- Modelo de predicción igual a la planta.

Además de las siguientes implementaciones:

- Implementación de un tiempo de muestreo (T_s) que es diferente al tiempo de integración (dt). T_s se utiliza para la implementación de controlador y dt para la integración del modelo de reactor DIC.
- Se implementó el controlador para un modelo de corte en rodajas y otro para el corte en cubos.
- Modelo en cubos: Se utilizó el controlador predictivo con referencia variable, la referencia de temperatura en los primeros 10 s, es de 25°C en los siguientes 10 s es de 160°C y en los últimos 10 s es de 25°C.
- Modelo en rodajas: Se utilizó el controlador predictivo con referencia variable, la referencia de temperatura en los primeros 10 s, es de 25°C en los siguientes 20 s es de 160°C y en los últimos 20 s es de 25°C.

6.13.1 Planta DIC NMPC modelo cubos

La planta Dic del modelo cubos se desarrolla con la función: `function [Ta1, Xa1] = plantaDIC (Ta, Xa, T_r1, X_r1, dt, d, nx, ny, nz, Ts)`, en la cual se consideran los valores de las medidas de los elementos diferenciales, el tiempo de muestreo y los parámetros de del vapor saturado que se inyecta al reactor, entre los cuales tenemos: los coeficientes térmicos y másicos del vapor. Así mismo se consideran los parámetros del producto a procesar; conductividad térmica, másica y la difusividad térmica y másica. El sistema de control también considera entre otros valores de parámetros a los números de Fourier y de Biot para los balances térmicos y másicos. El programa también considera las iteraciones en cada nodo para los tres ejes.

6.13.1.1 Función objetivo cuadrática modelo cubos. La función objetivo se desarrolla en Matlab y considera la siguiente estructura: `function J = Funcion_objetivo_cuadratica(XT,XTs,N,Lan,Ref)`, considerando una matriz del horizonte de predicción. La función considera el error respecto de la referencia y la entrada respecto del valor estacionario. Los pesos de la función vienen definidos en el programa de control.

En el caso del estado estable la función aplicada es: `function [res,res_eq] = Funcion_restriccion_SS(XT,Ys,Def_0,Ta,Xa,d,dt,nx,ny,nz,Ts)`, que tal como se observa en sus argumentos, se consideran las condiciones iniciales del producto, las dimensiones del elemento diferencial, los diferenciales de tiempo y el tiempo de muestreo. Luego el programa establece valores de las variables tomados de la planta, por medio de la siguiente función: `[Ta, Xa] = plantaDIC(Ta,Xa,T_r1,X_r1,dt,d,nx,ny,nz,Ts)`; y además establece los errores de las variables respecto de los estados estacionarios.

6.13.1.2 Función de restricción modelo cubos. Se realizan las restricciones utilizando el modelo de la planta.

En este caso la función de restricción se desarrolla con la función: `function [res,res_eq] = Funcion_restriccion(XT,Xef_0,Def_0,N,pp,X_r1,Ta,Xa,d,dt,nx,ny,nz,Ts)`, para esta estructura tenemos en cuenta los valores las referencia, el diferencial de tiempo, y las dimensiones del mallado en los tres ejes, así como el tiempo de muestreo.

Se restringen haciendo uso del modelo de la planta. Los valores predichos no tienen cualquier valor sino los valores de la dinámica de la planta. Los valores de la salida.

En el caso del estado estable se tratan de restricciones de igualdad. En el estado estable la función de restricción se desarrolla por medio de la función: `function [res,res_eq] = Funcion_restriccion(XT,Xef_0,Def_0,N,pp,X_r1,Ta,Xa,d,dt,nx,ny,nz,Ts)`, esta función predice las restricciones a lo largo del horizonte de predicción.

Y en su estructura considera los diferenciales de tiempo, el tiempo de muestreo, y las dimensiones de los mallados en las tres direcciones. Toma los valores de planta de temperatura y humedad. En las restricciones se consideran los valores máximos y mínimos de las variables de entrada y salida. El detalle de la programación se puede observar en el apéndice de programas.

6.13.1.3 Función de optimización modelo cubos. La función de optimización queda definida por: `function [Uop,Yop] = Problema_optimizacion(Xef_0,Def_0,Xs_i,Us_i,Ys_i,pin,N,pp,Ref,X_r1,Ta,Xa,d,dt,nx,ny,nz,Ts)`, y el programa integra restricciones con valores máximos y mínimos de la entrada, define las variables de decisión en XTs y se utiliza la función objetivo; $J =$

@(XT)Funcion_objetivo_cuadratica (XT, XT_s, N, Lan, Ref); y además incorpora una función de restricciones no lineales:

```
nolin =
@(XT)Funcion_restriccion(XT,Xef_0,Def_0,N,pp,X_r1,Ta,Xa,d,dt,nx,ny,nz,Ts).
```

Luego incorpora la función de optimización: `options = optimoptions('fmincon','Algorithm','Active-set','OptimalityTolerance',1e-6,'StepTolerance',1e-6,'MaxFunEvals',10000)`; se ajustan los parámetros de optimización y se definen las matrices de restricciones y resuelve con la función: `[p1] = fmincon(J,pin,A,B,[],[],[],[],nolin,options)`; finalmente se actualizan los datos de salida, entrada y la variable manipulable.

En el caso del estado estable, se define la función: `function [Xs_i,Us_i,Ys_i] = Problema_optimizacion_SS(Yb,Def_0,pin1,Ta,Xa,d,dt,nx,ny,nz,Ts)`; la cual está considerando en sus argumentos las variables de entrada, salida y los valores de las variables de temperatura y humedad, diferenciales de tiempo, tiempo de muestreo y las dimensiones del mallado. Así como la función objetivo estable: `Js = @(XT)Funcion_objetivo_cuadratica_SS(XT, Ys)`. Igualmente, la función:

```
nolin =
@(XT)Funcion_restriccion_SS(XT,Ys,Def_0,Ta,Xa,d,dt,nx,ny,nz,Ts);
```

Y finalmente la función: `options = optimoptions('fmincon','Algorithm','interior-point','OptimalityTolerance',1e-6,'StepTolerance',1e-6,'MaxFunEvals',10000)`; que resuelve el problema de optimización.

6.13.1.4 Control no lineal MPC modelo cubos. Finalmente se describe el control no lineal desarrollado en Matlab:

En primer lugar, tenemos que el control no lineal toma los valores de entrada del modelo; las dimensiones del mallado, el número de nodos, el tiempo de muestreo, los valores iniciales de las variables de temperatura y humedad del vapor y los valores de temperatura y humedad del producto.

El control, considera los cambios de temperatura y humedad en el producto. Y define los parámetros de optimización, y el horizonte de predicción. Así como las condiciones iniciales de temperatura en el alimento de geometría cúbica y del vapor. También establece las condiciones iniciales del optimizador, el tiempo de simulación, el tiempo de ejecución del algoritmo. Además, se guardan los estados y entradas.

El control no lineal considera la planta:

```
[Ta, Xa]=plantaDIC(Ta,Xa,uc,X_r1,dt,d,nx,ny,nz,Ts).
```

Luego calcula la humedad promedio. Así como los estados y entradas estacionarias. También integra el problema de optimización:

```
[Uop, Yop]=
problema_optimizacion(Xef_0,Def_0,Xs_i,Us_i,Ys_i,pin,Np,pp,Ref,
X_r1,Ta,Xa,d,dt,nx,ny,nz,Ts), el cual ha sido explicado anteriormente.
```

Finalmente se realiza el ploteo de las variables; temperatura del producto, la referencia, la temperatura del vapor y la humedad del producto.

6.13.2 Sistema de control planta DIC modelo rodajas

De manera muy similar al modelo anterior, ahora describiremos el sistema de control para el modelo rodajas. El cual como ya se ha desarrollado en el capítulo 3, desarrolla los procesos de transferencia de materia y energía, sobre un elemento diferencial cilíndrico.

6.13.2.1 Planta DIC modelo rodajas. En el caso del modelo rodajas la planta queda definida por la función: `function [Ta1, Xa1] = plantaDIC(Ta,Xa,T_r1,X_r1,dt,d,r1,nr,Ts)`, la cual tiene como argumentos la temperatura y la humedad del producto y además las características geométricas del mismo, referidas al mallado cilíndrico y los diferenciales de tiempo. Por otro lado, se consideran los parámetros térmicos y másicos tanto del vapor como del producto. Así mismo, se establecen los números de Fourier y Biot; térmicos y másicos, los cuales cambian en función de la zona de la rodaja.

El programa considera también el almacenamiento de los valores de temperatura y humedad de cada zona, almacenándolos en una matriz. En general el programa calcula los valores de temperatura y humedad desde la superficie hasta la capa interna.

6.13.2.2 Función objetivo cuadrática. Tal como se mencionó en las consideraciones teóricas, la estrategia del control no lineal, requiere de una función objetivo, en este caso, además, para la condición de estado estable.

La función objetivo utilizada es descrita por la siguiente función: `function J = Funcion_objetivo_cuadratica(XT,XTs,N,Lan,Ref)`, la cual, considera en su estructura, las condiciones de humedad y la referencia. Y en la otra igualdad, la función se constituye en: $J = \text{sum}((G' * (Y - \text{repmat}(Ref, N, 1)))) .^2) + Lan * \text{sum}((U - \text{repmat}(Us_i, N, 1)) .^2)$.

En el caso de la función objetivo para el estado estable, tenemos que la función objetivo tiene como argumentos las variables en estado estable relacionadas con la humedad y la temperatura: `function Js = Funcion_objetivo_cuadratica_SS(XT,Ys)`

Y más precisamente, la función la función que calcula los errores cuadráticos:

$$J_s = \text{sum}((X-X_s).^2) + \text{sum}((Y-Y_s).^2) + \text{sum}((U-U_s).^2).$$

6.13.2.3 Función de restricción modelo rodajas. Para este modelo la función de restricción está definida por:

```
function [res,res_eq] =
Funcion_restriccion(XT,Xef_0,Def_0,N,pp,X_r1,Ta,Xa,d,dt,r1,nr,Ts)
```

Entre los argumentos de esta función tenemos a las variables de estado, la referencia, temperatura y humedad del producto, diferenciales de tiempo y los radios correspondientes a las zonas en las rodajas y el tiempo de muestreo. En esta función, se predicen las restricciones a lo largo del horizonte de predicción, tomando valores en Y desde 1 hasta 2N, y en el caso de U, tomando valores desde 2N+1 hasta 2N+2N.

En el caso estable, la función que permite establecer el conjunto de restricciones es:

```
function [res,res_eq] =
Funcion_restriccion_SS(XT,Ys,Def_0,Ta,Xa,d,dt,r1,nr,Ts)
```

En ella se establecen restricciones de igualdad para las variables de estado como la humedad como salida y entrada, y también se las referencias para la humedad y la temperatura. Las cuales son tomadas desde la planta:

```
[Ta, Xa] = plantaDIC(Ta,Xa,T_r1,X_r1,dt,d,r1,nr,Ts).
```

6.13.2.4 Función de optimización modelo rodajas. Tal como se define la función del optimizador; este tiene por objetivo conseguir una combinación de acciones de control para optimizar la función de costo. En nuestro caso, la función que alcanza este objetivo es:

```
function [Uop,Yop] =
Problema_optimizacion(Xef_0,Def_0,Xs_i,Us_i,Ys_i,pin,N,pp,Ref,X
_r1,Ta,Xa,d,dt,r1,nr,Ts.
```

Esta función considera dentro de sus argumentos, las entradas y salidas en condición estable, el horizonte de predicción, la referencia y las dimensiones del mallado cilíndrico.

En esta parte el programa, además establece los valores máximos y mínimos para la entrada, que es la temperatura del vapor. Y establece un vector de estados: $XT_s = [Xs_i; Us_i; Ys_i]$. El programa también incorpora la función de costo:

```
J = @(XT) Funcion_objetivo_cuadratica(XT,XTs,N,Lan,Ref);
```

Y la función de restricción:

```
nolin
@(XT) Funcion_restriccion(XT,Xef_0,Def_0,N,pp,X_r1,Ta,Xa,d,dt,r1,nr,T
s);
```

Además, se establece la función de optimización:

```
options = optimoptions('fmincon','Algorithm','interior-point','OptimalityTolerance',1e-6,'StepTolerance',1e-12,'MaxFunEvals',10000);
```

La cual encuentra el mínimo de una función multivariable por medio de fmincon.

En el caso del estado estable tenemos igualmente un problema de optimización que toma la función:

```
function [Xs_i,Us_i,Ys_i] = Problema_optimizacion_SS(Yb,Def_0,pin1,Ta,Xa,d,dt,r1,nr,Ts)
Ys=Yb;
```

Además, también incorpora la función objetivo:

```
Js = @(XT)Funcion_objetivo_cuadratica_SS(XT,Ys);
nolin = @(XT)Funcion_restriccion_SS(XT,Ys,Def_0,Ta,Xa,d,dt,r1,nr,Ts);
```

Y de la misma manera la solución al problema de optimización la obtenemos por medio de:

```
options = optimoptions('fmincon','Algorithm','interior-point','OptimalityTolerance',1e-6,'StepTolerance',1e-12,'MaxFunEvals',10000);
```

6.13.2.5 Control no lineal MPC modelo rodajas En este control aplicado al modelo rodajas, en primer lugar, el programa establece los parámetros del mallado cilíndrico y las capas radiales. Y también establece el espesor de las capas. Posteriormente, el programa tiene establecidos los parámetros del vapor (temperatura y humedad) y también los parámetros del producto.

Estableciéndose las condiciones iniciales de temperatura y presión, que luego ingresarán a las matrices de almacenamiento.

También se establecen las condiciones iniciales del optimizador, la referencia de temperatura y el tiempo de ejecución del algoritmo.

El programa, además calcula los estados y las entradas estacionarias. Y considera los datos de la planta: $[Ta, Xa] = \text{plantaDIC}(Ta, Xa, uc, X_{r1}, dt, d, r1, nr, Ts)$;

Así como atiende el problema de optimización:

```
[Xs_i,Us_i,Ys_i] =
Problema_optimizacion_SS(Yb,Def_0,pin1,Ta,Xa,d,dt,r1,nr,Ts);
```

Además, calcula las entradas del MPC no lineal y resuelve el problema de optimización:

```
[Uop,Yop] =
Problema_optimizacion(Xef_0,Def_0,Xs_i,Us_i,Ys_i,pin,Np,pp,Ref,X_r1,
Ta,Xa,d,dt,r1,nr,Ts);
```

Finalmente, el programa plotea las gráficas relacionadas con la referencia de temperatura en el producto y el esfuerzo del control.

Luego de este desarrollo visualizaremos y discutiremos los resultados obtenidos realizando pruebas ante variaciones de parámetros de proceso y observando el comportamiento de del sistema de control.



Capítulo 7

Simulación de operación del sistema de control

7.1 Introducción

Normalmente en todo desarrollo de un sistema de control es conveniente, antes de proceder a su implementación, realizar simulaciones del proceso y observar la respuesta del control, a fin de poder realizar ajustes y evaluar el desempeño del controlador.

En nuestro caso se han desarrollado las pruebas del control en los dos modelos denominados; modelo de rodajas y modelo de cubos; es decir se han tomado ambas plantas para probar el desempeño de cada modelo. Estas pruebas servirán para extraer conclusiones respecto del trabajo del control en cada planta.

Las pruebas consideran el ingreso de vapor a diferentes temperaturas y se ha variado el set point para verificar que el control regule y llegue a alcanzar el valor objetivo.

7.2 Pruebas de simulación

Las respectivas pruebas de simulación del sistema de control integra las pruebas en los dos modelos; modelo de rodajas y modelo de cubos.

7.2.1 Pruebas de simulación del modelo rodajas 1

En un primer momento las pruebas se orientaron a poder establecer los cambios en las condiciones del vapor y se ha evaluado la respuesta del sistema de control. Tal como se observa el control responde llevando la salida hacia el valor de set point de 150 °C. Igualmente en el caso en que se ha variado el set point a 120 °C, el sistema vuelve a dar una respuesta satisfactoria. Manteniendo el producto al nivel de referencia.

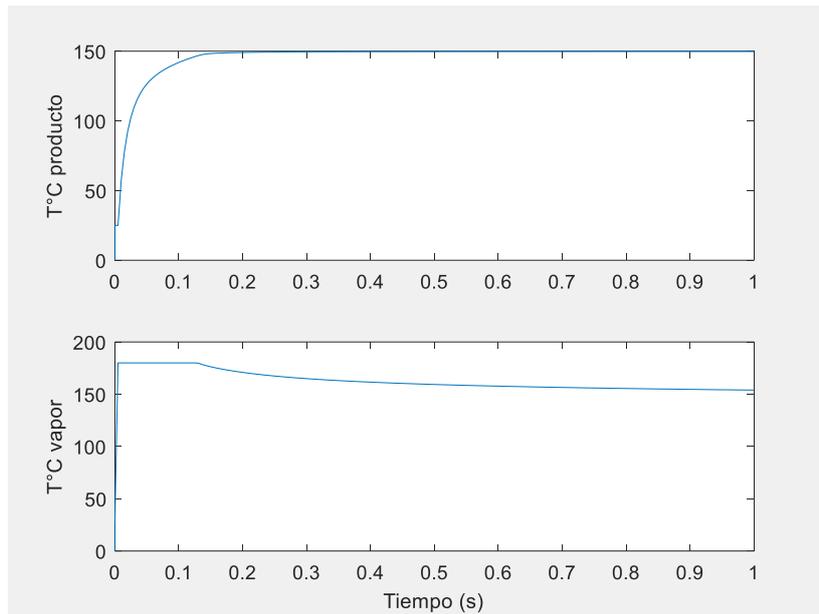


Figura 81. Prueba de proceso con temperatura de 150 °C.

Fuente: Elaboración a partir de prueba experimental de simulación desarrollada en la Universidad de Piura, Perú, 2022.

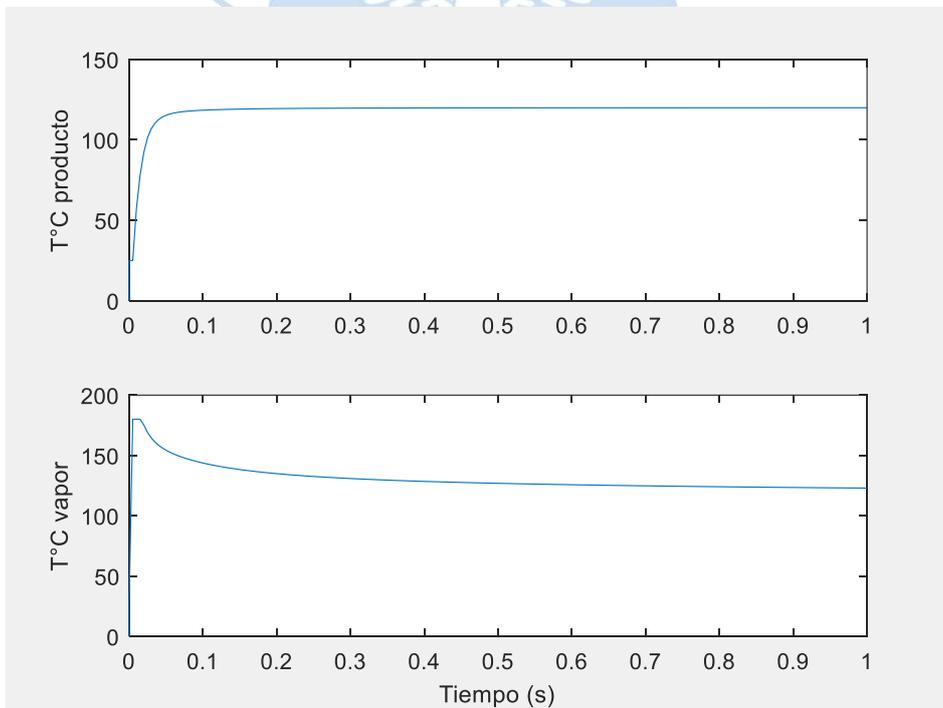


Figura 82. Prueba de control con temperatura del vapor a 120 °C.

Fuente: Elaboración a partir de prueba experimental de simulación desarrollada en la Universidad de Piura, Perú, 2022.

Las gráficas evidencian que el sistema de control está realizando un buen desempeño, dado que siempre llega al set point ante variaciones del flujo de vapor.

7.2.2 Pruebas de simulación de modelo cubos

En esta parte se desarrollarán las respectivas pruebas del modelo denominado cubos. En estas pruebas observamos el desempeño del control no lineal; tomando como base la función objetivo, la función de restricciones, la función de optimización y la planta. En esta prueba visualizamos la variable de entrada, correspondiente al vapor. Y observamos como la temperatura se ajusta al valor de referencia y la dinámica de la humedad refleja un comportamiento desde un valor inicial hasta un valor menor.

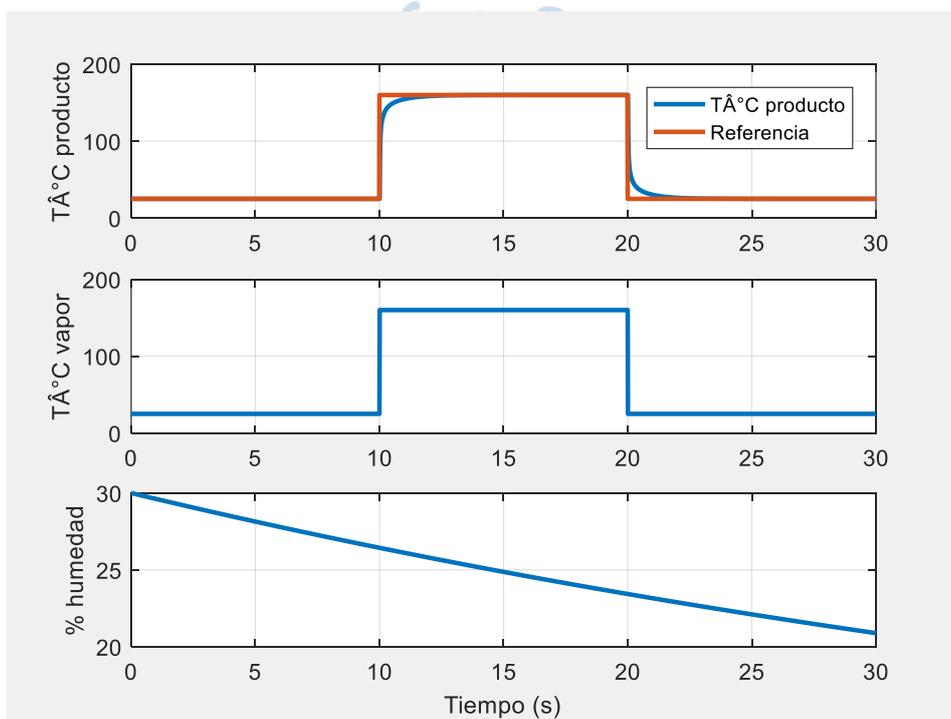


Figura 83. Simulación en modelo cubos.

Fuente: Elaboración a partir de prueba experimental de simulación desarrollada en la Universidad de Piura, Perú, 2022.

En el control de temperatura del secado de corte en cubos se obtiene una respuesta rápida aproximadamente 3 s.

7.2.3 Pruebas de simulación de modelo rodajas 2

El desempeño del modelo se puede observar en la figura 84. En esta gráfica observamos, qué a diferencia del modelo cubos, en donde el control se ajusta a la referencia,

ahora tenemos que el esfuerzo del control, es distinto y la dinámica es más lenta, para llegar a acercarse al valor referencial. Gráficamente, alrededor de 30 segundos la temperatura del producto, tiende a alcanzar el valor de la referencia. La causa de ello, está atribuida a la geometría del producto, es decir el corte tiene influencia en los procesos de transferencia de materia energía.

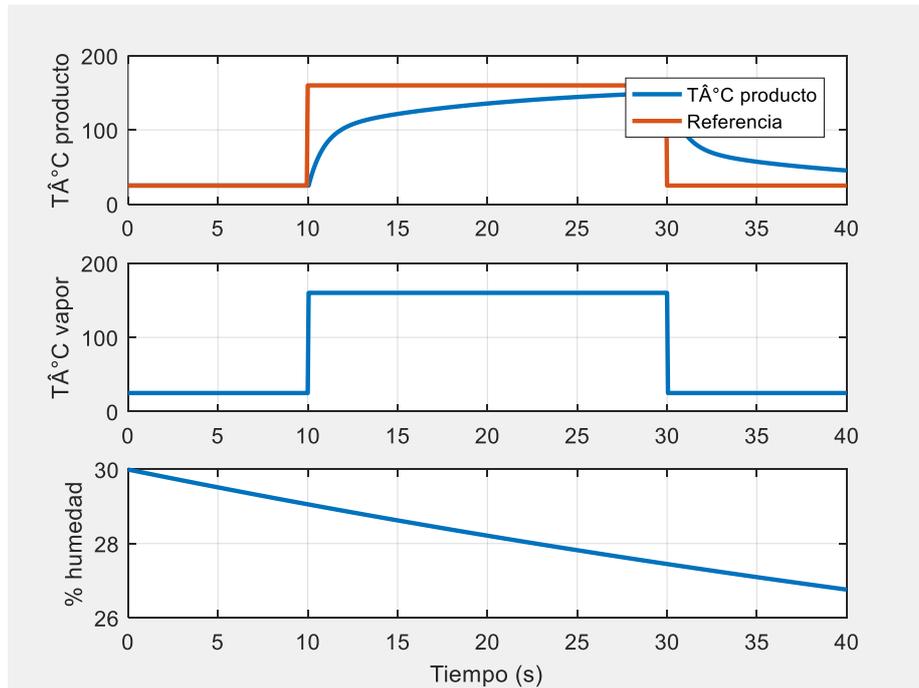


Figura 84. Simulación en modelo en rodajas

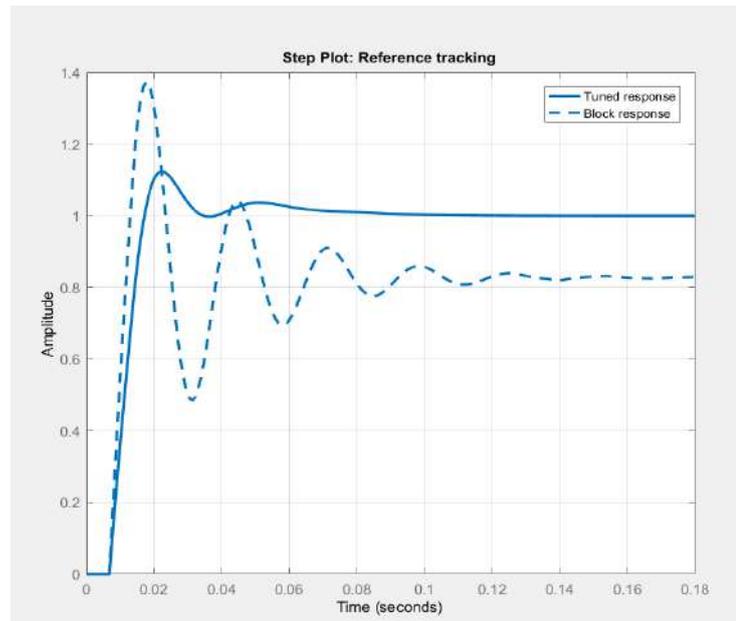
Fuente: Elaboración a partir de prueba experimental de simulación desarrollada en la Universidad de Piura, Perú, 2022.

En el caso del modelo en rodajas, se utilizó el controlador predictivo con referencia variable, la referencia de temperatura en los primeros 10 s, es de 25°C en los siguientes 20 s es de 160°C y los últimos 20 s es de 25°C.

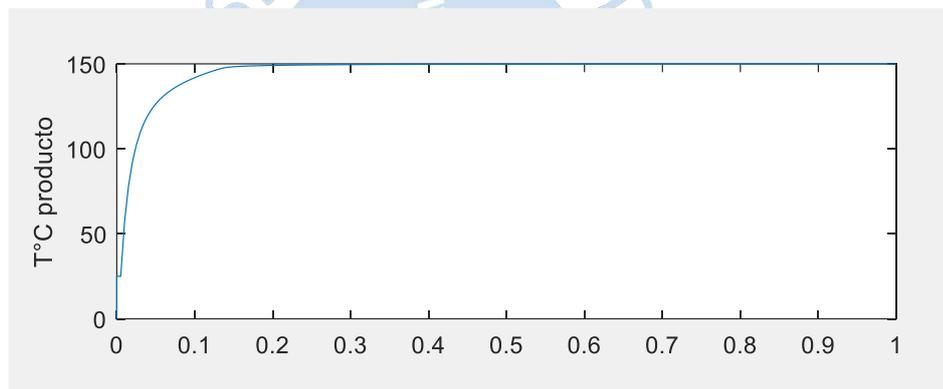
En el control de temperatura del secado de corte en rodajas se obtiene una más lenta que el corte en cubos alrededor de 20 s.

7.3 Comparación de respuestas PID vs NLMPC

Comparativamente se puede observar que el control PID es más limitado en su desempeño, necesita un mayor esfuerzo para alcanzar la estabilidad del set point. Inclusive ante el rechazo de perturbaciones, tal como se observa en la Figura 85.



(a)



(b)

Figura 85. Respuesta del controlador y señal de referencia: a) Salida de control PID, b) Salida de control NLMPC.

Fuente: Elaboración a partir de prueba experimental de simulación desarrollada en la Universidad de Piura, Perú, 2022.

En esta gráfica (a) y (b) se muestra como el PID después de una sobre oscilación y tomando un tiempo, se establece en el valor de referencia, a diferencia del control NMPC que se establece en forma libre sin oscilaciones para alcanzar el set point.

En la figura 86, también se observa, como ante la presencia de disturbios, el PID es capaz de alcanzar la referencia, pero luego de un tiempo prolongado en el esfuerzo, lo cual no sucede en el caso del controlador NMPC.

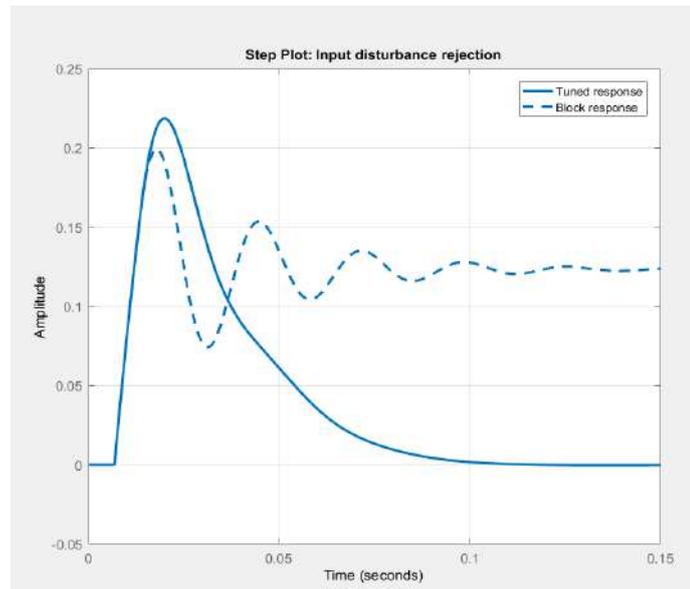


Figura 86. Rechazo a disturbios del controlador.

Fuente: Elaboración a partir de prueba experimental de simulación desarrollada en la Universidad de Piura, Perú, 2022.

A continuación, se muestra la tabla de parámetros del controlador auto sintonizado y la base inicial calculada por Ziegler Nichols.

Tabla 15.

Parámetros del PID auto sintonizado y base.

Controller Parameters		
	Tuned	Block
P	3.4011	6.7077
I	151.6456	
D	0.007767	
N	162.8916	
Performance and Robustness		
	Tuned	Block
Rise time	0.00783 seconds	0.00395 seconds
Settling time	0.0632 seconds	0.114 seconds
Overshoot	12.30%	65.90%
Peak	1.12	1.37
Gain margin	7.05 dB @ 251 rad/s	2.9 dB @ 254 rad/s
Phase margin	58.5 deg @ 94.7 rad/s	32.8 deg @ 179 rad/s
Closed-loop stability	Stable	Stable

Fuente: Elaboración a partir de prueba experimental de simulación desarrollada en la Universidad de Piura, Perú, 2022.

Conclusiones

A continuación, se presentan las conclusiones de la presente tesis doctoral:

1. La modelación de procesos como el secado se tornan complejos al intentar reproducir la ocurrencia de mecanismos internos como son la transferencia de materia y energía en forma tridimensional.
2. Una limitación es el no contar con el equipo DIC en nuestro medio, para poder realizar pruebas con diversos productos y geometrías comerciales.
3. Se ha obtenido un modelo que considera dos tipos de geometrías comerciales, aplicadas a dos frutas; mango y banano, pero que tiene una utilidad enorme, por cuanto se puede aplicar a muchos productos agroindustriales a diferencia de otros modelos que trabajan un modelo distinto para cada producto.
4. El sistema de control no lineal NMPC, asegura un buen desempeño, tal como se observa permite extraer el perfil del comportamiento de la temperatura y de humedad.
5. Los resultados obtenidos en las pruebas con frutas como el mango y banano demuestran que el modelo representa los procesos internos del proceso DIC.
6. El desarrollo de este trabajo permitirá desarrollar nuevos estudios, puesto que la tecnología DIC, no sólo se puede aplicar a frutas sino también a hortalizas, productos hidrobiológicos, snacks, extracción de aromas y aceites entre otros.
7. El control aplicado es la estrategia más adecuada por tratarse de un sistema no lineal, que presenta restricciones; principalmente de capacidad, puesto que la cámara del reactor tiene un volumen fijo.
8. En este proceso las variables que se monitorean son la temperatura del producto que tiene una relación directa con la presión y la humedad del producto.
9. El control predictivo se considera una estrategia madura en el caso de procesos lineales, y se utiliza con bastante éxito en la industria. Sin embargo, no se puede considerar al control predictivo como una disciplina totalmente cerrada a la investigación, sino que, por el contrario, se trata de una rama de la ingeniería de control con aún gran auge hoy en día, por las aplicaciones en la industria.

10. El control predictivo es todavía muy difícil de implementar en tiempo real para procesos no lineales, procesos híbridos o procesos muy rápidos, por lo que estos temas son objeto de investigación. En el caso de sistemas no lineales e híbridos han aparecido soluciones para cuestiones particulares y normalmente de pequeña dimensión, pero no existen soluciones generales. Sin embargo, si se trata de procesos lineales, el control predictivo puede ser aplicado inclusive cuando presenten dinámicas muy rápidas.
11. Se han establecido mejoras en el modelo DIC para poder representar el proceso de transferencia de materia y energía, lográndose establecer el perfil gradual de la evolución de temperatura y humedad y el perfil del proceso DIC.
12. Las pruebas reportan los límites de operación del modelo en relación al tamaño del elemento diferencial y el diferencial de tiempo; es decir, que no podemos establecer un número de nodos pequeños, puesto que esto implicaría que se acorte el proceso de transferencia de materia y energía. Y así mismo, ampliar el tiempo diferencial se contrapone con la operación del proceso.
13. El modelo matemático formulado ayuda a entender el tratamiento DIC desde un punto de vista termodinámico, discretizando el proceso físico en pequeños tiempos y aplicando los balances de energía y masa para comprender los cambios de temperatura y contenido de humedad durante cada etapa del proceso.
14. Las hipótesis asumidas en este trabajo han permitido simplificar el proceso de discretización aplicado a las leyes de transferencia de calor y masa. Sin embargo, existen parámetros que no son constantes, como en el caso de la difusividad.
15. El comportamiento de la cinética de secado puede verse afectado por las condiciones del proceso al momento de aplicar el secado. El principal parámetro del proceso es el contenido de humedad, pero también las condiciones del equipamiento pueden causar una baja eficiencia del secado, aumentando el tiempo de operación y su consumo energético.
16. Los mecanismos de transferencia de calor y masa dependen tanto de las características del producto como también de su geometría. Por ello, se ha propuesto el desarrollo del modelo con dos tipos de geometrías normalmente usadas en la industria.
17. La respuesta del sistema de control en el caso del modelo rodajas representa un mayor esfuerzo debido a que la dinámica es más lenta para alcanzar el valor de referencia, esto depende la geometría del corte a diferencia del modelo de corte cúbico.
18. Es importante señalar que el proceso se desarrolla de forma adecuada, si se cuenta con equipos que mantienen las condiciones según las hipótesis asumidas y que

además cumplan con características mínimas de funcionamiento, siendo un equipo crítico el reactor, en donde se dan los procesos de transferencia de masa y energía.

19. Los modelos reflejan la realidad de los procesos internos en los productos probados, lo cual se evidencia por medio de los valores de los indicadores de ajuste como el RMSE y el FIT en ambos modelos.
20. Según el desarrollo del PID aplicado al proceso, podemos establecer que el NMPC no lineal presenta un mejor desempeño.





Trabajos Futuros

Con el fin de mejorar el modelo de los procesos de transferencia de materia y energía y su aplicación a otros productos, también el sistema de control, se sugiere complementar el trabajo con las siguientes propuestas:

1. En relación a los trabajos futuros los estudios realizados en la Universidad de La Rochelle, en Francia han permitido sugerir, que la modelación pueda ampliarse al estudio de otros productos importantes en nuestra región, como por ejemplo productos hidrobiológicos que presentan otras geometrías y texturas diferentes a las frutas. De esta forma se abrirá un camino, para otras líneas de investigación importantes para el desarrollo de productos funcionales.
2. También se considera conveniente desarrollar un tercer modelo, considerando un corte de fruta con geometría esférica, en donde la forma influye en el proceso de transferencia de materia y energía.
3. En el área del sistema de control también se propone desarrollar un sistema de control vía Simulink y comparar el desempeño del sistema no lineal. Además, también es posible incorporar un sistema de control que integre redes neuronales, para mejorar el seguimiento de la referencia. También se propone desarrollar una estrategia sucesiva de controles lineales para solucionar el problema de la no linealidad.
4. Otra propuesta, es considerar en el modelo, que la difusividad cambia en función de la temperatura, lo cual es una consideración que ha simplificado el modelo, pero que en forma real cambia eso aportaría una función más real del modelo.



Referencias bibliográficas

- Albitar, N. (2011). *Etude comparative des procédés de séchage couplés à la texturation par détente instantanée DIC, en termes de cinétique et de qualité nutritionnelle. application à la valorisation des déchets agro-alimentaire*. 193.
- Albitar, N., Mounir, S., & Allaf, K. (2009). The Instant controlled pressure drop (DIC) technology as a manufacturing process of high Quality dried onion. *5th International Technical Symposium on Food Processing, Monitoring Technology in Bioprocesses and Food Quality Management, January 2017*, 1027–1035.
- Allaf, T., & Allaf, K. (2016). Instant Controlled Pressure Drop (DIC) in Food Processing. In T. Allaf & K. Allaf (Eds.), *Drying Technology* (Vol. 34, Issue 16). <https://doi.org/10.1080/07373937.2016.1204902>
- Allaf, T., Besombes, C., Mih, I., Lefevre, L., & Allaf, K. (2011). Decontamination of Solid and Powder Foodstuffs using DIC Technology. *Advances in Computer Science and Engineering*. <https://doi.org/10.5772/16025>
- Alonzo-Macías Maritza^{1, 2}, Gerardo², M.-G., & Karim¹, A. (2014). *IMPACT OF DRYING PROCESSES ON STRAWBERRY (Fragaria var. Camarosa) TEXTURE: IDENTIFICATION OF CRISPY AND CRUNCHY FEATURES BY INSTRUMENTAL MEASUREMENT 1*. <https://doi.org/10.1111/jtxs.12070>
- Amir, S., Monteau, J., Rezzoug, S., & Loisel, C. (2014). Chemical Engineering and Processing : Process Intensi fication Physics-based modeling of simultaneous heat and mass transfer intensi fication during vacuum steaming processes of starchy material. *Chemical Engineering & Processing: Process Intensification*, 85, 216–226. <https://doi.org/10.1016/j.cep.2014.09.005>
- Arnao, V., Andrés, R., Salazar, M., & Alain, W. (2015). *UNIVERSIDAD POLITÉCNICA SALESIANA SEDE GUAYAQUIL*.
- Asprey, S. P., & Macchietto, S. (2002). *Designing robust optimal dynamic experiments*. 12, 545–556.
- Barbosa Cánovas, G. F. A. L. T. S. S. (2007). *water activity in foods; fundamentals and Applications* (I. P. B. PUBLISHING (Ed.); First Edit). www.blackwellprofessional.com
- Bautista, K. (2012). *Instituto politécnico nacional*.
- Bertoldo, M., Ciardelli, F., Ferrara, G., & Scoponi, M. (2003). Effect of the Structure of Reactor Poly(propylene-co-ethylene) Blends on the Diffusion Coefficient and Activation Energy of a Conventional Antioxidant. *Macromolecular Chemistry and Physics*, 204(15), 1869–1875. <https://doi.org/10.1002/macp.200350040>

- Blanco Cano, L., Valldecabres Sanmartín, L., & Navarra, T. U. de. (2016). Guía Para El Desarrollo De Proyectos De Secado Solar En Comunidades Rurales. *Energía Sin Fronteras*. <https://energiasinfronteras.org/wp-content/uploads/2020/03/GuiaSecadoV3.pdf>
- Bogdan, D. (2010). *Model Reduction in Chemical Engineering*. (Universitatea Politehnica din București, Roemenië) geboren te Medgidia (Roemenië).
- Bonazzi, C., & Bimbenet, J.-J. (2003). Opérations unitaires et process de fabrication de produits alimentaires. *Techniques de l'Ingénieur*, 27–30. <https://www.techniques-ingenieur.fr/>
- Brunauer, S., Deming, I. S., Deming, W. E., & Teller, E. (1940). July, 1940 THEORY. *J. Am. Chem. Soc.*, 62(7), 1723–1732.
- Cameron, I. T., Wang, F. Y., Immanuel, C. D., & Stepanek, F. (2005). *Process systems modelling and applications in granulation: A review*. 60, 3723–3750. <https://doi.org/10.1016/j.ces.2005.02.004>
- Campo, J., Mendoza, A., Posada, G., & Mendoza, A. (2007). *Diseño y construcción de una máquina deshidratadora de banana*. 198. <http://biblioteca.usbbog.edu.co:8080/Biblioteca/BDigital/41044.pdf>
- Casaverde-Pacherrez, L. A., Téllez-Pérez, C., Besombes, C., Marcelo-Aldana, D., Allaf, K., & Vásquez-Díaz, E. (2022). Effect of Swell-Drying on Mango (*Mangifera indica*) Drying Kinetics. *Foods*, 11(15), 2220. <https://doi.org/10.3390/FOODS11152220>
- David, E., & Zapata, M. (2020). *Diseño y estudio de un control predictivo no lineal Tesis para optar el Título de Emmanuel David Mendoza Zapata*.
- De Keyser, R. M. C. (1983). Self-tuning prediction and control. *International Journal of Systems Science*, 14(2), 147–168. <https://doi.org/10.1080/00207728308926448>
- De Keyser, R. M. C., & van Cauwenberghe, A. R. (1983). Typical Application Possibilities for Self-Tuning Predictive Control. *IFAC Proceedings Volumes*, 2(4), 975–980. [https://doi.org/10.1016/s1474-6670\(17\)63121-5](https://doi.org/10.1016/s1474-6670(17)63121-5)
- Demir, V. Ā., Gunhan, T., & Yagcioglu, A. K. (2007). *Mathematical modelling of convection drying of green table olives*. 98, 47–53. <https://doi.org/10.1016/j.biosystemseng.2007.06.011>
- Diamante, L. M., & Munro, P. A. (1993). Mathematical modelling of the thin layer solar drying of sweet potato slices. *Solar Energy*, 51(4), 271–276. [https://doi.org/10.1016/0038-092X\(93\)90122-5](https://doi.org/10.1016/0038-092X(93)90122-5)
- Diaz, F. (2009). *Tesis de maestría en ciencias*. Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico Departamento de Ingeniería Mecánica TESIS.
- Ellis, M. (2017). *Background on Nonlinear Systems, Control, and Optimization* (1st ed., pp. 21–56). Springer Cham. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-41108-8>
- Erbay, Z., & Icier, F. (2010). *A Review of Thin Layer Drying of Foods: Theory, A Review of Thin Layer Drying of Foods: Theory, Modeling*, . 8398. <https://doi.org/10.1080/10408390802437063>
- Fernández Camacho, E., & Bordóns Alba, C. (2004). Control Predictivo: Pasado, presente y futuro. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial*, 1(3), 5–28.
- G. M. White, T. C. Bridges, O. J. Loewer, & I. J. Ross. (1980). Seed Coat Damage in Thin-Layer

- Drying of Soybeans. *Transactions of the ASAE*, 23(1), 0224–0227. <https://doi.org/10.13031/2013.34559>
- Genceli, H., & Nikolaou, M. (1993). *Robust Stability Analysis of Constrained /, -Norm Model Predictive Control*. 39(12).
- Ghazanfari, A., Emami, S., Tabil, L. G., & Panigrahi, S. (2006). Thin-layer drying of flax fiber: II. Modeling drying process using semi-theoretical and empirical models. *Drying Technology*, 24(12), 1637–1642. <https://doi.org/10.1080/07373930601031463>
- Grüne, Lars; Pannek, J. (2011). *Nonlinear Model Predictive Control* (Second Edi). Springer.
- Gunhan, T., Demir, V., Hancioglu, E., & Hepbasli, A. (2005). Mathematical modelling of drying of bay leaves. *Energy Conversion and Management*, 46(11–12), 1667–1679. <https://doi.org/10.1016/j.enconman.2004.10.001>
- Haddad, M. Al, Mounir, S., Sobolik, V., & Allaf, K. (2008). Fruits & vegetables drying combining hot air, DIC technology and microwaves. *International Journal of Food Engineering*, 4(6), 8–15. <https://doi.org/10.2202/1556-3758.1491>
- Jangam, S; Law, Ch; Mujumdar, A. (2010). *Drying of Foods, vegetables and Fruits*.
- Kapsalis, J. G. (1981). Moisture Sorption Hysteresis. In *Water Activity: Influences on Food Quality*. ACADEMIC PRESS, INC. <https://doi.org/10.1016/b978-0-12-591350-8.50011-5>
- Kavak Akpınar, E., Bicer, Y., & Cetinkaya, F. (2006). Modelling of thin layer drying of parsley leaves in a convective dryer and under open sun. *Journal of Food Engineering*, 75(3), 308–315. <https://doi.org/10.1016/j.jfoodeng.2005.04.018>
- Keyser, R. M. C. De, & Cauwenberghe, A. R. Van. (1985). EXTENDED PREDICTION SELF-ADAPTIVE CONTROL. *IFAC Proceedings Volumes*, 18(5), 1255–1260. [https://doi.org/10.1016/S1474-6670\(17\)60736-5](https://doi.org/10.1016/S1474-6670(17)60736-5)
- Kiss, A. A., Bildea, C. S., Dimian, A. C., & Piet, D. (2003). *Unstable Behaviour of Plants with Recycle*. 431–436.
- Labuza, T. P. (1972). *STABILITY OF INTERMEDIATE MOISTURE Oxidation INTRODUCTION MATERIALS & METHODS*. 154–159.
- Labuza, T. P., & Altunakar, B. (2020). Water Activity Prediction and Moisture Sorption Isotherms. *Water Activity in Foods*, 161–205. <https://doi.org/10.1002/9781118765982.ch7>
- Labuza, T. P., & Dugan, L. R. (1971). Kinetics of lipid oxidation in foods. *C R C Critical Reviews in Food Technology*, 2(3), 355–405. <https://doi.org/10.1080/10408397109527127>
- Lakner, R., Hangos, K. M., & Cameron, I. T. (2005). *On minimal models of process systems*. 60, 1127–1142. <https://doi.org/10.1016/j.ces.2004.09.074>
- Leitold, A., & Hangos, K. M. (2001). *Structural solvability analysis of dynamic process models*. 25, 1633–1646.
- Louka, N., & Allaf, K. (2002). New process for texturizing partially dehydrated biological products using controlled sudden decompression to the vacuum: Application on potatoes. *Journal of Food Science*, 67(8), 3033–3038. <https://doi.org/10.1111/j.1365-2621.2002.tb08855.x>

- Maritza, A. M., Sabah, M., Anaberta, C. M., Montejano-Gaitán, J. G., & Allaf, K. (2012). Comparative study of various drying processes at physical and chemical properties of strawberries (*Fragaria var. camarosa*). *Procedia Engineering*, 42, 267–282. <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2012.07.418>
- Marquardt, W. (2001). *Nonlinear Model Reduction*.
- Mazen Hamoud-Agha, M., & Allaf, K. (2020). Instant Controlled Pressure Drop (DIC) Technology in Food Preservation: Fundamental and Industrial Applications. *Food Preservation and Waste Exploitation*, February. <https://doi.org/10.5772/intechopen.83439>
- Midilli, A., Kucuk, H., & Yapar, Z. (2002). A new model for single-layer drying. *Drying Technology*, 20(7), 1503–1513. <https://doi.org/10.1081/DRT-120005864>
- Morari, M., & Ricker, N. L. (2005). Model Predictive Control Toolbox For Use with MATLAB. *Control*, 128. www.mathworks.com
- Mounir, S., Besombes, C., Al-Bitar, N., & Allaf, K. (2011). Study of instant controlled pressure drop DIC treatment in manufacturing snack and expanded granule powder of Apple and Onion. *Drying Technology*, 29(3), 331–341. <https://doi.org/10.1080/07373937.2010.491585>
- Mounir, Sabah, & Allaf, K. (2008). *Three-Stage Spray Drying : New Process Involving Instant Controlled Pressure Drop*. 452–463. <https://doi.org/10.1080/07373930801929334>
- Mounir, Sabah, & Allaf, K. (2009). *Study and modeling of dehydration and rehydration kinetics within porous medium 315 MOUNIR Sabah and ALLAF Karim ; Study and modeling of dehydration and rehydration kinetics within porous medium ; AFSIA , Lyon (France) ; 2009 . January 2017.*
- Mounir, Sabah, Allaf, T., Mujumdar, A. S., & Allaf, K. (2012). Swell Drying: Coupling Instant Controlled Pressure Drop DIC to Standard Convection Drying Processes to Intensify Transfer Phenomena and Improve Quality-An Overview. *Drying Technology*, 30(14), 1508–1531. <https://doi.org/10.1080/07373937.2012.693145>
- Mujumdar, A. S., & Law, C. L. (2010). Drying Technology: Trends and Applications in Postharvest Processing. *Food and Bioprocess Technology*, 3(6), 843–852. <https://doi.org/10.1007/s11947-010-0353-1>
- Nguyen, H. T., Lanoiselle, J.-L., & Allaf, K. (2014). Effect of Instant Controlled Pressure Drop DIC Treatment on the Properties of Dried Carrot. *19th International Drying Symposium (IDS 2014)*, August.
- Nguyen, T. A. (2005). *Modelling of Moisture Transport in Pear Tissue*. <http://hdl.handle.net/1979/174>
- Nguyen, T. H., Lanoiselle, J. L., Allaf, T., & Allaf, K. (2016). Experimental and fundamental critical analysis of diffusion model of airflow drying. *Drying Technology*, 34(15), 1884–1899. <https://doi.org/10.1080/07373937.2016.1155052>
- Norbert, L., & Petersen, L. N. (2016). *Economic Model Predictive Control for Spray Drying Plants*.
- Octavio, H., & Pingo, G. (2020). *Análisis de los mecanismos de transferencia de calor y masa en el proceso de deshidratación mediante el método de Descompresión Instantánea*

Controlada (DIC) (Issue Dic).

- Ogata, K. (2018). Ingeniería de control moderna. In *Ingenio y Conciencia Boletín Científico de la Escuela Superior Ciudad Sahagún* (5 th, Vol. 5, Issue 10). PEARSON. <https://doi.org/10.29057/ess.v5i10.3323>
- Oliden-Semino, J. (2016). *BASADO EN MODELO PARA PLATAFORMA INDUSTRIAL*. Universidad de Piura.
- Oliden Semino, C. (2019). *Control predictivo no lineal de un evaporador para la producción de bioetanol*.
- Oliveira, M. (1995). “*controle preditivo com modelo não-linear de um tanque de aquecimento em batelada*.” UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINA.
- Omid, M., Yadollahinia, A. R., & Rafiee, S. (2006). a Thin-Layer Drying Model for Paddy. *Proceedings of the International Conference on Innovations in Food and Bioprocess Technologies, 12-14 December 2006, AIT, Pathumthani, Thailand, December, 12–14*. http://www.researchgate.net/publication/236484230_A_thin-layer_drying_model_for_paddy_dryer/file/72e7e51f8ce1c9aa1c.pdf
- Onwude, D. I., Hashim, N., & Chen, G. (2016). Recent advances of novel thermal combined hot air drying of agricultural crops. *Trends in Food Science and Technology, 57*, 132–145. <https://doi.org/10.1016/j.tifs.2016.09.012>
- Orford, P. D., Parker, R., & Ring, S. G. (1990). Aspects of the glass transition behaviour of mixtures of carbohydrates of low molecular weight. *Carbohydrate Research, 196(C)*, 11–18. [https://doi.org/10.1016/0008-6215\(90\)84102-Z](https://doi.org/10.1016/0008-6215(90)84102-Z)
- Overhults, D. G., White, G. M., Hamilton, H. E., & Ross, I. J. (1973). Drying Soybeans With Heated Air. *Transactions of the American Society of Agricultural Engineers, 16(1)*, 112–113. <https://doi.org/10.13031/2013.37459>
- Özilgen, M., & Özdemir, M. (2001). A review on grain and nut deterioration and design of the dryers for safe storage with special reference to Turkish hazelnuts. In *Critical Reviews in Food Science and Nutrition* (Vol. 41, Issue 2). <https://doi.org/10.1080/20014091091779>
- Parra Rosero, P. (2017). *MODELACIÓN DE UN PROCESO DE SECADO DE CACAO UTILIZANDO UNA CÁMARA ROTATORIA CILÍNDRICA Y FLUJO DE AIRE CALIENTE*. Universidad de Piura.
- Pilatowski, I., Mounir, S., Haddad, J., Cong, D. T., & Allaf, K. (2010). The Instant Controlled Pressure Drop Process as a New Post-harvesting Treatment of Paddy Rice: Impacts on Drying Kinetics and End Product Attributes. *Food and Bioprocess Technology, 3(6)*, 901–907. <https://doi.org/10.1007/s11947-010-0332-6>
- Rao, C. V., & Rawlings, J. B. (1998). OPTIMIZATION STRATEGIES FOR LINEAR MODEL PREDICTIVE CONTROL. *IFAC Proceedings Volumes, 31(11)*, 41–46. [https://doi.org/10.1016/S1474-6670\(17\)44904-4](https://doi.org/10.1016/S1474-6670(17)44904-4)
- Reid, D. S. (2008). Water Activity: Fundamentals and Relationships. *Water Activity in Foods: Fundamentals and Applications*, 15–28. <https://doi.org/10.1002/9780470376454.ch2>
- Sachin V. Jangam, C. L. L. and A. S. M. (Ed.). (2010). *Drying of Foods, Vegetables and Fruits*.
- Sagar, V. R., & Suresh Kumar, P. (2010). Recent advances in drying and dehydration of fruits and vegetables: A review. *Journal of Food Science and Technology, 47(1)*, 15–26.

<https://doi.org/10.1007/s13197-010-0010-8>

- Salcedo, J. V. (2005). *GPCs en espacio de estados para el control de sistemas no lineales*. 396.
- Scott, W. J. (1957). Water Relations of Food Spoilage Microorganisms. *Advances in Food Research*, 7(C), 83–127. [https://doi.org/10.1016/S0065-2628\(08\)60247-5](https://doi.org/10.1016/S0065-2628(08)60247-5)
- Sendoya, D. (2012). *¿ Qué es el Control Predictivo y Hacia Dónde se Proyecta ?*
- Shafir Rahman, M. (2011). Hand book of food proservation. In C. Press (Ed.), *Angewandte Chemie International Edition*, 6(11), 951–952. (Second Edi). <http://www.crcpress.com>
- Steven C. Chapra, R. P. C. (2015). Métodos numéricos para ingenieros. In *Syria Studies* (Vol. 7, Issue 1). https://www.researchgate.net/publication/269107473_What_is_governance/link/548173090cf22525dcb61443/download%0Ahttp://www.econ.upf.edu/~reynal/Civilwars_12December2010.pdf%0Ahttps://think-asia.org/handle/11540/8282%0Ahttps://www.jstor.org/stable/41857625
- Tantas Vasquez, G. J. (2016). *“Modelación matemática, simulación, análisis paramétrico y financiero de una cámara de secado solar para cacao.”* Universidad de Piura.
- Téllez-Pérez, C., Sabah, M. M., Montejano-Gaitán, J. G., Sobolik, V., Martínez, C. A., & Allaf, K. (2012). “Impact of Instant Controlled Pressure Drop treatment on dehydration and rehydration kinetics of Green Moroccan Pepper (*Capsicum annuum*),” *Procedia Engineering*, 42(August), 978–1003. <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2012.07.491>
- Téllez-Pérez, Carmen, Alonzo-Macías, M., Mounir, S., Besombes, C., Allaf, T., Amami, E., & Allaf, K. (2019). Instant Controlled Pressure-Drop DIC as a Strategic Technology for Different Types of Natural Functional Foods. *Functional Foods*, October. <https://doi.org/10.5772/intechopen.81740>
- Tellez Perez, C. (2014). Valorization of Mexican agriculture by preservation and drying by instant autovaporization : case of green pepper. *PhD Thesis, May 2013*, 158.
- Timmermann, E. O., Chirife, J., & Iglesias, H. A. (2001). Water sorption isotherms of foods and foodstuffs: BET or GAB parameters? *Journal of Food Engineering*, 48(1), 19–31. [https://doi.org/10.1016/S0260-8774\(00\)00139-4](https://doi.org/10.1016/S0260-8774(00)00139-4)
- Toledo, R., Singh R., Kng, F. (2018). Dehydration 12. In *Fundamentals of Food Process Engineering* (pp. 321–354). Springer International Publishing AG. https://doi.org/10.1007/978-3-319-90098-8_12
- Toledo, J. (2008). *Instituto politécnico nacional*.
- Toupin, C. J., Marcotte, M., & Le Maguer, M. (1989). Osmotically-induced mass transfer in plant storage tissues: A mathematical model. Part I. *Journal of Food Engineering*, 10(1), 13–38. [https://doi.org/10.1016/0260-8774\(89\)90018-6](https://doi.org/10.1016/0260-8774(89)90018-6)
- van den Berg, C., & Bruin, S. (1981). Water Activity and Its Estimation in Food Systems: Theoretical Aspects. In *Water Activity: Influences on Food Quality*. ACADEMIC PRESS, INC. <https://doi.org/10.1016/b978-0-12-591350-8.50007-3>
- Villa, L. (2008). *Estudio Bidimensional de la Transferencia de Calor y Masa en Rebanadas de Mango*. Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico Departamento de

Ingeniería Mecánica.

- Vorobiev, E., & Lebovka, N. I. (2016). Enhancing Extraction Processes in the Food Industry. In *Enhancing Extraction Processes in the Food Industry* (Issue January). <https://doi.org/10.1201/b11241>
- Xin-She Yang, C. 28. (2017). *Engineering Mathematics with Examples and Applications* (Vol. 80). <https://doi.org/10.1016/B978-0-12-809730-4.00037-9>
- Yadollahinia, A. R., Omid, M., & Rafiee, S. (2008). Design and fabrication of experimental dryer for studying agricultural products. *International Journal of Agriculture and Biology*, 10(1), 61–65.
- Yagcioglu, A. K., Degirmencioglu, A., & Cagatay, F. (1999). Drying Characteristics of Laurel Leaves Under Different Drying Conditions. *7th Int Congress Agricultural Mechanisation and Energy, May 1999*, 565–569.
- Ye, M., Meyer, P. D., & Neuman, S. P. (2008). *On model selection criteria in multimodel analysis*. 44(January), 1–12. <https://doi.org/10.1029/2008WR006803>
- Yunus A., Ç. (2013). Transferencia de Calor y Masa. In *Journal of Chemical Information and Modeling* (Vol. 1, Issue 9). <https://itscv.edu.ec/wp-content/uploads/2019/06/Transferencia-de-calor-y-masa.-Fundamentos-y-aplicaciones-Cuarta-Edición.pdf>
- Yunus A. Cengel, A. J. G. (2011). *Transferencia de calor y masa* (I. E. S. A. DE C.V. (Ed.); Cuarta Edi, Issue December). Mc Graw Hill. www.mundoindustrial.net
- Zhang, M., Bhandari, B., & Fang, Z. (2017). Handbook of drying of vegetables and vegetable products. In *Handbook of Drying of Vegetables and Vegetable Products* (Issue November). <https://doi.org/10.4324/9781315152677>
- Zhu, T. (2016). *Model Uncertainty Analysis in Operational Risk Analysis* (Issue June). file:///C:/Users/Jacek/Downloads/15081_FULLTEXT.pdf



Apéndices





Apéndice A. Programa Matlab para modelo para geometría en rodajas

```

%% Doctorado en Ingeniería
%Universidad de Piura
%Modelo Geometría Cilíndrica
close all
% clear all
clc
%Alimento cortado en rodajas
%Ingreso de datos del vapor saturado
%T_rl=50;%input('Ingrese la temperatura del vapor saturado en el
reactor=');
T_rl=150; %Temperatura del vapor saturado en el reactor [°C]
X_rl=1; %Contenido de humedad del vapor saturado [gr-agua/100gr-.base
seca]
ht=200;%Coeficiente de convección de calor [W/(m^(2)°C)];
hx=22.301*10^(-7); %%Coeficiente de convección de masa [m/s];

%Ingreso de datos del alimento

k=0.036;%Conductividad térmica [W/(m°C)];
D_t=2.67e-08;%Difusividad térmica del producto [m^2/s];
D_m=0.22*10^(-13);%Difusividad másica del producto [m^2/s];
T_amb=25;%Temperatura inicial del objeto [°C] %input('Ingrese Temperatura
inicial del producto=');
X_amb=30;%Contenido de humedad inicial del objeto [gr-agua/100grbase
seca]input('Ingrese Humedad inicial del producto=');

% Parametros del mallado cilindrico
in=('Ingrese radio promedio de rodajas en mm = ');
r1= input(in)/1000;
in=('Ingrese numero de capas radiales= ');
nr=input(in); %Capas radiales
% Espesor de capa
d=(r1/(nr-1));
% dt=input(int('Ingrese Diferencial de tiempo en segundos= '));

in=('Ingrese Diferencial de tiempo en segundos=');
dt=input(in);

%Calculos de numeros de Fourier y Biot
Bi_t=(ht*d)/k;
Fo_t=(D_t*dt)/(d*d);
Bi_m=(hx*d)/D_m; %Número de Biot - másico
Fo_m=(D_m*dt)/(d*d); %Número de Fourier - másico

%Parámetros de mallado
    %Variable temporal
    t=dt;
%Tiempo cuando la temperatura en la superficie del producto se estabiliza
    t_ts=0;
%Tiempo cuando el contenido de humedad en la superficie del producto se
estabiliza
    t_xs=0;
%Tiempo cuando la temperatura en el centro del producto se estabiliza
    t_tc=0;
%Tiempo cuando el contenido de humedad en el centro del producto se
estabiliza
    t_xc=0;
%Error para el criterio de convergencia
error=0.000005;

```



```

while (ttt>tt) %%%%%%%%%%%%%%%
%while (t_xc==0)
%Análisis en la zona superficial
  %Temperatura de la superficie
  T(1,it)=A1_t*T_r1+B1_t*T(2,it-1)+(1-A1_t-B1_t)*T(1,it-1);
  %Contenido de humedad de la superficie
  X(1,it)=A1_m*X_r1+B1_m*X(2,it-1)+(1-A1_m-B1_m)*X(1,it-1);
  %Velocidad de secado en la superficie
  N(1,it)=abs(X(1,it)-X(1,it-1))/(A(1)*dt);
  %Estabilidad de transferencia térmica de la superficie
  error_ts=abs(T(1,it)-T(1,it-1))/T(1,it);
  %Estabilidad de transferencia másica en la superficie
  error_xs=abs(X(1,it)-X(1,it-1))/X(1,it);
  %Hito de estabilidad de la temperatura en la superficie
  if ((t_ts==0)&&(error_ts<error))
    t_ts=t;
  end
  %Hito de estabilidad del contenido de humedad en la superficie
  if ((t_xs==0)&&(error_xs<error))
    t_xs=t;
  end
%Análisis en la zona interior
  %Temperaturas de capas internas
  for i=2:nr-1
    T(i,it)=A_t(i)*(T(i-1,it)+T(i+1,it-1))+(1-
2*A_t(i))*T(i,it-1);
    %Contenido de humedad de capas internas
    X(i,it)=A_m(i)*(X(i-1,it)+X(i+1,it-1))+(1-
2*A_m(i))*X(i,it-1);
    %Velocidad de secado en las capas internas
    N(i,it)=abs(X(i,it)-X(i,it-1))/(A(i)*dt);
  end
%Análisis en la zona central
  %Temperatura del núcleo
  T(nr,it)=A_t(nr)*T(nr-1,it)+(1-A_t(nr))*T(nr,it-1);
  %Contenido de humedad del núcleo
  X(nr,it)=A_m(nr)*X(nr-1,it)+(1-A_m(nr))*X(nr,it-1);
  %Velocidad de secado del núcleo
  N(nr,it)=abs(X(nr,it)-X(nr,it-1))/(A(nr)*dt);
  %Estabilidad de transferencia térmica del núcleo
  error_tc=abs(T(nr,it)-T(nr,it-1))/T(nr,it);
  %Estabilidad de transferencia másica del núcleo
  error_xc=abs(X(nr,it)-X(nr,it-1))/X(nr,it);
  %Hito de estabilidad de la temperatura en el núcleo
  if ((t_ts~=0)&&(t_tc==0)&&(error_tc<error))
    t_tc=t;
  end
%Hito de estabilidad del contenido de humedad en el núcleo
  if ((t_xs~=0)&&(error_xc<error))
    t_xc=t;
  end
  t=t+dt;
  it=it+1;

  tt = tt + dt;
end

%Tiempo total de operación
% disp('tiempo de secado: ' + t/60 + 'minutos ó ' + t/3600 + 'horas')
display(T) %Matriz de Temperatura
display(N) %Matriz de Contenido de humedad

```

```

display(X) %Matriz de Velocidad de secado

x_tiempo=X(1,:);
t_tiempo=T(1,:); % capa externa
N_tiempo=N(1,:);
vector_tiempo=0:dt:tt;

figure(1)
plot(vector_tiempo,x_tiempo)
legend('Humedad');
xlabel('tiempo s');
ylabel('Humedad');
grid on

figure(2)
% plot(vector_tiempo,t_tiempo)
plot(vector_tiempo,T);
legend('Temperatura por capa');
xlabel('tiempo s');
ylabel('Temperatura °C');
grid on

figure(3)
plot(vector_tiempo, N_tiempo)
legend('Velocidad de secado');
xlabel('tiempo s');
ylabel('Velocidad');
grid on

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Tomamos la temperatura

% las longitudes de las rebanadas
r0=0.00001; % en cm
r2=nr*r1; % en cm
n=nr; % 100; % Número de puntos
r=r0:(r2-r0)/n:r2;

% Conversion de coordenadas
npt=50;
ang=linspace(0,2*pi, npt);
% Definir temperatura para cada radio
x=[];
y=[];
for i=1:length(r)
    for j=1:length(ang)
        x(i,j)=r(i)*cos(ang(j));
        y(i,j)=r(i)*sin(ang(j));
    end
end

for jj = 1:length(T)
T2 = [];

nn = jj
for i=1:npt
T2 = [T2 [T(:,nn);T(3,nn)]];
end
T2 = flip(T2);

```

```

% figure(4);
% pbaspect([1 1 1]);
% pcolor(x,y,T2);
% title('Perfil de Temperatura');
% xlabel('radio (mm)');
% ylabel('radio (mm)');
% % % grid on
% c=colorbar; %Barra de color
% title(c, 'T(°C)') % Leyenda de color
% shading interp;
% pbaspect([ 1 1 1]);

end

for jj = 1:length(X)
X2 = [];

nn = jj
for i=1:npt
X2 = [X2 [X(:,nn);X(3,nn)]];
end
X2 = flip(X2);

% figure(5);
% pbaspect([1 1 1]);
% pcolor(x,y,X2);
% title('Perfil de humedad X');
% xlabel('radio (mm)');
% ylabel('radio (mm)');
% % % grid on
% c=colorbar; %Barra de color
% title(c, 'X(g H2O/100 g db)') % Leyenda de color
% shading interp;
% pbaspect([ 1 1 1]);

end

```

Apéndice B. Programa Matlab para modelo para geometría cúbica

```

%Universidad de Piura
%Programa de Doctorado
%Algoritmo para análisis de los mecanismos de transferencia de calor y
masa en el secado de alimentos mediante el tratamiento DIC.
clc
clear all
close all;

%Datos del vapor saturado inyectado en el reactor DIC
T_rl=120; %Temperatura del vapor saturado en el reactor [°C]
X_rl=1; %Contenido de humedad del vapor saturado [gr-agua/100gr-.base
seca]
ht=200; %Coeficiente de convección de calor [W/(m^(2)°C)]
hx=22.301*10^(-7); %Coeficiente de convección de masa [m/s]

%Datos iniciales del producto seleccionado
k=0.219; %Conductividad térmica [W/(m°C)]
D_t=7.63*10^(-6); %Difusividad térmica del producto [m^2/s]
D_m=10.16*10^(-10); %Difusividad másica del producto [m^2/s]
T_amb=25; %Temperatura inicial del objeto [°C]
X_amb=20; %Contenido de humedad inicial del objeto [gr-agua/100grbase
seca]

%Alimento cortado en forma cúbica/paralelepípeda
in= 'Ingrese el largo del objeto en milímetros: ';
Lx=input(in)/1000; %Largo del objeto
in= 'Ingrese el ancho del objeto en milímetros: ';
Ly=input(in)/1000; %Ancho del objeto
in= 'Ingrese la altura del objeto en milímetros: ';
Lz=input(in)/1000; %Altura del objeto
in= 'Ingrese el lado del elemento diferencial en milímetros: ';
d=input(in)/1000; %Tamaño del lado del elemento diferencial
cúbico
nx=(Lx/d); %nx=1+(Lx/d); %Número de nodos en la dirección X
ny=(Ly/d); %ny=1+(Ly/d); %Número de nodos en la dirección Y
nz=(Lz/d); %nz=1+(Lz/d); %Número de nodos en la dirección Z
in= 'Ingrese el diferencial de tiempo en segundos: ';
dt=input(in); %Diferencial de tiempo [s]

%Números de Fourier y Biot.
Bi_t=(ht*d)/k; %Número de Biot - térmico
Fo_t=(D_t*dt)/(d*d); %Número de Fourier - térmico
Bi_m=(hx*d)/D_m; %Número de Biot - másico
Fo_m=(D_m*dt)/(d*d); %Número de Fourier - másico

%Parámetros de mallado
%Variable temporal
t=dt;
%Tiempo cuando la temperatura en la superficie del producto se estabiliza
t_ts=0;
%Tiempo cuando el contenido de humedad en la superficie del producto se
estabiliza
t_xs=0;
%Tiempo cuando la temperatura en el centro del producto se estabiliza
t_tc=0;
%Tiempo cuando el contenido de humedad en el centro del producto se
estabiliza
t_xc=0;
%Error para el criterio de convergencia

```



```

Tf(1)=Fo_t*(T(i+1,j,k,it-1)+T(i-1,j,k,it-1))-
2*Fo_t*T(i,j,k,it-1);
%
Tf(1)=2*Bi_t*Fo_t*(T_amb-T(i,j,k,it-
1))+4*Fo_t*(T(i+1,j,k,it-1)-T(i,j,k,it-1));
Xf(1)=Fo_m*(X(i+1,j,k,it-1)+X(i-1,j,k,it-1))-
2*Fo_m*X(i,j,k,it-1);
end
%Para la dirección Y (fy)
if (fy==0) %Primer nodo en la dirección Y
Tf(2)=2*Bi_t*Fo_t*(T_r1-T(i,j,k,it-
1))+4*Fo_t*(T(i,j+1,k,it-1)-T(i,j,k,it-1));
Xf(2)=2*Bi_m*Fo_m*(X_r1-X(i,j,k,it-
1))+4*Fo_m*(X(i,j+1,k,it-1)-X(i,j,k,it-1));
elseif (fy==1) %Último nodo en la dirección Y
Tf(2)=2*Bi_t*Fo_t*(T_r1-T(i,j,k,it-1))+4*Fo_t*(T(i,j-
1,k,it-1)-T(i,j,k,it-1));
Xf(2)=2*Bi_m*Fo_m*(X_r1-X(i,j,k,it-1))+4*Fo_m*(X(i,j-
1,k,it-1)-X(i,j,k,it-1));
else %Nodo central en la dirección Y
Tf(2)=Fo_t*(T(i,j+1,k,it-1)+T(i,j-1,k,it-1))-
2*Fo_t*T(i,j,k,it-1);
Xf(2)=Fo_m*(X(i,j+1,k,it-1)+X(i,j-1,k,it-1))-
2*Fo_m*X(i,j,k,it-1);
end
%Para la dirección Z (fz)
if (fz==0) %Primer nodo en la dirección Z
Tf(3)=2*Bi_t*Fo_t*(T_r1-T(i,j,k,it-
1))+4*Fo_t*(T(i,j,k+1,it-1)-T(i,j,k,it-1));
Xf(3)=2*Bi_m*Fo_m*(X_r1-X(i,j,k,it-
1))+4*Fo_m*(X(i,j,k+1,it-1)-X(i,j,k,it-1));
elseif (fz==1) %Último nodo en la dirección Z
Tf(3)=2*Bi_t*Fo_t*(T_r1-T(i,j,k,it-
1))+4*Fo_t*(T(i,j,k-1,it-1)-T(i,j,k,it-1));
Xf(3)=2*Bi_m*Fo_m*(X_r1-X(i,j,k,it-
1))+4*Fo_m*(X(i,j,k-1,it-1)-X(i,j,k,it-1));
else %Nodo central en la dirección Z
Tf(3)=Fo_t*(T(i,j,k+1,it-1)+T(i,j,k-1,it-1))-
2*Fo_t*T(i,j,k,it-1);
Xf(3)=Fo_m*(X(i,j,k+1,it-1)+X(i,j,k-1,it-1))-
2*Fo_m*X(i,j,k,it-1);
end
%Suma de los incrementos de temperatura por cada eje
T(i,j,k,it)=T(i,j,k,it-1)+Tf(1)+Tf(2)+Tf(3);
%Suma de los incrementos del contenido de humedad por cada eje
X(i,j,k,it)=X(i,j,k,it-1)+Xf(1)+Xf(2)+Xf(3);
%Criterio de convergencia
e1=T(i,j,k,it);
e2=T(i,j,k,it-1);
if (e1-e2<=error)% ojo T en it-1 original it
val=val+0;
val2=val2+0;
else
val=val+1;
val2=val2+1;
end
end
end
%Hito de estabilidad del contenido de humedad en el núcleo
if val==0
%if val2==0

```

```

        t_xc=t;
    end
    it=it+1

    if it > 25/t;
        break
    end

    T_rk(kt) = T_r1;
    Tc1(kt) = T(1,1,1,it-1);
    Xc1(kt) = X(1,1,1,it-1);
    tt = tt + t;
    ttk(kt) = tt;
    kt = kt + 1;
end

%%
% XX = T(:, :, 1, 1);
% YY = T(:, :, 1, 1);
% ZZ = T(:, :, 1, 1);
% mesh(XX,YY,ZZ);

figure(1)
[XX,YY]=meshgrid(1:nx);
dt=0;
for ii=1:it-1
    ZZ = T(:, :, 1, ii);
    mesh(XX,YY,ZZ)
    colorbar
    title(['t= ', num2str(dt)]);
    dt = dt + t;
    pause(0.01)
end

figure(2)
[XX,YY]=meshgrid(1:nx);
dt=0;
for ii=1:it-1
    ZZ = X(:, :, 1, ii);
    mesh(XX,YY,ZZ)
    colorbar
    title(['t= ', num2str(dt)]);
    dt = dt + t;
    pause(0.01)
end

figure(3)
plot(ttk,T_rk,ttk,Tc1); xlabel('Tiempo (s)'); ylabel('Temperatura (°C)');

figure(4)
plot(ttk,Xc1); xlabel('Tiempo (s)'); ylabel('Humedad (%)');

```

Apéndice C. Programa Matlab para Función objetivo cuadrática en planta modelo rodajas

```

function J = Funcion_objetivo_cuadratica(XT,XTs,N,Lan,Ref)
% XT=X(4)*N,Y(2)*N,U(2)*N
PT=100; % peso teminal=
G=100*ones(1*N,1); % matriz de unos del tamaño del horizonte de
prediccion
G(1*N)=PT;
G(1*N-1)=PT;

G2=10*ones(1*N,1); % matriz de unos del tamaño del horizonte de
prediccion
G2(1*N)=100;
G2(1*N-1)=100;

Y=XT(1:1*N,1);
U=XT(1*N+1:1*N+1*N,1);
% XTs=[Xs_i; Us_i; Ys_i];

%Xs_i=XTs(1:3,1);
Us_i=XTs(2,1);
Ys_i=XTs(3,1);
% J= sum((G'*(Y-repmat(Ys_i,N,1))).^2) + Lan*sum((U-
repmat(Us_i,N,1)).^2);

J= sum((G'*(Y-repmat(Ref,N,1))).^2) + Lan*sum((U-repmat(Us_i,N,1)).^2);
% sum((G2'*(Y-repmat(Ref,N,1))).^2) +
end

```

Apéndice D. Programa Matlab para Función objetivo cuadrática SS en planta modelo rodajas

```

function Js = Funcion_objetivo_cuadratica_SS(XT,Ys)
% XT=Xs(4),X(4),Y(2),Us(2),U(2)

Xs=XT(1,1);

X=XT(2,1);

Y=XT(3,1);

Us=XT(4,1);
U=XT(5,1);

Js= sum((X-Xs).^2) + sum((Y-Ys).^2) + sum((U-U).^2);
end

```

Apéndice E. Programa Matlab para el control rodajas NMPC

```

clc; close all; clear all;
Ts= 0.05; % tiempo de muestreo
%%
% Parametros del mallado cilindrico
in=1;
r1= in/1000;
in=3;
nr=in; %Capas radiales
% Espesor de capa
d=(r1/(nr-1));
% dt=input(int('Ingrese Diferencial de tiempo en segundos= '));
in=0.05;
dt=in;

%%
T_r1=150; %Temperatura del vapor saturado en el reactor [°C]
X_r1=1; %Contenido de humedad del vapor saturado [gr-agua/100gr-.base
seca]

T_amb=25; %Temperatura inicial del objeto [°C]
X_amb=30; %Contenido de humedad inicial del objeto [gr-agua/100grbase
seca]

%Matrices:
Ta=zeros(nr,1); %Matriz de Temperatura
Xa=zeros(nr,1); %Matriz de Contenido de Humedad

%Condiciones iniciales
Ta(:,1)=T_amb; %Temperatura inicial del producto = T_amb
Xa(:,1)=X_amb; %Contenido de humedad inicial del producto = X_amb

Xs_i = T_amb;
Ys_i = Xs_i;
Us_i = T_amb;

% Yb = r1; % referencia, temperatura del producto
% Def_0 = 0;
% pin1 = [Xs_i' Xs_i' Ys_i' Us_i' Us_i'];
% [Xs_i,Us_i,Ys_i] =
Problema_optimizacion_SS(Yb,Def_0,pin1,Ta,Xa,d,dt,nx,ny,nz);
pp = 1; % para resolver el problema de optimización
Np = 5; % Variar el horizonte de predicción

xsm = T_amb; % condiciones iniciales, temperatura del cubo
uc = T_amb; % condiciones iniciales, temperatura del vapor al inicio.

% condiciones iniciales del optimizador
Xs_i = xsm;
Ys_i = Xs_i;
Us_i = uc;
k=1;
stoptime = 40; % tiempo de simulación 100 segundo
r1(1:10/Ts)= T_amb; % Referencia a cuanto temperatura queremos que esté
el cubo
r1(10/Ts+1:30/Ts)= 160;
r1(30/Ts+1:40/Ts+1)= T_amb;

tic % para medir el tiempo de ejecución del algoritmo

```

```

for i=0:Ts:stoptime
i
% Guardamos estados y entradas para plotear %%%
timek(:,k) = i;
xsmk(:,k) = xsm;
usmk(:,k) = uc;
% dydt =
VanVusseModel([],xsm,uc,k10,k20,k30,E1,E2,E3,deltaAB,deltaBC,deltaAD,ro,c
p,Kw,Ar,Ca0,T0,V);
%[Ta, Xa] = plantaDIC(Ta,Xa,T_r1,X_r1,dt,d,nx,ny,nz,Ts);
[Ta, Xa] = plantaDIC(Ta,Xa,uc,X_r1,dt,d,r1,nr,Ts);

xsm = Ta(1);
X_a(k) =mean(Xa);%% agregado contenida de humedad promedio
y = xsm;

% Cálculo de los estados y entradas estacionarias %%%
Yb = r1(k); % referencia, temperatura del producto
Def_0 = 0;
pin1 = [Xs_i' Xs_i' Ys_i' Us_i' Us_i'];
[Xs_i,Us_i,Ys_i] =
Problema_optimizacion_SS(Yb,Def_0,pin1,Ta,Xa,d,dt,r1,nr,Ts);

Xsk(:,k) = Xs_i;
Usk(:,k) = Us_i;
Ysk(:,k) = Ys_i;

Xsk(:,k);
Usk(:,k);
Ysk(:,k);
if (pp == 1)
% Cálculo de las entradas con MPC no lineal
Def_0 = 0;
Xef_0 = xsm;
Ref = r1(k);
pin=[repmat(y',1,Np)';repmat(uc',1,Np)'];
[Uop,Yop] =
Problema_optimizacion(Xef_0,Def_0,Xs_i,Us_i,Ys_i,pin,Np,pp,Ref,X_r1,Ta,Xa
,d,dt,r1,nr,Ts);
uc = Uop(1);
end
if X_a(k)<=15
break;
end
k=k+1;
end
ttot = toc
%%
figure
subplot(311); plot(timek(1:k-1),xsmk(1:k-1),timek(1:k-1),r1(1:k-
1),'LineWidth',2); ylabel('T $\hat{A}$ °C producto');grid;
legend('T $\hat{A}$ °C producto','Referencia')
subplot(312); plot(timek(1:k-1),usmk(1:k-1),'LineWidth',2); ylabel('T $\hat{A}$ °C
vapor'); grid;
subplot(313); plot(timek(1:k-1),X_a(1:k-1),'LineWidth',2); ylabel('%
humedad'); xlabel('Tiempo (s)');
grid;

```

Apéndice F. Programa Matlab de función de restricción en modelo rodajas

```

function [res,res_eq] =
Funcion_restriccion(XT,Xef_0,Def_0,N,pp,X_r1,Ta,Xa,d,dt,r1,nr,Ts)
% Esta función predice las restricciones a lo largo del horizonte de
% predicción
% XT=X(4),Y(2),U(2)
% Xmax=60;
% Xmin=25;
res=0;
Y=XT(1:1*N,1); % toma los valores desde 1 hasta 2N
U=XT(1*N+1:1*N+1*N,1); % toma los valores desde 2N+1 hasta 2N+2N
Xini=Xef_0; % las condiciones iniciales
% d=Def_0; % no se que es
res_eq = [];

% xass = [xn11;xn21;xn31;xn41];

for i=1:N % desde 1 hasta el horizonte de predicción
if pp==1
T_r1 = U(1);
% res(2*(i-1)+1,1)=XT(i,1)-Xmax;
% res(2*(i-1)+2,1)=-XT(i,1)+Xmin;
[Ta, Xa] = plantaDIC(Ta,Xa,T_r1,X_r1,dt,d,r1,nr,Ts);
Xi = Ta(1,1,1);

%%
end
%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
Yi = Xi(1,:);
% [Xi]=F_extendido(Xini,d,U(2*(i-1)+1:2*i,1)); % entradas de 2 en 2
% Yi=H_extendido(Xi,d); % F y H es el modelo extendido.
%res_eq(4*(i-1)+1:6*(i-1)+4,1)=Xi'-X(4*(i-1)+1:4*(i-1)+4,1);
res_eq = [res_eq
(Y(1*(i-1)+1:1*(i-1)+1,1)-Yi)];
% res_eq(2*(i-1)+1:2*(i-1)+2,1)=Yi-Y(2*(i-1)+1:2*(i-1)+2,1); % guarda
de 2 en 2
Xini=Xi; % actualiza las condiciones iniciales
end
end

```

Apéndice G. Programa Matlab de función de restricción SS en modelo rodajas

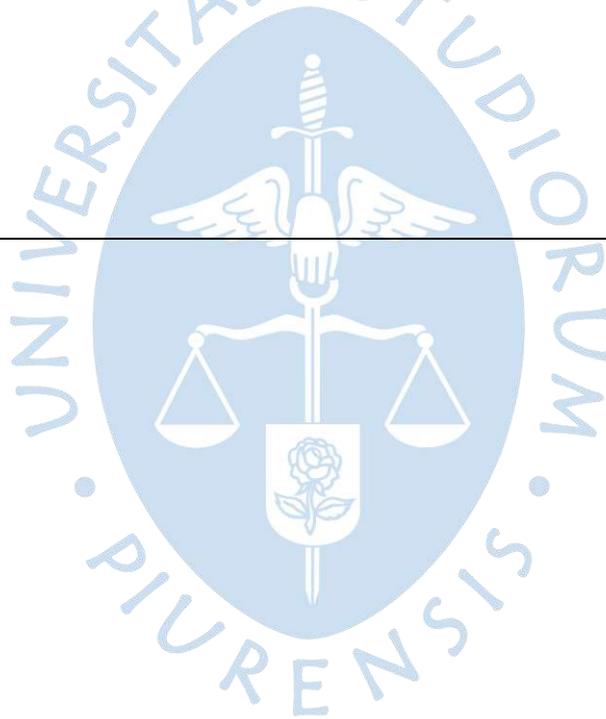
```

function [res,res_eq] =
Funcion_restriccion_SS(XT,Ys,Def_0,Ta,Xa,d,dt,r1,nr,Ts)
% Xmax=60;
% Xmin=25;
% res(1,1)=XT(2,1)-Xmax;
% res(2,1)=-XT(2,1)+Xmin;
res=0;
Xs=XT(1,1);
X=XT(2,1);
Y=XT(3,1);
Us=XT(4,1);
U=XT(5,1);

T_r1 = U;
X_r1 = 1;
% [X,Theta]=F_extendido(Xs,d,Us); % F y H es el modelo extendido.
[Ta, Xa] = plantaDIC(Ta,Xa,T_r1,X_r1,dt,d,r1,nr,Ts);
X = Ta(1,1,1);
Y=X;

res_eq(1,1)=X-Xs;
res_eq(2,1)=Y-Ys;
res_eq(3,1)=U-Us;
end

```



Apéndice H. Programa Matlab para la función de planta modelo rodajas

```

function [Ta1, Xa1] = plantaDIC(Ta,Xa,T_r1,X_r1,dt,d,r1,nr,Ts)
%Datos del vapor saturado inyectado en el reactor DIC
%Alimento cortado en rodajas
%Datos del vapor saturado inyectado en el reactor DIC
ht=200;%Coeficiente de convección de calor [W/(m2°C)];
hx=22.301*10(-7);%Coeficiente de convección de masa [m/s];

%Ingreso de datos del alimento

k=0.036;%Conductividad térmica [W/(m°K)];
D_t=2.67e-08;%Difusividad térmica del producto [m2/s];
D_m=0.22*10(-13);%Difusividad másica del producto [m2/s];

%Calculos de números de Fourier y Biot
Bi_t=(ht*d)/k;
Fo_t=(D_t*dt)/(d*d);
Bi_m=(hx*d)/D_m;%Número de Biot - másico
Fo_m=(D_m*dt)/(d*d);%Número de Fourier - másico

%Coeficientes de iteración A, B.
%Vector de "n" elementos para los coeficientes térmicos A_t=[0 A_t2 A_t3
A_t4 A_t5 ... A_tn]
A_t=zeros(1,nr);
%Vector de "n" elementos para los coeficientes másicos A_m=[0 A_m2 A_m3
A_m4 A_m5 ... A_mn]
A_m=zeros(1,nr);
%Coeficientes térmicos:
%Coeficiente térmico A de la capa 1 (Zona Superficie)
A1_t=2*Bi_t*Fo_t*(nr-1)/(nr-1.25);
%Coeficiente térmico B de la capa 1 (Zona Superficie)
B1_t=(2*Fo_t)/((nr-1.25)*log((nr-1)/(nr-1.5)));
%Coeficiente térmico de capas internas (Zona Interior)
for i=2:nr-1
A_t(i)=Fo_t/((nr-i-0.5)*(log((nr-i+0.5)/(nr-i-0.5))));
end
%Coeficiente térmico de capa central (Zona Central)
A_t(nr)=8*Fo_t/log(3);

%Coeficientes másicos:
%Coeficiente másico A de la capa 1 (Zona Superficie)
A1_m=2*Bi_m*Fo_m*(nr-1)/(nr-1.25);
%Coeficiente másico B de la capa 1 (Zona Superficie)
B1_m=(2*Fo_m)/((nr-1.25)*log((nr-1)/(nr-1.5)));
%Coeficiente másico de capas internas (Zona Interior)
for i=2:nr-1
A_m(i)=Fo_m/((nr-i-0.5)*(log((nr-i+0.5)/(nr-i-0.5))));
end
%Coeficiente másico de capa central (Zona Central)
A_m(nr)=8*Fo_m/log(3);
%Áreas de cada capa:
A=zeros(1,nr); %Vector de Áreas A=[A1 A2 A3 A4 A5... An]
for i=1:nr-1
A(i)=2*pi*d*(nr-i);
end
A(nr)=pi*d;
Ta1=zeros(nr,1); %Matriz de Temperatura
Xa1=zeros(nr,1); %Matriz de Contenido de Humedad
for Mu=1:floor(Ts/dt)
%Análisis en la zona superficial

```

```

    %Temperatura de la superficie
    Ta1(1)=A1_t*T_r1+B1_t*Ta(2)+(1-A1_t-B1_t)*Ta(1);
    %Contenido de humedad de la superficie
    Xa1(1)=A1_m*X_r1+B1_m*Xa(2)+(1-A1_m-B1_m)*Xa(1);

%Análisis en la zona interior
    %Temperaturas de capas internas
    for i=2:nr-1
        Ta1(i)=A_t(i)*(Ta1(i-1)+Ta(i+1))+(1-2*A_t(i))*Ta(i);
    %Contenido de humedad de capas internas
        Xa1(i)=A_m(i)*(Xa1(i-1)+Xa(i+1))+(1-2*A_m(i))*Xa(i);
    end
%Análisis en la zona central
    %Temperatura del núcleo
    Ta1(nr)=A_t(nr)*Ta1(nr-1)+(1-A_t(nr))*Ta(nr);
    %Contenido de humedad del núcleo
    Xa1(nr)=A_m(nr)*Xa1(nr-1)+(1-A_m(nr))*Xa(nr);

    Ta=Ta1;
    Xa=Xa1;

end
end

```

Apéndice I. Programa para la función de optimización modelo rodajas

```

function [Uop,Yop] =
Problema_optimizacion(Xef_0,Def_0,Xs_i,Us_i,Ys_i,pin,N,pp,Ref,X_r1,Ta,Xa,
d,dt,r1,nr,Ts)
Lan=0.0; %1200;
Umax=160;
Umin=25;
% XT=X(4)*N,Y(2)*N,U(2)*N
XTs=[Xs_i; Us_i; Ys_i];
%Par=[Def_0;N;Lan];
J = @(XT)Funcion_objetivo_cuadratica(XT,XTs,N,Lan,Ref);
%J = @(XT)Funcion_objetivo_economica(XT,XTs,N,Lan);
nolin =
@(XT)Funcion_restriccion(XT,Xef_0,Def_0,N,pp,X_r1,Ta,Xa,d,dt,r1,nr,Ts);
%options = optimoptions('fmincon','Algorithm',
'sqp','OptimalityTolerance',1e-10,'StepTolerance',1e-12);
options = optimoptions('fmincon','Algorithm','interior-
point','OptimalityTolerance',1e-6,'StepTolerance',1e-
12,'MaxFunEvals',10000);
%options = optimoptions('fmincon','Algorithm','Active-
set','OptimalityTolerance',1e-6,'StepTolerance',1e-10);
A1=zeros(1*N+1*N,1*N);
A2=eye(1*N,1*N);
A3=-1*eye(1*N,1*N);
A=[A1 [A2;A3]];
B1= repmat(Umax,N,1);
B2= repmat(-Umin,N,1);
B=[B1;B2];
[p1] = fmincon(J,pin,A,B,[],[],[],[],nolin,options);
Yop=p1(1:1*N,1);
Uop=p1(1*N+1:1*N+1*N,1);
p1;
end

```

Apéndice J. Programa para la función de optimización SS modelo rodajas

```
function [Xs_i,Us_i,Ys_i] =
Problema_optimizacion_SS(Yb,Def_0,pin1,Ta,Xa,d,dt,r1,nr,Ts)
Ys=Yb;

Js = @(XT)Funcion_objetivo_cuadratica_SS(XT,Ys);
nolin = @(XT)Funcion_restriccion_SS(XT,Ys,Def_0,Ta,Xa,d,dt,r1,nr,Ts);

%options = optimoptions('fmincon','Algorithm',
'sqp','OptimalityTolerance',1e-10,'StepTolerance',1e-12);
options = optimoptions('fmincon','Algorithm','interior-
point','OptimalityTolerance',1e-6,'StepTolerance',1e-
12,'MaxFunEvals',10000);
%options = optimoptions('fmincon','Algorithm','Active-
set','OptimalityTolerance',1e-6,'StepTolerance',1e-10);
[p1,objf1,cvg1,outp1] = fmincon
(Js,pin1,[],[],[],[],[],[],nolin,options);
Xs_i=p1(1,1);
Ys_i=p1(3,1);
Us_i=p1(4,1);
end
```

Apéndice K. Programa Matlab para Función objetivo cuadrática en planta modelo cubos

```
function J = Funcion_objetivo_cuadratica(XT,XTs,N,Lan,Ref)
% XT=X(4)*N,Y(2)*N,U(2)*N
PT=100; % peso teminal=
G=100*ones(1*N,1); % matriz de unos del tamaño del horizonte de
prediccion
G(1*N)=PT;
G(1*N-1)=PT;

G2=10*ones(1*N,1); % matriz de unos del tamaño del horizonte de
prediccion
G2(1*N)=100;
G2(1*N-1)=100;

Y=XT(1:1*N,1);
U=XT(1*N+1:1*N+1*N,1);
% XTs=[Xs_i; Us_i; Ys_i];

%Xs_i=XTs(1:3,1);
Us_i=XTs(2,1);
Ys_i=XTs(3,1);
% J= sum((G'*(Y-repmat(Ys_i,N,1))).^2) + Lan*sum((U-
repmat(Us_i,N,1)).^2);

J= sum((G'*(Y-repmat(Ref,N,1))).^2) + Lan*sum((U-repmat(Us_i,N,1)).^2);
% sum((G2'*(Y-repmat(Ref,N,1))).^2) +
end
```

Apéndice L. Programa Matlab para Función objetivo cuadrática SS en planta modelo rodajas

```
function Js = Funcion_objetivo_cuadratica_SS(XT,Ys)
% XT=Xs(4),X(4),Y(2),Us(2),U(2)
Xs=XT(1,1);
X=XT(2,1);

Y=XT(3,1);

Us=XT(4,1);
U=XT(5,1);

Js= sum((X-Xs).^2) + sum((Y-Ys).^2) + sum((U-U_s).^2);
end
```

Apéndice M. Programa Matlab para el control modelo cubos NMPC

```
clc; close all; clear all;
Ts= 0.01; % tiempo de muestreo
in= 10; % 'Ingrese el largo del objeto en milímetros: ';
Lx=in/1000; % Largo del objeto
in= 10; % 'Ingrese el ancho del objeto en milímetros: ';
Ly=in/1000; % Ancho del objeto
in= 10; % 'Ingrese la altura del objeto en milímetros: ';
Lz=in/1000; % Altura del objeto
in= 1; % 'Ingrese el lado del elemento diferencial en milímetros: ';
d=in/1000; % Tamaño del lado del elemento diferencial cubico
nx=(Lx/d); % nx=1+(Lx/d); %Numero de nodos en la dirección X
ny=(Ly/d); % ny=1+(Ly/d); %Numero de nodos en la dirección Y
nz=(Lz/d); % nz=1+(Lz/d); %Numero de nodos en la dirección Z
in= 0.005; % 'Ingrese el diferencial de tiempo en segundos: ';
dt=in; % Diferencial de tiempo [s]

T_r1=150; %Temperatura del vapor saturado en el reactor [°C]
X_r1=1; %Contenido de humedad del vapor saturado [gr-agua/100gr-.base
seca]

T_amb=25; %Temperatura inicial del objeto [°C]
X_amb=30; %Contenido de humedad inicial del objeto [gr-agua/100grbase
seca]

for k=1:nz
    for j=1:ny
        for i=1:nx
            Ta(i,j,k)=T_amb; %Temperatura inicial del producto
            Xa(i,j,k)=X_amb; %Contenido de humedad inicial del producto
        end
    end
end

Xs_i = T_amb;
Ys_i = Xs_i;
Us_i = T_amb;

% Yb = r1; % referencia, temperatura del producto
% Def_0 = 0;
% pin1 = [Xs_i' Xs_i' Ys_i' Us_i' Us_i'];
```

```

% [Xs_i,Us_i,Ys_i] =
Problema_optimización_SS(Yb,Def_0,pin1,Ta,Xa,d,dt,nx,ny,nz);
pp = 1; % para resolver el problema de optimización
Np = 5; % Variar el horizonte de predicción

xsm = T_amb; % condiciones iniciales, temperatura del cubo
uc = T_amb; % condiciones iniciales, temperatura del vapor al inicio.

% condiciones iniciales del optimizador
Xs_i = xsm;
Ys_i = Xs_i;
Us_i = uc;
k=1;
stoptime = 30; % tiempo de simulación 100 segundo
r1(1:10/Ts)= T_amb; % Referencia a cuanta temperatura queremos que esté
el cubo
r1(10/Ts+1:20/Ts)= 160;
r1(20/Ts+1:30/Ts+1)= T_amb;

tic % para medir el tiempo de ejecución del algoritmo

for i=0:Ts:stoptime
i
% Guardamos estados y entradas para plotear %%%%%%%%%%%
timek(:,k) = i;
xsmk(:,k) = xsm;
usmk(:,k) = uc;
% dydt =
VanVusseModel([],xsm,uc,k10,k20,k30,E1,E2,E3,deltaAB,deltaBC,deltaAD,ro,c
p,Kw,Ar,Ca0,T0,V);
%[Ta, Xa] = plantaDIC(Ta,Xa,T_r1,X_r1,dt,d,nx,ny,nz,Ts);
[Ta, Xa] = plantaDIC(Ta,Xa,uc,X_r1,dt,d,nx,ny,nz,Ts);

xsm = Ta(1,1,1);
X_a(k) =mean(mean(mean(Xa(1,1,1)))); %% agregado contenida de humedad
promedio
y = xsm;

% Cálculo de los estados y entradas estacionarias %%%%%%%%%%%
Yb = r1(k); % referencia, temperatura del producto
Def_0 = 0;
pin1 = [Xs_i' Xs_i' Ys_i' Us_i' Us_i'];
[Xs_i,Us_i,Ys_i] =
Problema_optimización_SS(Yb,Def_0,pin1,Ta,Xa,d,dt,nx,ny,nz,Ts);

Xsk(:,k) = Xs_i;
Usk(:,k) = Us_i;
Ysk(:,k) = Ys_i;

Xsk(:,k);
Usk(:,k);
Ysk(:,k);
if (pp == 1)
%% Cálculo de las entradas con MPC no lineal
Def_0 = 0;
Xef_0 = xsm;
Ref = r1(k);
pin=[repmat(y',1,Np)';repmat(uc',1,Np)'];
[Uop,Yop] =
Problema_optimización(Xef_0,Def_0,Xs_i,Us_i,Ys_i,pin,Np,pp,Ref,X_r1,Ta,Xa
,d,dt,nx,ny,nz,Ts);

```

```

uc = Uop(1);
end
if X_a(k)<=15
    break;
end
k=k+1;
end
ttot = toc
%%
figure
subplot(311); plot(timek(1:k-1),xsmk(1:k-1),timek(1:k-1),r1(1:k-1), 'LineWidth',2); ylabel('TÂ°C producto');grid;
legend('TÂ°C producto', 'Referencia')
subplot(312); plot(timek(1:k-1),usmk(1:k-1), 'LineWidth',2); ylabel('TÂ°C vapor'); grid;
subplot(313); plot(timek(1:k-1),X_a(1:k-1), 'LineWidth',2); ylabel('% humedad'); xlabel('Tiempo (s)');
grid;

```

Apéndice N. Programa Matlab para función de restricción modelo cubos

```

function [res,res_eq] =
Funcion_restriccion(XT,Xef_0,Def_0,N,pp,X_r1,Ta,Xa,d,dt,nx,ny,nz,Ts)
% Esta función predice las restricciones a lo largo del horizonte de
% predicción
% XT=X(4),Y(2),U(2)
% Xmax=60;
% Xmin=25;
res=0;
Y=XT(1:1*N,1); % toma los valores desde 1 hasta 2N
U=XT(1*N+1:1*N+1*N,1); % toma los valores desde 2N+1 hasta 2N+2N
Xini=Xef_0; % las condiciones iniciales
% d=Def_0; % no se que es
res_eq = [];

% xass = [xn11;xn21;xn31;xn41];

for i=1:N % desde 1 hasta el horizonte de predicción
if pp==1
T_r1 = U(1);
% res(2*(i-1)+1,1)=XT(i,1)-Xmax;
% res(2*(i-1)+2,1)=-XT(i,1)+Xmin;
[Ta, Xa] = plantaDIC(Ta,Xa,T_r1,X_r1,dt,d,nx,ny,nz,Ts);
Xi = Ta(1,1,1);
%%
end
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
Yi = Xi(1,:);
% [Xi]=F_extendido(Xini,d,U(2*(i-1)+1:2*i,1)); % entradas de 2 en 2
% Yi=H_extendido(Xi,d); % F y H es el modelo extendido.
% res_eq(4*(i-1)+1:6*(i-1)+4,1)=Xi'-X(4*(i-1)+1:4*(i-1)+4,1);
res_eq = [res_eq
(Y(1*(i-1)+1:1*(i-1)+1,1)-Yi)];
% res_eq(2*(i-1)+1:2*(i-1)+2,1)=Yi-Y(2*(i-1)+1:2*(i-1)+2,1); % guarda
de 2 en 2
Xini=Xi; % actualiza las condiciones iniciales
end
end

```

Apéndice O. Programa Matlab de función de restricción SS en modelo cubos

```

function [res,res_eq] =
Funcion_restriccion_SS(XT,Ys,Def_0,Ta,Xa,d,dt,nx,ny,nz,Ts)
% Xmax=60;
% Xmin=25;
% res(1,1)=XT(2,1)-Xmax;
% res(2,1)=-XT(2,1)+Xmin;
res=0;
Xs=XT(1,1);
X=XT(2,1);
Y=XT(3,1);
Us=XT(4,1);
U=XT(5,1);

T_r1 = U;
X_r1 = 1;
% [X,Theta]=F_extendido(Xs,d,Us); % F y H es el modelo extendido.
[Ta, Xa] = plantaDIC(Ta,Xa,T_r1,X_r1,dt,d,nx,ny,nz,Ts);
X = Ta(1,1,1);
Y=X;

res_eq(1,1)=X-Xs;
res_eq(2,1)=Y-Ys;
res_eq(3,1)=U-Us;
end

```

Apéndice P. Programa Matlab para la función de planta modelo cubos

```

function [Ta1, Xa1] = plantaDIC(Ta,Xa,T_r1,X_r1,dt,d,nx,ny,nz,Ts)
%Datos del vapor saturado inyectado en el reactor DIC
ht=200; %Coeficiente de convección de calor [W/(m^2)°C]
hx=22.301*10^(-7); %Coeficiente de convección de masa [m/s]

%Datos iniciales del producto seleccionado
k=0.219; %Conductividad térmica [W/(m)°C]
D_t=7.63*10^(-6); %Difusividad térmica del producto [m^2/s]
D_m=10.16*10^(-10); %Difusividad másica del producto [m^2/s]

%Números de Fourier y Biot.
Bi_t=(ht*d)/k; %Número de Biot - térmico
Fo_t=(D_t*dt)/(d*d); %Número de Fourier - térmico
Bi_m=(hx*d)/D_m; %Número de Biot - másico
Fo_m=(D_m*dt)/(d*d); %Número de Fourier - masico

for Mu=1:floor(Ts/dt)
for i=1:nx
for j=1:ny
for k=1:nz
%Factor de ubicación del nodo en la dirección x
fx=(i-1)/(nx-1);
%Factor de ubicación del nodo en la dirección y
fy=(j-1)/(ny-1);
%Factor de ubicación del nodo en la dirección z
fz=(k-1)/(nz-1);
%Vector incremento de temperatura por cada eje [Tx,Ty,Tz]
Tf=[0 0 0];

```

```

        Tf=[fx fy fz];
        Zz=[fx fy fz];
        %Vector incremento del contenido de humedad por cada
eje[Xx,XY,Xz]
        Xf=[0 0 0];
%Iteraci3n para cada nodo con ubicaci3n [fx fy fz]
        %Para la direcci3n X (fx)
        if (fx==0) %Primer nodo en la direcci3n X
            Tf(1)=2*Bi_t*Fo_t*(T_r1-
Ta(i,j,k))+4*Fo_t*(Ta(i+1,j,k)-Ta(i,j,k));
            Xf(1)=2*Bi_m*Fo_m*(X_r1-
Xa(i,j,k))+4*Fo_m*(Xa(i+1,j,k)-Xa(i,j,k));
        elseif (fx==1) %Ultimo nodo en la direcci3n X
            Tf(1)=2*Bi_t*Fo_t*(T_r1-Ta(i,j,k))+4*Fo_t*(Ta(i-
1,j,k)-Ta(i,j,k));
            % Tf(1)=2*Bi_t*Fo_t*(T_amb-T(i,j,k,it-
1))+4*Fo_t*(T(i+1,j,k,it-1)-T(i,j,k,it-1));
            Xf(1)=2*Bi_m*Fo_m*(X_r1-Xa(i,j,k))+4*Fo_m*(Xa(i-
1,j,k)-Xa(i,j,k));
        else %Nodo central en la direcci3n X
            Tf(1)=Fo_t*(Ta(i+1,j,k)+Ta(i-1,j,k))-
2*Fo_t*Ta(i,j,k);
            % Tf(1)=2*Bi_t*Fo_t*(T_amb-T(i,j,k,it-
1))+4*Fo_t*(T(i+1,j,k,it-1)-T(i,j,k,it-1));
            Xf(1)=Fo_m*(Xa(i+1,j,k)+Xa(i-1,j,k))-
2*Fo_m*Xa(i,j,k);
        end
        %Para la direcci3n Y (fy)
        if (fy==0) %Primer nodo en la direcci3n Y
            Tf(2)=2*Bi_t*Fo_t*(T_r1-
Ta(i,j,k))+4*Fo_t*(Ta(i,j+1,k)-Ta(i,j,k));
            Xf(2)=2*Bi_m*Fo_m*(X_r1-
Xa(i,j,k))+4*Fo_m*(Xa(i,j+1,k)-Xa(i,j,k));
        elseif (fy==1) %Ultimo nodo en la direcci3n Y
            Tf(2)=2*Bi_t*Fo_t*(T_r1-Ta(i,j,k))+4*Fo_t*(Ta(i,j-
1,k)-Ta(i,j,k));
            Xf(2)=2*Bi_m*Fo_m*(X_r1-Xa(i,j,k))+4*Fo_m*(Xa(i,j-
1,k)-Xa(i,j,k));
        else %Nodo central en la direcci3n Y
            Tf(2)=Fo_t*(Ta(i,j+1,k)+Ta(i,j-1,k))-2*Fo_t*Ta(i,j,k);
            Xf(2)=Fo_m*(Xa(i,j+1,k)+Xa(i,j-1,k))-2*Fo_m*Xa(i,j,k);
        end
        %Para la direcci3n Z (fz)
        if (fz==0) %Primer nodo en la direcci3n Z
            Tf(3)=2*Bi_t*Fo_t*(T_r1-
Ta(i,j,k))+4*Fo_t*(Ta(i,j,k+1)-Ta(i,j,k));
            Xf(3)=2*Bi_m*Fo_m*(X_r1-
Xa(i,j,k))+4*Fo_m*(Xa(i,j,k+1)-Xa(i,j,k));
        elseif (fz==1) %Ultimo nodo en la direcci3n Z
            Tf(3)=2*Bi_t*Fo_t*(T_r1-Ta(i,j,k))+4*Fo_t*(Ta(i,j,k-
1)-Ta(i,j,k));
            Xf(3)=2*Bi_m*Fo_m*(X_r1-Xa(i,j,k))+4*Fo_m*(Xa(i,j,k-
1)-Xa(i,j,k));
        else %Nodo central en la direcci3n Z
            Tf(3)=Fo_t*(Ta(i,j,k+1)+Ta(i,j,k-1))-2*Fo_t*Ta(i,j,k);
            Xf(3)=Fo_m*(Xa(i,j,k+1)+Xa(i,j,k-1))-2*Fo_m*Xa(i,j,k);
        end
%Suma de los incrementos de temperatura por cada eje
        Tal(i,j,k)=Ta(i,j,k)+Tf(1)+Tf(2)+Tf(3);
%Suma de los incrementos del contenido de humedad por cada eje
        Xal(i,j,k)=Xa(i,j,k)+Xf(1)+Xf(2)+Xf(3);

```

```

        end
    end
end
Ta =Ta1;
Xa=Xa1;
end

end

```

Apéndice Q. Programa Matlab para la función de optimización modelo cubos

```

function [Uop,Yop] =
Problema_optimizacion(Xef_0,Def_0,Xs_i,Us_i,Ys_i,pin,N,pp,Ref,X_r1,Ta,Xa,
d,dt,nx,ny,nz,Ts)
Lan=0.0; %1200;
Umax=160;
Umin=25;
% XT=X(4)*N,Y(2)*N,U(2)*N
XTs=[Xs_i; Us_i; Ys_i];
%Par=[Def_0;N;Lan];
J = @(XT)Funcion_objetivo_cuadratica(XT,XTs,N,Lan,Ref);
%J = @(XT)Funcion_objetivo_economica(XT,XTs,N,Lan);
nolin =
@(XT)Funcion_restriccion(XT,Xef_0,Def_0,N,pp,X_r1,Ta,Xa,d,dt,nx,ny,nz,Ts)
;
%options = optimoptions('fmincon','Algorithm',
'sqp','OptimalityTolerance',1e-10,'StepTolerance',1e-12);
options = optimoptions('fmincon','Algorithm','Active-
set','OptimalityTolerance',1e-6,'StepTolerance',1e-
6,'MaxFunEvals',10000);
%options = optimoptions('fmincon','Algorithm','Active-
set','OptimalityTolerance',1e-6,'StepTolerance',1e-10);
A1=zeros(1*N+1*N,1*N);
A2=eye(1*N,1*N);
A3=-1*eye(1*N,1*N);
A=[A1 [A2;A3]];

B1= repmat(Umax,N,1);
B2= repmat(-Umin,N,1);
B=[B1;B2];
[p1] = fmincon(J,pin,A,B,[],[],[],[],nolin,options);
Yop=p1(1:1*N,1);
Uop=p1(1*N+1:1*N+1*N,1);
p1;
end

```

Apéndice R. Programa Matlab para la función de optimización SS modelo cubos

```

function [Xs_i,Us_i,Ys_i] =
Problema_optimizacion_SS(Yb,Def_0,pin1,Ta,Xa,d,dt,nx,ny,nz,Ts)
Ys=Yb;
Js = @(XT)Funcion_objetivo_cuadratica_SS(XT,Ys);
nolin = @(XT)Funcion_restriccion_SS(XT,Ys,Def_0,Ta,Xa,d,dt,nx,ny,nz,Ts);

%options = optimoptions('fmincon','Algorithm',
'sqp','OptimalityTolerance',1e-10,'StepTolerance',1e-12);

```

```
options = optimoptions('fmincon','Algorithm','interior-  
point','OptimalityTolerance',1e-6,'StepTolerance',1e-  
6,'MaxFunEvals',10000);  
%options = optimoptions('fmincon','Algorithm','Active-  
set','OptimalityTolerance',1e-6,'StepTolerance',1e-10);  
[p1, objf1, cvg1, outp1] = fmincon  
(Js,pin1,[],[],[],[],[],[],nolin,options);  
Xs_i=p1(1,1);  
Ys_i=p1(3,1);  
Us_i=p1(4,1);  
end
```



Apéndice S. Artículos publicados

Effect of Swell-Drying on Mango (*Mangifera indica*) Drying Kinetics
 Foods 2022-07-26 | Artículo de revista
 DOI: 10.3390/foods11152220



Article

Effect of Swell-Drying on Mango (*Mangifera indica*) Drying Kinetics

Luis Alberto Casaverde-Pacherrez ¹, Carmen Téllez-Pérez ^{2,3}, Colette Besombes ², Daniel Marcelo-Aldana ¹, Karim Allaf ² and Edilberto Vásquez-Díaz ^{1,*}

¹ Faculty of Engineering, University of Piura, Piura 20009, Peru; luis.casaverde@alum.udep.edu.pe (L.A.C.-P.); daniel.marcelo@udep.edu.pe (D.M.-A.)

² Laboratory of Engineering Science for Environment LaSIE-UMR-CNRS 7356, Eco-Intensification of Agro-Industrial Eco-Processes, La Rochelle University, 17042 La Rochelle, France; ctellezperrez@gmail.com (C.T.-P.); colette.besombes@univ-lr.fr (C.B.); kallaf@univ-lr.fr (K.A.)

³ Tecnológico de Monterrey, Escuela de Ingeniería y Ciencias, Epigmenio González 500, San Pablo, Querétaro 76130, Mexico

* Correspondence: edilberto.vasquez@udep.edu.pe; Tel.: +51-073284500

Abstract: Swell-Drying operation (SD) was applied on mangoes to evaluate its effect on drying kinetics: starting accessibility (δW), apparent drying coefficient (D_{app}), and time to obtain a final moisture content of 20% d.b ($t_f = 20\%$ d.b). Swell-drying consisted of (1) submitting fresh mangoes to a first pre-drying stage under Convective Air Drying (CAD) until a moisture content of 37% d.b; (2) applying Instant Controlled Pressure Drop (DIC) treatments on pre-dried mangoes by following a central composite rotatable design (steam pressure: 0.2–0.6 MPa and treatment time: 5 and 55 s); and (3) apply post-drying of mangoes under CAD. In both cases, CAD was performed at 60 °C and airflow of 1 m/s. Results showed that both the treatment time and the steam pressure impacted the D_{app} and the δW . By comparing to the control, SD (0.54 MPa and 48 s) increased the D_{app} and δW to 12.2 and 2.7 times, respectively. Moreover, SD triggers a significant reduction in post-drying time ($t_f = 20\%$ d.b), being this of 2.4 h vs. 30.8 h. These results could be linked to the expansion of the internal pores of mangoes generated by the instant autovaporization of residual water triggered by DIC treatment.

Keywords: instant controlled pressure drop (DIC); swell drying; drying kinetics; mango (*Mangifera indica*); starting accessibility; effective diffusivity and apparent drying coefficient



Citation: Casaverde-Pacherrez, L.A.; Téllez-Pérez, C.; Besombes, C.; Marcelo-Aldana, D.; Allaf, K.; Vásquez-Díaz, E. Effect of Swell-Drying on Mango (*Mangifera indica*) Drying Kinetics. *Foods* **2022**, *11*, 2220. <https://doi.org/10.3390/foods11152220>



A simulation study of the performance of GPC and PID applied to a binary distillation column

2021 IEEE International Conference on Automation/XXIV Congress of the Chilean Association of Automatic Control (ICA-ACCA)

2021-03-22 | Artículo de revista

DOI: [10.1109/icaacca51523.2021.9465198](https://doi.org/10.1109/icaacca51523.2021.9465198)

ISBN: [9781665401272](https://www.isbn-international.org/product/9781665401272)

Conferences > 2021 IEEE International Confe... 

A simulation study of the performance of GPC and PID applied to a binary distillation column

Publisher: **IEEE**

[Cite This](#)

[PDF](#)

Luis A. Casaverde ; Redy H. Risco ; Daniel A. Pérez [All Authors](#)

73

Full

Text Views



Abstract

Document Sections

- I. Introduction
- II. Methodology
- III. Comparison Between GPC and PID
- IV. Conclusions

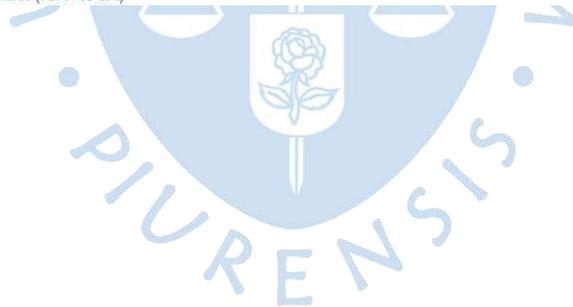
Authors

Figures

Abstract:

In this work, the comparison of a control system based on coupled PIDs and a GPC for MIMO systems applied to a Wood and Berry model distillation column has been carried out. The control law has been obtained based on the free and forced responses. Then, the design of independent TITO controls was carried out, using the Simulink/Matlab environment. Likewise, the evaluation of the interactions has been developed by using the relative gain matrix (RGA), to later perform the coupling of the loops with PIDs. Within the study, the behavior in the face of changes in the prediction horizon, changes in the control horizon, and the behavior in the face of changes in lambda and delta weights in the objective function have been analyzed, and additionally, the behavior in the face of disturbances was observed, this to make a comparison between the performance of a PID control (coupled system) and a GPC control. It has been found that the GPC control strategy presents a much better performance concerning the rise time, to the establishment time for the strategy with coupled PIDs. However, the PID still has the advantage of faster tuning due to the tuning tools.

Published in: 2021 IEEE International Conference on Automation/XXIV Congress of the Chilean Association of Automatic Control (ICA-ACCA)



Instant Decompression Process Modeling Applied to Fruits

Luis Alberto Casaverde Pacherez*, Edilberto Vásquez Díaz, Daniel Marcelo Aldana at the 5th South East European Conference on Sustainable Development of Energy, Water and Environment Systems – SEE SDEWES, held in hybrid mode from May 22 – 26, 2022 in Vlorë, Albania.



Conference on Sustainable Development of Energy, Water and Environment Systems, Vlorë, 22.5.-26.5.2022

Modelling for pollution avoidance and energy efficiency

SEE2022.0041

Instant Decompression Process Modeling Applied to Fruits

L.A. Casaverde Pacherez*¹, E. Vásquez Díaz², D. Marcelo-Aldana²

¹UNIVERSIDAD DE PIURA, Peru; ²Universidad de Piura, Peru (*icasaverde2007@yahoo.es)

Abstract

The main motivation in this work is based on the importance of developing optimal quality food products. To achieve this goal, it is important to be able to control the mechanisms of mass and energy transfer in processes such as drying and other intermediate operations. This work has developed a mathematical model for the drying of fruits by controlled instantaneous decompression (DIC), considering a cylindrical geometry.

The performance of the model obtained is compared to the drying kinetics of a traditional process. The mechanisms of mass and energy transfer have been modeled applying the finite difference method and the resolution of the model used the Matlab software.

Among the main results, we can state the obtaining of the model that represents the DIC process for the circular geometry, the validation of the model obtaining the representation of the temperature profile of the DIC process, as well as the drying kinetics for banana.