



UNIVERSIDAD
DE PIURA

FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

**El método del caso como metodología para desarrollar la
competencia de razonamiento cuantitativo en los
estudiantes de Matemática Básica de la facultad de
Ciencias de la Comunicación en la UPC**

Tesis para optar el Grado de
Magíster en Educación con mención en Teorías y Gestión Educativa

Edwin Nicolas Avila Nano

Asesor(es):
Dr. Marcos Augusto Zapata Esteves

Lima, setiembre de 2020



APROBACIÓN

La tesis titulada El método del caso como metodología para desarrollar la competencia de razonamiento cuantitativo en los estudiantes de Matemática Básica de la facultad de Ciencias de la Comunicación en la UPC, presentada por el Ing. Edwin Nicolás Ávila Nano en cumplimiento con los requisitos para optar el Grado de Magíster en Educación con Mención en Teorías y Práctica Educativa, fue aprobada por el asesor Dr. Marcos Zapata Esteves y defendida el ___ de _____ de 202__ ante el Tribunal integrado por:

.....
Presidente

.....
Secretario

.....
Informante





Dedicatoria

A Dios, por la vida.

A mi esposa Consuelo, por ser siempre uno conmigo.

A mis hijos Lucia y David, porque siempre los he tenido presentes durante todo este proceso.

A mis padres, por todo el esfuerzo que han hecho siempre por brindarme educación.





Agradecimientos

Agradezco al Dr. Alejandro De La Cruz, por orientarme durante todo el proceso de investigación, sin sus aportes y su apoyo no hubiese sido posible aplicar la presente investigación. Igualmente, al profesor Dr. Marcos Zapata por todas las orientaciones vertidas durante el asesoramiento de este trabajo, y por los conocimientos transmitidos durante las clases de investigación educativa.





Resumen Analítico Informativo

El método del caso como metodología para desarrollar la competencia de razonamiento cuantitativo en los estudiantes de Matemática Básica de la facultad de Ciencias de la Comunicación en la UPC.

Autor: Ing. Edwin Nicolás Ávila Nano

Asesor: Dr. Marcos Augusto Zapata Esteves

Tesis de Maestría

Magíster en Educación. Mención en Teorías y Gestión Educativa.

Universidad de Piura. Facultad de Ciencias de la Educación.

Lima,

Palabras claves: Enseñanza de las Matemáticas / Enseñanza por Competencias / Razonamiento Cuantitativo / Método del caso / Alfabetización numérica

Introducción: La presente investigación es una propuesta para mejorar la enseñanza de las matemáticas a carreras universitarias no ligadas a las ciencias o ingeniería. En estas carreras, el perfil del estudiante suele ir desde la retención hasta el total desagrado por ellas. Este problema se traduce en deserción y en un elevado gasto de recursos para estas carreras. Previamente se encontró que las matemáticas son enseñadas a estos estudiantes bajo un enfoque curricular tradicional. El autor presenta el resultado de la investigación acerca de la aplicación del método del caso como estrategia para desarrollar la competencia de razonamiento cuantitativo en los estudiantes de Matemática Básica de la facultad de Ciencias de la Comunicación en la UPC.

Metodología: Estudio cualitativo dentro del paradigma socio crítico, por ende, es del tipo cualitativa adoptando un diseño enmarcado en la investigación – acción. La variable independiente fue la aplicación del método del caso, que se define como la aplicación del método en cada una de las sesiones. Mientras que la dependiente, fue el desarrollo de la competencia de razonamiento cuantitativo, que se definió como la capacidad del estudiante para interpretar la información cuantitativa situada en contextos reales para proceder a representar y hacer cálculos, realizar el análisis de los resultados encontrados y argumentar una conclusión

Resultados: Se encontró que los alumnos empezaron con un nivel incipiente en esta competencia, después de aplicar la metodología, eran capaces de resolver situaciones contextualizadas en la vida real mediante el uso de las matemáticas.

Conclusiones: El método del caso puede aplicarse gradualmente a un curso de primer año de estudiantes de Ciencias de la Comunicación, esta graduación en la aplicación ayuda que tanto estudiantes como profesores se adecuen al método. Se aplicó satisfactoriamente el método a estudiantes de primer año de la carrera de ciencias de la comunicación, y se logró que el 75% de los estudiantes llegue hasta el nivel destacado de la competencia.

Fecha de elaboración resumen: Febrero de 2019.

Analytical-Informative Summary

El método del caso como metodología para desarrollar la competencia de razonamiento cuantitativo en los estudiantes de Matemática Básica de la facultad de Ciencias de la Comunicación en la UPC.

Autor: Ing. Edwin Nicolás Ávila Nano

Asesor: Dr. Marcos Augusto Zapata Esteves

Tesis de Maestría

Magíster en Educación. Mención en Teorías y Gestión Educativa.

Universidad de Piura. Facultad de Ciencias de la Educación.

Lima,

Keywords: Mathematics teaching / Teaching based on Competencies / Quantitative Reasoning / Case method / Numerical literacy

Introduction: This research is a proposal to improve the teaching of mathematics to university careers not linked to science or engineering. In these careers, the profile of the students usually ranges from reluctance to complete dislike for them. This problem translates into desertion and a high expenditure of resources for these careers. It was previously found that mathematics is taught to these students under a traditional curriculum approach. The author presents the result of the investigation about the application of the case method as a strategy to develop the competence of quantitative reasoning in the students of Basic Mathematics of the Faculty of Communication Sciences at the UPC

Methodology: Qualitative study within the socio-critical paradigm, therefore, is of the qualitative type adopting a design framed in research – action approach. The independent variable was the application of the case method, which is defined as the application of the method in each of the sessions. While the dependent, was the development of the quantitative reasoning competence, which was defined as the student's ability to interpret the quantitative information located in real contexts to proceed to represent and make calculations, perform the analysis of the results found and argue a conclusion

Results: It was found that the students started at an incipient level in this competence, after applying the methodology, the students were able to solve contextualized situations in real life through the use of mathematics.

Conclusions: The case method can be applied gradually to a first year course of students of Communication Sciences, this graduation in the application helps both students and teachers to adapt to the method. The method was successfully applied to first-year students of the Communication Sciences science career, and it was achieved that 75% of the students reached the outstanding level of the competition.

Summary date: February, 2019

Tabla de Contenidos

Introducción.....	1
Capítulo 1 Planteamiento de la investigación.....	3
1. Caracterización de la problemática.....	3
1.1. Delimitación del problema.....	3
1.2. La Matemática Básica.....	5
1.3. Posibles causas del problema.....	6
1.4. Las metodologías activas.....	8
2. Problema de investigación.....	9
3. Justificación de la investigación.....	9
4. Objetivos de la investigación.....	10
4.1. Objetivo general.....	10
4.2. Objetivos específicos.....	10
5. Hipótesis de investigación.....	11
6. Antecedentes de estudio.....	11
6.1. Antecedentes internacionales.....	11
6.2. Antecedentes nacionales.....	11
Capítulo 2 Marco teórico de la investigación.....	13
1. El método del caso.....	15
1.1. Definición del método del caso.....	15
1.2. El método del caso en Matemáticas.....	17
1.3. Aplicación de la metodología del caso.....	20
2. Competencia en el contexto de la educación superior.....	21
3. La competencia de razonamiento cuantitativo.....	22
3.1. Las dimensiones de la competencia de razonamiento cuantitativo.....	24
3.2. Interpretación.....	25
3.3. Representación matemática.....	26
3.4. Cálculo.....	27
3.5. Análisis.....	27
3.6. Comunicación y argumentación.....	28

Capítulo 3 Metodología de investigación	31
1. Tipo de investigación.....	32
2. Diseño de investigación.....	33
2.1. Plan de acción.....	35
3. Población y muestra.....	37
4. Variables de investigación.....	37
4.1. Definición conceptual de la variable método del caso	38
4.2. Definición conceptual de la variable razonamiento cuantitativo.....	38
5. Técnicas e instrumentos de recolección de información.....	39
Capítulo 4 Resultados de la investigación	43
1. Resultados del objetivo específico 1.....	43
2. Resultados del objetivo específico del 2 al 5.....	44
3. Descripción de los resultados de la primera fase de la investigación.....	45
3.1. Resultados de la Observación participada durante la primera aplicación del caso.....	45
3.2. Resultados de la Observación durante la aplicación del segundo caso.....	46
3.3. Resultados de la Observación durante la aplicación del tercer caso.....	46
3.4. Resultados de la Entrevista Cualitativa.....	46
3.5. Resultados del Análisis de documentos.....	49
4. Resultados del Estudio Final.....	49
4.1. Resultados de la variable Aplicación del método del caso.....	49
4.2. Resultados de la variable Desarrollo del Razonamiento Cuantitativo.....	50
5. Discusión de resultados.....	51
5.1. Aplicación del método del caso.....	51
5.1.1. Metodología	51
5.1.2. Materiales didácticos	52
5.2. Desarrollo del razonamiento cuantitativo.....	53
Conclusiones	57
Recomendaciones	59
Referencias bibliográficas	61
Apéndices	65
Apéndice A Test de evaluación de razonamiento cuantitativo	65

Apéndice B Ejemplo de problema de matemáticas contextualizado.....	67
Apéndice C Ejemplo de un caso que expone situación simulada en la realidad	68
Apéndice D Sesiones de aprendizaje	73





Lista de tablas

TABLA 1.	Tres metáforas del aprendizaje.....	4
TABLA 2.	Comparación de algunos currículos de universidades que buscan desarrollar el razonamiento cuantitativo.....	7
TABLA 3.	Relaciones entre métodos de enseñanza y modalidades organizativas.....	14
TABLA 4.	Paralelos entre el método del caso, aprendizaje basado en problemas y el aprendizaje por proyectos.....	17
TABLA 5.	Comparación entre las fases definidas por Polya y las dimensiones de la AACU.....	25
TABLA 6.	Plan de acción diseñado para la investigación.....	35
TABLA 7.	VARIABLES DE LA INVESTIGACIÓN.....	38
TABLA 8.	Técnicas de recolección de la información.....	39
TABLA 9.	Técnicas de recolección de información usadas en el presente estudio.....	40
TABLA 10.	Descripción de los casos aplicados durante cada fase de la investigación...	44
TABLA 11.	Resultados medidos para la variable Aplicación del método del caso.....	49
TABLA 12.	Análisis de los resultados de la variable Aplicación del método del caso.....	50
TABLA 13.	Puntuación promedio obtenida en cada pregunta del test.....	50
TABLA 14.	Porcentaje de estudiantes que completaron cada una de las dimensiones.....	51

Lista de figuras

FIGURA 1. Items relacionados a la satisfacción del estudiante hacia el curso de Matemáticas.....	6
FIGURA 2. Recomendaciones para el diseño de casos.....	19
FIGURA 3. Comparativo entre forma de preguntar en el método del caso.....	20
FIGURA 4. Procesos fundamentales de la transformación matemática.....	27
FIGURA 5. Momentos de la investigación – acción.....	34
FIGURA 6. Ciclo de repetición diseñado para la investigación.....	37
FIGURA 7. Ejemplo de nota de campo usada durante la presente investigación.....	41
FIGURA 8. Resultados del test inicial de medición de la competencia.....	44
FIGURA 9. Distribución porcentual de estudiantes según gusto por las matemáticas...	47
FIGURA 10. Distribución porcentual de estudiantes según dificultad hacia las matemáticas.....	47
FIGURA 11. Distribución porcentual de estudiantes según percepción de aplicación de las matemáticas.....	47
FIGURA 12. Frases recurrentes en la entrevista cualitativa al inicio del proceso.....	48
FIGURA 13. Frases recurrentes en la entrevista cualitativa al finalizar el proceso.....	48
FIGURA 14. Cuestionario aplicado al final del curso.....	48
FIGURA 15. Porcentajes de estudiantes que lograron la competencia.....	49
FIGURA 16. Tipo de ejercicio puesto a prueba en los estudiantes.....	53
FIGURA 17. El mismo tipo de ejercicio de la figura 16 contextualizado.....	54
FIGURA 18. Ejercicio tipo de representación matemática.....	55
FIGURA 19. Ejercicio tipo de representación matemática contextualizado.....	55

Introducción

En la sociedad actual en donde realidades como la globalización y el desarrollo tecnológico han producido grandes cambios en todos los procesos que se desarrollan dentro de ella, la educación se ha visto aún más afectada. El más visible de todos los cambios ha constituido la migración de la enseñanza tradicional a la enseñanza por competencias. En efecto, la publicación del Informe Delors para la Unesco y recientemente los resultados del proyecto Tunning han remarcado y documentado que esta migración es ya una realidad. El método del caso es una metodología recomendada para el desarrollo de competencias en el aula universitaria. El presente informe describe su aplicación en un curso de Matemática Básica con el propósito de desarrollar la competencia de Razonamiento Cuantitativo en los estudiantes.

En el capítulo 1, se describe la situación problemática, y se aborda la situación del anumerismo en el ciudadano actual, así, se formula el problema como la necesidad de investigar si la aplicación de esa metodología contribuye al desarrollo de la competencia del razonamiento cuantitativo y de este modo sentar las bases de la alfabetización numérica.

En el capítulo 2, se presenta el marco teórico para la elaboración de casos en el área de las matemáticas, describiendo previamente como se define el método del caso en diversas instituciones. Además, se explica qué tipo de casos se usan en el curso, y recomendaciones tanto para su elaboración como para su aplicación. También se explica las diferentes concepciones acerca de la competencia de razonamiento cuantitativo de las que se disponen, así como de las dimensiones como competencia.

En el capítulo 3, se describe la metodología aplicada, explicando la elección del paradigma socio crítico y de la metodología cualitativa, así como el diseño de la investigación – acción. Se describen también los instrumentos de recolección de datos utilizados durante la investigación.

Finalmente, en el capítulo 4 se comunican los resultados obtenidos durante la investigación, comparándose con lo esperado en el marco teórico. Al ser una investigación cualitativa, se muestra una visión general de la aplicación de la metodología, y en ellos puede observarse que los estudiantes obtuvieron un buen rendimiento. La investigación ha logrado establecer una estrategia de implementación de una metodología activa para un curso de matemática básica bajo un enfoque por competencias y proporciona ejemplos de esta metodología en matemáticas.



Capítulo 1

Planteamiento de la investigación

1. Caracterización de la problemática

1.1. Delimitación del problema. La enseñanza de las matemáticas se ha constituido desde su inicio en una fuente de investigación. Las metodologías, estrategias, y formas de evaluación se han nutrido de valiosos aportes al respecto. Asimismo, los cambios en la educación a nivel mundial han originado que el docente revise y replantee constantemente las metodologías que usa durante su labor. Para Bishop (1999): “Los educadores, los padres y la sociedad en general consideran que las matemáticas son una de las materias más importantes del currículo nacional, estando solo detrás del idioma nacional” (p.17). Efectivamente, tal afirmación es actualmente válida en cualquier contexto. Lo que todavía es sujeto de discusión, es qué parte de las matemáticas son las más importantes para un ciudadano, puesto que tal término: matemáticas, engloba a una amplia gama del conocimiento.

De acuerdo a Corts y De la Vega (2004), algunas personas (los poco entendidos en la materia) consideran que las matemáticas, se trata de hacer cálculos simples por lo que con las nuevas tecnologías existentes carecen de interés. Otro grupo, con más alta formación, la reducen a la abstracción propia desligándola de otros campos. Y en el otro extremo, otro grupo la percibe como una técnica, arte, filosofía y como ciencia. Asimismo, se refieren a las matemáticas como la actividad humana que establece conclusiones (relacionadas a los números, se sobrentiende) y el proceso realizado para llegar a ellas, presentadas como un binomio indisoluble. Entendemos que el primer grupo corresponde al ciudadano común y corriente, el segundo a los estudiosos de la matemática pura, mientras que el tercero corresponde a investigadores que tratan de integrar los dos primeros grupos. Nos enfocaremos en el primer grupo. Proponer una metodología para enseñar matemáticas a ese grupo es uno de los objetivos de la presente investigación. Dicha tarea es ardua, además de imposible de generalizar para todos los perfiles de estudiantes universitarios. Para Bishop(1999) “Educar matemáticamente a las personas es mucho más que enseñarles simplemente matemáticas. En mucho más difícil de hacer y los problemas y las cuestiones pertinentes constituyen un reto mucho mayor” (p.20). Continúa el autor, considerando que actualmente, las matemáticas se han reducido a una materia basada en *hacer* antes que una materia de *reflexión* o de *conocer*. Tal concepción de la educación matemática, la reduce a un proceso de seguir las reglas y la obtención de la respuesta correcta, esto es, está dirigido

dirigido al *desarrollo de técnicas*. Así, concluye Bishop (1999): “Un currículo dirigido al desarrollo de técnicas, no puede educar. Solo puede instruir y adiestrar, siempre y cuando tenga éxito” (p.26).

En efecto, si revisamos los currículos escolares y los sílabos de los cursos de matemática universitarios, nos encontraremos con tal desarrollo de técnicas, muy lejano al pensamiento crítico y de reflexión. De hecho, durante mucho tiempo, la investigación en educación matemática ha estado relacionada con las estrategias de resolución de problemas. Para Castro (2008) se encuentra actualmente con una abundante masa de conocimiento al respecto y los agrupa en dos grandes grupos: enseñar a resolver problemas y estudios sobre como pensamos cuando resolvemos problemas. No ahondaremos sobre el enseñar a resolver problemas, abordaremos esencialmente a los estudios centrados en el pensamiento, viraje de la investigación matemática que se produjo a finales del siglo XX., véase la tabla 1.

Tabla 1
Tres metáforas del aprendizaje

Aprendizaje	Periodo	Sujetos y tareas de investigación	Papel del estudiante
Fortalecer respuestas	1900 – 1960	Animales en laboratorio, tareas artificiales	Receptor de premios y castigos
Procesar información	1960 - 1980	Humanos. Tareas artificiales	Receptor de información.
Construir conocimiento	1980-2000	Humanos. Tareas reales	Crear o darle sentido

Nota. Tres metáforas del aprendizaje. Extraído de Castro, 2008, p. 14.

Para Corts y De la Vega (2004), no es suficiente saber matemáticas para resolver problemas. Se llega a tal conclusión, después de analizar las pobres respuestas obtenidas al resolver problemas ambiguos por parte de estudiantes con resultados sobresalientes en cursos de matemáticas con currículos y metodologías tradicionales. Los problemas ambiguos, son los problemas que adundan en contextos reales. Por tanto, es evidente que no basta una sólida en los cursos tradicionales de matemáticas para afrontar las problemáticas reales.

Esta misma situación, el que personas con muy buena formación académica sean incapaces de enfrentar exitosamente situaciones que impliquen el uso de números en la vida cotidiana, es abordada por Paulos (1990) en su ensayo: *El hombre anumérico*, allí, el autor escribe:

El anumerismo, o incapacidad de manejar cómodamente los conceptos fundamentales de número y azar, atormenta a demasiados ciudadanos que, por lo demás, pueden ser perfectamente instruidos. Las mismas personas que se encogen de miedo cuando se confunden términos tales como «implicar» e «inferir», reaccionan sin el menor asomo de turbación ante el más egregio de los solecismos numéricos (p.4).

El ser *anumérico* de Paulos, o la *inculturación matemática* de Bishop, son abordadas actualmente por el proyecto PISA. En tal proyecto, Rico (2006) define la Alfabetización Matemática como: “La capacidad del estudiante para analizar, razonar y comunicar eficazmente cuando enuncian, formulan y resuelven problemas matemáticos en una variedad de dominios y situaciones” (p.276)

Por tanto, debido a que una de las competencias requeridas en los profesionales de hoy, es el análisis de la abundante información cuantitativa disponible en el mundo real, el rol que desempeñan los cursos universitarios de matemáticas ha virado desde uno con enfoque tradicional de resolución de problemas, hacia uno práctico que requiera de una aplicación inmediata en la vida cotidiana de los estudiantes. De este modo, el preparar a los estudiantes para aplicar los conocimientos teóricos a la vida real, se ha convertido la principal actividad de un docente de matemáticas. El someter a prueba nuevas metodologías es necesario para que el docente logre este objetivo.

1.2. La Matemática Básica. Los problemas numéricos a los que un ciudadano en la vida cotidiana se enfrenta, requieren básicamente conocimientos básicos de aritmética, álgebra y geometría. Por ejemplo, el calcular un descuento porcentual ofrecido en un producto, usar una fórmula, leer algunas especificaciones, analizar un crédito de consumo, etc. Sin embargo, tales problemas son ambiguos, pues existe tanto escasez como sobreabundancia de información. Las universidades han conglomerado esos conocimientos básicos, bajo el nombre general de Matemática Básica. Dependiendo de la carrera en la que se inserta dicho curso, su contenido puede variar. Así, para cursos insertados en una malla curricular de una carrera STEM (ciencias, tecnologías, ingeniería, matemáticas), todo gira alrededor del conjunto tradicional: aritmética, álgebra, geometría y trigonometría, como preparación para curso de cálculo. Sin embargo, para Gaze(2004), es un error pensar que tales conocimientos servirá al común de los ciudadanos que no sigan una carrera STEM para enfrentar una situación numérica suscitada en la vida real. Delimitaremos nuestro problema en carreras relacionadas a las ciencias sociales, humanidades, artes liberales, etc.

Algunas universidades han empezado a virar sus contenidos de matemática básica hacia mejorar el desempeño numérico de los futuros ciudadanos profesionales, utilizando el concepto de Razonamiento Cuantitativo. De hecho, Steen (2001) enlista varios proyectos en los que el razonamiento cuantitativo es el objetivo del proceso.

1.3. Posibles causas del problema. Como vemos, los autores coinciden en que, en general, el ciudadano común y corriente tiene serios problemas para afrontar situaciones de la vida cotidiana relacionadas con las matemáticas. ¿Por qué ciudadanos con una formación profesional promedio no logran ser cuantitativamente competentes? Una de las primeras causas, está relacionada con cómo llegan los estudiantes de la educación básica regular a la universidad. En la actualidad, esa transición es casi inmediata. Gómez – Chacón (2009), realiza un análisis al respecto y evidencia que en estudios previos se han analizado problemáticas tales como: matemático – didácticas, dificultades cognitivas, transiciones culturales, modos de organización del aprendizaje, entre otras. Sin embargo, los investigadores hacen énfasis en que no se ha investigado la dimensión emocional del sujeto. Entre sus conclusiones afirman que el rechazo a las matemáticas en la transición de la educación regular a la universidad está estrechamente ligado a los procesos cognitivos y es un aspecto clave en la inculcación del estudiante, futuro ciudadano, en el quehacer matemático.

Con el mismo tenor, Mato y De la Torre (2009), realizaron una investigación realizada a 1220 alumnos de 1°, 2°, 3° y 4° de Educación Secundaria obligatoria en España. Entre los ítems consultados mediante el cuestionario, están los mostrados en la figura.

- *Las matemáticas serán importantes para mi profesión (ítem 1).*
- *Las matemáticas son útiles para la vida cotidiana (ítem 4).*
- *Entiendo los ejercicios que me manda el profesor para resolver en casa (ítem 8).*
- *En primaria me gustaban las matemáticas (ítem 11).*
- *Espero utilizar las matemáticas cuando termine de estudiar (ítem 13).*
- *Saber matemáticas me ayudará a ganarme la vida (ítem 16).*
- *Soy bueno en matemáticas (ítem 17).*
- *Me gustan las matemáticas (ítem 1).*

Figura 1. Ítems relacionados a la satisfacción del estudiante hacia el curso de matemáticas. Extraído de Matos, 2009, p. 289.

Entre las conclusiones del estudio, señalan que existe correlación entre la actitud hacia las matemáticas y su rendimiento académico. El efecto de esto, genera un aumento en el círculo vicioso de la inculcación matemática. También, Castro (2008) considera un factor importante, la actitud del que resuelve un problema, mientras que Golding y Shtingold

(Citado en Castro, 2008), consideran a las actitudes como elementos imprescindibles en la resolución de problemas matemáticos.

De otro lado, Bennet (2012) aborda el problema del currículo en sí mismo. Y señala que todavía los sílabos de cursos de matemática universitarios no proveen a los estudiantes de herramientas para enfrentarse a problemas que se suscitan en su vida cotidiana. Más aún, señala que el gran problema de los diseños curriculares es que generan la sensación general de que las personas “son malos en matemáticas” Bennet (2012, p. 6). Para el autor, el problema se sitúa más en la forma que en el fondo.

Al analizar algunos contenidos de un curso de matemática básica universitario, se descubre que todos suelen converger hacia contenidos básicos de aritmética y álgebra: operaciones básicas con números reales, proporciones y porcentajes, funciones reales y estadística descriptiva. Véase por ejemplo la figura, en donde se han recopilado los contenidos de algunos cursos en universidades que se han preocupado por la problemática referida líneas arriba. En ellos, se verifica que el contenido es bastante parecido. Además, puede verse fácilmente que dicho contenido no difiere en general para carreras no STEM.

Tabla 2

Comparación de algunos currículos de universidades que buscan desarrollar el razonamiento cuantitativo

Universidad	Nombre del curso	Contenido
Pontificia Universidad Católica de Chile ¹	Razonamiento Cuantitativo	Lógica Proporcionalidad Numeración Estadística General Probabilidades
Universidad de Colorado ²	Matemáticas para Artes Liberales	Lógica Conjuntos Porcentajes Numeración Estadística Descriptiva
Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas	Matemática Básica	Numeración Proporcionalidad Porcentajes Funciones de variable real Estadística Descriptiva

Nota. La información ha sido extraída de las páginas web de las mencionadas universidades: www.uc.cl/, <http://www-math.ucdenver.edu/> y www.upc.edu.pe el 01 de octubre de 2018.

Para Gaze (2014), un curso para estudiantes fuera de la línea STEM debe ser bastante ambicioso: “El objetivo debe ser crear un plan de estudios que aborde las necesidades de razonamiento cuantitativo de todos los estudiantes, proporcionando un compromiso significativo en matemáticas que simultáneamente desarrollará alfabetización cuantitativa y despertará un interés en los campos de STEM” (p.1). Así, el autor propone un currículo estructurado alrededor de estos contenidos:

1. Razonamiento proporcional.
2. Probabilidad y estadística.
3. Modelamiento.

Finalmente, Gascón (2002) considera que el problema es el resultado de un complejo conjunto de fenómenos que trascienden hasta la formación del docente, y que se manifiestan en las características de la organización curricular de un curso y la respectiva didáctica. Esto origina que el estudiante no puede desarrollar la competencia matemática en plenitud. Propone, por tanto, como solución proponer modificaciones a la organización curricular y didáctica de los cursos.

Vemos, por tanto, que hay consenso en el contenido a transmitir, y además los autores coinciden los contenidos necesarios para la aplicarlos en la vida cotidiana. Por lo tanto, dos aspectos importantes a cubrir son la actitud del estudiante hacia las matemáticas, y de otra parte la metodología que se usa en un curso universitario son los dos ejes en los que descansan los orígenes del problema.

1.4. Las metodologías activas. En los apartados anteriores se ha delimitado la problemática de estudio a aplicar una metodología para que un estudiante de matemática básica logre la competencia del razonamiento cuantitativo. Puesto que, hay consenso en el contenido a transmitir, mas no en como transmitirlo. Fernández (2002) separa a los métodos disponibles en tres grandes grupos: la lección magistral, el trabajo autónomo y el trabajo cooperativo. Dentro del trabajo cooperativo describe tres: el método del caso, el aprendizaje basado a proyectos y el aprendizaje basado en problemas. Además, provee de una serie de criterios para elegir el método adecuado. De esta manera se recomienda el método del caso para lograr la competencia del razonamiento cuantitativo.

Asimismo, De Miguel et al (2014), define el método del caso como: “Un análisis intensivo de un hecho, problema, o suceso real con la finalidad de conocerlo, interpretarlo, resolverlo, generar hipótesis, contrastar datos, reflexionar, completar conocimientos, diagnosticarlo y, en ocasiones, entrenarse en los posibles procedimientos alternativos de solución” (p.77). Nótese, la gran similitud con la definición de razonamiento cuantitativo brindada en los numerales

anteriores. Nuevamente el autor, propone esta metodología para lograr competencias como las deseadas en la presente investigación.

2. Problema de investigación

De lo anteriormente tratado, el problema actual de por qué los ciudadanos no pueden hacer frente a problemas cuantitativos a los que se enfrentan, se origina a la formación que reciben tanto en su formación regular como al inicio de su formación universitaria. Dentro de esta última, los estudiantes de matemática básica en carreras no STEM, conforman la gran parte de estos ciudadanos. El método del caso es una metodología adecuada para desarrollar la competencia de razonamiento cuantitativo en el profesional de hoy a través de los cursos de matemática básica universitarios. El cómo aplicarlo se constituye en el problema de la presente investigación. Así, el problema de investigación se formula como sigue:

¿Cómo se debe aplicar el método del caso para desarrollar la competencia del razonamiento cuantitativo en los estudiantes?

3. Justificación de la investigación

Muchas investigaciones refieren la necesidad de verificar que los estudiantes sean cuantitativamente competentes. Por ejemplo, Lutsky (2006) afirma que existe un movimiento actual en la educación superior a entrenar a los estudiantes en esa competencia, y reafirma la importancia de que los currículos universitarios se replanteen con miras a ese objetivo, sobre todo en lo referente a la metodología aplicada. Es claro también, por lo expuesto en numerales anteriores, que estamos hablando de una competencia a desarrollar, en ese sentido, concordamos con Blanco et al (2009) cuando afirma que:

El compromiso con el desarrollo de competencias implica necesariamente una revisión de los procesos de enseñanza – aprendizaje. En líneas generales se trata de diseñar las situaciones o escenarios de aprendizaje pertinentes para entrenar en los diferentes niveles de desempeño de las competencias, esto es, para hacer que el alumno haga lo que se espera de él. Las competencias se desarrollan en escenarios auténticos, similares a los que previsiblemente van a encontrar en el contexto laboral; por tanto, resulta necesario plantear una enseñanza más contextualizada. (p.31)

Para Brown (2014), siguiendo con el hilo inicial de fomentar el pensamiento crítico y reflexivo, el evitar mecanizar al estudiante, y estimularlo para que adopten un desarrollo más profundo de las destrezas que requerimos, debemos de diseñar nuestras actividades de forma inteligente. Tal diseño, como citan ambos autores, necesita de un marco referencial para las metodologías a aplicar en el logro del razonamiento cuantitativo. En tal sentido, la presente

investigación es conveniente porque propone, implementa y mide la aplicación de nuevas metodologías en el área de matemática. El investigador ha ensayado ya con grupos similares, diversas metodologías para el proceso de enseñanza y aprendizaje. Sin embargo, ninguno de ellos ayudaba en el enfoque de enseñanza por competencias. Tal y como se explica en el marco teórico, el método del caso es una de estas metodologías para la enseñanza por competencias, de este modo el investigador decidió implementar esta metodología en cursos de matemáticas. El método del caso, ya es ampliamente usado en diversos programas de pregrado y postgrado universitarios. Del mismo modo, metodologías similares como el Aprendizaje basado en proyectos y el Aprendizaje basado en problemas, ya han sido implementadas en diversos cursos universitarios, algunos en cursos de matemática básica. Sin embargo, estas no logran simular todavía las situaciones reales a las que el ciudadano se debe enfrentar.

En ese sentido, esta investigación enriquece el conocimiento porque provee de un marco referencial para la aplicación de un método en cursos en los que aún no se aplicó. Al hacerlo, se contribuirá a la investigación de la competencia del razonamiento cuantitativo, del método del caso, y en el diseño de sesiones de aprendizaje donde se conjuguen los elementos anteriores.

4. Objetivos de investigación

4.1 Objetivo general. Aplicar el método del caso para desarrollar la competencia de razonamiento cuantitativo en estudiantes de Matemática Básica de la Facultad de Ciencias de la Comunicación de la UPC.

4.2 Objetivos específicos. Los objetivos específicos son:

1. Diagnosticar el nivel en la competencia razonamiento cuantitativo en el que se encuentran los estudiantes al iniciar un curso de Matemática Básica en la Facultad de Ciencias de la Comunicación en la UPC.
2. Diseñar casos de estudio que desarrollen la competencia de Razonamiento Cuantitativo.
3. Diseñar sesiones de aprendizaje que permitan aplicar los casos de estudio diseñados.
4. Aplicar las sesiones de aprendizaje diseñadas con el método del caso.
5. Reajustar las sesiones de aprendizaje diseñadas con el método del caso.
6. Evaluar el nivel en el que se encuentran los estudiantes al finalizar el curso de Matemática Básica en la Facultad de Ciencias de la Comunicación en la UPC.

5. Hipótesis de investigación

La aplicación del método del caso en un curso de Matemática Básica universitaria favorece que los alumnos logren alcanzar un nivel de logro esperado en la competencia de razonamiento cuantitativo.

6. Antecedentes del estudio

Se encontraron tanto antecedentes nacionales como internacionales.

6.1. Antecedentes internacionales. Como mencionamos, existen antecedentes acerca del uso del aprendizaje basado en problemas en cursos de matemáticas. Así, Matus y Guzmán (2009) tuvieron como objetivo en su investigación, medir la aceptación de la aplicación del método ABP en estudiantes de matemáticas, concluyendo que los estudiantes mostraron una mejor actitud hacia las matemáticas y desarrollaron competencias en situaciones de la vida real en donde aplican los conocimientos adquiridos en clase. La relación con nuestro estudio es que es un estudio cualitativo descriptivo y su diseño es de estudio de casos. Los instrumentos utilizados fueron cuestionarios en escala de Lickert que nos ayudaron a confeccionar las encuestas del estudio.

Arreguín, Alfaro y Ramírez (2012) evaluaron el impacto que tenía el aprendizaje basado en proyectos en estudiantes de educación secundaria. Los resultados que obtuvieron fueron que las competencias matemáticas ligadas al razonamiento cuantitativo se desarrollan al resolver problemas vinculados a su entorno sociocultural. La relación de ese estudio con la presente investigación, se basa primero en la metodología cualitativa que emplea y segundo en que investiga el empleo del aprendizaje basado en proyectos (relacionado con el método del caso) en matemáticas. Trigueros (2009) tuvo como objetivo describir las posturas que existen acerca del uso de la modelación matemática, entre sus resultados exponen diversas problemáticas que se suscitan al aplicar la modelación matemática, problemáticas que sirvieron de guía para construir los casos de la presente investigación. Por eso, dicha investigación ayudaron al autor a delinear la presente investigación.

Espinoza et al (2006), evaluaron el impacto del Método Singapur en los resultados del aprendizaje matemático en estudiantes de educación básica. Los resultados mostraron un impacto positivo, la metodología aplicada fue mixta, cabe destacar que el método Singapur es un método relacionado con el desarrollo de competencias, por lo cual está relacionada con la presente investigación.

6.2. Antecedentes nacionales. Dentro del ámbito nacional, se han encontrado pocas investigaciones de uso de metodologías similares a la propuesta en esta investigación. La mayoría ahondan en el estudio de objetos matemáticos en sí. Por ejemplo, Chuquisana (2015)

propone un enfoque reflexivo y crítico en la enseñanza del interés simple, entre sus resultados se destaca el consenso general de los docentes en que las matemáticas son de suma importancia en la formación de ciudadanos. Sin embargo, sus esfuerzos solo se centran en ese tema y no desde un punto de vista integral para todo un curso o proceso de información.



Capítulo 2

Marco teórico de la investigación

Empecemos primero por los conceptos básicos acerca de lo que es educar desde el punto de vista del docente con respecto al proceso de enseñanza – aprendizaje. Algunos autores hacen referencia a la acción de educar como una intervención educativa. Así, según Touriñan (2011): “La intervención educativa es la acción intencional para la realización de acciones que conducen al logro del desarrollo integral del educando” (p.283). El mismo autor hace una distinción entre la acción de educar y la intervención pedagógica: “intervención pedagógica es la acción intencional que desarrollamos en la tarea educativa con, por y para el educando los fines y medios que se justifican con fundamento en el conocimiento de la educación y del funcionamiento del sistema educativo” (p.284). Sin embargo, el autor relaciona ambas acciones, aunque indica claramente que no son lo mismo. Por ejemplo, cuando un padre de familia enseña a su hijo a ordenar sus juguetes tiene una clara intencionalidad de educarlo en la virtud del orden, por lo que esto se constituye en intervención educativa. Mientras que un educador profesional dispone de otras técnicas probadas para lograr el mismo objetivo (juegos, dinámicas de grupo, etc.) lo cual constituye una intervención pedagógica.

En este sentido, la intervención pedagógica es precisamente la variable que desencadena el saber pedagógico: La riqueza de metodologías con las que un educador profesional enriquece su conocimiento y el conocimiento en general. Dentro del proceso de heteroeducación¹ se genera una dinámica como producto de la interacción entre educando, educador y contenidos a ser transmitidos. Así, para Latorre y Seco (2013), el educador sabe qué hacer para conseguir el objetivo trazado en el educando, el gran problema es cómo lograr ese objetivo. Los mismos autores precisan:

La pedagogía es la relación dialéctica entre la teoría y la práctica educativa. El pedagogo busca conjuntar la teoría y la práctica a través de su propia acción a fin de obtener una conjunción lo más perfecta posible entre una y otra (p.9).

Un docente con experiencia en un determinado curso tiene claro el objetivo a lograr en el estudiante. Este puede ser la transmisión de un contenido o el desarrollo de una competencia determinada. El establecer el cómo lograrlos se ha convertido actualmente en su principal preocupación, sin la debida apertura del docente hacia nuevas técnicas pedagógicas es

¹ Esta modalidad se origina cuando se presentan dos sujetos diferentes en el proceso de la educación: educando y educador.

imposible que su bagaje pedagógico se enriquezca. Si nos referimos a ese “establecer cómo”, como metodología, podemos afirmar entonces que la metodología que debe de ser parte de nuestra investigación, es aquella que nos ayuda a desarrollar las competencias.

El insumo previo para el diseño e implementación de una metodología es el concebir concretamente el objetivo al que se quiere llegar. En educación superior esta concepción es un proceso menos complejo que en otros niveles. Ya sea, en un enfoque de enseñanza por competencias o en un enfoque de enseñanza por objetivos, basta con definir los logros u objetivos de curso, los de las unidades y los de las sesiones. El trabajo adicional a realizar es definir las metodologías para alcanzar ese objetivo. Con respecto a esa definición, dice De Miguel et al (2014): “En concreto, las metodologías a diseñar intentan dar respuesta a tres cuestiones fundamentales: cómo organizar los aprendizajes de los alumnos, cómo desarrollar dichos aprendizajes y cómo evaluarlos” (p. 17).

Con este fin, De Miguel et al. (2014) estructuran tres componentes indispensables en una planificación de un curso de educación superior: las *modalidades* (escenarios donde se desarrollarán los procesos de enseñanza – aprendizaje), los *métodos* (es específicamente el componente técnico – procedimental) y las *estrategias evaluativas*.

Para establecer los *métodos* de enseñanza, se debe primero definir las *modalidades* de enseñanza pues solo algunos de los primeros son los adecuados para determinadas *modalidades*. De acuerdo a la evaluación de un jurado de experto, De Miguel et al. (2014) contrastaron las diferentes modalidades que se presentan en educación superior y las posibles modalidades para las mismas. En la tabla 3 se muestra el resultado de ese análisis: un cruce de interrelaciones entre ellos, puntuadas desde uno (relación muy débil) hasta tres (relación muy débil).

Tabla 3

Relaciones entre métodos de enseñanza y modalidades organizativas

Modalidades organizativas	Método de enseñanza más adecuado
Clases teóricas/expositivas	Lección magistral
Seminarios talleres	Estudio de casos – Resolución de problemas
Clases prácticas	Resolución de problemas – Aprendizaje basado en problemas

Prácticas externas	Aprendizaje basado en problemas - Aprendizaje basado en proyectos -
Tutorías	Aprendizaje basado en problemas - Aprendizaje basado en proyectos -
Estudio y trabajo en grupo	Aprendizaje basado en problemas - Aprendizaje cooperativo
Estudio y trabajo individual / autónomo	Aprendizaje basado en proyectos

Nota. Adaptado de De Miguel et al. (2014, p. 25)

Así, el *estudio de casos* puede ser utilizado en una mayor variedad de modalidades, aunque su mayor influencia en el proceso de aprendizaje se presenta en los seminarios talleres y las clases prácticas. Cabe destacar los autores consideran que existen diferencias entre las modalidades *seminarios y talleres y clases prácticas*.

1. El método del caso

1.1. Definición del método del caso. De entre las numerosas variables que maneja en la actualidad el docente dentro del proceso de enseñanza de las matemáticas, el diseñar las metodologías y modalidades del proceso de enseñanza – aprendizaje para luego precisarlas, se constituye en un gran reto para él. De acuerdo a De Miguel et al (2014), este diseño metodológico debe de estar anclado directamente en los objetivos específicos de la institución, las competencias a lograr por el estudiante y el contexto de la asignatura que el alumno imparte. Más aun, señala que “en concreto, las metodologías a diseñar intentan dar respuesta a tres cuestiones fundamentales: cómo organizar los aprendizajes de los alumnos, cómo desarrollar dichos aprendizajes y cómo evaluarlos” (p. 17).

Y concluyen los autores, que el diseñar metodologías que sean adecuadas bajo el enfoque por competencias se constituye entonces en una de las tareas a realizar por el docente que trabaja bajo este enfoque, recordando que una metodología, en el ámbito educativo es la “forma de proceder que tienen los profesores para desarrollar su actividad docente” (p. 22).

La metodología del caso no es una metodología nueva, de acuerdo a Sánchez (2008), los primeros indicios de su uso datan del siglo XIX en la escuela de leyes de la Universidad de Harvard y su uso en la actualidad es debido a la demanda de la sociedad por profesionales emprendedores, críticos y reflexivos.

Definamos primero lo qué es un caso, o tratemos de acercarnos a un convenio acerca de su denominación, ya que el mismo objetivo ha sido tratado por diversos autores. Así, Sánchez (2008) afirma que “Se trata de un relato de acontecimientos que nos faciliten pensar sobre ellos con el objetivo de promover y remover las ideas” (p. 8). Otra definición de un caso es la brindada por Richards (como se citó en Sánchez, 2008) en la que se dice que un caso es una narración de una situación, problema o decisión de acontecimientos contextualizados en la vida cotidiana. Más esclarecedora es la definición de López (como se citó en Sánchez, 2008), quien explica que se trata de una representación de la realidad lo cual no significa que tenga que ser verídica sino verosímil. Del mismo modo el Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey (s.f.), afirma que:

Específicamente, un caso es una relación escrita que describe una situación acaecida en la vida de una persona, familia, grupo o empresa. Su aplicación como estrategia o técnica de aprendizaje, como se apuntó previamente, entrena a los alumnos en la elaboración de soluciones válidas para los posibles problemas de carácter complejo que se presenten en la realidad futura. En este sentido, el caso enseña a vivir en sociedad. Y esto lo hace particularmente importante (p. 3).

Así, concebimos el caso como una representación verosímil de la realidad que permita al estudiante tomar decisiones sin el riesgo real de decantar en consecuencias funestas para sus malas decisiones. El estudiante entrena con esta simulación y le permite plantear soluciones sin asumir consecuencias reales. Al respecto, dentro del enfoque de la enseñanza por competencias se tiene que producir una ruptura dentro de las metodologías tradicionales, así Blanco, Alba y Asensio (2009) afirma que:

En líneas generales se trata de diseñar situaciones o escenarios de aprendizaje pertinentes para entrenar en los diferentes niveles desempeño de las competencias, esto es, para hacer que el alumno haga lo que se espera de él. Las competencias se desarrollan en entornos auténticos, similares a los que previsiblemente van a encontrar en el contexto laboral; por tanto, resulta necesario plantear una enseñanza más contextualizada (p. 31).

Así, para Sánchez (2008), la metodología del caso coloca al estudiante como protagonista del proceso de enseñanza-aprendizaje, de modo que es una de las mejores metodologías dentro del enfoque de enseñanza por competencias debido a que esta metodología persigue el desarrollo de habilidades intelectuales superiores de la taxonomía de Bloom: comparar, analizar, evaluar y sintetizar.

1.2. El método del caso en Matemáticas. Está ampliamente documentado el uso de esta metodología en variadas áreas de aprendizaje, sin embargo, su uso en matemáticas es casi nulo, por lo tanto, conviene primero delimitar la metodología correctamente. Como se vio en el apartado anterior, el caso es básicamente una representación verosímil de una realidad que permita al estudiante entrenarse para un futuro desempeño profesional.

Bajo esta concepción es necesario delimitar correctamente el método para evitar que surjan confusiones con otras metodologías muy similares tales como: el aprendizaje basado en problemas y el aprendizaje basado en proyectos. Sánchez (2008) hace un paralelismo entre las tres metodologías:

Tabla 4

Paralelos entre el método del caso, aprendizaje basado en problemas y el aprendizaje por proyectos

Método del caso	Aprendizaje basado en problemas	Aprendizaje por proyectos
Modalidad más general	Modalidad más específica	Modalidad más específica
Objetivo:	Objetivo:	Objetivo:
Comprender en profundidad una situación en su contexto natural y complejo	Resolver un dilema o problema que inicialmente aparece desestructurado y con escasa información	Elaborar un producto final
Características:	Características:	Características:
Es esencial la identificación del problema, no su solución	Necesidad de búsqueda de información complementaria	No tiene que haber necesariamente un problema
El caso tiene ramificaciones muy variadas: técnicas, sociales, políticas, éticas, etc.	Es la más convergente: un modo correcto de resolución	Los alumnos planean sus propias estrategias para lograr un producto que satisfaga alguna necesidad
El éxito descansa en el proceso	El éxito descansa en el resultado	El éxito descansa en el resultado

Nota. Extraído de Sánchez (2008, p.10)

Las tres metodologías mostradas, están centradas en el desarrollo de competencias de pensamiento crítico y creatividad en el estudiante y se basan en el aprendizaje cooperativo. El docente pasa a cumplir un rol de facilitador y el estudiante vive experiencias de aprendizaje realcionadas al mundo real (Sanchez, 2008)

Dentro de la misma metodología del caso, según el Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey (s.f.), se distinguen otros tipos de casos:

1. Casos centrados en el estudio de situaciones ya sean para describir o analizar críticamente las decisiones tomadas. Básicamente busca describir situaciones acontecidas o analizar los hechos que se suscitaron en la misma.
2. Casos de resolución de problemas. El objetivo de este tipo de casos es resolver una situación problemática, esta situación problemática puede ser tanto un problema plenamente identificado o una decisión a tomar en base a la información descrita.
3. Casos centrados en la simulación de situaciones. El objetivo de este tipo de casos se centra en convertir a los estudiantes en protagonistas directos de la situación simulada de manera que se impliquen directamente en la solución de la simulación. El juego de rol tiene un carácter más teatral, de representación y puesta en escena. Se ha de preparar minuciosamente la situación de partida con su propósito claramente establecido.

Finalmente, consideramos que un caso en matemáticas es una representación verosímil de una realidad, del tipo de resolución de problemas, en la que el alumno puede mostrar sus competencias matemáticas para establecer su solución. Además debe de poseer las siguientes características.

- Partir de lo específico y llegar hasta lo general.
- Como objetivo el estudiante debe de comprender en profundidad una situación problemática con escasa información y en su contexto natural.
- Aunque posee ramificaciones, estas convergen hacia un núcleo en común.
- Es necesario que se llegue a una solución, si es necesario se debe de recurrir a información adicional.
- El éxito del estudiante se se da tanto en el proceso como en el proceso.

Para construir un caso verosímil con estas características podemos usar las recomendaciones hechas por Sánchez (2008).

En un caso se debe evitar...	Un caso debe conseguir ser...
<ul style="list-style-type: none"> • Decir más de lo que es preciso y suficiente. • Omitir datos importantes, bajo el pretexto de enriquecer la discusión. • Interpretar subjetivamente los datos que se exponen, aunque a veces será necesario exponer la información del modo (subjetivo) en que posiblemente lo harían sus protagonistas. • Evitar confusiones entre los hechos y las opiniones de protagonistas. • Redactar párrafos confusos o ideas repetidas. • Tomar partido abiertamente, mediante la redacción del texto, a favor de determinados implicados y en contra de otros. • Escribir recargando el tono en lo literario y estilístico. 	<ul style="list-style-type: none"> • <i>Verosímil</i>: de modo que su argumento sea posible, que quede la impresión de que lo ha vivido alguien. • <i>Provocador</i>: que la historia que cuenta estimule la curiosidad e invite al análisis de sus personajes. • <i>Conciso</i>: sin adornos literarios ni exceso de tecnicismos que degeneren en pesadez. • <i>Cercano</i>: con narraciones y descripciones del entorno más cercano, así como con detalles psicológicos, culturales o sociales de los personajes implicados. • <i>Ambiguo</i>: como la realidad, que no se convierta en un teatro infantil y maniqueo, de buenos contra malos o bien de expertos contra ignorantes.

Figura 2. Recomendaciones para el diseño de casos. Extraído de Sánchez, M. (2008).

En su libro, Wassermann (1994) brinda varias recomendaciones para el momento de redactar las preguntas de un caso de estudio. Así, el autor explica que esas llamadas *preguntas críticas* deben de fomentar la reflexión y tienen como primer objetivo centrarnos en el o en los problemas del caso; además dichas preguntas deben de tener un ordenamiento en serie que permita al estudiante analizar progresivamente el problema general. Las preguntas del caso, deben invitar a reflexionar en lugar de exigir o indicar al lector lo que debe de hacer. Asimismo, se debe evitar proponer al lector una elección forzada entre alternativas.

Podemos jerarquizar las preguntas que se hacen en un caso (Wassermann, 1994): el primer grupo está constituido por las preguntas que incitan a examinar los acontecimientos y detalles de la narración, el segundo grupo por preguntas que invitan a analizar lo que se encuentra debajo de la superficie de los acontecimientos y el tercer grupo por las preguntas que requieren evaluaciones y juicios, aplicaciones y propuestas de soluciones.

El elaborar buenas preguntas críticas es un proceso de ensayo y error continuo en el que docente parte de un borrador inicial y llega al producto final en varias iteraciones, el mejor método es que un colega revise las preguntas de cada iteración para verificar que el objetivo del redactor se está cumpliendo, basados en las recomendaciones de Wassermann (1994) podemos resumir:

Invitar en lugar de exigir, de modo que se permita que el alumno reflexione sin correr riesgos	
HABITUAL	SE SUGIERE
- Explique la razón de la caída - Justifique su respuesta	- ¿Cómo explicaría usted la razón de su caída? - ¿Cuáles son los datos que respaldan sus ideas?
Preguntar claramente, usar términos que no permitan que el estudiante haga dobles interpretaciones.	
- ¿Qué caracteriza la gran depresión de 1930?	- ¿Qué características considera usted relevantes de la gran depresión de 1930?
Evitar altos niveles de abstracción	
- ¿Por qué algunas personas se convierten en alcohólicos?	- En su opinión, ¿cuál sería una de las razones relacionadas a la situación familiar, por la que una persona se podría convertir en alcohólico?
Evitar preguntas que sugieran una respuesta aceptable	
- ¿Cuál sería la mejor manera de medir la distancia?	- Enumere un conjunto de métodos para medir la distancia.
Evitar preguntas que fuercen al estudiante a responder sí o no	
- ¿Deberíamos tener zoológicos? - ¿Fue correcta la decisión de Robin?	- ¿Cuáles son, en su opinión, las ventajas de los zoológicos? ¿Cuáles son las desventajas? - ¿Cómo evalúa usted la decisión de Robin? ¿Qué criterios utilizó para formular su juicio?
Evitar que el estudiante estructure respuestas simples para problemas complejos	
- ¿Por qué hay polución? - ¿Por qué tiene prejuicios la gente?	- ¿Qué puede decirnos acerca de las causas de la polución? - ¿Qué ejemplos de prejuicios puede mencionar basándose en su experiencia? ¿Cómo explicaría esa conducta?

Figura 3. Comparativo entre forma de preguntar en el método del caso. Wassermann (1994).

1.3 Aplicación de la metodología del caso. La aplicación del método del caso requiere un proceso estructurado a seguir para optimizar los logros que se pueden conseguir con esa metodología. Nuñez-Tabales et al (2015) explica que la aplicación del método del caso contempla la ejecución de cuatro fases:

- Fase inicial, en donde el estudiante realiza una lectura detallada del caso.
- Fase de reflexión individual, que puede realizarse dentro o fuera del aula, durante esta fase el estudiante desencadena los primeros procesos mentales de resolución.
- Fase de contraste, elaborado los primeros procesos de solución, el estudiante contrasta su solución con la de otros estudiantes (primero en grupos pequeños y luego en grupos grandes)
- Fase de reflexión grupal, contrastada las posibles soluciones, el grupo de trabaja elabora el documento final donde redacta sus argumentos y conclusiones.

En lo referente al papel del profesor, este debe de ser simplemente el orientador de cada fase del proceso de aplicación, puesto que es de vital importancia que el docente entienda que las etapas previas del aprendizaje ya han concluido.

2. Competencia en el contexto de la educación superior

El cambio constante al que está sometido el mundo actual y todas sus estructuras, impulsado por una serie de factores como la globalización, proliferación de nuevos y más rápidos medios de comunicación, la diversidad cultural, la disposición de la información y su respectiva manipulación, ha generado un cambio de paradigma en la educación, este cambio de paradigma está fundamentalmente constituido por la migración de una “sociedad del conocimiento” a una “sociedad del aprendizaje”, según González y Wagenaar (2003) esta migración implica:

- Una educación centrada en el estudiante.
- El cambio en el papel del educador.
- Una nueva definición de objetivos.
- Cambio en el enfoque en actividades educativas.
- El cambio de énfasis del suministro de información a los resultados de aprendizaje.
- Un cambio en la organización del aprendizaje.

Aunque este cambio paradigmático no es generalizado ni mucho menos obligatorio, se ha constituido en una tendencia mundial y la educación superior se ha visto sometida a este cambio.

Dentro de este nuevo paradigma educativo, dentro del proyecto Tunning González y Wagenaar (2003) sugiere que “Las competencias (genéricas y de cada área temática) deben de tener una importancia central al diseñar programas educativos” (p. 66). Del mismo modo afirma que:

Las competencias representan una combinación de atributos (con respecto al conocimiento y sus aplicaciones, aptitudes, destrezas y responsabilidades) que describen el nivel o grado de suficiencia con que una persona es capaz de desempeñarlos. El poseer una competencia o conjunto de competencias significa que una persona, al manifestar una cierta capacidad o destreza o al desempeñar una tarea, puede demostrar que la realiza de forma tal que permita evaluar el grado de realización de la misma. Las competencias pueden ser verificadas y evaluadas, esto quiere decir que una persona corriente ni posee ni carece de una competencia en términos absolutos, pero la domina en cierto grado, de modo que las competencias pueden situarse en un continuo. (p. 80)

Por otro lado, Blanco et al. (2009) hace referencia a la definición de competencia adoptada en Australia:

La competencia se concibe como una compleja estructura de atributos necesarios para el desempeño de situaciones específicas. Por atributos se entienden los conocimientos, actitudes, valores y habilidades que se ponen en juego para que los estudiantes interpreten la situación específica en que se encuentran y actúen en consecuencia. (p. 20)

El trabajo bajo el enfoque de competencias tiene implicancias directas sobre el papel del docente durante el proceso de enseñanza – aprendizaje, en donde el papel del profesor pasa de ser el protagonista principal de la enseñanza como el transmisor de conocimiento a ser el consejero, orientador y motivador que acompaña al estudiante a conseguir ciertas competencias, González y Wagenaar (2003). Asimismo, para Blanco et al (2009), tiene implicancias directas en el papel del docente durante el proceso de planificación del currículo, pues tiene que enfrentarse a estas preguntas: ¿Cómo contribuye mi asignatura al logro de las competencias generales y específicas?, ¿qué competencias estoy logrando con los contenidos que incluyen mi asignatura? Y sobre todo ¿qué contenidos, dinámicas de aula y formas de evaluación son las más adecuadas?

3. La competencia de razonamiento cuantitativo

En la sección 1.1.1 se recogieron los diversos enfoques que se emplean para describir el problema de la alfabetización cuantitativa y el respectivo origen del desarrollo de la competencia de razonamiento cuantitativo.

En su investigación, Karaali, Villafane, Hernandez, y Taylor (2016), recopilan diversos usos que se ha dado al nombre razonamiento cuantitativo. Señala por ejemplo que desde mediados del siglo XX se han empleado términos como Aritmética, Alfabetización Cuantitativa y Razonamiento Cuantitativo para referirse básicamente a lo mismo. Sin embargo, es el término Razonamiento Cuantitativo el más popular en los buscadores de internet. Así, los autores proporcionan una definición bastante específica de los términos:

Algunos lo llaman **Numeracy**², una expresión usada por primera vez en el “Informe Crowther” del Reino Unido en 1959 para incluir la capacidad de los estudiantes de secundaria de razonar y resolver sofisticados problemas cuantitativos, su comprensión básica del método científico y su capacidad de comunicarse a un nivel sustancial sobre

² En esta sección se ha decidido dejar el término en inglés debido a que no se ha encontrado un término en español que exprese algo similar. La descripción que continúa al término, brinda mayores alcances acerca del mismo.

cuestiones cuantitativas en la vida cotidiana. Otros lo llaman Alfabetización Cuantitativa, y describe esa comodidad, competencia y “hábito de la mente” al trabajar con datos numéricos siendo tan importantes en la una sociedad altamente cuantitativa de hoy como la lectura y escritura misma lo fueron en generaciones anteriores. Otros se refieren a ella como Razonamiento Cuantitativo, enfatizando el razonamiento de orden superior y las habilidades de pensamiento crítico necesarios para comprender y crear argumentos apoyados por datos cuantitativos (p. 16).

Los autores concluyen además que aunque las tres denominaciones se refieren a lo mismo, claramente se puede establecer una jerarquía de términos de acuerdo al nivel de educación en el cual se aplique el mismo concepto. Si el educador aplica la competencia a nivel primario, debe de usarse el término *numeracy*, en educación media la competencia recibe el nombre de *Alfabetización Cuantitativa*, finalmente en educación superior empezamos a hablar de *Razonamiento Cuantitativo*.

En efecto, Steen (2001) también se refiere a la concurrencia de las denominaciones hacia el mismo concepto, incluye otras denominaciones además de las listadas por Karaali et al (2016) y advierte que el público oyente de tales denominaciones puede tener diferentes interpretaciones. En su investigación, Steen (2001) prefiere usar la denominación Alfabetización Cuantitativa, y explica que existen muchas publicaciones que hablan acerca de esa denominación, pero “esas fuentes revelan más confusiones que consenso acerca de la naturaleza de la alfabetización cuantitativa, especialmente acerca de su relación con las matemáticas” (p. 4). Más allá de la definición lo que importa es que los ciudadanos:

Necesitan una predisposición para mirar el mundo a través de los ojos matemáticos, ver los beneficios (y los riesgos) de pensar cuantitativamente sobre problemas comunes y abordar problemas complejos con confianza en el valor del razonamiento cuidadoso. La alfabetización cuantitativa capacita a las personas al darles herramientas para pensar por sí mismas, hacer preguntas inteligentes a los expertos y confrontar a la autoridad con confianza. Estas son habilidades requeridas para prosperar en el mundo moderno. (p. 2)

Al explorar las definiciones realizadas en educación superior, verificamos la concurrencia que los autores precedentes mencionan. Así, para Irene Mikenberg (2006), docente de la Pontificia Universidad Católica de Chile:

El Razonamiento Cuantitativo, es la habilidad de analizar, interpretar, razonar y comunicar eficazmente ideas al mismo tiempo que se plantean, formulan, resuelven e interpretan problemas de una gran variedad de contextos distintos. (p. 11).

Para la Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas (2019) el razonamiento cuantitativo se define como: “La capacidad del individuo para interpretar, representar, comunicar y utilizar información cuantitativa diversa en situaciones de contexto real. Implica calcular, razonar, emitir juicios y tomar decisiones con base en esta información cuantitativa” (p. 1). Como se observa las definiciones son similares.

Finalmente, para el autor la competencia de razonamiento cuantitativo se define como el criterio que permite a una persona interpretar la información cuantitativa presente en situaciones reales y usar modelos matemáticos para realizar cálculos mediante ellos, analizar los resultados obtenidos y construir conclusiones lógicas en base a ellos. Nos compete ahora definir las dimensiones para medir esta competencia.

3.1. Las dimensiones de la competencia de razonamiento cuantitativo. Aunque, las dimensiones de la competencia Razonamiento Cuantitativo coinciden con las dimensiones de la variable Razonamiento Cuantitativo, la definición de ambas, como competencia y como variable, son diferentes. Hablaremos de las dimensiones como competencia en este apartado, mientras que las dimensiones como variable se tratarán en el capítulo 3 de la presente investigación.

Al hablar de dimensiones, nos referimos a los posibles procesos estructurados que no es ayuden a medir la competencia. De allí, que dediquemos este apartado a su tratamiento, aunque esté intrínsecamente ligado a las dimensiones de la variable de estudio de la presente investigación.

En esencia, tener la competencia de razonamiento cuantitativo es tener la capacidad de resolver un problema matemático situado en un contexto de la vida real. Al respecto, Lester (citado en Gonzales, 2013) define problema como “una situación que un individuo o grupo quiere o necesita resolver y para la cual no dispone de un camino rápido y directo que lleve a la solución” (p. 22). Por tanto, las dimensiones de esa competencia serán muy parecidas a las fases de resolución de problemas matemáticos. Polya (1965), estructura cuatro fases en el proceso de resolución de problemas matemáticos:

- Comprensión del problema a resolver, tener en claro la idea.
- Concebir un plan de ejecución, identificar relaciones entre los elementos e identificar modelos a seguir.
- Ejecutar el plan de solución, realizar los cálculos y algoritmos que se identificaron en el plan.
- Revisar y discutir la solución obtenida para validar los resultados.

En el documento de la AACU (2018) se define en una rúbrica, las dimensiones de la competencia de razonamiento cuantitativo como:

- Interpretación, capacidad para explicar información presentada matemáticamente.
- Representación, habilidad para convertir la información relevante en formas matemáticas
- Cálculo
- Aplicación / Análisis, capacidad para realizar juicios y estructurar conclusiones basadas en análisis cuantitativo.
- Suposiciones, habilidades para hacer y evaluar suposiciones importantes
- Comunicación, expresar evidencia cuantitativa como soporte de los argumentos o propósitos de trabajo.

Así, podemos asociar las fases de Polya (1965) con las dimensiones de AACU (2018). Ver la tabla 5.

Tabla 5

Comparación entre las fases definidas por Polya y las dimensiones de la AACU

Fases de Polya	Dimensiones de la AACU
Comprensión	Interpretación
Concebir plan	Representación
Ejecutar plan	Cálculo
Revisar y discutir solución	Análisis
---	Suposiciones
---	Comunicación

Nota. Polya (1965), AACU (2018), elaboración propia.

Podemos observar que la AACU (2018) ha incorporado al proceso, la habilidad para comunicar su respuesta argumentando correctamente además de incorporar un rubro para las suposiciones. Esto último es importante pues en la vida real, muchos datos están ocultos y se deben de realizar suposiciones para resolver el problema.

3.2. Interpretación. Es de consenso general que interpretar un problema es el primer paso para resolverlo, de allí su importancia, puesto que, si la interpretación es errónea, todo el proceso estará viciado. Para Rico (2007), las fases de resolución de un problema empiezan por traducir problemas extraídos del mundo real, así traducir se convierte en interpretar. Si hacemos una analogía, para Polya (1965) *Interpretar* corresponde a la fase de *Comprender el problema*.

En esta fase, el estudiante establece lo que desea hacer mediante la decodificación correcta del enunciado verbal propuesto por el docente, así, definirá incógnitas, identificará condiciones, dibujará figuras y usará notaciones adecuadas (Polya, 1965). Sin embargo, para Schoenfeld (como se citó en Santos, 1992) el enunciado propuesto por el docente puede ser entendido de diferentes maneras por estudiantes, o por expertos. Esto es, que entender un problema le es más fácil a una persona que ha resuelto miles de problemas que a un estudiante que los enfrenta por primera vez. De modo que la claridad en esta forma de entender resulta de vital importancia en todo el proceso de resolución.

En contraparte, Font (2007), distingue dos maneras de definir la comprensión matemática, como proceso mental y como competencia. Como proceso mental, lo concibe como el desarrollo de representaciones internas de un objeto matemático, sus relaciones funcionales y de estructuración de representaciones externas. En tanto que como competencia, la comprensión es la capacidad del estudiante para usar el contenido matemático aprendido. Como proceso mental, es instantáneo, como competencia es desarrollado en el tiempo, como proceso es una experiencia privada del estudiante, como competencia es evaluable públicamente.

En la presente investigación se entiende por interpretación a la dimensión que expresa la capacidad para entender la información cuantitativa inmersa en un contexto real, en cualquier registro que sea brindado. De este modo, se alinea más con la definición de Font (2007) como proceso mental, y la de Rico (2007).

3.3. Representación Matemática. La representación matemática es un concepto que ha implicado múltiples definiciones y debates al respecto. Así, Rico (2009) considera que es una definición conflictiva además de compleja, aunque desde su punto de vista la define como “sustituir, dar presencia un ausente y, por tanto, confirmar su ausencia. La representación supone en este caso una dualidad entre representante – representado. Se representa para hacer algo presente” (p. 7). También señala que se pueden distinguir dos grandes familias de sistemas de representación, las simbólicas y las gráficas. Las primeras corresponderían a un tratamiento alfanumérico bajo una sintaxis estructurada, mientras que las segundas corresponden a un tratamiento de figuras (Rico, 2009). Por su parte, Polya (1965) explica que la segunda fase de resolución de un problema es la *concepción de un plan*, en esta fase el estudiante establece que razonamientos y cálculos le permitirán llegar a la solución. Al respecto, Duval (2006) explica que la actividad matemática se realiza necesariamente usando representaciones, pero que estas

representaciones pueden ser variadas y muy heterogéneas, por lo que en realidad es más importante que el estudiante sea diestro en transformar la representación propuesta a una en la que se sienta más cómodo. En ese sentido, distingue dos tipos de transformaciones entre representaciones semióticas.

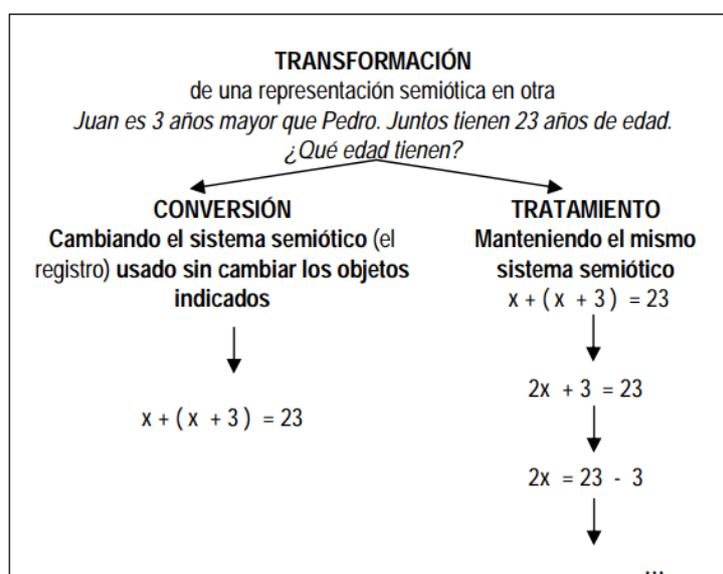


Figura 4. Procesos fundamentales de la transformación matemática. Extraído de Duval (2006, p. 146)

De esta manera para Duval, el representar es básicamente un proceso de transformación de registros semióticos. Esa concepción es la que adoptaremos en la presente investigación, de modo que representación se define como la capacidad para transformar una representación semiótica, ya sea por medio de la conversión o por medio del tratamiento del registro (Duval, 2006).

3.4. Cálculo. El término cálculo se refiere a realizar operaciones matemáticas básicas desde las cuatro operaciones aritméticas básicas hasta el tratamiento algebraico de la información encontrada. Polya (1965), llama a esta parte *ejecución del plan* y lo define como parte del proceso de resolución del problema en el que el estudiante usa conjuntamente conocimientos adquiridos, hábitos de pensamiento y concentración para ejecutar un plan previamente establecido.

3.5. Análisis. De acuerdo al documento de la AACU (2018), es la capacidad para establecer juicios a partir de los resultados obtenidos. Dentro del proceso de resolución de problemas de

Polya (1965), esta fase corresponde a la *visión retrospectiva*, en la que el estudiante reconsidera su solución reexaminando el resultado obtenido durante la ejecución del plan. Aunque parte de esta reexaminación corresponde a las operaciones matemáticas en sí, también puede referirse a reflexionar acerca de otros posibles caminos y la verificación del resultado con la realidad. Para Bennett (2012) el proceso de análisis está referido al proceso en el que estudiante someta a validez el resultado obtenido, esto es, si lo obtenido es consistente con la realidad. Más aún, el estudiante debe ser capaz de someter a juicio los resultados por otras personas. Esto último es de suma importancia en una sociedad donde la proliferación de noticias falsas hace que el ciudadano se encuentre a merced de cualquier manipulación numérica.

Para el autor, esta dimensión implica la capacidad para que el individuo someta a juicio los resultados, propios o ajenos, obtenidos en procesos anteriores de cálculo. Esta definición es algo distante de la visión retrospectiva de Polya (1965) que solo contempla la comparación de nuevos métodos para llegar a lo mismo al mismo modo de Schoenfeld (como se citó en Santos, 1992).

3.6. Comunicación y argumentación. La comunicación va mucho más allá que dar simplemente la respuesta de las operaciones realizadas. El comunicar un resultado implica la toma de una decisión argumentando el por qué ha sido tomada. Al respecto, Schoenfeld (como se citó en Santos, 1992) indica que los estudiantes suelen creer que la forma de presentar la solución es más importante que argumentar por qué se optó por ese camino. Afirma además que esta simplificación conduce al aprendizaje pasivo y sin una discusión de contenido.

En el documento de la AACU (2018) se explica que esta dimensión se refiere a argumentar lo resuelto con la debida información cuantitativa presentada en un adecuado formato. Así, el estudiante debe de elegir el registro en el que presentará sus conclusiones, en este nivel se espera que esté en la capacidad de elegir un gráfico, una tabla o un registro textual para argumentar su decisión.

De esta manera en la presente investigación, esta dimensión se define como la capacidad para transmitir lo realizado en el registro que se considere conveniente argumentando con información cuantitativa que respalde lo realizado.

Finalmente, la separación en dimensiones no pretende separar en partes el proceso de una competencia, de hecho, el ser humano actúa en un solo acto, no disgregados uno del otro, así el autor concibe las dimensiones de la competencia como un vector de cinco componentes. De la

misma manera que una componente de un vector no es nada por sí mismo, sino que es en su combinación con los otros en el que adquiere relevancia, las dimensiones no actúan por sí solas, por lo tanto, no deberían ser separadas. Estas solo ayudan a medir el logro de la competencia y a su análisis teórico, es decir desde la perspectiva del autor, el estudiante efectúa siempre y al mismo tiempo las cinco dimensiones de la competencia, en un flujo constante y dinámico del aprendizaje.





Capítulo 3

Metodología de la investigación

La presente investigación se enmarca dentro del paradigma *socio crítico*, puesto que su intención no solo abarca la interpretación o la descripción de la realidad, sino que se propone cambiarla (Naval, 2008). Gage (como se citó en Pérez, Galán y Quintanal, 2012) define a los paradigmas como “modelos, pautas o esquemas, los paradigmas no son teorías; son más bien maneras de pensar o pautas para la investigación que, cuando se aplican, pueden conducir al desarrollo de la teoría”. Por su parte, Kuhn (como se citó en Naval, 2008), usa el término en varios sentidos, pero señala que el más usado es como un conjunto de creencias, postulados, valores, actitudes que aportan a una visión del mundo.

Existen hasta tres grandes paradigmas: el *positivista*, el *naturalista* o *interpretativo* y el *socio crítico* o simplemente *crítico*. Aunque son claras las diferencias entre los dos primeros, el tercero tiene muchas similitudes con el segundo (Pérez et al, 2012). En efecto, De Miguel (como se citó en Pérez et al, 2012) encuentra más similitudes que diferencias entre los paradigmas *positivista* y el *socio crítico*, quizás la mayor diferencia es la referida a la finalidad de la investigación. En el *naturalista*, la finalidad es *Comprender e Interpretar*, mientras que en el *socio crítico* es liberar, criticar e identificar el potencial de cambio. Las mismas similitudes y diferencias son establecidas por Naval (2008).

El paradigma *socio crítico* permite una relación muy influida entre las partes del proceso de investigación, de modo que el mismo investigador pasa a ser un sujeto más del proceso puesto que es fácilmente afectado por los resultados del proceso, de modo que tanto investigador como investigado son fácilmente influenciados por los valores personales preestablecidos. Por otro lado, la teoría y la práctica están condicionadas una de la otra, ambas son modificables fácilmente por la otra, muy por el contrario de los otros paradigmas en donde la teoría no permite modificación alguna por lo observado en la práctica, al menos mientras dure el proceso. Por esto mismo, este paradigma recoge técnicas dialécticas de recojo de datos que permiten una intersubjetividad muy alta entre los participantes, en consecuencia, el análisis de datos es intersubjetivo y permite un diálogo fluido entre las partes, Naval (2008).

Al enmarcar la investigación dentro de uno de los paradigmas analizamos la realizada que se deseaba investigar. La realidad a observar en la presente investigación está plagada de factores subjetivos que después de interactuar entre ellos influyen directamente en ella. Esto último, nos lleva a descartar el paradigma *positivista*. Aunque es necesario considerar que la única diferencia irreconciliable entre los paradigmas *positivista* y el *naturalista* radica en la

realidad que se analiza, mientras el primero requiere de una que permita un estricto rigor metodológico, en el segundo dicha realidad se construye mediante las interacciones con otros seres humanos (Pérez et al, 2012). Aplicar leyes generales, como plantea el *positivismo*, es un camino difícil en educación debido a la naturaleza única e irreplicable del acto educativo, sin embargo, es posible encontrar ciertas tendencias predominantes, después de acumulación de experiencias se pueden aproximar esas tendencias. Es importante rescatar que autores plantean ya la complementariedad metodológica, los enfoques naturalistas como sugeridores de planteamientos o teorías y los enfoques positivistas como validadores de esas teorías (Pérez et al, 2012). Esto último, reafirmado por Naval (2008) donde afirma que un paradigma no es algo cerrado, sino que solo establece ciertos factores guía.

1. Tipo de investigación

La presente investigación es de tipo cualitativa. Sandín (2003) la define como “una actividad sistemática orientada a la comprensión en profundidad de fenómenos educativos y sociales, a la transformación de fenómenos educativos y sociales” (p. 123). Asimismo, Hernández, Fernández y Baptista (2014) afirman que esta metodología “se enfoca en comprender los fenómenos explorándolos desde la perspectiva de los participantes desde una perspectiva natural y en relación con su contexto” (p. 358).

En base a lo anterior se escogió la metodología cualitativa. Primero debido a que, de acuerdo a los antecedentes revisados, no hay suficientes investigaciones que refieran el proceso de la aplicación del método del caso en matemáticas. Segundo, debido a que el investigador tiene más interés en las reacciones que puedan tener los sujetos de estudio hacia una metodología radicalmente diferente a la que está acostumbrado a trabajar en el curso. En efecto, Pérez et al (2012) afirma “la investigación cualitativa, en realidad, lo que se plantea es que observadores competentes y cualificados puedan informar con objetividad, claridad y precisión acerca de sus propias observaciones del mundo social, así como de las experiencias de los demás” (p. 456). Y agrega que “la investigación cualitativa se enfoca en comprender los fenómenos explorándolos desde la perspectiva de los participantes en un ambiente natural y en relación con su contexto” (p. 358). Finalmente, el investigador es partidario de esta metodología debido a que el positivismo provee de un marco aún muy rígido para analizar una metodología como la propuesta, es decir, en lugar de explicar causalidades mediante hechos objetivos, ha optado por un proceso más interpretativo de la realidad para comprenderla antes de someterla a los enfoques cuantitativos (Ruiz 2012). De hecho, la naturaleza única e irreplicable del acto

educativo, provee de una riqueza intrínseca por lo que con el solo hecho de la interpretación de lo observado en el aula de clases se puede estructurar una amplia consecución de conocimiento.

Ahora bien, enmarcados dentro del paradigma socio crítico y bajo un enfoque cualitativo, consideremos que algunos investigadores han dividido en dos grandes grupos los métodos usados en estos enfoques: los métodos orientados a la comprensión y los métodos orientados al cambio y a la toma de decisiones. Dentro de esta última se encuentran la Investigación – acción y la Investigación – Evaluativa (Sandín, 2013). Al mismo tiempo, Del Rincón (citado en Pérez, 2012) sitúa a la investigación – acción en uno de los métodos apropiados bajo el enfoque cualitativo dentro del paradigma socio crítico. Finalmente, el investigador considera que la investigación – acción es el método apropiado para un estudio cualitativo en educación (Sandín, 2013) debido a que los rasgos de este tipo de investigación son:

- Implica la transformación y mejora de una realidad educativa y/o social.
- Parte de la práctica, de problemas prácticos.
- Es una investigación que implica la colaboración en las personas.
- Implica una reflexión sistemática en la acción.
- Se realiza por las personas implicadas en la práctica que se investiga.
- El elemento de “formación” es esencial y fundamental en el proceso de investigación – acción.
- El proceso de investigación se define o caracteriza como un espiral de cambio. (Sandín, 2003, p. 164)

Rasgos que coinciden con el contexto en el que se desenvuelve la investigación.

2. Diseño de investigación

Corresponde ahora diseñar el plan de trabajo. Para Ruiz (2012), a diferencia de los métodos cuantitativos, el plan de trabajo en una investigación cualitativa es provisional y está sometido a cambios que le brindan características de flexibilidad y provisionalidad. Además, según Hernández et al (2014), en estos tipos de investigación se pueden incluir al mismo tiempo más de un diseño, por lo que se recomienda centrarse en el que la investigación sea profunda antes de que si adoptamos un tipo u otro.

La generalización más aceptada es que el proceso de investigación – acción es un proceso cíclico, flexible e interactivo que consta de cuatro etapas: Diagnosticar el problema, formular estrategias, poner en práctica las estrategias, reflexión e inicio de una nueva espiral (Sandín, 2003).

La Torre (citado en Pérez, 2012) enlista seis fases cuando habla de investigación – acción:

- Fase exploratoria.
- Fase de planificación.
- Fase de entrada al campo.
- Fase de recogida y análisis de la información.
- Fase de retirada del escenario.
- Fase de elaboración del informe.

Similar proceso de investigación en etapas, es explicado por Carr y Kemmis (citados en Sandín 2012). En tal proceso, se distinguen las fases de construcción y reconstrucción tal y como se muestra en la figura.

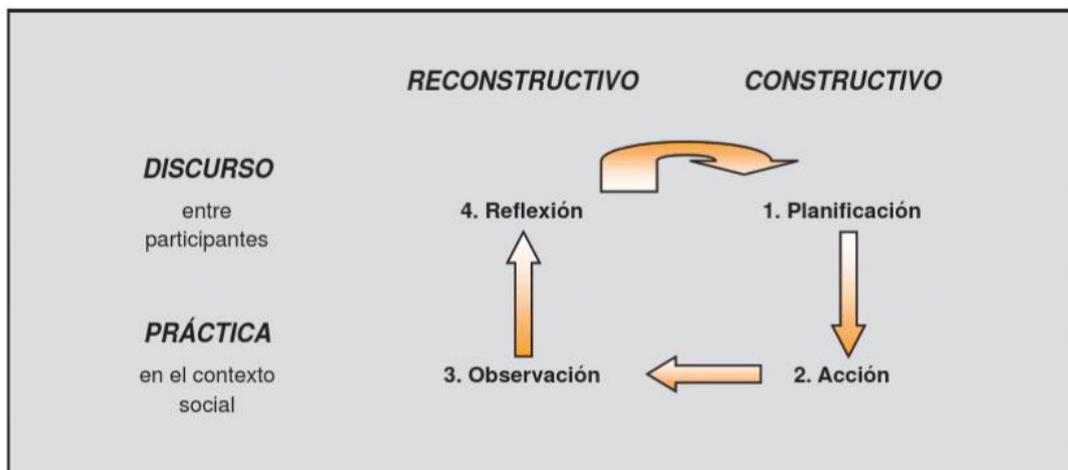


Figura 5. Momentos de la investigación – acción. Carr y Kemmis (Extraído de Sandín 2012, p. 171).

Finalmente, Hernández et al (2014) enlista tres fases esenciales en la investigación – acción: Observar, pensar y actuar de manera cíclica.

En conclusión, el autor es consciente del carácter cíclico de la investigación – acción y de la importancia de la retroalimentación del proceso. El plan de acción de la investigación plasma este diseño, se ha considerado dos ciclos de trabajo, y un trabajo previo al primer ciclo de trabajo durante el cual se realiza la fase de recolección de información y la planificación previa.

Durante el primer ciclo se efectúan las primeras pruebas y durante el segundo ciclo se reconstruye el proceso para la aplicación final.

2.1. Plan de acción. En la tabla se presenta el cronograma planeado para la investigación en atención a los objetivos específicos planteados. Arreguín et al (2012) diseñaron su investigación en tres fases: una preparatoria, una de campo y una analítica. En la investigación se ha estructurado un esquema similar. Así, los objetivos específicos definidos se pueden insertar en cada una de las fases. El *OE1*, *OE2* y *OE3* corresponden a la fase preparatoria, siendo los restantes objetivos correspondientes a la fase de campo. La fase analítica se refiere al análisis de resultados y a las conclusiones de la investigación que son expuestas en el capítulo 4.

Tabla 6
Plan de acción diseñado para la investigación

Objetivos específicos	Actividades	Recursos y materiales	Fuentes de verificación	Cronograma
<i>OE1: Diagnosticar el nivel de razonamiento cuantitativo en el que se encuentran los sujetos de estudio</i>	Diseñar un test para medir la competencia de RC	Test de evaluación de razonamiento cuantitativo	Apéndice A	De julio a setiembre de 2018
	Aplicar el test a los sujetos de estudio	Test impreso	Resultados del test, capítulo 4 de la presente investigación.	Agosto de 2018, marzo de 2019
<i>OE2: Diseñar casos de estudio que desarrollen la competencia de razonamiento cuantitativo</i>	Investigar acerca del método del caso y de metodologías similares	Internet, Google académico, Proquest.com, artículos, libros, tesis doctorales y de master.	Definición del método del caso en el capítulo 2 de la presente investigación.	De diciembre de 2017 a agosto de 2018
	Contextualizar problemas tradicionales de matemáticas que se usan en el curso	Material usado anteriormente en el curso. Ordenador.	Apéndice B Problemas de matemáticas contextualizados	
	Corregir los errores encontrados y concatenar los problemas en un solo problema.	Material elaborado en digital	Apéndice B Problemas de matemáticas contextualizados	
	Validar los problemas resultantes	Material elaborado impreso	Apéndice B Problemas de matemáticas contextualizados	

	Elaborar los casos de estudio en base a los problemas elaborados	Material elaborado en digital	Apéndice C Ejemplo de caso de estudio	
	Validar los casos de estudios diseñados	Material elaborado impreso		
<i>OE3: Diseñar sesiones de aprendizaje que permitan aplicar los casos diseñados</i>	Diseñar cuatro sesiones en donde se aplicarán los casos	Casos diseñados. Ordenador	Apéndice D Cuatro sesiones de aprendizajes	Enero 2018
	Diseñar dos sesiones de aprendizaje previas a cada sesión de aplicación de casos	Casos diseñados. Ordenador	Ocho sesiones de aprendizaje previas a los casos	Febrero – marzo 2018
<i>OE4: Aplicar las sesiones de aprendizaje diseñadas</i>	Dirigir el desarrollo de los casos en los sujetos de estudio	Aula de clase Pizarra, material impreso	---	Marzo 2018 – junio 2018
<i>OE5: Reajustar las sesiones de aprendizaje diseñadas para aplicar el método del caso</i>	Calificar los casos resueltos por los estudiantes	Casos resueltos por los estudiantes	---	Marzo 2018 – junio 2018
<i>OE6: Diagnosticar el nivel en el que se encuentran los estudiantes al finalizar el curso de los sujetos de estudio</i>	Aplicar el test final para medir el nivel de razonamiento cuantitativo en el que se encuentran los sujetos de estudio	Test impreso	Resultados del test final en el capítulo 4 de la presente investigación	Junio de 2018

Como se ha comentado anteriormente, la investigación se ha construido en base a una estructura cíclica. En cada ciclo de repetición los Para los ciclos de repetición anteriormente citados se ha propuesto un esquema que se muestra en la siguiente figura.

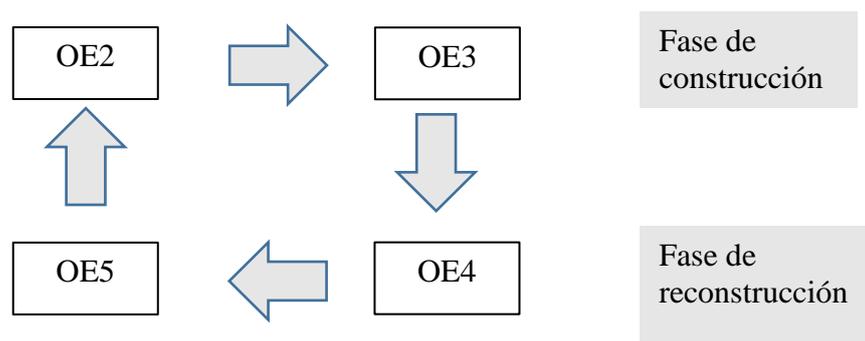


Figura 6. Ciclo de repetición diseñado para la investigación.

El ciclo se repite en cuatro bucles, pues se han diseñado cuatro casos con sus respectivas sesiones de aprendizaje. El ciclo final del bucle será el que finalmente será medido para verificar si los estudiantes han logrado la competencia pues se espera que esta se logre al finalizar el ciclo. De enero a marzo se aprovechó el curso de verano para realizar las primeras investigaciones en el campo de modo que el investigador se adecue al entorno.

3. Población y Muestra

La población de estudio está constituida por los estudiantes del curso Matemática Básica de la facultad de Ciencias de la Comunicación de la Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas durante el 2018. El investigador es docente del curso y tiene varios años de dedicación al mismo, lo que garantiza el conocimiento del perfil del sujeto de estudio. El tamaño poblacional es de 1200.

La muestra está conformada por 40 estudiantes de ese curso, esos 40 estudiantes no fueron seleccionados aleatoriamente, sino que forman parte de una sección en la que el investigador es docente. Desde ese punto de vista el muestreo es intencional no probabilístico, sobre todo porque no se quiere realizar ningún tipo de generalización hacia la población. Además, este tipo de muestreo permitirá de un manejo óptimo del tiempo y de la observación. Dice Elorza (2010):

A diferencia del muestreo probabilístico, en el no probabilístico la conformación de la muestra depende en gran medida de los criterios del investigador, entonces, no hay manera objetiva de asignar probabilidades de selección a los elementos del marco de muestreo, en caso de que se conozca. (p. 185)

4. Variables de Investigación

Las variables que se desprenden de la pregunta de investigación son dos:

- VARIABLE INDEPENDIENTE: Aplicación del método del caso.

- VARIABLE DEPENDIENTE: Desarrollo de la competencia de razonamiento cuantitativo.

En la siguiente tabla puede observarse la matriz de Operacionalización de las variables.

Tabla 7

Operacionalización de las variables de investigación

Variable	Tipo de variable	Dimensiones	Técnica de medición
Aplicación del método del Caso	Por relación de dependencia: Independiente	Metodología	Observación participante
	Por naturaleza: Cualitativa	Recursos y materiales	Análisis documental
Desarrollo de la competencia de razonamiento cuantitativo	Por relación de dependencia: Dependiente	Interpretación	Cuestionario ver anexo en la página
	Por naturaleza: Cualitativa	Representación matemática	
			Cálculo
		Análisis	
		Comunicación	

4.1. Definición conceptual de la variable Aplicación del método del caso. Es la variable independiente de la investigación. Basados en el marco teórico de la presente investigación, el método del caso es la metodología aplicada en una sesión o sesiones de un curso de matemática básica. Las dimensiones definidas para esta variable son:

- Metodología, en esta dimensión se recogen las observaciones acerca de la forma en la que se aplica el método del caso en cada sesión.
- Recursos y materiales, se refiere a los medios físicos más óptimos para aplicar la metodología.

4.2. Definición conceptual de la variable desarrollo del razonamiento *cuantitativo*.

Como competencia, el razonamiento cuantitativo ha sido tratado ya en los capítulos 1 y 2. Para definirla como variable y sus dimensiones, nos basaremos en la sección 2.3 de la presente investigación. Esta variable se define como la capacidad del estudiante para interpretar la información cuantitativa situada en contextos reales para proceder a representar y hacer cálculos, realizar el análisis de los resultados encontrados y argumentar una conclusión. Esta variable tiene las siguientes dimensiones:

- **Interpretación**, se refiere a la capacidad del estudiante para comprender la información cuantitativa contenida en una situación de contexto real e identificar el problema a resolver.

- **Representación**, se refiere a la capacidad del estudiante para traducir al lenguaje matemático la información extraída de contextos reales y plantear una estrategia de resolución del problema encontrado durante la interpretación.
- **Cálculo**, se refiere a la capacidad del estudiante para efectuar los cálculos necesarios para resolver el problema.
- **Análisis de resultados**, el estudiante valida los resultados obtenidos, para hacerlo puede efectuar nuevos cálculos si lo cree conveniente. Al mismo tiempo, el estudiante asocia los resultados en el lugar correspondiente dentro de la integridad del problema a resolver.
- **Comunicación**, el estudiante argumenta la solución del problema mediante un lenguaje claro y directo usando los argumentos cuantitativos necesarios.

Todas las dimensiones se miden cualitativamente y son nominales (dicotómicas)

5. Técnicas e Instrumentos de Recolección de Datos

Partamos en principio, de que según Bisquerra: “en una investigación cualitativa el proceso de obtención de la información es emergente y cambiante. Se va completando y precisando en la medida que avanza el contacto con los informantes” (p. 329). De modo que las técnicas e instrumentos de recolección variaron de acuerdo al ciclo de la investigación en la que nos encontrábamos. Esta decisión también se apoya en que la estrategia general en una investigación cualitativa es la *flexibilidad* y eso ha facilitado que, en cada situación, se perfeccionen los instrumentos usados y la información recopilada sea de primera mano (Ruiz, 2012). En cuanto las técnicas ampliamente usadas, Bisquerra (2014), enlista a: la observación, entrevista, el análisis de documentos, o grupos de discusión y las categoriza en dos grupos:

Tabla 8

Técnicas de recolección de información

Tipo de técnica	Técnicas representativas
Técnicas directas o interactivas	<ul style="list-style-type: none"> • Observación participante • Entrevista cualitativa • Historias de vida
Técnicas indirectas o no interactivas	<ul style="list-style-type: none"> • Documentos oficiales • Documentos personales

Nota. Extraído de Bisquerra, 2014, p. 332

En el presente estudio se utilizaron las siguientes técnicas:

- Observación participante
- Entrevista Cualitativa, y
- Análisis documental

Se eligió la *Observación participante*, sobre todo porque no manipula ni modifica la realidad de modo que puede contemplarse plenamente (Ruiz, 2012). Así como también permite combinar simultáneamente la entrevista y el análisis documental (Denzin, citado en Flick, 2012) En efecto, la *Entrevista cualitativa* complementa a la *observación participada* debido a la artificialidad con lo que se lleva a cabo la entrevista (Ruiz, 2012). La entrevista proporcionará un grado mucho más alto de control sobre la información obtenida mediante la observación. Finalmente, el análisis documental se remitirá a los casos resueltos por los estudiantes.

En lo referido al *sistema de registro de la información*, durante el trabajo se usaron los dos sistemas categorizados por Bisquerra (2014): el registro abierto en los primeros ciclos de recolección de información para luego definir categorías recurrentes y pasar a un sistema cerrado con pocas categorías codificadas.

Tabla 9

Técnicas de recolección de información usadas en el presente estudio

Técnica de recolección de información	Registro de la información
Observación participante	Notas de campo, elaborados por el investigador durante todo el estudio.
Entrevista cualitativa	Entrevista no estructurada a los participantes después de la aplicación de cada caso. Entrevista semiestructurada a los participantes antes del proceso y después de cada aplicación de cada caso.
Análisis documental	Análisis de casos resueltos por los estudiantes.

En su investigación, Arreguín et al (2012), usaron técnicas e instrumentos como: Diario, entrevistas semiestructuradas y cuestionarios. Mientras que Matus y Guzmán (2009), en la parte de cualitativa de su investigación usaron pauta de observación de clases, registros de visitas, diarios, pruebas de conocimientos de matemáticas, encuestas y grupos focales. El autor siguió estas pautas para definir los instrumentos de recolección de datos.

Nota de campo	
Investigador	
Fecha y hora	
Lugar	
Registro	

Figura 7. Ejemplo de nota de campo usada durante la presente investigación.

Además, debido a que esta investigación se ha diseñado como investigación acción, se ha tomado la sugerencia de Bisquerra (2014):

- Observar lo que las personas hacen
- Preguntar a las personas para tratar de describir lo que ocurrió
- Analizar las huellas dejadas por las personas

Dado que las dos primeras se hacen mediante las notas de campo y la entrevista cualitativa, la tercera se hace mediante los trabajos entregados por los alumnos.



Capítulo 4

Resultados de la investigación

Para presentar los resultados de la investigación, se ha seguido la pauta de Bisquerra (2014), que sostiene que en el informe de los resultados debe de empezarse por describir las primeras fases de la investigación – acción en donde se construyen los cimientos de todo el estudio. Asimismo, el autor es partidario del paradigma Constructivista tal y como lo describe Ruiz (2012):

El constructivismo como método de investigación cualitativa acepta a) que la verdadera realidad (la que importa, no la única) es una construcción que existe en las mentes de los individuos, b) que existen diferentes construcciones y c) que la cuestión de saber cuál de ellas es la verdadera es algo socio históricamente relativo. La verdad reside en aquella construcción que resulte mejor informada, la más sofisticada y sobre la que, en un momento dado, se obtiene un relativo consenso. La verdad de las construcciones se evalúa en función de su adecuación con los datos y la información que éstos contienen (p. 219).

De esta manera el autor presenta los resultados por cada fase de la investigación y describirá la realidad observada de acuerdo a la construcción que se estructuró en su mente y con el objetivo de informar a la comunidad lo observado.

1. Resultados del objetivo específico 1

El test diagnóstico de la competencia de razonamiento cuantitativo se aplicó al inicio de las clases, como se indicó la muestra de estudio estaba compuesta por estudiantes que llevaban por primera vez el curso. El test diagnóstico (ver apéndice A) constaba de 5 preguntas realizadas a partir de un texto contextualizado extraído de la vida cotidiana. Cada una de las preguntas mide cada una de las dimensiones de la competencia. Los resultados pueden observarse en la figura 8.

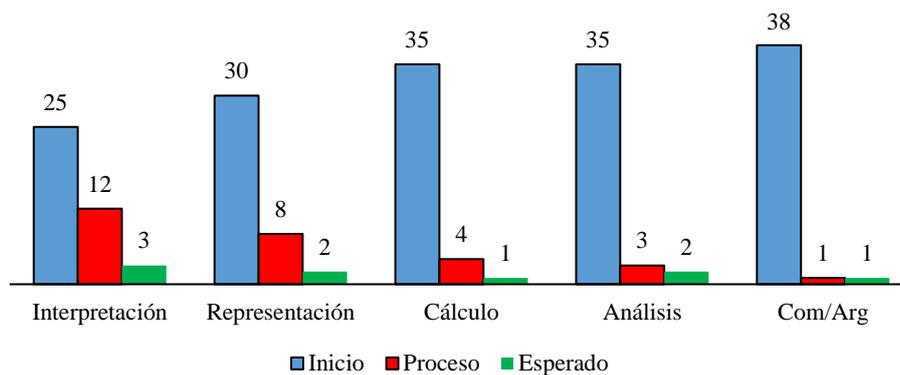


Figura 8. Resultados del test inicial de medición de la competencia

2. Resultados de los objetivos específicos del 2 al 5

Como ya se ha descrito, durante esta fase se usaron notas de campo con registros abiertos y entrevistas no estructuradas. Además, se trabajaron los objetivos específicos 2, 3, 4 y 5. Se desarrollaron y aplicaron cuatro casos de estudio: Anemia en el Perú I, La prueba A1C, Anemia en el Perú II y La adicción a los videojuegos en adolescentes. También se desarrollaron las sesiones de aprendizaje correspondientes a su aplicación (ver apéndices).

Tabla 10

Descripción de los casos aplicados durante cada fase de la investigación

Caso	Contenidos teóricos del caso	Sesión de aprendizaje desarrollada
Anemia en el Perú I	<ul style="list-style-type: none"> - Conjuntos numéricos - Operaciones básicas y combinadas con números reales - Uso de fórmulas - Formas de representar números - Razones, proporciones y porcentajes 	Primera sesión de aprendizaje (semana 4)
La prueba A1C	Todos los contenidos anteriores sumado a: <ul style="list-style-type: none"> - Ecuaciones lineales - Funciones lineales 	Segunda sesión de aprendizaje (semana 7)
Anemia en el Perú II	Todos los contenidos anteriores sumado a: <ul style="list-style-type: none"> - Elementos básicos de estadística descriptiva - Organización y representación en tablas y gráficos 	Tercera sesión de aprendizaje (semana 13)
La adicción a los videojuegos en adolescentes	Todos los contenidos del curso	Cuarta sesión de aprendizaje (semana 15)

3. Descripción de los resultados de la primera fase de la investigación

3.1. Resultados de la Observación participada durante la primera aplicación del caso.

Durante la aplicación del primer caso de estudio se anotaron las siguientes observaciones recurrentemente durante la toma de notas de campo:

1. Primera impresión del estudiante. Lo primero que hacen los estudiantes al recibir el caso de estudio impreso es hojear el material a modo de contar las páginas. Seguidamente buscan la pregunta del caso, mayormente preguntan al docente: “¿tengo que resolver todo esto?”. El número de páginas se constituyó así en una variable clave durante la elaboración de los casos. Los estudiantes vienen con ciertas ideas preconcebidas durante la época escolar de acerca de lo que es un problema de matemáticas.
2. Inicio de la resolución. Cuando los estudiantes se enfrentan por primera vez a la lectura de un caso de estudio, frecuentemente, no saben qué hacer para resolver el caso. Todo parte de la pregunta que se ha hecho. Debido a eso en algunas ocasiones se optaron por dos formas de hacer las preguntas: a) Una sola pregunta que obligue al estudiante a resolver todo el caso para responderla, b) Cinco preguntas (una para cada dimensión de la variable a medir) que guíen al estudiante a resolver el caso. Se observó que los estudiantes conseguían más alto rendimiento en la competencia cuando se sometían al primer tipo de pregunta, se optó finalmente por colocar una sola pregunta para las cinco dimensiones de la competencia (*pregunta desencadenante*).
3. Aclaración de dudas. Los estudiantes deben manejar un nivel de léxico adecuado para la lectura del caso. Cuando se introdujeron términos que no son de uso corriente por parte de ellos, suelen hacer consultas al respecto. Una de las soluciones que dieron muy buen resultado, fue colocar pies de página para aclarar ciertos términos.
4. Construcción de la respuesta. Se observó que responder a la *pregunta desencadenante* se convirtió en un obstáculo muy fuerte para completar la solución del caso. El elaborar un argumento con datos numéricos que lo respalden resulta ser una tarea muy compleja para los estudiantes. Se optó por reducir el nivel de la pregunta desencadenante cuando se aplica el caso por primera vez.
5. Tiempo de aplicación. Es necesario que el estudiante interiorice lo aprendido durante la resolución del caso, para eso no es suficiente una sesión de clase. Se obtuvo buenos resultados cuando se pedía a los estudiantes que sustenten su solución en la sesión posterior. La retroalimentación del docente reforzó el aprendizaje.

3.2. Resultados de la Observación durante la aplicación del segundo caso. Fueron:

1. Primera impresión del estudiante. Los estudiantes reciben con menos sorpresa el caso de estudio, el número de páginas y la cantidad de texto vertida en él ya no es tan preponderante en su actitud.
2. Inicio de la resolución. Los estudiantes ahora ubican fácilmente la pregunta desencadenante y empiezan a realizar los cálculos necesarios para responderla.
3. Aclaración de dudas. La consulta por términos que están dentro del texto y no son comprendidos por el estudiante también se reduce. Los estudiantes buscan por sí mismos la información necesaria.
4. Construcción de la respuesta. Aún persisten problemas de los estudiantes

3.3. Resultados de la Observación durante la aplicación del tercer caso. Fueron:

1. Primera impresión del estudiante. Los estudiantes ya están familiarizados con el análisis de los textos largos y en general no se sorprenden por el número de páginas del material que reciben.
2. Inicio de la resolución. Los estudiantes ahora ubican fácilmente la pregunta desencadenante y empiezan a realizar los cálculos necesarios para responderla.
3. Aclaración de dudas. Los estudiantes ya no hacen consultas acerca de términos nuevos.
4. Construcción de la respuesta. Los estudiantes ya redactan párrafos de más de cinco líneas para expresar la conclusión del caso y los acompañan adecuadamente con datos numéricos.

3.4. Resultados de la Entrevista Cualitativa. Se realizaron entrevistas no estructuradas a algunos de los participantes del proceso, tanto al inicio, durante y al final del proceso. Al inicio se aplicó un cuestionario con 3 preguntas, los resultados se muestran a continuación:

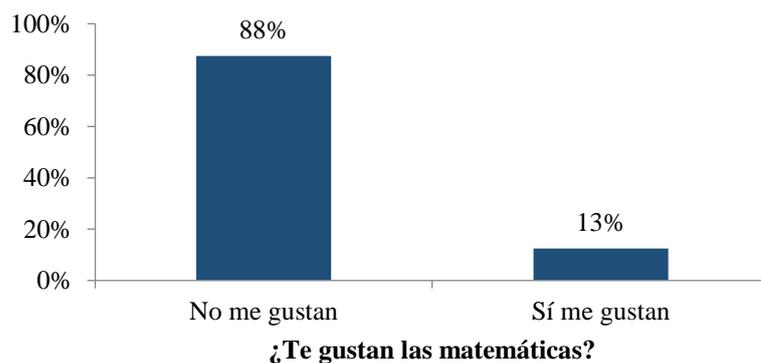


Figura 9. Distribución porcentual de estudiantes según gusto por las matemáticas

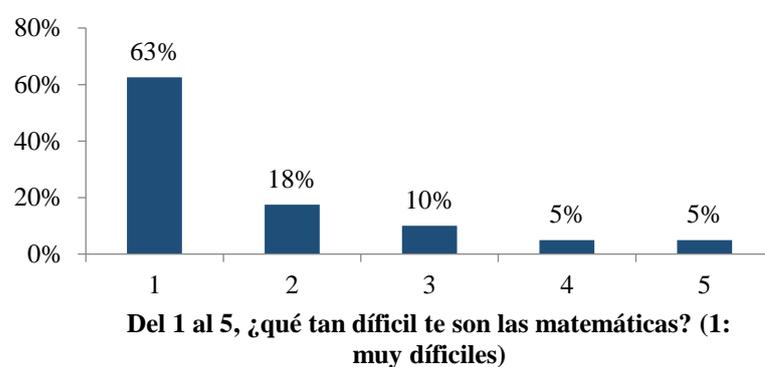


Figura 10. Distribución porcentual de estudiantes según dificultad hacia las matemáticas

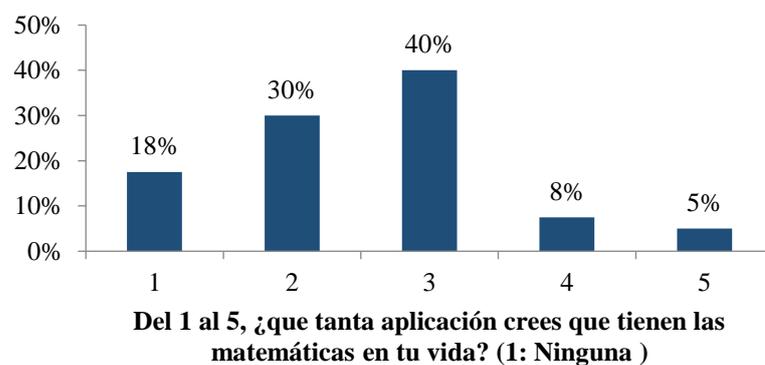


Figura 11. Distribución porcentual de estudiantes según percepción de aplicación de las matemáticas

Durante la entrevista de inicio fueron encontradas las siguientes respuestas de modo muy recurrente:

Frases recurrentes durante la entrevista al inicio del proceso

- Soy muy malo con los números
- Nunca me gustaron, no sirven para nada
- Tengo muy malas experiencias con ese curso en el colegio (los estudiantes lo describieron como traumas)
- Aunque aprobaba las evaluaciones, nunca entendí por qué hacía las cosas

Figura 12. Frases recurrentes en la entrevista cualitativa al inicio del proceso

Para la entrevista final del proceso, se optó por incidir solo en la segunda pregunta: ¿qué tan difíciles son las matemáticas? Al respecto, los estudiantes entrevistados argumentaron que no se creían capaces de hacer las cosas que hicieron al final del curso, se registraron las frases que se muestran en la figura 13.

Frases recurrentes durante la entrevista al final del proceso

- Nunca había visto este tipo de ejercicios
- Encontré aplicación en varias cosas que abordamos en el curso
- La metodología me permitió aprender por mí mismo
- El curso tiene aplicación en lo que hago cotidianamente

Figura 13. Frases recurrentes en la entrevista cualitativa al finalizar el proceso

Además, se recurrió a un cuestionario en donde se realizaron, entre otras, estas preguntas referentes al curso:

Preguntas aplicadas al estudiante al finalizar el curso

Todas las preguntas puntúan de 1 a 10, siendo 1 completamente en desacuerdo y 10 completamente de acuerdo

1. La metodología utilizada me permitió alcanzar el logro de aprendizaje
2. Se utilizaron actividades que me permitieron aprender por mí mismo
3. La estrategia utilizada facilitó mi aprendizaje
4. Las actividades me permitieron aplicar en la práctica lo aprendido en clase

Figura 14. Cuestionario aplicado al finalizar el curso

Los resultados obtenidos en cada una de las preguntas se muestran en la tabla 11.

Tabla 11

Puntuación promedio obtenida en cada pregunta del test

Pregunta	Promedio obtenido
Primera	8,89
Segunda	9,00
Tercera	8,78
Cuarta	9,00

3.5. Resultados del Análisis de documentos. Los documentos analizados están constituidos por los materiales aplicados durante las sesiones. Cada semana se estructuraron dos sesiones, en la última de ellas es la que se aplicaron los casos de estudio. Durante el análisis se encontró que el logro de la competencia fue progresivo, se midió en tres momentos, en la figura 15 se muestran el porcentaje de estudiantes que alcanzaron el logro de la competencia.

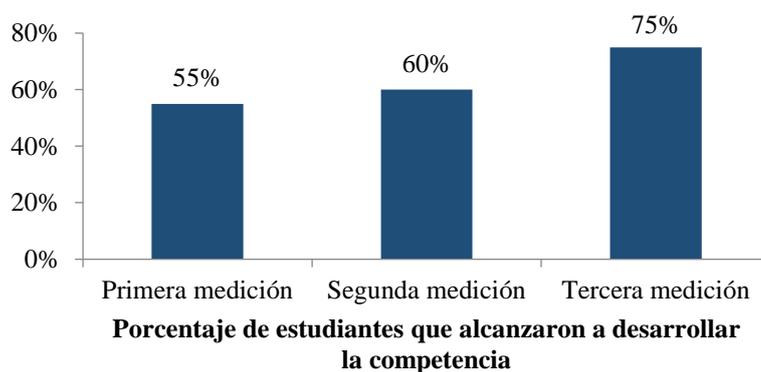


Figura 15. Porcentaje de estudiantes que alcanzaron la competencia

4. Resultados del Estudio Final

4.1. Resultados de la variable Aplicación del método del caso. Los resultados se muestran para cada dimensión de la variable.

El curso consta de 28 sesiones presenciales de 2 horas cada una, en total 56 horas cronológicas. La *metodología* de aplicación, consistió en tres tipos:

- Sesión de exposición teórica
- Sesión de resolución de ejercicios clásicos de aplicación
- Sesión de aplicación del caso de estudio

La tabla 12 resume los resultados de aplicación de estas sesiones.

Tabla 12

Porcentajes de aplicación de tipos de sesión en el plan curricular del curso

Dimensión	Cantidades	Porcentajes
Sesiones teóricas	20	35,7%
Sesiones prácticas	16	28,6%
Sesiones de aplicación del caso*	20	35,7%
Totales	56	100,0%

Nota. *Se aplicaron cinco casos de estudio, una para cada unidad del curso

En lo referente a los *materiales didácticos* se modificaron continuamente para lograr sus versiones finales, cada material se clasificó como:

- Material de apoyo a la teoría
- Material de apoyo práctico
- Caso de estudio

En la tabla 13 se muestra el resumen de los materiales desarrollados.

Tabla 13

Estructuras finales de los materiales didácticos utilizados

Tipo de material	Número de materiales desarrollados	Número de páginas del material
Material de apoyo a la teoría	5	4
Material de apoyo práctico	10	2
Caso de estudio	5	4

4.2 Resultados de la variable Desarrollo del Razonamiento Cuantitativo. El desarrollo de la competencia se evaluó por dimensiones, en la tabla 4.6 se muestra el porcentaje de logro de cada una de las dimensiones:

Tabla 14

Porcentaje de estudiantes que completaron cada una de las dimensiones

Dimensión	Cantidades	Porcentajes
Interpretación	40	100,0%
Representación	40	100,0%
Cálculo	38	95,0%
Análisis	35	87,5%
Comunicación	30	75,0%

5. Discusión de resultados

A continuación, se pasa a discutir los resultados de la etapa final del proceso de investigación, las etapas previas serán insertadas dentro esas discusiones.

5.1. Aplicación del método del caso. Tal y como mencionaba Bishop (1999), después de aplicar el test inicial, se encontró que casi la totalidad de los estudiantes (95 %) no eran capaces de enfrentarse a una situación de contexto real, aún después de haber recibido 5 años de formación intensiva en aritmética, álgebra, trigonometría y geometría. Tal resultado, confirma la afirmación de Corts y De la Vega (2004) en el que dice que no es suficiente saber matemáticas para resolver problemas. Del mismo modo, tal y como afirma Bennet (2012), se evidenció que los currículos tradicionales no prepararan al estudiante para enfrentarse a problemas de la vida cotidiana, en cambio los predisponen al desagrado hacia ellas, tal como se evidencia en la figura 4.2 en donde se muestra que al 88 % de los estudiantes de la muestra no les gustaba las matemáticas y en la figura 4.3 en donde se muestra que al 63 % de estudiantes las matemáticas les parecen muy difíciles. También puede verse en la figura 4.4 que solo el 13 % de los estudiantes califica la aplicación de las matemáticas con puntuaciones 4 y 5, tal y como lo afirma Bennet (2012) el ciudadano común piensa como regla general que son malos en matemáticas.

5.1.1. Metodología. Con respecto a la metodología, podemos comentar que aplicar el método del caso, es tal como establecieron Gaze (2014) y Bennet (2012) un proceso ambicioso, no solo para el estudiante, si no para el docente y la institución. Sin embargo, se logró la producción de 28 sesiones presenciales, con los respectivos diseños de sesión, para ellos se repartió proporcionalmente el tipo de sesión entre teórica, práctica o de aplicación de caso.

Se corroboraron también los estudios de Castro (2008) en donde la actitud del estudiante fue un factor importante en el proceso. Cabe destacar que la medición de la actitud de los alumnos se midió en las entrevistas personales con los estudiantes durante todo el proceso. Como se muestra en la figura 4.5, la autoimagen que tienen los estudiantes acerca de su habilidad con los números es muy pobre, lo que genera muy pobres actitudes. Tal y como Castro (2008) establecía, esto añadió al proceso más dificultades.

La metodología de aplicación final se fue estructurando poco a poco a lo largo de 2 años y se siguieron los aspectos planteados por De Miguel et al (2014) para basar el proceso en tres columnas: organización de los aprendizajes, su desarrollo y su evaluación. Al iniciar el proceso se aplicaban los casos sin preparación previa en las sesiones precedentes, esta práctica fue abandonada rápidamente y se procedió a organizar tanto el contenido teórico como práctico para la aplicación del caso. Durante la implementación de la metodología se observó lo siguiente:

- El perfil del estudiante (reacio a las matemáticas) no tolera, en una gran mayoría los materiales cargados de mucho contenido.
- Se evitó repetir situaciones con habilidades matemáticas repetitivas.
- Todas las situaciones en los materiales están contextualizadas en la vida real y han sido extraídas de situaciones reales o adaptadas de ellas.
- Los materiales fueron subiendo de contenido y de dificultad cuando más se desarrollaban las sesiones en el tiempo.

Los materiales de apoyo a la teoría, ayudaron a explicar la aplicación de lo explicado en la teoría en la vida real. Esto ayudó a cambiar la actitud de los estudiantes frente a las matemáticas, para ese efecto, observe la figura 4.7 y la correspondiente tabla 4.2. En ellas pueden verse fácilmente los efectos de la metodología en la actitud de los estudiantes.

5.1.2 Materiales didácticos. Al respecto, se verificó nuevamente lo planteado por Castro (2008), en lo referente las actitudes de los estudiantes. Este perfil de estudiante no toleraba materiales densos, por lo que siempre se trató de no cambiar el número de páginas de los materiales, salvo que el caso lo amerite, por la abundancia de gráficos u otras situaciones. Se pudo comprobar también lo planteado por Blanco et al (2009), en lo que respecta al diseño de las sesiones, se encontró que los estudiantes respondían de mejor manera cuando los entornos de los problemas eran auténticos. La propuesta final de materiales constaba de problemas de matemáticas totalmente contextualizados, de modo que se logró que el docente cumpla un rol

facilitador y que el aprendizaje se centre en el estudiante, tal como afirmaba Sánchez (2008).

En general, se logró un resultado óptimo cuando:

- Cada material pasa por un ciclo de puestas a prueba con diferentes grupos antes de aplicarlo en la muestra final.
- Todos los materiales desarrollados contaban con fuentes de donde fueron obtenidas, eso ayudó a convencer al estudiante de que se hablaba de un caso muy real.
- El cuerpo total de materiales elaborados está concatenado uno con otro y no aislado, muchas veces las habilidades de las primeras sesiones se repitieron muchas veces a lo largo de todo el proceso.

Uno de los principales aportes de la presente investigación, es que se construyó un cuerpo de materiales inéditos en la enseñanza universitaria. Se llegó a tal conclusión después de analizar diversas propuestas curriculares en el Perú y algunas en el mundo. Dentro del Perú, la propuesta de materiales didácticos es única en su género.

5.2. Desarrollo del razonamiento cuantitativo. A través del proceso se observó la evolución de cada estudiante en cada una de las dimensiones. Todos los estudiantes provenían de instituciones donde absolutamente todos los ejercicios de matemáticas eran del tipo objetivo, es decir el estudiante solo tenía que marcar una respuesta a un proceso de cálculo totalmente descontextualizado. El guiar al estudiante por un camino en donde debe de explicar un proceso es muy complejo y está lleno de dificultades.

- **Interpretación.** Quizás esta dimensión en una de la más complejas a desarrollar en el estudiante. Veamos, después de una breve explicación de resolución de ecuaciones, el 100% de los estudiantes de la muestra pueden resolver el tipo de ejercicio de la figura 16.

Suponga que $y = 28x - 46$

1. Determine el valor de y cuando $x = 7$
2. Determine el valor de x cuando $y = 160$
 - a. $y = 150 ; x = 7,36$
 - b. $y = 242 ; x = 7,36$
 - c. $y = 150 ; x = 4,07$
 - d. $y = 242 ; x = 4,07$

Figura 16. Tipo de ejercicio puesto a prueba en los estudiantes

Sin embargo, la situación cambia radicalmente cuando el estudiante es sometido a un ejercicio del modo que se muestra en la figura 17

La prueba A1C es un análisis de sangre que se usa para determinar el efecto de un tratamiento contra la diabetes. Esa prueba mide el nivel promedio de glucosa en sangre (GS) de una persona con diabetes durante los últimos dos o tres meses. Es diferente a la prueba diaria de medición de glucosa, que a diferencia de la A1C solo indica el nivel de azúcar en la sangre en ese momento, mientras que la A1C hace un diagnóstico completo de los dos últimos mesesⁱ. Existen dos fórmulas para relacionar el *nivel diario promedio de la glucosa en una persona (GS)* a partir del *valor de la prueba A1C (Ac)*, una de ellas es:

$$GS = 28,7(Ac) - 46,7$$

El valor de GS se expresa en mg/dl y el valor de Ac es el porcentaje obtenido en la pruebaⁱⁱ.

- a. El valor óptimo que una persona con diabetes debe obtener en la prueba A1C es de menos del 7%, ¿cuál es valor óptimo del *nivel diario promedio de la glucosa en una persona con diabetes*?

Figura 17. El mismo tipo de ejercicio de la figura 16 contextualizado

De una manera totalmente opuesta, la totalidad de los alumnos de la muestra no pueden empezar a resolver el ejercicio puesto que no entienden que tienen que realizar. Esto corrobora la afirmación de Corts y De la Vega (2004) que decía que no es suficiente saber matemáticas para resolver problemas. También se verifica la propuesta de Bennet (2012) en el que establecía que el problema era sobretodo un problema de currículo más no tanto del proceso de enseñanza en sí. Tal resultado, evidencia también que el razonamiento cuantitativo es muy diferente al manejo tradicional de matemáticas y verifica los postulados de Bishop (1999), Paulos (2000) y Steen (2001) consignado en los capítulos 1 y 2 de la presente investigación en donde, en general, se afirma que la aplicación de las matemáticas en el mundo real necesita de una nueva metodología.

El lograr que el 100% de los estudiantes comprendan un texto como el de la figura 17 fue un gran éxito del método propuesto en la investigación. La consecución del logro fue progresiva, al inicio no todos los estudiantes lo entendían.

- **Representación.** Del mismo modo se midió al inicio del proceso como respondían los alumnos de la muestra ante representación matemática. Por ejemplo, entre otras cosas se contrastó el ejercicio de la figura 18 con el mismo ejercicio de la 19.

Indique la expresión matemática a la que equivale la expresión: “el valor de p se calcula como la división de a entre el valor de b ”

- a. $p = \frac{b}{a}$
- b. $p = \frac{a}{b}$
- c. $p = ab$

Figura 18. Ejercicio tipo de representación matemática

Además, consideró $\alpha = 4 \bullet 10^{-2}$ y un error máximo de estimación (e) de 0,06. El valor de \hat{p} lo calculó como la división del número de personas con *diabetes* en la muestra piloto entre el número total de personas de la muestra piloto. El valor de \hat{q} lo obtuvo como $\hat{q} = 1 - \hat{p}$.

Figura 19. Ejercicio tipo de representación matemática contextualizado

De igual modo, aunque el estudiante responde correctamente el ejercicio de la figura 18, no puede plantear correctamente el 19, principalmente porque no puede definir variables para luego representarlos en una fórmula. Lograr esta competencia en la estudiante cuesta menos esfuerzo que la anterior, nuevamente el 100% de los estudiantes lograron esa dimensión.

En esta dimensión, se corroboró la propuesta de Duval (2006), que establecía que es mejor que el estudiante trabaje en la representación semiótica que más le sea cómoda, y se facilite el aprendizaje de todos los registros en base las transformaciones entre ellas. En esta parte, es conveniente guiar al estudiante en las representaciones matemáticas, y no forzarlo en formalizaciones abstractas que carecen de sentido práctico para él.

- **Cálculo.** Esta dimensión es mucho más fácil de lograr por los estudiantes, solo requiere cálculos simples y repetitivos. De hecho, el estudiante está muy acostumbrando a operar con variables, aunque no sepa finalmente porqué lo hace. Básicamente, se orientó al estudiante a ejecutar un plan de acción, tal como planteó Polya (1965).
- **Análisis.** Solo el 87,5% del total de la muestra logró alcanzar esta dimensión. De hecho, el resto de estudiantes que sí la logró, lo hizo después que han pasado más de la mitad de las sesiones. El validar un resultado, realizar estimaciones y aventurarse a hacer inferencias no es común para el estudiante. El resultado, es esperado, pues tal como se consignó en el marco teórico, Santos (1992), afirmaba que los estudiantes son muy reacios a explicar las cosas y suelen confundir mostrar resultados con analizarlos. Esto se corroboró en las primeras etapas de la investigación. Los resultados iniciales

evidenciaban más esta realidad, sin embargo, a medida que se avanzaba más, el estudiante lograba analizar de mejor manera.

- **Comunicación y argumentación.** Los logros en esta dimensión dependían de la consecución de la dimensión de la anterior, de modo que no se puede acceder a ella sin completar la otra. Se encontró que el estudiante procede a responder sin colocar la debida argumentación, de modo que no enlaza lo anteriormente hecho en su respuesta. Se verificó que efectivamente, tal y como lo afirmó Santos (1992) el estudiante tiende solo a mostrar respuestas. En efecto, para el estudiante, indicar simplemente el resultado numérico de una operación es comunicar, para cambiar tal concepto, se usó la definición provista por la AACU (2018) para orientar a los estudiantes en el manejo de formatos adecuados y una visualización completa del proceso de resolución.



Conclusiones

El método del caso se puede aplicar en un curso de Matemática Básica de primer ciclo de pregrado. Para eso se lograron diseñar cinco casos de estudio, con su respectivo cuerpo de materiales didácticos para 14 sesiones presenciales, así como sus respectivas sesiones de aprendizaje. Para el diseño de los casos y de los materiales didácticos que los acompañan, se han seguido recomendaciones que autores hacían al respecto. En lo referente a la aplicación, es importante considerar en las formas: la impresión que puede ocasionar en el estudiante recibir materiales diferentes, el inicio de la resolución, la construcción de la solución, la aclaración de dudas por parte del docente y la argumentación de su trabajo.

Es posible elaborar casos matemáticos y materiales didácticos con contenidos 100 % reales y contextualizados en la vida real. No se trata de forzar el contenido matemático hacia una falsa aplicación o hacia una aplicación forzada, si no de encontrar la aplicación primero y luego desarrollar los contenidos necesarios para poder aplicarlos correctamente. En ese punto es en el que fallan normalmente las metodologías tradicionales, tratan de forzar la aplicación de un contenido a la realidad.

El método del caso sirvió para lograr desarrollar la competencia de razonamiento cuantitativo en el 75% de los alumnos de la muestra. Se consideró que un alumno desarrolló la competencia cuando completó hasta la dimensión de comunicación de la misma. Para medir este resultado se utilizó un cuestionario específico. Ninguno de los estudiantes de la muestra pudo resolver el caso del test diagnóstico, aun cuando provenían de una enseñanza de 5 años acerca de esos contenidos. Tal hallazgo evidencia que el currículo tradicional no prepara al estudiante para aplicar sus conocimientos en casos reales.

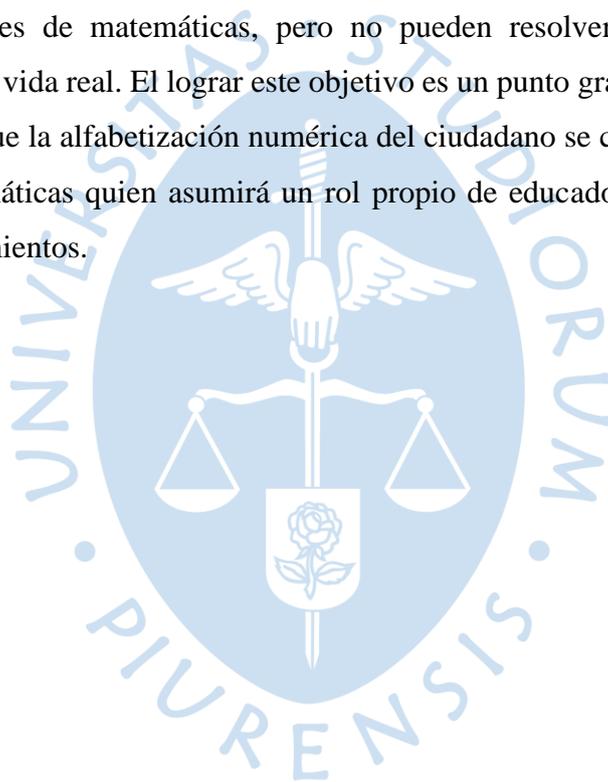
La metodología de aplicación del caso debe estar centrada en el estudiante y tener al docente en rol de facilitador o de director de la discusión en lugar de ser el expositor de un proceso de resolución de problemas tal como lo es en el proceso de enseñanza tradicional. Este punto es de vital importancia en el proceso, en las etapas previas se evidenció que los resultados no eran los mismos cuando el profesor hacía de expositor que cuando el estudiante asumía la dirección de su aprendizaje. Este punto, es también un punto débil del proceso, puesto que requiere que el docente no entienda enteramente su rol como facilitador.

La percepción del alumno hacia las matemáticas y la propia percepción que tiene de sus habilidades matemáticas, mejora con la aplicación de materiales didácticos con contenido netamente contextualizados en la vida cotidiana. El estudiante palpa inmediatamente la

aplicación de lo que está aprendiendo y lo aprecia como tal. Al finalizar el proceso, el estudiante cambia su percepción hacia el curso.

La aplicación del método del caso contribuyó también a cambiar la visión que un estudiante tiene hacia la aplicación de las matemáticas en la vida cotidiana. En la muestra de trabajo la actitud hacia el curso cambió de muy mala a muy buena. Asimismo, la mejora de la autoimagen que tiene el estudiante acerca de sus habilidades matemáticas es evidente. En entrevistas semiestructuradas se verificó que la actitud del estudiante cambia a medida que la metodología se aplica.

La aplicación de metodologías nuevas para la enseñanza de las matemáticas es una necesidad apremiante en la actualidad, la investigación evidenció que los estudiantes pueden resolver problemas tradicionales de matemáticas, pero no pueden resolverlos cuando estos están contextualizados en la vida real. El lograr este objetivo es un punto gravitante en los currículos modernos, de modo que la alfabetización numérica del ciudadano se convierta en el fin último del docente de matemáticas quien asumirá un rol propio de educador y no solo de un mero transmisor de conocimientos.



Recomendaciones

Primera.

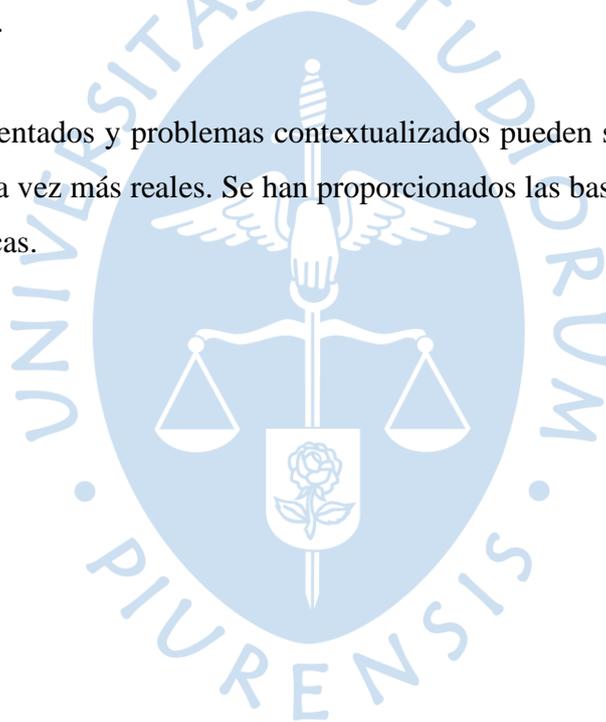
Cada docente de cada curso debe de diseñar las sesiones de modo que se adecuen a su perfil docente. No existe una fórmula única para todos los perfiles. El docente debe conocer a profundidad las aplicaciones del curso que imparte para poder diseñar los casos y los problemas contextualizados.

Segunda.

El núcleo del proceso es el proceso de retroalimentación y validación de los materiales durante las sesiones. El aporte de otros observadores del proceso es valioso para esto último, de ser posible es recomendable que otro observador acompañe el proceso y brinde apuntes desde otra perspectiva.

Tercera.

Los casos presentados y problemas contextualizados pueden ser modificados aún más de modo que sean cada vez más reales. Se han proporcionados las bases de futuros trabajos de docentes de matemáticas.





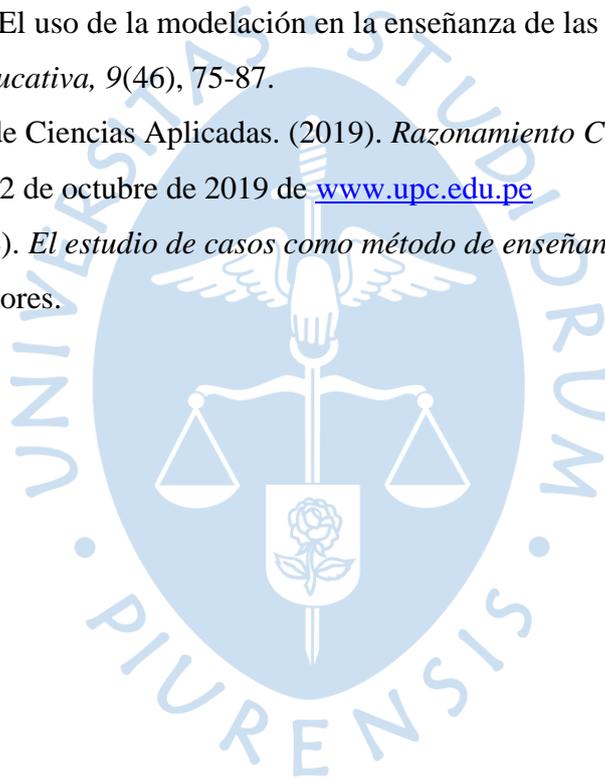
Referencias bibliográficas

- AACU. (2018). Quantitative Literacy VALUE Rubric: *Association of American Colleges & Universities*. Recuperado de <https://www.aacu.org/sites/default/files/files/VALUE/QuantitativeLiteracy.pdf> el 27 de noviembre de 2018.
- Arreguín, L., Alfaro, J. y Ramírez, M. (2012). Desarrollo de competencias matemáticas en secundaria usando la técnica de aprendizaje orientado en proyectos. *Revista Iberoamericana sobre calidad, eficacia y Cambio en educación*, 10(4), 265-284.
- Bennet, J. (2012). *Math for Life: Crucial Ideas You Didn't Learn in School*. Greenwood Village, E.E.U.U: Roberts and Company Publishers.
- Bishop, A. J. (1999). *Enculturación matemática: la educación matemática desde una perspectiva cultural* (Vol. 49). Madrid: Grupo Planeta (GBS).
- Bisquerra, R. (2014). *Metodología de la investigación educativa*. Madrid: La Muralla.
- Blanco Fernández, A., Alba Ferré, E., y Asensio Castañeda, E. (2011). *Desarrollo y evaluación de competencias en educación superior*. Madrid: Narcea Ediciones.
- Brown, S., y Pickford, R. (2014). *Evaluación de habilidades y competencias en educación superior*. Madrid: Narcea Ediciones.
- Chquisana, F. (2015). *Matemática Financiera en la escuela secundaria para la alfabetización financiera y la formación ciudadana. Una propuesta para la formación de profesores en temas de interés simple y compuesto* (tesis de maestría). Pontificia Universidad Católica del Perú, Lima, Perú.
- Castro, E. (2008). Resolución de problemas: Ideas, tendencias e influencias en España. En E. Luego, B. Gómez, M. Camacho y L.J. Blanco (Eds.), *Investigación en educación matemática XII*. Simposio de la Sociedad Española de Investigación Matemática. Badajoz, España.
- Corts, A. V., y de la Vega, M. L. C. (2004). *Matemáticas para aprender a pensar: el papel de las creencias en la resolución de problemas* (Vol. 100). Madrid: Narcea Ediciones
- Del Rincón, D., Latorre, A., Arnal, J. y Sans Martín, A. (1995) *Técnicas de investigación en ciencias sociales*. Madrid: Dykinson.
- De Miguel, M., Alfaro, I., Apodaca, P., Arias, J., García, E., y Lobato, C. y. (2014). *Metodologías de enseñanza y aprendizaje para el desarrollo de competencias: orientaciones para el profesorado universitario ante el espacio europeo de educación*

- superior*. Madrid: Larousse - Alianza Editorial. Retrieved from <http://www.ebrary.com>
- Duval, R. (2006). Un tema crucial en la educación matemática: La habilidad para cambiar el registro de representación. *La Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española*, 9(1), 143-168.
- Elorza, H. (2010). *Estadística para ciencias sociales, del comportamiento y de la salud*. México: Cengage Learning Editores de C.V.
- Espinoza, L., Matus, C., Barbe, J., Fuentes, J., y Marquez, F. (2016). Qué y cuánto aprenden de matemáticas los estudiantes de básica con el método singapur: evaluación de impacto y de factores incidentes en el aprendizaje, enfatizando en la brecha de género. *Calidad Educativa*(45), 90-131.
- Fernández, A. (2006). Metodologías activas para la formación de competencias. *Educatio Siglo XXI*, 24, 35-36.
- Flick, U. (2012). *Introducción a la investigación cualitativa*. Madrid, España: Ediciones Morata.
- Font, V. (2007). Comprensión y contexto: una mirada desde la didáctica de las matemáticas. *Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española*, 10(2), 427-442.
- Gascón, J. (2002). El problema de la Educación Matemática y la doble ruptura de la Didáctica de las Matemáticas. *Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española*, 5(3), 673-702.
- Gaze, E. (2014). Teaching Quantitative Reasoning: A Better Context for Algebra. *Numeracy*, 7(1, Article 1), 1-5. doi:<http://dx.doi.org/10.5038/1936-4660.7.1.1>
- Gómez – Chacón, I. (2009). Actitudes matemáticas: propuestas para la transición del bachillerato a la universidad. *Educación Matemática*, 21(3), 5-32.
- González, A. (2013). ¿a resolver problemas se enseña? El problema como contenido a ser enseñado de 1° a 7°. Recuperado de <https://ebookcentral.proquest.com> el 27 de Noviembre de 2018.
- Hernández, R., Fernandez, C., y Baptista, P. (2014). *Metodología de la investigación*. México: Mcgraw-hill.
- Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey. (n.d.). *El estudio de casos como técnica didáctica*. Monterrey: Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey. Recuperado de: http://sitios.itesm.mx/va/dide2/tecnicas_didacticas/casos/casos.pdf

- Karaali, G., Villafane Hernandez, E. H., y Taylor, J. A. (2016). What's in a name? A critical Review of Definitions of Quantitative Literacy, Numeracy, and Quantitative Reasoning. *Numeracy*, 9(1). doi:<http://dx.doi.org/10.5038/1936-4660.9.1.2>
- Latorre, M. y Seco Del Pozo, C. (2013). *Metodología. Estrategias y técnicas metodológicas*. Lima, Perú: Universidad Marcelino Champagnat.
- Lutsky, N. (2006). Teaching quantitative reasoning. *APS Observer*, 19(3).
- Mato, M., De la Torre, E. (2009). Evaluación de las actitudes hacia las matemáticas y el rendimiento académico. En M.J. González, M.T. González y J. Murillo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática*, 13, 285-300.
- Matus, R., y Guzman, J. (2009). Uso del aprendizaje basado en problemas en un curso de x|
- Mikenberg, I. (2006). *Razonamiento Cuantitativo*. Santiago, Chile: Ediciones Universidad Católica de Chile.
- Naval, C. (2008). *Teoría de la educación: un análisis epistemológico*. Recuperado de <https://ebookcentral.proquest.com>
- Núñez-Tabales, J. M., Fuentes-García, F. J., Muñoz-Fernández, G. A., y Sánchez-Cañizares, S. M. (2015). Análisis de elaboración e implementación del método del caso en el ámbito de la educación superior. *Revista iberoamericana de educación superior*, 6(16), 33-45.
- Paulos, J. (2000). *El hombre anumérico*. Barcelona, España: Tusquets editores
- Pérez, J. R., Galán, G. A., y Quintanal, D. J. (2012). *Métodos y diseños de investigación en educación*. Recuperado de <https://ebookcentral.proquest.com>
- Polya, G. (1965). *Cómo plantear y resolver problemas*. México DF. México: Trillas
- Rico, L. (2006). Marco teórico de Evaluación PISA sobre matemáticas y resolución de problemas. *Revista de Educación*, número extraordinario, 275-294.
- Rico, L. (2007). La competencia matemática en PISA. *PNA*, 1(2), 47-66
- Rico, L. (2009). Sobre las nociones de representación y comprensión en la investigación en Educación Matemática. *PNA*, 4(1), pp. 1-14.
- Ruiz, J. (2012). *Metodología de la investigación cualitativa*. Bilbao, España: Publicaciones de la Universidad de Deusto.
- Sánchez, M. (2008). Cómo enseñar en la aulas universitarias a través del estudio de casos. *Colección Documentos. Instituto de Ciencias de la Educación. Universidad de Zaragoza*.

- Sandín, E. M. P. (2003). *Investigación cualitativa en educación: fundamentos y tradiciones*. Madrid, España: Mcgraw-hill.
- Santos, L. M. (1992). Resolución de Problemas; El Trabajo de Alan Schoenfeld: Una propuesta a considerar en el Aprendizaje de las Matemáticas. *Educación Matemática*, 4(02), 16-24.
- Steen, L. A. (Ed.). (2001). *Mathematics and democracy: The case for quantitative literacy*. USA: NCED editores.
- Touriñán-López, J. (2011). Intervención Educativa, Intervención Pedagógica y Educación: La Mirada Pedagógica. *Revista Portuguesa de Pedagogía*, 283-307. Retrieved agosto 2, 2015, from <http://iduc.uc.pt/index.php/rppedagogia>
- Trigueros, M. (2009). El uso de la modelación en la enseñanza de las matemáticas. *Innovación Educativa*, 9(46), 75-87.
- Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas. (2019). *Razonamiento Cuantitativo*. UPC. Recuperado el 2 de octubre de 2019 de www.upc.edu.pe
- Wassermann, S. (1994). *El estudio de casos como método de enseñanza*. Nueva York: Amorrortu editores.



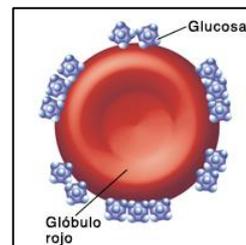
Apéndice A

Test de evaluación de razonamiento cuantitativo

PRIMERA PARTE (QR) (50 minutos)

La prueba *A1c* es un análisis de sangre que se usa para diagnosticar la diabetes y medir el efecto de un tratamiento contra ella. Es decir, qué tan bien se está controlando su diabetes.

Una prueba de hemoglobina *A1c* mide el porcentaje de hemoglobina que tiene adherida glucosa (azúcar), en los últimos tres meses. Es un promedio de tres meses porque ése es el tiempo de vida típico de los glóbulos rojos. Mediante esta prueba también se puede obtener el nivel promedio de glucosa en sangre (*GS*) de una persona con diabetes durante los últimos tres meses.



Es diferente a la prueba diaria de medición de glucosa. Esta, a diferencia de la *A1c* solo indica el nivel de azúcar en la sangre en el momento en el que se efectúa el examen, mientras que la *A1c* realiza un diagnóstico completo de los tres últimos meses.

Existen dos fórmulas para relacionar el *nivel diario promedio de la glucosa en una persona (GS)* a partir del *valor de la prueba A1c (lo que representaremos por Ac)*. Una de estas fórmulas está representada gráficamente en el plano cartesiano de la figura 1.

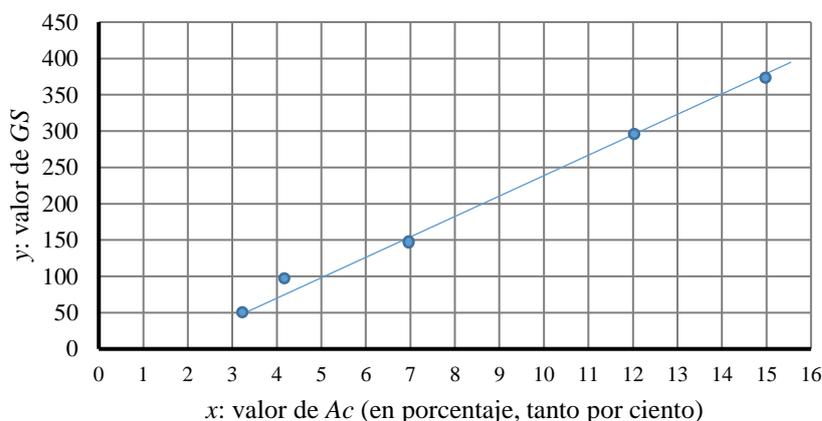


Figura 1. Valor de *GS* en función del valor de *Ac*. El valor de *GS* se expresa en mg/dl y el valor de *Ac* es el porcentaje obtenido en la prueba *Ac*.

Existen rangos óptimos de *Ac* establecidos a partir de resultados de varios estudios, los cuales se muestran a continuación:

- Una persona sin diabetes debe obtener aproximadamente más de 4% y menos de 5,7%.
- Si tiene por lo menos 5,7% y a lo más 6,4%, el diagnóstico es de prediabetes. La prediabetes es un diagnóstico que implica que la persona es propensa a contraer diabetes en el futuro. El riesgo es mayor cuando más se acerca al límite superior.
- Si arroja un resultado de al menos 6,5%, el diagnóstico es de diabetes.

Cuando la persona tiene diabetes y sigue un tratamiento, el valor óptimo de la prueba es menos de 7% para evitar que tenga complicaciones a largo plazo.

1. Una persona obtiene como resultado 6,2% al realizarse la prueba *Ac*. De acuerdo al texto, ¿en qué estado de salud se encuentra con respecto a la diabetes?
2. Represente en la tabla 1 los intervalos correspondientes a los valores de *Ac* y su respectivo diagnóstico.

Tabla 1

Diagnóstico de la persona según el nivel de Ac encontrado

Intervalo de <i>Ac</i>	Diagnóstico de la persona

3. A partir de la figura 1, **estime una** posible ecuación de la forma³ $y = mx + b$, que relacione el valor de *GS* con el valor de *Ac*. Muestre todo el procedimiento realizado, explique detalladamente cómo obtiene los valores y de qué manera realiza el proceso de estimación.
4. La figura 2 muestra la simulación realizada en la web de *National Institute of Diabetes and Digestive Kidney Diseases* acerca de las mediciones diarias de la glucosa en sangre de una persona con diabetes durante 4 momentos diferentes de un mismo día.

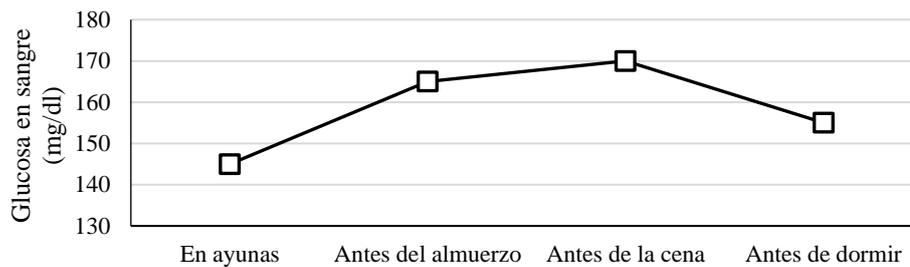


Figura 2. Momento del día en que se midió la glucosa

¿Cuál es el valor que obtendría esa persona en la prueba A1C si se mantiene el mismo nivel diario **promedio**⁴ de la glucosa en sangre durante 3 meses?

5. Escriba un comentario acerca de la situación de salud encontrada en esa persona después de esos 3 meses. El comentario debe contener datos numéricos que lo respalden.

³ Para el cálculo de la pendiente use la siguiente fórmula: $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

⁴ PROMEDIO = $\frac{\sum X_i}{n}$; *n*: cantidad de datos

Apéndice B

Ejemplo de problema de matemáticas contextualizado

El **peso normal** de un niño varón, desde que nace hasta los 5 años de edad, se estandariza a partir miles de mediciones reales. La organización mundial de la salud (OMS), ha elaborado tablas al respecto. Esos pesos normales estandarizados por la OMS pueden modelarse mediante una función cuadrática (f) o una función logarítmica (g). Tanto f como g se miden en kilogramos (considere dos decimales). Ambos modelos se muestran en la figura 1.

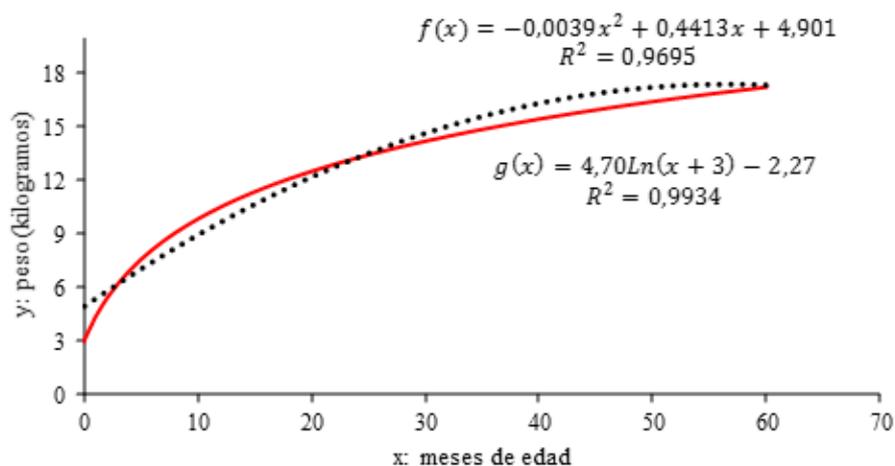


Figura 1. Peso (kg) de un niño en función a los meses de vida. Considerando $x = 0$ para 0 meses. Datos obtenidos de la OMS¹.

1. ¿Cuál de las curvas proporciona una mejor aproximación a los pesos normales estandarizados por la OMS?
2. Según la figura 1, ¿cuál es el peso real de un niño varón de 10 meses? Compare los valores obtenidos por ambas curvas, ¿cuál es el más fiable?

Apéndice C

Ejemplo de un caso de estudio que expone una situación simulada en la realidad

Cajamarca: desnutrición crónica infantil disminuyó en 15 %

El presidente regional, César Aliaga, sostuvo que el trabajo debe continuar y felicitó al personal de salud que labora en los diversos programas para erradicar la desnutrición infantil⁵.



La reciente alza del ISC⁶ para los productos azucarados es la primera medida tomada en el Perú con el fin de mejorar el estado de salud de las personas. Sin embargo, la obesidad no es el único problema de salud; el otro problema es la desnutrición infantil.

Cajamarca es actualmente una de las regiones del país con alto índice de pobreza. Allí está ubicado el distrito de Querocoto, al cual pertenece la comunidad de Vista Alegre. Oscar vive en Vista Alegre con su padre Mario, que es el líder de la comunidad. Oscar siempre ha sido uno de los niños más robustos entre sus contemporáneos. Sin embargo, al notar ciertos síntomas extraños en su hijo, decidió llevarlo a un médico cercano para ser examinado. En el triaje⁷, le indicaron que Oscar (con dos años de edad) pesa 10,1 kilogramos.

El peso normal de un niño varón, desde que nace hasta los 5 años de edad, puede modelarse mediante una función cuadrática (f) o una función logarítmica (g). Tanto f como g se miden en kilogramos (considere dos decimales). Ambos modelos se muestran en la figura 1.

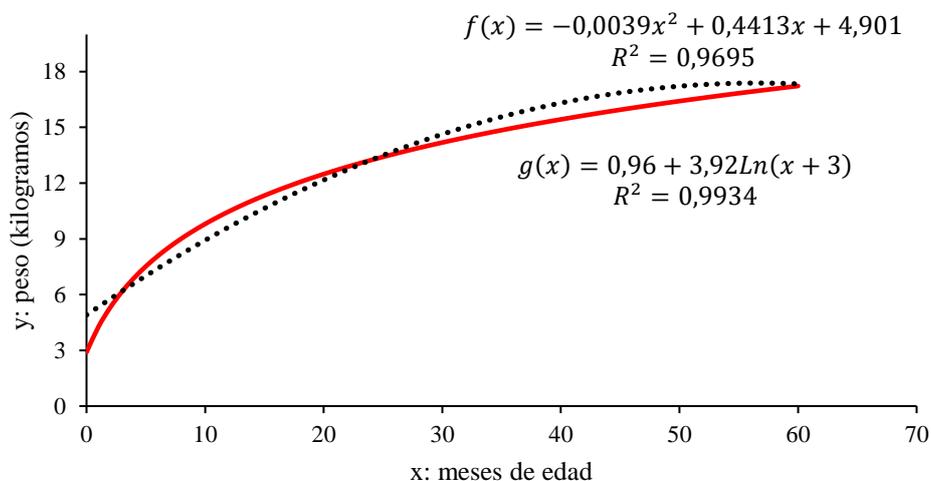


Figura 1. Peso de un niño en función a los meses de vida con $x = 0$ para 0 meses. Datos obtenidos de la OMS.

El peso calculado mediante los modelos es considerado normal. Sin embargo, varios factores pueden hacer que se desvíen de su estado normal, por ejemplo, genéticos, herencia, medio ambiente, entre otros. Los límites de variación (inferior y superior) son aproximadamente de $\pm 12\%$ respecto al peso considerado como normal. Si el peso del niño está por debajo del límite inferior, se dice que tiene desnutrición. Si está por encima del límite superior, el niño tiene un problema de sobrepeso. De esta manera, los estados nutricionales de un niño pueden ser:

⁵ Recuperado el 23 de junio de 2018 de <http://rpp.pe/noticias/desnutricion-cronica-cajamarca>

⁶ Impuesto selectivo al consumo

⁷ Mediciones previas a los que se somete un paciente en una instalación hospitalaria.

desnutrición, normal o sobrepeso⁸. El tener un peso inferior al normal no implica necesariamente la presencia de una anemia. El médico ordenó un hemograma completo para Oscar. El análisis arrojó que la hemoglobina de Oscar era de 9,5 g/dl o 95 g/l.

Tabla 1

Valores normales de concentración de la hemoglobina y grados de anemia en niños

Grupo etario – varones ⁹ (años)	Normal (g/dl)	Anemia Leve (g/dl)	Anemia moderada (g/dl)	Anemia severa (g/dl)
[0; 5]	[11; 14]	[10; 10,9]	[7; 9,9]	Menos de 7
]5; 11]	[11,5 ; 15,5]	[11; 11,4]	[8; 10,9]	Menos de 8
]11; 15]	Más de 12	[11; 11,9]	[8; 10,9]	Menos de 8
Más de 15 años	Más de 12	[11; 12,9]	[8; 10,9]	Menos de 8

Nota. Datos obtenidos de la OMS, 2011.

Después de la noticia, Mario conversó con el alcalde distrital. La mencionada autoridad entendió la preocupación de Mario y decidió hacer un estudio acerca del estado nutricional (desnutrición, normal o sobrepeso) de todas las personas del distrito, niños o adultos. Sin embargo, el presupuesto era insuficiente, por eso, decide asesorarse con Alejandro, un experto en estadística, el cual le aconsejó realizar el estudio solo a una muestra de la población del distrito (el estudio se realizó durante el año 2017), considerando un nivel de confianza de 95%, un error de estimación de 5% y asumir que $\hat{p} = \hat{q}$.

El número de habitantes del distrito puede modelarse mediante la función f , cuya regla de correspondencia es $f(x) = -1,789x^2 - 73,986x + 10478$, con $x = 0$ correspondiente al año 2000¹⁰.

- Tamaño de muestra cuando el tamaño de la población (N) es desconocido:

$$n = \frac{(Z_{1-\frac{\alpha}{2}})^2 \times \hat{p} \times \hat{q}}{e^2}$$

- Tamaño de muestra cuando el tamaño de la población (N) es conocido:

$$n = \frac{\left(Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\right)^2 \times \hat{p} \times \hat{q} \times N}{e^2(N-1) + \left(Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\right)^2 \times \hat{p} \times \hat{q}}$$

Tenga en cuenta que:

Alejandro asume que, cuando el tamaño de la población (N) es conocido y $\frac{n}{N} > 15\%$,

entonces debe corregirse el tamaño de muestra a $n^* = \frac{n}{1+\frac{n}{N}}$

$Z_{0,965}$	$Z_{0,970}$	$Z_{0,975}$	$Z_{0,980}$	$Z_{0,985}$	$Z_{0,990}$	$Z_{0,995}$
1,812	1,881	1,960	2,054	2,170	2,326	2,576

⁸ Los estados nutricionales han sido simplificados solo a tres para efectos académicos.

⁹ Un grupo etario se aplica un grupo de personas clasificándolos de acuerdo a la edad. Por ejemplo, el grupo etario Niños corresponde a todas las personas con edades de hasta 11 años.

¹⁰ Datos obtenidos de las proyecciones del INEI. Recuperado de <http://proyectos.inei.gob.pe/web/poblacion/#> el 16 de mayo de 2018. El modelo cuadrático ha sido elaborado por los profesores del curso.

La primera variable que se midió fue el estado nutricional¹¹ a todos los participantes del estudio. Los resultados se muestran en la figura 2. Se encontró que la mayoría de ellos tenían el mismo estado nutricional que Oscar y además excedían en 43,75 puntos porcentuales a los que estaban en estado normal.

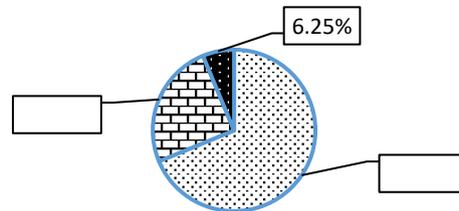


Figura 2. Distribución porcentual de habitantes de Querocoto encuestados según su estado nutricional.

Debido a limitaciones presupuestales, solo se analizó el grado de anemia en los que presentaban desnutrición. Dentro de ese grupo, el número de niños resultó ser 19 más que el número de adultos. Entre los que no padecían ningún tipo de anemia, se encontró que el número de niños era al número de adultos como 23 es a 20. Además, 3 niños tenían el mismo grado de anemia que Oscar.

Tabla 2

Distribución de habitantes encuestados de Querocoto con desnutrición según grado de anemia que presentaron y grupo etéreo.

Grupo etéreo	Grado de anemia			Total
	Sin anemia	Anemia leve	Anemia moderada Anemia severa	
Niños				
Adultos				
Total		27		

¹¹ Se midió el peso, talla y edad, y en base a eso se determinó su estado nutricional. Además, solo a los que presentaban desnutrición se les realizó un hemograma completo.

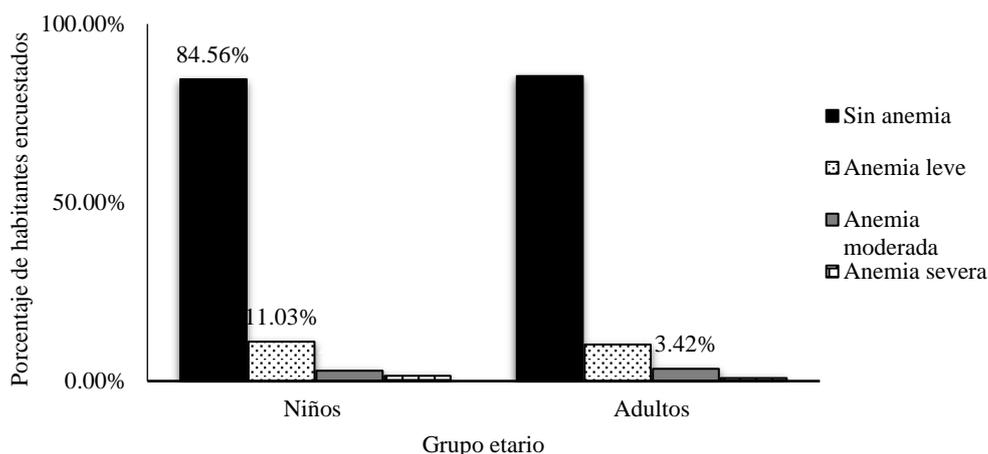


Figura 3. Distribución **porcentual** de habitantes encuestados de Querocoto con desnutrición **según** grado de anemia que presentaron **POR** grupo etáreo. Solo los niños que presentaron algún tipo de anemia fueron sometidos a un tratamiento especial con sulfato ferroso.



El tratamiento se realizó durante seis meses (junio a diciembre de 2017). Después del tratamiento, se encontró que el menor nivel de hemoglobina encontrado entre los niños sometidos al tratamiento fue de 80 g/litro y el mayor fue 140 g/litro. Además, 4 de ellos tenían más de 116 g/litro de hemoglobina (ver cuadro adjunto).

120	125	127	140
-----	-----	-----	-----

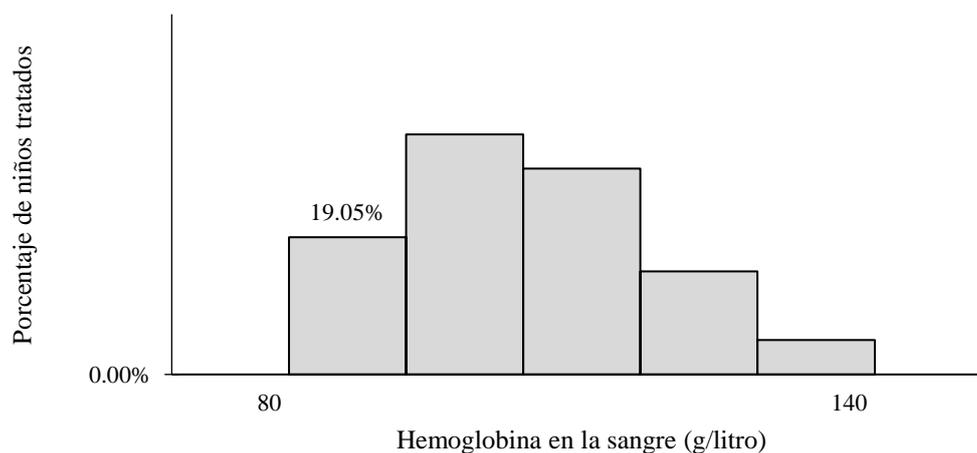


Figura 4. Distribución porcentual de niños con algún tipo de anemia **según** grado de anemia que presentaron después del tratamiento con sulfato ferroso.

Tabla 3

Distribución niños con algún tipo de anemia según grado de anemia que presentaron después del tratamiento con sulfato ferroso

Hemoglobina en la sangre (g/litro)	x_i	f_i	F_i	$h_i\%$	$H_i\%$
[;]					
] ;]					52,38%
] ;]					
] ;]					
] ;]					
Total					

Los niños que tenían como máximo 116 g/litro continuaron el tratamiento durante tres meses más. Ese número varió porcentualmente tal y como se muestra en la tabla 4.

Tabla 4

Variación porcentual del número de niños sometidos al tratamiento con sulfato ferroso

Mes	Variación porcentual
Fin de enero 2018	-41,17%
Fin de febrero 2018	20,00%
Fin de marzo 2018	-75,00%

El alcalde implantará el tratamiento a toda la población, siempre y cuando, el número de niños que tenían como máximo 116g/litro en abril sean menos de la cuarta parte de los que había al inicio del tratamiento.

Si Ud. fuese el alcalde, que decisión tomaría.



Fórmulas

Media o promedio para datos no agrupados:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}$$

Media o promedio para datos agrupados:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{n}$$

Regla de Sturges

$$k = 1 + 3,322 \times \log(n) \quad R = \text{Dato máximo} - \text{Dato mínimo} \quad A = \frac{R}{k}$$

Apéndice D

Sesiones de aprendizaje

Unidad 1 y 2	NOMBRE DE LA UNIDAD: NÚMEROS REALES – PORCENTAJES		SEMANA: 4
LOGRO DE UNIDAD	Al finalizar la unidad, el estudiante aplica procedimientos matemáticos y/o estadísticos en el análisis de casos reales o simulados trabajando en equipo.		
LOGRO DE SESIÓN DE CLASE			
TEMARIO		Evaluación de fórmulas matemáticas, operadores matemáticos, porcentajes	
Actividad ¿Qué haremos?	Estrategia: ¿Cómo lo haremos?	Tiempo	Tipo de Evaluación y puntaje
INICIO	<p>El docente después de leer los materiales de la sesión, reconoce las habilidades a desarrollar en los estudiantes.</p> <p>Posteriormente inicia conversación con algunos de ellos acerca de algún aspecto de la vida real donde se utilizan esas habilidades.</p> <p>Es importante que sea el estudiante participe en los ejemplos. Los estudiantes se agrupan para resolver el caso que proporcionará el docente.</p> <p>Los estudiantes agrupados resuelven el caso de estudio, siguen el procedimiento que indica el docente:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Subrayar y extraer información relevante para entender de que trata el caso (INTERPRETACIÓN) - El grupo de trabajo reconoce los procedimientos matemáticos que realizará para resolver las interrogantes del caso (REPRESENTACIÓN) - Los estudiantes realizan cálculos por separado e intercambian sus procesos de solución (CALCULO) - Los estudiantes validan sus resultados (coevaluación) y realizan preguntas al profesor para confirmar sus suposiciones (ANÁLISIS) - Cada grupo expone sus resultados en un papelógrafo (COMUNICACIÓN – ARGUMENTACIÓN) 	5 min	Ninguna
DESARROLLO		85 min	Evaluación Formativa
CIERRE	El docente retroalimenta cada uno de los trabajos realizado por cada grupo, discute sus resultados y corrige sus errores. Los estudiantes toman nota de lo expuesto por el docente y presenta nuevamente la solución completa en la próxima sesión.	20 min	Evaluación Formativa.
			Papelógrafo, pizarra, plumones.

Unidades 1, 2 y 3		NOMBRE DE LA UNIDAD: NÚMEROS REALES - PORCENTAJES – ECUACIONES		SEMANA: 7
LOGRO DE UNIDAD		Al finalizar la unidad, el estudiante aplica procedimientos matemáticos y/o estadísticos en el análisis de casos reales o simulados trabajando en equipo.		
LOGRO DE SESIÓN DE CLASE				
Al finalizar la sesión, el estudiante aplica las habilidades adquiridas durante las siete primeras semanas de trabajo en un problema de contexto real				
Evaluación de fórmulas matemáticas, operadores matemáticos, porcentajes, ecuaciones de primer grado.				
TEMARIO				
Actividad ¿Qué haremos?	Estrategias: ¿Cómo lo haremos?	Tiempo	Materiales y recursos Bibliografía	Tipo de Evaluación y puntaje
Docente y estudiantes conversan	El docente después de leer los materiales de la sesión, reconoce las habilidades a desarrollar en los estudiantes. Posteriormente inicia conversación con algunos de ellos acerca de algún aspecto de la vida real donde se utilizan esas habilidades. Es importante que sea el estudiante participe en los ejemplos. Los estudiantes se agrupan para resolver el caso que proporcionará el docente. Los estudiantes agrupados resuelven el caso de estudio, siguen el procedimiento que indica el docente.	5 min	Pizarra, plumones	Ninguna
Aplicación del caso de estudio	<ul style="list-style-type: none"> - Subrayar y extraer información relevante para entender de que trata el caso (INTERPRETACIÓN) - El grupo de trabajo reconoce los procedimientos matemáticos que realizará para resolver las interrogantes del caso (REPRESENTACIÓN) - Los estudiantes realizan cálculos por separado e intercambian sus procesos de solución (CÁLCULO) - Los estudiantes validan sus resultados (coevaluación) y realizan preguntas al profesor para confirmar sus suposiciones (ANÁLISIS) - Cada grupo expone sus resultados en un papelógrafo (COMUNICACIÓN – ARGUMENTACIÓN) 	85 min	Caso de estudio impreso	Evaluación Formativa
DESARROLLO				
CIERRE	El docente retroalimenta cada uno de los trabajos realizado por cada grupo, discute sus resultados y corrige sus errores. Los estudiantes toman nota de lo expuesto por el docente y presenta nuevamente la solución completa en la próxima sesión.	20 min	Papelógrafo, pizarra, plumones.	Evaluación Formativa.

Unidades 1, 2, 3 Y 4		NOMBRE DE LA UNIDAD: NÚMEROS REALES - PORCENTAJES – ECUACIONES - FUNCIONES		SEMANA: 13	
LOGRO DE UNIDAD		Al finalizar la unidad, el estudiante aplica procedimientos matemáticos y/o estadísticos en el análisis de casos reales o simulados trabajando en equipo.			
LOGRO DE SESIÓN DE CLASE		Al finalizar la sesión, el estudiante aplica las habilidades adquiridas durante las siete primeras semanas de trabajo en un problema de contexto real			
TEMARIO		Evaluación de fórmulas matemáticas, operadores matemáticos, porcentajes, ecuaciones de primer grado, funciones			
Actividad ¿Qué haremos?	Estrategia: ¿Cómo lo haremos?	Tiempo	Materiales y recursos	Tipo de Evaluación y puntaje	
Docente y estudiantes conversan	El docente después de leer los materiales de la sesión, reconoce las habilidades a desarrollar en los estudiantes. Posteriormente inicia conversación con algunos de ellos acerca de algún aspecto de la vida real donde se utilizan esas habilidades. Es importante que sea el estudiante participe en los ejemplos. Los estudiantes se agrupan para resolver el caso que proporcionará el docente.	5 min	Pizarra, plumones	Ninguna	
Aplicación del caso de estudio	Los estudiantes agrupados resuelven el caso de estudio, siguen el procedimiento que indica el docente: - Subrayar y extraer información relevante para entender de que trata el caso (INTERPRETACION) - El grupo de trabajo reconoce los procedimientos matemáticos que realizará para resolver las interrogantes del caso (REPRESENTACION) - Los estudiantes realizan cálculos por separado e intercambian sus procesos de solución (CÁLCULO) - Los estudiantes validan sus resultados (coevaluación) y realizan preguntas al profesor para confirmar sus suposiciones (ANÁLISIS) - Cada grupo expone sus resultados en un papelógrafo (COMUNICACION – ARGUMENTACION)	85 min	Caso de estudio impreso	Evaluación Formativa	
DESARROLLO					
CIERRE	El docente retroalimenta cada uno de los trabajos realizado por cada grupo, discute sus resultados y corrige sus errores. Los estudiantes toman nota de lo expuesto por el docente y presenta nuevamente la solución completa en la próxima sesión.	20 min	Papelógrafo, pizarra, plumones.	Evaluación Formativa.	

Unidades 1, 2, 3, 4 y 5		NOMBRE DE LA UNIDAD: NÚMEROS REALES - PORCENTAJES – ECUACIONES - FUNCIONES		SEMANA: 15	
LOGRO DE UNIDAD		Al finalizar la unidad, el estudiante aplica procedimientos matemáticos y/o estadísticos en el análisis de casos reales o simulados trabajando en equipo.			
LOGRO DE SESIÓN DE CLASE					
Al finalizar la sesión, el estudiante aplica las habilidades adquiridas durante las siete primeras semanas de trabajo en un problema de contexto real					
Evaluación de fórmulas matemáticas, operadores matemáticos, porcentajes, ecuaciones de primer grado, funciones, estadística descriptiva.					
LOGRO DE SESIÓN DE CLASE		TEMARIO		Tipo de Evaluación y puntaje	
Actividad ¿Qué haremos?		Estrategia: ¿Cómo lo haremos?		Materiales y recursos	
Docente y estudiantes conversan		El docente después de leer los materiales de la sesión, reconoce las habilidades a desarrollar en los estudiantes. Posteriormente inicia conversación con algunos de ellos acerca de algún aspecto de la vida real donde se utilizan esas habilidades. Es importante que sea el estudiante participe en los ejemplos. Los estudiantes se agrupan para resolver el caso que proporcionará el docente. Los estudiantes agrupados resuelven el caso de estudio, siguen el procedimiento que indica el docente:		Bibliografía	
Aplicación del caso de estudio		<ul style="list-style-type: none"> - Subrayar y extraer información relevante para entender de que trata el caso (INTERPRETACIÓN) - El grupo de trabajo reconoce los procedimientos matemáticos que realizará para resolver las interrogantes del caso (REPRESENTACIÓN) - Los estudiantes realizan cálculos por separado e intercambian sus procesos de solución (CALCULO) - Los estudiantes validan sus resultados (coevaluación) y realizan preguntas al profesor para confirmar sus suposiciones (ANÁLISIS) - Cada grupo expone sus resultados en un papelógrafo (COMUNICACIÓN – ARGUMENTACIÓN) 		Pizarra, plumones	
DESARROLLO		<ul style="list-style-type: none"> - El grupo de trabajo reconoce los procedimientos matemáticos que realizará para resolver las interrogantes del caso (REPRESENTACIÓN) - Los estudiantes realizan cálculos por separado e intercambian sus procesos de solución (CALCULO) - Los estudiantes validan sus resultados (coevaluación) y realizan preguntas al profesor para confirmar sus suposiciones (ANÁLISIS) - Cada grupo expone sus resultados en un papelógrafo (COMUNICACIÓN – ARGUMENTACIÓN) 		Caso de estudio impreso	
CIERRE		El docente retroalimenta cada uno de los trabajos realizado por cada grupo, discute sus resultados y corrige sus errores. Los estudiantes toman nota de lo expuesto por el docente y presenta nuevamente la solución completa en la próxima sesión.		Papelógrafo, pizarra, plumones.	
				Evaluación Formativa.	