UNIVERSIDAD
DE PIURA

REPOSITORIO INSTITUCIONAL
PIRHUA

CAPÍTULO 18: OBTENCIÓN DE VALORES DE FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS

Dante Guerrero-Chanduví

Piura, 2015

FACULTAD DE INGENIERÍA

Área Departamental de Ingeniería Industrial y de Sistemas

Esta obra está bajo una [licencia Creative Commons Atribución-NoComercial-SinDerivadas 2.5 Perú](#)

Repositorio institucional PIRHUA – Universidad de Piura

UNIVERSIDAD DE PIURA

Capítulo 18: Obtención de Valores de Funciones Trigonómicas

1. Uso de tablas
2. Interpolación lineal
3. Ejemplos

GEOMETRÍA FUNDAMENTAL Y TRIGONOMETRÍA CLASES

CAPITULO XVIII

OBTENCIÓN DE VALORES DE FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS

TRIGONOMETRIA

Esquema

The image shows an open trigonometric table with two pages. The left page is labeled 'A. 2450' and the right page is labeled 'A. 2475'. The table contains numerical values for sine and cosine functions for various angles.

1. USO DE TABLAS
2. INTERPOLACIÓN LINEAL
3. EJEMPLOS

1. USO DE TABLAS.

- Fue **François Viète** (1540-1603) quien dio un sistema único de símbolos algebraicos consecuentemente organizado, gracias al cual resultó por primera vez posible, la expresión de ecuaciones y sus propiedades mediante fórmulas generales.
- Viète** estableció en todo momento, una fuerte conexión entre los trabajos trigonométricos y algebraicos, de forma que de igual manera que se le considera el creador del álgebra lineal, se le podría considerar como uno de los padres del enfoque analítico de la trigonometría, esto es, la goniometría.
- En la elaboración de tablas trabajaron, por ejemplo, **Copérnico** (1473-1543) y **Kepler** (1571,1630). Para hacer más fáciles los cálculos, los matemáticos desarrollaron ciertos procedimientos en los que, el papel fundamental lo jugaban determinadas relaciones trigonométricas, lo que llevó a la confección de numerosas tablas trigonométricas.

1. USO DE TABLAS.

Extracto de una tabla trigonométrica, muestra los 10 primeros grados en radianes, sexagesimales y las funciones sen, cos, tg, csc, sec y cot.

RAD	DEG	SEN	COS	TAN	CSC	SEC	COT	DEG	RAD
.0000	00	.0000	1.0000	.0000	-----	1.0000	-----	90	1.5707
.0175	01	.0175	.9998	.0175	57.2987	1.0002	57.2900	89	1.5533
.0349	02	.0349	.9994	.0349	28.6537	1.0006	28.6363	88	1.5359
.0524	03	.0523	.9986	.0524	19.1073	1.0014	19.0811	87	1.5184
.0698	04	.0698	.9976	.0699	14.3356	1.0024	14.3007	86	1.5010
.0873	05	.0872	.9962	.0875	11.4737	1.0038	11.4301	85	1.4835
.1047	06	.1045	.9945	.1051	9.5668	1.0055	9.5144	84	1.4661
.1222	07	.1219	.9925	.1228	8.2055	1.0075	8.1443	83	1.4486
.1396	08	.1392	.9903	.1405	7.1853	1.0098	7.1154	82	1.4312
.1571	09	.1564	.9877	.1584	6.3925	1.0125	6.3138	81	1.4137
.1745	10	.1736	.9848	.1763	5.7588	1.0154	5.6713	80	1.3953
RAD	DEG	COS	SEN	COT	SEC	CSC	TAN	DEG	RAD

1. USO DE TABLAS.

Las tablas que dan las funciones trigonométricas en función del ángulo, y las funciones inversas, se llaman **tablas trigonométricas naturales**.

Como ejemplo: si queremos buscar $\text{sen } 17^\circ 5'$, abrimos unas tablas (como las de Allen-Baldor; por ejemplo) y encontramos:

Sen 17°5' = 0.293762

17° (197°)					(342°) 162°				
'	Sen	Tan	Cot	Cos	'	Sen	Tan	Cot	Cos
0	.29237	.30573	3.2709	.95630	60	.95630	3.2709	.30573	.29237
1	.29265	.30605	3.2675	.95622	59	.95622	3.2675	.30605	.29265
2	.29293	.30637	3.2641	.95613	58	.95613	3.2641	.30637	.29293
3	.29321	.30669	3.2607	.95605	57	.95605	3.2607	.30669	.29321
4	.29348	.30700	3.2573	.95596	56	.95596	3.2573	.30700	.29348
5	.29376	.30732	3.2539	.95588	55	.95588	3.2539	.30732	.29376
6	.29404	.30764	3.2506	.95579	54	.95579	3.2506	.30764	.29404
7	.29432	.30796	3.2472	.95571	53	.95571	3.2472	.30796	.29432

1. USO DE TABLAS.

Si conocemos el seno y queremos hallar el arco, procedemos a la inversa:

Arc sen 0.459166 = 27°20'

Un problema bastante común resulta ser encontrar el valor de una función trigonométrica o el de un ángulo que no está en la tabla.

¿Es posible hallarlo?

¿Cómo hacerlo?

Es necesario proceder a la interpolación.

27° (207°)					(333°)				
'	Sen	Tan	Cot	Cos	'	Sen	Tan	Cot	Cos
0	.45399	.50953	1.9626	.89101	60	.89101	1.9626	.50953	.45399
1	.45425	.50989	1.9612	.89087	59	.89087	1.9612	.50989	.45425
2	.45451	.51026	1.9598	.89074	58	.89074	1.9598	.51026	.45451
3	.45477	.51063	1.9584	.89061	57	.89061	1.9584	.51063	.45477
4	.45503	.51099	1.9570	.89048	56	.89048	1.9570	.51099	.45503
5	.45529	.51136	1.9556	.89035	55	.89035	1.9556	.51136	.45529
6	.45554	.51173	1.9542	.89021	54	.89021	1.9542	.51173	.45554
7	.45580	.51209	1.9528	.89008	53	.89008	1.9528	.51209	.45580
8	.45606	.51246	1.9514	.88995	52	.88995	1.9514	.51246	.45606
9	.45632	.51283	1.9500	.88981	51	.88981	1.9500	.51283	.45632
10	.45658	.51319	1.9486	.88968	50	.88968	1.9486	.51319	.45658
11	.45684	.51356	1.9472	.88955	49	.88955	1.9472	.51356	.45684
12	.45710	.51393	1.9458	.88942	48	.88942	1.9458	.51393	.45710
13	.45736	.51430	1.9444	.88929	47	.88929	1.9444	.51430	.45736
14	.45762	.51467	1.9430	.88916	46	.88916	1.9430	.51467	.45762
15	.45787	.51503	1.9416	.88902	45	.88902	1.9416	.51503	.45787
16	.45813	.51540	1.9402	.88889	44	.88889	1.9402	.51540	.45813
17	.45839	.51577	1.9388	.88876	43	.88876	1.9388	.51577	.45839
18	.45865	.51614	1.9375	.88863	42	.88863	1.9375	.51614	.45865
19	.45891	.51651	1.9361	.88850	41	.88850	1.9361	.51651	.45891
20	.45917	.51688	1.9347	.88837	40	.88837	1.9347	.51688	.45917
21	.45942	.51724	1.9333	.88824	39	.88824	1.9333	.51724	.45942
22	.45968	.51761	1.9319	.88811	38	.88811	1.9319	.51761	.45968

Esquema

1. USO DE TABLAS
2. INTERPOLACIÓN LINEAL
3. EJEMPLOS

2. INTERPOLACIÓN LINEAL

Interpolación es deducir el valor (aproximado) de una función comprendido entre 2 valores conocidos.

Extrapolación, en cambio, es deducir el valor de una función que está fuera del intervalo de valores conocidos.

Ejemplo:

Supongamos que un cerdo para engorde tenía al 1º de enero (mes 1) un peso de 70 Kg; el 1º de junio (mes 6) tenía un peso de 90 Kg; y queremos averiguar cuánto pesaba el 1º de mayo (mes 5).

Lo que podemos hacer es suponer que el cerdo ha ido aumentando su peso en forma lineal (lo mismo cada mes). Por esto a la interpolación que haremos la llamaremos **Interpolación lineal**

2. INTERPOLACIÓN LINEAL

Llamando x_i a la situación inicial, x_f a la final, y x a la situación buscada (intermedia); f_i el valor inicial de la función, f_f el valor final y f el valor intermedio buscado.

$$\frac{f - f_i}{x - x_i} = \frac{f_f - f_i}{x_f - x_i}$$

$$f = f_i + \frac{f_f - f_i}{x_f - x_i}(x - x_i)$$

2. INTERPOLACIÓN LINEAL

Para el caso de nuestro ejemplo, lo que ha aumentado cada mes es:

Probablemente el 1 de mayo pesaba 86 Kg

$$\frac{f_f - f_i}{x_f - x_i} = \frac{90 - 70}{6 - 1} = \frac{20}{5} = 4$$

$$f = f_i + \frac{f_f - f_i}{x_f - x_i}(x - x_i)$$

$$f = 70 + 4(x - 1) = 70 + 4(4) = 86$$

Esquema

1. USO DE TABLAS
2. INTERPOLACIÓN LINEAL
3. EJEMPLOS

3. EJEMPLOS

Averiguar el valor de $15^{\circ}3'4''$

Según tablas (más exactas)

$$\text{Sen } 15^{\circ}3' = 0.259662$$

$$\text{Sen } 15^{\circ}4' = 0.259943$$

$$\text{Diferencia} = 0.000281$$

	15° (195°)			(344°) 164°	
'	Sen	Tan	Cot	Cos	'
0	.25882	.26795	3.7321	.96593	60
1	.25910	.26826	3.7277	.96585	59
2	.25938	.26857	3.7234	.96578	58
3	.25966	.26888	3.7191	.96570	57
4	.25994	.26920	3.7148	.96562	56

La cifra 281 millonésimas es lo que aumenta cada grado la función seno.

Si deseamos saber el incremento por segundo debemos dividir entre 60 segundos, es decir: $281/60$

Dado que nos interesa saber el incremento en los primeros 4 segundos:

$$\frac{281 \times 4''}{60''} = \text{aumento a partir de } \text{sen } 15^{\circ}3' = 18.733$$

Tomamos el valor 19 y lo sumamos a las millonésimas de $\text{sen } 15^{\circ}3'$:

$$\text{Sen } 15^{\circ}3' = 0.259662$$

$$= 0.000019 \rightarrow \text{sen } 15^{\circ}3'4'' = 0.259681$$

3. EJEMPLOS

Averiguar θ tal que $\cos\theta = 0.800000$

Según tablas (más exactas)

$\cos 36^\circ 52' = 0.800034$

$\cos 36^\circ 53' = 0.799859$

Diferencia = - 0.000175

Al aumentar el ángulo disminuye el valor del coseno a razón de 175 millonésimas en 60"

Interesa saber los segundos que originan un decremento 34 :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{175}{60} \text{ ————— } 1'' \\ 34 \text{ ————— } x'' \end{array} \right.$$

$x'' = 34 \times 60 / 175 = 11.6''$

Luego $\theta = \arccos(0.800000) = 36^\circ 52' 11.6''$

36° (216°)				(323°) 143°			
°	Sen	Tan	Cot	Cos	°		
50	.59949	.74900	1.3351	.80038		10	
51	.59972	.74940	1.3343	.80021		9	
52	.59995	.74991	1.3335	.80003		8	
53	.60012	.75037	1.3327	.79986		7	
54	.60042	.75082	1.3319	.79968		6	
55	.60065	.75128	1.3311	.79951		5	
56	.60089	.75173	1.3303	.79934		4	
57	.60112	.75219	1.3295	.79916		3	
58	.60135	.75264	1.3287	.79899		2	
59	.60158	.75310	1.3278	.79881		1	
60	.60182	.75355	1.3270	.79864		0	
°	Cos	Cot	Tan	Sen	°		
126° (306°)				(233°) 53°			

3. EJEMPLOS

Ejemplos propuestos