



# DISEÑO E IMPLEMENTACIÓN DE UN CONTROLADOR PREDICTIVO DE VELOCIDAD PARA UN MOTOR IPM

# Adriano Navarro-Temoche

Piura, febrero de 2019

# FACULTAD DE INGENIERÍA

Departamento de Ingeniería Mecánico-Eléctrica

Navarro, A. (2019). *Diseño e implementación de un controlador predictivo de velocidad para un motor IPM* (Tesis para optar el título de Ingeniero Mecánico-Eléctrico). Universidad de Piura. Facultad de Ingeniería. Programa Académico de Ingeniería Mecánico-Eléctrica. Piura, Perú.





Esta obra está bajo una licencia Creative Commons Atribución-NoComercial-SinDerivar 4.0 Internacional

Repositorio institucional PIRHUA – Universidad de Piura

# UNIVERSIDAD DE PIURA

# FACULTAD DE INGENIERÍA



Diseño e implementación de un controlador predictivo de velocidad para un motor IPM

Tesis para optar el Título de Ingeniero Mecánico-Eléctrico

Adriano Rai Navarro Temoche

Asesor: Dr. Ing. Edilberto Vásquez Díaz

Piura, febrero de 2019

# Prólogo

A inicios del año 2018, realicé mis prácticas preprofesionales en Donostia (País Vasco-España) en el Ceit-IK4, un centro de investigación que me permitió colaborar en un proyecto interno denominado: "Desarrollo de un convertidor DC/AC de alta densidad de potencia empleando semiconductores de Carburo de Silicio".

El proyecto tenía una etapa que consistía en el diseño de un rectificador hexafásico controlado a partir de una máquina síncrona de imanes permanentes, la cual correspondía al área de electrónica de potencia y la que me asignaron como parte de mis prácticas.

Con este trabajo dedicado a la investigación y los conocimientos en control de máquinas, surgió la idea de realizar un inversor trifásico controlado mediante un control predictivo de velocidad alimentando a un motor síncrono de imanes permanentes interiores.

Es importante resaltar el apoyo brindado por parte de la Universidad de Piura que, gracias a mi asesor y otros profesores, la directriz del proyecto fue la indicada para que el resultado del mismo sea el más ambicioso.

Además, cabe destacar que una parte fundamental del proyecto se desarrolló con los conocimientos adquiridos a lo largo de estos 5 años en la universidad, lo que demuestra la calidad de enseñanza que amerita un ingeniero mecánico-eléctrico de nivel.

# Resumen

El trabajo que presentaré a continuación muestra el desarrollo de un convertidor DC/AC trifásico controlado mediante un control predictivo de velocidad teniendo como carga en la salida de las 3 fases, un motor síncrono de imanes permanentes interiores.

Este desarrollo busca controlar el sistema sin optar por los controladores convencionales como lo son el FOC, DTC, V/f, entre otros.

Se ha tomado como carga este tipo de motor ya que las máquinas de imanes permanentes brindan nuevas soluciones a la industria y a las aplicaciones vehiculares como los automóviles híbridos.

Esta tesis se divide en 4 etapas: Marco teórico, Modelado del sistema, Estrategia de Control y Resultados de Simulación. Dichas etapas se desarrollan en los 7 capítulos que engloban toda la información necesaria y los procedimientos realizados para la determinación de este sistema.

Una vez leído todos los capítulos, el lector será capaz de entender términos clave en electrónica de potencia, así como en control de máquinas eléctricas. A la vez, obtendrá conocimientos sobre las herramientas utilizadas para la simulación de este tipo de circuitos y podrá comparar las topologías de control que le permitan tener un resultado más estable y preciso.

# Índice general

Resumen
Índice general
Capítulo 1
Aspectos generales
1.1 Introducción       .1         1.2 Objetivos y alcance       .2         1.3 Estructura del proyecto       .3
Capítulo 2
Modelación matemática del motor trifásico de imanes permanentes
2.1 Transformación de sistemas de coordenadas       5         2.1.1 Transformada de Clark       5         2.1.2 Transformada de Park       7         2.2 Modelo matemático del motor de imanes permanentes       9         2.2.1 Discretización del modelo de motor síncrono       11
Capítulo 3
Control de campo orientado (FOC)
3.1 Modulación por ancho de pulso en espacio vectorial (SVPWM)       17         3.2 Diseño de controladores PI       19         3.2.1 Controladores de corriente       20         3.2.2 Controlador de velocidad       22         3.3 Resumen del capítulo       25
3.1 Modulación por ancho de pulso en espacio vectorial (SVPWM)       17         3.2 Diseño de controladores PI       19         3.2.1 Controladores de corriente       20         3.2.2 Controlador de velocidad       22         3.3 Resumen del capítulo       25         Capítulo 4       26
3.1 Modulación por ancho de pulso en espacio vectorial (SVPWM)       17         3.2 Diseño de controladores PI       19         3.2.1 Controladores de corriente       20         3.2.2 Controlador de velocidad       22         3.3 Resumen del capítulo       25         Capítulo 4       20         Control predictivo de velocidad (PSC)       14
3.1 Modulación por ancho de pulso en espacio vectorial (SVPWM)       17         3.2 Diseño de controladores PI       19         3.2.1 Controladores de corriente       20         3.2.2 Controlador de velocidad       22         3.3 Resumen del capítulo       25         Capítulo 4       25         Control predictivo de velocidad (PSC)       27         4.1 Introducción al control predictivo por modelo       27         4.1.1 Principio de funcionamiento       28         4.1.2 Esquema de control del MPC       29         4.2 Desarrollo del control predictivo de velocidad       29         4.2.1 Esquema del Predictive Speed Control (PSC)       30         4.2.2 Análisis del algoritmo implementado para el PSC       30         4.2.3 Compensación del torque de carga       35
3.1 Modulación por ancho de pulso en espacio vectorial (SVPWM)       17         3.2 Diseño de controladores PI       19         3.2.1 Controladores de corriente       20         3.2.2 Controlador de velocidad       22         3.3 Resumen del capítulo       25         Capítulo 4       25         Control predictivo de velocidad (PSC)       27         4.1 Introducción al control predictivo por modelo.       27         4.1.1 Principio de funcionamiento.       28         4.1.2 Esquema de control del MPC       29         4.2 Desarrollo del control predictivo de velocidad       29         4.2.1 Esquema del Predictive Speed Control (PSC)       30         4.2.2 Análisis del algoritmo implementado para el PSC       30         4.2.3 Compensación del torque de carga       35         4.3 Diseño de Función Costo       36

4.3.3 Torque máximo por Ampere	
4.4 Resumen del capítulo	
1	

# Capítulo 5

Filtro	extendido	de Kalman	(EKF)
--------	-----------	-----------	-------

5.1 Diseño del filtro extendido de Kalman	41
5.1.1 Cálculo de parámetros	43
5.1.1.1 Predicción de estado $xk + 1$	43
5.1.1.2 Matriz Fk	47
5.1.1.3 Matriz C	47
5.1.1.4 Matrices <i>Q</i> y <i>Re</i>	48
5.2 Representación del EKF	49
5.3 Resumen del capítulo	50

# Capítulo 6

Simulación y Resultados

6.1 Motor PMSM	51
6.2 Comportamiento del control en campo orientado	53
6.2.1 Simulación a diferente torque de carga	54
6.2.2 Simulación a diferente velocidad angular de salida	57
6.2.3 Resumen de resultados para el FOC	61
6.3 Comportamiento del control predictivo de velocidad	61
6.3.1 Representación en Simulink + PLECS Blockset	61
6.3.2 Simulación a velocidad constante	64
6.3.3 Simulación a velocidad variable	66
6.3.4 Resumen de resultados para el PSC	69
6.4 Análisis de gráficas entre FOC y PSC	70
6.5 Resumen del capítulo	74

# Capítulo 7

Conclusiones y	Trabajo	futuro
----------------	---------	--------

7.1 Conclusiones del proyecto	75
7.2 Trabajo futuro	
Bibliografía	
Apéndices	
Anexos	

# Capítulo 1

# **Aspectos generales**

En el presente capítulo se introducirá el proyecto que se ha realizado. Luego, se especificarán los objetivos y el alcance del trabajo; así como se establecerá la estructura del proyecto de acuerdo con los capítulos presentados posteriormente.

#### 1.1 Introducción

En la actualidad, los sistemas controlados son importantes en todos los ámbitos de la industria pues cada sector busca optimizar sus procesos forzando el comportamiento natural del sistema.

Esta búsqueda ha llevado a desarrollar múltiples estrategias de control, una de estas es el control predictivo que, si bien tenía un tiempo ya desarrollada, recién está retomándose para nuevas aplicaciones pues se obtienen resultados muy prometedores ahora que la tecnología puede ser capaz de leer datos a una velocidad muy alta.

El control predictivo causa interés entre los estudiosos de la materia ya que se trabaja directamente con las ecuaciones propias del modelo que se pretende controlar, optimizando el sistema en cada tiempo de muestreo.

Un ejemplo de esta búsqueda por mejorar el comportamiento de señales son los controladores de velocidad de motores eléctricos. Los motores son muy comunes en todo tipo de aplicaciones, al ser tan utilizados se pretende incrementar la manipulación de su velocidad sin realizar daños a la máquina.

En otras partes del mundo como Europa, Asia, Norteamérica y parte de Sudamérica, se ha optado por usar este tipo de control predictivo en motores eléctricos, obteniendo así resultados tan buenos que ha puesto en duda el uso de controladores estándar como el control en campo orientado (FOC) para variar la frecuencia y, por lo tanto, la velocidad del motor.

Por otra parte, dentro de la clasificación de los motores eléctricos, existe un tipo de motor síncrono que no utiliza devanados en el rotor sino imanes permanentes; estos imanes pueden encontrarse dentro o fuera del rotor de acuerdo con las necesidades del sistema.

En nuestro país, el uso de los motores de imanes permanentes interiores (dentro del rotor) no es muy conocido ya que no existen las aplicaciones donde se pueda implementar como sí ocurre en otras partes del mundo. Un ejemplo de esto son los vehículos eléctricos cuya vía de investigación es una de las más relevantes en el ámbito de control de potencia; es por esto que al no tener aplicaciones innovadoras no se utiliza este tipo de motores, sino que se opta por los convencionales.

Ante esta necesidad de entablar una conexión entre un control con prestaciones tan importantes como el control predictivo y la introducción de este tipo de motor con imanes, se ha planteado este proyecto con la finalidad de utilizar este trabajo como base para la inclusión de aplicaciones innovadoras en nuestro país que incluyan este tipo de motores con controles sofisticados.

# 1.2 Objetivos y alcance

Como objetivo principal se pretende realizar un control predictivo de velocidad a un motor de imanes permanentes interiores cuya aplicación se vea determinada de acuerdo con la potencia del motor IPM que se escoja para controlar.

A la vez, se plantean como objetivos secundarios:

- Definir un controlador versátil que permita controlar cualquier motor de imanes permanentes interiores únicamente variando los parámetros que se obtienen de la ficha técnica de cada motor.
- Dar a conocer la utilidad de los motores IPM para la industria de nuestro país y su gran potencial para aplicaciones innovadoras.
- Demostrar, desde el punto de vista de la electrónica de potencia, el porqué actualmente se está optando por la implementación del control predictivo en todos los ámbitos de la industria.
- Diseñar la estructura del controlador de una manera lógica y concisa que ayude a controlar de una forma más robusta el accionar de la señal frente a los disturbios.

Por otra parte, el alcance del proyecto implica el desarrollo del sistema en una plataforma de simulación, con una estructura estudiada y coherente del conjunto Alimentación-Variador de frecuencia-Motor. Asimismo, se realizarán pruebas para validar dicho controlador pues es la forma más concreta de comparar los resultados obtenidos.

Con respecto a la gestión de alcance del proyecto, se realizarán los siguientes procedimientos con la finalidad de desarrollar adecuadamente la estrategia de control predictivo de velocidad para este tipo de motores síncronos:

- Tener conocimiento de las estructuras más recientes de acuerdo con el tema de este proyecto, investigando en portales de revistas científicas y trabajos de electrónica de potencia realizados en universidades.
- Saber utilizar las herramientas de simulación para así no tener inconvenientes al momento de validar el controlador.
- Estudiar los conceptos básicos de los diferentes componentes que incluye esta estrategia de control tales como modulación por ancho de pulso, ecuaciones representadas en variables de estado, ecuaciones del motor, discretización de modelos matemáticos, entre otros.

## 1.3 Estructura del proyecto

La estructura que seguirá el trabajo consta de 7 capítulos, los cuales son ordenados con la finalidad de que el lector pueda aprender con conocimientos básicos la forma de controlar un motor.

El Capítulo 1 busca establecer los estados del trabajo para mantener un orden al momento de realizarlo. Aquí se plantean los objetivos y el alcance; así como la descripción del problema.

En el Capítulo 2 se introducirán conceptos previos como las transformadas a ejes alternativos, que sirvan como base para entender el modelado del motor de imanes permanentes. A la vez, se estudiará la manera de discretizar estas ecuaciones de motor para implementarlas en el controlador.

El Capítulo 3 formula un control en campo orientado para este mismo sistema con la finalidad de poder realizar una comparación posteriormente con nuestro control predictivo.

En el Capítulo 4 se realiza un planteamiento ampliamente detallado de los conceptos básicos, el diseño, criterios y limitaciones del controlador predictivo de velocidad que se desarrollará en este trabajo.

En el Capítulo 5 se estudia el uso del filtro extendido de Kalman en el controlador predictivo, así como la importancia de su diseño en la estimación de parámetros dentro del sistema.

El Capítulo 6 muestra los resultados obtenidos de las simulaciones para ambos controladores, los cuales sirven para analizar el comportamiento en ciertos casos de prueba. Las principales variables graficadas son la velocidad estimada y las corrientes de entrada al controlador.

El Capítulo 7 expone las conclusiones del trabajo realizado y las mejoras que se le pueden implementar al proyecto si es que se pretende continuar con la línea de investigación.

Por último, el trabajo viene complementado con la bibliografía utilizada y los anexos donde se muestran los códigos resultantes del trabajo.

# Capítulo 2

# Modelación matemática del motor trifásico de imanes permanentes

En este capítulo se modelará una máquina trifásica síncrona de imanes permanentes interiores teniendo en cuenta sus principios básicos y las transformaciones necesarias para facilitar el diseño y el desarrollo en las simulaciones.

## 2.1 Transformación de sistemas de coordenadas

Las ecuaciones que definen los comportamientos de las tensiones, corrientes, velocidad y torque del motor están en función del tiempo, y son ecuaciones diferenciales que aumentan la complejidad según el tipo de aproximación que se desee obtener del comportamiento dinámico del motor. Es por este motivo que se suele realizar un cambio de variables eliminando así la dependencia del tiempo.

El cambio de variables se realiza pasando a través de dos transformaciones, la transformación de Clark y la transformación de Park. Este cambio básicamente consiste en referenciar las variables de un sistema trifásico a un marco de referencia compuesto por dos ejes ortogonales ya sean fijos o que giran a una velocidad síncrona, en el caso de las máquinas de imanes permanentes, con un determinado sentido de giro, permitiendo disminuir la complejidad del sistema de ecuaciones [1]–[4].

### 2.1.1 Transformada de Clark

Esta transformación consiste en la proyección del sistema trifásico a un marco de referencia ortogonal fijo o estático  $\alpha$ - $\beta$ .



*Fig. 1 Representación de la transformada de Clark Fuente: "Park, Inverse Park And Clarke, Inverse Clarke Software, Transformations MSS Implementation"* 

Para construir la forma matricial de la transformada se necesita asumir que la componente  $\alpha$  y la componente A del sistema trifásico tengan la misma dirección ya que de esta manera no habrá desfase entra la transformación y, por ende, se evita la construcción de las matrices con un ángulo  $\theta$ . Por lo tanto, de acuerdo con la Fig. 1, se establecen las matrices, asumiendo un  $\theta = 0$ :

$$\begin{bmatrix} i_{\alpha} \\ i_{\beta} \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{a} \\ i_{b} \\ i_{c} \end{bmatrix}$$

Del mismo modo, se grafican las señales tanto de entrada como salida para la transformación de Clark:



Fuente: Elaboración propia



**Fig. 3** Señal de salida de la transformada de Clark.  $\alpha$ (rojo),  $\beta$ (azul) **Fuente:** Elaboración propia

En la Fig. 2 se muestra la entrada trifásica que posteriormente será proyectada en el marco de referencia estático y cuya salida se muestra en la Fig. 3 donde se observa cómo la componente  $\alpha$ , se encuentra con un adelanto de 90° eléctricos con respecto a  $\beta$ , comprobándose así el esquema de los ejes  $\alpha$ - $\beta$  que se mostraba en la Fig. 1.

Por otra parte, si se requiere volver del sistema  $\alpha$ - $\beta$  al sistema trifásico, se efectúa la transformada inversa de Clark, definida con la siguiente matriz:

$$\begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix}$$

## 2.1.2 Transformada de Park

En el caso de las máquinas síncronas, la transformada de Park puede representarse como dos vectores ortogonales que giran a la misma velocidad que el sistema trifásico proyectado.[5][6]

A la vez, se define como la proyección del marco de referencia fijo  $\alpha$ - $\beta$  a los ejes rotativos que giran a la misma velocidad de la máquina síncrona.



**Fig. 4** Representación de ejes  $\alpha$ - $\beta$  y d-q **Fuente:** "Park, Inverse Park And Clarke, Inverse Clarke Software, Transformations MSS Implementation"

A partir de la representación de la Fig. 4, se establece la forma matricial de esta transformada:

$$\begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix}$$

Entonces, la transformada de Park tiene como entrada las señales de las componentes estáticas (Fig. 2) y como salida, las señales de las componentes giratorias del sistema, como se muestra en la Fig. 5.



De la misma forma, si se requiere regresar de las componentes rotativas a las componentes estáticas, se aplica la transformada inversa de Park, la cual viene definida en forma matricial:

$$\begin{bmatrix} i_{\alpha} \\ i_{\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{d} \\ i_{q} \end{bmatrix}$$

#### Transformación adicional

Existe otra variación en estas transformaciones, la cual establece directamente como parámetros de entrada las componentes trifásicas y como salida, las componentes del marco rotativo. Esta variación se define en forma matricial de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ -\sin(\theta) & -\sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta + \frac{2\pi}{3}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix}$$

A estos dos nuevos ejes creados por la conversión, se le denomina componente de eje directo y componente de eje de cuadratura a  $i_d$  e  $i_q$  respectivamente. La razón por que se denominan de esta forma es porque la componente en el eje d es responsable del manejo del flujo, mientras que el eje q, del manejo del torque.

En la Fig. 5 se observa las señales después de la transformación. Estas son constantes ya que como se ha mencionado anteriormente, van a la misma velocidad que el sistema trifásico, esto causa que los ejes rotativos adquieran valores constantes.

Cabe resaltar que, en este caso, se ha simulado de manera ideal ya que, si se implementa esta transformación en un circuito de potencia, las corrientes o tensiones que se transformen no serán totalmente sinusoidales a la entrada y, por tanto, no serán completamente constantes a la salida.

#### 2.2 Modelo matemático del motor de imanes permanentes

Para empezar a modelar esta máquina eléctrica, se necesita hacer un conjunto de suposiciones que nos permitan definir hasta qué punto se está modelando de acuerdo con una máquina real. De esta forma, evitando no entrar en complicaciones con este sistema, simularemos a partir de un modelo con los principios básicos de un motor AC, el cual se basa en un acoplamiento entre el estator y el rotor.

La máquina síncrona de imanes permanentes (PMSM) es una máquina síncrona de AC cuya excitación de campo es proporcionada por imanes permanentes y cuya onda es sinusoidal. Puede actuar ya sea en modo MOTOR o en modo GENERADOR.

Con imanes permanentes, el PMSM en modo motor puede generar una mayor densidad de par frente a motores de inducción de AC (ACIM).

Las PMSM se pueden distinguir, como se muestra en la Fig. 6 [7], sobre la base de colocaciones de imanes permanentes sobre el rotor.



*Fig. 6* a) *PMSM con polos salientes. b) PMSM con polos interiores* **Fuente:** "Extending mathematical model of permanent magnet synchronous motors in alpha-beta coordinate system for EKF"

Para máquinas de alta densidad de potencia se montan imanes permanentes en la superficie, mientras que la configuración del imán interior es destinada para aplicaciones de alta velocidad.

Del mismo modo, encontramos las principales ecuaciones para modelar una máquina de imanes permanentes teniendo en cuenta los principios básicos de funcionamiento [8]–[13]. Estas ecuaciones son desarrolladas sin importar que la máquina se utilice como generador o motor. Sin embargo, sí se tiene en cuenta la posición de los imanes permanentes ya que según dónde se encuentren se puede diferenciar entre imanes permanentes interiores o exteriores.

En este proyecto se desarrollará el modelado de una máquina de imanes permanentes interiores, la cual se diferencia de los exteriores ya que las inductancias de este último, en el marco de referencia rotativo d-q, son iguales; mientras que, en la máquina de imanes interiores, no lo son.

Las ecuaciones para modelar una PMSM:

$$u_a = Ri_a + p\lambda_a + \omega_r \lambda_d \tag{2.1}$$

$$\iota_d = Ri_d + p\lambda_d - \omega_r \lambda_q \tag{2.2}$$

$$\lambda_d = L_d i_d + \lambda_{PM} \tag{2.3}$$

$$\lambda_q = L_q i_q \tag{2.4}$$

Reemplazando  $\lambda_d$ ,  $\lambda_q$  en  $u_q$  y  $u_d$ :

$$u_q = Ri_q + L_q \frac{di_q}{dt} + \omega_r (L_d i_d + \lambda_{PM})$$
(2.5)

$$u_d = Ri_d + L_d \frac{at_d}{dt} - \omega_r L_q i_q \tag{2.6}$$

Donde,

 $\omega_r$  es la velocidad angular eléctrica.  $\omega_{mec}$  es la velocidad angular mecánica.  $\lambda_{PM}$  es el flujo de imán permanente  $L_d$ ,  $L_q$  son inductancias en el marco de referencia rotativo d-q.

Según [14], el torque electromotriz se define:

$$T_e = \frac{3}{2} * p(\lambda_d i_q - \lambda_q i_d)$$
(2.7)

$$T_e = \frac{3}{2} * p(\lambda_{PM} i_q - (L_q - L_d) i_q i_d)$$
(2.8)

Teniendo en cuenta el diseño mecánico de la máquina, se establece que el torque electromotriz es igual:

$$T_e = J_{motor} \frac{d\omega}{dt} + T_m + B_m \omega_m \tag{2.9}$$

$$\frac{d\omega_m}{dt} = \frac{1}{J} \left( T_e - B_m \omega_m - T_m \right) \tag{2.10}$$

Donde,

*J* es la inercia. *p* es el par de polos.  $B_m = B$  es el coeficiente de fricción viscosa.

## 2.2.1 Discretización del modelo de motor síncrono

Para el posterior uso en el control predictivo que se desarrollará en capítulos siguientes, es necesario discretizar las ecuaciones del motor síncrono de imanes permanentes interiores (IPMSM) vistas en la sección anterior.

De acuerdo con [15], se debe determinar el modelo en tiempo discreto del sistema para luego poder realizar el control predictivo.

Esta clase de sistemas se pueden representar por un modelo lineal con limitaciones que se pueden realizar offline. El modelo lineal propuesto tiene escogidas correctamente las variables de estado.

La representación "state-space" o también llamado ecuaciones de estado, es el paso previo para discretizar el modelo del motor. Se define un modelo explícito usando variables de estado en tiempo discreto con la siguiente estructura:

x(k + 1) = Ax(k) + Bu(k)y(k) = Cx(k) + Du(k)

Por este motivo, se desarrolla la estructura que deben seguir las ecuaciones (2.1)-(2.10):

$$\frac{d}{dt}x(t) = g(x(t), u(t))$$
(2.11)

Siendo x el vector estado:

$$x = [i_d \ i_q \ \omega_r]^T$$

Y la señal de entrada, un vector de voltaje bidimensional:

$$u = [u_d \ u_q]^T.$$

Entonces, el modelo continuo "state-space" para el motor PMSM se define a partir de las siguientes matrices:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{d}(t) \\ i_{q}(t) \\ \omega(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R}{L_{d}} & \frac{L_{q}}{L_{d}}\omega(t) & 0 \\ 0 & -\frac{R}{L_{q}} & -\frac{(L_{d}i_{d}(t)+\lambda_{PM})}{L_{q}} \\ 0 & \frac{1.5p^{2}}{J_{eq}}(\lambda_{PM} - (L_{q} - L_{d})i_{d}(t)) & -\frac{B}{J_{eq}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{d}(t) \\ i_{q}(t) \\ \omega(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_{d}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_{q}} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{P}{J_{eq}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{d}(t) \\ u_{q}(t) \\ T_{L} \end{bmatrix}$$
(2.12)

Donde,

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{R}{L_d} & \frac{L_q}{L_d}\omega(t) & 0\\ 0 & -\frac{R}{L_q} & -\frac{(L_d i_d(t) + \lambda_{PM})}{L_q}\\ 0 & \frac{1.5p^2}{J_{eq}}(\lambda_{PM} - (L_q - L_d)i_d(t)) & -\frac{B}{J_{eq}} \end{bmatrix}$$
$$B = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_d} & 0 & 0\\ 0 & \frac{1}{L_q} & -\frac{p}{J_{eq}}\\ 0 & 0 & -\frac{1}{J_{eq}} \end{bmatrix}$$

Por tanto, la representación en variables de estado concluye de la siguiente forma:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_d(t) \\ i_q(t) \\ \omega(t) \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} i_d(t) \\ i_q(t) \\ \omega(t) \end{bmatrix} + B \begin{bmatrix} u_d(t) \\ u_q(t) \\ T_L \end{bmatrix}$$

Para predecir la corriente en el  $t_{k+1}$ , se debe medir la posición, velocidad y corrientes en el tiempo k; así como, es necesario implementar un modelo discreto del motor. Por este motivo, se aplica el método de Euler modificado:

$$\frac{dx}{dt} = h(x(k), u(k))$$
(2.13)

#### Predictora:

$$\hat{x}(k+1) = x(k) + T_s * h(x(k), u(k))$$
(2.14)

Correctora:

$$x(k+1) = x(k) + \frac{T_s}{2} * \left(h(\hat{x}(k+1), u(k)) + h(x(k), u(k))\right)$$
(2.15)

Por lo tanto,

$$\begin{bmatrix} \hat{t}_{d}(k+1) \\ \hat{t}_{q}(k+1) \\ \hat{\omega}(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - \frac{R}{L_{d}}T_{s} & \frac{L_{q}\omega(k)}{L_{d}}T_{s} & 0 \\ 0 & 1 - \frac{R}{L_{q}}T_{s} & -\frac{(L_{d}i_{d}(k)+\lambda_{PM})}{L_{q}}T_{s} \\ 0 & \frac{1.5p^{2}}{J_{eq}}\left(\lambda_{PM} - (L_{q} - L_{d})i_{d}(k)\right)T_{s} & 1 - \frac{B}{J_{eq}}T_{s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{d}(k) \\ i_{q}(k) \\ \omega(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_{d}}T_{s} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_{q}}T_{s} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{T_{s}}{J_{eq}}*p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{d}(k) \\ u_{q}(k) \\ T_{L} \end{bmatrix}$$
(2.16)

Donde,

 $J_{eq}$  es la inercia equivalente del motor.  $\omega$  es la velocidad angular eléctrica.

De la matriz antes expresada, obtendremos las ecuaciones predictoras:

El modelo en tiempo discreto se debe expresar de la siguiente forma:

$$\hat{t}_{d}(k+1) = \left(1 - \frac{R}{L_{d}}T_{s}\right) * i_{d}(k) + \frac{L_{q}\omega(k)}{L_{d}}T_{s} * i_{q}(k) + \frac{1}{L_{d}}T_{s} * u_{d}(k)$$
(2.17)

$$\hat{\iota}_{q}(k+1) = \left(1 - \frac{R}{L_{q}}T_{s}\right) * i_{q}(k) - \frac{(L_{d}i_{d}(k) + \lambda_{PM})}{L_{q}}T_{s} * \omega(k) + \frac{1}{L_{q}}T_{s} * u_{q}(k)$$
(2.18)

$$\widehat{\omega}(k+1) = \frac{1.5p^2}{J_{eq}} \left( \lambda_{PM} - \left( L_q - L_d \right) i_d(k) \right) * T_s * i_q(k) + \left( 1 - \frac{B}{J_{eq}} T_s \right) * \omega(k) - \frac{T_s * p}{J_{eq}} * T_L \quad (2.19)$$

Entonces, las ecuaciones correctoras quedan definidas:

$$i_{d}(k+1) = i_{d}(k) + \frac{T_{s}}{2} * \left( -\frac{R}{L_{d}} * i_{d}(k) + \frac{L_{q}\omega(k)}{L_{d}} * i_{q}(k) + \frac{u_{d}(k)}{L_{d}} \right) + \frac{T_{s}}{2} * \left( -\frac{R}{L_{d}} * \hat{i_{d}}(k+1) + \frac{L_{q}*\hat{\omega}(k+1)}{L_{d}} * \hat{i_{q}}(k+1) + \frac{u_{d}(k)}{L_{d}} \right)$$
(2.20)

$$i_{q}(k+1) = i_{q}(k) + \frac{T_{s}}{2} * \left( -\frac{R}{L_{q}} * i_{q}(k) - \frac{(L_{d}i_{d}(k) + \lambda_{PM})}{L_{q}} * \omega(k) + \frac{u_{q}(k)}{L_{q}} \right) + \frac{T_{s}}{2} * \left( -\frac{R}{L_{q}} * \hat{\iota_{q}}(k+1) - \frac{(L_{d}\widehat{\iota_{d}}(k+1) + \lambda_{PM})}{L_{q}} * \widehat{\omega}(k+1) + \frac{u_{q}(k)}{L_{q}} \right)$$
(2.21)

$$\omega(k+1) = \omega(k) + \frac{T_s}{2} * \left(\frac{1.5p^2}{J_{eq}} \left(\lambda_{PM} - \left(L_q - L_d\right)i_d(k)\right) * i_q(k) - \frac{B}{J_{eq}} * \omega(k) - \frac{p * T_L}{J_{eq}}\right)$$

$$+\frac{T_s}{2} * \left(\frac{1.5p^2}{J_{eq}} \left(\lambda_{PM} - \left(L_q - L_d\right) * \hat{\iota_d}(k+1)\right) * \hat{\iota_q}(k+1) - \frac{B}{J_{eq}} * \hat{\omega}(k+1) - \frac{p * T_L}{J_{eq}}\right)$$
(2.22)

Una vez obtenida la discretización del modelo de imanes permanentes, este se puede aplicar en el control predictivo por modelo el cual tendrá como parámetro de referencia la velocidad.

# Capítulo 3

# Control de campo orientado (FOC)

En este capítulo se desarrollará un control de campo orientado (FOC) para el motor de imanes permanentes interiores. Este tipo de control es una de las topologías clásicas para controlar máquinas AC. Se conceptualizarán principios como la técnica Space Vector Modulation, modelo de inversor y controladores PI, los cuales son estructuras fundamentales en el FOC.

Esta estrategia de control es implementada en el proyecto con la finalidad de validar el comportamiento del control predictivo que se tiene como objetivo en este plan de tesis.

Como sabemos, los dos controles con alto "performance" de control para una PMSM son el Direct torque control (DTC) y el FOC. Estos controladores tienen distinto principio de operación, pero con el mismo resultado, por lo que ambos han sido implementados satisfactoriamente en la industria.

La Tabla I caracteriza los esquemas de control de ambos controles teniendo en cuenta la robustez, dinámica y sensibilidad de parámetros que se representa en cada topología.

	FOC	DTC
Sensor de velocidad	Necesario	No necesario
Robustez	Robusto	Robusto
Sensibilidad de	Cranda	Dromadia
parámetros	Grande	FIOIneulo
Dinámica	Alta	Alta
Comportamiento de	Duana	Malo
bajada de velocidad	Bueno	Maio
Control	PWM	PWM no
Colltrol	necesario	necesario

Tabla I Comparación entre esquemas de control DTC y FOC

Fuente: Elaboración propia

En [16] se comparan estas 2 estrategias considerando varios criterios como las características básicas de control, el comportamiento estático y dinámico y la complejidad al momento de la implementación, llegándose a la conclusión de que, pese a encontrarse muy parejos en las comparaciones, el orden vectorial es mejor y las respuestas son más rápidas con el DTC.

Sin embargo, en este proyecto se utilizará el FOC ya que nos permite tener mayor facilidad para controlar la velocidad. El control de campo orientado que se desarrollará tendrá como referencia de control a la velocidad síncrona a partir de controladores PI y de modulaciones por ancho de pulso.

El principio fundamental del FOC se basa en que este usa el marco de referencia rotativo d-q para establecer un control independiente del torque eléctrico y de la magnitud de flujo a partir de las corrientes  $i_d$  e  $i_q$  respectivamente.

La estructura general de un FOC para un motor de imanes permanentes interiores viene expresada en la **Fig. 7**:



*Fig. 7 Esquema del control en campo orientado implementado* **Fuente:** Elaboración propia

Como se observa, la estrategia de control se basa en medir el valor de las corrientes trifásicas provenientes de la línea inversor-motor para convertirlas al marco de referencia rotativo. Estas señales de corriente  $i_d$  e  $i_q$  serán restadas con sus referencias, las cuales atravesarán un control PI para pasar a ser voltajes de referencia  $V_d^*$  y  $V_q^*$ .

Las referencias a las que son comparadas las corrientes en marco rotativo se obtienen de dos maneras. Con respecto a la referencia del eje "q", esta resulta de la salida de un controlador PI de velocidad el cual tiene como entrada el error entre la velocidad de referencia y la velocidad medida del motor.

Con estos voltajes  $V_d^*$  y  $V_q^*$  se transforman al sistema de referencia  $\alpha$ - $\beta$  ya que se le aplicará la técnica "Space Vector Modulation" (SVM) para controlar el inversor trifásico a través de pulsos.

La técnica SVM y el diseño de los controladores son explicados con detalle en los siguientes apartados de este capítulo.

#### 3.1 Modulación por ancho de pulso en espacio vectorial (SVPWM)

Existen diferentes técnicas de modulación por ancho de pulso (PWM) que han sido estudiadas en [2], [17]–[23]. Las más comunes de este tipo de modulación es la sinusoidal (SPWM) y por espacio vectorial (SVPWM).

El Space Vector Modulation (SVPWM) es la mejor técnica computacional PWM para sistemas trifásicos ya que a diferencia de un Sinusoidal PWM (SPWM), este proporciona menos distorsión armónica (THD) y mejor factor de potencia (PF).

Esta técnica trabaja principalmente con los semiconductores de potencia superiores ya que, para los inferiores, simplemente, invierte la señal de los superiores.

Para obtener los vectores espaciales, se definen los estados de conmutación de los interruptores los cuales representan la operación de cada fase del inversor. La cantidad de estados de conmutación está dada por  $n^3$  donde n es el número de niveles. Por lo tanto, se deduce que el sistema posee 8 estados de conmutación al ser un inversor de 3 niveles.

De estos 8 estados, seis nos darían un voltaje de salida diferente de cero. Los dos restantes son vectores cero que representan el corto circuito de los interruptores superiores o inferiores del inversor.

En la Fig. 8, se tiene los 8 posibles estados de conmutación donde cada uno de los interruptores solo puede estar en estado lógico 0 (abierto) y 1 (cerrado).



*Fig. 8 Estados de conmutación del SVPWM* **Fuente:** "Park, Inverse Park And Clarke, Inverse Clarke Software, Transformations MSS Implementation"

Además, la Tabla II nos define los estados representados para los 3 interruptores superiores en un sistema trifásico.

Vectores	Interruptores		
Directores Fijos	<b>S</b> 1	<b>S</b> 2	<b>S</b> 3
$V_0$	0	0	0
$V_1$	1	0	0
$V_2$	1	1	0
$V_3$	0	1	0
$V_4$	0	1	1
$V_5$	0	0	1
$V_6$	1	0	1
$V_7$	1	1	1

Tabla II Estados de interruptores para un sistema trifásico

Fuente: Elaboración propia

Conociendo los estados de conmutación para este sistema, se deben representar los vectores complejos de voltaje. En la **Fig. 9**, se muestra que los vectores activos son marcados del 1 al 6 dividiendo el plano en 6 sectores separados en un ángulo de 60°, para cubrir un espacio de 360° en partes iguales, teniendo como amplitud máxima el máximo voltaje que el inversor puede entregar  $\frac{2}{3}V_{DC}$ . Por otra parte, los vectores cero están posicionados en el centro del hexágono.



Fuente: "Park, Inverse Park And Clarke, Inverse Clarke Software, Transformations MSS Implementation"

Po otro lado, el vector de referencia  $U^*$  actúa como vector de conmutación, es decir que cuantos más vectores de conmutación intermediarios se generen entre los vectores directores, más sinusoidal es la onda de salida y así se obtendrá una menor distorsión armónica. Para generar los vectores intermedios antes mencionados y obtener la salida sinusoidal,  $U^*$  debe conmutar entre dos vectores activos y un vector nulo.

Existen varios tipos de secuencia que se pueden implementar; sin embargo, la secuencia seleccionada debe asegurar que los voltajes tengan simetría de cuarto de onda para reducir armónicas impares en sus espectros.

La secuencia más eficiente es la Alternating Zero Vector Sequence ya que prioriza la reducción en las pérdidas por conmutación, las cuales se minimizan si el vector nulo es el último en cada intervalo y entre dos intervalos consecutivos se alternan  $V_7$  a  $V_0$ .



Fuente: "Voltage Oriented Control of Three-Phase Boost PWM Converters"

Como muestra la **Fig. 10**, la secuencia consiste en que cada rama debe cambiar su estado solo una vez en el periodo de conmutación. Esto solo se logra aplicando primero un vector de estado cero durante  $\frac{1}{4}$  total de su tiempo de aplicación; seguido de dos vectores adyacentes directores aplicados durante la mitad de su tiempo de aplicación. Después se vuelve a aplicar el vector cero durante un  $\frac{1}{4}$  total de su tiempo de aplicación. Todo esto en medio periodo de conmutación *Ts*. La siguiente mitad del periodo de conmutación es el espejo de la primera mitad.

Por último, los pulsos obtenidos de acuerdo a la secuencia predeterminada ingresan al inversor trifásico, culminando así la modulación por ancho de pulso. En la **Fig. 11** se muestra el ingreso de estos pulsos a los semiconductores de potencia del inversor.



Fig. 11 Ingreso de estados en inversor trifásico Fuente: Elaboración propia

## 3.2 Diseño de controladores PI

Las ecuaciones del modelado de una PMSM definidas en las ecuaciones (2.5) y (2.6) pueden ser expresadas en términos de Laplace:

$$u_d(s) = (sL_d + R_s)i_d(s) - \omega_r L_q i_q(s)$$
(3.1)

$$u_q(s) = (R_s + sL_q)i_q(s) + \omega_r(L_d i_d(s) + \lambda_{PM})$$
(3.2)

Se comprueba que el segundo término de cada ecuación expresada es el término de la fuerza contraelectromotriz inducido por las corrientes de eje opuesto. Debido a esto, el lazo de corriente para "d" y "q" no son independientes.

Con la finalidad de superar esta dificultad, se opta por desacoplar el término de la fuerza contraelectromotriz y agregarlo al lazo de control como un disturbio, con el mismo valor, pero con signo opuesto al término que se encuentra en el modelo del motor.

#### 3.2.1 Controladores de corriente

El proceso de diseño para los controladores de corriente del eje "q" y el eje "d" es el mismo. Por lo tanto, solo se explicará con detalle el proceso de diseño para el controlador de corriente en el eje "q".

Entonces, una vez desacoplado, el lazo queda expresado como lo muestra la Fig. 12:



*Fig. 12 Lazo de control en corriente iq* **Fuente:** Elaboración propia

Teniendo en cuenta que el sistema ahora posee términos desacoplados, el controlador se modelará en forma discreta y se puede representar como lo muestra la **Fig. 13**.



Fig. 13 Modelo discreto para el controlador de corriente iq Fuente: Elaboración propia

En la Fig. 13, D(z) es la función de transferencia discreta para el controlador PI, teniendo la siguiente forma:

$$D(z) = K_p + \frac{K_i}{1 - z^{-1}} = \frac{(K_p + K_i)(z - \frac{K_p}{K_p + K_i})}{(z - 1)}$$
(3.3)

Donde  $K_p$  y  $K_i$  son la constante proporcional y la integral respectivamente.

A la vez, el retardo de un tiempo de muestreo es representado por  $z^{-1}$  y expresa el retardo en el tiempo de computación en sistemas digitales.

Del mismo modo, G(z) representa la función de transferencia discreta para la máquina acompañado con un ZOH. Esta función se obtiene:

$$G(z) = (1 - z^{-1}) * Z_{trans} \left\{ \frac{G(s)}{s} \right\}$$
(3.4)

Donde G(s) es la función de transferencia de la máquina en el dominio de Laplace:

$$G(s) = \frac{1}{L_q s + R_s} \tag{3.5}$$

Entonces, sustituyendo (3.5) en (3.4) resulta:

$$G(z) = (1 - z^{-1}) * Z_{trans} \left\{ \frac{1}{s(L_q s + R_s)} \right\}$$
(3.6)

Aplicando la transformada Z, la ecuación (3.6) se escribe:

$$G(z) = \frac{z(1-z^{-1})(1-e^{-\frac{T}{\tau_q}})}{R_s(z-1)(z-e^{-\frac{T}{\tau_q}})}$$
(3.7)

$$G(z) = \frac{(1 - e^{-\frac{T}{\tau_q}})}{R_s(z - e^{-\frac{T}{\tau_q}})} = \frac{a}{z - b}$$
(3.8)

Donde,

T es el tiempo de muestreo en el sistema digital

$$\tau_q = \frac{L_q}{R_s}; \quad a = \frac{(1 - e^{-\overline{\tau_q}})}{R_s}; \quad b = e^{-\frac{T}{\tau_q}}$$

Por lo tanto, se deduce la función de transferencia discreta para el sistema a partir del diagrama de bloques mostrado en la Fig. 13:

$$\frac{i_q^*(z)}{i_q(z)} = \frac{D(z)G(z)z^{-1}}{1+D(z)G(z)z^{-1}}$$
(3.9)

Sustituyendo D(z) y G(z):

$$\frac{i_q(z)}{i_q^*(z)} = \frac{a(K_p + K_i)(z - \frac{K_p}{K_p + K_i})}{z(z - 1)(z - b) + a(K_p + K_i)(z - \frac{K_p}{K_p + K_i})}$$
(3.10)

Además, sabemos que la ecuación característica es igual:

$$1 + D(z)G(z)z^{-1} = 0 (3.11)$$

$$1 + \frac{a(K_p + K_i)(z - \frac{K_p}{K_p + K_i})}{z(z - 1)(z - b)} = 0$$
(3.12)

La ecuación (3.12) tiene la forma:

$$1 + k' * P(z) = 0 \tag{3.13}$$

Donde,

$$k' = a(K_p + K_i) \tag{3.14}$$

$$P(z) = \frac{(z - \frac{p}{K_p + K_i})}{z(z - 1)(z - b)}$$
(3.15)

De acuerdo con [24], se puede seleccionar un cero del controlador PI para cancelar un polo; por este motivo, de la ecuación (3.15) se reconoce un cero:

$$z_0 = \frac{K_p}{K_p + K_i} \tag{3.16}$$

Este cero será seleccionado con la finalidad de cancelar el polo z = b para obtener un comportamiento satisfactorio del controlador.

Después de seleccionar la ubicación del cero de acuerdo con el criterio anterior, se pueden seleccionar los polos deseados a lazo cerrado, siendo k' la ganancia correspondiente a la asignación de polos.

Por lo tanto, conociendo  $z_0$  y k', los parámetros del PI pueden ser obtenidos a partir de las ecuaciones (3.14) y (3.16) resultando:

$$K_p = \frac{k}{a} Z_0 \tag{3.17}$$

$$K_i = \frac{k}{a} (1 - z_0) \tag{3.18}$$

#### 3.2.2 Controlador de velocidad

Para este controlador, se debe considerar la ecuación mecánica de la máquina, la cual está expresada en la ecuación (2.9) del Capítulo 2:

$$T_e = \frac{J}{p}\frac{d\omega}{dt} + T_L + B_m\frac{\omega}{p}$$
(3.19)

Transformando la ecuación (3.19) al dominio de Laplace:

$$T_e - T_L = \frac{1}{p} (Js\omega + B_m \omega)$$
(3.20)

$$(T_e - T_L) * \frac{p}{(Js + B_m)} = \omega(s)$$
(3.21)

La ecuación (3.21) se puede expresar mediante diagramas de bloque en el dominio de Laplace:



*Fig. 14 Diagrama de bloques del lazo de corriente* **Fuente:** Elaboración propia

Como se observa en la Fig. 14, se usa un controlador PI para el lazo de velocidad; así como se implementa un filtro pasa-bajo de primer orden F(s) en la señal de retroalimentación.

Entonces, el modelo discreto para el diseño del controlador de velocidad se muestra en la **Fig. 15**:



**Fuente:** Elaboración propia

De este sistema se define a  $D_1(z)$  como la función de transferencia del controlador PI donde  $K_p$  y  $K_i$  son las ganancia proporcional e integral respectivamente:

$$D_1(z) = \frac{(K_p + K_i)(z - \frac{K_p}{K_p + K_i})}{(z - 1)}$$
(3.22)

Del mismo modo,  $G_1(z)$  es la función de transferencia para el modelo mecánico de la máquina junto a un retenedor de orden cero (ZOH). La función  $G_1(z)$  se obtiene:

$$G_1(z) = (1 - z^{-1}) * Z_{trans} \left\{ \frac{G_1(s)}{s} \right\}$$
(3.23)

Donde  $G_1(s)$  es la función de transferencia en el dominio de Laplace:

$$G_1(s) = \frac{p}{(Js+B_m)}$$
 (3.24)

Sustituyendo (3.24) en (3.23), se obtiene:

$$G_1(z) = (1 - z^{-1}) * Z_{trans} \left\{ \frac{p}{s(Js + B_m)} \right\}$$
(3.25)

Entonces, aplicando la transformada Z:

$$G_1(z) = \frac{pz(1-z^{-1})(1-e^{-\frac{T}{\tau_m}})}{B_m R_s(z-1)(z-e^{-\frac{T}{\tau_m}})}$$
(3.26)

$$G_1(z) = \frac{p(1-e^{-\frac{T}{\tau_m}})}{B_m R_s(z-e^{-\frac{T}{\tau_m}})} = \frac{a_1}{z-b_1}$$
(3.27)

Donde,

$$\tau_m = \frac{J}{B_m}; \quad a_1 = \frac{p(1 - e^{-\frac{T}{\tau_m}})}{B_m}; \quad b = e^{-\frac{T}{\tau_m}}$$

A la vez, F(z) es la función de transferencia para un filtro de primer orden pasa-baja. Esta función se expresa en el dominio de Laplace de la siguiente manera:

$$F(s) = \frac{\omega_c}{s + \omega_c} \tag{3.28}$$

Donde,

$$\omega_c = 2 * \pi * f_c \tag{3.29}$$

Y  $f_c$  es la frecuencia de corte del filtro.

Para discretizar el filtro, se aplica la aproximación de Tustin sustituyendo la siguiente expresión en la ecuación (3.28):

$$s = \frac{2}{T} \left(\frac{z-1}{z+1}\right) \tag{3.30}$$

Se obtiene:

$$F(z) = k_1 \frac{z+1}{z-b_2}$$
(3.31)

Donde,

$$k_1 = \frac{T\omega_c}{2 + T\omega_c} ; \ b_2 = \frac{2 - T\omega_c}{2 + T\omega_c}$$

Por lo tanto, la función de transferencia discreta del sistema:

$$\frac{\omega(z)}{\omega^*(z)} = \frac{D_1(z)G_1(z)}{1+D_1(z)G_1(z)F(z)}$$
(3.32)

Sustituyendo D(z), G1(z) y F(z):

$$\frac{\omega(z)}{\omega^*(z)} = \frac{a_1(K_p + K_i)(z - \frac{K_p}{K_p + K_i})(z - b_2)}{(z - 1)(z - b_1)(z - b_2) + a_1 k_1(K_p + K_i)(z - \frac{K_p}{K_p + K_i})(z + 1)}$$
(3.33)

Se obtiene la ecuación característica del sistema a partir:

$$1 + D_1(z)G_1(z)F(z) = 0 (3.34)$$

Sustituyendo con las ecuaciones (3.22), (3.27) y (3.31):

$$1 + \frac{a_1 k_1 (K_p + K_i) (z - \frac{K_p}{K_p + K_i})(z+1)}{(z-1)(z-b_1)(z-b_2)} = 0$$
(3.35)

Se tiene la ecuación (3.35) de la siguiente forma:

$$1 + k'' * P_1(z) = 0 \tag{3.36}$$

Donde,

$$k'' = a_1 k_1 (K_p + K_i) \tag{3.37}$$

$$P_1(z) = \frac{(z - \frac{K_p}{K_p + K_i})(z+1)}{(z-1)(z-b_1)(z-b_2)}$$
(3.38)

Siguiendo con el criterio aplicado para los controladores de corriente, se busca obtener un cero en  $P_1(z)$  que ayude a cancelar un polo:

$$z_s = \frac{K_p}{K_p + K_i} \tag{3.39}$$

Se selecciona este cero con la finalidad de cancelar el polo más lento de la máquina. Por lo que se escoge  $z_s = b_2$ . Entonces, conociendo k'' y  $z_s$ , la ganancia del PI queda calculado:

$$K_p = z_s \frac{k''}{a_1 k_1} \tag{3.40}$$

$$K_i = (1 - z_s) \frac{k''}{a_1 k_1} \tag{3.41}$$

### 3.3 Resumen del capítulo

En este capítulo se estudia el control en campo orientado para el motor de imanes permanentes ya que este será comparado, posteriormente, con la estrategia de control implementada en este proyecto.

Además, se introducen conceptos previos que son utilizados dentro del FOC como la modulación de ancho de pulso, llegando a la conclusión que la técnica más eficiente es la modulación por espacio vectorial (SVPWM).

Del mismo modo, se demuestra que los controladores deben ser implementados en discreto para un sistema digital al calcular las ganancias de los controladores PI discretos, tanto de corriente como de velocidad, a partir de las ecuaciones de la máquina y utilizando conceptos como la transformada de Laplace, la transformada Z, aproximaciones de discretización, sistema a lazo abierto y lazo cerrado, y el conocimiento de ceros y polos.
# Capítulo 4

# Control predictivo de velocidad (PSC)

En este capítulo se introducirá los conceptos del control predictivo por modelo (MPC) de acuerdo con sus ventajas y desventajas con respecto a otras estrategias de control. A la vez, se desarrollará el control de velocidad teniendo en cuenta las funciones discretas del motor. Del mismo modo, se diseñará la función costo que se requiere para establecer un control predictivo adecuado considerando que se trata de una IPMSM.

# 4.1 Introducción al control predictivo por modelo

De acuerdo con [25], existen distintas metodologías de control que han sido propuestas para el control de inversores, los más comunes se muestran en Fig. 16:



*Fig. 16 Diferentes esquemas de control para convertidores de potencia* **Fuente:** "Predictive control of power converters and electrical drives"

El control predictivo por modelo (MPC) puede ser usado tanto en aplicaciones simples como en estructuras complejas de control, como el control de torque directo (DTC) o el control de potencia directa (DPC). Este esquema de control se origina de una electrónica análoga con la finalidad de implementar un control en una plataforma digital donde una frecuencia de muestreo amplia es requerida. Según [25], entre las estrategias de control más avanzadas, el control predictivo por modelo es más sofisticado que los controles estándar con uso de PIDs pues es uno de los que más éxito ha tenido usándose en aplicaciones industriales.

La principal característica del MPC es el uso de un modelo del sistema para predecir el comportamiento futuro de las variables controladas. La información obtenida de las variables nos permite realizar una actuación óptima según los criterios de optimización que hayamos predefinido anteriormente.

En la Tabla III se muestra las ventajas y desventajas de esta topología de control:

Ventajas	Desventajas	
Conceptos fáciles de entender	Mayor número de cálculos con respecto a otros	
	controladores	
Trato simple de restricciones	Variación de algoritmos si los parámetros	
	evaluados cambian en el tiempo	
Fuente: Elaboración propia		

Tabla III Ventajas y desventajas del MPC

Dentro de las ventajas mencionadas en la Tabla III, el MPC solo requiere un criterio de optimización flexible el cual se expresa como una función costo que debe ser minimizada. Esta función costo representa el comportamiento deseado del sistema.

### 4.1.1 Principio de funcionamiento

El principio del MPC se resume en la Fig. 17. Según [25], los valores futuros de los estados del sistema son predichos hasta un horizonte predefinido de tiempo k + N usando el modelo del sistema y las medidas hasta el tiempo k. Para hallar la secuencia óptima, se minimiza la función costo con la finalidad de que el elemento que reduzca lo máximo posible dicha función, se aplique.



*Fig. 17 Principio de funcionamiento del MPC* **Fuente:** "Predictive control of power converters and electrical drives"

Todo el proceso se repite para cada instante de muestreo siguiente considerado, teniendo en cuenta nuevos datos medidos.

### 4.1.2 Esquema de control del MPC

En la **Fig. 18** se muestra la estructura general aplicada para convertidores de potencia, el cual puede ser de cualquier topología y número de fases, mientras que la carga genérica puede representar desde una red hasta una máquina eléctrica.



*Fig. 18 Esquema de control de un MPC general* **Fuente:** "Predictive control of power converters and electrical drives"

En este esquema, las variables medidas x(k) son usadas en el modelo para calcular las predicciones x(k + 1) de las variables controladas para cada estado n de actuación al pasar por el modelo predictivo. Estas predicciones son evaluadas para obtener la secuencia óptima S mediante el uso de una función costo la cual debe ser minimizada y la que considera los valores de referencia  $x^*(k)$  y restricciones predeterminadas de acuerdo con el sistema.

Si se establece una relación entre el principio básico del MPC de la Fig. 17 y la estructura general aplicada para convertidores de potencia de la Fig. 18, se puede concluir que en el instante k mostrado en la Fig. 17 se extraen los valores necesarios, que de acuerdo con la Fig. 18 son los valores x(k), para realizar el flujo de control descrito en el párrafo anterior y que decantará en la obtención de la secuencia óptima. Esta secuencia ingresa al convertidor en forma de pulsos que componen la predicción para el instante siguiente del valor u(k), lo que haría que x tienda a la referencia sabiendo que x es la respuesta del sistema frente a un valor de entrada u.

### 4.2 Desarrollo del control predictivo de velocidad

Una de las ventajas que posee el control predictivo basado en modelo (MPC) es la posibilidad de controlar distintas variables usando solo una función de costo. Esto hace posible la integración de un control de velocidad que cumpla limitaciones preestablecidas como las magnitudes en las corrientes, y condiciones como la optimización de la relación torque per ampere (MTPA).

Con la finalidad de introducir este control de velocidad usando un MPC, las ecuaciones de la máquina síncrona de imanes permanentes que utilizaremos en este proyecto deben considerarse en tiempo discreto para calcular las predicciones.

Para las PMSM, se busca obtener una mayor precisión por lo que requiere que las ecuaciones se discreticen en un método más avanzado al método de Euler que se usa convencionalmente; por este motivo, se optó por utilizar el método de Euler modificado, el cual se denota en el Capítulo 2.

# 4.2.1 Esquema del Predictive Speed Control (PSC)

En la Fig. 19 se observa la estructura de control de este proyecto en un diagrama de bloques:



*Fig. 19 Esquema de control del PSC* **Fuente:** Elaboración propia

Como denotan los bloques de la Fig. 19, se toma inicialmente los valores tanto de la corriente como del voltaje  $(i_a, i_b, i_c, u_a, u_b, u_c)$ , desde las líneas de alimentación que salen del inversor hacia la IPMSM. Estos datos que se encuentran en configuración ABC se le aplica la transformación al eje rotativo d-q, obteniendo las variables  $i_d$ ,  $i_q$ ,  $u_d$ ,  $u_q$ , las cuales ingresarán al filtro extendido de Kalman para establecer la predicción de la velocidad  $\omega_{pred}$  y de la posición  $\theta_{pred}$ .

Tomando las variables  $i_d$ ,  $i_q$ ,  $\theta_{pred}$  y  $\omega_{pred}$  como entrada al controlador predictivo de velocidad, se fija un valor de velocidad de referencia  $\omega_{reference}$ , al que esperamos llegar.

El PSC de acuerdo a los datos antes insertados, enviará pulsos de control al inversor trifásico para así poder obtener de la máquina, la velocidad que hemos colocado como referencia.

## 4.2.2 Análisis del algoritmo implementado para el PSC

El controlador predictivo de velocidad se realizará utilizando un código elaborado en la extensión .m de Matlab. Para establecer una secuencia correctamente estructurada, es necesario tener en cuenta el orden en que se debe comandar el código con la finalidad de que se pueda evaluar adecuadamente los estados y buscar la solución óptima.

Tabla IV Parámetros principales del PSC		
Parámetros requeridos en la simulación		
Sampling Time	$T_s$	
Inductancia d	$L_d$	
Inductancia q	$L_q$	
Flujo del imán	$\lambda_m$	
Resistencia del motor	$R_s$	
Voltaje DC	$V_{dc}$	
Inercia del motor	J	
Coeficiente de fricción viscosa	В	
Par de polos	Р	
Valor de la función costo inicial	G_opt	
Corriente máxima	i <sub>max</sub>	
Estado óptimo inicial	X_opt	
Fuente: Elaboración propia		

En la **Tabla IV** se muestran los parámetros requeridos que se deben tener en cuenta para ser insertados en modo de variables en el código.

Se muestrean las entradas del sistema las cuales son las corrientes en el eje d y q, así como la velocidad predicha por el filtro extendido de Kalman. Con respecto a los voltajes

 $u_d$  y  $u_q$ , estos se hallan mediante la siguiente operación:

$$\begin{bmatrix} u_d(k) \\ u_q(k) \end{bmatrix} = V_{dc} * \frac{2}{3} * \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ -\sin(\theta) & -\sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta + \frac{2\pi}{3}) \end{bmatrix}$$

Una vez definidas estas variables de entrada en el  $t_k$ , se procede a estimar el  $t_{k+1}$  para cada estado de conmutación que posea el sistema de acuerdo con las ecuaciones discretizadas del motor; en nuestro caso, existen 8 estados de conmutación los cuales se muestran en el siguiente conjunto "**S**":

$$S = \{(0, 0, 0), (0, 0, 1), (0, 1, 0), (0, 1, 1), (1, 0, 0), (1, 0, 1), (1, 1, 0), (1, 1, 1)\}$$

El proceso de estimar el  $t_{k+1}$  se ha realizado en función del voltaje  $u_d(S)$  y  $u_q(S)$ ; siendo estas las componentes variables que se ejecutarán dentro de las ecuaciones predictoras y luego de las correctoras; teniendo así una matriz de 1x8 con todos los valores corregidos correspondientes para cada estado.

En este contexto entra un concepto fundamental en el control predictivo por modelo: la función costo. Esta expresión, la cual se analizará posteriormente con mayor profundidad, tendrá la capacidad de elegir alguna de estas 8 soluciones de acuerdo con criterios previamente establecidos, siendo la escogida aquel estado que contenga el valor mínimo para esta función.



En la Fig. 20 se ve representado el diagrama de flujo del algoritmo implementado en el control predictivo de velocidad:

Fig. 20 Diagrama de flujo del algoritmo utilizado para el PSC Fuente: Elaboración propia

# 4.2.3 Compensación del retardo

Cuando se implementa control predictivo por modelo cuyo esquema de control está basado en control finito, se requiere muchos cálculos que introducen "delay" en la actuación. Este comportamiento puede generar problemas si no se considera un adecuado diseño del

#### controlador.

Si el tiempo de cálculo es significativo comparado con el tiempo de muestreo, este será un "delay" entre el momento que se miden las corrientes y el momento de aplicar el nuevo estado de conmutación. Durante el intervalo entre estos dos momentos, se continuará aplicando el estado de conmutación previo.

El vector de voltaje seleccionado usando las mediciones en  $t_k$  continuarán aplicándose después de  $t_{k+1}$ , haciendo que la corriente de carga se aleje de la referencia.

La próxima actuación será seleccionada teniendo en cuenta las medidas en  $t_{k+1}$  y se aplicará cerca de  $t_{k+2}$ . Como consecuencia de este retraso, la corriente de carga oscilará alrededor de su referencia, aumentando la ondulación actual.

Una solución simple para compensar este retraso, según [26], es tener en cuenta el tiempo de cálculo y aplicar el estado de conmutación seleccionado después del próximo muestreo instantáneo.

De esta forma, el algoritmo de control adopta la siguiente secuencia:

- Medida de la carga de corriente
- Aplicación de los estados de conmutación
- Estimación de los valores de corriente en el estado  $t_{k+1}$ , considerando el estado de conmutación aplicado.
- Predicción de las corrientes de carga para el siguiente instante de muestreo  $t_{k+2}$  para todo posible estado de conmutación.
- Evaluación de la función costo para cada predicción
- Selección del estado que minimice la función costo

Por tanto, siguiendo el método de Euler modificado para la predicción, se tiene las ecuaciones predictoras para el tiempo  $t_{k+2}$ :

$$\hat{\iota_d}(k+2) = \left(1 - \frac{R}{L_d}T_s\right) * i_d(k+1) + \frac{L_q\omega(k+1)}{L_d}T_s * i_q(k+1) + \frac{u_d(k+1)}{L_d}T_s$$
(4.1)

$$\hat{\iota}_{q}(k+2) = \left(1 - \frac{R}{L_{q}}T_{s}\right) * \hat{\iota}_{q}(k+1) - \frac{(L_{d}\hat{\iota}_{d}(k+1) + \lambda_{PM})}{L_{q}}T_{s} * \omega(k+1) + \frac{u_{q}(k+1)}{L_{q}}T_{s}$$
(4.2)

$$\widehat{\omega}(k+2) = \frac{1.5p^2}{J_{eq}} \left( \lambda_{PM} - \left( L_q - L_d \right) i_d(k+1) \right) * T_s * i_q(k+1) + \left( 1 - \frac{B}{J_{eq}} T_s \right) * \omega(k+1) - \frac{p * T_L}{J_{eq}}$$
(4.3)

Donde,

$$u_d(k+1) = \frac{2}{3} * Vdc * (S_{m,1} * \cos(\theta) + S_{m,2} * \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) + S_{m,3} * \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right)$$
$$u_q(k+1) = \frac{2}{3} * Vdc * (-S_{m,1} * \sin(\theta) - S_{m,2} * \sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) - S_{m,3} * \sin\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right)$$

Siendo "m" el número de estados de conmutación a evaluar para la predicción y  $\omega(k+1)$  la predicción de la velocidad angular en  $t_{k+1}$ .

Entonces, las ecuaciones correctoras:

$$i_d(k+2) = i_d(k+1) + \frac{T_s}{2} * \left( -\frac{R}{L_d} * i_d(k+1) + \frac{L_q\omega(k+1)}{L_d} * i_q(k+1) + \frac{u_d(k+1)}{L_d} \right) + \frac{T_s}{2} * \left( -\frac{R}{L_d} * \hat{\iota_d}(k+2) + \frac{L_q\hat{\omega}(k+2)}{L_d} * \hat{\iota_q}(k+2) + \frac{u_d(k+1)}{L_d} \right)$$
(4.4)

$$i_{q}(k+2) = i_{q}(k+1) + \frac{T_{s}}{2} * \left( -\frac{R}{L_{q}} * i_{q}(k+1) - \frac{(L_{d}*i_{d}(k+1)+\lambda_{PM})}{L_{q}} * \omega(k+1) + \frac{u_{q}(k+1)}{L_{q}} \right) + \frac{T_{s}}{2} * \left( -\frac{R}{L_{q}} * i_{q}(k+2) - \frac{(L_{d}i_{d}(k+2)+\lambda_{PM})}{L_{q}} * \widehat{\omega}(k+2) + \frac{u_{q}(k+1)}{L_{q}} \right)$$
(4.5)

$$\omega(k+2) = \omega(k) + \frac{T_s}{2} * \left(\frac{1.5p^2}{J_{eq}} \left(\lambda_{PM} - \left(L_q - L_d\right)i_d(k+1)\right) * i_q(k+1) - \frac{B}{J_{eq}} * \omega(k+1) - \frac{p * T_L}{J_{eq}}\right) + \frac{T_s}{2} * \left(\frac{1.5p^2}{J_{eq}} \left(\lambda_{PM} - \left(L_q - L_d\right) * \hat{i_d}(k+2)\right) * \hat{i_q}(k+2) - \frac{B}{J_{eq}} * \hat{\omega}(k+2) - \frac{p * T_L}{J_{eq}}\right)$$
(4.6)

El estado de conmutación que minimiza la función costo es seleccionada y almacenada para ser aplicada en el siguiente instante de muestreo. Los tiempos de cálculo en  $t_{k+2}$  incrementan muy poco.

En la Fig. 21 se muestra el diagrama de flujo del algoritmo implementando la compensación del retardo:



Fig. 21 Diagrama de flujo del PSC con compensación de retardo Fuente: Elaboración propia

### 4.2.4 Compensación del torque de carga

El torque de carga  $T_{load}$  es generalmente un disturbio desconocido y los parámetros de un IPMSM como la inercia J y el coeficiente de fricción viscosa B, son variables en diferentes estados lo cual genera un error en la predicción.

Ya que se pretende implementarlo a un sistema real, sabemos que el error entre el modelo predecible y el sistema real influirá mucho en la implementación de una estrategia de control. Por lo tanto, se introduce una compensación para corregir las ecuaciones de predicción (2.17)-(2.22), que se denotaron en el Capítulo 2 para el motor discretizado.

Esta compensación no solo ayuda en el error de predicción sino también en establecer un sistema independiente del torque de carga, considerándolo como disturbio.

En [27], se plantea una ecuación de compensación la cual involucra las velocidades como el error de velocidad que queremos analizar:

$$v_{l}(k) = v_{l}(k-1) + T_{s} * (\omega(k) - \omega(k-1))$$
(4.7)

Donde,

 $\omega(k)$  es la velocidad medida en el  $t_k$  $\omega(k-1)$  es la velocidad predicha calculada en el  $t_{k+1}$  $v_l(k) y v_l(k-1)$  son la integral del error de velocidad

Entonces, se adecúa esta fórmula al sistema que se está evaluando con las variables que se conocen. Ya que el horizonte de predicción de este controlador es de 2 debido a la compensación de retardo, se deben plantear dos compensaciones de carga, por lo que las ecuaciones discretizadas del motor sufren una pequeña variación en su ecuación de velocidad tanto de predicción como de corrección.

- La primera compensación se aplica en el  $t_{k+1}$  con el estado óptimo resultante de la iteración anterior. La ecuación es similar a la (4.7).

$$v_{I}(k) = v_{I}(k-1) + T_{s} * (\omega(k) - \omega(k-1))$$
(4.8)

La expresión de la velocidad compensada en este  $t_{k+1}$  se verá representada de la siguiente manera:

Ecuación Predictora:

$$\widehat{\omega}(k+1) = \frac{1.5p^2}{J_{eq}} \Big( \lambda_{PM} - \big( L_q - L_d \big) i_d(k) \Big) * T_s * i_q(k) + \Big( 1 - \frac{B}{J_{eq}} T_s \Big) * \omega(k) + k_{Io} * v_I(k)$$
(4.9)

Ecuación Correctora:

$$\omega(k+1) = \omega(k) + \frac{T_s}{2} * \left( \frac{1.5p^2}{J_{eq}} \left( \lambda_{PM} - \left( L_q - L_d \right) i_d(k) \right) * i_q(k) - \frac{B}{J_{eq}} * \omega(k) + k_{Io} * v_I(k) \right)$$

$$+\frac{T_{s}}{2} * \left(\frac{1.5p^{2}}{J_{eq}} \left(\lambda_{PM} - \left(L_{q} - L_{d}\right) * \hat{\iota_{d}}(k+1)\right) * \hat{\iota_{q}}(k+1) - \frac{B}{J_{eq}} * \hat{\omega}(k+1) + k_{Io} * v_{I}(k)\right)$$
(4.10)

- La segunda de aplica al momento de realizar la predicción para el  $t_{k+2}$ , el cual se ejecutará al momento de analizar los 8 estados de conmutación.

$$v_I(k+1) = v_I(k) + T_s * (\omega(k) - \widehat{\omega}(k))$$
 (4.11)

Donde,

 $\omega(k)$  es la velocidad medida

 $\hat{\omega}(k)$  es la velocidad resultante en el  $t_{k+1}$ , es decir  $\omega(k+1)$ 

Ecuación Predictora:

$$\widehat{\omega}(k+2) = \frac{1.5p^2}{J_{eq}} \left( \lambda_{PM} - \left( L_q - L_d \right) i_d(k+1) \right) * T_s * i_q(k+1) + \left( 1 - \frac{B}{J_{eq}} T_s \right) * \omega(k+1) + K_l * v_l(k+1)$$
(4.12)

Ecuación Correctora:

$$\omega(k+2) = \omega(k+1) + \frac{T_s}{2} * \left( \frac{1.5p^2}{J_{eq}} \left( \lambda_{PM} - \left( L_q - L_d \right) i_d(k+1) \right) * i_q(k+1) - \frac{B}{J_{eq}} * \omega(k+1) + K_I * v_I(k+1) \right) + \frac{T_s}{2} * \left( \frac{1.5p^2}{J_{eq}} \left( \lambda_{PM} - \left( L_q - L_d \right) * \hat{i_d}(k+2) \right) * \hat{i_q}(k+2) - \frac{B}{J_{eq}} * \hat{\omega}(k+2) + K_I * v_I(k+1) \right)$$
(4.13)

Finalmente, cabe resaltar que, con respecto al diagrama de flujo para el controlador con compensación de carga, es el mismo que el sistema con compensación de retardo ya que simplemente se les varía un término a las ecuaciones, teniendo la estructura del algoritmo totalmente idénticas.

# 4.3 Diseño de Función Costo

La función costo es aquella función que debe minimizarse para cumplir con las limitaciones y criterios establecidos dentro de la misma; es decir que para que haya un uso adecuado del control predictivo de velocidad (PSC), es fundamental que se halle el menor valor para esta función de acuerdo con los estados de conmutación que posea el sistema que se pretenda controlar.

Para este proyecto, la función costo viene definida de la siguiente manera:

$$\bar{g} = \lambda_{\omega} \left( \omega_r^* - \omega_r (\mathbf{k} + 2) \right)^2 + \hat{f} \left( i_d (k+2), i_q (k+2) \right) \\ + \lambda_{MTPA_1} * C_T + \lambda_{MTPA_2} * C_l$$
(4.14)

Como se observa en la expresión se pueden distinguir 4 términos, los cuales serán explicados de acuerdo con su importancia como criterio en el algoritmo.

### 4.3.1 Criterio de velocidad

Ya que la velocidad es el parámetro principal que estamos obligados a controlar, el primer término se refiere a esta variable fundamental pues determina el error que posee el sistema en cada tiempo de muestreo, involucrando la velocidad angular de referencia  $\omega_r^* y$  la velocidad angular eléctrica  $\omega_r(k + 2)$  en el tiempo  $t_{k+2}$ .

Como se formula en [27]–[30] mediante este criterio matemático, se busca minimizar esta función lo máximo posible ya que al reducirse su valor, también disminuye el error entre la referencia y la predicción preestablecida. Del mismo modo, se eleva esta variación al cuadrado para asegurarse que las soluciones tengan el mínimo error.

### 4.3.2 Restricciones de control

En el segundo término, se establece una limitación de control, las cuales son restricciones que permiten acercarnos a modelos reales y que poseen criterios básicos de comportamiento con respecto a la máquina.

En este caso, se sabe que un convertidor de potencia y una máquina eléctrica tiene una corriente máxima absoluta  $i_{max}$ ; por lo tanto, de acuerdo con la condición establecida,  $\hat{f}(i_d(k+2), i_q(k+2))$  puede adquirir un valor u otro:

$$\hat{f}(i_d(k+2), i_q(k+2)) \triangleq \begin{cases} \infty \ si \ \left| i_q(k+2) \right| > i_{max} \ o \ \left| i_d(k+2) \right| > i_{max} \\ 0 \ si \ \left| i_q(k+2) \right| \le i_{max} \ o \ \left| i_d(k+2) \right| \le i_{max} \end{cases}$$
(4.15)

Esta expresión resulta ser una restricción muy efectiva y beneficiosa durante el control ya que definiendo una corriente máxima para un IPMSM real, el control predictivo no permite exceder este valor, por lo que evita que la máquina se dañe.

Además, como se observa en los intervalos de funcionamiento de esta limitación, si cualquiera de las corrientes, tanto  $i_q$  como  $i_d$ , exceden la corriente máxima definida, su valor se elevará hasta tal punto que el controlador ignorará este estado debido a que es casi imposible que se reduzca la función costo.

### 4.3.3 Torque máximo por Ampere

En el tercer término, se establece la limitación del torque máximo. Sabemos que, si bien nuestro control funciona, no nos proporciona el máximo torque que se podría aprovechar.

Como la función costo es una función versátil que permite colocar cualquier restricción que al ser reducida cumple con el criterio establecido, se aplica el criterio MTPA (Maximum Torque per-Ampere) con la finalidad de poder obtener el máximo par en el sistema a cada instante de control.

Según [31], se puede obtener la mayor trayectoria MTPA a partir de la ecuación del torque magnético de un motor síncrono de imanes permanentes interiores:

$$T_e = \frac{3}{2} * p(\lambda_{PM} i_q - (L_q - L_d) i_q i_d)$$
(4.16)

Se asume que el sistema de referencia para la trayectoria es la Fig. 22 y se define:



*Fig. 22 Trayectoria MTPA en marco de referencia d-q* **Fuente:** "DC Link Voltage Control"

Entonces, la ecuación del torque se convierte:

$$T_e = \frac{3}{2} * p(\lambda_{PM} * i\cos(\gamma) - \Delta_L * i^2 * \cos(\gamma) * sen(\gamma)$$
(4.17)

La trayectoria MTPA puede ser obtenida:

$$\frac{\partial T_e}{\partial \gamma} = -\lambda_{PM} * sen(\gamma) + \Delta_L * i * (sen(\gamma)^2 - cos(\gamma)^2) = 0$$
(4.18)

Considerando  $\gamma = \arctan(-\frac{i_d}{i_q})$  e  $i = \sqrt{i_d^2 + i_q^2}$ :

$$\lambda_{PM} * i_d * i_q * \sqrt{1 + \frac{i_d^2}{i_q^2}} + \Delta_L * \left(i_d^2 - i_q^2\right) * \sqrt{i_d^2 + i_q^2} = 0$$
(4.19)

Despejando, se describe el máximo local con respecto a la corriente absoluta:

$$i_d + \frac{\Delta_L * (i_d^2 - i_q^2)}{\lambda_{PM}} = 0 \tag{4.20}$$

Las trayectorias de esta expresión se muestran en Fig. 22. La función simétrica con respecto al eje  $\frac{2*\Delta_L*i_d}{\lambda_{PM}} + 1 = 0.$ 

El máximo absoluto es localizado en el medio plano izquierdo donde se cumple la condición:

$$\frac{2*\Delta_L*i_d}{\lambda_{PM}} + 1 < 0 \tag{4.21}$$

Por lo tanto, de acuerdo con la demostración del criterio para el control MTPA, se definen las limitaciones necesarias para introducirlas en la función costo:

<u>Criterio 1:</u>

$$C_{T1} = (i_d + \frac{\Delta_L * (i_d^2 - i_q^2)}{\lambda_{PM}})^2$$
(4.22)

$$C_{T2} = \left(\sqrt{\left(\frac{L_q * i_q}{L_d}\right)^2 + \left(i_d + \frac{\lambda_{PM}}{L_d}\right)^2} - \frac{\delta * V dc}{(\sqrt{3} * \omega * L_d)^2}\right)^2$$
(4.23)

Donde,

- $C_{A1}$  define la trayectoria en el espacio  $i_q$  e  $i_d$ .
- $C_{A2}$  se define ya que, por encima de la velocidad nominal, la máquina deja de seguir la trayectoria MTPA, por lo que se busca una región cerca al límite de voltaje.

Se debe denotar cuál elegir ya sea  $C_{A1}$  o  $C_{A2}$ .

Se elige  $C_T = C_{T2}$ :

- Si el estado está localizado en la izquierda de la trayectoria
- $C_{A2} < C_{A1}$

De lo contrario, se elige  $C_T = C_{T1}$ .

### Criterio 2:

Entonces,

Con la finalidad de evitar convergencia a la solución incorrecta, el estado podría permanecer en el lado correcto del eje simétrico, cumpliendo la siguiente condición. Si

$$\frac{2 * \Delta_L * i_d}{\lambda_{PM}} + 1 < 0$$

$$C_l = \left(\frac{2 * \Delta_L * i_d}{\lambda_{PM}} + 1\right)^2$$
(4.24)

De lo contrario,

$$C_l = 0$$

### 4.4 Resumen del capítulo

Después de haber introducido el concepto de control predictivo, se explica detalladamente en qué consiste la estructura del algoritmo implementado para controlar la velocidad del motor de imanes permanentes.

Inicialmente, se plantea una predicción simple, usando el método de Euler Modificado para el controlador predictivo de velocidad a partir de ecuaciones discretizadas del motor; sin embargo, posteriormente, se efectúan ciertas mejoras que nos permitan reducir el retardo del controlador y tener la opción de compensar cualquier torque de carga que se le aplique al sistema.

Del mismo modo, estas mejoras hacen que las ecuaciones del motor sufran una alteración con respecto a la predicción inicial simple; por lo tanto, las fórmulas discretizadas finales para las corrientes y la velocidad resultan de la siguiente manera:

Para las ecuaciones predictoras:

$$\hat{i}_d(k+2) = \left(1 - \frac{R}{L_d}T_s\right) * i_d(k+1) + \frac{L_q\omega(k+1)}{L_d}T_s * i_q(k+1) + \frac{u_d(k+1)}{L_d}T_s$$
(4.25)

$$\hat{i}_{q}(k+2) = \left(1 - \frac{R}{L_{q}}T_{s}\right) * i_{q}(k+1) - \frac{(L_{d}i_{d}(k+1) + \lambda_{PM})}{L_{q}}T_{s} * \omega(k+1) + \frac{u_{q}(k+1)}{L_{q}}T_{s}$$
(4.26)

$$\widehat{\omega}(k+2) = \frac{1.5p^2}{J_{eq}} \left( \lambda_{PM} - \left( L_q - L_d \right) i_d(k+1) \right) * T_s * i_q(k+1) + \left( 1 - \frac{B}{J_{eq}} T_s \right) * \omega(k+1) + K_I * v_I(k+1)$$
(4.27)

Para las ecuaciones correctoras:

$$i_{d}(k+2) = i_{d}(k+1) + \frac{T_{s}}{2} * \left( -\frac{R}{L_{d}} * i_{d}(k+1) + \frac{L_{q}\omega(k+1)}{L_{d}} * i_{q}(k+1) + \frac{u_{d}(k+1)}{L_{d}} \right) + \frac{T_{s}}{2} * \left( -\frac{R}{L_{d}} * \hat{\iota_{d}}(k+2) + \frac{L_{q}\hat{\omega}(k+2)}{L_{d}} * \hat{\iota_{q}}(k+2) + \frac{u_{d}(k+1)}{L_{d}} \right)$$
(4.28)

$$i_{q}(k+2) = i_{q}(k+1) + \frac{T_{s}}{2} * \left( -\frac{R}{L_{q}} * i_{q}(k+1) - \frac{(L_{d} * i_{d}(k+1) + \lambda_{PM})}{L_{q}} * \omega(k+1) + \frac{u_{q}(k+1)}{L_{q}} \right) + \frac{T_{s}}{2} * \left( -\frac{R}{L_{q}} * \hat{\iota_{q}}(k+2) - \frac{(L_{d}\hat{\iota_{d}}(k+2) + \lambda_{PM})}{L_{q}} * \hat{\omega}(k+2) + \frac{u_{q}(k+1)}{L_{q}} \right)$$
(4.29)

$$\omega(k+2) = \omega(k+1) + \frac{T_s}{2} * \left( \frac{1.5p^2}{J_{eq}} \left( \lambda_{PM} - \left( L_q - L_d \right) i_d(k+1) \right) * i_q(k+1) - \frac{B}{J_{eq}} * \omega(k+1) + K_I * v_I(k+1) \right) + \frac{T_s}{2} * \left( \frac{1.5p^2}{J_{eq}} \left( \lambda_{PM} - \left( L_q - L_d \right) * \hat{\iota_d}(k+2) \right) * \hat{\iota_q}(k+2) - \frac{B}{J_{eq}} * \hat{\omega}(k+2) + K_I * v_I(k+1) \right)$$
(4.30)

# Capítulo 5

# Filtro extendido de Kalman (EKF)

En este capítulo se pretende mejorar la señal de las corrientes, tomadas desde la línea trifásica inversor-motor, implementándole un filtro en una etapa previa al PSC. Además, se explica la estructura utilizada por el EKF para la estimación de la velocidad y la posición del motor de imanes permanentes.

# 5.1 Diseño del filtro extendido de Kalman

El filtro extendido de Kalman es un observador estocástico óptimo que se usa para estimar los estados de sistemas dinámicos no lineales, es un grupo de expresiones matemáticas las cuales proporcionan una tolerancia confiable significativa para el error en un modelo matemático. Estas óptimas estimaciones le resultan de usar un control "feedback" o de retroalimentación.

En este proyecto, se necesita un componente que pueda medir la posición en la que se encuentra el rotor. Optar por un codificador solo introduciría ruido de alta frecuencia en la medición ya que como la velocidad es la derivada de la posición, este ruido se amplificaría en la medida de velocidad.

En [28] nos proponen calcular la velocidad del rotor aplicando una aproximación de Euler de la derivada con un tiempo de muestreo  $T_s$ :

$$\omega_r(k) = \frac{\theta_r(k+1) - \theta_r(k)}{T_s}$$
(5.1)

Se comprueba en la ecuación que la energía del ruido será más intensa si la resolución del codificador es baja, es decir, la frecuencia de muestreo alta. Este ruido no es problema en el FOC ya que los controladores PI, usados en el control de corriente, poseen un filtro pasa baja que lo elimina. Sin embargo, este es un problema en el MPC pues impide aplicar correctamente la estrategia de control. Por este motivo, se usa el filtro extendido de Kalman (EKF) para estimar la velocidad del rotor debido al ruido en la medida y la elevada frecuencia de muestreo.

Las expresiones estocásticas lineales provienen de las ecuaciones (2.1)-(2.10), propias del modelo matemático de la PMSM:

$$x_{k+1} = A_k x_k + B_k u_k + w_k (5.2)$$

$$y_k = C_k x_k + v_k \tag{5.3}$$

Asumimos que nuestro proceso tiene un vector de estado  $x \in \mathbb{R}^n$  con una medida  $y \in \mathbb{R}^n$ , siendo el proceso gobernado por ecuaciones diferenciales estocásticas no-lineales:

$$x_{k+1} = f(x_k, u_k, \vartheta_k) \tag{5.4}$$

$$\vartheta_k = N(0, Q_k) \tag{5.5}$$

$$y_k = h(x_k, v_k) \tag{5.6}$$

$$v_k = N(0, R_k) \tag{5.7}$$

 $\vartheta_k$  y  $\nu_k$  son variables aleatorias que representan el ruido en el proceso y las medidas; f es la función no lineal que relaciona el estado en el paso  $t_{k-1}$  con el estado en el paso de tiempo k.

Las ecuaciones para EKF se describe en dos grupos: Las ecuaciones de actualización de tiempo y medida.

Las ecuaciones de actualización de tiempo son responsables de proyectar hacia adelante, en el tiempo, el estado actual y el error de covarianza estimadas para obtener las estimaciones previas para el próximo paso.

Las ecuaciones de actualización de medida son responsables de incorporar una nueva medida dentro de la estimación previa para obtener una estimación posterior mejorada.

# Predicción:

$$\hat{x}[k+1|k] = f(\hat{x}[k|k], u[k])$$
(5.8)

$$P[k+1|k] = F[k]. P[k|k]. F[k]^{T} + Q$$
(5.9)

Corrección:

$$K[k] = P[k|k-1]C^{T}(C.P[k|k-1].C^{T}+R_{e})^{-1}$$
(5.10)

$$\hat{x}[k|k] = \hat{x}[k|k-1] + K[k](y[k] - C.\hat{x}[k|k-1])$$
(5.11)

$$P[k|k] = (1 - K[k], C) \cdot P[k|k - 1]$$
(5.12)

Donde,	
[k k]	es el estado actual después de ser filtrado
[k k-1]	es el estado actual antes de ser filtrado
[k + 1 k]	es el estado predicho ya filtrado
Р	es la covarianza de estado
С	es el modelo de matriz de salida
Q	es el ruido del proceso de la matriz de covarianza
$R_e$	es el ruido de la medida de la matriz de covarianza
K[k]	es la ganancia de Kalman que minimiza el error posterior de la matriz
de covarianza.	

42

### 5.1.1 Cálculo de parámetros

Para iniciar la definición del filtro extendido de Kalman, se necesita obtener la matriz de los parámetros que se encuentran involucrados tanto en las ecuaciones predictoras como correctoras.

Seguiremos la siguiente secuencia de estudio: Se calculará la predicción a partir de la representación en variables de estado del motor. Luego, se encontrará la matriz F[k]. Y, finalmente, el ruido del proceso de la matriz de covarianza Q y el modelo de matriz de salida C.

### 5.1.1.1 Predicción de estado x(k + 1)

El modelo discreto de la máquina puede ser trabajado en el marco de referencia  $\alpha$ - $\beta$  o d-q. Este modelo es importante ya que es un paso previo para establecer la predicción que necesita el filtro.

Cabe resaltar que ambos estudios de discretización parten de las ecuaciones (2.1)-(2.10), propias del modelo matemático del IPMSM definidas en la sección 2 del Capítulo 2.

La expresión predictora debe quedar definida entonces de forma muy parecida a la ecuación (5.2):

$$x_{k+1} = A_k x_k + B_k u_k (5.13)$$

Por lo tanto, en esta sección se evaluarán los dos sistemas de referencia en que se pretende discretizar las ecuaciones del IPMSM para así luego decidir cuál es el marco que resulta más conveniente para expresar la predicción de estado.

#### Discretización en marco estático α-β

Ya que las variables se encuentran proyectadas al marco rotativo, estas se deben proyectar al sistema que se va a desarrollar por lo que la transformación hacia el marco  $\alpha$ - $\beta$ se denota, según [7], aplicando la transformada inversa de Park a los voltajes  $u_d$  y  $u_q$ , cuyas ecuaciones son las propuestas en el modelo matemático del IPMSM.

$$u_{\alpha} = u_d \cos(\theta) - u_q \sin(\theta) \tag{5.14}$$

$$u_{\beta} = u_d \sin(\theta) + u_q \cos(\theta) \tag{5.15}$$

Además, se sustituye las ecuaciones de las corrientes  $i_d$  e  $i_q$  en la siguiente expresión:

$$i_d = i_\alpha \cos(\theta) + i_\beta \sin(\theta) \tag{5.16}$$

$$i_q = -i_\alpha \sin(\theta) + i_\beta \cos(\theta) \tag{5.17}$$

Entonces, se establece el modelo matemático de la PMSM en el sistema  $\alpha$ - $\beta$ , resultando el siguiente arreglo matricial:

$$\begin{bmatrix} u_{\alpha} \\ u_{\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{\alpha} & L_{\alpha\beta} \\ L_{\alpha\beta} & L_{\beta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_{\alpha}}{dt} \\ \frac{di_{\beta}}{dt} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} R_{s} - 2\omega_{r}L_{\alpha\beta} & \omega_{r}L_{\alpha} - \omega_{r}L_{\beta} \\ \omega_{r}L_{\alpha} - \omega_{r}L_{\beta} & R_{s} + 2\omega_{r}L_{\alpha\beta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{\alpha} \\ i_{\beta} \end{bmatrix} + \omega_{r}\lambda_{PM} \begin{bmatrix} -\sin(\theta) \\ \cos(\theta) \end{bmatrix}$$
(5.18)

Donde,

$$L_{\alpha} = L_0 + L_1 \cos(2\theta) \tag{5.19}$$

$$L_{\beta} = L_0 - L_1 \cos(2\theta) \tag{5.20}$$

$$L_{\alpha\beta} = L_1 \sin(2\theta) \tag{5.21}$$

Siendo,

$$L_0 = \frac{L_d + L_q}{2}$$
(5.22)

$$L_1 = \frac{L_d - L_q}{2}$$
(5.23)

El modelo del sistema debe estar en la forma de ecuación de estado para poder ser usado en el filtro. Esto se obtiene multiplicando en ambos lados el modelo matemático de la PMSM en sistema  $\alpha$ - $\beta$  por la inversa de la matriz de inductancias.

Siendo la inversa de la matriz de inductancias:

$$L^{-1} = \begin{bmatrix} L_{\alpha} & L_{\alpha\beta} \\ L_{\alpha\beta} & L_{\beta} \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{L_{\alpha}L_{\beta}-L_{\alpha\beta}^{2}} \begin{bmatrix} L_{\beta} & -L_{\alpha\beta} \\ -L_{\alpha\beta} & L_{\alpha} \end{bmatrix}$$
(5.24)

Por lo tanto, la ecuación de estado de la PMSM se expresa de la siguiente manera:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{\alpha} \\ i_{\beta} \\ \omega_{r} \\ \theta_{r} \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} i_{\alpha} \\ i_{\beta} \\ \omega_{r} \\ \theta_{r} \end{bmatrix} + B \begin{bmatrix} u_{\alpha} \\ u_{\beta} \end{bmatrix}$$
(5.25)

Siendo la matriz A:

$$A = \begin{bmatrix} \frac{-R_{s}L_{\beta} + \omega_{r}L_{\alpha}L_{\alpha\beta} + \omega_{r}L_{\beta}L_{\alpha\beta}}{L_{\alpha}L_{\beta} - L_{\alpha\beta}^{2}} & \frac{R_{s}L_{\alpha\beta} - \omega_{r}L_{\alpha}L_{\beta} + \omega_{r}L_{\beta}^{2} + 2\omega_{r}L_{\alpha\beta}^{2}}{L_{\alpha}L_{\beta} - L_{\alpha\beta}^{2}} & \frac{L_{\beta}\lambda_{PM}\sin(\theta) + L_{\alpha\beta}\lambda_{PM}\cos(\theta)}{L_{\alpha}L_{\beta} - L_{\alpha\beta}^{2}} & 0\\ \frac{R_{s}L_{\alpha\beta} + \omega_{r}L_{\alpha}L_{\beta} - \omega_{r}L_{\alpha}^{2} - 2\omega_{r}L_{\alpha\beta}^{2}}{L_{\alpha}L_{\beta} - L_{\alpha\beta}^{2}} & \frac{-R_{s}L_{\alpha} - \omega_{r}L_{\alpha}L_{\alpha\beta} - \omega_{r}L_{\beta}L_{\alpha\beta}}{L_{\alpha}L_{\beta} - L_{\alpha\beta}^{2}} & \frac{-L_{\alpha\beta}\lambda_{PM}\sin(\theta) - L_{\alpha}\lambda_{PM}\cos(\theta)}{L_{\alpha}L_{\beta} - L_{\alpha\beta}^{2}} & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$(5.26)$$

La matriz B:

$$B = \begin{bmatrix} \frac{L_{\beta}}{L_{\alpha}L_{\beta} - L_{\alpha}\beta^{2}} & -\frac{L_{\alpha}\beta}{L_{\alpha}L_{\beta} - L_{\alpha}\beta^{2}} \\ -\frac{R_{s}L_{\alpha}\beta}{L_{\alpha}L_{\beta} - L_{\alpha}\beta^{2}} & \frac{L_{\alpha}}{L_{\alpha}L_{\beta} - L_{\alpha}\beta^{2}} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$
(5.27)

El vector de las variables de estado:

$$x_k = \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \\ \omega_r \\ \theta_r \end{bmatrix}$$

Y el vector de las variables de entrada:

$$u_k = \begin{bmatrix} u_\alpha \\ u_\beta \end{bmatrix}$$

Al tener la ecuación de estado del motor correctamente definida, se procede a realizar la predicción del vector que posee las variables de estado:

$$x_{k+1} = (I + AT_s)x_k + B_k u_k$$
(5.28)

Siendo,

$$B_{k} = \begin{bmatrix} T_{s} \frac{L_{\beta}}{L_{\alpha}L_{\beta} - L_{\alpha\beta}^{2}} & -T_{s} \frac{L_{\alpha\beta}}{L_{\alpha}L_{\beta} - L_{\alpha\beta}^{2}} \\ -T_{s} \frac{R_{s}L_{\alpha\beta}}{L_{\alpha}L_{\beta} - L_{\alpha\beta}^{2}} & T_{s} \frac{L_{\alpha}}{L_{\alpha}L_{\beta} - L_{\alpha\beta}^{2}} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$
(5.29)  
$$C_{k} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
(5.30)

$$C_k = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
(5.30)

Donde,

I es la matriz de identidad  $T_s$  es el tiemplo de muestreo A es la matriz continua no lineal  $C_k$  es la matriz de salida del modelo

# Discretización en marco rotativo d-q

Este análisis se llevó a cabo ya que todo el control predictivo se encuentra proyectado a este marco de referencia y por lo extenso que resulta la predicción en el marco  $\alpha$ - $\beta$ , resulta más sencillo y ordenado establecer relaciones matriciales dentro del mismo sistema de referencia.

El análisis parte de la ecuación de estado definida para un motor de imanes permanentes en la ecuación (2.12):

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_d(k)\\ i_q(k)\\ \omega(k)\\ \theta(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R}{L_d} & \frac{L_q}{L_d}\omega(t) & 0 & 0\\ 0 & -\frac{R}{L_q} & -\frac{(L_di_d(t) + \lambda_{PM})}{L_q} & 0\\ 0 & \frac{1.5p^2}{J_{eq}}(\lambda_{PM} - (L_q - L_d)i_d(t)) & -\frac{B}{J_{eq}} & 0\\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d(k)\\ i_q(k)\\ \omega(k)\\ \theta(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_d} & 0 & 0 & 0\\ 0 & \frac{1}{L_q} & -\frac{p}{J_{eq}} & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_d(k)\\ u_q(k)\\ T_L\\ 0 \end{bmatrix}$$

Siendo la expresión de la predicción por el método de Euler:

$$\hat{x}(k+1) = x(k) + T_s * h(x(k), u(k))$$
(5.31)

Donde la matriz h(x(k), u(k)) es la resolución por fila de la ecuación (2.12) ya que se cumple la siguiente ecuación:

$$\frac{d}{dt}x(k) = h(x(k), u(k))$$
(5.32)

$$h(x(k), u(k)) = \begin{bmatrix} \left(-\frac{R_s}{L_d}\right) * id(k) + \frac{L_q * \omega(k) * i_q(k)}{L_d} + \frac{u_d(k)}{L_d} \\ \left(-\frac{R_s}{L_q}\right) * i_q(k) - \frac{\omega(k) * (L_d * i_d(k) + \lambda_{PM})}{L_q} + \frac{u_q(k)}{L_q} \\ \frac{1.5p^2}{J} \left(\lambda_{PM} - \left(L_q - L_d\right) i_d(k)\right) * i_q(k) + \left(-\frac{B}{J}\right) * \omega(k) - \frac{p * T_L}{J} \\ \omega(k) \end{bmatrix}$$
(5.33)

Por lo tanto, la ecuación predictora por el método de Euler queda definida de la siguiente forma:

$$\hat{x}(k+1) = \begin{bmatrix} \left(1 - \frac{R_s * T_s}{L_d}\right) * id(k) + \frac{L_q * T S * \omega(k) * i_q(k)}{L_d} + \frac{u_d(k) * T S}{L_d} \\ \left(1 - \frac{R_s * T_s}{L_q}\right) * i_q(k) - \frac{T_s * \omega(k) * (L_d * i_d(k) + \lambda_{PM})}{L_q} + \frac{u_q(k) * T S}{L_q} \\ \frac{1.5p^2 * T S}{J} \left(\lambda_{PM} - \left(L_q - L_d\right) i_d(k)\right) * i_q(k) + \left(1 - \frac{B * T_s}{J}\right) * \omega(k) - \frac{p * T_L * T_s}{J} \\ \omega(k) * T_s + \theta(k) \end{bmatrix}$$
(5.34)

### Elección de sistema para el desarrollo del EKF

Se decide utilizar la predicción que se encuentra en el marco rotativo (d-q) ya que resulta más sencillo debido a que, como se había mencionado anteriormente, se posee todo el sistema de control predictivo en este marco.

Además, cabe resaltar que, en cualquiera de los ejes proyectados, ya sea en  $\alpha$ - $\beta$  o d-q, se obtiene el mismo resultado; por lo tanto, no habría ningún inconveniente en tener soluciones distintas si se opta por alguno.

#### 5.1.1.2 Matriz *F*[*k*]

Debido a que se ha definido el sistema a aplicar para la predicción, se procederá a desarrollar las ecuaciones restantes que terminen de estructurar el filtro.

Hasta este punto se sabe que, en la etapa predictora del filtro, la ecuación de predicción ya está resuelta; mientras que la expresión que se refiere a la covarianza aún se encuentra incompleta debido a que no se han precisado algunas matrices.

Es importante conocer que el algoritmo del EKF trabaja solo con sistemas lineales: por este motivo, la matriz F[k] representa el cálculo de la matriz Jacobiana a partir de la derivación parcial de la función f, lo cual permite linealizar el sistema:

$$F = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial i_d} & \frac{\partial f_1}{\partial i_q} & \frac{\partial f_1}{\partial \omega_r} & \frac{\partial f_1}{\partial \theta_r} \\ \frac{\partial f_2}{\partial i_d} & \frac{\partial f_2}{\partial i_q} & \frac{\partial f_2}{\partial \omega_r} & \frac{\partial f_2}{\partial \theta_r} \\ \frac{\partial f_3}{\partial i_d} & \frac{\partial f_3}{\partial i_q} & \frac{\partial f_3}{\partial \omega_r} & \frac{\partial f_3}{\partial \theta_r} \\ \frac{\partial f_4}{\partial i_d} & \frac{\partial f_4}{\partial i_q} & \frac{\partial f_4}{\partial \omega_r} & \frac{\partial f_4}{\partial \theta_r} \end{bmatrix}$$
(5.35)

Es importante mencionar que la función f es igual a la ecuación predictora según los criterios conceptuales del filtro:

$$\hat{x}[k+1|k] = f(\hat{x}[k|k], u[k])$$
(5.36)

Por lo tanto, se calculan las derivadas parciales de la siguiente matriz para hallar F[k]:

$$f(\hat{x}[k|k], u[k]) = \begin{bmatrix} \left(1 - \frac{R_s * T_s}{L_d}\right) * id(k) + \frac{L_q * T_s * \omega(k) * i_q(k)}{L_d} + \frac{u_d(k) * T_s}{L_d} \\ \left(1 - \frac{R_s * T_s}{L_q}\right) * i_q(k) - \frac{T_s * \omega(k) * (L_d * i_d(k) + \lambda_{PM})}{L_q} + \frac{u_q(k) * T_s}{L_q} \\ \frac{1.5p^2 * T_s}{J} \left(\lambda_{PM} - \left(L_q - L_d\right) i_d(k)\right) * i_q(k) + \left(1 - \frac{B * T_s}{J}\right) * \omega(k) - \frac{p * T_L * T_s}{J} \\ \omega(k) * T_s + \theta(k) \end{bmatrix}$$
(5.37)

Entonces la matriz F[k] queda precisada de la siguiente manera:

$$F = \begin{bmatrix} 1 - \frac{R_s * T_s}{L_d} & \frac{L_q * T_s * \omega(k)}{L_d} & \frac{L_q * T_s * i_q(k)}{L_d} & 0\\ - \frac{L_d * T_s * \omega(k)}{L_q} & 1 - \frac{R_s * T_s}{L_d} & - \frac{T_s * (L_d * i_d(k) + \lambda_{PM})}{L_q} & 0\\ - \frac{1.5 p^2 * T_s}{J} (L_q - L_d) * i_q(k) & - \frac{1.5 p^2 * T_s}{J} (L_q - L_d) * i_d(k) & 1 - \frac{B * T_s}{J} & 0\\ 0 & 0 & T_s & 1 \end{bmatrix}$$
(5.38)

## 5.1.1.3 Matriz C

Esta representa el modelo de la matriz de salida, es decir que en esta matriz de 2x4 se debe especificar qué variables que se mostrarán en la resultante del filtro.

$$y(k) = C * [x(k)]$$
(5.39)

En nuestro caso, se tiene la matriz x(k) con las variables de estado:

$$x(k) = \begin{bmatrix} i_d(k) \\ i_q(k) \\ \omega(k) \\ \theta(k) \end{bmatrix}$$

Entonces, nuestra salida y(k) queda expresada en función de las corrientes  $i_d(k)$  e  $i_q(k)$ :

$$y(k) = \begin{bmatrix} i_d(k) \\ i_q(k) \end{bmatrix}$$

Siendo,

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
(5.40)

# 5.1.1.4 Matrices $Q ext{ y } R_e$

Un punto crítico durante el diseño del EKF es la elección de los elementos de las matrices de covarianza Q y  $R_e$ , las cuales afectan el comportamiento y la convergencia del sistema.

La matriz Q nos proporciona la descripción estadística del modelo controlado, por lo que incrementarlo podría indicar la presencia de un ruido considerable en el sistema o una mayor incertidumbre en los parámetros. Sin embargo, un aumento en los elementos de esta matriz también incrementará la ganancia del filtro EKF resultando un sistema dinámico más rápido.

Por otro lado, la matriz  $R_e$  está relacionada al ruido en la medición. Que incremente los valores de los elementos de  $R_e$  significará que las medidas están siendo afectadas por ruido y, por lo tanto, estas son poco confiables.

En este proyecto, ambas matrices han sido ajustadas manualmente ya que, al no tener la finalidad de fabricarse físicamente, los valores dentro de la simulación cumplirán el objetivo del control. Por este motivo, se definen de la siguiente manera:

$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 0.1 & 0 \end{bmatrix}$$
(5.41)

#### 5.2 Representación del EKF

Para entender completamente el funcionamiento del filtro extendido de Kalman, se desarrollará la secuencia de sus procesos planteando un diagrama de flujo con sus principales cálculos; así como también se representará, mediante bloques, la estructura del modelo implementado.

En la Fig. 23 se muestra la estructura en bloques del estimador:



**Fuente:** Elaboración propia

Del mismo modo, su diagrama de flujo se ve expresado en la Fig. 24:





# 5.3 Resumen del capítulo

El filtro extendido de Kalman (EKF) es una estructura que trabaja con sistemas lineales y que se implementa con la finalidad de estimar la velocidad del rotor debido al ruido en la medida y la elevada frecuencia de muestreo; por este motivo, hace que sea importante si se pretende realizar alguna filtración y/o estimación de parámetros internos del sistema.

Del mismo modo, se calculan los parámetros principales como F[k], Q, Re y C, mediante la aplicación del concepto "state-space" o representación en variables de estado en las ecuaciones fundamentales del motor de imanes permanentes.

# Capítulo 6

# Simulación y Resultados

En este capítulo se simulan las estrategias de control FOC y PSC, presentado en capítulos previos, con la finalidad de ser comparados y llegar a una conclusión sobre cuál es el controlador más adecuado para este sistema. Del mismo modo, estos resultados estarán acompañados con diagrama de bloques realizados con Simulink que permitirá que se entienda mejor la intención de esta comparativa.

Si bien en el estudio de las estrategias de control se han analizado ecuaciones en el dominio continuo, se pretende implementar estos sistemas en la realidad; por lo tanto, todo el proyecto se simulará en el dominio discreto.

Además, el algoritmo utilizado para discretizar el modelo es el método de aproximación bilineal o de Tustin, el cual se expresa como lo denota [32]:

$$s = \frac{2}{T} \frac{(z-1)}{(z+1)}$$

# 6.1 Motor PMSM

Para este proyecto, el comportamiento de la estrategia de control propuesta ha sido analizada de acuerdo con los parámetros del motor ZDPM18015C-BV de Baldor Electric Company © [33], el cual tiene las siguientes especificaciones:

Motor ZDPM18015C-BV		
Parámetro	Valor	
Tipo de Motor	IPM	
Potencia Nominal	15 hp	
Velocidad Nominal	1800 rpm	
Número de pares de polos	2	
Factor de potencia	0.957	
$V_{L-L}(rms)$	458 V	
Flujo permanente ( $\lambda_m$ )	0.99628 Wb	

Tabla V Características del motor IPM

Inductancia en eje d $(L_d)$	14.5 mH
Inductancia en eje q $(L_q)$	59 mH
Resistencia del estator $(R_s)$	0.24047 Ohms
Inercia del motor ( <i>J</i> )	0.02646 Kg. m <sup>2</sup>

#### Fuente: Elaboración propia

Como lo expresado en la **Tabla V**, se reconoce entonces que se trabajará con un motor de imanes permanentes interiores con una potencia nominal de 15 hp, con inductancias  $L_d =$  14.5 mH y  $L_q = 59$  mH; y una velocidad nominal de 1800 rpm. De acuerdo con esta información se procede a determinar el valor máximo de torque que puede ofrecer este motor según su gráfica de comportamiento representada en [33]:



Fig. 25 Cálculo del torque máximo de la máquina

Entonces, de la Fig. 25 se puede observar que el torque máximo oscilará en un valor de 42 lb-ft, es decir un valor igual a 57 N.m. Además, este cálculo es muy importante ya que actúa como limitación al momento de ejecutarse las estrategias de control.

# 6.2 Comportamiento del control en campo orientado

Para la simulación del sistema FOC se ha tomado en cuenta la representación de la Fig. 7, el cual posee 3 controladores PI, SVPWM y transformaciones a marcos de referencia alternativos. El circuito de control queda definido en Simulink como lo muestra la Fig. 26:



Fig. 26 Field Oriented Control implementado en Simulink Fuente: Elaboración propia

El sistema es totalmente de señales, es decir, que no se ha implementado con ningún elemento de potencia de la librería de Simulink, a diferencia del PSC, en el cual se ha usado componentes de potencia para desarrollar dicha estrategia.

A la vez, como se observa en la Fig. 26, el sistema se ha separado en 3 etapas:

La primera etapa consta del esquema del controlador vectorial discreto con un tiempo de muestreo igual a 0.125 ms, y en el cual se tienen los bloques correspondientes a los controladores PI tanto de velocidad como de corriente, las variables desacopladas obtenidas en las ecuaciones (3.1) y (3.2), y la referencia de velocidad definida en rad/s.

En la segunda etapa se encuentran esquematizadas las ecuaciones del motor obtenidas de las ecuaciones (2.1)-(2.10) y que hace que el motor sea simulado con sus principios básicos de funcionamiento. Además, en este bloque motor, también se ha simulado las transformaciones necesarias para el FOC.

Del mismo modo, en la tercera etapa se define el par de carga del sistema, así como una detección del pico de corriente.

Por otra parte, en lo que respecta a la inicialización de la estrategia de control, se ha planteado con los siguientes parámetros y características:

Tabla VI Parámetros de simulación en FOC		
Parámetros dentro del bloque de inicialización		
Voltaje eficaz de fase	$V_{s} = \frac{460}{\sqrt{3}}$	
Voltaje pico de fase	$V_{ph} = \frac{V_s}{\sqrt{3}}$	
Velocidad nominal	1800 rpm	
Número de par de polos	2	
Flujo de imán permanente	$\lambda_{PM} = 0.99628$ Wb. vuelta	
Inercia del motor	J=26.46 kg. $m^2$	
Torque nominal	56.9 N.m	
Frecuencia de muestreo	$f_s = 20 * 10^3$	
Resistencia del estator	$R_s = 0.242047 \ \Omega$	
Inductancia en "d"	$L_d = 14.5 * 10^{-3} mH$	
Inductancia en "q"	$L_q = 59 * 10^{-3} mH$	
Corriente de pico nominal	22 A	
Corriente máxima	$22*3*\sqrt{2}$	
Fuente: Elaboración propia		

Por lo tanto, una vez definido los esquemas, se procede a realizar las simulaciones que validen el comportamiento de acuerdo con la eficiencia del controlador en campo orientado.

# 6.2.1 Simulación a diferente torque de carga

Para este análisis se simula a una misma referencia de velocidad, pero modificando el torque de carga con la finalidad de observar el comportamiento del controlador frente a estas variaciones en el par resistente.

# Caso 1

Se analiza el comportamiento del controlador en un tiempo de simulación de 0.5 seg para un par de carga constante igual a 45 N.m y una velocidad de referencia constante igual a 300 rad/s. En la **Fig. 27** se muestra el resultado de la simulación, teniendo la señal de color verde como velocidad de referencia y la señal azul, la salida del FOC:



De acuerdo con el resultado, podemos observar que se demuestra que el FOC tiene un comportamiento referido al uso de controladores PI, es decir que la salida converge después de tener un periodo transitorio para llegar a la referencia.

Del mismo modo, se observa que la respuesta es rápida para seguir la velocidad predeterminada. Por lo tanto, se concluye en este caso que el controlador ha funcionado correctamente.

### Caso 2

En este segundo caso, analiza a una velocidad constante igual a 300 rad/s y a un par de carga variable. Se usará un step creciente desde un valor inicial de 35 N.m a un valor final igual a 45 N.m. El cambio de par se ejecuta a la mitad de la simulación.



La Fig. 28 muestra los resultados de la simulación en un tiempo igual a 0.5 segundos:

Como se observa en la **Fig. 28**, el comportamiento del controlador es el esperado ya que la salida de velocidad se mantiene fija frente a su referencia pese al cambio de par de carga. Además, se observa que posee la sobreoscilación característica de los controladores PI del sistema implementado, así como el estacionario en el que la señal de salida logra converger en la referencia.

Del mismo modo, las corrientes se ven afectadas por la oscilación ocurrida en el periodo transitorio para después aproximarse a una sinusoidal en el momento que la velocidad de salida se acerca a su valor predeterminado.

Por otra parte, se comprueba la rapidez de respuesta del sistema ya que resulta un periodo transitorio mucho menor que el estacionario.

### 6.2.2 Simulación a diferente velocidad angular de salida

Como se ha demostrado en el caso anterior, el comportamiento del par de carga no varía bruscamente el seguimiento de la señal a su valor predefinido; por este motivo, se opta por variar la velocidad angular de salida del motor con la finalidad de seguir obteniendo información acerca de la optimización de este control en campo orientado.

#### <u>Caso 1</u>

En este caso, se plantea un par de carga variable en forma "step" ascendente con un valor inicial igual a 35 N.m y con valor final de 45 N.m.

Con respecto a la referencia de la velocidad, se simula en un tiempo igual a 0.5 segundos. Esta varía desde 0 rad/s hasta 377 rad/s. Va de 0 rad/s desde t=0 hasta t=0.1; luego da un salto a una velocidad igual a 320 rad/s desde t=0.1 hasta t=0.3; después, la referencia se incrementa de manera ascendente hasta 377 rad/s entre el t=0.3 hasta el tiempo t=0.4; en este último valor, se mantiene hasta el fin de la simulación.



**Fuente:** Elaboración propia

En la **Fig. 29**, se observa el control de velocidad del sistema, donde el controlador logra llegar al valor predefinido y su comportamiento va establecido de acuerdo con qué tan brusco es el cambio de la señal de referencia, es decir que la sobreoscilación en el transitorio es mayor o menor dependiendo de la velocidad predeterminada.

Por otro lado, las corrientes de entrada al controlador, las cuales varían de acuerdo con el cambio en la señal de velocidad se muestran en la **Fig. 30**:



**Fuente:** Elaboración propia

Se distinguen 4 etapas muy marcadas en el comportamiento de las corrientes de entrada al controlador.

La primera etapa son las corrientes en el momento en que la referencia se encuentra en 0 rad/s, por lo que dichas señales no poseen ningún tipo de forma sinusoidal ya que se fuerza al sistema a no tener velocidad angular. Esta etapa se desarrolla desde el inicio de la simulación hasta un tiempo igual a t=0.1 segundos.

La segunda etapa son las corrientes resultantes del cambio brusco de referencia hacia una velocidad predefinida igual a 320 rad/s. Observamos el transitorio característico con oscilaciones y luego un estacionario sólido. Este último se comporta tan bien que las señales resultan muy sinusoidales. Esa etapa se encuentra ubicada en el tiempo t=0.1 segundos y t=0.3 segundos.

La tercera etapa muestra unas corrientes de entrada muy sinusoidales, pero a diferencia de la etapa anterior, estas han aumentado su amplitud; esto se debe a que como se observa en la **Fig. 29**, la velocidad va incrementando proporcionalmente entre los tiempos t=0.3 y t=0.4; por lo que se necesita un valor mayor de corriente. Además, como la pendiente de referencia no es tan pronunciada, se observa que la amplitud de las corrientes ha aumentado y se ha mantenido, y no de manera proporcional como se debería esperar.

Por último, la cuarta etapa representa un control satisfactorio debido a que la señal de salida va a la par con la referencia; por lo que ha generado corrientes sinusoidales con amplitudes lógicas de acuerdo al análisis que hemos realizado.

# Caso 2

Para este caso, se evaluará un par de carga con forma "step" descendente, teniendo como punto máximo 55 N.m y como valor último igual a 40 N.m, con una velocidad de referencia más variable. Esto con la finalidad de poder entender completamente cómo actúa nuestro controlador frente a distintos parámetros predefinidos.

Con respecto a la referencia de velocidad, se simula a un tiempo igual a t=1.5 seg y posee la siguiente composición:

- Referencia igual a 0 rad/s entre t=0 y t=0.1.
- Step hasta una velocidad angular igual a 320 rad/s entre t=0,1 y t= 0.3 seg.
- Aumento de la velocidad de manera proporcional hasta 377 rad/s entre los tiempos t=0.3 y t=0.4 seg.
- Desde t=0.4 hasta t=0.6 seg., la velocidad se mantiene constante
- Desciende proporcionalmente hasta un valor igual a 260 rad/s entre el t=0.6 seg y t=0.65 seg.
- Velocidad constante igual a 260 rad/s entre t=0.65 seg y t=0.85 seg.
- Incremento de velocidad proporcionalmente entre t=0.85 seg. y t=0.89 seg.
- Velocidad constante igual a 377 rad/s entre t=0.89 seg y t=1.1 seg.
- Descenso proporcional hasta una velocidad igual a 300 rad/s entre t=1.1 seg y t=1.2 seg.
- Velocidad constante igual a 300 rad/s hasta el final de la simulación.



Fuente: Elaboración propia

Se opta por el comportamiento de la Fig. 31 ya que posee pasos bruscos; así como incrementos y descensos en pendiente que permiten validar el diseño del controlador.



**g. 32** Respuesta de velocidades en la simulación. a) Referencia (verde). b) Velocidad da motor (azul) **Fuente:** Elaboración propia

En la **Fig. 32** se muestra la simulación de cómo se comporta el sistema de acuerdo con la velocidad preestablecida. Al inicio de la estabilización, después del cambio de referencia, se observa una pequeña oscilación; sin embargo, esta es parte de que el sistema alcance el "set point".

Del mismo modo, podemos observar que en el tiempo igual a t=0.5 seg. Hay una pequeña oscilación; esto se debe a que en este punto se encuentra el cambio de par de carga, el cual desciende de 55 N.m a 40 N.m, por lo que la máquina al perder par de carga se acelera ocasionando un incremento de velocidad. Sin embargo, los PI lo controlan automáticamente, acercándose a la referencia nuevamente.



*Fig. 33 Corrientes ia (azul), ib (rojo), ic (verde) de entrada al controlador.* **Fuente:** Elaboración propia

Por otra parte, respecto a las corrientes de entrada en este caso, se observa claramente la variación de amplitud de acuerdo con los cambios en la señal establecida.

De la **Fig. 33** se deduce que la amplitud de las señales trifásicas se reduce cuando el torque de carga es más bajo. Esto se debe porque el sistema ya no necesita más corriente para poder satisfacer un menor par resistente del máximo.

#### 6.2.3 Resumen de resultados para el FOC

En resumen, se obtuvieron buenas respuestas por parte del sistema de acuerdo con las diferentes referencias a las que se probó. La oscilación del sistema es reducida, lo cual lo hace más eficiente frente a cambios bruscos o graduales.

Además, las corrientes son muy sinusoidales en el estacionario teniendo una amplitud coherente y bajo las limitaciones del motor evaluado.

Con respecto a los parámetros del modelo: En las opciones de "solver" se seleccionó el Ode5 (Dormand-Prince) con un paso fijo igual a  $T = 10^{-6}$ . Se escogió este tiempo de muestreo de Matlab ya que se buscaba analizar las señales con una mayor calidad y mejor nitidez.

Por otra parte, se tomó un tiempo de muestreo discreto para todas las simulaciones igual a  $T = 2.5 * 10^{-5}$  segundos.

# 6.3 Comportamiento del control predictivo de velocidad

En este apartado se busca validar el funcionamiento del controlador predictivo de velocidad diseñado en este proyecto. Por lo tanto, se evaluarán casos similares a los efectuados para el FOC con la diferencia que se desarrollará más salidas dentro del controlador.

#### 6.3.1 Representación en Simulink + PLECS Blockset

La estrategia de control, inicialmente, se ha planteado en función de señales y circuitos de potencia, como lo muestran la Fig. 34, Fig. 35 y Fig. 36:



*Fig. 34 Etapa de control en PSC* **Fuente:** Elaboración propia



*Fig. 35 Etapa de potencia del PSC* **Fuente:** Elaboración propia



*Fig. 36 Filtro extendido de Kalman en el PSC* **Fuente:** Elaboración propia

Sin embargo, durante las simulaciones el sistema iba muy lento debido a los circuitos de potencia. Ante esta problemática, se buscó una herramienta de simulación que permita colocar todo el circuito de potencia dentro de un bloque que simule más rápido y así poder tener un sistema puramente de señales con respuestas más rápidas.

Para lograr el planteamiento del párrafo anterior, se implementó la herramienta PLECS la cual viene en 2 versiones: Standalone y Blockset. La primera es una plataforma alternativa
a Matlab que realiza simulaciones a alta velocidad y que tiene su propio sistema de modelación; mientras que la segunda versión te permite combinar la herramienta Simulink con PLECS ya que se puede insertar esta última como un bloque adicional dentro del mismo Simulink.

De estas dos opciones, se optó por la segunda ya que el modelo del sistema estaba realizado en Simulink y era preciso solo agregarle PLECS Blockset para poderlo usar como un bloque más dentro de la librería de Simulink. Por lo tanto, solo era necesario insertar todo el circuito de potencia dentro de este bloque PLECS (con librería propia compatible con Matlab) para así obtener el sistema completamente de señales.

Para este proyecto, el sistema general con implementación de PLECS se muestra en el anexo B; sin embargo, es necesario ver la estructura de la etapa de potencia en dominio de esta herramienta de simulación a alta velocidad:



*Fig. 37 Estructura interna del bloque PLECS en el PSC* **Fuente:** Elaboración propia

En la Fig. 37 se observa 3 procesos de potencia:

- El primero es el ingreso de los pulsos provenientes del controlador predictivo hacia el inversor. En esta etapa se realiza un arreglo aritmético ya que el controlador arroja los pulsos de los niveles superiores con valores de 0 y 1; mientras que, en esta herramienta, para poder ingresar dichos pulsos al puente de MOSFETs necesitan

estar entre -1 y 1.

- El segundo proceso es el diseño del inversor, el cual tiene componentes como una fuente de voltaje DC, un puente de MOSFETs y una salida trifásica que entrará al motor de imanes permanentes.
- La tercera etapa se basa en la medición de los voltajes y fuentes de corriente provenientes de los bucles realizados para el funcionamiento del motor IPM.

Por lo tanto, el sistema queda totalmente representado con la implementación de la herramienta PLECS Blockset para beneficios en la simulación. A continuación, se evaluarán los casos que validen el comportamiento.

### 6.3.2 Simulación a velocidad constante

Se planteará un caso con par de carga constante y otro con par de carga variable para así analizar el comportamiento de las señales medidas como la velocidad de salida del motor, la estimación del filtro extendido de Kalman y las corrientes de entrada al controlador.

### Caso 1

Se define un sistema con par de carga constante teniendo como parámetros iniciales los mismos valores de la simulación realizada en el primer caso del apartado 6.2.1. Aquí se obtuvo los siguientes resultados:

Con respecto al control de velocidad, en la Fig. 38 se observa la salida de la simulación:



Fig. 38 Salida del control de velocidad (rojo) frente a una referencia constante (verde) Fuente: Elaboración propia

De acuerdo con la referencia establecida, se puede apreciar en la gráfica cómo la señal de velocidad estimada proveniente del filtro extendido de Kalman llega a su referencia con un comportamiento gradual y se mantiene hasta el final de la simulación.



Del mismo modo, con respecto a las corrientes de entrada al controlador medidas antes de la trasformación a los ejes rotativos, la **Fig. 39** nos muestra el siguiente comportamiento:

Fig. 39 Corrientes de entrada previas a transformación rotativa. a) ia (azul) b) ib (verde) c) ic (roja) Fuente: Elaboración propia

Se observa que las corrientes resultantes mantienen una amplitud moderada haciendo que el acercamiento a la referencia frente a un cambio brusco sea de manera gradual como se tiene en la Fig. 38.

### Caso 2

Se plantea el caso con par de carga variable, teniendo el sistema las mismas características de simulación que el segundo caso del apartado 6.2.1. Los resultados obtenidos son analizados de la siguiente manera:



Fuente: Elaboración propia

En la **Fig. 40** podemos deducir que la velocidad controlada no varía mucho al colocarle un par de carga variable ya que se mantiene siguiendo la velocidad de referencia igual a 300 rad/s.

Del mismo modo, observamos que, en la leyenda de la gráfica de análisis, se tienen 3 señales; esto ocurre ya que la señal en azul es la medida desde el motor mientras que la roja se obtiene de la estimación del EKF por lo que podemos demostrar la eficiencia del estimador pues logra superponer su señal frente a la velocidad de salida real del motor.

Por otra parte, las corrientes presentadas en la Fig. 41 resultan de la siguiente manera:



**Fuente:** Elaboración propia

Se muestra que en el tiempo igual a t=0.25 seg. las corrientes aumentan su amplitud ligeramente; esto se debe a que en este punto se eleva el par de carga, por lo que se requiere más corriente para controlar adecuadamente.

Además, podemos comprobar que las señales son muy sinusoidales debido a que el sistema está muy bien "anclado" a su referencia.

### 6.3.3 Simulación a velocidad variable

Una vez demostrada la validez del circuito a velocidad constante, se evaluará el mismo a velocidad variable y par de carga variable; y así analizar el funcionamiento del controlador.

### Caso 1

En este primer caso se tendrá una velocidad de referencia similar al primer caso del apartado 6.2.2; mientras que el par de carga será un "step" ascendente entre los valores 35 N.m y 52 N.m, cambiando a mitad de la simulación. El tiempo de simulación será de 0.5 segundos.



En la Fig. 42 se expone el resultado del comportamiento de la velocidad controlada:

Fig. 42 Velocidad estimada controlada (rojo) frente a la referencia del sistema (verde) Fuente: Elaboración propia

Como se observa de la gráfica, el control sigue siendo muy estable y con pendientes graduales para alcanzar la referencia en cambios bruscos. Esto comprueba el funcionamiento del controlador frente a elevaciones de velocidad como para velocidades constantes.

Por otra parte, las corrientes expuestas en la Fig. 43 resultan de la siguiente manera:



Fuente: Elaboración propia

En el gráfico se diferencian claramente 5 etapas que van de acuerdo con la variación de la velocidad controlada.

La primera etapa muestra las corrientes cuando la referencia es 0 rad/s. En la segunda etapa se obtienen las corrientes en la pendiente gradual hacia el cambio de referencia brusco;

mientras que, en la tercera etapa se observa el comportamiento de las corrientes a velocidad constante, pero en el tiempo t=0.25 seg. el par de carga aumenta por lo que las corrientes también lo hacen.

Además, en la cuarta etapa se observa cómo la señal de corriente primero tiene una cierta amplitud para la velocidad constante hasta el tiempo t=0.4 seg, donde comienza a aumentar gradualmente debido a que la referencia está incrementándose con pendiente positiva.

Por último, la quinta etapa denota corrientes sinusoidales, pero con mayor amplitud que la etapa 3 ya que la referencia se encuentra a mayor velocidad.

#### Caso 2

Para este segundo caso, se evaluará una velocidad totalmente variable en un tiempo de simulación de 1.5 seg. La forma de la referencia para la velocidad será la misma que en la Fig. 31. Además, el par de carga será un "step" descendiente entre valores igual a 55 N.m y 45 N.m, y que vendrá referenciado con un "ruido blanco" agregado a su señal para comprobar si no presenta ningún inconveniente. Este par se muestra en la **Fig. 44**:



**Fuente:** Elaboración propia

La Fig. 45 nos muestra la resultante de las velocidades tanto de referencia como la de salida del motor:



Fig. 45 Resultado de velocidades en el caso 1. a) Señal de referencia (verde) b) Velocidad de salida con EKF (rojo) Fuente: Elaboración propia

De esta gráfica podemos analizar el incremento gradual de la velocidad predicha del motor para alcanzar su referencia. Esto se debe a que, como hemos explicado en la conceptualización de la función costo, usted puede colocar cualquier criterio que pretenda restringir en esta función, haciendo que se cumplan al reducirla.

En este caso, se colocó una restricción de corriente máxima que explica el comportamiento observado en la subida proporcional de la señal de velocidad del motor, la cual depende de la corriente que se le haya puesto como máxima; es decir que, si se le colocara un valor más grande de corriente, la velocidad incrementaría más rápido y, por tanto, llegaría a su referencia en un menor tiempo.

Cabe resaltar que esta corriente máxima se especifica de acuerdo al motor que se esté evaluando, siendo una característica propia de cada motor.

Del mismo modo, es necesario especificar que la velocidad del motor ha sido estimada mediante el filtro extendido de Kalman por lo que se demuestra la aproximación óptima del filtro a la velocidad medida desde el motor.



Por otra parte, la Fig. 46 nos muestra la conducta de las corrientes frente al control predictivo:

*Fig. 46 Comportamiento de corrientes ia (azul), ib(verde) e ic(rojo) para el caso 2.* **Fuente:** Elaboración propia

Con respecto a las corrientes, se demuestra lo esperado teniendo una velocidad de salida del motor tan estable. Las componentes trifásicas se muestran sinusoidales en casi todo el tiempo de simulación, excepto al momento en que la referencia se encuentra en 0 rad/s.

A la vez, se comprueba que las corrientes varían de acuerdo al cambio de referencia, exigiendo más corriente al momento de incrementar la velocidad; y reducirla al momento de descender.

### 6.3.4 Resumen de resultados para el PSC

Con estos dos casos completamente detallados, se demuestra que el controlador no presenta algún problema con estos parámetros a los que se ha evaluado; por lo que podemos

decir que este controlador predictivo es completamente válido para un control de velocidad para un motor de imanes permanentes interiores.

#### 6.4 Análisis de gráficas entre FOC y PSC

En este apartado, se pretende realizar un análisis comparativo que nos permita discriminar entre las estrategias de control de acuerdo al comportamiento que mejor se adecúe a nuestro sistema. Se plantearán ciertos casos para darle versatilidad al análisis.

Además, un valor extra que será comparado en este análisis será la corriente de pico de la simulación, la cual se encuentra representada en ambos controladores como lo indica la Fig. 47:



Fig. 47 Bloque para la detección del pico de corriente a lo largo de la simulación **Fuente:** Elaboración propia

### Caso 1

Para este primer caso, se evalúan los sistemas con un torque y velocidad de referencia constante. El valor del torque de carga es igual a 45 N.m y el de referencia igual a 300 rad/s.



*Fig.* 48 Comparación a Tl=45 N.m y wref=300 rad/s. Para ambas referencias de velocidad (PSC:2 y FOC:2, Verde). a) FOC (Azul) b) PSC sin EKF (PSC:1, Negro) c)PSC con EKF (PSC:3, Rojo) **Fuente:** Elaboración propia

De esta gráfica se puede deducir que los comportamientos son los esperados ya que poseen las formas características de sus estrategias de control.

Además, se demuestra que el control predictivo es mucho más efectivo para este caso ya que no posee sobreoscilación como sí lo tiene el controlador en campo orientado. Pese a esa diferencia, ambos controladores convergen en la referencia.

Del mismo modo, una ventaja que se puede comprobar en este resultado es que el PSC puede regular su comportamiento en función a una corriente máxima, lo que hace que la pendiente hacia su referencia sea en un mayor o menor tiempo de simulación.



Por otro lado, las corrientes trifásicas vienen representadas en la Fig. 49:

Fig. 49 Corrientes resultantes para el caso 1. a) FOC b) PSC Fuente: Elaboración propia

De esta comparación de corriente podemos deducir que el par de carga constante no produce ningún cambio al momento de ser aplicado en los controladores.

Además, se concluye que las corrientes varían en función a la forma en que la velocidad se acerca a su referencia ya que como resulta en la Fig. 48, en el caso de los PI este acercamiento es más brusco comparado con el PSC que es más suave y preciso.

### Caso 2

En este caso, se presentarán todas las variaciones necesarias para obtener una diferencia clara al comparar ambos controladores. Se tomarán como valores para la simulación, el caso 2 del apartado 6.3.3 ya que se considera que tiene todos los escenarios de variación posible para este motor; es decir que posee referencia variable y torque de carga variable con implementación de ruido blanco.

Al simular el sistema para este caso, se obtuvieron los siguientes resultados:



Fig. 50 Comparación del comportamiento frente a una velocidad de referencia (verde) del FOC (azul) y el PSC (rojo) Fuente: Elaboración propia

En primer lugar, se debe recalcar que la salida de velocidad del controlador predictivo es la señal de salida de la estimación de velocidad del filtro extendido de Kalman. Se hace mención a esto ya que es muy importante conocer el alcance de estimación que tiene dicho filtro pues en nuestro caso llega a superponerse a la velocidad tomada del mismo motor. Por lo tanto, esto comprueba que este estimador está correctamente diseñado.

En segundo lugar, como se observa en la **Fig. 50**, la salida es más favorable para el control predictivo ya que este no posee una oscilación antes de estabilizarse completamente como sí lo tiene el control en campo orientado. Esto se debe a que el predictivo tiene la ventaja de insertar cualquier criterio o restricción en su función costo, haciendo que se cumpla al reducirla en cada tiempo de muestreo.

En este caso de la sobreoscilación que no posee el PSC, resulta de haberle colocado una limitación de corriente máxima, por lo cual hace que su acercamiento a la referencia sea en un tiempo gradual y no como lo suelen realizar los PID en el FOC. A la vez, la conceptualización del predictivo se basa en analizar estados para reducir el error en cada tiempo de muestreo, lo cual lo hace más eficiente frente a la lectura del error de los PI en la estrategia de control en campo orientado.

Del mismo modo, el comportamiento del control predictivo es más sólido debido a la diversidad de maneras de abordar los criterios y restricciones lo que permite inducir un resultado de velocidad controlada prácticamente creado por ti mismo.

Como último detalle de análisis en esta gráfica, se puede observar que en el t=0.5 seg., el par de carga desciende, lo cual afecta al PI que empieza a oscilar ligeramente. Esto no ocurre con el control predictivo que se mantiene constante como lo indica su referencia.



Por otra parte, con respecto a las corrientes, se muestra la comparación en la Fig. 51:

*Fig. 51 Comparación de corrientes. a) FOC b) PSC* **Fuente:** Elaboración propia

La Fig. 51 refuerza la idea planteada anteriormente ya que se observa cómo la amplitud de la corriente es menor que en el control en campo orientado producto de la limitación colocada en la función costo.

A la vez, queda demostrado que el comportamiento es más sinusoidal en el control predictivo que en el campo orientado debido a que en este último no sigue tan bien la referencia como lo hace el PSC.

Por otro lado, se compararon los resultados del valor del pico máximo de corriente para ambos controladores, obteniendo los siguientes resultados.



De la **Fig. 52** se deduce que el pico de corriente en el controlador en campo orientado es mayor debido al comportamiento del PI al querer acercarse a su referencia; mientras que el pico de corriente en el control predictivo es un poco más coherente teniendo en cuenta que se le ha implementado una restricción de corriente.

### 6.5 Resumen del capítulo

Para resumir el análisis de resultados en ambos controladores, se realiza como conclusión a este capítulo un cuadro comparativo de ambas estrategias de control:

	FOC	PSC
Marco de referencia	Rotativo	Rotativo
Variables controladas	Velocidad y corrientes	Velocidad y corrientes
Señales medidas	Corrientes y velocidad	Corrientes
Tipo de controlador	PI y SVM	Predictivo
Frecuencia de muestreo	Alta	Muy alta
Frecuencia de conmutación	Fija	Fija
Sobreoscilación	Sí	No
Pico de corriente máximo	Alto	Bajo
Dificultad de diseño	Sencillo	Complicado
Versatilidad de control	Fija	Muy Versátil
Control de velocidad	Medio	Óptimo

 Tabla VII Cuadro comparativo: FOC vs PSC

 Fuente: Elaboración propia

## Capítulo 7

## **Conclusiones y Trabajo futuro**

En este capítulo se plantean las conclusiones del proyecto; así como la mejora del mismo con la finalidad de seguir en la línea de investigación en la que está orientado.

Hasta este punto, el trabajo se encuentra completamente desarrollado, por lo que, a partir de los resultados obtenidos en el capítulo anterior, es fundamental sacar ciertas conclusiones del sistema implementado.

Del mismo modo, se plantearán ideas para trabajos futuros con respecto al tema de control predictivo, relacionándolo con su importancia en el control de velocidad y en el entorno industrial.

### 7.1 Conclusiones del proyecto

- Se demuestra que la aproximación integral de Tustin o bilineal es la adecuada para el diseño de este sistema ya que al ser mucho más precisa que la aproximación de Euler o la backward, permite realizar análisis mucho más detallados al término de las simulaciones.
- 2) La introducción de compensaciones como la de retardo y la del torque de carga en el controlador predictivo de velocidad hicieron que el comportamiento de salida para las señales controladas sea más estable y, por lo tanto, que el sistema mejore su calidad al momento de controlar las respectivas variables.
- 3) La discretización del modelo del motor suele realizarse con el método de Euler; sin embargo, en este proyecto se discretizó por el método de integración de Euler modificado con la finalidad de obtener una mayor precisión en el modelo discreto.
- 4) Para la discretización del modelo no solo se pueden aplicar Euler y Euler modificado, sino cualquier método de integración como Runge Kutta de orden n-ésimo, pero se debe tener en cuenta que en un proceso industrial debemos optimizar los tiempos en los controladores; por lo que claramente este último método resulta más extenso que los dos métodos de integración comunes para este sistema.

- 5) Con respecto al diseño, se concluye que el control predictivo de velocidad no usa ningún lazo de corriente externo ya que la velocidad es directamente controlada por el controlador predictivo, resultando un alto rendimiento dinámico del sistema.
- 6) La aplicación del PSC es un buen ejemplo de la versatilidad del control predictivo por modelo (MPC) ya que la estructura del controlador cambia de acuerdo con las diferentes variables, objetivos de control y restricciones que se le impongan al sistema diseñado.
- 7) El filtro extendido de Kalman resulta una herramienta necesaria no solo para filtrar las corrientes medidas a la entrada del controlador, sino que el esquema propuesto puede ser utilizado para eliminar satisfactoriamente el sensor de velocidad en el motor ya que, con las ecuaciones del filtro, se pudo estimar tanto la velocidad como la posición de dicho motor IPM.

### 7.2 Trabajo futuro

El trabajo realizado ha logrado cumplir el alcance esperado y el objetivo para el que ha sido diseñado y modelado. Sin embargo, podría mejorarse en diferentes puntos que le permitan ser un programa mucho más eficiente, seguro y con mayores alternativas de análisis.

Como primer punto de mejora para un posterior estudio sería la introducción en la función costo de otra técnica de minimización de pérdidas a alta velocidad como lo es la estructura *"Field Weakening Operation"* planteada en [34].

Por otra parte, un trabajo futuro atractivo para este proyecto sería la implementación de este controlador predictivo a un motor de imanes permanentes interiores. Cabe resaltar que este control se puede realizar a cualquier motor IPM ya que funciona con los parámetros de la ficha técnica de cada motor.

Este proyecto por lo tanto sería una base consistente para la construcción física de este controlador. En primer lugar, se debe simular correctamente el controlador en programas como Simulink de acuerdo con los requerimientos y requisitos que se necesiten (realizado en este trabajo), para posteriormente utilizar alguna de las herramientas de prototipado rápido que nos permita establecer el sistema PC-CONTROLADOR-MOTOR. Existen distintos distribuidores de motor IPM a nivel mundial tales como ABB, SIEMENS, Yaskawa, WEG, entre otras.

Por último, otra mejora importante sería encontrar una aplicación innovadora para este motor controlado con la finalidad de que pueda extender su potencial en contribuir con los avances tecnológicos en el ámbito de la electrónica de potencia.

## Bibliografía

- [1] Microsemi, "Park, Inverse Park And Clarke, Inverse Clarke Software, Transformations MSS Implementation," *Microsemi*, pp. 5–7, 2013.
- [2] S. L. Sanjuan, "Voltage Oriented Control of Three-Phase Boost PWM Converters," p. 105, 2010.
- [3] T. Instrument, "Clarke & Park Transforms on the TMS320C2xx," *4.3 Process. Util.*, no. 13, p. 46, 1997.
- [4] P. D. Chandana Perera, "Sensorless Control of Permanent-Magnet Synchronous Motor Drives," Aalborg University, 2002.
- [5] R. H. PARK, "Two-Reaction Theory of Synchronous Machines: Generalized Method of Analysis-Part I," *Trans. Am. Inst. Electr. Eng.*, vol. 48, no. 3, pp. 716– 727, 1929.
- [6] Analog Devices, "ADSP-21990: Reference Frame Conversions," *Access*, no. January, pp. 1–14, 2002.
- [7] L. Vesely and D. Zamecnik, "Extending mathematical model of permanent magnet synchronous motors in alpha-beta coordinate system for EKF," *12th IEEE Int. Symp. Comput. Intell. Informatics, CINTI 2011 - Proc.*, pp. 457–460, 2011.
- [8] Maria Oana Mora, "Sensorless vector control of PMSG for wind turbine applications," *Power*, no. June, p. 64, 2009.
- [9] K. Raggl, B. Warberger, T. Nussbaumer, S. Burger, and J. W. Kolar, "Robust anglesensorless control of a PMSM bearingless pump," *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 56, no. 6, pp. 2076–2085, 2009.
- [10] M. D 'alessio, "Sensorless control of a PMSM with parameters uncertainties," Aalborg University.
- [11] C. Gómez Suárez, "Predictive control for PMSM," 2016.
- [12] D. V. Muñoz, "Design, Simulation and Implementation of a PMSM Drive System," *Master Thesis, Chalmers Univ. Technol. Sweden*, p. 75, 2011.
- [13] A. University, "Lecture 8 contents Modeling of Permanent Magnet Sync . Machines - Machine structure analysis - Voltage equations - torque equations • Steady-state analysis."
- [14] T. M. Jahns, G. B. Kliman, and T. W. Neumann, "Interior Permanent-Magnet Synchronous Motors for Adjustable-Speed Drives," *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. IA-22, no. 4, pp. 738–747, 1986.
- [15] A. A. Ahmed, "Experimental Implementation of Model Predictive Control for Permanent Magnet Synchronous Motor," *Int. Sch. Sci. Res. Innov.*, vol. 9, no. 7, pp. 605–608, 2015.
- [16] M. S. Merzoug and F. Naceri, "Comparison of Field-Oriented Control and Direct Torque Control for Permanent Magnet Synchronous Motor (PMSM)," vol. 2, no. 9,

pp. 1797-1802, 2008.

- [17] P. Stopa, "High Speed Field Oriented Control," Aalborg University, 2009.
- [18] E. C. Dos Santos Jr. and E. R. Cabral da Silva, *Advanced Power Electronics Converters. PWM Converters Processing AC Voltages.* 2015.
- [19] G. Bragado, "Análisis y diseño de un rectificador trifásico elevador PWM," 2010.
- [20] J. R. Rodríguez, J. W. Dixon, J. R. Espinoza, J. Pontt, and P. Lezana, "PWM regenerative rectifiers: State of the art," *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 52, no. 1, pp. 5–22, 2005.
- [21] W. Xu, H. Kaizheng, Y. Shijie, and X. Bin, "Simulation of Three-phase Voltage Source PWM Rectifier Based on the Space Vector Modulation," *Control Decis.* ..., pp. 1881–1884, 2008.
- [22] J. Holtz, "Pulsewidth Modulation for Electronic Power Conversion," *Proc. IEEE*, vol. 82, no. 8, pp. 1194–1214, 1994.
- [23] E. Technology, "{DC} {Link} {Voltage} {Control}," 2008.
- [24] Unicauca, "Electric Drives Principles: From Basics to Advanced Vector Control and Encoder-less Operation." pp. 1–286, 2004.
- [25] J. Rodriguez and P. Cortes, *Predictive control of power converters and electrical drives*. 2012.
- [26] P. Cortes, J. Rodriguez, C. Silva, and A. Flores, "Delay compensation in model predictive current control of a three-phase inverter," *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 59, no. 2, pp. 1323–1325, 2012.
- [27] X. Xu, J. Sun, C. Yan, and J. Zhao, "Predictive Speed Control of Interior Permanent Magnet Synchronous Motor with Maximum Torque Per Ampere Control Strategy," no. 1, pp. 4847–4852, 2017.
- [28] E. J. Fuentes, C. Silva, D. E. Quevedo, and E. I. Silva, "Predictive speed control of a synchronous permanent magnet motor," 2009 IEEE Int. Conf. Ind. Technol., no. 2, pp. 1–6, 2009.
- [29] P. Kakosimos and H. Abu-rub, "Predictive Speed Control With Short Prediction," vol. 33, no. 3, pp. 2740–2750, 2018.
- [30] M. Preindl and S. Bolognani, "Model Predictive Direct Speed Control with Finite Control Set of PMSM Drive Systems," *IEEE Trans. Ind. Informatics*, vol. 9, no. 2, pp. 648–657, 2013.
- [31] M. Preindl and S. Bolognani, "Model Predictive Direct Torque Control With Finite Control Set for PMSM Drive Systems, Part 1: Maximun Torque per Ampere Operation," *Ind. Informatics, IEEE Trans.*, vol. 9, no. 2, pp. 648–657, 2013.
- [32] W. Ipanaqué Alama, *Control automático de procesos. Innovando los procesos productivos*, Primera. Piura, 2012.
- [33] Baldor Electric Company ©, "ZDPM18015C-BV," *ABB Baldor* ©. [Online]. Available: https://www.baldor.com/catalog/ZDPM18015C-BV.
- [34] M. Preindl and S. Bolognani, "Model Predictive Direct Torque Control With Finite Control Set for PMSM Drive Systems, Part 2 : Field Weakening Operation," *IEEE Trans. Ind. Informatics*, vol. 9, no. 2, pp. 648–657, 2013.

# Apéndices

# A. Diagrama de bloques del FOC

# A-1. Etapa de control vectorial discreto



*Fig. 53 Etapa de controlador discreto* **Fuente:** Elaboración propia





Fig. 55 Parámetros desacoplados Fuente: Elaboración propia



*Fig. 56 Controlador de velocidad* **Fuente:** Elaboración propia



*Fig. 57 Controladores de corriente* **Fuente:** Elaboración propia

## A-2. Etapa de modelado de motor



*Fig. 58 Estructura interna del motor modelado* **Fuente:** Elaboración propia



*Fig. 59 Ecuación mecánica del motor* **Fuente:** Elaboración propia



*Fig. 60 Principios fundamentales del motor* **Fuente:** Elaboración propia

## A-3. Etapa de detección de pico y torque de carga



*Fig. 62 Referencia de torque de carga con ruido blanco* **Fuente:** Elaboración propia



*Fig. 61 Esquema de detección de pico de corriente* **Fuente:** Elaboración propia

# B. Diagrama de bloques del PSC

### **B-1. Etapa de potencia: PLECS y modelado de motor**



*Fig. 63 Etapa potencia del PSC final* **Fuente:** Elaboración propia



Fig. 64 Modelado del motor para controlador predictivo Fuente: Elaboración propia

## **B-2. Etapa del filtro extendido de Kalman**



*Fig. 65 Etapa del filtro extendido de Kalman* **Fuente:** Elaboración propia



*Fig. 66 Controlador predictivo de velocidad* **Fuente:** Elaboración propia

# C. Diagrama de bloques del filtro extendido de Kalman



*Fig. 68 Referencia de par de carga* **Fuente:** Elaboración propia



*Fig. 69 EKF en herramienta Simulink* **Fuente:** Elaboración propia

## D. Código de inicialización del FOC

```
% IPM motor, 15 hp
clear
              = 460/sqrt(3); % max. RMS phase voltage
= Vs*sqrt(2); % peak value, phase voltage
Vs
Vph
              = 1800;
                                % [rpm], rate speed
nrat
               = 4/2;
                                 \% Number of pole pairs = 1/2
Npp
number of poles
              = 2*pi*nrat/60*Npp; % Rated electrical angular
Omegae rat
frequency
Lndmpm
              = 0.99628;
                                % [Wb.turns], rotor peak PM
flux linkage
              = 26.46e-3;
J
                               % Motor inertia [Kg.m^2]
              = 56.9;
Trat
                                % Rated torque 57 Nm.
Tl const
              = Trat/nrat^2; % Fan load torque constants
9
fs
               = 20e3;
                                % switching frequency
              = 0.24047;
Rs
                                % [Ohm]
              = 14.5e-3;
                                % [H]
Ld
              = 59e-3;
                                 % [H]
Lq
8
% Limiting the max. transient current in the output of speed
loop PI
I rated
             = 22;
                                % Peak rated power
```

Iphmax = I rated\*sqrt(2)\*3;

90

## E. Código de SVPWM

```
function y = fcn(u)
% Space Vector Modulation
          = zeros(3,1);
У
vsd
           = u(1); % V alfa
vsq
           = u(2); % V beta
Vdc
           = u(3); % DC link voltage
% Set the voltage limits
weight
           = Vdc/(sqrt(3)*sqrt(vsd*vsd+vsq*vsq));
          = abs(vsd*weight);
dlimit
qlimit = abs(vsq*weight);
if (abs(vsd)>dlimit)
       = (3*sign(vsd)*dlimit)/(2*Vdc);
   vsd
else
   vsd = (3*vsd) / (2*Vdc);
end
if(abs(vsq)>qlimit)
   vsq = (3*sign(vsq)*qlimit)/(2*Vdc);
else
   vsq = (3*vsq) / (2*Vdc);
end
duty a
             = 0;
duty b
             = 0;
             = 0;
duty c
if ((vsd>=0) && (vsq>=0))
    if (vsq < sqrt(3) *vsd)</pre>
       % sector 0
       t1 = 0.5*(vsd-(vsq/sqrt(3)));
             = vsq/sqrt(3);
       t2
       temp = 0.5 - t1 - t2;
       duty a = 1-temp;
       duty b = 1 - (temp + 2 + t1);
       duty c = temp;
    else
```

```
% sector 1
         t1
              = 0.5*((vsq/sqrt(3))-vsd);
                = 0.5*((vsq/sqrt(3))+vsd);
         t2
                = 0.5 - t1 - t2;
         temp
         duty b = 1-temp;
         duty_a = 1 - (temp + 2 * t1);
         duty c = temp;
     end
end
if ((vsd<0) && (vsq>0))
    if (vsq < (sqrt(3)*abs(vsd)))</pre>
        % sector 2
        t1
                 = (vsq/sqrt(3));
        t2
                = 0.5*(abs(vsd) - (vsq/sqrt(3)));
                = 0.5 - t1 - t2;
        temp
        duty b = 1-temp;
        duty c = 1 - (temp + 2 + t1);
        duty a = temp;
    else
        % sector 1
        t1
                = 0.5*((vsq/sqrt(3))-vsd);
                = 0.5*((vsq/sqrt(3))+vsd);
        t2
                = 0.5 - t1 - t2;
        temp
        duty b = 1-temp;
        duty a = 1-(temp+2*t1);
        duty_c = temp;
    end
end
if ((vsd<0) && (vsq<=0))
    if (abs(vsq) <= sqrt(3)*abs(vsd))</pre>
        % Sector 3
        t1
                = (abs(vsq)/sqrt(3));
                 = 0.5* (abs(vsd) - (abs(vsq) / sqrt(3)));
        t2
        temp
                = 0.5 - t1 - t2;
        duty c = 1-temp;
        duty b = 1 - (temp + 2 * t1);
        duty_a = temp;
    else
        % Sector 4
        t1
                = 0.5*((abs(vsq)/sqrt(3))-vsd);
        t2
                 = 0.5*((abs(vsq)/sqrt(3))+vsd);
        temp
                = 0.5 - t1 - t2;
        duty c = 1-temp;
        duty a = 1 - (temp + 2 + t1);
        duty b = temp;
    end
end
```

```
if ((vsd>=0) && (vsq<0))
   if(abs(vsq)<=vsd*sqrt(3))</pre>
      % Sector 5
      t1
           = 0.5*(vsd-(abs(vsq)/sqrt(3)));
      t2
             = (abs(vsq)/sqrt(3));
      temp = 0.5 - t1 - t2;
      duty a = 1-temp;
      duty c = 1 - (temp + 2 \times t1);
      duty b = temp;
   else
      % Sector 4
      t1 = 0.5*((abs(vsq)/sqrt(3))-vsd);
             = 0.5*((abs(vsq)/sqrt(3))+vsd);
      t2
      temp = 0.5 - t1 - t2;
      duty c = 1 - temp;
      duty a = 1 - (temp + 2 + t1);
      duty b = temp;
   end
end
y(1) = duty a;
y(2) = duty b;
y(3) = duty_c;
<u>%</u>_____
```

## F. Código de PSC completo

```
function [Sa,Sb,Sc,we out] =
Predictive speed controller(wref, x, theta)
persistent k1
if isempty(k1), k1=1; end
%Parámetros requeridos en simulación
Ts=25e-6; %Sampling time
Ld=14.5e-03; %Inductancia d
Lq=59e-03; %Inductancia q
trim=0.99628; %Flujo del imán
Rs=0.24047; %Resistencia del estator
Vdc=750;
J=26.46e-3; %Inercia del motor
B=0; %Coeficiente de fricción viscosa
          %Par de polos
p=2;
g opt=1e10; %Valor función-costo inicial
imax=20; %Corriente máxima (limitación)
```

```
x opt=1;
           %X opt inicial
werp=0;
vkm1=0;
%Definiendo x(k)
id=x(1);
iq=x(2);
we=x(3);
%Estados de conmutación
states=[0 0 0;1 0 0;1 1 0;0 1 0;0 1 1;0 0 1;1 0 1;1 1 1];
%Valores Vd-Vq a partir de estados de conmutación
ud=Vdc^{*}(2/3)^{*}(states(k1,1)^{*}cos(theta)^{+}states(k1,2)^{*}cos(theta-
2*pi/3)+states(k1,3)*cos(theta+2*pi/3));
uq=Vdc*(2/3)*(-states(k1,1)*sin(theta)-
states(k1,2)*sin(theta-2*pi/3)-
states(k1,3)*sin(theta+2*pi/3));
%Compensación de Tl
klo=100;
vk=vkm1+Ts*(we-werp);
%Estimación k+1
id1=(1-(Rs/Ld)*Ts)*id+(Lq*we/Ld)*Ts*iq+(Ts/Ld)*ud;
iq1=(1-(Rs/Lq)*Ts)*iq-((Ld*id+trim)/Lq)*Ts*we+(Ts/Lq)*uq;
we1=(1.5*p^2/J)*(trim-(Lq-Ld)*id)*Ts*iq+(1-
(B*Ts/J))*we+klo*vk;
%Correción de estimación de k+1
id1 c=id+(Ts/2)*((-Rs*id/Ld)+(Lq*we*iq/Ld)+ud/Ld)+0.5*Ts*((-
Rs*id1/Ld + (Lq*we1*iq1/Ld) + ud/Ld);
iq1 c=iq+0.5*Ts*((-Rs*iq/Lq)-
((Ld*id+trim)*we/Lq)+uq/Lq)+0.5*Ts*((-Rs*iq1/Lq)-
((Ld*id1+trim)*we1/Lq)+uq/Lq);
we1 c=we+0.5*Ts*((1.5*(p^2)*(trim-(Lq-Ld)*id)*iq/J)-
B*we/J+klo*vk)+0.5*Ts*((1.5*(p^2)*(trim-(Lq-Ld)*id1)*iq1/J)-
(B*we1/J)+klo*vk);
for m=1:7
%Valores Vd-Vq después de predicción k+1
ud1=Vdc^{(2/3)} (states(m, 1) cos(theta)+states(m, 2) cos(theta-
```

2\*pi/3)+states(m,3)\*cos(theta+2\*pi/3));

<sup>89</sup> 

```
uq1=Vdc^{(2/3)} (-states(m, 1) + sin(theta) - states(m, 2) + sin(theta)
2*pi/3) - states (m, 3) * sin (theta+2*pi/3));
%Compensación del torque para k+2
vk1=vk+Ts*(we-we1 c);
%Valores predictivos para k+2
id2=(1-(Rs/Ld)*Ts)*id1 c+(Lq*we1 c/Ld)*Ts*iq1 c+(Ts/Ld)*ud1;
iq2=(1-(Rs/Lq)*Ts)*iq1 c-
((Ld*id1 c+trim)/Lq)*Ts*we1 c+(Ts/Lq)*uq1;
we2=(1.5*p^2/J)*(trim-(Lq-Ld)*id1 c)*Ts*iq1 c+(1-
(B*Ts/J))*we1 c+klo*vk1;
%Correción de estimación de k+2
id2 c=id1+(Ts/2)*((-
Rs*id2/Ld)+(Lq*we2*iq2/Ld)+ud1/Ld)+0.5*Ts*((-
Rs*id1 c/Ld)+(Lq*we1 c*iq1 c/Ld)+ud1/Ld);
iq2 c=iq1+0.5*Ts*((-Rs*iq2/Lq)-
((Ld*id2+trim)*we2/Lq)+uq1/Lq)+0.5*Ts*((-Rs*iq1 c/Lq)-
((Ld*id1 c+trim)*we1 c/Lq)+uq1/Lq);
we2 c=we1+0.5*Ts*((1.5*(p^2)*(trim-(Lq-Ld)*id2)*iq2/J)-
B*we2/J+klo*vk1)+0.5*Ts*((1.5*(p^2)*(trim-(Lq-
Ld) *id1 c) *iq1 c/J) - (B*we1 c/J) + klo*vk1);
    if abs(id2 c)>imax || abs(iq2 c)>imax
        f=1e10;
    else
        f=0;
    end
%Limitación MTPA
cal=abs(id2 c+((Ld-Lq)/trim)*(id2 c^2-iq2 c^2))^2;
ca2=abs(sqrt((Lq*iq2 c/Ld)^2+(id2 c+trim/Ld)^2)-
(1*Vdc)/(sqrt(3)*we2 c*Ld))^2;
if ca2<ca1
    ca=ca2;
else
    ca=ca1;
end
cl2=abs(1+2*id2 c*(Ld-Lq)/trim)^2;
if abs((2*(Ld-Lq)*id2 c/trim)+1)<0
    c_l=cl2;
else
```

```
c_l=0;
end
%Función costo
g=abs(8000*(wref-we2_c)^2+f+0.01*ca+8000*c_l);
    if g<g_opt</pre>
        g_opt=abs(g);
        x_opt=m;
    end
end
k1=x_opt;
werp=we2 c;
we_out=abs(we2_c);
vkm1=vk1;
%Salida de estados de conmutación
   Sa=states(x_opt,1);
   Sb=states(x opt,2);
   Sc=states(x opt, 3);
```

```
end
```

### Anexos

## ANEXO 1. Ficha técnica del motor Baldor ZDPM18010C-BV







