



UNIVERSIDAD
DE PIURA

FACULTAD DE INGENIERÍA

**Optimización del consumo de energía eléctrica utilizando
un sistema automático de control aplicado a sistemas de
refrigeración industrial**

Tesis para optar el Grado de
Máster en Ingeniería Mecánico -Eléctrica con mención en Sistemas Energéticos y
Mantenimiento

Heriberto Rafael Zelada Solís

Asesor(es):
Mgtr. Ing. José José Manrique Silupú

Piura, mayo de 2019





*Gracias a mi esposa Kelly,
a mis hijas Andrea y Matilde,
a mis padres Arles y Agustina,
porque sin su ayuda y comprensión
no hubiera sido posible
cumplir con mi objetivo.*

Eternamente agradecido.



Prólogo

La Tesis “Optimización del consumo de energía eléctrica utilizando un sistema automático de control aplicado a sistemas de refrigeración industrial” tiene como objetivo impulsar el desarrollo de conocimiento y aplicación de nueva tecnología que lleven a una adecuada gestión de consumo energético en los sistemas de acondicionamiento de aire y refrigeración. Actualmente, observamos como común denominador que el problema radica en el “costo de energía” para las empresas, quienes, al no aplicar un adecuado sistema de control en el proceso y una adecuada gestión energética, los costos de operación y mantenimiento se verán reflejados como un efecto negativo en la rentabilidad de la empresa.

Durante la investigación de consumo de energía en la industria, pudimos observar que, en la publicación del [1] Guía N° 08: Elaboración de Proyectos de Guías de Orientación del Uso Eficiente de la Energía y de Diagnóstico Energético - Industria Conservera, pág. 6 - 8, donde refiere bajo la fuente del Ministerio de Energía y Mina – Dirección General de Electricidad, que el consumo de energía en el Sector Industrial (incluye Industrias Conserveras) en el año 2007 ha sido 173 434 MW-h. Muestra, además una relación de equipos típicamente encontrados en una industria conservera distribuidos porcentualmente de acuerdo al consumo total de energía eléctrica, que del total de 60 685 KW-h/mes, el 39% corresponde al consumo de túneles de congelamiento, el 28% a cámaras refrigeradas para conservación, el 19% a la producción de hielo y el 14% a iluminación – otros.

¿Qué podemos hacer como investigadores en un proceso de racionalización energético y optimización de procesos productivos en nuestro País? Muchas de las opciones pueden estar orientadas al uso de recursos de energía renovables, como energía alternativa para racionalizar el uso de energía eléctrica, adicionando la consecuente política de cuidado de nuestro planeta; pero además, existen mecanismos de control que pueden contribuir al ahorro energético en procesos productivos, si aún no optamos por uso de energía alternativa, con la aplicabilidad de nuevas estrategias de control en los procesos de refrigeración convencional, sobre aquella estrategia que generan un mayor consumo de energía eléctrica. Esta estrategia convencional de control básico o también llamado modo de Control ON/OFF, es la más usada en la industria, es el más elemental y consiste en activar el mando de acción cuando la variable (temperatura, presión, humedad, flujo) a controlar esté por debajo del valor deseado y desactivarla cuando esté por arriba del valor deseado, no siendo el adecuado cuando deseamos que la variable tenga un valor constante y uniforme.

William Ipanaqué en su libro Control Automático de Procesos ([2]), pág. 200, Capítulo 6, indica que: “El regulador ON/OFF se caracteriza porque su señal de comando tiene dos estados; es análogo a un controlador proporcional con una ganancia muy alta que satura muy rápido. Por lo general, en sistemas con elementos de este tipo se presenta una serie de oscilaciones conocidas como ciclo límite, cuyos parámetros dependen de las condiciones de diseño. Este comando de dos estados es un elemento no lineal, por ello algunos instrumentos matemáticos para el análisis y diseño desarrollados para sistema lineales no se pueden aplicar de forma directa. La función descriptiva es un concepto que se aplica para describir matemáticamente los sistemas no lineales que tienen dos estados, cuyo método y aplicación se basa en el análisis de los armónicos de las señales”.

Adicionalmente, tenemos también un mecanismo de control por retroalimentación ampliamente usado en los actuales sistemas de control industrial para el procesamiento, control y supervisión de datos conocido como P, I y PID, a pesar de su óptima sincronización requieren mejorar los parámetros de funcionamiento que llevan a costos aún significativos.

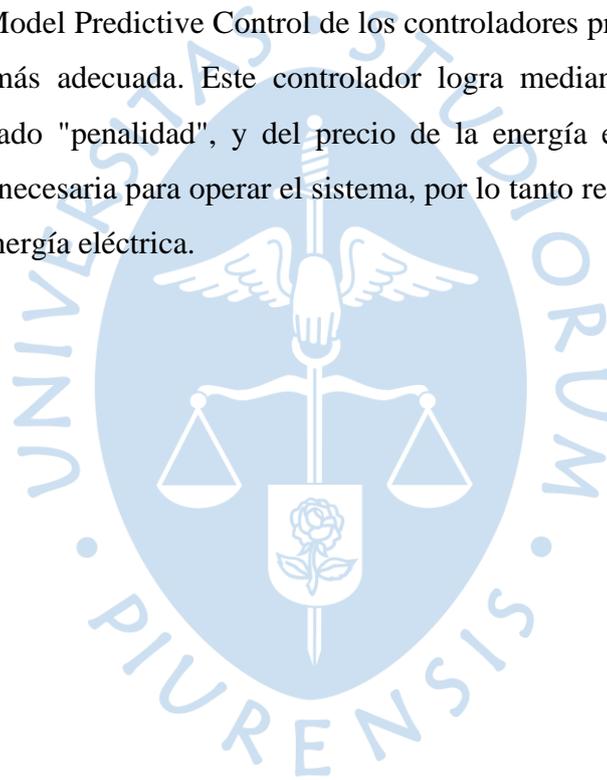
El fundamento de esta investigación, basado en la implementación de un sistema automático de control en la operación de procesos industriales de refrigeración y conservación de alimentos, permitirá la optimización en el uso de la energía eléctrica en el proceso productivo, facilitando así el crecimiento económico en cuyas empresas que utilizan refrigeración como proceso principal y se implemente este método de control.

Sabemos que la gestión de consumo energético es muy relevante para reducción de costos de operación y mantenimiento y esto, de forma indirecta, aporta al cuidado del medio. Esto debe contribuir a fijar los objetivos para la reducción de costos optimizando el uso la energía eléctrica, así como establecer las medidas, acciones y modificaciones a la política de gobierno de cada compañía que permitan reducir el consumo de energía eléctrica.

El Tesista agradece al FONDECYT por el financiamiento al proyecto de Control Avanzado para mejorar el uso de consumo energético en sistema de refrigeración industrial, Convenio de subvención N. 005-2016-FONDECYT, el cual ha permitido el desarrollo de la presente Tesis.

Resumen

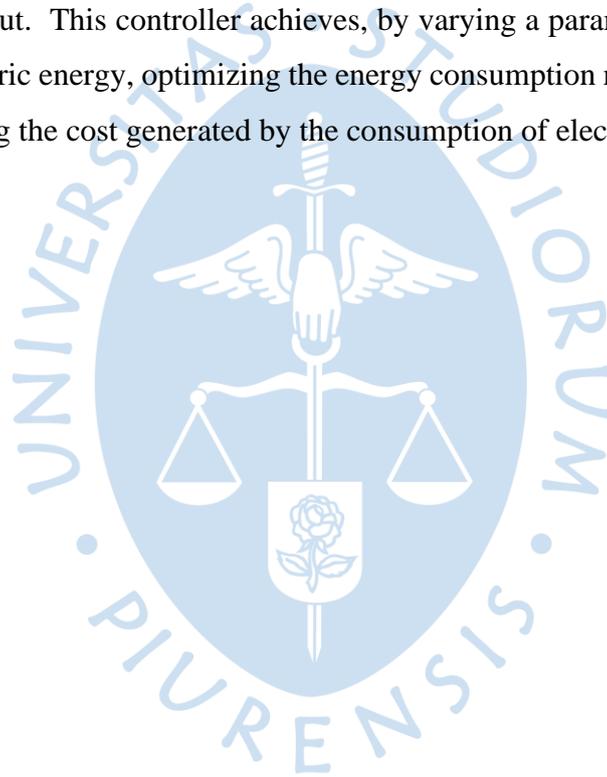
La presente tesis desarrolla la simulación de un modelo y control de un sistema de refrigeración de mango, desarrollado en la planta piloto de la Universidad de Piura. Se realizó la revisión de la situación actual en el Perú respecto al consumo de energía eléctrica en la Agroindustria, en especial, en Piura. Además, se revisó la aplicación de los controladores predictivos basados en modelo en la actualidad. Se desarrolló un modelo matemático de principios empleando balance de energía y la ecuación que relaciona la potencia del compresor y la frecuencia de trabajo. La validación de modelo se hizo mediante experimentos en la planta piloto. Se realizó el cambio del modelo a una formulación matemática en espacio de estados. El control del sistema se simuló en MATLAB usando el enfoque Economic Model Predictive Control de los controladores predictivos, este enfoque calcula la entrada más adecuada. Este controlador logra mediante la variación de un parámetro, denominado "penalidad", y del precio de la energía eléctrica, optimizar el consumo de energía necesaria para operar el sistema, por lo tanto reducir el costo generado por el consumo de energía eléctrica.





Abstract

This thesis develops the simulation of a model and control of a mango cooling system, developed in the pilot plant of the University of Piura. The review of the current situation in Peru with respect to the consumption of electricity in the agroindustry, especially in Piura. In addition, the application of the predictive controllers based on model was reviewed today. A mathematical model of principles was developed using energy balance and the equation that relates compressor power and working frequency. The model validation was done through experiments in the pilot plant. The model was changed to a mathematical formulation in state space. System control was simulated in MATLAB using the Economic Model Predictive Control approach of predictive controllers, this approach calculates the most appropriate input. This controller achieves, by varying a parameter, called "penalty", and the price of electric energy, optimizing the energy consumption necessary to operate the system, thus reducing the cost generated by the consumption of electric energy

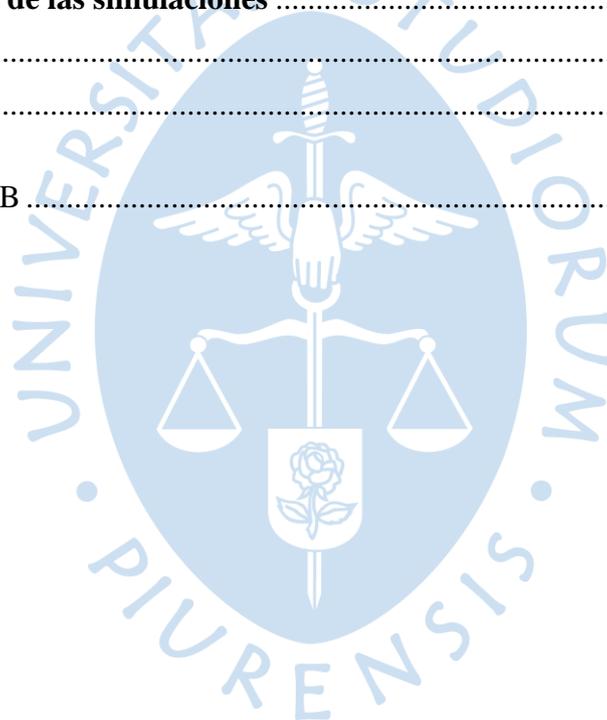




Índice

Introducción.....	1
Capítulo 1 Energía eléctrica y su relación con la agroindustria	5
1.1. Concepto de energía eléctrica	5
1.2. Proceso de la energía eléctrica	5
1.3. Mercado Nacional e Internacional	6
1.4. Tarifas de electricidad en el Perú	8
1.5. Consumo de energía eléctrica en el Perú	9
1.6. Agroexportación en el Perú.....	10
1.7. Agroexportación en Piura	11
Capítulo 2 Sistema de refrigeración	15
2.1. Termodinámica y Transferencia de Calor	15
2.2. Ley Cero de la termodinámica	15
2.3. Primera Ley de la termodinámica.....	15
2.4. Segunda Ley de la termodinámica	16
2.5. Ciclo de Carnot	16
2.6. Ciclo real simple de refrigeración por compresión de vapor.....	18
2.7. Componentes principales de un sistema de refrigeración industrial	19
2.7.1. Compresor.....	19
2.7.2. Evaporador	20
2.7.3. Condensador.....	20
2.7.4. Dispositivos de expansión.....	21
Capítulo 3 Control predictivo basado en modelo.....	23
3.1. Introducción	23
3.2. Estrategia del control predictivo	27
3.3. Modelo de predicción.....	30
3.3.1. Modelo de predicción de respuesta impulso	30
3.3.2. Modelo de predicción de respuesta escalón.....	31
3.3.3. Modelo de predicción basado espacio de estados.	31
3.3.4. Función de costo	32
3.3.5. Función de costo cuadrática	32
3.4. Control predictivo con matriz dinámica.....	32
3.5. <i>Extended Prediction Self-Adaptive Control (EPSAC)</i>	34
3.6. <i>Generalized Predictive Control (GPC)</i>	35
3.7. Formulación de control predictivo en variables de estados	37

3.8. <i>Economic Model predictive control</i>	38
Capítulo 4 Economic MPC simulaciones.....	41
4.1. Modelación matemática	41
4.2. Potencia Eléctrica del compresor	42
4.3. Estimación de parámetros y validación matemática	42
4.4. Modelo de Espacio de Estados	44
4.5. Predicciones con el modelo de espacio de estados.....	46
4.6. Ley de Costo del <i>Economic Model Predictive Control</i>	49
4.7. Restricciones del Comportamiento del <i>eMPC</i>	52
4.7.1. Restricciones en la variable de entrada	53
4.7.2. Restricciones en la variable de salida	54
4.8. Resultados de las simulaciones	57
Conclusiones	61
Referencias	63
Anexo 1	
Códigos en MATLAB	67



Índice de Figuras

FIGURA 1 PROCESO DE TRANSFORMACIÓN DE LA ENERGÍA PRIMARIA FUENTE: [4]	5
FIGURA 2 DISTRIBUCIÓN DE LA CAPACIDAD INSTALADA 2015 FUENTE: [4]	6
FIGURA 3 GENERACIÓN DE ELECTRICIDAD EN PERÚ, LATINOAMÉRICA Y EL MUNDO. FUENTE: [4]	7
FIGURA 4 DEMANDA DE ELECTRICIDAD EN PERÚ, LATINOAMÉRICA Y EL MUNDO. FUENTE: [4].....	7
FIGURA 5 DISTRIBUCIÓN DE LA DEMANDA DE ELECTRICIDAD EN 2015. FUENTE: [4]	7
FIGURA 6 TARIFA ELÉCTRICA RESIDENCIAL 2016. FUENTE: [4].....	8
FIGURA 7 PRECIO PROMEDIO DE CLIENTES COMERCIALES E INDUSTRIALES. FUENTE: [4].....	8
FIGURA 8 CONSUMO DE ELECTRICIDAD EN PERÚ. FUENTE: [4]	9
FIGURA 9 CONSUMO DE ELECTRICIDAD POR SECTOR PERÚ. FUENTE: [4]	9
FIGURA 10 CONSUMO DE ELECTRICIDAD POR ZONAS GEOGRÁFICAS. FUENTE: [4]	10
FIGURA 11 ACTIVIDAD AGRÍCOLA DE UVA, MANGO Y BANANO EN PIURA. FUENTES: [8], [9], [10]	11
FIGURA 12 ÁREA TOTAL SEMBRADAS EN EL PERÚ. FUENTE: [14]	13
FIGURA 13 GRAFICA PRESIÓN VS VOLUMEN DEL CICLO DE CARNOT. FUENTE: [16].....	17
FIGURA 14 GRAFICA DEL CICLO INVERSO DE CARNOT. FUENTE: [16]	17
FIGURA 15 DIAGRAMA T-S DEL CICLO DE REFRIGERACIÓN REAL. FUENTE: [16]	18
FIGURA 16 DIAGRAMA DE UN SISTEMA DE REFRIGERACIÓN. FUENTE: [16]	18
FIGURA 17 COMPRESOR HERMÉTICO DE PISTÓN. FUENTE: [18]	19
FIGURA 18 EVAPORADORES, DE PLAFLÓN PLA-N 30 (IZQUIERDA) Y CÚBICO GARCIA CAMARA LC 494B. FUENTE: [20]	20
FIGURA 19 CONDENSADORES, CONDENSADOR HELICOIDAL DE AIRE (IZQUIERDA), CONDENSADORES CENTRÍFUGOS DE AIRE (DERECHA). FUENTE: [21], [22].	20
FIGURA 20 VÁLVULAS DE EXPANSIÓN, TERMOSTÁTICA (ARRIBA), ELECTRÓNICO (ABAJO). FUENTE: [23],[24].21	
FIGURA 21 CONTROL PREDICTIVO DE SISTEMA. FUENTE: [26]	28
FIGURA 22 ESTRUCTURA EN DIAGRAMA DE BLOQUES DEL CONTROL PREDICTIVO. FUENTE: [26].....	29
FIGURA 23 JERARQUÍA DE CONTROL TRADICIONAL. FUENTE: [50].....	39
FIGURA 24 DIAGRAMA DE BLOQUES EN SIMULINK DE MODELO.	42
FIGURA 25 BLOQUE REPRESENTANDO LAS ENTRADAS Y SALIDAS DE LA PLANTA PILOTO.	43
FIGURA 26 GRAFICO DE ITERACIONES PARA ESTIMACIÓN DE VALORES	43
FIGURA 27 APROXIMACIÓN PLANTA SIMULADA	44
FIGURA 28 GRÁFICO DE FRECUENCIA DEL COMPRESOR (ARRIBA) Y GRÁFICO DEL COSTO DE LA ENERGÍA ELÉCTRICA (ABAJO), PARA COSTO DE PENALIDAD DE 0.0005	58
FIGURA 29 GRÁFICO DE TEMPERATURA DE LA CÁMARA (ARRIBA) Y GRÁFICO DE TEMPERATURA DE LA FRUTA (ABAJO), PARA COSTO DE PENALIDAD DE 0.0005	58
FIGURA 30 GRÁFICO DE POTENCIA ELÉCTRICA CONSUMIDA (ARRIBA) Y GRÁFICO DE ENERGÍA ACTIVA (ABAJO), PARA COSTO DE PENALIDAD DE 0.0005	59
FIGURA 31 GRÁFICO DE FRECUENCIA DEL COMPRESOR (ARRIBA) Y GRÁFICO DEL COSTO DE LA ENERGÍA ELÉCTRICA (ABAJO), PARA COSTO DE PENALIDAD DE 0.0002	59
FIGURA 32 GRÁFICO DE TEMPERATURA DE LA CÁMARA (ARRIBA) Y GRÁFICO DE TEMPERATURA DE LA FRUTA (ABAJO), PARA COSTO DE PENALIDAD DE 0.0002	60

FIGURA 33 GRÁFICO DE POTENCIA ELÉCTRICA CONSUMIDA (ARRIBA) Y GRÁFICO DE ENERGÍA ACTIVA (ABAJO),
PARA COSTO DE PENALIDAD DE 0.0002..... 60



Introducción

El objetivo fundamental de esta Tesis es la “Optimización del consumo de energía eléctrica utilizando un sistema automático de control aplicado a sistemas de refrigeración industrial”, orientado al desarrollo de conocimientos y tecnologías que lleven a una adecuada gestión de consumo energético en los sistemas de acondicionamiento de aire y refrigeración.

Durante este proceso de desarrollo de la investigación, observamos que en el Perú no existe una tendencia orientada a la optimización del consumo de energía eléctrica en plantas industriales utilizando tecnologías aplicadas con sistema automático de control. Es un tema que merece una aplicación orientada a la optimización de procesos y es un tema con alto potencial de desarrollo tecnológico y económico para la gestión empresarial. Nuestro propósito es iniciar con el desarrollo de esta tecnología e implementarla progresivamente en los procesos industriales.

Sabemos que el costo de producción relacionado con la energía eléctrica en procesos que utilizan sistema de refrigeración y acondicionamiento de aire en un esquema productivo, puede minimizarse si aplicamos un sistema de control automático que, de forma eficiente, mantenga una secuencia de arranque y parada de los equipos consumidores de energía eléctrica acorde con las exigencias del medio a refrigerar o productos a mantener en una temperatura requerida.

¿Qué podemos hacer como investigadores en un proceso de racionalización energético y optimización de procesos productivos en nuestro País? Muchas de las opciones pueden estar orientadas al uso de recursos de energía renovables como energía alternativa para racionalizar el uso de energía eléctrica, adicionando la consecuente política de cuidado de nuestro planeta; pero además, existen mecanismos de control que pueden contribuir al ahorro energético en procesos productivos, si aún no optamos por uso de energía alternativa, con la aplicabilidad de nuevas estrategias de control en los procesos de refrigeración convencional, sobre aquella estrategia que generan un mayor consumo de energía eléctrica.

En el desarrollo de la investigación, se aplicaron conocimientos de automatización y control automático: modelación de procesos basados en información experimental para evaluar el comportamiento del consumo energético (variable manipulable) y parámetros de funcionamiento (temperatura y humedad), en diferentes escenarios en la planta piloto.

Basándonos en la información teórica obtenida y de los datos obtenidos en la planta piloto de conservación y refrigeración de frutas como uva, mango y plátano, instalado en la Universidad de Piura, se formularán las diversas hipótesis para optimizar el control del

proceso (refrigeración y conservación de frutas como uva, mango y plátano) fundamentado en el modelo, definiendo así las variables manipulables (energía eléctrica), las variables a controlar analizando su viabilidad (temperatura y humedad), simular un sistema de refrigeración a escala y poder evaluar experimentalmente su comportamiento dinámico; el hardware diseñado y construido se acoplará a la planta piloto, y mediante un módulo de adquisición de datos se obtendrá la medición y registro en tiempo real de las variables observadas, las cuales serán analizadas a través de algoritmos de identificación para establecer un modelo matemático experimental del proceso de refrigeración, para contrastar nuestras hipótesis planteadas.

Según la publicación de la revista electrónica [3], Revista para México y América Latina, casi el 55% de los alimentos que hoy consumimos en Latinoamérica y más del 90% de los que son consumidos en los países desarrollados, se encuentran refrigerados o han pasado por un proceso frigorífico para asegurar su calidad y la vida útil de los mismos. Estos procesos se realizan en frigoríficos que se encuentran operando con temperaturas que van desde los 5 °C hasta los -25°C, los cuales tienen la responsabilidad de almacenar y distribuir los alimentos para el correcto consumo de las personas en base a un tiempo de vida y caducidad de estos. En 1997 el promedio del consumo energético en almacenes frigoríficos según lo reportado por la Asociación Internacional de Almacenes Refrigerados (IARW), era de 1.6 KWh/pie³, con un promedio de \$0.55 dólares por KWh, variando en cada país según el tipo de tarifa eléctrica establecida.

En la planta industrial EMPAFRUT, de la ciudad de Sullana – Piura, el consumo eléctrico para el proceso de enfriamiento y conservación de los productos equivale aproximadamente el 70% del consumo total de energía eléctrica.

En el Perú, según el marco regulatorio de electricidad supervisado por OSINERGMIN, establece que un tiempo fijado denominado Hora Punta (HP, de 18:00 a 23:00 horas) el costo de la energía se incrementa en relación al resto de horas fuera del rango establecido con HP, denominado Horas Fuera de Punta (HFP). Para la Región Piura, para el sector industrial, el costo de la energía en HP equivale a 21.07 ctm. S/. /KW.h y el costo de la energía en HFP equivale a 16.66 ctm. S/. /KW.h, para los dos tipos de tarifas comúnmente establecidos MT2 y MT3.

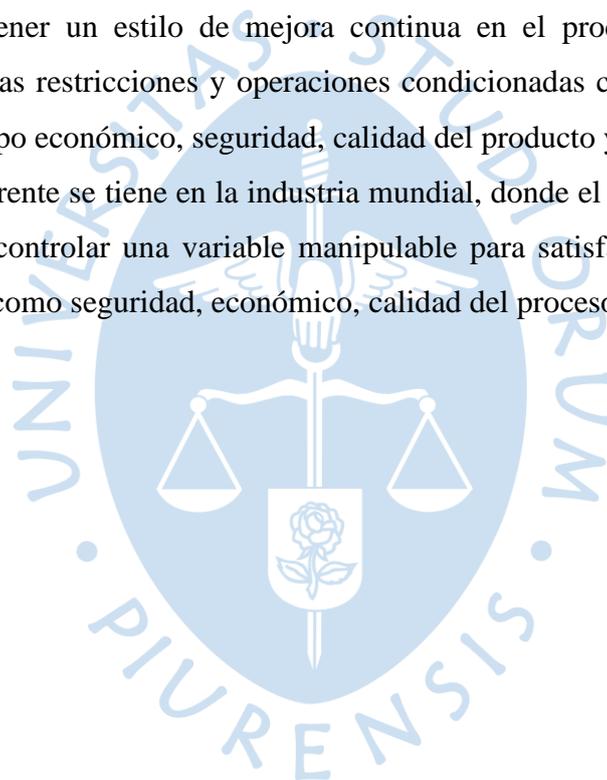
Durante este proceso de desarrollo de la investigación para la presente Tesis, observamos que en el Perú no existe una tendencia orientada a la optimización del consumo de energía eléctrica en plantas industriales utilizando ciertas tecnologías estratégicas aplicadas con sistema automático de control.

Es un tema que merece una atención especial, de alto potencial de desarrollo tecnológico y económico para la gestión empresarial. Nuestro propósito es iniciar con el desarrollo de esta tecnología e implementarla progresivamente en los procesos industriales.

Debemos considerar que, para un tratamiento del sistema de automatización de sistemas de refrigeración en la industria peruana, se debe tomar en cuenta el ahorro de energía y los impactos en la economía de la compañía y por consiguiente un impacto en el crecimiento de los trabajadores y accionistas, que son los que aportan con el crecimiento de la empresa.

En el Perú, podría considerarse, en el pasado, que el sistema de control automático para sistemas industriales no fue considerado un programa de ahorro energético, pues la conciencia de eficiencia y eficacia no estaba ciertamente arraigada en los directivos de las compañías en mantener un estilo de mejora continua en el proceso, ciertamente muy complejo, con muchas restricciones y operaciones condicionadas con demandas cada vez más complejas del tipo económico, seguridad, calidad del producto y ambiental.

Tratamiento diferente se tiene en la industria mundial, donde el objetivo del sistema de control es actuar y controlar una variable manipulable para satisfacer las exigencias del proceso, exigencias como seguridad, económico, calidad del proceso y ambiental.





Capítulo 1

Energía eléctrica y su relación con la agroindustria

1.1. Concepto de energía eléctrica

La energía eléctrica es el movimiento de electrones que se transportan por un conducto eléctrico en un periodo de tiempo. En este contexto, aparecen palabras claves que son voltaje, corriente, potencia eléctrica y energía eléctrica. Se explica a continuación:

Voltaje: fuerza física que origina el movimiento de electrones, su unidad es el voltio (V).

Corriente: velocidad a la cual fluyen los electrones, su unidad es el Amperio (A).

Potencia Eléctrica: cantidad de energía que se consume, produce o traslada en cada unidad de tiempo, su unidad es el watt (W).

Energía Eléctrica: cantidad total de energía que se consumió, produjo o trasladó durante un determinado periodo, su unidad de medida es el watt-hora (Wh).

La energía eléctrica tiene la característica de no ser almacenada a gran escala por su alto costo, por lo que se está consumiendo en simultáneo con su producción. Además, su uso no es de consumo directo, sino que se utiliza para poner operativos a equipos eléctricos y, por otro lado, no es una fuente de energía primaria sino secundaria, ya que, se puede generar a partir de fuentes primarias como carbón, petróleo, energía nuclear o energía cinética. [4]

1.2. Proceso de la energía eléctrica

a. Generación. Esta actividad se enfoca en transformar la energía primaria (aquella extraída de la naturaleza y que no ha sufrido transformación que no sea separación o limpieza) en energía eléctrica, vía métodos como la inducción electromagnética [5].

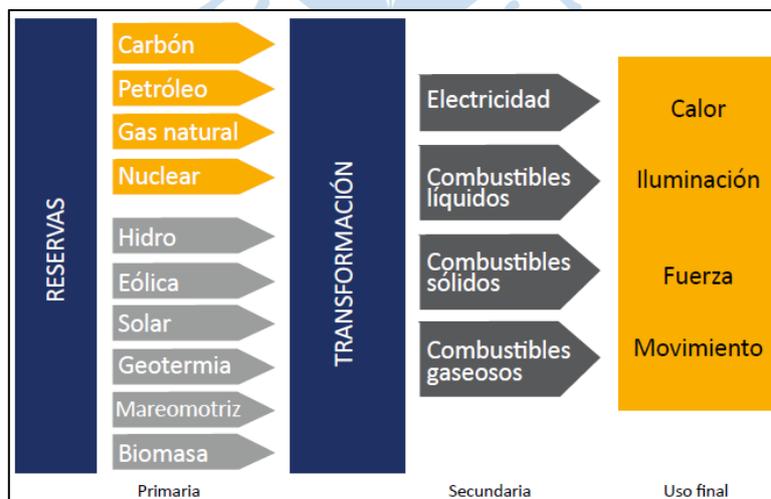


Figura 1 Proceso de transformación de la energía Primaria Fuente: [4]

b. Transmisión. Esta actividad se encarga de transportar la energía eléctrica desde los puntos de generación hacia los consumidores finales, en altos niveles de tensión y a largas distancias. Este proceso utiliza líneas de transmisión, subestaciones de transformación de elevación o reducción de voltaje, estructuras de soporte para aisladores y cables de energía, guardas para protección ante descargas eléctricas, puesta a tierra, entre otros.

c. Distribución. Esta actividad se enfoca en el transporte de la energía eléctrica hacia los consumidores finales en media y baja tensión. Este proceso comprende líneas y redes primarias en media tensión, subestaciones de distribución, redes secundarias en baja tensión, servicio particular y alumbrado público. De la red primaria se envía energía eléctrica a la red secundaria y otro usuario mayor, de la red secundaria se envía al cliente final y, finalmente para que llegue a nuestros hogares existe la acometida (conexión entre la red secundaria y nuestro medidor eléctrico).

d. Comercialización. Es una actividad que complementa lo dicho anteriormente, ya que se enfoca en la entrega de energía eléctrica desde la generación hasta el usuario final, así se tiene, comercialización mayorista y minorista. En nuestro país, esta actividad es cubierta por la distribución.



Figura 2 Distribución de la capacidad instalada 2015 Fuente: [4]

1.3. Mercado Nacional e Internacional

Según [4], en el 2015 la mayor proporción de capacidad instalada (potencia nominal o de placa) se concentró en Asia, concentrando el 46% del total del mundo, Europa concentró el 23 %, y Norteamérica el 22%, Centro y Sudamérica concentran el 4.5%, como se puede ver en la Figura 2. Hasta el 2015, China fue el país con máxima producción de energía (5552 TWh), seguido de Estados Unidos (4402 TWh). En Latinoamérica sobresale Brasil (583 TWh), México (304 TWh) y Argentina (144 TWh).

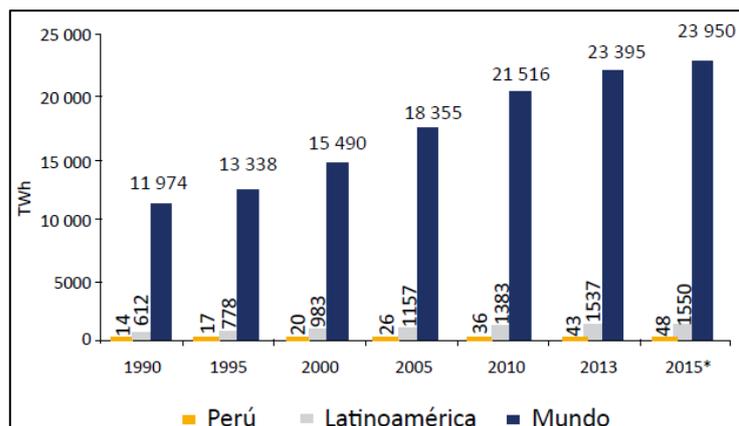


Figura 3 Generación de electricidad en Perú, Latinoamérica y el mundo. Fuente: [4]

La mayor demanda de energía eléctrica la presenta Asia con 10 652 TWh, seguida de Norteamérica, y Europa con demandas de 5060 y 4724 TWh, respectivamente. En Perú, durante los últimos años la demanda creció de 10.7 TWh (1992) a 42.3 TWh (2015).

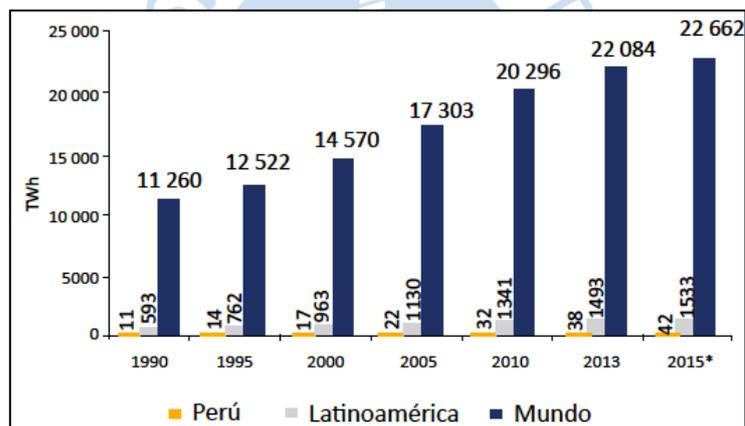


Figura 4 Demanda de electricidad en Perú, Latinoamérica y el mundo. Fuente: [4]

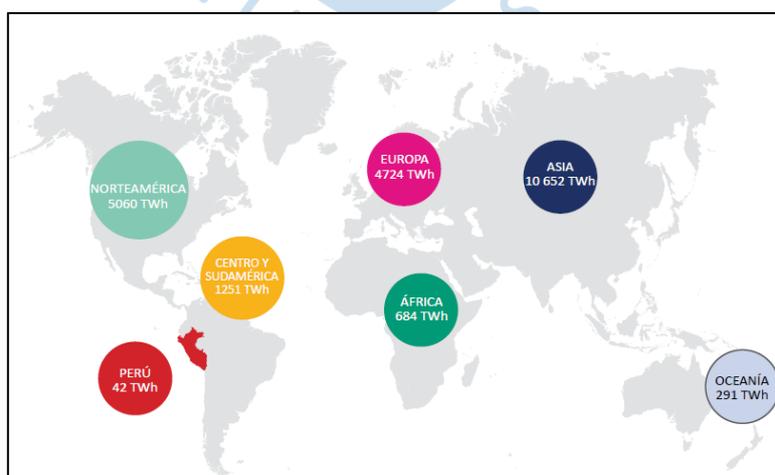


Figura 5 Distribución de la demanda de electricidad en 2015. Fuente: [4]

1.4. Tarifas de electricidad en el Perú

Existen los siguientes tipos de usuarios:

a) Usuarios regulados. Aquellos que tienen una máxima demanda anual de 200 kW y clientes medianos, con demanda anual entre 200 kW y 2500 kW, tiene la opción de escoger entre cliente regulado y libre.

b) Usuarios libres. Aquellos que tienen demanda superior a 2500 kW al año.

Las tarifas en electricidad existen para clientes regulados y usuarios libres, con libertad de negociar el suministro según conveniencia, directamente con las empresas generadoras o distribuidoras. Las tarifas están conformadas por tres componentes: precios de generación, precio de transmisión y precio de distribución. Ver Figura 6.

Componentes	Tarifa	Porcentaje
 Licitaciones Regulado Generación (G) (Producción de electricidad)	S/.44.06 S/. 5.44	49.5%
	S/. 49.50	
 Regulado (Transmisión propiamente dicha: SPT, SGT, SST y SCT) Otros conceptos cobrados Transmisión (T) (Transporte de electricidad)	S/. 8.50 S/.12.80	21.3%
	S/. 21.30	
 100% Regulado: Inversión Operación y mantenimiento Distribución (D) (Distribución de la electricidad)	S/.21.61 S/. 7.590	29.2%
	S/. 29.20	
Total del recibo del luz		100%
S/.100.00		
<small>(Referencia: usuarios domiciliados de Lima y El Callao)</small>		
Total regulado	S/.43.10	43.1%
Total sin regular	S/.56.90	56.9%

Nota. El cálculo no incluye el cargo fijo mensual de S/. 2.49

Figura 6 Tarifa eléctrica residencial 2016. Fuente: [4]

El costo promedio que asumen clientes comerciales e industriales, se incrementó de 31.5 y 20.65 ctms S/. Por kWh en marzo 2004 a 49.9 y 34.3 en diciembre 2015, ver Figura 7.

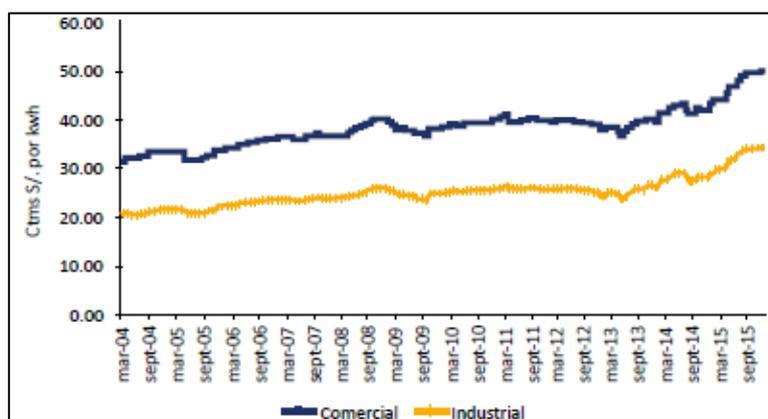


Figura 7 Precio promedio de clientes comerciales e industriales. Fuente: [4]

1.5. Consumo de energía eléctrica en el Perú

El consumo de energía eléctrica en el Perú, ha ido en aumento, esto muestra una mejora en la estructura del servicio eléctrico y del desarrollo productivo del país. Para el año 2015, el mayor consumo de energía se dio en el sector minero e industrial con un 56%, a continuación, el sector residencial con 23% (ver Figura 8 y Figura 9).

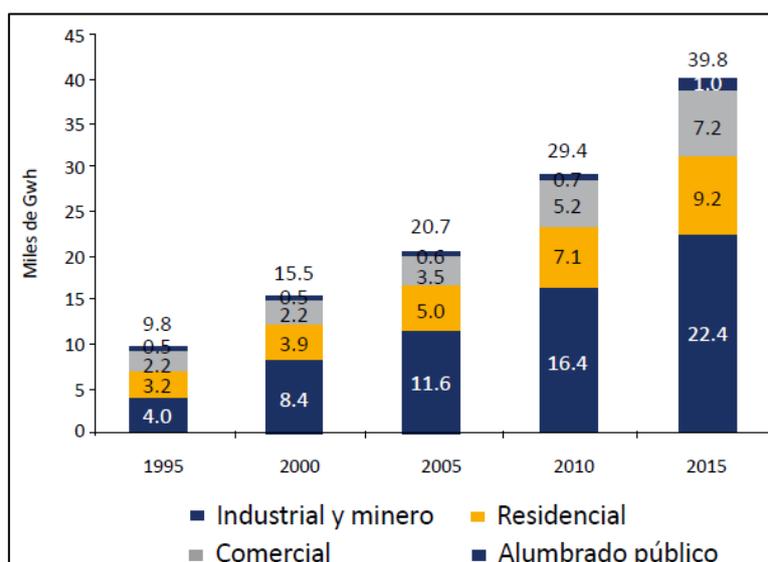


Figura 8 Consumo de electricidad en Perú. Fuente: [4]

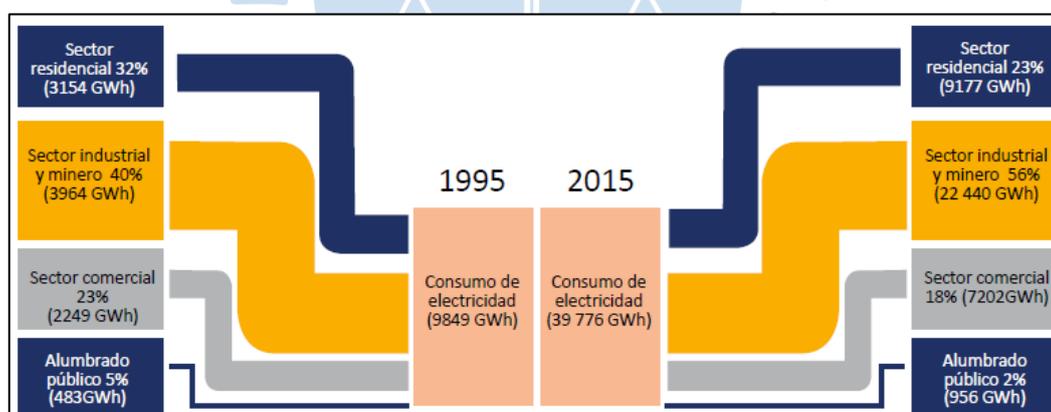


Figura 9 Consumo de electricidad por sector Perú. Fuente: [4]

Entre los años 2005 y 2015, el consumo eléctrico en el Perú ha ido aumentando. El aumento fue mayor en las zonas norte y sur el aumento fue mayor (ver Tabla 1). En la Figura 10 se observar la identificación del consumo de electricidad en las zonas geográficas del Perú: Norte, Centro y Sur

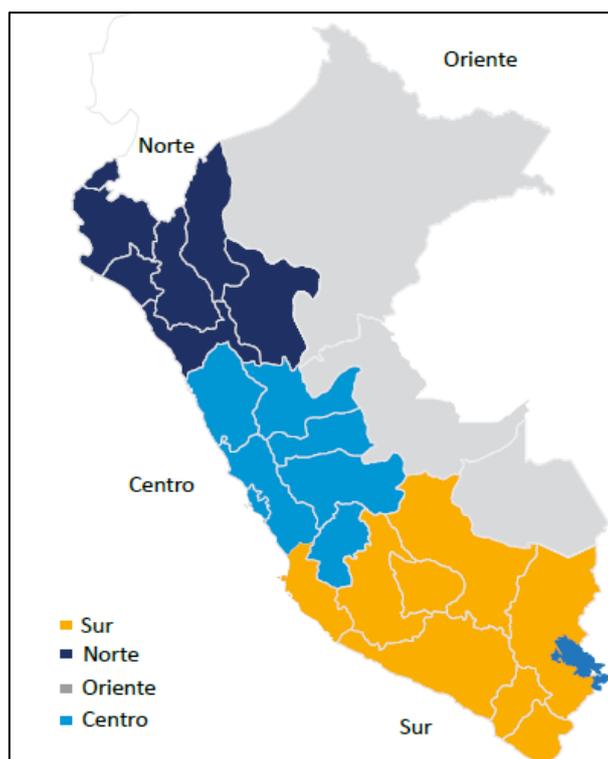


Figura 10 Consumo de electricidad por zonas geográficas. Fuente: [4]

En la Tabla 1 se puede observar los consumos exactos de las zonas geográficas mostradas en la Figura 9.

Tabla 1 Consumo de electricidad por zonas geográficas. Fuente: [4]

Zona	2005		2010		2015	
	Miles de GWh	%	Miles de GWh	%	Miles de GWh	%
Norte	2.2	11	3.9	13	5.6	14
Centro	13.2	64	18	61	23.3	59
Sur	4.9	24	7.3	25	10.2	26
Oriente	0.3	1	0.5	2	0.7	2
Total	20.7	100	29.4	100	39.8	100

1.6. Agroexportación en el Perú

En el ítem anterior se ha mencionado que el sector Industrial y Minero ha elevado el consumo eléctrico en los últimos años, dentro de este sector se encuentra el rubro de Agro exportación, que vive un proceso de rápido crecimiento en la última década, favoreciendo el empleo. Es una actividad reconocida en el mundo por la diversidad de productos que presentan sus tierras, ya que algunos productos se cosechan todo el año, en los últimos años han tenido un crecimiento del 11% anual.

El principal destino es el país de Holanda, cuyas exportaciones has incrementado entre los años 2015 y 2016, obteniendo 999 millones de dólares exportados. Siendo los principales productos exportados: aguacates (paltas), mangos y uvas, en tanto las principales empresas

agroexportadoras son Camposol S.A., Sociedad Agrícola Drokasa S. A. y Cafetalera Amazónica S.A.C. [6]

Tabla 2 Agroexportación por regiones 2016 (millones de dólares FOB). Fuente: [6]

Arequipa	4427,37
Ica	2747,75
La Libertad	2552,89
Lambayeque	418,42
Piura	2024,89
Total	12171,33

Esto involucra que las empresas agroexportadoras no deben detener su crecimiento para no perder ante la competencia. En el 2015 los costos de la agro exportación era de US\$4 mil millones y, según un reciente estudio de Apoyo Consultoría se alcanzarán los US\$7 mil millones para el 2023. Según el estudio de Apoyo Consultoría, se necesitaría 114 plantas de procesamiento para cubrir las necesidades al 2023, equivalente a US\$478 millones [7].

1.7. Agroexportación en Piura

Por los años cercanos a 2010, era impensable el cultivo de uva para exportación en Piura, actualmente se tiene más de 10 mil hectáreas cuyo principal destino es Asia. Actualmente la Región Piura, tiene dos represas principales: Poechos y San Lorenzo, que presentan una capacidad de almacenamiento de más de 760 millones de metros cúbicos.



Figura 11 Actividad agrícola de uva, mango y banano en Piura. Fuentes: [8], [9], [10]

Piura es una de las regiones con mayor potencial agrícola del País, sus cultivos son: el arroz, algodón, maíz amarillo duro, mango, uva, limón, banano, frijol, yuca, cacao, café y caña de azúcar [11]. De los cuales los que generan mayor actividad agro-industrial son: Arroz, caña de azúcar, Mango, Banano, Uva, Limón, Algodón, Café y Cacao.

Por otro lado, principales productos que Piura exporta son hasta en el 2016 los: Uva, mango y banano orgánico [12], estos representaron el 76% del total exportado:

Tabla 3 Actividad agrícola de uva, mango y banano en Piura. Fuente: [6]

2010	1778,67
2011	2406,73
2012	2767,79
2013	2860,15
2014	2968,39
2015	2119,66
2016	2024,89
2017	1983,05

Dentro de las Agroexportaciones, el sector agrario muestra un crecimiento notable de participación, de 14,2% en el 2010 hasta 29.2% en el 2017. Las agroexportadoras con mayores ventas son: Sociedad Agrícola Rapel, Ecosac Agrícola, El Pedregal, Camposol y Sunshine Export, representan el 29% y han facturado 217 millones de dólares en el 2016 [6].

Como se puede apreciar la demanda internacional por los productos agrícolas, van en crecimiento y se prevé un panorama bastante alentador. Dentro del rubro Agroexportación, es muy importante e indispensable la cadena de frío para garantizar la calidad de estos productos. Como se sabe, el fruto desde que es cosechado inicia su proceso de maduración, pero si se mantiene a temperaturas adecuadas este proceso ocurre más lento y, así puede llegar en buenas condiciones a su destino final.

El Gerente General de ASYM, empresa de construcciones de frío, comenta: “Al principio las agroexportadoras utilizaban barras de hielo y ventiladores para dar el golpe de frío al cultivo que iban a enviar al extranjero. Era todo muy artesanal hasta que, ya a inicios del 2000, los volúmenes se fueron incrementando y las exigencias internacionales fueron más rígidas”. Por otro lado, cabe mencionar que productos como el choclo, cuyes, papa amarilla, rocoto, y otros están iniciando su exportación en mayor volumen. También es importante mencionar que las actuales tasas de crecimiento agrícolas se mantendrán en la próxima década [7].

En la industria, los sistemas de refrigeración presentan un alto consumo de energía eléctrica, cerca al 40% del consumo total facturado, por ende, es un problema de costos para las empresas y, por otro lado, genera daños al medio ambiente. Frente a este panorama los proveedores ofrecen alternativas para reducir este consumo.

A nivel internacional, el sistema de refrigeración más usado es por Comprensión de vapor, pero también se están iniciando a ingresar otros métodos como por ejemplo: el uso de CO₂ como refrigerante, el uso de refrigerantes secundarios como los Glicoles; A nivel de equipos, se está haciendo esfuerzos para elevar la eficiencia de cada componente, así se busca aumentar el área de los condensadores o usar condensadores usados por agua, aumentar el área de evaporadores, uso de válvulas de expansión termostáticas o electrónicas, compresores de pistón con válvulas, discos y con descargadores de cilindros, compresores de pistón con válvulas Discus y digitales, scroll digital, uso de variadores de velocidad, tornillo con variador de capacidad, compresor centrífugo con variador de capacidad, entre otros [13].

Esta investigación está orientada al uso de estrategia avanzada de control para el buen manejo de frío, con el objetivo de disminuir costos. Se ha orientado a uno de los productos más relevantes, como es el mango, Piura es el mayor productor de mango en el País.

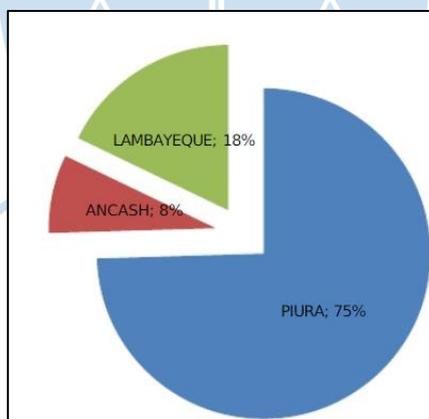


Figura 12 Área total sembradas en el Perú. Fuente: [14]

La temporada de mango se inicia en el mes de noviembre y culmina en la primera quincena de marzo. El flujo de empaque del mango fresco es:

- a) **Deslechado:** Es el corte del pedúnculo, se coloca boca abajo para desechar el latex y no manche al fruto.
- b) **Recepción.** Llegada del mango a la planta empacadora. En esta área se encuentra personal de SENASA para la inspección de la larva de mosca de la fruta.
- c) **Selección.** Separación de frutas defectuosas.

d) Lavado. Se lava con agua clorada.

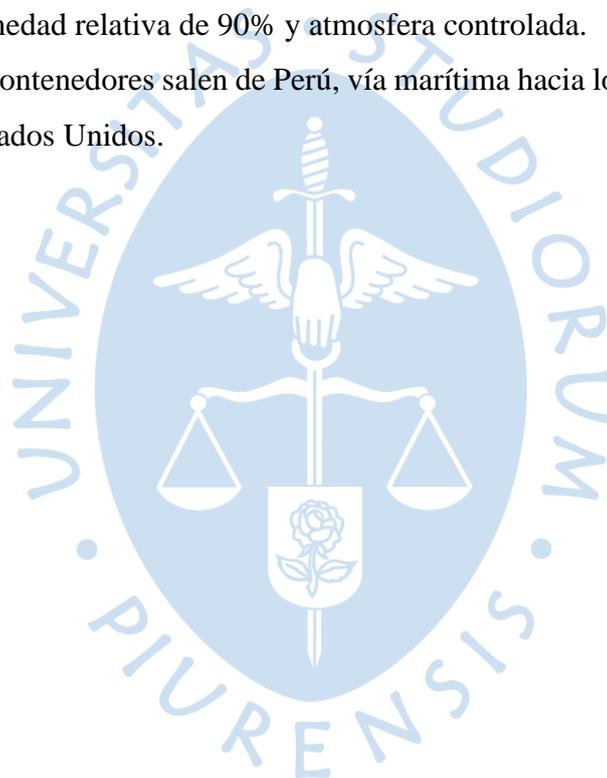
e) Tratamiento Hidrotérmico. Su propósito es eliminar la larva de mosca, se sumerge en agua caliente durante 75 o 90 minutos a una temperatura cercana de 47°C.

f) Temporización. Se baña con agua fría para bajar la temperatura.

g) Clasificación y envasado. Según el peso se colocan en cajas de cartón corrugado con orificios.

h) Enfriamiento y Conservación. Con las cajas se forman pallets, para ingresar al túnel de enfriamiento, aquí se le lleva desde la temperatura de ingreso a la temperatura de nueve o diez grados centígrados. A continuación, se ubican en las cámaras de conservación, cuyo objetivo es mantenerlo en dicha temperatura, hasta ser despachado en contenedores refrigerados con humedad relativa de 90% y atmosfera controlada.

Finalmente, los contenedores salen de Perú, vía marítima hacia los principales mercados de Así, Europa y Estados Unidos.



Capítulo 2

Sistema de refrigeración

2.1. Termodinámica y Transferencia de Calor

La Termodinámica estudia la cantidad de transferencia de calor a medida que un sistema pasa por un proceso de un estado de equilibrio a otro y no hace referencia a cuánto durará este proceso. En contraposición, la Transferencia de Calor estudia la rapidez de esa transferencia [15]. Esta idea lleva a concluir que la Termodinámica estudia los estados de equilibrio y la Transferencia de Calor estudia los estados de No equilibrio.

La Transferencia de Calor no se va a dar, sino existen temperaturas diferentes en los sistemas. Por otro lado, las leyes de la termodinámica colocan los cimientos para la ciencia de la Transferencia de Calor.

2.2. Ley Cero de la termodinámica

Esta ley enuncia que: “dos cuerpos se encuentran en equilibrio térmico con un tercero, están en equilibrio térmico entre sí”, también se puede enunciar como: “dos cuerpos están en equilibrio térmico si ambos tienen la misma lectura de temperatura incluso si no están en contacto” [16]

2.3. Primera Ley de la termodinámica

Se conoce como Principio de Conservación de la Energía o balance de energía, se expresa así: “la energía no se puede crear ni destruir durante un proceso: sólo puede cambiar de forma” [16].

Debido a que la energía se puede transferir hacia un sistema o desde el mismo, el balance de energía para cualquier sistema que pasa por cualquier proceso se puede expresar como: energía total que entra al sistema menos la energía total que sale del sistema, será igual al cambio en la energía total del sistema, como se muestra en la ecuación 2.2

$$E_{ent} - E_{sal} = \Delta E_{sistema} \quad (J) \quad (2.1)$$

$$\dot{E}_{ent} - \dot{E}_{sal} = \frac{d\dot{E}_{sistema}}{dt} \quad (W) \quad (2.2)$$

La energía se puede entrar o salir de un volumen de control de tres maneras: calor, trabajo y flujo másico, que se generan en las fronteras del sistema cuando lo cruzan.

a) Transferencia de calor (Q). La transferencia de calor hacia un sistema incrementa la energía de las moléculas y viceversa.

b) Transferencia de trabajo (W). Es una interacción de energía que no se crea por el cambio de temperatura entre el sistema y el exterior.

El trabajo realizado sobre un sistema incrementa la energía de éste por ejemplo un compresor, bomba. Y el trabajo realizado por el sistema disminuye la energía de éste por ejemplo un motor, turbina.

c) **Flujo másico.** Al ingresar o salir masa a un sistema la energía del sistema en el volumen de control cambia dependiendo de la energía del flujo.

Según estos conceptos vistos y la ecuación 2.1 se obtiene la ecuación 2.3:

$$\begin{aligned} (Q_{ent} - Q_{sal}) + (W_{ent} - W_{sal}) + (E_{masa,ent} - E_{masa,sal}) &= E_{ent} - E_{sal} \\ &= \Delta E_{sistema} \quad (J) \end{aligned} \quad (2.3)$$

2.4. Segunda Ley de la termodinámica

En esta ley se afirma que: “la energía tiene calidad, así como cantidad, y los procesos reales ocurren hacia donde disminuye la calidad de energía” [16]. El principio establece la irreversibilidad de los fenómenos físicos, especialmente durante el intercambio de calor. El primer principio de la termodinámica dictamina que la materia y la energía no se pueden crear ni destruir, sino que se transforman, y establece el sentido en el que se produce dicha transformación. Sin embargo, el punto capital del segundo principio es que, como ocurre con toda la teoría termodinámica, se refiere única y exclusivamente a estados de equilibrio. Así, según el segundo principio, cuando se tiene un sistema que pasa de un estado de equilibrio A a otro B, la cantidad de entropía en el estado de equilibrio B será la máxima posible, e inevitablemente mayor a la del estado de equilibrio A.

2.5. Ciclo de Carnot

Dentro de un ciclo se hace trabajo sobre el fluido y el fluido realiza un trabajo, la diferencia entre los dos es el trabajo neto que entrega la máquina térmica. La eficiencia del ciclo se puede optimizar si es que los procesos requieren la menor cantidad de trabajo y entregan lo más posible; en otras palabras, si es que son procesos reversibles.

El ciclo de Carnot es uno de ciclos reversibles más conocidos. La máquina térmica que opera con este ciclo se le denomina la máquina térmica teórica de Carnot. En este proceso el sistema no intercambia calor con sus alrededores, se compone de cuatro procesos reversibles: dos isotérmicos y dos adiabáticos. Este ciclo puede llevarse a cabo en un sistema cerrado o de flujo estacionario.

Los cuatro procesos reversibles del ciclo de Carnot, extraídos de [16] son:

Expansión isotérmica reversible (1-2, ver Figura 13), se disminuye la presión y aumenta el volumen manteniendo la temperatura constante.

Expansión adiabática reversible (2-3, ver Figura 13), se disminuye la presión y aumenta el volumen sin pérdida de calor.

Compresión isotérmica reversible (3-4, ver Figura 13), se aumenta de presión y disminuye el volumen manteniendo la temperatura constante.

Compresión adiabática reversible (4-1, ver Figura 13), se aumenta de presión y disminuye el volumen, sin pérdida de calor.

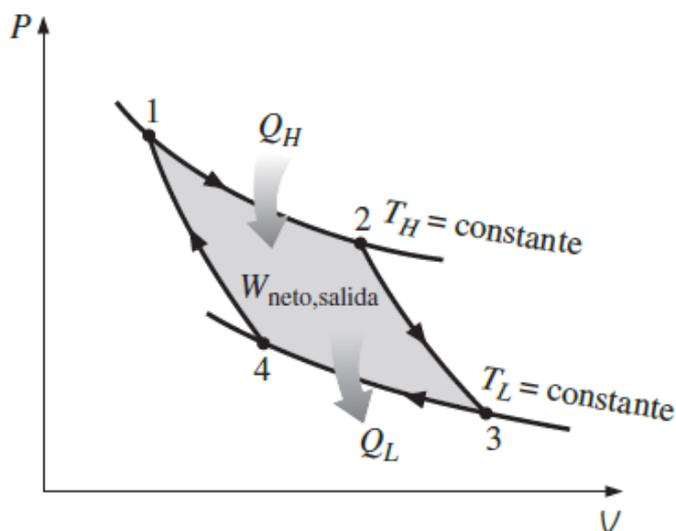


Figura 13 Grafica Presión vs volumen del ciclo de Carnot. Fuente: [16]

Siendo un ciclo reversible, los subprocesos pueden ser invertidos dando como resultado el ciclo invertido de Carnot. Un enfriador que trabaja con el ciclo inverso de Carnot es llamado refrigerador de Carnot cuyo ciclo se muestra en la Figura 14. El ciclo al ser invertible sigue la misma curva que el ciclo de Carnot cambiando el sentido de las flechas.

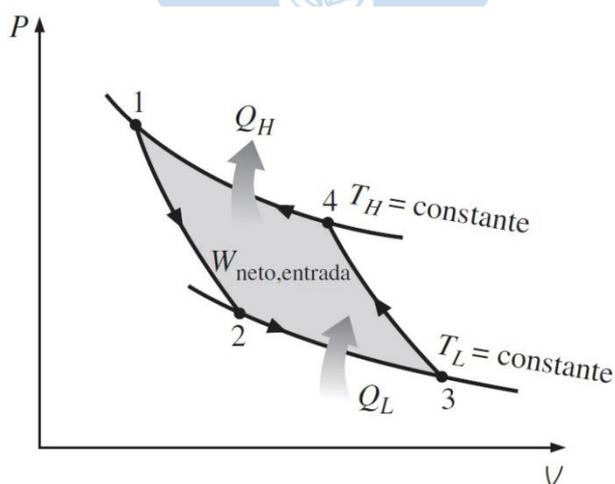


Figura 14 Grafica del ciclo inverso de Carnot. Fuente: [16]

El coeficiente de desempeño (COP) de un refrigerador de Carnot se define según la ecuación 2.4.

$$COP_{R,Carnot} = \frac{1}{\frac{T_H}{T_L} - 1} \quad (2.4)$$

2.6. Ciclo real simple de refrigeración por compresión de vapor

Una diferencia entre el ciclo real y el ideal es la presencia de irreversibilidad en los componentes y dispositivos del sistema (ver Figura 16), como por ejemplo la fricción del fluido, que causa caídas de presión y, la transferencia de calor hacia o desde su entorno. Esta causa diferencias entre el ciclo real e ideal como se observa en la Figura 15.

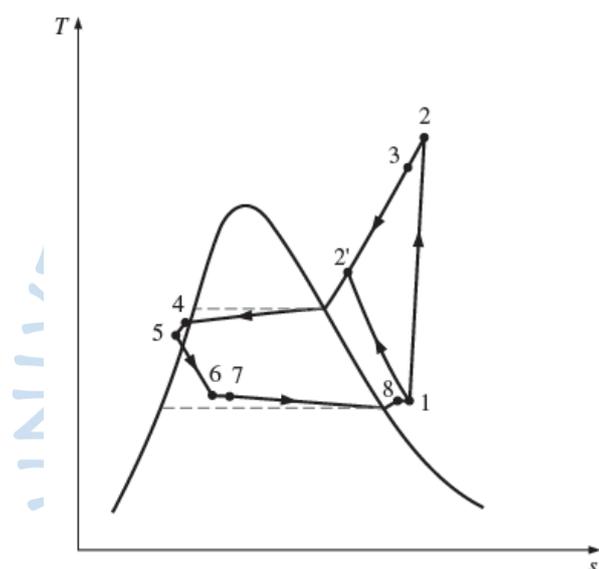


Figura 15 Diagrama T-s del ciclo de refrigeración real. Fuente: [16]

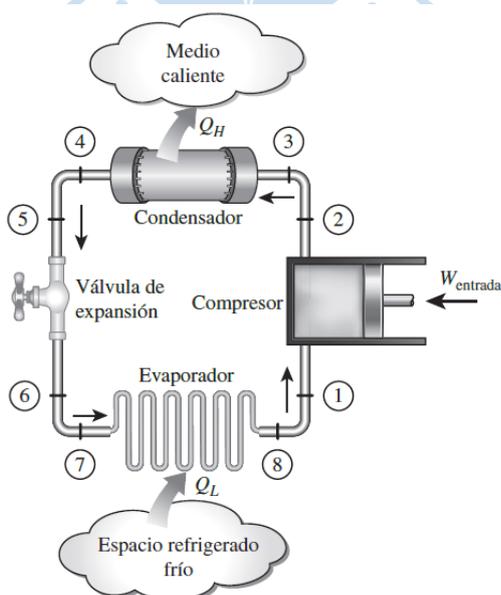


Figura 16 Diagrama de un sistema de refrigeración. Fuente: [16]

En el ciclo ideal, se asume que el refrigerante esta como vapor saturado al salir del evaporado, Pero, no es posible controlar el estado del refrigerante con tanta precisión. Por ello, se diseña los sistemas para sobrecalentar ligeramente al refrigerante en la entrada del compresor (ver punto 8 en la Figura 15), de esa manera se asegura que el fluido de trabajo se evapore totalmente cuando entra al compresor. Otra diferencia con el ciclo ideal, es la existencia de caídas de presiones entre el condensador y el evaporador (ver puntos 4 a 5, 6 a 7, 8 a 1 y 2 a 3 en la Figura 15). Además de las pérdidas de presión en el condensador (ver puntos 3 a 4 en la Figura 15). Estas pérdidas son ocasionadas por la fricción con las tuberías y las diferencias de energía potencia entre los dispositivos.

Otra fuente de pérdida de energía son: la transferencia de calor entre el refrigerante y los alrededores durante su recorrido por la línea. Todas estas pérdidas generan un aumento de la potencia requerida por el compresor.

2.7. Componentes principales de un sistema de refrigeración industrial

Existen cuatro componentes principales en un sistema de refrigeración industrial, el compresor, el condensador, el evaporador y los dispositivos de expansión (ver Figura 16). A continuación, se desarrolla cada elemento.

2.7.1. Compresor

Es un elemento central, su función es incrementar la presión del sistema, y es la fuente de impulsión principal de refrigerante. Los más usados en sistema de refrigeración son los de desplazamiento positivo y los centrífugos [17], los compresores usualmente tienen dispositivos de protección: presión alta, temperatura alta, presión baja.

La protección de alta presión incluye generalmente una válvula de corte. Las protecciones de alta temperatura están diseñadas para proteger al compresor por sobrecalentamiento y falla en la ventilación. La protección para baja presión, proteger al compresor de falta de lubricación, congelamiento y una razón de compresión muy alta.

En el ciclo real del sistema de refrigeración por compresión ingresa al compresor vapor del refrigerante sobrecalentado para asegura una falla en el compresor y expulsa vapor sobrecalentado a mayor presión y temperatura. [17].



Figura 17 Compresor hermético de pistón. Fuente: [18]

2.7.2. Evaporador

Es uno de los componentes principales de los sistemas refrigeración, el propósito del evaporador es extraer calor del aire circundante. En sistemas de refrigeración por compresión de vapor, son intercambiadores de calor de contacto indirecto. [19]

El evaporador es un intercambiador de calor donde ocurre la evaporación del refrigerante por medio de la absorción del calor proveniente de la cámara de refrigeración. La ebullición del refrigerante se produce a baja presión.

Normalmente ingresa una mezcla de vapor y líquido proveniente de la válvula de expansión, al absorber calor se produce el cambio de fase del líquido y luego un sobrecalentamiento. El refrigerante deja el evaporador como vapor sobrecalentado (ver Figura 16).



Figura 18 Evaporadores, de Plafón PLA-N 30 (Izquierda) y Cúbico GARCIA CAMARA LC 494B. Fuente: [20]

2.7.3. Condensador.

Son intercambiadores de calor cuyo objetivo es llevar al estado líquido el refrigerante para que sea utilizado nuevamente en el proceso de refrigeración del túnel de enfriamiento.



Figura 19 Condensadores, condensador helicoidal de aire (izquierda), condensadores centrífugos de aire (derecha). Fuente: [21], [22].

Los condensadores del sistema refrigeración se usa para extraer el calor del refrigerante obtenido del proceso de compresión y la energía absorbida por el evaporador. El calor es expulsado a otro fluido, generalmente aire o agua. [17]

El refrigerante ingresa al condensador como vapor sobrecalentado a presión y temperatura alta. Y deja el condensador como una mezcla de líquido y vapor a la presión de saturación del refrigerante con baja calidad de vapor.

La temperatura de condensación debe ser controlada correctamente una temperatura demasiado alta resulta en un aumento de la potencia requerida y disminución de la capacidad de enfriamiento. Una temperatura demasiado baja puede llevar a un mal desempeño del dispositivo de expansión [17]

2.7.4. Dispositivos de expansión

La función principal de la válvula de expansión es controlar la cantidad de refrigerante que ingresa al evaporador. En el sistema de refrigeración ingresa a la válvula de expansión a alta presión y como líquido subenfriado o como una mezcla saturada. Reduce la presión y temperatura del refrigerante, alimentar de líquido a baja presión al evaporador y mantiene un sobrecalentamiento constante a la salida del evaporador.

Existen los siguientes tipos de dispositivos de expansión: La válvula de expansión termostática, la válvula de expansión electrónica, la válvula de expansión presostática y el tubo capilar.



Figura 20 Válvulas de expansión, Termostática (arriba), electrónico (abajo). Fuente: [23], [24].



Capítulo 3

Control predictivo basado en modelo

3.1. Introducción

En el Perú, podría considerarse, en el pasado, que en los sistemas de control automático para sistemas industriales no fue considerado un programa de ahorro energético, pues la conciencia de eficiencia y eficacia no estaba ciertamente arraigada en los directivos de las compañías en mantener un estilo de mejora continua en el proceso, ciertamente muy complejo, con muchas restricciones y operaciones condicionadas con demandas cada vez más complejas del tipo económico, seguridad, calidad del producto y ambiental.

Tratamiento diferente se tiene en la industria mundial, donde el objetivo del sistema de control es actuar y controlar una variable manipulable para satisfacer las exigencias del proceso, exigencias como seguridad, económicas, calidad del proceso y ambiental.

Tal como lo indica [25] en su publicación Control Predictivo: Metodología, Tecnología y Nuevas Perspectivas: “El amplio abanico de metodologías actuales de control de procesos se enfrenta al cumplimiento de este objetivo. La diferencia entre las diversas técnicas radica básicamente en los compromisos hechos en la formulación matemática de los criterios de funcionamiento y en la elección de la manera de representar el proceso. La representación matemática de muchos de estos criterios se lleva a cabo en la forma de funciones objetivo dinámicas y de restricciones mientras que el proceso se representa como un modelo dinámico de incertidumbre”.

“Las técnicas de control predictivo basado en modelos (MPC) parecen constituir una poderosa herramienta para afrontar estos retos. MPC, en su forma más general, acepta cualquier tipo de modelos, funciones objetivo o restricciones, siendo la metodología que actualmente puede reflejar más directamente los múltiples criterios de funcionamiento relevante en la industria de procesos”

En la publicación [26] “*Model Predictive Control*”, sostiene que desde finales de la década de los 70’s, varios artículos aparecieron mostrando un ligero interés del MPC en la industria, principalmente por las publicaciones hechas por Richalet presentando el Control Predictivo Heurístico Basado en Modelo (*Model Predictive Heuristic Control*) [27], más tarde conocido como Control Algorítmico Basado en Modelo; y por otro lado, de forma independiente Cutler y Ramaker, ingenieros de la Compañía Shell, presentaron en [28] sobre el control con matriz dinámica.

Ambos algoritmos utilizan explícitamente un modelo dinámico del proceso (obtenido de la respuesta impulso en el primer caso y de la respuesta escalón en el segundo) para predecir el efecto de las futuras señales de control en las variables a controlar. Estas funciones eran heurísticas.

Estos controladores estaban íntimamente ligados al problema de control óptimo en tiempo mínimo y a la programación lineal [29]. El concepto de horizonte deslizante, una de las ideas centrales del control predictivo, fue propuesto por Propoi en [30], en el marco de realimentación óptima en el lazo abierto que se utilizaba extensamente en los años 70.

El control predictivo llegó a ser popular particularmente en la industria de procesos químicos debido a la simplicidad del algoritmo y a la utilización del modelo de respuesta ante impulso que, aunque requiriendo muchos más parámetros que las formulaciones en el espacio de estado o en el dominio de entrada y salida, resulta más intuitivo y requiere mucho menos información a priori para la identificación.

La mayoría de estas aplicaciones se llevaron a cabo en sistemas multivariantes que incluían restricciones. A pesar de este éxito, estas formulaciones carecían de una teoría formal para proveer resultados sobre la estabilidad y robustez. De hecho, el problema del horizonte finito parecía demasiado difícil de analizar excepto en casos muy específicos.

Otra línea de trabajo se desarrolló independientemente en torno a las ideas de control adaptable, desarrollándose estrategias de control predictivo para sistemas monovariantes y formulada sobre modelos de entrada y salida. El control autosintonizado basado en predictores (*Predictor-Based Self-Tuning Control*) en el trabajo de Peterka [31], el control adaptable de horizonte extendido (*Extended Horizon Adaptive Control, EHAC*) por Ydstie [32], el controlador autosintonizado (*Extended Prediction Self Adaptive Control, EPSAC*) de De Keyser y Cuawenberghe [33] y el control predictivo generalizado (*Generalized Predictive Control, GPC*) desarrollado por Clarke, 1987 [34] y [35] se pueden mencionar en este contexto. El GPC utiliza ideas de los controladores de varianza mínima generalizada (*Generalized Minimum Variance, GMV*) [36], y es en la actualidad uno de los métodos más utilizados a nivel académico.

Existen numerosas formulaciones de control predictivo basadas en las mismas ideas comunes, entre las que se pueden incluir control adaptable multivariable multipaso (“Multistep Multivariable Adaptive Control”, MUSMAR) [37], control predictivo funcional (“Predictive Functional Control”, PPC) [38]. El MPC, también ha sido formulado en el espacio de estados [39], lo que permite la generalización a casos más complejos como procesos multivariantes, procesos no lineales y sistema con perturbaciones estocásticas.

Aunque los primeros trabajos sobre GPC contienen algunos resultados de estabilidad para el caso nominal, la falta de resultados generales sobre la estabilidad de los controladores de horizonte finito y deslizante derivó en inconvenientes para su utilización. Para hacer frente a esto, apareció en los noventa una nueva línea de trabajo sobre controladores predictivos con estabilidad garantizada, imponiendo que la señal de salida alcanzara a la referencia al final del horizonte.

Existen muchas aplicaciones del control predictivo en la industria. La mayor parte de las aplicaciones están en el sector petroquímico en el área de refinería, trabajo de Qin y Badgwell, [40], pero también existen numerosas aplicaciones en los sectores de pulpa y papel, procesado de alimentos, gas, mineral, hornos, metalurgia, industria aeroespacial e industria automotriz. Una excelente revisión sobre MPC dirigida principalmente a personal de la industria con experiencia en control se puede encontrar en [41].

Han aparecido en la literatura aplicaciones de los controladores predictivos a sistema híbridos [42]. Donde los sistemas híbridos se han modelado de distintas formas, bien, como un grafo de transición de estados (con dinámica continua dentro de cada estado) o bien como un conjunto de ecuaciones diferenciales con variables discretas.

Para el caso de las columnas de destilación, existen diferentes trabajos, en los que se ha desarrollado el control MPC [43]; y en el caso de MPC no lineal, [44], en las que la principal alternativa está basada en una linealización iterativa (linealización en cada instante de muestreo) de la respuesta del modelo, para asegurar una solución factible al problema de la minimización.

Para Bordons [25] en su publicación “Control Predictivo: Metodología, Tecnología y Nuevas Perspectivas” como perspectiva histórica, el Control Predictivo se desarrolló en base a dos líneas básicas. Por un lado, a finales de los años setenta surgieron diversos algoritmos que usaban explícitamente un modelo dinámico del proceso para predecir el efecto de las acciones de control futuras en la salida, las cuales eran determinadas minimizando el error predictivo sujeto a restricciones de operación. La optimización se repetía en cada instante de muestreo con información actualizada del proceso. Estas formulaciones eran de naturaleza heurística y algorítmica e intentaban aprovechar el creciente potencial de las computadoras digitales por aquella época.

Rápidamente el MPC adquirió gran popularidad en las industrias de procesos químicos por la simplicidad del algoritmo y al uso del modelo de respuesta impulso o en escalón que suele ser preferido por ser intuitivo y necesitar menos información a priori para identificar el modelo.

La mayoría de las aplicaciones fueron llevadas a cabo sobre sistemas multivariables incluyendo restricciones. Los algoritmos utilizados fueron principalmente el IDCOM (*Identification-Command*) y el DMC (*Dynamic Matrix Control*).

Independientemente, fue surgiendo otra línea de trabajo en torno a las ideas del control predictivo, desarrollando estrategias esencialmente para procesos monovariables formuladas con modelos entrada/salida. En este contexto se extendieron las ideas del controlador de Mínima Varianza y se desarrolló en Control Predictivo Generalizado (*Generalized Predictive Control GPC*) que es uno de los métodos más populares en la actualidad.

El Control Predictivo Basado en Modelo es un tipo de control de naturaleza abierta, dentro del cual se han desarrollado distintos algoritmos de control que difieren entre sí, en el modelo matemático utilizado, para representar el proceso y las perturbaciones y la función objetivo considerado. Es una metodología de control que hace uso del modelo del proceso para predecir las salidas futuras de la planta y con base en ello optimizar las acciones de control futuras.

Camacho y Bordons en la publicación *Model Control Predictive* [26], sostiene que el Control Predictivo representa una serie de ventajas respecto a otros métodos, en la que se puede citar lo siguiente:

- Es una técnica atractiva para los operadores que requieren poco conocimiento, dado que los conceptos son intuitivos y la sintonización relativamente simple.
- Se puede utilizar para controlar una gran variedad de procesos, desde procesos muy simples hasta procesos con dinámicas complejos como procesos con grandes tiempos muertos, procesos de fases no mínima, procesos inestables o procesos multivariables.
 - Puede ser usado fácilmente para casos multivariable.
 - Su carácter predictivo lo hace compensar intrínsecamente los tiempos muertos
 - Introduce un control anticipado (feed forward) y de forma natural se compensan las perturbaciones medibles
 - La ley de control resultante es de fácil implementación
 - Es muy útil cuando se conocen las referencias futuras, como ocurre en el caso de robótica o procesos por lotes, y
 - Permite tratar las restricciones de una forma sistemática y conceptualmente muy simple durante la fase de diseño.
 - Puede operar en condiciones cercanas a las restricciones, que lleva en a condiciones más óptimas de operación por lo general.

Como es lógico, sin embargo, el control predictivo tiene también sus inconvenientes. El principal es que, aunque la ley de control resultante es fácil de implementar y requiere poco cálculo su implementación, su cálculo es más complejo que la de los clásicos controladores PID. Si la dinámica del proceso no cambia y no existe restricciones, la mayor parte de los cálculos se puede realizar fuera de línea y el controlador resultante es simple, pero en el caso del control adaptativo todo el cálculo debe llevarse a cabo en cada instante de muestreo.

Cuando se consideran restricciones, la cantidad de cálculo iterativo es aún mayor. A pesar de esto, con los medios tecnológicos disponibles hoy en día, esto no es un problema esencial. Debemos tener en cuenta que muchos procesos de control en la industria con medios informáticos no vienen siendo utilizados con el máximo de su rendimiento.

Aun así, el mayor inconveniente es la necesidad de un modelo apropiado del proceso a estar disponible. El diseño del algoritmo se basa en un conocimiento previo del modelo y es independiente a ella, pero es evidente que los beneficios obtenidos serán afectados por las discrepancias existentes entre el proceso real y el modelo utilizado.

3.2. Estrategia del control predictivo

El MPC utiliza las medidas de planta instantáneas, el estado dinámico actual del proceso, del modelo, los límites y las variables objetivo para calcular cambios futuros en las variables dependientes. Estos cambios se calculan para mantener las variables dependientes cerca al objetivo mientras se cumplen las restricciones en las variables tanto independientes como dependientes. El control MPC típicamente envía solo el primer cambio en cada variable independiente a ser implementado, y repite el cálculo cuándo el siguiente cambio es requerido.

La familia de controladores predictivos presenta unas características en común. No es un único algoritmo, sino un conjunto de controladores cuyas características mencionamos a continuación:

- Usa modelo del proceso para predecir el comportamiento futuro de este.
- Minimiza una función de costo.
- Utiliza la estrategia de horizonte deslizante.

En base a estas ideas se desarrollan los controladores predictivos. Se usa el modelo del proceso que se desea controlar para predecir el comportamiento del sistema en el tiempo a lo largo de un horizonte temporal u horizonte de predicción (N). De esta manera la única salida (salida predicha) del proceso en el caso de sistemas SISO (*single input single output*) converge a un valor de estacionario como se muestra en la Figura 21.

Las salidas futuras para un horizonte determinado N , llamado horizonte de predicción (ver Figura 21), son determinados en cada instante t utilizando el modelo del proceso. Estas predicciones de la salida $y(t+k|t)$ para $k=1 \dots N$ dependen de los valores conocidos hasta el instante t (entradas y salidas pasadas) y en las señales de control futura $u(t+k|t)$ para $k=1 \dots N-1$, los que serán calculados y enviados al sistema.

El conjunto de señales de control futuras se calcula optimizando un criterio determinado para mantener el proceso lo más cerca posible de la trayectoria de referencia, que puede ser el mismo *set point* o una aproximación cercana. Este criterio usualmente toma la forma de una función cuadrática de los errores entre la señal de salida predicha y la trayectoria de referencia predicha. El esfuerzo de control está incluido en la función objetivo en la mayoría de los casos. Una solución explícita puede obtenerse si el criterio es cuadrático, el modelo es lineal y no hay restricciones, de lo contrario un método iterativo de aproximación debe ser usado. Algunas suposiciones sobre la estructura de la futura ley de control también se toman en algunos casos, puede ser constante en un instante dado.

La señal de control $u(t|t)$ es enviada al proceso mientras que el resto de señales de control calculadas no se consideran, porque en el siguiente instante de muestreo el valor $y(t+1)$ es ya conocida y los pasos anteriores se repiten con este nuevo valor. Así el valor de $u(t+1|t+1)$ es calculado (que en principio será diferente a $u(t+1|t)$ por la nueva información disponible) utilizando el concepto de horizonte recesivo.

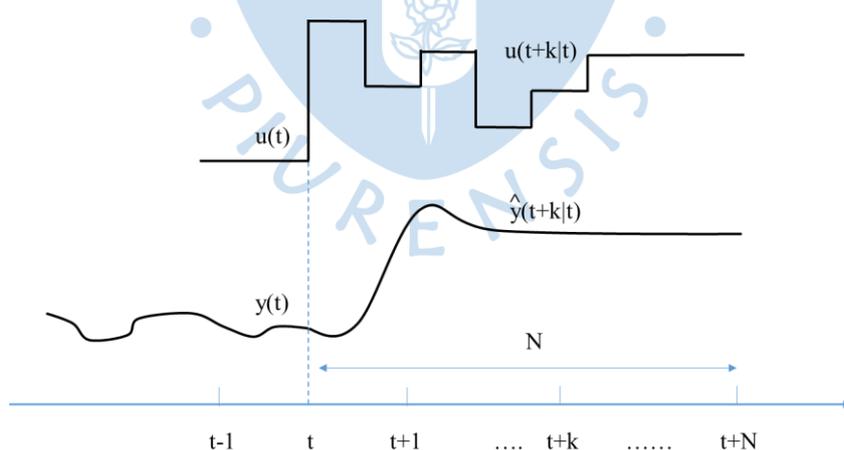


Figura 21 Control predictivo de sistema. Fuente: [26]

El problema de control se reduce a la solución de un problema de optimización con restricciones a lo largo del horizonte de predicción. De esta manera se obtiene un vector de entradas óptimas que tienen la longitud del horizonte de control. Solo se aplica a la planta el primer valor de este vector $u(t|t)$, esto se resuelve en cada instante de muestreo.

La estructura del controlador predictivo se representa en el diagrama de bloques de la Figura 22. Se presenta un bloque que contiene el modelo de la planta y un bloque optimizador donde se incluyen las restricciones y una función de costo, ambos bloques forman el controlador predictivo. El caso de un controlador predictivo con modelo en espacio de estados además hay un bloque para la estimación de estados.

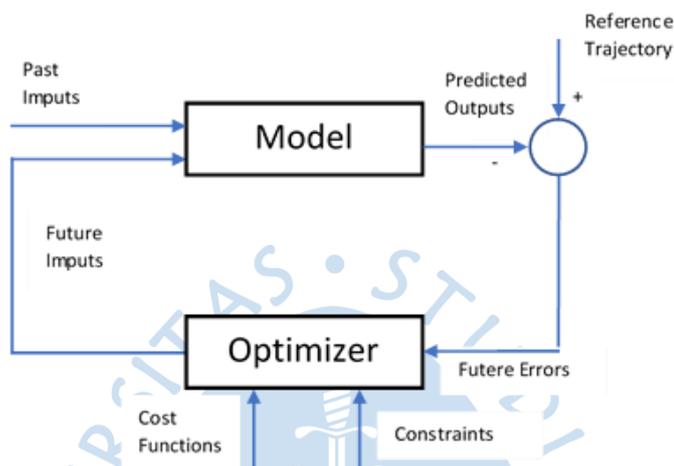


Figura 22 Estructura en diagrama de bloques del control predictivo. Fuente: [26]

La referencia (*Reference trajectory*) se introduce en el controlador y se restan de las salidas futuras predichas por el modelo (*Predicted Outputs*). Esa diferencia llamada error se introduce en el optimizador este calcula una entrada óptima y se introduce en el proceso. Se actualiza las lecturas de salidas pasadas y presentes que son introducidos en el controlador mediante el modelo. Luego se repite el cálculo de las salidas futuras para un nuevo periodo de muestreo. En el caso de un modelo en espacio de estados los valores pasados de entradas, los valores pasados y presentes de salidas son utilizados por el estimador para el cálculo de los estados y salidas futuras del modelo.

Para implementar esta estrategia, se usa la estructura básica que se muestra en la Figura 22. Un modelo es usado para predecir la salida futura de la planta, basado en valores pasados y actuales con el propósito de optimizar las futuras acciones de control. Estas acciones son calculadas para optimizar teniendo en cuenta la función coste (donde es considerado el error futuro de seguimiento) así como las restricciones.

El modelo del proceso juega, en consecuencia, un rol importante en el controlador. El modelo elegido debe ser capaz de capturar la dinámica del proceso para predecir de forma precisa la evolución del sistema. Al mismo tiempo, debe ser suficientemente simple de implementar y entender. Como MPC no es una única técnica sino un conjunto de diferentes metodologías, existen muchos tipos de modelos utilizados en diversas formulaciones.

El optimizador es otra parte fundamental de la estructura ya que permite obtener las acciones de control. Si la función costo es cuadrática y sin restricciones, su mínimo se puede obtener como la función explícita (lineal) de las entradas pasadas, salidas pasadas y la trayectoria de referencia futura. En la presencia de restricciones, la solución debe obtenerse mediante algoritmos de optimización. El tamaño de los problemas de optimización depende del número de variables y de los horizontes de predicción utilizados, que generalmente resultan ser problemas de optimización relativamente modestos que no requieren la resolución de sofisticados códigos informáticos. Sin embargo, la cantidad de tiempo necesaria para los casos con restricciones puede ser mayor que la necesaria para el caso sin restricciones.

3.3. Modelo de predicción

La formación de los modelos de predicción se basa en los modelos usados. Los modelos deben representar las dinámicas esenciales de los procesos y deben dar una respuesta adecuada ante cambios de las variables manipulables y las perturbaciones.

Algunos controladores predictivos como GPC (*Generalized Predictive Control*) usan un modelo de respuesta impulso. Otros como el DMC (*Dinamic Matrix Control*) usan un modelo de respuesta escalón. Los controladores formulados en la academia han usado tradicionalmente modelos en espacio de estados por su facilidad de manejo ante sistemas MIMO. A continuación, se describen estos modelos.

3.3.1. Modelo de predicción de respuesta impulso

Uno de los modelos más conocido en la industria es el de respuesta impulso, ya que es sencillo de obtener y solo se necesita la medición de la salida cuando el proceso es excitado con un impulso en la entrada.

Es ampliamente aceptado en la práctica industrial por ser intuitivo y poder aplicarse en procesos multivariables, aunque sus principales inconvenientes son la gran cantidad de parámetros necesarios y que solo en los procesos estables de bucle abierto pueden describirse de esta manera. Otras de las características de estos modelos es que poco sensible a errores de modelamiento y requiere conocer de ante mano la estructura del modelo.

Se tiene el modelo de respuesta impulso discreto de un sistema SISO

$$y(k) = \sum_{i=0}^{\infty} g_i u(k-i) = g_0 u(k) + g_1 u(k-1) + g_2 u(k-2) + \dots \quad (3.1)$$

Donde $i = 0, 1, 2, \dots$ y g_i son los coeficientes de la respuesta impulso.

Los coeficientes de la respuesta impulso tiende a 0, por los que se toma la suma truncada hasta N. Tomando $g_0 = 0$, la ecuación 3.1 se obtiene.

$$y(k) = G(z^{-1})u(k) \quad (3.2)$$

Donde

$$G(z^{-1}) = g_1z^{-1} + g_2z^{-2} + g_3z^{-3} + \dots + g_Nz^{-N}.$$

Tomando la ecuación 3.1 se obtiene el modelo de predicción.

$$\hat{y}(k+j|k) = \sum_{i=0}^{\infty} g_i u(k+j-i|k)$$

Donde se obtiene el valor de \hat{y} para el instante $k+j$ desde k .

3.3.2. Modelo de predicción de respuesta escalón

El modelo de respuesta escalón tiene gran cantidad de parámetros y se usan para sistemas estables a lazo abierto. Otras de las características de estos modelos es que poco sensible a errores de modelamiento y requiere conocer de ante mano la estructura del modelo.

Se tiene el modelo de respuesta impulso discreto de un sistema SISO.

$$y(k) = \sum_{i=0}^{\infty} h_i \Delta u(k-i) = h_0 \Delta u(k) + h_1 \Delta u(k-1) + h_2 \Delta u(k-2) + \dots \quad (3.3)$$

Donde $i = 0, 1, 2, \dots$ y h_i son los coeficientes de la respuesta escalón.

Se toma la suma truncada hasta N. Tomando $h_0 = 0$, la ecuación 3.3 se obtiene.

$$y(k) = H(z^{-1})\Delta u(k) \quad (3.4)$$

Donde

$$H(z^{-1}) = h_1z^{-1} + h_2z^{-2} + h_3z^{-3} + \dots + h_Nz^{-N}.$$

Tomando la ecuación 3.3 se obtiene el modelo de predicción.

$$\hat{y}(k+j|k) = \sum_{i=0}^{\infty} h_i \Delta u(k+j-i|k)$$

Donde se obtiene el valor de \hat{y} para el instante $k+j$ desde k .

3.3.3. Modelo de predicción basado espacio de estados.

Se tiene el modelo en espacio de estados en discreto en notación matricial.

$$\begin{aligned} x(k+1) &= Ax(k) + Bu(k) \\ y(k) &= Cx(k) \end{aligned} \quad (3.5)$$

Tomando la ecuación 3.5 se obtiene el modelo de predicción.

$$\begin{aligned} x(k+j+1|k) &= Ax(k+j|k) + Bu(k+j|k) \\ y(k+j|k) &= Cx(k+j|k) \end{aligned} \quad (3.6)$$

Donde se obtiene el valor de y para el instante $k+j$ desde k .

3.3.4. Función de costo

Los valores futuros de las variables de control $u(k), u(k+1), u(k+2), \dots$ son calculados para que la predicción de la salida siga una referencia. Los errores en la predicción tienen que ser mínimos y se calculan con la siguiente ecuación.

$$\hat{e} = \text{Trayectoria de referencia} - \text{salidas predichas } (\hat{y}(k+j))$$

En control predictivo las funciones de costo suelen ser, cuadráticas, lineales y no lineales.

3.3.5. Función de costo cuadrática

El problema de programación cuadrática es aquel que tiene una función de costo cuadrática y restricciones lineales. En Notación matricial tiene la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \min x^T Qx + cx \\ \text{s. a. } x \geq 0 \\ Ax \geq b \end{aligned} \quad (3.7)$$

En control predictivo se suele tomar la siguiente función de costo.

$$\min \sum_{j=H_1}^{H_2} \alpha(j)[\hat{y}(k+j) - r(k+j)]^2 + \sum_{j=0}^{H_c-1} \beta(j)[\Delta u(k+j)]^2 \quad (3.8)$$

Donde H_1 es el inicio del horizonte de predicción, H_2 es el final del horizonte de predicción, $\alpha(j)$ es el peso de los errores futuros y $\beta(j)$ es el peso de los incrementos futuros de la variable manipulable. Los parámetros antes mencionados incluyendo el horizonte de control (H_c) son parámetros de sintonización del controlador predictivo.

3.4. Control predictivo con matriz dinámica

El control predictivo con matriz dinámica, conocido como *dynamic matrix control* (DMC), fue diseñado en primer lugar por los ingenieros de la Shell Oil [28].

Actualmente, se encuentra en una gran variedad de aplicaciones en diferentes industrias y forma parte de muchos paquetes comerciales. Se emplea un modelo de respuesta escalón para la formulación, se asume que la perturbación es constante para todo el horizonte de predicción y se asume que el sistema es estable.

Se tiene el modelo de predicción.

$$\hat{y}(k+j|k) = \sum_{i=0}^j h_i \Delta u(k+j-i|k) + \sum_{i=j+1}^N h_i \Delta u(k+j-i|k) \quad (3.9)$$

La segunda sumatoria de la ecuación 3.9 es el efecto acumulado de los valores pasados de y , que se puede reemplazar por el valor pasado de y^* . Se asume que en el instante N , $h_{k+1} - h_k \approx 0$ y se tiene la ecuación 3.10.

$$y^*(k+j|k) = \sum_{i=j+1}^N h_i \Delta u(k+j-i|k) \quad (3.10)$$

Reemplazando 3.10 en 3.9 resulta la ecuación 3.11:

$$\hat{y}(k+j|k) = y^*(k+j|k) + \sum_{i=0}^j h_i \Delta u(k+j-i|k) \quad (3.11)$$

Si asumimos que $H_p < N$ escribiendo de forma matricial se tiene.

$$\begin{bmatrix} \hat{y}(k+1|k) \\ \vdots \\ \hat{y}(k+H_p|k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y^*(k+1|k) \\ \vdots \\ y^*(k+H_p|k) \end{bmatrix} + \mathcal{H} \begin{bmatrix} \Delta u(k) \\ \vdots \\ \Delta u(k+H_c-1|k) \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

Donde:

$$\mathcal{H} = \begin{bmatrix} h_1 & 0 & \cdots & 0 \\ h_2 & h_1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ h_{H_c} & h_{H_c-1} & \cdots & h_1 \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ h_{H_c} & h_{H_c-1} & \cdots & h_{H_p-H_c+1} \end{bmatrix}$$

Se considera, ahora, la diferencia entre el modelo y la planta real.

$$d(k) = y_m(k) - y^*(k) \quad (3.13)$$

Donde d se la perturbación e $y_m(k)$ la señal muestreada.

Se asume que todas las perturbaciones futuras son iguales a la presente. Entones se obtiene la ecuación 3.14.

$$\hat{d}(k+j|k) = d(k) = y_m(k) - y^*(k) \quad (3.14)$$

Reescribiendo la ecuación 3.12 y agregando 3.14 se obtiene

$$\begin{bmatrix} \hat{y}^0(k+1|k) \\ \vdots \\ \hat{y}^0(k+H_p|k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y^*(k+1|k) \\ \vdots \\ y^*(k+H_p|k) \end{bmatrix} + \mathcal{H} \begin{bmatrix} \Delta u(k) \\ \vdots \\ \Delta u(k+H_c-1|k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \hat{d}(k+1|k) \\ \vdots \\ \hat{d}(k+H_p|k) \end{bmatrix}$$

En la función de costo se puede dividir en dos partes, una que compara los valores predichos a lo largo del horizonte de predicción con la referencia y el otro que pesa las variaciones de la variable de control (u).

Las funciones de costo más usadas son la que considera solo la primera parte (ecuación. 3.15) y otra que considera a las dos (Ecuación. 3.16).

$$\min J = \min \sum_{i=1}^{H_p} [\hat{y}^0(k+i|k) - r(k+i)]^2 \quad (3.15)$$

$$\min J = \min \sum_{i=1}^{H_p} [\hat{y}^0(k+i|k) - r(k+i)]^2 + \sum_{i=0}^{H_c-1} \lambda [\Delta u(k+i)]^2 \quad (3.16)$$

3.5. Extended Prediction Self-Adaptive Control (EPSAC).

Esta estrategia de control predictivo fue creada por De Keyser y Van Cauwenberghe en [33]. Algunas aplicaciones de esta metodología de control se presentan en [45], [46], [47]

La estrategia EPSAC considera en su formulación un modelo del proceso de la forma de la ecuación 3.17

$$y(t) = x(t) + n(t) \quad (3.17)$$

Donde $y(t)$ es la salida medida del proceso, $x(t)$ es la salida real del proceso y $n(t)$ el disturbio. El control requiere una predicción de las futuras salidas, en un horizonte de predicción de H_p . Dado por la ecuación 3.18:

$$y(t+k|t) = x(t+k|t) + n(t+k|t) \quad (3.18)$$

La salida futura puede ser descrita como la suma de dos partes:

$$y(t+k|t) = y_{base}(t+k|t) + y_{optimo}(t+k|t) \quad (3.19)$$

$y_{base}(t+k|t)$ es el efecto de las entradas pasadas, salidas pasadas y futura, la secuencia futura de control $u_{base}(t+k|t)$ y los disturbios.

$y_{optimo}(t+k|t)$ es el efecto de las acciones de control $\delta u(t+k|t) = \delta u(t+k|t) - u_{base}(t+k|t)$, en un horizonte de control H_c .

La salida optimizada se puede expresar como una ecuación de convolución en tiempo discreto, para la respuesta impulso. En notación matricial se expresa como sigue:

$$Y_{optimo} = GU$$

Donde:

$$Y_{optimo} = [y_{optimo}(t+N_1|t), \dots, y_{optimo}(t+N_2|t)]^T$$

$$U = [\delta u(t|t), \dots, \delta u(t+N_u-1|t)]^T$$

$$G = \begin{bmatrix} h_{N_1} & h_{N_1-1} & h_{N_1-2} & \dots & h_{N_1-N_u+1} \\ h_{N_1+1} & h_{N_1} & h_{N_1-1} & \dots & h_{N_1-N_u+2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{N_2} & h_{N_2+1} & h_{N_1+2} & \dots & h_{N_2-N_u+1} \end{bmatrix}$$

Entonces la salida predicha queda expresada matricialmente como:

$$Y = \bar{Y} + GU$$

Donde:

$$Y = [y(t+N_1|t), \dots, y(t+N_2|t)]^T$$

$$\bar{Y} = [y_{base}(t+N_1|t), \dots, y_{base}(t+N_2|t)]^T$$

Teniendo la predicción de la salida se puede optimizar la señal de control U minimizando la función de costo J .

$$\min J = \min \sum_{N_1}^{N_2} [r(t+k|t) - y(t+k|t)]^2 + \sum_0^{H_u-1} \lambda [u(t+k|t)]^2 \quad (3.20)$$

Donde:

λ : es el peso de la variable de control.

$r(t+k|t)$: es la referencia. Minimizando la función de costo se obtiene U en notación matricial.

$$U = [G^T G - \lambda I]^{-1} G^T [R - \bar{Y}]$$

$$R = \begin{bmatrix} r(t+N_1|t) \\ \vdots \\ r(t+N_2|t) \end{bmatrix}$$

3.6. Generalized Predictive Control (GPC)

El *Generalized Predictive Control* (GPC) fue diseñado por Clarke, Mohtadi y Tuffs. Su formulación e interpretación [34] y [35]; y propiedades básicas [48].

La formulación considera un modelo de la forma:

$$A(q^{-1})y(t) = B(q^{-1})u(t-1) + x(t) \quad (3.21)$$

La variable $u(t)$ es la entrada al proceso, $y(t)$ es la variable de salida y $x(t)$ es el disturbio. Los polinomios A y B que contienen el operador de retardo q^{-1} tienen la siguiente forma.

$$A(q^{-1}) = 1 + a_1 q^{-1} + \dots + a_{na} q^{-na}$$

$$B(q^{-1}) = b_0 + b_1 q^{-1} + \dots + b_{nb} q^{-nb}$$

Para el GPC el modelo usado para el disturbio $x(t)$ en el proceso es de la siguiente forma.

$$x(t) = \frac{C(q^{-1})\xi(t)}{\Delta} \quad (3.22)$$

Reemplazando 3.22 en 3.21 se obtiene.

$$A(q^{-1})y(t) = B(q^{-1})u(t-1) + \frac{C(q^{-1})\xi(t)}{\Delta} \quad (3.23)$$

A este modelo se le conoce como *Controlled Auto-Regressive Integrated Moving-Average* (CARIMA).

Donde:

$$C(q^{-1}) = 1 + c_1 q^{-1} + c_2 q^{-2} + \dots + c_{nc} q^{-nc}$$

$\xi(t)$: Es una secuencia aleatoria no correlacionada.

Δ : Es el operador diferencia $1 - q^{-1}$.

Asumiendo $C(q^{-1}) = 1$

Se obtiene la ecuación (3.24):

$$A(q^{-1})y(t) = B(q^{-1})u(t-1) + \frac{\xi(t)}{\Delta} \quad (3.24)$$

Para hallar la predicción de la salida $y(t+j)$ para j pasos adelante se usa la siguiente ecuación.

$$1 = E_j(q^{-1})A\Delta + q^{-1}F_j(q^{-1}) \quad (3.25)$$

Obtenidos los E_j y F_j de manera recursiva por medio de la ecuación diofántina se reemplazan en la ecuación (3.26) para obtener la estimación de las salidas futuras, se asume que la mejor predicción para $\xi(t+j)$ es 0.

$$y(t+j) = E_j B \Delta u(t+j-1) + F_j y(t) \quad (3.26)$$

Se considera la siguiente función de costo a minimizar:

$$J = \sum_{j=N_1}^{N_2} [y(t+j) - w(t+j)]^2 + \sum_{j=1}^{N_2} \lambda(j) [\Delta u(t+j-1)]^2 \quad (3.27)$$

Donde:

N_1 : Es el horizonte de predicción mínimo.

N_2 : Es el horizonte de predicción máximo.

$\lambda(j)$: Es el peso de variable de control.

De la ecuación (3.26) hacemos:

$$G_j = E_j B$$

La ecuación (3.26) se puede expresar de manera matricial.

$$\hat{y} = G\bar{u} + f$$

Donde se $N_1=1$ y $N_2=N$:

$$\hat{y} = [\hat{y}(t+1), \dots, \hat{y}(t+N)]^T$$

$$\bar{u} = [\Delta u(t), \dots, \Delta u(t+N-1)]^T$$

$$f = [f(t+1), \dots, f(t+N)]^T$$

Y la matriz G es triangular superior.

$$G = \begin{bmatrix} g_1 & 0 & \dots & 0 \\ g_2 & g_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ g_j & g_{j-1} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ g_N & g_{N-1} & \dots & g_1 \end{bmatrix}$$

Expresando de manera matricial la función de costo se obtiene:

$$J = (G\bar{u} + f - w)^T (G\bar{u} + f - w) + \lambda \bar{u}^T \bar{u} \quad (3.28)$$

Donde:

$$w = [w(t+1), \dots, w(t+N)]^T$$

Considerando que el sistema no tiene restricciones se puede obtener una solución explícita del controlador según la ecuación 3.29

$$\bar{u} = (G^T G + \lambda I)^{-1} G^T (w - f) \quad (3.29)$$

3.7. Formulación de control predictivo en variables de estados

Se tomará la formulación para sistemas de múltiples entradas y múltiples salidas presentada en el libro [49]. Se considerará un modelo discreto multivariable sin retardos.

A partir del modelo CARIMA en espacio de estados representado en las ecuaciones 3.30.

$$\begin{aligned} x_{\Delta}(k+1) &= A_{\Delta x} x_{\Delta}(k) + B_{\Delta x} \Delta u(k) \\ y &= C_{\Delta x} x_{\Delta}(k) \end{aligned} \quad (3.30)$$

Considerando un sistema sin retardos y órdenes iguales los estados están agrupados en el vector:

$$x_{\Delta} = [y(k), y(k-1), \dots, y(k-n_a), \Delta u(k-1), \Delta u(k-2), \dots, \Delta u(k-n_b+1)] \quad (3.31)$$

Usando como base el modelo anterior se obtiene la predicción de las salidas y los estados. Los valores para un instante adelante quedan expresados en la ecuación 3.32.

$$\begin{aligned} \hat{x}_{\Delta}(k+1) &= A_{\Delta x} x_{\Delta}(k) + B_{\Delta x} \Delta u(k) \\ \hat{y}(k+1) &= C_{\Delta x} \hat{x}_{\Delta}(k+1) \\ &= C_{\Delta x} A_{\Delta x} x_{\Delta}(k) + C_{\Delta x} B_{\Delta x} \Delta u(k) \end{aligned} \quad (3.32)$$

Para dos instantes hacia adelante.

$$\begin{aligned} \hat{x}_{\Delta}(k+2) &= A_{\Delta x} \hat{x}_{\Delta}(k+1) + B_{\Delta x} \Delta u(k+1) \\ &= A_{\Delta x}^2 x_{\Delta}(k) + A_{\Delta x} B_{\Delta x} \Delta u(k) + B_{\Delta x} \Delta u(k+1) \\ \hat{y}(k+2) &= C_{\Delta x} \hat{x}_{\Delta}(k+2) \\ &= C_{\Delta x} A_{\Delta x}^2 x_{\Delta}(k) + C_{\Delta x} A_{\Delta x} B_{\Delta x} \Delta u(k) + C_{\Delta x} B_{\Delta x} \Delta u(k+1) \end{aligned} \quad (3.33)$$

La predicción para n instantes adelante para los estados y las salidas quedan expresados:

$$\begin{aligned} \hat{x}_{\Delta}(k+n) &= A_{\Delta x}^n x_{\Delta}(k) + \sum_{i=0}^{n-1} A_{\Delta x}^{n-1-i} B_{\Delta x} \Delta u(k+i) \\ \hat{y}(k+n) &= C_{\Delta x} \hat{x}_{\Delta}(k+n) \\ &= C_{\Delta x} A_{\Delta x}^n x_{\Delta}(k) + \sum_{i=0}^{n-1} C_{\Delta x} A_{\Delta x}^{n-1-i} B_{\Delta x} \Delta u(k+i) \end{aligned} \quad (3.34)$$

Las predicciones de las salidas del sistema desde el instante 1 al instante n , expresadas en forma matricial (ver ecuación 3.35).

$$\hat{y} = \begin{bmatrix} \hat{y}(k+1) \\ \hat{y}(k+2) \\ \vdots \\ \hat{y}(k+n) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{\Delta x} A_{\Delta x} \\ C_{\Delta x} A_{\Delta x}^2 \\ \vdots \\ C_{\Delta x} A_{\Delta x}^n \end{bmatrix} x_{\Delta} + \begin{bmatrix} C_{\Delta x} B_{\Delta x} & 0 & \dots & 0 \\ C_{\Delta x} A_{\Delta x} B_{\Delta x} & C_{\Delta x} B_{\Delta x} & \ddots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{\Delta x} A_{\Delta x}^{n-1} B_{\Delta x} & C_{\Delta x} A_{\Delta x}^{n-2} B_{\Delta x} & \dots & C_{\Delta x} B_{\Delta x} \end{bmatrix} \Delta u \quad (3.35)$$

La ecuación 3.35 en forma compacta se expresa en la ecuación 3.36.

$$\hat{y} = F_x x_{\Delta} + H_x \Delta u \quad (3.36)$$

Donde:

$$F_x = \begin{bmatrix} C_{\Delta x} A_{\Delta x} \\ C_{\Delta x} A_{\Delta x}^2 \\ \vdots \\ C_{\Delta x} A_{\Delta x}^n \end{bmatrix}$$

$$H_x = \begin{bmatrix} C_{\Delta x} B_{\Delta x} & 0 & \dots & 0 \\ C_{\Delta x} A_{\Delta x} B_{\Delta x} & C_{\Delta x} B_{\Delta x} & \ddots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{\Delta x} A_{\Delta x}^{n-1} B_{\Delta x} & C_{\Delta x} A_{\Delta x}^{n-2} B_{\Delta x} & \dots & C_{\Delta x} B_{\Delta x} \end{bmatrix}$$

3.8. Economic Model predictive control

Los sistemas de control de retroalimentación a gran escala suelen estar dominados por objetivos de rendimiento económico como rentabilidad, eficiencia de operación, reducción de costos, etc. El paradigma actual para lograr objetivos económicos generales para una planta determinada es tomar la decisión y hacer el sistema de control en varias capas [50].

En la Figura 23, se muestra cómo encaja el MPC en esta jerarquía de control tradicional. La capa superior opera en la escala de tiempo más lenta y constituye la capa *Real Time Optimization* (RTO), optimiza las variables estáticas de la planta en estado estable por hora o por día sin tener en cuenta la dinámica de la planta. Los ajustes (*setpoints*) resultantes del RTO se pasan a las siguientes capas que controlan la dinámica del sistema. MPC a menudo se elige como estrategia de control en este nivel debido a su flexibilidad, rendimiento, robustez y a la capacidad de manejar directamente las restricciones difíciles tanto en entradas como en estados. El MPC rastrea los *setpoints* de estado estable y rechaza cualquier perturbación dinámica. Los disturbios entran en todas las capas, pero varían en forma de señal y frecuencia dependiendo de la escala de tiempo. El particionamiento jerárquico de las capas tiene efectos significativos siempre que el proceso se desvíe del *setpoint*.

La función objetivo utilizada por el controlador se forma generalmente para alcanzar un rápido seguimiento asintótico rápido a los cambios del *setpoint* y una baja variación en los

valores de salida ante los disturbios, y no esta generalmente relacionado con los costos económicos de operación del sistema.

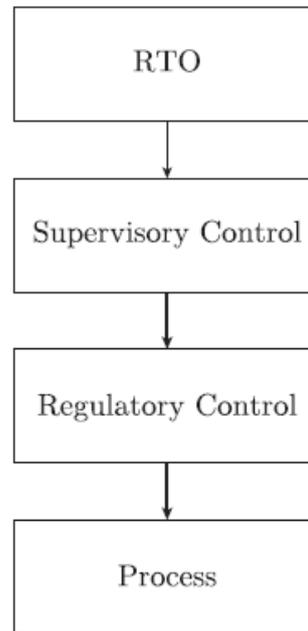


Figura 23 Jerarquía de control tradicional. Fuente: [50]

Hay varias propuestas para mejorar el uso eficaz de la información dinámica y económica en toda la jerarquía. Uno es mover la información dinámica en el nivel RTO. Otro enfoque es trasladar la información económica al nivel de control ([51], [52], [53]). Cuando el problema de control se plantea como un problema de optimización, como en MPC, este enfoque implica modificar la función de objetivo de seguimiento tradicional. En el control de seguimiento tradicional, el objetivo es minimizar el error sin restricciones entre una referencia determinada r y la salida medida. En ese caso podemos utilizar una función objetivo de mínimos cuadrados:

$$\phi_{\text{reg}}(u, y) = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{N-1} \|y_k - \bar{y}_k\|_Q^2 + \|u_k - \bar{u}_k\|_R^2$$

Donde Q y R son ajustables y (\bar{y}, \bar{u}) son los *setpoints* en estado estable (salidas, entradas). La acción de control se penaliza a través de R como un término de regularización. El término de regularización debe incluirse para obtener un mejor comportamiento de la acción de control.

En *Economic MPC*, la función objetivo contiene un término adicional ϕ_{eco} deducida de la ecuación 12 de [54]:

$$\phi_{\text{eco}}(u, s) = \sum_{k=0}^{N-1} c_k^T u_k + \rho_k^T s_k$$

Este término económico representa los costos de operación del subsistema, c , y el costo de no respetar las restricciones en la salida, ρ . Podemos combinar las dos ecuaciones anteriores para aproximar una función objetivo basado en la media de la variación:

$$\phi = \alpha\phi_{\text{eco}} + (1 - \alpha)\phi_{\text{reg}}, \quad \alpha \in [0; 1]$$

El término económico es una aproximación de certeza equivalente a función de costo, y el término de regularización se aproxima a la variación. El parámetro α ajusta la compensación entre los dos términos, es decir, entre el costo esperado y el riesgo rechazado. Las soluciones intermedias constituyen la frontera eficiente.



Capítulo 4

Economic MPC simulaciones

4.1. Modelación matemática

El primer paso para la implementación de un control EMPC es la obtención de un modelo matemático, con valor fiable, con el cual se puedan hacer las predicciones, en este caso se ha optado por simplificar el modelo matemático de las ecuaciones de transferencia de calor que rigen el comportamiento del proceso de refrigeración, luego integrarlo a un modelo de espacio de estados con el cual se puedan realizar las predicciones en el futuro.

La ecuación 4.1 de transferencia de calor que describe el comportamiento de la temperatura dentro del túnel de frío es la siguiente, deducida del artículo [54].

$$(mc_p)_{camara} \frac{dT_{camara}}{dt} = \dot{Q}_{exterior} + \dot{Q}_{fruta} + \dot{Q}_{carga\ térmica} - \dot{Q}_e \quad (4.1)$$

Donde:

$$\dot{Q}_{exterior} = (UA)_{amb-cr} (T_{amb} - T_{camara})$$

$$\dot{Q}_{fruta} = (UA)_{fruta-cr} (T_{fruta} - T_{camara})$$

$$\dot{Q}_e = K_{comp} * frecuencia$$

$$\dot{Q}_{carga\ térmica} = constante = K_{calor}$$

$\dot{Q}_{exterior}$: Calor que aporta la temperatura exterior al túnel de frío y que pasa a través de las paredes y el techo del túnel.

\dot{Q}_{fruta} : Calor que la fruta entrega al interior de la cámara al tener una temperatura diferente a la del aire el interior de la cámara.

$\dot{Q}_{carga\ térmica}$: Calor aportado por las luces, el ventilador del evaporador y el suelo al interior del túnel que se puede considerar constante.

\dot{Q}_e : Calor que retira el sistema de refrigeración por compresión.

Consideraciones para el modelamiento:

- La temperatura el mango el homogénea.
- La temperatura del aire de la cámara es homogénea.
- La carga térmica incluye: el sistema de iluminación, el calor aportado por el ventilador del evaporador y la transferencia por paredes y piso.
 - Las dimensiones de la cámara son: 4.4m x 4m x 2.3m.
 - El área total de paredes de material aislante es de 56.24 metros cuadrados, incluyendo el techo.
 - El piso es de concreto, con un área total de 17.6 metros cuadrados.

- El volumen de aire en la cámara es 40.48 metros cúbicos.

4.2. Potencia Eléctrica del compresor

Otra salida del sistema es la potencia eléctrica que consume el compresor durante su funcionamiento y que se intentara reducir para aumentar la eficiencia energética del proceso. Este se puede modelar como una función de transferencia de primer orden donde la frecuencia a la que gira el compresor es la variable de entrada.

$$\frac{Pot(s)}{frecuencia(s)} = \frac{K_{pot}}{\tau s + 1} \quad (4.2)$$

4.3. Estimación de parámetros y validación matemática

Para hallar las constantes matemáticas que aparecen en ambas ecuaciones (4.1 y 4.2) que describen el comportamiento del túnel de frio es necesario hacer una estimación de parámetros con la data obtenida en pruebas realizadas con masa de mango en su interior.

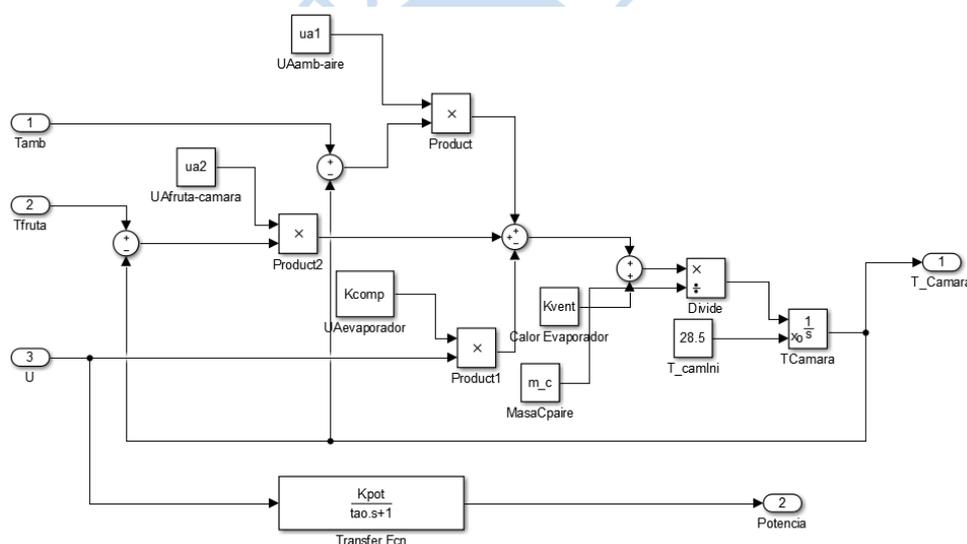


Figura 24 diagrama de bloques en simulink de modelo.

Para realizar la estimación de parámetros es necesario realizar un modelo en Simulink (ver Figura 24) donde se simule el funcionamiento de la planta de túnel de frio y luego usaremos un Toolbox de Matlab conocido como *Parameter Estimation*.

La planta piloto se puede representar como un bloque de entradas y salidas (ver Figura 25) con los cuales se puede hallar las constantes matemáticas que aparecen en ambas ecuaciones que describen el comportamiento del túnel de frio es necesario hacer una estimación de parámetros con la data obtenida en pruebas realizadas con masa de mango en su interior.

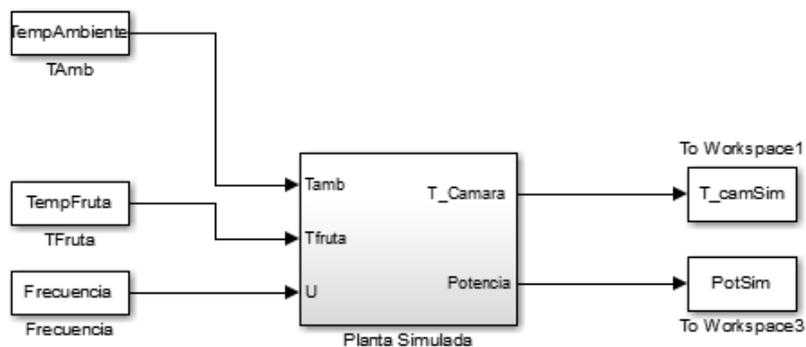


Figura 25 Bloque representando las entradas y salidas de la planta piloto.

En la Figura 26, se muestra como los valores convergen conforme las iteraciones se realizan en la estimación de parámetros, de tal forma que se reduce el valor de error calculado por el método de mínimos cuadrados. Los valores que se obtuvieron fueron los siguientes:

$$(UA)_{amb-cr} = 74.31 \text{ W}/^{\circ}\text{C}.$$

$$(mc_p)_{camara} = 50183 \text{ J}/^{\circ}\text{C}.$$

$$K_{comp} = 42.66 \text{ W}/\text{Hz}.$$

$$K_{calor} = 315.5 \text{ W}.$$

$$K_{pot} = 110.46 \text{ W}/\text{Hz}.$$

$$\tau = 69.21$$

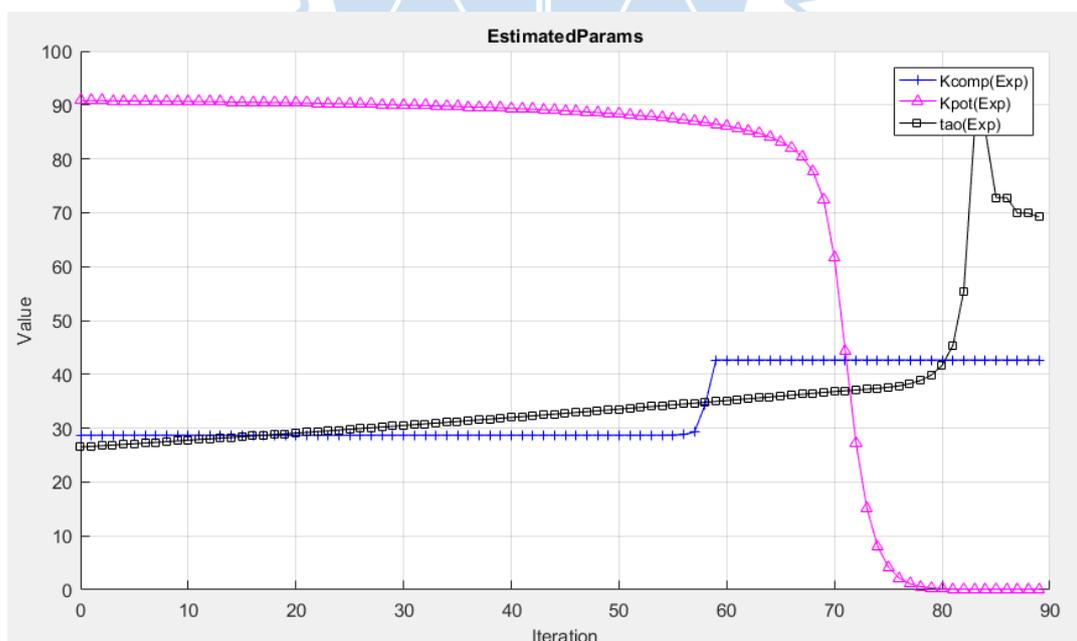


Figura 26 Grafico de Iteraciones para estimación de valores

Se usó datos de una prueba realizada el 15 de diciembre a las 8:15 am, en una planta piloto de sistema de enfriamiento de la universidad de Piura.

Se obtuvieron datos para una masa de 230.95 kg de mango. La estimación de los parámetros se realizó con el software Matlab.

Luego se obtuvo una comparación de los datos de medidos y la simulación con el modelo. En la se aprecia el resultado de la planta simulada contrastados con los datos reales con un ajuste de 90%.

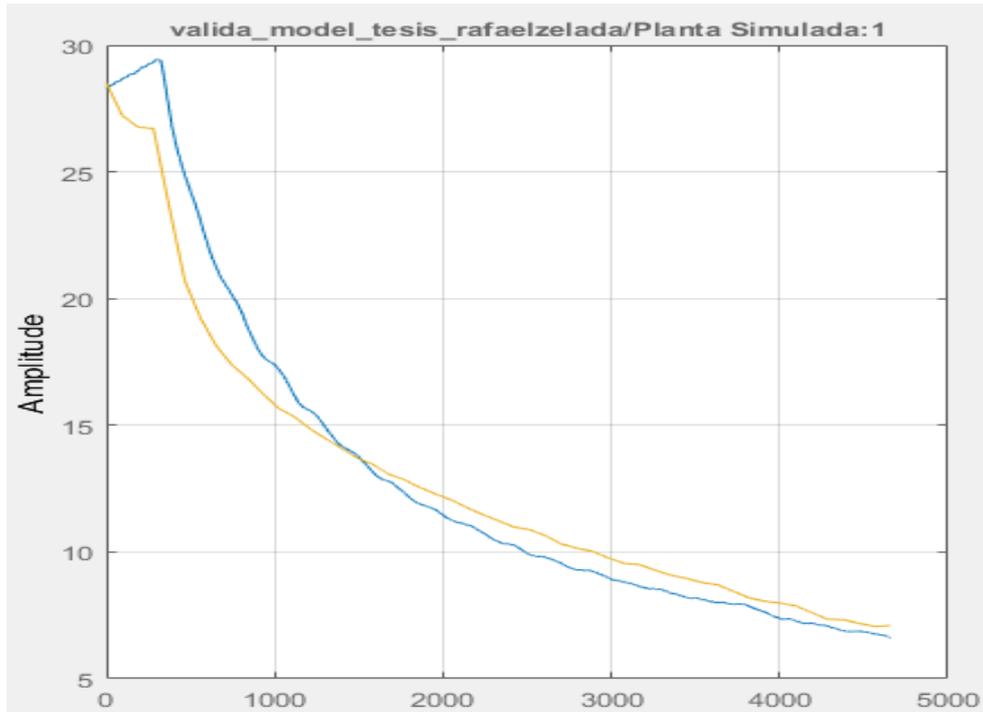


Figura 27 Aproximación planta simulada

4.4. Modelo de Espacio de Estados

De la ecuación termodinámica (4.1) y de la ecuación de la potencia eléctrica (4.2) se puede dar forma al siguiente modelo de espacio de estados:

$$\begin{aligned} \dot{T}_{camara} = & -\frac{(UA)_{amb-cr} + (UA)_{fruta-cr}}{(mc_p)_{camara}} T_{camara} + \frac{(UA)_{fruta-cr}}{(mc_p)_{camara}} T_{fruta} + \dots \\ & + \frac{(UA)_{amb-cr}}{(mc_p)_{camara}} T_{amb} + \frac{K_{vent}}{(mc_p)_{camara}} - \frac{K_{comp}}{(mc_p)_{camara}} f \end{aligned} \quad (4.3)$$

Para darle la forma al modelo de espacio de estados a partir de la función de transferencia de la potencia y la frecuencia se tiene:

$$\begin{aligned} \frac{Pot(s)}{frecuencia(s)} &= \frac{K_{pot}}{(\tau s + 1)} \\ Pot(\tau s + 1) &= K_{pot} f \\ (\tau s Pot + Pot) &= K_{pot} f \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\tau \dot{Pot} + Pot &= K_{pot} f \\ \tau \dot{Pot} &= -Pot + K_{pot} f \\ \dot{Pot} &= \frac{-1}{\tau} Pot + \frac{K_{pot}}{\tau} f\end{aligned}$$

Discretizando la ecuación con el método ZOH.

$$\begin{aligned}T_{camara}(k+1) &= \left(-\frac{(UA)_{amb-cr} + (UA)_{fruta-cr}}{(mc_p)_{camara}} \Delta t + 1 \right) T_{camara}(k) + \dots \\ &+ \Delta t \frac{(UA)_{fruta-cr}}{(mc_p)_{camara}} T_{fruta}(k) + \Delta t \frac{(UA)_{amb-cr}}{(mc_p)_{camara}} T_{amb}(k) + \dots \\ &+ \Delta t \frac{K_{vent}}{(mc_p)_{camara}} - \Delta t \frac{K_{comp}}{(mc_p)_{camara}} f(k)\end{aligned}\quad (4.4)$$

$$Pot(k+1) = \left(\frac{-1}{\tau} \Delta t + 1 \right) Pot(k) + \Delta t \frac{K_{pot}}{\tau} f(k)\quad (4.5)$$

El modelo de espacio de estados tiene la siguiente forma:

$$\begin{aligned}x_{k+1} &= A_d x_k + B_d u_k + d_k \\ y_k &= C_d x_k\end{aligned}\quad (4.6)$$

$$\begin{aligned}A_d &= \begin{bmatrix} \left(-\frac{(UA)_{amb-cr} + (UA)_{fruta-cr}}{(mc_p)_{camara}} \Delta t + 1 \right) & 0 \\ 0 & \frac{-1}{\tau} \Delta t + 1 \end{bmatrix} \\ B_d &= \begin{bmatrix} \frac{-\Delta t K_{comp}}{(mc_p)_{camara}} \\ \Delta t \frac{K_{pot}}{\tau} \end{bmatrix} \\ d_k &= \begin{bmatrix} \Delta t \frac{K_{vent}}{(mc_p)_{camara}} & \Delta t \frac{(UA)_{fruta-cr}}{(mc_p)_{camara}} & \Delta t \frac{(UA)_{amb-cr}}{(mc_p)_{camara}} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ T_{fruta} \\ T_{amb} \end{bmatrix} \\ y_k &= \begin{bmatrix} T_{camara} \\ Pot \end{bmatrix} \\ x_k &= \begin{bmatrix} T_{camara} \\ Pot \end{bmatrix}\end{aligned}$$

Considerando un tiempo de muestreo de 30 segundos, obtenemos las siguientes matrices:

$$\begin{aligned}A_d &= \begin{bmatrix} 0.3 & 0 \\ 0 & 0.6483 \end{bmatrix} \\ B_d &= \begin{bmatrix} -0.0148 \\ 38.85 \end{bmatrix} \\ C_d &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\end{aligned}$$

$$d_k = \underbrace{\begin{bmatrix} 0.1886 & 0.6742 & 0.0444 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{D_d} \begin{bmatrix} 1 \\ T_{fruta} \\ T_{amb} \end{bmatrix}$$

Con estas matrices podemos iniciar un proceso iterativo para hallar las predicciones usadas para la optimización en el eMPC.

4.5. Predicciones con el modelo de espacio de estados

Para el desarrollo de este proyecto se hace necesario el uso de una nueva forma de la modelo de espacio de estados con el cual podamos realizar las optimizaciones. Si partimos de las ecuaciones iniciales, necesitamos que el sistema de ecuaciones tenga el término Δu , que conoceremos a partir de ahora como los grados de libertad del sistema.

Para simplificar el planteamiento de una predicción de la variable de salida se supone que el disturbio permanece constante en el tiempo de forma que el disturbio en el instante k es igual al disturbio en el instante “ $k+1$ ”. Por lo cual la predicción de los estados queda de la forma de la ecuación (4.7):

$$x_{k+1} - x_k = A_d(x_k - x_{k-1}) + B_d(u_k - u_{k-1}) + D_d(d_k - d_{k-1}) \quad (4.7)$$

Expresar las ecuaciones en términos de incrementos:

$$\Delta x_{k+1} = A_d \Delta x_k + B_d \Delta u_k + D_d \Delta d_k \quad (4.8)$$

El siguiente paso es incluir la nueva forma del estado en la variable de salida de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} y_{k+1} - y_k &= C_d \Delta x_{k+1} \\ y_{k+1} &= C_d \Delta x_{k+1} + y_k \end{aligned}$$

Reemplazando Δx_{k+1} .

$$\begin{aligned} y_{k+1} &= C_d(A_d \Delta x_k + B_d \Delta u_k + D_d \Delta d_k) + y_k \\ y_{k+1} &= C_d A_d \Delta x_k + C_d B_d \Delta u_k + C_d D_d \Delta d_k + y_k \end{aligned}$$

Las ecuaciones anteriores fueron deducidas partir de las ecuaciones de la página de 20 del libro *Model-based predictive control*, de Rossiter [55].

Para aprovechar el nuevo planteamiento de las ecuaciones es necesario plantear un nuevo modelo de espacios de estados que combine la variable de salida y con Δx para de esta forma poder realizar un proceso iterativo para hallar las predicciones incluyan a los grados de libertad para la optimización posterior.

$$\begin{bmatrix} x'_{k+1} \\ \Delta x_{k+1} \\ y_{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_d & 0_{n_{A_d} * n_{A_d}} \\ C_d A_d & I_{n_{A_d} * n_{A_d}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x'_k \\ \Delta x_k \\ y_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_d \\ C_d B_d \end{bmatrix} \Delta u_k + \begin{bmatrix} D_d \\ C_d D_d \end{bmatrix} \Delta d_k$$

$$y'_k = \overbrace{\begin{bmatrix} 0_{n_{A_d} * n_{A_d}} & I_{n_{A_d} * n_{A_d}} \end{bmatrix}}^{C_T} \begin{bmatrix} \Delta x_k \\ y_k \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

Si realizamos este proceso de predecir el siguiente paso recursivamente:

$$x'_{k+1} = A_T x'_k + B_T \Delta u_k + D_T \Delta d_k$$

$$x'_{k+1} = A_T x'_k + B_T \Delta u_k + D_T \Delta d_k$$

$$x'_{k+2} = A_T x'_{k+1} + B_T \Delta u_{k+1} + D_T \Delta d_k$$

$$x'_{k+2} = A_T [A_T x'_k + B_T \Delta u_k] + B_T \Delta u_{k+1} + d'_k$$

$$x'_{k+3} = A_T x'_{k+2} + B_T \Delta u_{k+2} + D_T \Delta d_k$$

$$x'_{k+3} = A_T [A_T [A_T x'_k + B_T \Delta u_k] + B_T \Delta u_{k+1}] + B_T \Delta u_{k+2} + d'_k$$

$$x'_{k+4} = A_T x'_{k+3} + B_T \Delta u_{k+3} + D_T \Delta d_k$$

$$x'_{k+4} = A_T A_T [A_T [A_T x'_k + B_T \Delta u_k] + B_T \Delta u_{k+1}] + B_T \Delta u_{k+2} + B_T \Delta u_{k+3} + D_T \Delta d_k$$

Si resolvemos cada una de las operaciones tendríamos que las predicciones tendrán la siguiente forma:

$$x'_{k+1} = A_T x'_k + B_T \Delta u_k + D_T \Delta d_k$$

$$x'_{k+2} = A_T^2 x'_k + A_T B_T \Delta u_k + B_T \Delta u_{k+1} + D_T \Delta d_k$$

$$x'_{k+3} = A_T^3 x'_k + A_T^2 B_T \Delta u_k + A_T B_T \Delta u_{k+1} + B_T \Delta u_{k+2} + D_T \Delta d_k$$

$$x'_{k+4} = A_T^4 x'_k + A_T^3 B_T \Delta u_k + A_T^2 B_T \Delta u_{k+1} + A_T B_T \Delta u_{k+2} + B_T \Delta u_{k+3} + D_T \Delta d_k$$

Las predicciones para un paso n son:

$$x'_{k+n|k} = A_T^n x'_k + A_T^{n-1} B_T \Delta u_k + A_T^{n-2} B_T \Delta u_{k+1} + \dots + B_T \Delta u_{k+n-1} + \dots + D_T \Delta d_k \quad (4.10)$$

Dar forma de las predicciones para la variable de salida:

$$y'_{k+1} = C_T x'_{k+1}$$

$$y'_{k+1} = C_T A_T x'_k + C_T B_T \Delta u_k + C_T D_T \Delta d_k$$

$$y'_{k+2} = C_T x'_{k+2}$$

$$y'_{k+1} = C_T A_T^2 x'_k + C_T A_T B_T \Delta u_k + C_T B_T \Delta u_{k+1} + C_T D_T \Delta d_k$$

$$y'_{k+3} = C_T x'_{k+3}$$

$$y'_{k+1} = C_T A_T^3 x'_k + C_T A_T^2 B_T \Delta u_k + C_T A_T B_T \Delta u_{k+1} + C_T B_T \Delta u_{k+2} + C_T D_T \Delta d_k$$

$$y'_{k+4} = C_T x'_{k+4}$$

$$y'_{k+1} = C_T A_T^4 x'_k + C_T A_T^3 B_T \Delta u_k + C_T A_T^2 B_T \Delta u_{k+1} + C_T A_T B_T \Delta u_{k+2} + C_T B_T \Delta u_{k+3} + C_T D_T \Delta d_k$$

A partir de esto podemos deducir que la forma de la predicción n en adelante tendrá es la siguiente:

$$y'_{k+n|k} = C_T A_T^n x'_k + C_T (A_T^{n-1} B_d \Delta u_k + A_T^{n-2} B_T \Delta u_{k+1} + \dots + B_T \Delta u_{k+n-1}) + C_T D_T \Delta d_k \quad (4.11)$$

Donde podemos ver que la primera parte de la ecuación 4.11 depende de valores conocidos en el pasado o actuales, y la segunda parte de la ecuación donde aparecen los valores futuros desconocidos de la variable de entrada.

Si cambiamos la notación de tal forma de que agrupamos todas las predicciones de los valores futuros del estado x' , podemos escribir una ecuación que incluya de una forma más compacta las predicciones.

$$\begin{aligned} \overrightarrow{x'}_{k+1} &= \begin{bmatrix} x'_{k+1} \\ x'_{k+2} \\ \vdots \\ x'_{k+n|k} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} A_T x'_k + B_T \Delta u_k + D_T \Delta d_k \\ A_T^2 x'_k + A_T B_T \Delta u_k + B_T \Delta u_{k+1} + D_T \Delta d_k \\ \vdots \\ A_T^n x'_k + A_T^{n-1} B_T \Delta u_k + A_T^{n-2} B_T \Delta u_{k+1} + \dots + B_T \Delta u_{k+n-1} + D_T \Delta d_k \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.12)$$

Si separamos la ecuación 4.12 de tal forma que los términos conocidos estén en un vector y los términos futuros desconocidos en una matriz separada, toma la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \overrightarrow{x'}_{k+1} &= \begin{bmatrix} A_T x'_k \\ A_T^2 x'_k \\ \vdots \\ A_T^n x'_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_T \Delta u_k \\ A_T B_T \Delta u_k + B_T \Delta u_{k+1} \\ \vdots \\ A_T^{n-1} B_T \Delta u_k + A_T^{n-2} B_T \Delta u_{k+1} + \dots + B_T \Delta u_{k+n-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D_T \Delta d_k \\ D_T \Delta d_k \\ \vdots \\ D_T \Delta d_k \end{bmatrix} \\ \overrightarrow{x'}_{k+1} &= \begin{bmatrix} A_T \\ A_T^2 \\ \vdots \\ A_T^n \end{bmatrix} x'_k + \begin{bmatrix} B_T & 0 & \dots & 0 \\ A_T B_T & B_T & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ A_T^{n-1} B_T & A_T^{n-2} B_T & \dots & B_T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta u_{k|k} \\ \Delta u_{k+1|k} \\ \vdots \\ \Delta u_{k+n-1|k} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D_T \Delta d_k \\ D_T \Delta d_k \\ \vdots \\ D_T \Delta d_k \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.13)$$

Como podemos ver el primer término de la ecuación 4.13 depende de las mediciones que se toman del estado x , en la matriz es obvio que dependerá de los parámetros del modelo y también el vector que incluye todas las variables controladas futuras, además de dos vectores que incluye la influencia de los disturbios en cada una de las predicciones.

Reduciendo esta ecuación con la siguiente notación nos permite darle una forma compacta:

$$\begin{aligned} \overrightarrow{x'}_{k+1} &= \underbrace{\begin{bmatrix} A_T \\ A_T^2 \\ \vdots \\ A_T^n \end{bmatrix}}_{P_x} x'_k + \underbrace{\begin{bmatrix} B_T & 0 & \dots & 0 \\ A_T B_T & B_T & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ A_T^{n-1} B_T & A_T^{n-2} B_T & \dots & B_T \end{bmatrix}}_{H_x} \underbrace{\begin{bmatrix} \Delta u_{k|k} \\ \Delta u_{k+1|k} \\ \vdots \\ \Delta u_{k+n-1|k} \end{bmatrix}}_{\overrightarrow{\Delta u_k}} + \underbrace{\begin{bmatrix} D_T \Delta d_k \\ D_T \Delta d_k \\ \vdots \\ D_T \Delta d_k \end{bmatrix}}_{L_x} \\ \overrightarrow{x'}_{k+1} &= P_x x'_k + H_x \overrightarrow{\Delta u_k} + L_x \end{aligned} \quad (4.14)$$

De igual forma podemos reducir la ecuación 4.11 de las predicciones de la variable de salida:

$$\begin{aligned} \overline{y}'_{k+1} &= \underbrace{\begin{bmatrix} C_T A_T \\ C_T A_T^2 \\ \vdots \\ C_T A_T^n \end{bmatrix}}_P x'_k + \underbrace{\begin{bmatrix} C_T B_T & 0 & \dots & 0 \\ C_T A_T B_T & C_T B_T & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ C_T A_T^{n-1} B_T & C_T A_T^{n-2} B_T & \dots & C_T B_T \end{bmatrix}}_H \underbrace{\begin{bmatrix} \Delta u_{k|k} \\ \Delta u_{k+1|k} \\ \vdots \\ \Delta u_{k+n-1|k} \end{bmatrix}}_{\overline{\Delta u}_k} + \dots \\ &+ \underbrace{\begin{bmatrix} C_T \\ C_T \\ \vdots \\ C_T \end{bmatrix}}_L D_T \Delta d_k \\ \overline{y}'_{k+1} &= P x'_k + H \overline{\Delta u}_k + L D_T \Delta d_k \end{aligned} \quad (4.15)$$

El funcionamiento de *eMPC* está basado en MPC por lo cual también se habla de predicciones y de una ley de costo que se busca optimizar, pero con una diferencia que cambia su rango y eficacia de acción.

4.6. Ley de Costo del *Economic Model Predictive Control*

Incluyendo costos económicos reales en una nueva ley de costo tenemos varios cambios que influyen en el control, por un lado, la ley de costo deja de ser cuadrática lo que permite incluir nuevas formas de optimización, además de que se puede incorporar predicciones de precios futuros o de variaciones de los variables del entorno que influyen en el comportamiento del proceso. Lo cual permite aplicar a sistemas que poseen cambios en sus condiciones de trabajo que influyen en el costo del proceso.

Por otra parte, el funcionamiento como controlador sigue siendo el mismo ya que se busca optimizar esta nueva ley de costo es decir hallar el valor mínimo a partir de las N predicciones que se están calculando para poder encontrar el valor de la variable controlada del siguiente instante.

A la nueva función de costo la llamaremos $L(x_k, u_k)$ esta nueva función no es necesariamente cuadrática y puede tener más operaciones que permitan hallar un costo económico real al proceso.

Mi variable de costo global que necesito optimizar tiene la siguiente forma:

$$\sum_{k=0}^{N-1} L(x_k, u_k) \quad (4.16)$$

Optimizando esta función, donde x_k y u_k son vectores que incluye las predicciones de tal forma que se optimiza el siguiente valor de la variable de entrada, como se puede ver el funcionamiento básico sigue siendo igual al de un MPC.

Considerando el costo de la energía eléctrica consumida por el compresor podemos decir que el costo es igual a:

$$\text{Costo} = \text{Costo Potencia Maxima} + \text{Costo energia electrica}$$

$$L = C_{penalidad}(T_{camara}(t) - T_{ref})^2 + C_{EE}(t) * Pot(t) * \Delta t \quad (4.17)$$

Donde:

$C_{EE}(t)$: Costo variable de energía activa. El costo de la energía eléctrica es variable en el tiempo ya que existe un costo diferente en hora punta y fuera de punta.

Δt : Tiempo de muestreo.

$C_{penalidad}$: Costo impuesto para que el controlador se acerque a la temperatura de referencia.

Para realizar la optimización es necesario darle una forma más simplificada que en la ecuación 4.17, donde se aprecie que cada variable esté presente de forma expresa en la ecuación de costo.

$$L = aT_{camara}(t)^2 - bT_{camara}(t) + c(t) * Pot(t) + d \quad (4.18)$$

Donde:

$$a = C_{penalidad}$$

$$b = 2C_{penalidad} * T_{ref}$$

$$c(t) = C_{EE}(t) * \Delta t$$

$$d = C_{penalidad} T_{ref}^2$$

Para determinar el valor de cada uno de los coeficientes es necesario conocer los precios. El precio del mango está determinado por el mercado, en el 2017 el precio del mango de exportación por kilo fue de 3.89 soles.

El precio de la energía es:

Hora punta : 22.59 ctmS/kWh. [56]

Fuera de punta : 18.27 ctmS/kWh. [56]

Con estos valores reales del costo podemos determinar que:

$$c_{HP} = C_{EE}(t) * \frac{\Delta t}{3600} = 0.0018825 \frac{\text{Soles}}{\text{kW}} = 1.8825 * 10^{-6} \frac{\text{Soles}}{\text{W}}$$

$$c_{FP} = C_{EE}(t) * \frac{\Delta t}{3600} = 0.0015225 \frac{\text{Soles}}{\text{kW}} = 1.5225 * 10^{-6} \frac{\text{Soles}}{\text{W}}$$

El siguiente paso es darle la forma matricial, donde conocemos que el vector que contiene las salidas es:

$$y'_k = \begin{bmatrix} T_{camara} \\ Pot \end{bmatrix}$$

Se puede resumir la ecuación anterior de forma matricial para que tenga la siguiente forma:

$$\phi = \begin{bmatrix} T_{camara} \\ Pot \end{bmatrix}^T A \begin{bmatrix} T_{camara} \\ Pot \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} T_{camara} \\ Pot \end{bmatrix}^T \vec{g}$$

Donde A tiene que ser una matriz que contenga los coeficientes de las variables al cuadrado, pero ya que la única variable al cuadrado es la Temperatura de la cámara la matriz A solo contiene un valor diferente de 0 dentro de ella, en cambio el vector g contiene a los coeficientes de las variables que tiene un exponente de primer orden por lo que contendrá a b y c(t).

$$\phi = \begin{bmatrix} T_{camara} \\ Pot \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{camara} \\ Pot \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} T_{camara} \\ Pot \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} -b \\ c(t) \end{bmatrix} \quad (4.19)$$

El vector g tendrá dos valores distintos en Hora punta y fuera de punta debido a que el valor de la energía activa, c(t), cambia en este periodo.

El siguiente paso es incluir las predicciones en la ley de costo donde conocemos que:

$$\phi = y'_k{}^T A y'_k + y'_k{}^T \vec{g}$$

Si reemplazamos y'_k con el valor de las predicciones \vec{y}'_{k+1} tendremos un vector $\vec{\phi}$ que contenga todos los valores futuros del costo, a partir del cual se puede realizar una optimización.

$$\vec{\phi} = \vec{y}'_{k+1}{}^T A \vec{y}'_{k+1} + \vec{y}'_{k+1}{}^T \vec{g}$$

Donde:

$$\vec{y}'_{k+1} = P x'_k + H \vec{\Delta u}_k + L d_k$$

Reemplazando \vec{y}'_{k+1} en $\vec{\phi}$ y operando las operaciones matriciales:

$$\vec{\phi} = (P x'_k + H \vec{\Delta u}_k + L d_k)^T M (P x'_k + H \vec{\Delta u}_k + L d_k) + \dots \\ + (P x'_k + H \vec{\Delta u}_k + L d_k)^T g + d$$

$$\vec{\phi} = (x'_k{}^T P^T + \vec{\Delta u}_k{}^T H^T + L d_k{}^T) M (P x'_k + H \vec{\Delta u}_k + L d_k) + \dots \\ + (x'_k{}^T P^T + \vec{\Delta u}_k{}^T H^T + L d_k{}^T) g + d$$

$$\vec{\phi} = (x'_k{}^T P^T M + \vec{\Delta u}_k{}^T H^T M + L d_k{}^T M) (P x'_k + H \vec{\Delta u}_k + L d_k) + \dots \\ + (x'_k{}^T P^T + \vec{\Delta u}_k{}^T H^T + L d_k{}^T) g + d$$

$$\vec{\phi} = x'_k{}^T P^T M P x'_k + \vec{\Delta u}_k{}^T H^T M P x'_k + L d_k{}^T M P x'_k + x'_k{}^T P^T M H \vec{\Delta u}_k + \dots \\ + \vec{\Delta u}_k{}^T H^T M H \vec{\Delta u}_k + L d_k{}^T M H \vec{\Delta u}_k + x'_k{}^T P^T M L d_k + \vec{\Delta u}_k{}^T H^T M L d_k + \dots \\ + L d_k{}^T M L d_k + x'_k{}^T P^T g + \vec{\Delta u}_k{}^T H^T g + L d_k{}^T g$$

Teniendo en cuenta el cálculo matricial, los siguientes términos son iguales:

$$\begin{aligned}\overline{\Delta u}_k^T H^T M P x'_k &= x'_k{}^T P^T M H \overline{\Delta u}_k v \\ L d_k^T M P x'_k &= x'_k{}^T P^T M L d_k \\ L d_k^T M H \overline{\Delta u}_k &= \overline{\Delta u}_k^T H^T M L d_k\end{aligned}$$

Podemos reescribir la ecuación de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}\vec{\phi} &= x'_k{}^T P^T M P x'_k + \overline{\Delta u}_k^T H^T M H \overline{\Delta u}_k + L d_k^T M L d_k + 2 * \overline{\Delta u}_k^T H^T M P x'_k + \dots \\ &+ 2 * x'_k{}^T P^T M L d_k + 2 * \overline{\Delta u}_k^T H^T M L d_k + x'_k{}^T P^T g + \overline{\Delta u}_k^T H^T g + L d_k^T g\end{aligned}$$

Como la única variable que podemos manipular es la variable de entrada mediante la variación de esta, es decir $\overline{\Delta u}_k$. Se tiene que brindar a la ecuación la forma cuadrática en función de la variable de los grados de libertad que es a partir de la cual se puede realizar la optimización de costos.

$$\begin{aligned}\vec{\phi} &= \overline{\Delta u}_k^T H^T M H \overline{\Delta u}_k + \overline{\Delta u}_k^T (2H^T M P x'_k + 2H^T M L d_k + H^T g) + \dots \\ &+ (2 * x'_k{}^T P^T M P x'_k + L d_k^T M L d_k + 2 * x'_k{}^T P^T M L d_k + x'_k{}^T P^T g + L d_k^T g)\end{aligned}$$

Por lo que ahora podemos tener una forma final:

$$\vec{\phi} = \overline{\Delta u}_k^T S \overline{\Delta u}_k + \overline{\Delta u}_k^T r + n \quad (4.20)$$

Donde:

$$S = H^T M H$$

$$r = 2H^T M P x'_k + 2H^T M L d_k + H^T g$$

$$n = 2 * x'_k{}^T P^T M P x'_k + L d_k^T M L d_k + 2 * x'_k{}^T P^T M L d_k + x'_k{}^T P^T g + L d_k^T g$$

El vector g tendrá dos valores distintos en Hora punta y fuera de punta debido a que el valor de la energía activa cambia en este periodo.

4.7. Restricciones del Comportamiento del eMPC

A pesar de que un controlador EMPC tiene un funcionamiento similar a un MPC sea hace necesario incluir las restricciones para asegurar la estabilidad recordemos que la optimización realizada por el EMPC busca reducir costos, pero no le importa el comportamiento de la variable de salida esto se soluciona al incluir las restricciones en las distintas variables que participan del proceso.

Sin embargo, para poder realizar la optimización energética respectiva es necesario colocar cada una de estas restricciones en función de los grados de libertad Δu porque es a partir de esta variable en la cual se realizará la optimización.

4.7.1. Restricciones en la variable de entrada

La variable de salida tiene dos tipos de restricciones una para asegurar los límites físicos de los accionamientos.

Límite Superior y límite inferior en la tasa de variación de la variable de entrada

La velocidad en la que cambia la variable de entrada en un instante también puede tener restricciones para la protección de los equipos de seguridad.

$$\underline{\Delta u} \leq \Delta u_k \leq \overline{\Delta u} \quad \forall k \quad (4.21)$$

Dándole la forma matricial a las restricciones de la tasa de variación de la variable de entrada obtenemos la siguiente ecuación simplificada.

$$\underbrace{\begin{bmatrix} I & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & I & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & I \\ -I & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & -I & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix}}_{C_{\Delta u}} \underbrace{\begin{bmatrix} \Delta u_k \\ \Delta u_{k+1} \\ \vdots \\ \Delta u_{k+n-1} \end{bmatrix}}_{\vec{\Delta u}_k} \leq \underbrace{\begin{bmatrix} \overline{\Delta u} \\ \overline{\Delta u} \\ \vdots \\ \overline{\Delta u} \\ -\underline{\Delta u} \\ -\underline{\Delta u} \\ \vdots \\ -\underline{\Delta u} \end{bmatrix}}_{d_{\Delta u}} \quad (4.22)$$

$$C_{\Delta u} \vec{\Delta u}_k \leq d_{\Delta u}$$

Límite Superior y límite inferior en la variable de entrada

En los procesos reales el proceso tiene restricciones en la variable de entrada, ya que existen variables manipulables que no pueden tener cualquier valor.

$$\underline{u} \leq u_k \leq \overline{u} \quad \forall k$$

Dándole la forma matricial a las restricciones de las variables de entrada para obtener la forma simplificada.

$$\underbrace{\begin{bmatrix} I & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & I & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & I \\ -I & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & -I & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix}}_{C_u} \underbrace{\begin{bmatrix} u_k \\ u_{k+1} \\ \vdots \\ u_{k+n-1} \end{bmatrix}}_{\vec{u}_k} \leq \underbrace{\begin{bmatrix} \overline{u} \\ \overline{u} \\ \vdots \\ \overline{u} \\ -\underline{u} \\ -\underline{u} \\ \vdots \\ -\underline{u} \end{bmatrix}}_{d_u} \quad (4.23)$$

$$C_u \vec{u}_k \leq d_u$$

Además, debemos recordar que podemos representar al valor de la variable de entrada a través de los incrementos o tasas de variación:

$$u_{k+i} = u_{k-1} + \Delta u_k + \Delta u_{k+1} + \cdots + \Delta u_{k+i}$$

Por lo tanto, podemos colocar esto en forma matricial para cada valor de la variable de entrada.

$$\begin{bmatrix} u_k \\ u_{k+1} \\ \vdots \\ u_{k+n-1} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} I & 0 & \dots & 0 \\ I & I & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ I & I & \dots & I \end{bmatrix}}_E \begin{bmatrix} \Delta u_k \\ \Delta u_{k+1} \\ \vdots \\ \Delta u_{k+n-1} \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} I \\ \vdots \\ I \end{bmatrix}}_L u_{k-1}$$

$$\vec{u}_k = E\vec{\Delta u}_k + Lu_{k-1}$$

Combinando esta ecuación con la ecuación que describe las restricciones de la variable de entrada.

$$\begin{aligned} C_u(E\vec{\Delta u}_k + Lu_{k-1}) &\leq d_u \\ C_u E\vec{\Delta u}_k + C_u Lu_{k-1} &\leq d_u \end{aligned} \quad (4.24)$$

Ahora las restricciones de la variable de entrada también quedan en función de los grados de libertad del proceso.

4.7.2. Restricciones en la variable de salida

Las variables de salida también tienen límites superior e inferior donde el comportamiento de la variable es el deseado. Dentro de ese rango debe encontrarse el valor de referencia que asegura la calidad del proceso.

$$\underline{y} \leq y_k \leq \bar{y} \quad \forall k$$

Dándole la forma matricial a la variable de salida tenemos la siguiente forma:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} I & 0 & \dots & 0 \\ 0 & I & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & I \\ -I & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -I & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \end{bmatrix}}_{C_y} \begin{bmatrix} y_k \\ y_{k+1} \\ \vdots \\ y_{k+n-1} \end{bmatrix} \leq \underbrace{\begin{bmatrix} \bar{y} \\ \bar{y} \\ \vdots \\ \bar{y} \\ -\underline{y} \\ -\underline{y} \\ \vdots \\ -\underline{y} \end{bmatrix}}_{d_y}$$

$$C_y \vec{y}_{k+1} \leq d_y$$

Incluyendo las predicciones de la variable de salida podemos reemplazar el vector \vec{y}_{k+1} lo que nos resulta en la siguiente ecuación:

$$\begin{aligned} C_y(Px'_k + H\Delta u_k + Ld_k) &\leq d_y \\ C_y Px'_k + C_y H\Delta u_k + C_y Ld_k &\leq d_y \end{aligned} \quad (4.25)$$

Combinando las restricciones de los incrementos, variable de entrada y salida obtenemos la ecuación matricial 4.26.

$$\begin{aligned}
C_{\Delta u} \overline{\Delta u}_k &\leq d_{\Delta u} \\
C_u E \overline{\Delta u}_k + C_u L u_{k-1} &\leq d_u \\
C_y H \overline{\Delta u}_k + C_y P x'_k + C_y L d_k &\leq d_y \\
\begin{bmatrix} C_{\Delta u} \\ C_u E \\ C_y H \end{bmatrix} \overline{\Delta u}_k + \begin{bmatrix} 0 \\ C_u L \\ 0 \end{bmatrix} u_{k-1} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ C_y P \end{bmatrix} x'_k + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ C_y \end{bmatrix} L d_k &\leq \begin{bmatrix} d_{\Delta u} \\ d_u \\ d_y \end{bmatrix} \quad (4.26)
\end{aligned}$$

Se necesita separar la ecuación 4.26 en función de los términos conocidos y de los términos que depende los grados de libertad (ver ecuación 4.27)

$$\begin{aligned}
\underbrace{\begin{bmatrix} C_{\Delta u} \\ C_u E \\ C_y H \end{bmatrix}}_c \overline{\Delta u}_k &\leq \underbrace{\begin{bmatrix} d_{\Delta u} \\ d_u \\ d_y \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ C_u L \\ 0 \end{bmatrix} u_{k-1} - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ C_y P \end{bmatrix} x'_k - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ C_y \end{bmatrix} L d_k}_d \\
C \overline{\Delta u}_k &\leq d \quad (4.27)
\end{aligned}$$

En esta forma la matriz C es constante, en cambio el vector d es variable en el tiempo. Por lo tanto, la optimización será variable en el tiempo. Es decir que el vector d se debe calcular en cada instante de muestreo.

Si incluimos las restricciones reales del sistema tenemos las siguientes desigualdades:

Restricción en los incrementos de la variable de entrada:

$$0 \leq \Delta \text{frecuencia} \leq 25$$

Esta restricción únicamente tiene una función de seguridad para proteger los equipos de altas corrientes.

Restricción en la variable de entrada.

$$25 \leq \text{frecuencia} \leq 87$$

Es el rango de valores donde se puede controlar la frecuencia en la que opera el variador de frecuencia del compresor.

Restricciones en las variables de salida.

$$8 \leq T_{camara}$$

$$9 \leq T_{fruta}$$

Son restricciones de límite inferior en la temperatura de la cámara y de la fruta con los cuales puedo asegurar la calidad del producto.

Para el cumplimiento de estas restricciones hay que crear funciones que cambien el valor del costo de la energía activa, y también un acumulador que guarde la cantidad de energía activa en horas punta para poder evaluar la calificación tarifaria en tiempo real.

Dándoles la forma matricial a cada una de las restricciones tenemos:

Restricción en los incrementos de la variable de entrada:

$$\begin{aligned}\Delta u_k &= [\Delta f] \\ \overline{\Delta u} &= [25] \\ \underline{\Delta u} &= [0] \\ C_{\Delta u} \overline{\Delta u}_k &\leq d_{\Delta u}\end{aligned}$$

Hay que ajustar la matriz $C_{\Delta u}$ para que no incluya el comportamiento de la variación de ΔT_{amb} .

Restricción en la variable de entrada:

$$\begin{aligned}u_k &= [f] \\ \overline{u} &= [87] \\ \underline{u} &= [25] \\ C_u \overline{u}_k &\leq d_u\end{aligned}$$

Hay que ajustar la matriz C_u para que ignore el comportamiento de la variable T_{amb} .

Restricción en la variable de salida:

$$\begin{aligned}y'_k &= \begin{bmatrix} T_{camara} \\ T_{fruta} \\ Pot \end{bmatrix} \\ \underline{y}'_k &= \begin{bmatrix} 8 \\ 9 \end{bmatrix} \\ C_y \overline{y}_{k+1} &\leq d_y\end{aligned}$$

Hay que ajustar la matriz C_y para que solo tome en cuenta el límite inferior de las restricciones ya que no existe un límite superior.

En caso se encuentre en hora punta el comportamiento de las restricciones en la variable de salida cambian de forma que:

$$\begin{aligned}y'_k &= \begin{bmatrix} T_{camara} \\ T_{fruta} \\ Pot_{HP} \end{bmatrix} \\ \overline{y}'_k &= \begin{bmatrix} - \\ - \\ 7000 \end{bmatrix} \\ \underline{y}'_k &= \begin{bmatrix} 8 \\ 9 \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{4.28}$$

En este caso la matriz C_y debe tener un valor que ignore la existencia de un límite superior en las variables de tiempo.

4.8. Resultados de las simulaciones

Para entender los resultados es importante definir el costo de penalidad, se lo puede interpretar económicamente como una pérdida en las ganancias de una empresa por lo cual aparecería en el balance general, en este caso representa la pérdida de dinero en caso el mango se echara a perder pero es un valor totalmente arbitrario pues solo permite el funcionamiento adecuado del controlador EMPC, la ventaja de interpretar a esta penalidad como una pérdida es que si se hiciera un balance económico de una empresa las pérdidas se suman junto con los costos y restan utilidad a la ganancia.

El costo de penalidad tendría las siguientes unidades:

$$C_{penalidad} = \left[\frac{\text{Soles}}{^{\circ}\text{C}^2} \right]$$

Por lo cual el costo de penalidad tendría dos zonas de comportamiento, las cuales son:

$(T_{camara}(t) - T_{ref})^2 \geq 1$, cuando se cumple esta condición la penalidad aumenta por cada grado al cuadrado que la temperatura de la cámara se aleja de la temperatura de referencia lo cual puede ocasionar una mala refrigeración de la fruta si la temperatura de la cámara es mayor lo cual no evitara la deshidratación y descomposición de la fruta, o daño por frío si la Temperatura de la cámara desciende por debajo de la Temperatura de referencia ya que se trata de una fruta tropical, es decir que en cualquiera de los casos la pérdida económica se hace mayor.

$(T_{camara}(t) - T_{ref})^2 < 1$, cuando se cumple esta condición la penalidad disminuye mientras mas cercana sea la diferencia hasta llegar a 0 esto es importante ya que para asegurar una correcta refrigeración del producto el aire circundante no debe estar a más de un grado por encima o por debajo de la temperatura de referencia.

Pero para hallar el comportamiento deseado es necesario primero establecer un costo de penalidad adecuado el cual permita integrar una refrigeración adecuada optimizando la energía eléctrica a continuación se pueden ver dos casos:

Si se usa un costo de penalidad de 0.0005 soles como costo de penalidad por grado Celsius al cuadrado que se aleje de la temperatura de referencia.

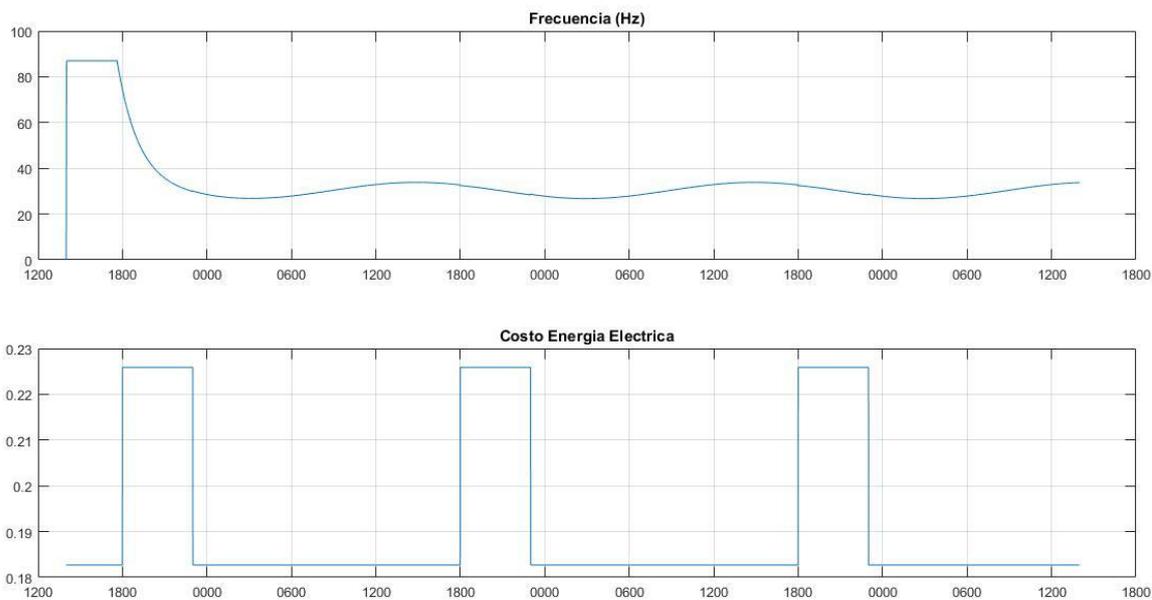


Figura 28 Gráfico de frecuencia del compresor (arriba) y gráfico del costo de la energía eléctrica (abajo), para costo de penalidad de 0.0005

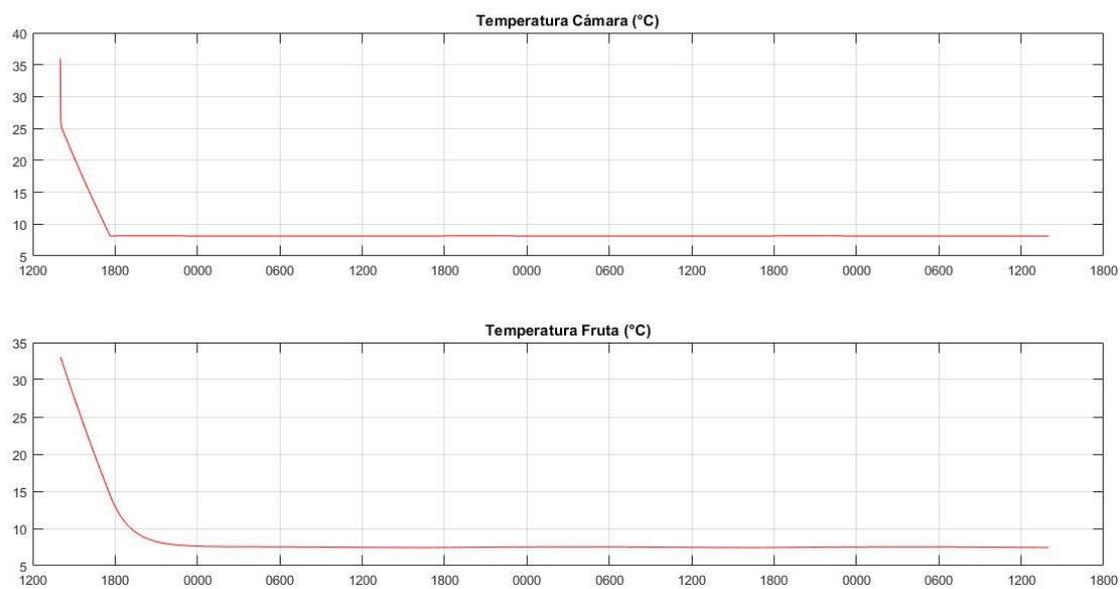


Figura 29 Gráfico de temperatura de la cámara (arriba) y gráfico de temperatura de la fruta (abajo), para costo de penalidad de 0.0005

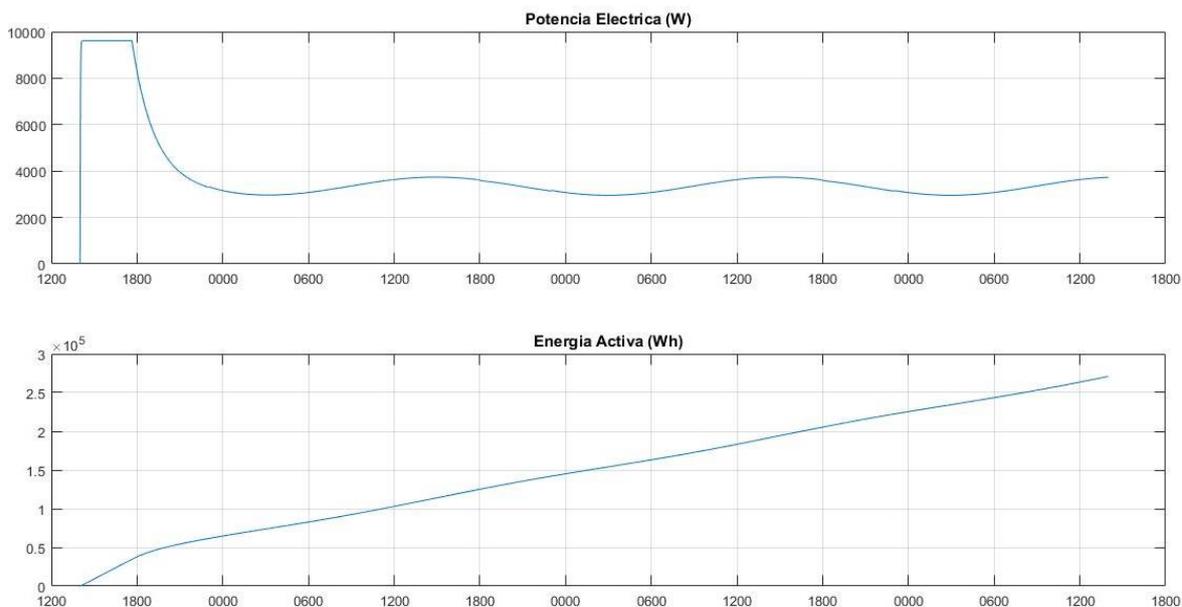


Figura 30 Gráfico de potencia eléctrica consumida (arriba) y gráfico de energía activa (abajo), para costo de penalidad de 0.0005

Si se usa un costo de penalidad de 0.0002 soles como costo de penalidad por grado Celsius al cuadrado que se aleje de la temperatura de referencia.

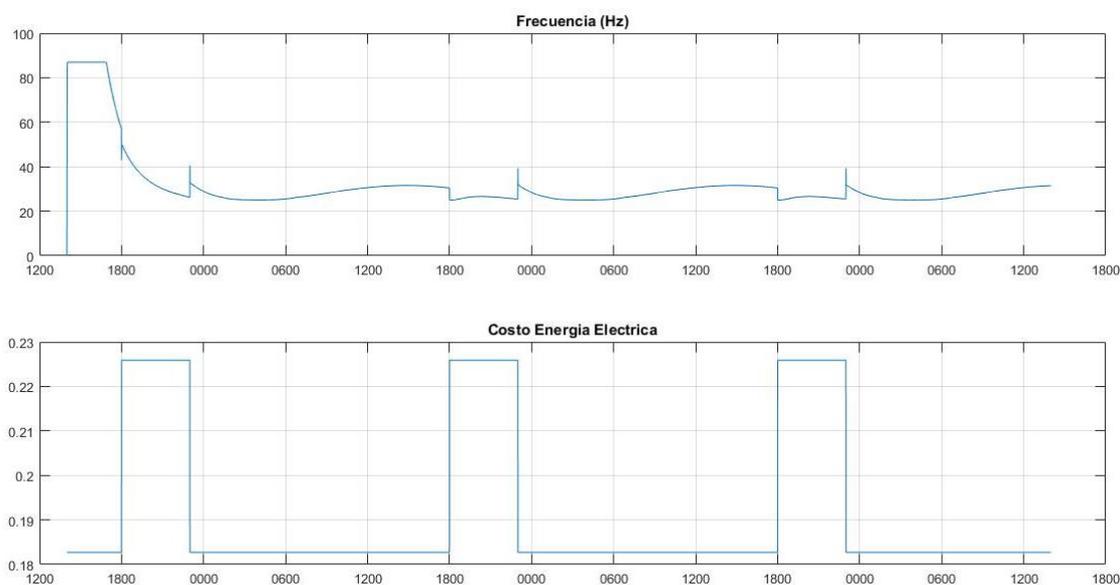


Figura 31 Gráfico de frecuencia del compresor (arriba) y gráfico del costo de la energía eléctrica (abajo), para costo de penalidad de 0.0002

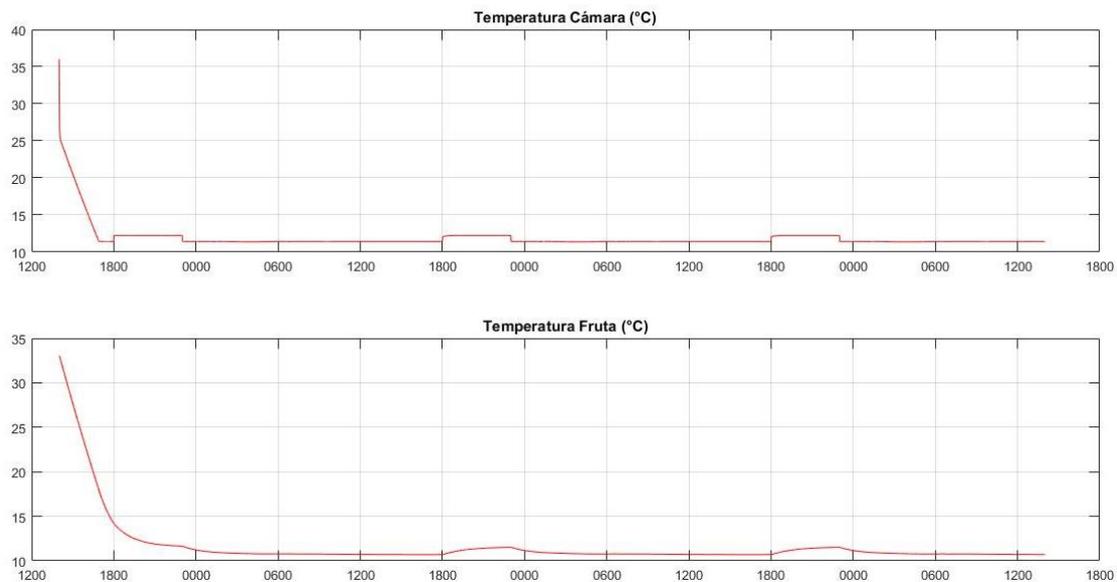


Figura 32 Gráfico de temperatura de la cámara (arriba) y gráfico de temperatura de la fruta (abajo), para costo de penalidad de 0.0002

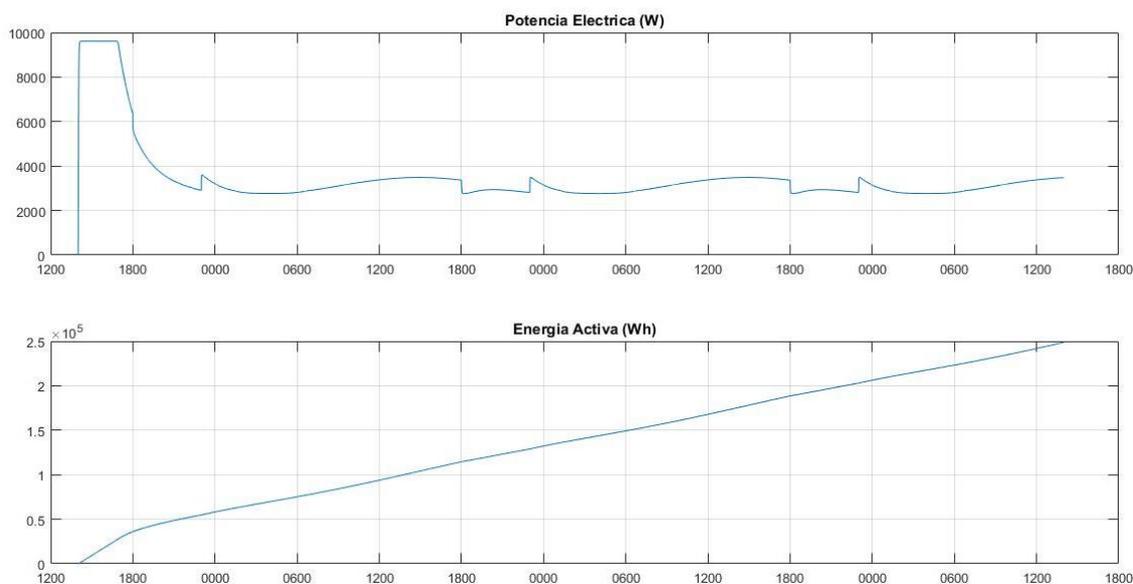


Figura 33 Gráfico de potencia eléctrica consumida (arriba) y gráfico de energía activa (abajo), para costo de penalidad de 0.0002

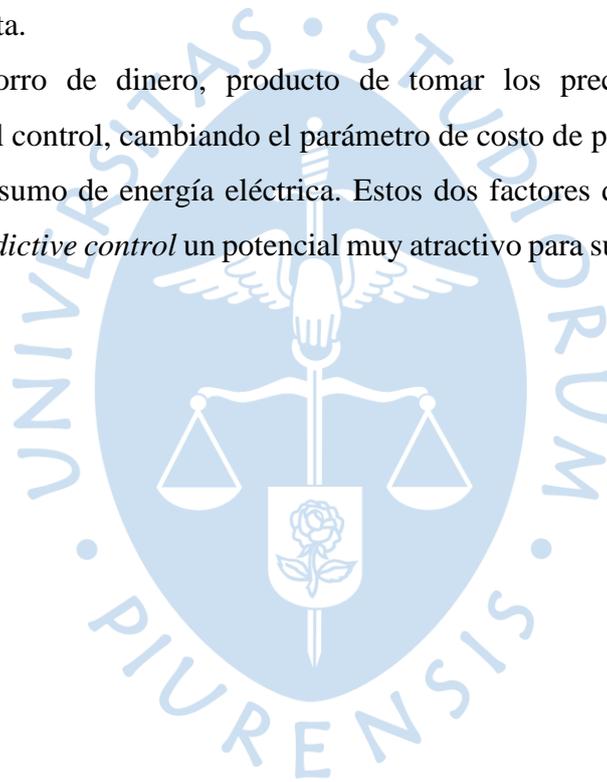
Con un costo de penalidad menor se puede apreciar que el cambio de la velocidad en la frecuencia causa una disminución del consumo de energía activa. Controlando el costo de penalidad se puede ajustar el comportamiento y como se puede apreciar el costo de penalidad es un costo muy pequeño y que no afecta económicamente a la ley de costo.

Conclusiones

En el presente trabajo se presenta en control de un sistema de enfriamiento para frutas usando el enfoque *economic Model predictive control* de los controladores predictivos. Este controlador presenta un comportamiento adecuado para este tipo de sistema, tiene buena respuesta ante las restricciones y ante cambios en el precio de la energía.

El parámetro más determinante en este controlador es el costo de penalidad, el cual afecta directamente al costo de operación del sistema y al desempeño en el tiempo de este controlador, acercando la variable de control a la restricción superior, de esta manera disminuyendo el consumo de energía en el periodo del día en el que la energía tiene el un precio más elevado, haciendo una diferencia en el comportamiento del sistema en los horas punta y fuera de punta.

Además del ahorro de dinero, producto de tomar los precios de la energía en consideración para el control, cambiando el parámetro de costo de penalidad se obtiene una disminución del consumo de energía eléctrica. Estos dos factores dan a los controladores *economic Model predictive control* un potencial muy atractivo para su aplicación en sistemas industriales reales.





Referencias

- [1] Ministerio de Energía y Minas, Guía N° 08: Elaboración de Proyectos de Guías de Orientación del Uso Eficiente de la Energía y de Diagnóstico Energético - Industria Conservera, 2008.
- [2] William Ipanaque, Control Automático de Procesos, 2012.
- [3] Refrinoticias al Aire., «Revista para México y América Latina,» Agosto 2017.
- [4] Osinergmin, La industria de la electricidad en el Perú. 25 años de aportes al crecimiento económico del país., 2016.
- [5] S. C. Bhattacharyya, Energy Economics, London: Springer-Verlag, 2011.
- [6] G. Maggi y E. Pretel, «Instituto de estudios sindicales,» [En línea]. Available: https://www.iesiperu.org.pe/documentos/publicaciones/Agro_2018.pdf. [Último acceso: 22 10 2018].
- [7] N. Santillán, «Despegue del agro impulsa demanda en la industria del frío.,» *REVISTA PERUANA DE REFRIGERACIÓN - AIRE ACONDIONADO - VENTILACIÓN - AUTOMATIZACIÓN*, vol. 21, pp. 10-11, 2015.
- [8] Agraria, «Agraria.pe Agencia Agraria de Noticias,» 4 4 2017. [En línea]. Available: <http://agraria.pe/noticias/piura-se-convirtio-en-la-principal-region-productora-de-uva--13556>. [Último acceso: 10 1 2019].
- [9] Gestión, «Gestión,» 24 9 2012. [En línea]. Available: <https://gestion.pe/economia/olmue-colombia-comprara-mangos-piura-verano-20958>. [Último acceso: 10 1 2019].
- [10] InfoMercado, «InfoMercado,» 2 7 2018. [En línea]. Available: <http://infomercado.pe/banano-organico-en-piura-certifican-mas-de-79-mil-toneladas-para-exportacion/>. [Último acceso: 10 1 2019].
- [11] Banco central de reserva, «Banco central de reserva,» [En línea]. Available: <http://www.bcrp.gob.pe/docs/Sucursales/Piura/Piura-Characterizacion.pdf>. [Último acceso: 22 10 2018].
- [12] El Tiempo, «El Tiempo,» 7 6 2018. [En línea]. Available: <https://eltiempo.pe/piura-se-acerca-al-boom-de-la-agroindustria/>. [Último acceso: 10 1 2019].
- [13] E. Sanguinetti Remusgo, «Funcionamiento de los sistemas de refrigeración,» *REVISTA PERUANA DE REFRIGERACIÓN - AIRE ACONDIONADO - VENTILACIÓN - AUTOMATIZACIÓN*, vol. 21, pp. 6-7, 2015.

- [14] A. Tauro, «www.academia.edu,» [En línea]. Available: https://www.academia.edu/10988193/Caracterizaci%C3%B3n_de_la_Cadena_de_Exportaci%C3%B3n_de_Mango_en_el_Per%C3%BA. [Último acceso: 10 1 2019].
- [15] Y. Cengel, *Transferencia de calor y masa. Un enfoque práctico*, Mexico: McGrawHill, 2007.
- [16] Y. Cengel y M. Boles, *Termodinámica*, McGrawHill, 2012.
- [17] M. Kutz, *Mechanical Engineers' Handbook: Energy and Power*, vol. 4, New Jersey: John Wiley & Sons, 2006.
- [18] Zelsio, «Compresores herméticos de pistón,» [En línea]. Available: <http://www.refrigeracionzelsio.es/5-compresores-hermeticos-de-piston?p=2>. [Último acceso: 04 01 2019].
- [19] S. K. Wang, *Handbook of Air Conditioning and refrigeration*, New York: McGraw-Hill, 2001.
- [20] Zelsio, «Evaporadores: qué son y diferentes tipos,» [En línea]. Available: <http://www.refrigeracionzelsio.es/blog/evaporadores/>. [Último acceso: 03 01 2019].
- [21] Zelsio, «Condensadores helicoidales de aire,» [En línea]. Available: <http://www.refrigeracionzelsio.es/80-condensadores-helicoidales-de-aire>. [Último acceso: 09 01 2019].
- [22] Zelsio, «Condensadores centrifugos de aire,» [En línea]. Available: <http://www.refrigeracionzelsio.es/82-condensadores-centrifugos-de-aire>. [Último acceso: 09 01 2019].
- [23] Zelsio, «Valvulas de expansión termostática,» [En línea]. Available: <http://www.refrigeracionzelsio.es/150-valvulas-de-expansion>. [Último acceso: 10 01 2019].
- [24] Zelsio, «Válvulas de expansión electrónica,» [En línea]. Available: <http://www.refrigeracionzelsio.es/151-valvulas-de-expansion-electronicas>. [Último acceso: 10 01 2019].
- [25] Carlos Bordons Alva, *Control Predictivo: Metodología, Tecnología y Nuevas Perspectivas*, Almería, 2010.
- [26] E. Camacho y C. Bordons, *Model Predictive Control.*, Sevilla, España., 1998.
- [27] J. Richalet, A. Rault, J. L. Testud y J. Papon, «Model Predictive Heuristic Control: Applications to industrial processes,» *Automatica*, vol. 14, nº 5, pp. 413-428, 1978.
- [28] C. R. Cutler y B. L. Ramaker, «Dynamic Matrix Control- a computer algorithm,» *Joint Automatic control conference*, vol. 17, p. 72, 1980.

- [29] L. Zadeh y B. Whalen, «On optimal control and lineal programming,» *IRE transactions on Automatic Control*, vol. 7, n° 4, pp. 45-46, 1962.
- [30] A. I. Propoi, «Application of linear programming methods for the synthesis of automatic sampled-data systems,» *Avtomat. i Telemekh*, vol. 24, n° 7, pp. 912-920, 1963.
- [31] V. Peterka, «Predictor-Based Self-Tuning Control,» *Automatica*, vol. 20, n° 1, pp. 39-50, 1984.
- [32] B. E. Ydstie, «Extended Horizon Adaptive Control,» de *IFAC Proceefings Volumes*, 1984.
- [33] R. M. C. De keyser y A. R. Van Cauwenberghe, «Extended Prediction Self-Adaptive Control,» *IFAC Proceedings Volumes*, vol. 18, n° 5, pp. 1255-1260, 1985.
- [34] D. W. Clarke, C. Mohtadi y P. S. Tuffs, «Generalized Predictive Control Part I- The Basic Algorithm,» *Automatica*, vol. 23, n° 2, pp. 137-148, 1987a.
- [35] D. W. Clarke, C. Mohtadi y P. S. Tuffs, «Generalized Preidictive Control Part II- Extensions and Interpretation,» *Automatica*, vol. 23, n° 2, pp. 149-160, 1987b.
- [36] D. W. Clarke y P. J. Gawthrop, «Self-tuning control,» de *Proceedings of the Institution of Electrical Engineers*, 1979.
- [37] C. Greco, G. Menga, F. Mosca y G. Zappa, «Performance improvements of self-tuning controllers by multistep horizons: the MUSMAR aproach,» *Automatica*, vol. 20, pp. 681-699, 1984.
- [38] J. Ricahalet y D. O'Donovan, *Predictive Funcional Control*, London: Springer, 2009.
- [39] M. Morari, «Advances in Model-Based Predictive Control,» de *Model-Based Predictive Control: Mutivariable control thecnique of choice in the 1990s*, 1994.
- [40] S. J. Qin y T. Badgwell, «A survey of industrial model predictive control technology,» *Control engineering practice*, vol. 11, n° 7, pp. 733-764, 2003.
- [41] J. Rawlings, «Ttutorial overview of model predictive control,» *IEEE control systems magazine*, vol. 20, n° 3, pp. 38-52, 2000.
- [42] E. F. Camacho, *Model Predictive Control*, London: springer, 2007.
- [43] G. Pannocchia, «Robust disturbance modeling for model predictive control with application to multivariable ill-conditioned processes,» *Journal of Process Control*, vol. 13, n° 8, pp. 693-701, 2003.
- [44] U. Volk, D. Kniese, R. Hahn, R. Haber y U. schmitz, «Optimized multivariable predictive control of an industrial distillation column considering hard and soft constraints,» *Control Engineering Practice*, vol. 13, n° 7, pp. 913-927, 2005.

- [45] D. Fu, C. Ionescu, E.-H. Aghezzaf y R. De Keyser, «A constrained EPSAC approach to inventory control for a benchmark supply chain system,» *International Journal of Production Research*, vol. 54, n° 1, pp. 232-250, 2015.
- [46] A. Hernandez, A. Desideri, C. Ionescu, r. De Keyser, V. Lemort y S. Quoilin, «Real-Time Optimization of Organic Rankine Cycle Systems by Extremum-Seeking Control,» *Energies*, vol. 9, n° 5, pp. 1-18, 2016.
- [47] Q. Su, M.-S. Chiu y R. Braatz, «Integrated B2B-NMPC Control Strategy for Batch/Semibatch Crystallization Processes,» *American Institute of Chemical Engineers Journal*, vol. 63, n° 11, pp. 5007-5018, 2017.
- [48] D. W. Clarke y C. Mohtadi, «Properties of Generalized Predictive Control,» *Automatica*, vol. 25, n° 6, pp. 859-875, 1989.
- [49] R. Haber, R. Bars y U. Schmitz, *Predictive Control in Process Engineering: From the Basics to the Applications*, Germany: WILEY-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, 2011.
- [50] M. Ellis, H. Durand y P. Christofides, «A tutorial review of economic model predictive control methods,» *Journal of Process Control*, vol. 24, pp. 1156-1178, 2014.
- [51] M. Heidarinejad, J. Liu y P. Christofides, «Economic model predictive control of switched nonlinear systems,» *Systems & Control Letters*, vol. 62, pp. 77-84, 2013.
- [52] M. Muller y L. Grune, «Economic model predictive control without terminal constraints for optimal periodic behavior,» *Automatica*, vol. 70, pp. 128-19, 2016.
- [53] J. Ma, J. Qin y T. Salsbury, «Application of economic MPC to the energy and demandminimization of a commercial building,» *Journal of Process Control*, vol. 24, pp. 1282-1291, 2014.
- [54] S. E. Shafiei, J. Stroustrup y H. Rasussen, «A supervisory control approach in economic MPC design for refrigeration systems,» de *European Control Conference*, Zürich, 2013.
- [55] J. A. Rossiter, *Model-Based predictive control*, New York: CRC PRESS, 2005.
- [56] OSINERGMIN, «<http://www.osinergmin.gob.pe>,» [En línea]. Available: <http://www.osinergmin.gob.pe/seccion/institucional/regulacion-tarifaria/pliegos-tarifarios/electricidad>. [Último acceso: 05 01 2019].

Anexo 1 Códigos en MATLAB

```
clc
clear all
close all
%Parametros de Sintonia del EMPC
disp('Codigo de simulacion de EMPC para tunel de Frío - Modelo Matematico')
disp('Masa 2000kg de mango')
Np = 30;          %Horizonte de prediccion
Nc = 4;          %Horizonte de Control
sizey = 2;
sizeu = 1;
ea_FP = 0.1827;  %Precio de la energia activa fuera de punta en soles
ea_HP = 0.2259;  %Precio de la energia activa en hora punta en soles
Ts = 30;         %Tiempo de muestreo en segundos
costo_pen = input('Ingrese costo penalidad: '); %Costo del mango de exportacion por
Kilogramo
%Variables simuladas y referencias
Tamb_sim = senoRandom(5,35,Ts);
Tamb = Tamb_sim(11*120:83*120-1); %Temperatura ambiente desde las 9am del dia 1
hasta las 9am del dia 4
Tfruta = [33, 33];
ref = [8*ones(1,size(Tamb,2));zeros(1,size(Tamb,2))]; %% referencia
dist = ref*0;    %%% simulacion de disturbio
noise = ref*0;  %%% simulacion de ruido
Am = [0.5352 0; 0 0.6483];
Bm = [-0.05686; 38.85];
Cm = eye(sizey);
Dm = [0.1886 0.4317 0.0444; 0 0 0];
Om = zeros(sizey);
% Configurar los parametros de la simulación
```

```

init = 2;
y = [36, 36; 0, 0];
x = [y(:,2)-y(:,1), y(:,2)-y(:,1);y(:,1), y(:,2)];
u = zeros(sizeu,init);
Du = u;
r = [ref(:,1), ref(:,2)];
d= [Dm*[1; Tamb(1); Tfruta(1)], Dm*[1; Tamb(2); Tfruta(2)]] ;
energia = [0,0];
energiaHP = [0,0];
costoEnerElec = [0.1827,0.1827];
opt = optimset('quadprog');
opt.Diagnostics='off';
opt.LargeScale='off';
opt.Display='off';
opt.Algorithm='interior-point-convex';
runtime = size(ref,2);
% Creamos el vector que contiene el tiempo para las gráficas
time = 0:runtime-1;
time = time*30/86400+14/24;
for i=init:runtime-1;
    %Espacio de estados
    A = [Am Om;Cm* Am eye(sizey)];
    B = [Bm;Cm*Bm];
    C = [Om eye(sizey)];
    D = [Dm;Cm*Dm]*[0; Tfruta(i)-Tfruta(i-1); Tamb(i)-Tamb(i-1)];
    %Hallamos las matrices de prediccion
    [H,P,L] = predEMPC_JC(A,B,C,Np);
    %Ley de Costo
    M = zeros(Np*size(C,1));
    a_costo = costo_pen;

```

```

b_costo = 2*costo_pen*ref(1,i+1);
c_costo_FP = ea_FP*Ts/(3600*1000);
c_costo_HP = ea_HP*Ts/(3600*1000);
g_hp = [-b_costo; c_costo_HP];
g_fp = [-b_costo; c_costo_FP];
g_HP = [];
g_FP = [];
for j=1:Np;
    M(2*j-1,2*j-1)=a_costo;
    g_HP = [g_HP; g_hp];
    g_FP = [g_FP; g_fp];
end
%Ley de costo en Hora Fuera de Punta
S = 2*H'*M*H;
S = (S+S')/2;
bb = 2*H'*M*P;
b_incompletoFP = 2*H'*M*L*D + H'*g_FP;
%Ley de costo en Hora Punta
b_incompletoHP = 2*H'*M*L*D + H'*g_HP;
%Hallamos matrices de las restricciones
Dumax=[25];
umax=[87];
umin=[25];
ymax=[100;10000];
ymin=[8;0];
[CC,dd,du,ddx,dL] = restricciones(Dumax,umax,umin,ymax,ymin,sizey,H,L,P);
d(1:sizey,i)=dist(:,i);
xk = x(:,i);
upast = u(i-1);
if time(i)<18/24;

```

```

b = b_incompletoFP + bb*xk;
energiaHP(:,i) = 0;
costoEnerElec(:,i) = ea_FP;
elseif (time(i)>=18/24&&time(i)<23/24);
    energiaHP(:,i) = C(2,:)*x(:,i)*Ts + energiaHP(:,i-1);
    b = b_incompletoHP + bb*xk;
    costoEnerElec(:,i) = ea_HP;
elseif (time(i)>=23/24&&time(i)<42/24);
    b = b_incompletoFP + bb*xk;
    energiaHP(:,i) = 0;
    costoEnerElec(:,i) = ea_FP;
elseif (time(i)>=42/24&&time(i)<47/24);
    energiaHP(:,i) = C(2,:)*x(:,i)*Ts + energiaHP(:,i-1);
    b = b_incompletoHP + bb*xk;
    costoEnerElec(:,i) = ea_HP;
elseif (time(i)>=47/24&&time(i)<66/24);
    b = b_incompletoFP + bb*xk;
    energiaHP(:,i) = 0;
    costoEnerElec(:,i) = ea_FP;
elseif (time(i)>=66/24&&time(i)<71/24);
    energiaHP(:,i) = C(2,:)*x(:,i)*Ts + energiaHP(:,i-1);
    b = b_incompletoHP + bb*xk;
    costoEnerElec(:,i) = ea_HP;
elseif (time(i)>=71/24&&time(i)<90/24);
    b = b_incompletoFP + bb*xk;
    energiaHP(:,i) = 0;
    costoEnerElec(:,i) = ea_FP;
end
% Resolvemos el sistema considerando la matriz de restricciones
% CC*Du(futuro)<= dd + du*u(k-1) + ddx*x(k) + dL

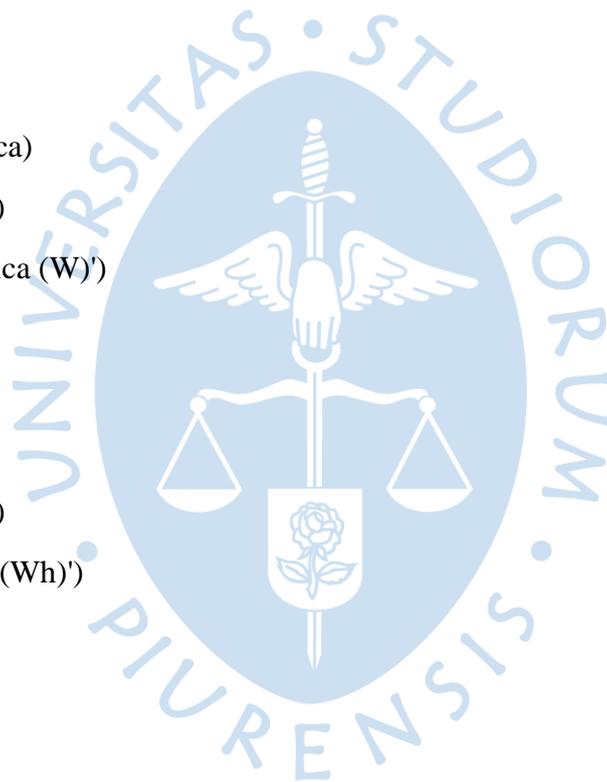
```

```

% J = Dufut'S*Dufut+2*X*[Dupast(:);ypast(:);rfut(:)]*Dufut
dt = dd + du*upast + ddx*xk + dL*D;
Duqp = quadprog(S,b,CC,dt,[],[],[],[],[],opt);
Du(:,i) = Duqp(1:sizeu);
u(i) = upast + Du(i);
for j=1:sizeu;
    if u(j,i)>u(j,i-1)+Dumax(j);u(j,i)=u(j,i-1)+Dumax(j);end
    if u(j,i)<u(j,i-1)-Dumax(j);u(j,i)=u(j,i-1)-Dumax(j);end
    if u(j,i)>umax(j); u(i)=umax(j);end
    if u(j,i)<umin(j); u(i)=umin(j);end
end
%%% Actualizacion del valor de la señal de control
Du(:,i) = u(:,i)-u(:,i-1);
%%% Simulación del proceso
x(:,i+1) = A*x(:,i) + B*Du(:,i)+ D;
y(:,i) = C*x(:,i);
energia(:,i) = y(2,i)*Ts/3600 + energia(:,i-1);
Tfruta(i+1) = 0.004879*y(1,i)+0.995*Tfruta(i)-7.457e-05*u(:,i);
end
% Aseguran que todas las salidas tengan la misma cantidad de elementos
u(:,i+1) = u(:,i);
Du(:,i+1) = Du(:,i)*0;
y(:,i+1) = C*x(:,i+1);
energia(:,i+1) = energia(:,i);
noise = noise(:,1:i+1);
% Graficas
TempCam = y(1,:);
PotElectrica = y(2,:);
figure(1)
subplot(2,1,1)

```

```
plot(time,TempCam,'r')
datetick('x','HHMM')
title('Temperatura Cámara (°C)')
grid on
subplot(2,1,2)
plot(time,Tfruta,'r')
datetick('x','HHMM')
title('Temperatura Fruta (°C)')
grid on
figure(2)
subplot(2,1,1)
plot(time, PotElectrica)
datetick('x','HHMM')
title('Potencia Electrica (W)')
grid on
subplot(2,1,2)
plot(time, energia)
datetick('x','HHMM')
title('Energia Activa (Wh)')
grid on
figure(3)
subplot(2,1,1)
plot(time(1:runtime),u(1,:))
datetick('x','HHMM')
title('Frecuencia (Hz)')
grid on
subplot(2,1,2)
plot(time(1:8639), costoEnerElec)
datetick('x','HHMM')
title('Costo Energia Electrica')
```



```

grid on
function T = senoRandom(a,b,Ts)
frecuencia = (2*pi)/(24*3600);
Nd = 86*3600/Ts;
T = a.*sin(frecuencia*(0:Ts:(Nd-1)*Ts)-pi/2)+b;
End

%%%%%% Hallar Restricciones en la variable de entrada y salida
% CC*Du(futuro)<= dd + du*u(k-1) + ddx*x(k) + dL
% Dumax es el limite maximo de los incrementos
% umax y umin son los limites de la v. de entrada
% ymax e ymin son los limites de la v. de salida
% Output predictions are  $y(k+1)=H*Dufut+P*x(k)+L$ 
% ny Horizonte de prediccion
% sizey es el numero de salidas

function [CC,dd,du,ddx,ddL] = restricciones(Dumax,umax,umin,ymax,ymin,sizey,H,L,P)
ny = size(H,1)/sizey; %Horizonte de prediccion
sizeu = size(H,2)/ny; %Numero de entradas
%Escribir las restricciones de la variable de entrada y sus incrementos
%en forma matricial
for j=1:sizeu;
    C(1:ny,1:ny,j) = eye(ny);
    C(ny+1:2*ny,1:ny,j) = -eye(ny);
    C(2*ny+1:3*ny,1:ny,j) = tril(ones(ny,ny));
    C(3*ny+1:4*ny,1:ny,j) = -tril(ones(ny,ny));
end
for i=1:sizeu;
    CC(i:sizeu:4*sizeu*ny,i:sizeu:ny*sizeu) = C(:,i);
end
in = eye(sizeu);

```

```

xu = [];
for i=1:ny;
    xu = [xu; in];
end
iy = eye(sizey);
xy = [];
for i=1:ny;
    xy = [xy; iy];
end
%Final de las restricciones de entrada
%Escribimos las ecuaciones de las restricciones de salida
CC=[CC;H;-H];
ddx=[zeros(ny*4*sizeu,size(P,2));-P;P];
du=[zeros(2*ny*sizeu,sizeu);-xu;xu;zeros(2*size(H,1),sizeu)];
ddL = [zeros(ny*4*sizeu,size(L,2));-L;L];
dd = [xu*Dumax; xu*Dumax;xu*umax;-xu*umin; xy*yymax; -xy*ymin];
%  $x(k+1) = Ax(k)+Bu(k)$ ;  $y(k) = Cx(k) + D u(k)$ ; Assumes  $D=0$ 
%
%  $y_{fut} = P*x + H*ufut + L*offset$  [offset =  $y(\text{process}) - y(\text{model})$ ]
% [H,P,L,M] = imgpc_predmat(A,B,C,D,ny);
function [H,P,L,M] = predEMPC_JC(A,B,C,ny)
% Initialise
Px = C*A;
Pu = C*B;
P = C;
nx=size(A,1);
nB=size(B,2);
nC = size(C,1);
L=[];
for i=1:ny;

```

```

Puterm = P*B;
for j=i:ny;
    vrow=(j-1)*nC+1:j*nC;
    vcol=(j-i)*nB+1:(j-i+1)*nB;
    Pu(vrow,vcol)=Puterm;
end
L=[L;C];
P=P*A;
vrow=(i-1)*nC+1:i*nC;
Px(vrow,1:nx) = P;
end
H=Pu;
P=Px;
if size(B,2)==size(C,1);
    Gss = C*inv(eye(size(A,2))-A)*B;
    M=inv(Gss);
else
    M=[];
End

```



