



UNIVERSIDAD
DE PIURA

FACULTAD DE INGENIERÍA

**Control predictivo no lineal basado en modelo en espacios
de estado aplicado a la refrigeración de fruta**

Tesis para optar el Título de
Ingeniero Mecánico - Eléctrico

Jean Carlos Alexander Campos Cercado

Asesor:
Mgtr. Ing. José José Manrique Silupú

Piura, agosto de 2021



Dedicatoria

*A mi padre por su apoyo y paciencia,
en memoria de mi madre.*





Resumen

En esta investigación se desarrolla un controlador predictivo no lineal basado en modelo de espacio de estados, aplicado a un modelo dinámico de simulación, con el objetivo de obtener un controlador que optimice la calidad de control y la eficiencia energética. En los dos primeros capítulos se describen los conceptos de termodinámica necesarios para la modelación de la planta de refrigeración y la descripción de su funcionamiento. En el tercer capítulo se desarrolla el modelo dinámico de la planta y la validación con data real obtenida de la planta piloto de refrigeración de la Universidad de Piura. En el cuarto capítulo, se presentan los conceptos que conforman al controlador. En el quinto capítulo, se dan a conocer los resultados y el análisis del comportamiento con diferentes horizontes de predicción.

Como metodología para la realización del controlador no lineal basado en modelo de espacio de estados, se realizó un modelo dinámico a partir de las características de la planta piloto de refrigeración de la Universidad de Piura, considerando los principios de termodinámica y transferencia de calor, obteniendo ecuaciones diferenciales de las variables que participan del modelo de simulación, que serían usadas para el modelo de predicción de espacio de estados del controlador, finalmente se compara el comportamiento de controlador con diferentes horizontes de predicción, evaluado sin restricciones y con restricciones.

Los resultados que se obtuvieron respecto al modelo dinámico desarrollado para la planta, simulada a partir de los principios de termodinámica y transferencia de calor presentan un buen ajuste respecto a la dinámica del sistema real de la planta piloto de la Universidad de Piura, y para la temperatura del aire dentro de la cámara de refrigeración se obtuvo un índice de determinación R^2 de 99.22%. Con respecto al comportamiento del controlador diseñado, se puede afirmar que el desempeño del control aumenta su calidad con un mayor horizonte de predicción, ya que los índices de desempeño IAE e ITAE disminuyen su valor al tener horizontes de predicción mayores. Además, el comportamiento del controlador mejora al incluir las restricciones del sistema, brindando un sistema con mayor seguridad sobre la variable controlada, con una mejor calidad de control y aumentando la eficiencia energética, en comparación del controlador sin restricciones. Con esto se ha demostrado que un controlador NMPC con restricciones presenta un mejor desempeño de control en procesos de refrigeración, aumentando la calidad y la eficiencia energética.



Tabla de contenido

Introducción	17
Capítulo 1 Fundamentos de la termodinámica y transferencia de calor	19
1.1 Fundamentos de la termodinámica	19
1.1.1 Energía, transferencia de energía y análisis general de energía.....	19
1.1.2 Propiedades de las sustancias puras.....	23
1.1.3 Sistemas cerrados o masas de control.....	24
1.1.4 Sistemas abiertos o volúmenes de control	25
1.1.5 Relaciones de propiedades termodinámicas.....	27
1.2 Fundamentos de transferencia de calor	30
1.2.1 Conducción.....	30
1.2.2 Convección	31
1.2.3 Radiación	31
1.2.4 Coeficiente combinado de transferencia de calor	32
Capítulo 2 Proceso de enfriamiento para la conservación de frutas.....	33
2.1 Sistemas de refrigeración.....	34
2.1.1 Sistema de refrigeración por compresión de vapor	34
2.2 Proceso del mango de exportación.....	35
2.2.1 Descripción de la refrigeración del mango en el túnel de frío.....	36
2.2.2 Sistema de refrigeración de la planta piloto	37
Capítulo 3 Modelo matemático del sistema de refrigeración	43

3.1 Modelación modular de los componentes	43
3.1.1 Válvula electrónica de expansión.....	45
3.1.2 Evaporador	46
3.1.3 Compresor	68
3.1.4 Condensador	70
3.1.5 Túnel de enfriamiento.....	77
3.1.6 Carga.....	80
3.2 Cálculo de las propiedades termodinámicas y sus derivadas parciales.....	81
3.3 Simulación y validación del modelo matemático	83
3.3.1 Criterios de evaluación del modelo de simulación	84
3.3.2 Resultados de la simulación y validación	85
Capítulo 4 Control predictivo basado en modelo	93
4.1 Teoría del control predictivo basado en modelo	93
4.1.1 Control predictivo basado en modelo de espacio de estados.....	93
4.1.2 Modelo en espacio de estados aumentado.....	94
4.1.3 Función de costo	96
4.1.4 Ley de control.....	96
4.2 Control predictivo no lineal basado en modelo de espacio de estados	98
4.2.1 Linealización a lo largo de la trayectoria de predicción	98
4.2.2 Modelado del sistema en espacio de estados	99
4.2.3 Método de horizonte recesivo para el modelo de predicción.....	101
4.2.4 Función de costo	104
4.2.5 Optimización de la función de costo sin restricciones.....	104
4.2.6 Optimización de la función de costo sujeta a restricciones.....	105
Capítulo 5 Diseño del controlador	115
5.1 Sistema de ecuaciones no lineales.....	115

5.1.1 Punto de equilibrio y condiciones de trabajo	118
5.2 Control no lineal basado en modelo en espacio de estados	122
5.2.1 Parámetros del controlador	123
5.3 Pruebas y condiciones de la simulación	126
5.3.1 Pruebas de los controladores en condiciones normales	126
5.3.2 Pruebas de los controladores en rechazo de disturbio y seguimiento de referencia	131
5.3.3 Comparación de la respuesta NMPC sin restricciones y NMPC con restricciones	139
5.3.4 Índices de desempeño de control	145
Conclusiones	149
Referencias bibliográficas	153
Apéndices	157
Apéndice A. Código válvula de expansión	159
Apéndice B. Código evaporador	159
Apéndice C. Código evaporador modo 1	160
Apéndice D. Código evaporador modo 2	162
Apéndice E. Código compresor	163
Apéndice F. Código flujo masico compresor	163
Apéndice G. Código condensador	163
Apéndice H. Código condensador modo 1	164
Apéndice I. Código condensador modo 2	164
Apéndice J. Código cámara fría vacía	165
Apéndice K. Código cámara fría	166
Apéndice L. Código prueba validación	166
Apéndice M. Código validación	169
Apéndice N. Código simulación temperatura exterior	171

Apéndice O. Código modelo no lineal espacio de estados	171
Apéndice P. Código modelo no lineal de predicción	175
Apéndice Q. Código matrices de predicciones.....	179
Apéndice R. Código matrices adicionales MPC.....	180
Apéndice S. Código matrices de la función de costo	180
Apéndice T. Código matrices de restricciones	181
Apéndice U. Código simulación del NMPC sin restricciones.....	181
Apéndice V. Código simulación del NMPC con restricciones.....	188
Anexos	197
Anexo A. Tabla de argumentos de entrada y salida de la funcion PropsSi.....	199



Lista de tablas

Tabla 1. Representación de los modos de operación del evaporador.....	48
Tabla 2. Criterio de cambio de operación del evaporador	68
Tabla 3. Resumen de los indicadores para la validación de la simulación de la presión en el evaporador	88
Tabla 4. Resumen de los indicadores para la validación de la simulación de la temperatura del refrigerante a la salida del evaporador	90
Tabla 5. Resumen de los indicadores para la validación de la simulación de la temperatura en el túnel de frío	92
Tabla 6. Parámetros del NMPC sin restricciones	124
Tabla 7. Parámetros del NMPC sujeto a restricciones	125
Tabla 8. Indicadores del desempeño del controlador, prueba de condiciones normales de funcionamiento.	146
Tabla 9. Indicadores del desempeño del controlador, pruebas de seguimiento de referencia y rechazo al disturbio.	146



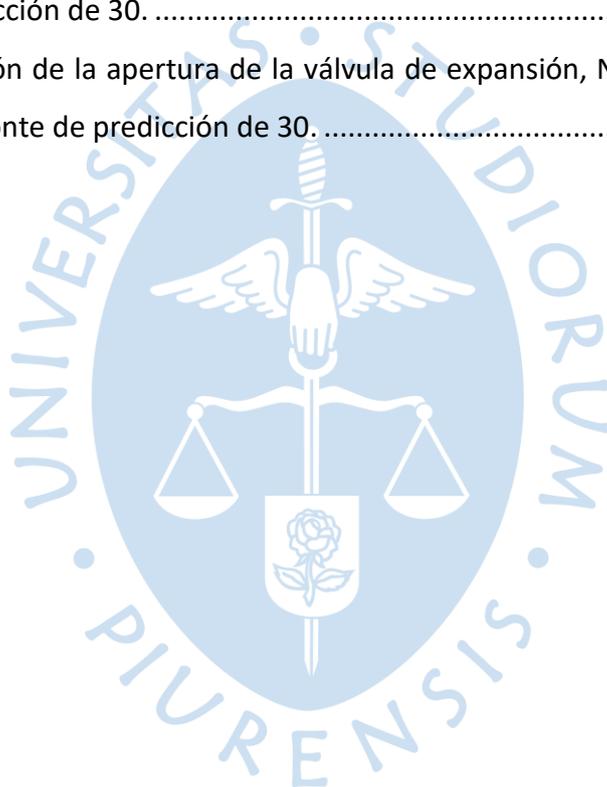
Lista de figuras

Figura 1 . Esquematzacion de la pendiente de la curva de saturacion.....	29
Figura 2: Fotografía de la planta piloto de la Universidad de Piura.....	34
Figura 3. Ciclo de refrigeración ideal por compresión de vapor	35
Figura 4. Diagrama T-s del ciclo de refrigeración de la planta piloto	37
Figura 5. Valvula de expansión electrónica.....	39
Figura 6. Dimensiones generales intercambiador de calor	39
Figura 7. Fotografía del evaporador dentro de la planta piloto	40
Figura 8. Esquema compresor Bitzer	40
Figura 9. Esquema unidad condensadora Bitzer	41
Figura 10. Mango envasado para ser almacenado	42
Figura 11 . Esquema componentes sistema de refrigeración.....	44
Figura 12. Esquema detallado del evaporador y el túnel de frío.....	45
Figura 13. Esquema válvula de expansión	45
Figura 14. Esquema evaporador	47
Figura 15. Esquema de los sub-intercambiadores dentro del evaporador.....	51
Figura 16. Esquema del flujo másico del aire a la entrada y salida del evaporador.....	61
Figura 17. Esquema del evaporador durante modo 1 de operación.	65
Figura 18. Esquema del evaporador durante modo 2 de operación	66
Figura 19. Esquema del compresor.....	68
Figura 20. Esquema del condensador	71
Figura 21. Esquema del túnel de frío	77
Figura 22. Función PropsSI para calcular propiedades termodinámicas.....	82
Figura 23. Función PropsSI para el cálculo de las derivadas parciales de las propiedades termodinámicas.....	83
Figura 24. Función PropsSI para calcular derivadas parciales en sustancias saturadas.	83

Figura 25. Funcionamiento modelo de simulación	84
Figura 26. Señal de entrada durante la prueba de la planta piloto	86
Figura 27. Temperatura del aire al exterior durante la prueba de la planta piloto.....	86
Figura 28. Comparación de presión en evaporador simulada vs real.....	87
Figura 29. Índice de determinación para la simulación de la presión en evaporador.....	87
Figura 30. Valor FIT para la simulación de la presión en evaporador.....	88
Figura 31. Comparación de la temperatura del refrigerante a la salida del evaporador simulada vs real.	89
Figura 32. Índice de determinación para la simulación de la temperatura del refrigerante a la salida del evaporador.....	89
Figura 33. Valor FIT para la simulación de la temperatura del refrigerante a la salida del evaporador	90
Figura 34. Comparación de la temperatura del aire en el túnel de frío simulada vs real.	91
Figura 35. Índice de determinación para la simulación de la temperatura del aire dentro del túnel de frío.....	91
Figura 36. Valor FIT para la simulación de la temperatura del aire en el túnel de frío	92
Figura 37. Estructura del modelo en paralelo con el proceso	95
Figura 38. Función solver quadprog.....	112
Figura 39. Grafica de los puntos de equilibrio que cumplen con las restricciones respecto a la longitud normalizada del volumen de control LV dentro del evaporador.	121
Figura 40. Presión de equilibrio respecto a la longitud normalizada del volumen de control LV dentro del evaporador	121
Figura 41. Frecuencia de equilibrio respecto a la longitud normalizada del volumen de control LV dentro del evaporador.	122
Figura 42. Grafica de la temperatura exterior durante la simulación.	127
Figura 43. Gráficas de la temperatura de la fruta obtenidas de las simulaciones del NMPC sin restricciones con diferentes horizontes de predicción.....	128
Figura 44. Variables de entrada de las simulaciones del NMPC sin restricciones con horizontes de predicción 10, 20 y 30.	129
Figura 45. Gráficas de la temperatura de la fruta obtenidas de las simulaciones del NMPC con restricciones con diferentes horizontes de predicción.....	130

Figura 46. Variables de entrada durante las simulaciones del NMPC con restricciones con horizontes de predicción 10, 20 y 30.	131
Figura 47. Gráficas de la temperatura de la fruta obtenidas de las simulaciones del NMPC sin restricciones, con disturbio y cambio en el valor de referencia.	132
Figura 48. Gráficas de las variables obtenidas de las simulaciones del NMPC sin restricciones, con disturbio y cambio en el valor de referencia.....	133
Figura 49. Gráficas de la temperatura de la fruta obtenidas de las simulaciones del NMPC con restricciones, con disturbio y cambio en el valor de referencia.	134
Figura 50. Gráficas de las variables obtenidas de las simulaciones del NMPC sin restricciones, con disturbio y cambio en el valor de referencia.....	135
Figura 51. Rechazo al disturbio del NMPC sin restricciones y diferentes horizontes de predicción.....	136
Figura 52. Rechazo al disturbio del NMPC con restricciones y diferentes horizontes de predicción.....	136
Figura 53. Controlador NMPC sin restricciones seguimiento a la referencia, durante el inicio del proceso.....	137
Figura 54. Controlador NMPC sin restricciones seguimiento a la referencia, cambio de setpoint de 10°C a 9.25°C.....	137
Figura 55. Controlador NMPC sin restricciones seguimiento a la referencia, cambio de setpoint de 9.25°C a 10°C.....	138
Figura 56. Controlador NMPC con restricciones seguimiento a la referencia, durante el inicio del proceso.....	138
Figura 57. Controlador NMPC con restricciones seguimiento a la referencia, cambio de setpoint de 10°C a 9.25°C.....	139
Figura 58. Controlador NMPC con restricciones seguimiento a la referencia, cambio de setpoint de 9.25°C a 10°C.....	139
Figura 59. Comparación Temperatura de la fruta NMPC sin restricciones y CNMPC, con un horizonte de predicción de 10.	140
Figura 60. Comparación de la frecuencia del compresor, NMPC sin restricciones y CNMPC, con un horizonte de predicción de 10.	141
Figura 61. Comparación de la apertura de la válvula de expansión, NMPC sin restricciones y CNMPC, con un horizonte de predicción de 10.	141

Figura 62. Comparación temperatura de la fruta NMPC sin restricciones y CNMPC, con un horizonte de predicción de 20.	142
Figura 63. Comparación de la frecuencia del compresor, NMPC sin restricciones y CNMPC, con un horizonte de predicción de 20.	142
Figura 64. Comparación de la apertura de la válvula de expansión, NMPC sin restricciones y CNMPC, con un horizonte de predicción de 20.	143
Figura 65. Comparación Temperatura de la fruta NMPC sin restricciones y CNMPC, con un horizonte de predicción de 30.	143
Figura 66. Comparación de la frecuencia del compresor, NMPC sin restricciones y CNMPC, con un horizonte de predicción de 30.	144
Figura 67. Comparación de la apertura de la válvula de expansión, NMPC sin restricciones y CNMPC, con un horizonte de predicción de 30.	144



Introducción

Los sistemas de refrigeración son necesarios en la industria de alimentos, sin ellos no sería posible la distribución de los productos alimenticios en óptimas condiciones para el mercado nacional o internacional. Por esta razón, en el sector de agroexportación del Perú, los sistemas de refrigeración son esenciales, dado que permiten cumplir con los requerimientos de calidad que exige el mercado internacional, donde los frutos frescos del Perú tienen una gran demanda, y que confirma el crecimiento sostenido que ha tenido este sector en los últimos años (Oliden, Manrique, & Ipanaqué, 2017).

En estudios realizados en el 2007, se muestra que el consumo energético de los procesos de refrigeración en la industria de conservación de productos hidrobiológicos y agroindustriales, llegan a representar hasta un 50% del total de la energía eléctrica consumida por las empresas dedicadas a este rubro. Esta es la razón por la cual, la investigación se centra en encontrar nuevas formas de optimización de la energía (Aramburú-Pardo, 2017) (Manrique, Merino, Reyes, & Ipanaqué, 2019).

Generando la posibilidad de desarrollar estrategias de control específicas para este tipo de procesos. Se evidencia que para lograr esto es necesario un estudio más completo del comportamiento dinámico de los procesos de refrigeración industrial, que permita describir la no linealidad de estos sistemas. Por esto se ha planteado desarrollar un modelo dinámico que incluya los fundamentos de la termodinámica y la transferencia de calor sobre los intercambiadores de calor que forman parte de los sistemas de refrigeración, mediante el método de frontera móvil. Este tiene en cuenta, que coexisten diferentes estados termodinámicos del refrigerante al interior de los intercambiadores de calor y divide el interior de estos dispositivos en volúmenes de control, estableciendo fronteras imaginarias para diferenciar a las fracciones del intercambiador de acuerdo con el estado termodinámico del refrigerante (líquido subenfriado, mezcla líquido-vapor saturado, vapor sobrecalentado) que contienen, es posible aplicar este método sobre los intercambiadores de calor, ya que se consideran como sistemas abiertos de control, dentro de los cuales se forman subsistemas con volúmenes variables (Li & Alleyne, 2010).

Sobre un modelo matemático de sistema de refrigeración, con el método de frontera móvil en el condensador y evaporador, se implementaron las estrategias de control robusto y control predictivo, basado en modelo de espacio de estados. En la comparación de estas

estrategias, el controlador predictivo demostró que puede asegurar la estabilidad en los procesos de refrigeración, con un gran desempeño en calidad de control, además se incorporó la optimización de la energía (Alfaya, 2014).

Las estrategias de control predictivo no lineal, clasificadas como estrategias de control avanzado, se pueden implementar sobre sistemas multivariables y no lineales, superan el desempeño de un controlador PID Predictivo en procesos de refrigeración y reducen el consumo energético (Mendoza, 2020).

El objetivo de esta tesis, es implementar un controlador predictivo no lineal basado en modelo de espacio de estados, en el cual se tienen en cuenta los fundamentos de la transferencia de calor y termodinámica de los componentes del proceso de refrigeración, que actúan sobre el comportamiento de la temperatura del producto final para obtener las ecuaciones que conforman al modelo de espacio de estados, asegurando así una mejor calidad para los productos de agroexportación, ya que se puede controlar de una forma más precisa la temperatura del producto sin dejar de lado la eficiencia del proceso. El controlador se implementará sobre un modelo dinámico de simulación con el método de frontera sobre el evaporador del sistema de refrigeración.

Para ello, en el capítulo 1 se describe la teoría de termodinámica y transferencia de calor necesaria para la modelación matemática del proceso de refrigeración. En el capítulo 2 se describe el proceso de enfriamiento para la conservación de frutas y se detallan las características de la planta piloto de la Universidad de Piura, sobre la cual se desarrolló el modelo matemático. En el capítulo 3 se desarrolla el modelo matemático a partir de los principios de termodinámica y transferencia de calor que se explicaron previamente, para luego validarse con la data real obtenida de la planta piloto de la Universidad de Piura. En el capítulo 4 se explica la teoría y fundamentos del control predictivo no lineal, basado en espacio de estados con y sin restricciones. En el capítulo 5 se detalla los parámetros de los controladores diseñados y se presentan los resultados de la simulación.

Capítulo 1

Fundamentos de la termodinámica y transferencia de calor

Esta investigación está compuesta por dos partes, la primera requiere de una simulación detallada del proceso de refrigeración, de forma que se pueda obtener un modelo dinámico de simulación, que imite el comportamiento real de la planta piloto de túnel de frío de la Universidad de Piura, la cual es un túnel de enfriamiento a escala con capacidad frigorífica para 2 toneladas de fruta. Se ha realizado un modelo paramétrico del sistema de refrigeración, a partir de los fundamentos de termodinámica y transferencia de calor.

1.1 Fundamentos de la termodinámica

La termodinámica es la ciencia que estudia el comportamiento de la energía en los diferentes sistemas (Çengel & Boyles, 2012)

1.1.1 Energía, transferencia de energía y análisis general de energía

La energía está presente en los distintos procesos que forman parte de nuestra vida cotidiana, aparece en distintas formas en nuestro alrededor, por eso la termodinámica estudia las distintas formas de la energía, su transferencia y su aplicación en los análisis de la conservación de la energía de los sistemas, esto comprende la primera ley de la termodinámica (Çengel & Boyles, 2012).

1.1.1.1 Formas de la energía. La energía puede presentarse como: térmica, mecánica, cinética, potencial, eléctrica, magnética, química y nuclear. La suma de todas las formas de energía que aparecen dentro de un sistema se denota como la energía total del sistema (E), si se expresa por unidad de masa se tiene a la energía específica del sistema (e) (Çengel & Boyles, 2012). Esto se resume en (1. 1).

$$e = \frac{E}{m} \quad (1. 1)$$

Donde:

- m : es la masa del sistema.

Se pueden clasificar a las formas de energía que conforman un sistema en: microscópicas y macroscópicas. Las formas de energía macroscópicas son las que poseen un sistema como un todo en relación con un marco de referencia exterior, como son el caso de la energía cinética y potencial. Las formas de energía microscópicas son las que se relacionan con la estructura molecular de un sistema y el grado de actividad molecular, no depende de un marco de referencia exterior. A la suma de todas las formas de energía microscópicas se le denomina energía interna de un sistema y, por unidad de masa se denota como u (Çengel & Boyles, 2012).

De forma que, si no aparecen los efectos magnéticos, eléctricos y de tensión superficial sobre un sistema o estos no son significativos, la energía total de un sistema se compone por la energía cinética, potencial e interna. La energía específica del sistema se puede expresar como (Çengel & Boyles, 2012):

$$e = u + \frac{V^2}{2} + gz \quad (1.2)$$

Donde:

- V : es la velocidad del sistema respecto al marco de referencia.
- g : es la gravedad a la que está sujeta el sistema.
- z : es la componente vertical de las coordenadas del sistema respecto al marco de referencia.

En forma de tasa, es decir, escribiendo a la energía total del sistema por unidad de tiempo se tiene:

$$\dot{E} = \dot{m}e \quad (1.3)$$

Donde:

- \dot{m} : es el flujo másico del fluido en movimiento.

Se define a la energía mecánica, como la porción de la energía que puede transformarse en trabajo mecánico, de forma directa a través de un dispositivo mecánico (Çengel & Boyles, 2012).

Al trabajo de flujo se puede definir como la fuerza de presión que actúa sobre un fluido a lo largo de una distancia y se le denomina energía de flujo. Por lo tanto, la energía mecánica de un fluido en movimiento se compone por la energía de flujo, cinética y potencial, y se pueden escribir por unidad de masa y por unidad de tiempo (Çengel & Boyles, 2012).

$$e_{mecanica} = \frac{P}{\rho} + \frac{V^2}{2} + gz \quad (1.4)$$

$$\dot{E}_{mecanica} = \dot{m} \left(\frac{P}{\rho} + \frac{V^2}{2} + gz \right) \quad (1.5)$$

Donde:

- P : es la presión del fluido en movimiento.
- ρ : es la densidad del fluido en movimiento.

1.1.1.2 Transferencia de energía por calor. El calor, se define como la forma de energía que se transfiere entre dos sistemas (o entre un sistema y sus alrededores) debido a una diferencia de temperatura (**Çengel & Boyles, 2012**).

A un proceso donde no hay transferencia de calor se le denomina proceso adiabático (**Çengel & Boyles, 2012**).

Al calor se le denota como Q , por unidad de masas como q y a la tasa de transferencia de calor como \dot{Q} (**Çengel & Boyles, 2012**). Se presentan las formas de transferencia de calor que actúan sobre un sistema en el apartado 1.2.

1.1.1.3 Transferencia de energía por trabajo. Al igual que el calor, el trabajo es una interacción de energía entre el sistema y el exterior. Ya que las transferencias de energía por calor se originan por una diferencia de temperatura entre el sistema y su exterior. Si una interacción de energía del sistema con su exterior se origina por algo distinto a una diferencia de temperatura, se trata de trabajo (**Çengel & Boyles, 2012**).

Al trabajo se le denota como W , por unidad de masa como w y al trabajo por unidad de tiempo se llama potencia y se denota como \dot{W} . Al igual que el calor, el trabajo es una cantidad direccional y para poder describirlo completamente es necesario definir la magnitud y la dirección. Siguiendo el convenio de signo formal la transferencia de calor hacia un sistema (calor de entrada) y el trabajo hecho por el sistema (trabajo de salida) tienen signos positivos, la transferencia de calor desde un sistema (calor de salida) y el trabajo aplicado sobre un sistema (trabajo de entrada) tienen signo negativo (**Çengel & Boyles, 2012**).

1.1.1.4 Primera ley de la termodinámica. La primera Ley de la termodinámica se puede enunciar como: "la energía no se puede crear ni destruir durante un proceso; solo puede cambiar la forma" (**Çengel & Boyles, 2012**).

Por lo que sobre un sistema se puede aplicar un balance de energía, el cual corresponde al principio de conservación de la energía: El cambio neto de la energía total de un sistema durante un proceso es igual a la diferencia entre la energía total que entra y la energía total que sale del sistema durante el proceso (**Çengel & Boyles, 2012**). Se resume como:

$$E_{entrada} - E_{salida} = \Delta E_{sistema} \quad (1.6)$$

Se puede aplicar un balance de energía para determinar el cambio de energía total de un sistema durante un proceso. El cambio de energía de un sistema durante un proceso es igual a la diferencia entre la energía final y la energía inicial del sistema (Çengel & Boyles, 2012).

$$\Delta E_{sistema} = E_{final} - E_{inicial} \quad (1.7)$$

Para un sistema donde los efectos eléctricos, magnéticos y de tensión superficial son menospreciables o iguales a cero, el cambio de la energía total se puede considerar como la suma del cambio de la energía interna, cinética y potencial (Çengel & Boyles, 2012).

$$\Delta E_{sistema} = m(u_2 - u_1) + \frac{1}{2}m(V_2^2 - V_1^2) + mg(z_2 - z_1) \quad (1.8)$$

Donde el subíndice 2 corresponde al estado final del sistema y el subíndice 1 al estado inicial del sistema.

1.1.1.4.1 Mecanismos de transferencia de energía. La energía se puede transferir desde o hacia un sistema como: calor, trabajo y flujo másico.

Como se vio en los apartados anteriores la transferencia de energía por calor se origina por una diferencia de calor, la energía total del sistema incrementa cuando esta ocurre hacia el sistema y en el caso complementario la energía total del sistema disminuye cuando la transferencia de calor es desde el sistema (Çengel & Boyles, 2012).

De forma similar ocurre con la transferencia de trabajo, la energía total del sistema disminuye cuando el trabajo es hecho por el sistema y aumenta cuando el trabajo se aplica sobre el sistema (Çengel & Boyles, 2012).

El flujo másico que entra y sale de un sistema es un mecanismo adicional de transferencia de energía. Es decir que cuando a un sistema ingresa masa, la energía total del sistema aumenta a causa de que la masa que ha ingresado lleva consigo energía, de forma análoga cuando sale masa de un sistema, esto disminuye la energía total del sistema, pues la masa que sale lleva con ella energía (Çengel & Boyles, 2012).

De forma que la expresión (1.5) queda de forma más explícita, si se expresa la energía que sale y entra al sistema con los mecanismos de transferencia de energía que se han descrito dando origen a la expresión a (Çengel & Boyles, 2012):

$$\Delta E_{sistema} = (Q_{entrada} - Q_{salida}) + (W_{entrada} - W_{salida}) + (E_{masa,entrada} - E_{masa,salida}) \quad (1.9)$$

En forma de tasa, el balance de energía se expresa como (Çengel & Boyles, 2012):

$$\frac{dE_{sistema}}{dt} = \dot{E}_{entrada} - \dot{E}_{salida} \quad (1. 10)$$

1.1.2 Propiedades de las sustancias puras

Una sustancia pura no tiene que estar conformada por un solo elemento o compuesto químico. Una mezcla de varios elementos o compuestos también puede ser considerada como una sustancia, siempre y cuando la mezcla sea homogénea (Çengel & Boyles, 2012).

A una mezcla de dos o más fases de una sustancia pura, se le sigue considerando una sustancia pura siempre que la composición química de las fases sea la misma (Çengel & Boyles, 2012).

1.1.2.1 Procesos de cambio de fase de una sustancia pura. Existen procesos en determinadas condiciones donde las fases de una sustancia pura coexisten en equilibrio. Para lo cual es importante definir los conceptos de líquido subenfriado, el líquido saturado, vapor saturado y vapor sobrecalentado. En el caso de líquido subenfriado o comprimido, se refiere a una sustancia pura en estado líquido que no se encuentra a punto de evaporarse, como es el caso del agua a 1 atm de presión y temperatura de 25 °C. Se denomina líquido saturado a la sustancia pura en estado líquido que está a punto de evaporarse, es decir que está a punto de tener lugar un proceso de cambio de fase de líquido a vapor. Al vapor que acaba de cambiar de fase se le conoce como vapor saturado, ya que está a punto de condensarse.

Durante el cambio de estado a la mezcla de las dos fases que coexisten se le conoce como vapor húmedo o una mezcla saturada de líquido-vapor. Cuando se ha superado el cambio de fase de líquido a vapor se tiene una sola fase la cual corresponde al vapor si este sigue absorbiendo calor supera el estado de vapor saturado y se denomina vapor sobrecalentado el cual es un vapor que no está a punto de condensarse (Çengel & Boyles, 2012).

1.1.2.2 Temperatura de saturación y presión de saturación. Se le denomina a la temperatura de saturación, con la cual estando en un proceso a una presión constante y determinada, la sustancia pura cambia de fase. De forma análoga, se le denomina a la presión de saturación, con la cual, en un proceso a una temperatura constante y determinada, la sustancia pura cambia de fase (Çengel & Boyles, 2012).

Con esta definición resulta obvio que existe una relación de dependencia entre la temperatura y la presión durante un proceso de cambio de fase de una sustancia pura (Çengel & Boyles, 2012), es decir, que se puede escribir:

$$T_{sat} = f(P_{sat}) \quad (1. 11)$$

Considerando esto, esta característica resulta conveniente para controlar la temperatura de ebullición de una sustancia pura, controlando la presión (Çengel & Boyles,

2012). Se hace uso de esta propiedad en los procesos de refrigeración, para disminuir la temperatura del refrigerante en el evaporador, se reduce la presión en el evaporador haciendo uso del compresor.

1.1.3 Sistemas cerrados o masas de control

Se denomina sistemas cerrados a aquellos sistemas donde no hay transferencia de masa a través de las fronteras del sistema (Çengel & Boyles, 2012). Estos son los sistemas más sencillos de analizar en la termodinámica pues solo existirán como mecanismo de transferencia de energía, el calor y el trabajo.

1.1.3.1 Trabajo de frontera móvil. El trabajo de frontera móvil, es el que se genera durante un proceso, porque parte de la frontera del sistema se mueve (Çengel & Boyles, 2012). De esta definición se puede expresar:

$$\delta W_b = Pdv \quad (1. 12)$$

Donde:

- δW_b : es la forma diferencial del trabajo de frontera.
- P : es la presión absoluta.
- dv : es el cambio diferencial del cambio del volumen del sistema.

Analizando la expresión (1. 12) se puede enunciar lo siguiente: ya que la presión es absoluta siempre tendrá signo positivo y la forma diferencial del trabajo de frontera es igual al producto de la presión y el cambio diferencial del volumen, es decir, que si el cambio diferencial del volumen es negativo (el volumen del sistema disminuye) el trabajo de frontera será negativo, en el caso contrario si el cambio diferencial del volumen es positivo (el volumen del sistema aumenta) el trabajo de frontera será positivo. Por lo tanto, siguiendo el convenio de signo de forma, el trabajo de frontera se considera trabajo de salida (Çengel & Boyles, 2012).

Esta forma de trabajo es común que aparezca en procesos de cilindro-émbolo los cuales son sistemas cerrados, pero puede aparecer en sistemas abiertos donde las fronteras sean móviles.

Para procesos reales de compresión y expansión de gases es común que la presión y el volumen se relacionen de acuerdo con (Çengel & Boyles, 2012):

$$Pv^n = C \quad (1. 13)$$

Donde n y c son constantes, a esta clase de procesos se les denomina procesos politrópicos.

1.1.3.2 Balance de energía para sistemas cerrados. Ya que en un sistema cerrado no hay transferencia de energía por masa, la ecuación (1. 9) se simplifica a (Çengel & Boyles, 2012):

$$\Delta E_{sistema} = (Q_{entrada} - Q_{salida}) + (W_{entrada} - W_{salida}) \quad (1. 14)$$

En forma de tasa se puede escribir como:

$$\frac{dE_{sistema}}{dt} = (\dot{Q}_{entrada} - \dot{Q}_{salida}) + (\dot{W}_{entrada} - \dot{W}_{salida}) \quad (1. 15)$$

1.1.4 Sistemas abiertos o volúmenes de control

En los sistemas abiertos o volúmenes de control, la masa si puede atravesar las fronteras del sistema, por lo tanto, es necesario realizar un balance de la masa.

1.1.4.1 Conservación de la masa. La masa también es una propiedad conservada, por lo tanto, no puede crearse ni destruirse (Çengel & Boyles, 2012).

A la cantidad de masa por unidad de tiempo que atraviesa una sección transversal de la frontera de un sistema, se le denomina flujo másico; al estar definido por unidad de tiempo se le denota como una tasa (Çengel & Boyles, 2012).

También se puede definir al volumen de una sustancia por unidad de tiempo que atraviesa una sección transversal de la frontera de un sistema, como flujo volumétrico; al igual que el flujo másico se denota como una tasa al estar definida por unidad de tiempo (Çengel & Boyles, 2012).

El flujo volumétrico y el flujo másico se relacionan de la siguiente manera:

$$\dot{m} = \rho \dot{v} = \frac{\dot{v}}{v} \quad (1. 16)$$

Donde:

- ρ : densidad de la sustancia.
- \dot{v} : flujo volumétrico.
- v : volumen específico de la sustancia.

De acuerdo con el principio de conservación de la masa, para un volumen de control no deformable y la densidad uniforme dentro del volumen de control, con un numero finito de secciones de entrada y salida, para lo cual los fluidos que salen del volumen tiene signo negativo y los que entran cuentan con signo positivo (Aramburú-Pardo, 2017), el cambio neto de la masa dentro del volumen de control durante un intervalo de tiempo Δt , es igual a la diferencia de la transferencia de masa hacia el volumen de control y la transferencia de masa desde el volumen de control durante Δt (Çengel & Boyles, 2012), se resume en:

$$\Delta m_{VC} = m_{entrada} - m_{salida} \quad (1.17)$$

Donde:

- Δm_{VC} : es el cambio de la masa dentro del volumen de control durante el proceso.
- $m_{entrada}$: Es la masa que entra al volumen de control durante Δt .
- m_{salida} : Es la masa que sale del volumen de control durante Δt .

Si se toma en cuenta que cada sección de entrada y salida es plana y perpendicular a la velocidad del fluido (Aramburú-Pardo, 2017). Se obtiene el balance de masa en forma de tasa:

$$\frac{dm_{VC}}{dt} = \dot{m}_{entrada} - \dot{m}_{salida} \quad (1.18)$$

Donde:

- $\frac{dm_{VC}}{dt}$: es la rapidez de la variación de la masa dentro del volumen de control.
- $\dot{m}_{entrada}$: son los flujos másicos que entran al volumen de control.
- \dot{m}_{salida} : son los flujos másicos que salen del volumen de control.

1.1.4.2 Trabajo de flujo y energía de un fluido en movimiento. Como se explicó en el apartado 1.1.1.1, un fluido en movimiento posee energía de flujo, que también se conoce como trabajo de flujo, el cual se puede escribir en función de dos propiedades (Çengel & Boyles, 2012). Se expresa como:

$$w_{flujo} = \frac{P}{\rho} = Pv \quad (1.19)$$

El fluido que entra o sale de un volumen de control tiene una forma adicional de energía, la cual es la energía de flujo, de forma que la energía total de un fluido en movimiento se expresa en (Çengel & Boyles, 2012):

$$\theta = Pv + e = Pv + u + \frac{V^2}{2} + gz \quad (1.20)$$

La combinación de la energía interna con la energía de flujo genera una propiedad de combinación que se conoce como entalpía, de la siguiente manera (Çengel & Boyles, 2012):

$$h = Pv + u \quad (1.21)$$

Reemplazando la ecuación 1.21 en 1.20 se obtiene:

$$\theta = h + \frac{V^2}{2} + gz \quad (1.22)$$

De forma que el mecanismo de transferencia de energía por masa queda definido como:

$$E_{masa} = m\theta \quad (1.23)$$

Donde E es la cantidad de energía transportado por un fluido de masa m . En forma de tasa la energía transportada se tiene (Çengel & Boyles, 2012):

$$\dot{E}_{masa} = \dot{m}\theta \quad (1.24)$$

1.1.4.3 Balance de energía para sistemas abiertos. Considerando todas las formas de transferencia de energía que pueden aparecer en un volumen de control se tiene que el balance de energía, en forma de tasa es:

$$\frac{dE_{sistema}}{dt} = \left(\dot{Q}_{entrada} + \dot{W}_{entrada} + \sum_{entrada} \dot{m}\theta \right) - \left(\dot{Q}_{salida} + \dot{W}_{salida} + \sum_{salida} \dot{m}\theta \right) \quad (1.25)$$

1.1.5 Relaciones de propiedades termodinámicas

Las propiedades termodinámicas de las sustancias puras se relacionan entre ellas y con los estados termodinámicos de la sustancia.

1.1.5.1 Calor específico. Se define al calor específico, como la energía necesaria para elevar un grado de temperatura de una unidad de masa de sustancia. En termodinámica el interés se centra en dos clases de calores específicos: calor específico a volumen constante c_v y calor específico a presión constante c_p (Çengel & Boyles, 2012).

Se puede definir al calor específico a volumen constante en función de la forma diferencial de la energía interna, como la derivada parcial de la energía interna en función de la temperatura a volumen constante, se expresa como (Çengel & Boyles, 2012):

$$c_v = \left(\frac{\partial u}{\partial T} \right)_v \quad (1.26)$$

De forma similar ocurre con el calor específico a presión constante, se puede escribir como la derivada parcial de la entalpía en función de la temperatura a presión constante, se expresa como (Çengel & Boyles, 2012):

$$c_p = \left(\frac{\partial h}{\partial T} \right)_p \quad (1.27)$$

A las sustancias cuya densidad (o volumen específico) es constante se les denomina sustancias incompresibles. Se puede demostrar que los calores específicos a volumen constante y a presión constante son idénticos para sustancias incompresibles (líquidos con densidad constante y sólidos) (Çengel & Boyles, 2012):

$$c_p = c_v = c \quad (1.28)$$

1.1.5.2 Ecuación de Clapeyron. Como se habló en el apartado 1.1.2.1, la presión de saturación es función únicamente de la temperatura como se ve en la ecuación (1.11) de forma que se puede expresar: que la pendiente de la curva de saturación sobre un diagrama P-T en el estado de saturación es constante, como se muestra en la Figura 1, por lo tanto, la derivada de la Presión respecto a la temperatura se considera constante e igual a (Çengel & Boyles, 2012):

$$\left(\frac{dP}{dT} \right)_{sat} = \frac{h_{fg}}{T v_{fg}} \quad (1.29)$$

En los próximos capítulos nos será útil esta relación de forma, que la derivada de la presión respecto al tiempo puede escribirse en función de la temperatura siempre y cuando la sustancia sea una mezcla saturada líquido-vapor, es decir, se encuentre cambiando de estado. Se resume en:

$$\frac{dT_{sat}}{dt} = \left(\frac{dP}{dT} \right)_{sat} \frac{dP_{sat}}{dt} \quad (1.30)$$

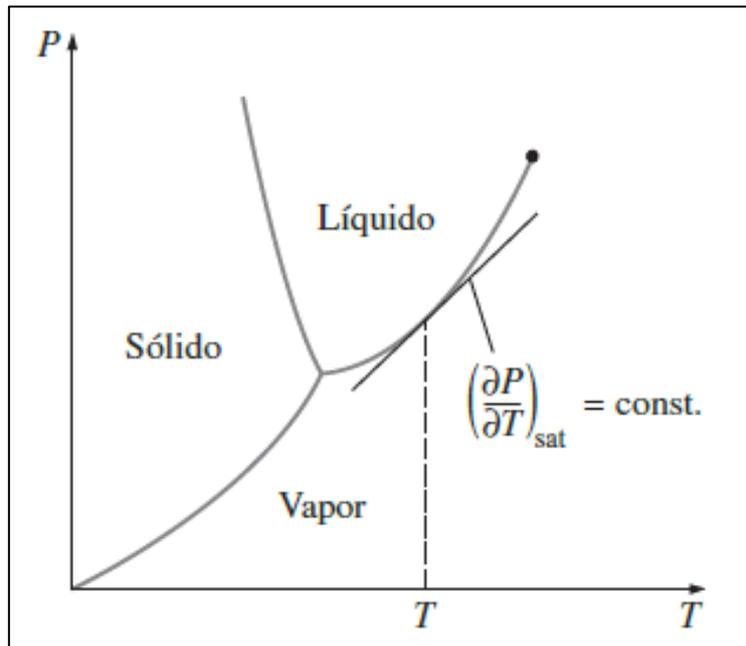


Figura 1 . Esquematización de la pendiente de la curva de saturación

Fuente: Çengel & Boyles (2012)

1.1.5.3 Cambios de entalpía. Ya que la entalpía es una propiedad termodinámica que es función de la temperatura y la presión, se expresa como:

$$h = h(T, P) \quad (1.31)$$

Teniendo en cuenta la diferencial de la entalpía se expresa mediante la suma de las derivadas parciales, respecto a la temperatura y la presión (Çengel & Boyles, 2012), como se muestra en:

$$dh = \left(\frac{\partial h}{\partial T}\right)_P dT + \left(\frac{\partial h}{\partial P}\right)_T dP \quad (1.32)$$

Reemplazando la ecuación (1.27) en (1.32) se obtiene:

$$dh = c_p dT + \left(\frac{\partial h}{\partial P}\right)_T dP \quad (1.33)$$

1.1.5.4 Densidad y volumen específico. La densidad es el inverso del volumen específico como se ve en:

$$\rho = \frac{1}{v} \quad (1.34)$$

Además, el volumen específico se puede considerar como una función de los estados termodinámicos de la sustancia, por lo tanto, es posible expresarla como una función de la presión y la temperatura.

$$v = v(T, P) \quad (1.35)$$

Lo mismo aplica para la densidad al ser su inversa:

$$\rho = \rho(T, P) \quad (1.36)$$

Considerando esto las diferenciales de la densidad y el volumen específico se escriben como:

$$dv = \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_P dT + \left(\frac{\partial v}{\partial P}\right)_T dP \quad (1.37)$$

$$d\rho = \left(\frac{\partial \rho}{\partial T}\right)_P dT + \left(\frac{\partial \rho}{\partial P}\right)_T dP \quad (1.38)$$

Otra opción es la de expresar a la densidad como una función de la entalpía y la presión (McKinley & Alleyne, 2008) (Bendapudi, Braun, & Groll, 2004):

$$\rho = \rho(h, P) \quad (1.39)$$

Por lo tanto, la diferencial de la densidad se define como:

$$d\rho = \left(\frac{\partial \rho}{\partial h}\right)_P dh + \left(\frac{\partial \rho}{\partial P}\right)_h dP \quad (1.40)$$

1.2 Fundamentos de transferencia de calor

La transferencia de calor y de masa es una ciencia que estudia la rapidez de transferencia de energía térmica. Es importante diferenciar a la energía térmica de una sustancia de la transferencia de calor, la principal diferencia radica en que una sustancia posee energía térmica que está incluida en la energía interna de la sustancia, el calor es la forma que toma esta energía cuando cruza la frontera del sistema para pasar a los alrededores o a otro sistema (Çengel & Ghajar, Transferencia de calor y masa. Fundamentos y aplicaciones, 2011).

Existen varios mecanismos de transferencia de calor los cuales se detallan a continuación.

1.2.1 Conducción

La conducción es el mecanismo de transferencia de calor que ocurre en un cuerpo donde la energía se transmite de las partículas más energéticas a las partículas menos

energéticas adyacentes (Çengel & Ghajar, Transferencia de calor y masa. Fundamentos y aplicaciones, 2011).

En una pared plana de espesor Δx con una temperatura T_1 en una de sus caras y una temperatura T_2 en la otra, la razón de la transferencia de calor se puede calcular como (Çengel & Ghajar, Transferencia de calor y masa. Fundamentos y aplicaciones, 2011):

$$\dot{Q}_{cond} = -kA \frac{T_1 - T_2}{\Delta x} \quad (1.41)$$

Donde:

- k : es la conductividad térmica del material de la pared.
- A : es el área de las caras de la pared.

1.2.2 Convección

Es el mecanismo de transferencia de calor, que se da entre una superficie sólida y el fluido (líquido o gas) adyacente que está en movimiento, comprende los efectos combinados de la conducción y el movimiento de fluidos (Çengel & Ghajar, Transferencia de calor y masa. Fundamentos y aplicaciones, 2011).

A pesar de ser un proceso complejo de modelar, la transferencia de calor por convección es proporcional a la diferencia de temperatura y se expresa en forma conveniente por la Ley de enfriamiento de Newton (Çengel & Ghajar, Transferencia de calor y masa. Fundamentos y aplicaciones, 2011):

$$\dot{Q}_{conv} = hA_s(T_s - T_\infty) \quad (1.42)$$

Donde:

- h : es el coeficiente de transferencia de calor por convección.
- A_s : es el área superficial sobre la cual tiene lugar la transferencia de calor.
- T_s : Temperatura de la superficie.
- T_∞ : Temperatura del fluido suficientemente alejado de esta superficie.

1.2.3 Radiación

La radiación, es el mecanismo de transferencia de calor por la energía emitida por la materia mediante ondas electromagnéticas. No requiere de un medio que intervenga para que ocurra. Por lo tanto, la transferencia de calor por radiación es igual a la diferencia de la radiación que un cuerpo puede emitir y la que puede recibir de sus alrededores, para calcular este fenómeno se usa la Ley de Stefan-Boltzmann, a partir de la cual se puede calcular la

radiación que una superficie A_s puede emitir a una temperatura termodinámica T_s (Çengel & Ghajar, Transferencia de calor y masa. Fundamentos y aplicaciones, 2011):

$$\dot{Q}_{rad} = \varepsilon \sigma A_s (T_s^4 - T_{alr}^4) \quad (1.43)$$

Donde:

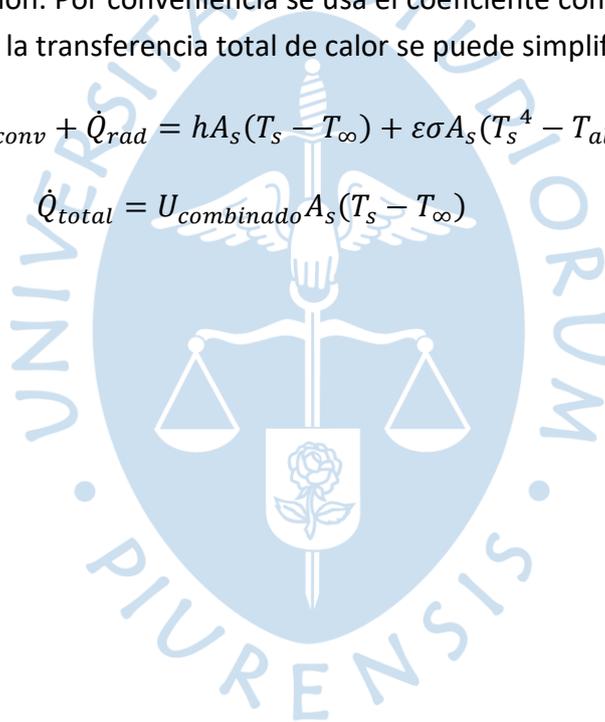
- ε : es la emisividad de la superficie.
- σ : es la constante de Stefan-Boltzmann.
- T_{alr} : es la temperatura de la superficie que cubre totalmente al cuerpo.

1.2.4 Coeficiente combinado de transferencia de calor

Es común que la transferencia de calor por radiación ocurra de forma paralela a la convección o conducción. Por conveniencia se usa el coeficiente combinado de transferencia de calor de forma que la transferencia total de calor se puede simplificar a:

$$\dot{Q}_{total} = \dot{Q}_{conv} + \dot{Q}_{rad} = hA_s(T_s - T_\infty) + \varepsilon \sigma A_s (T_s^4 - T_{alr}^4) \quad (1.44)$$

$$\dot{Q}_{total} = U_{combinado} A_s (T_s - T_\infty) \quad (1.45)$$



Capítulo 2

Proceso de enfriamiento para la conservación de frutas

La refrigeración es la transferencia de calor de una región de inferior temperatura a una región de superior temperatura. En este capítulo se describirán los conceptos básicos y los componentes de un sistema de refrigeración ahondando en el funcionamiento y características de estos en la planta piloto de túnel de enfriamiento de la Universidad de Piura, a partir de la cual se realizará el modelo matemático sobre el cual se implementarán los controladores que se diseñarán.

La planta piloto de la Universidad de Piura está ubicada en la zona experimental del Campus Piura, las paredes y el techo del túnel de enfriamiento están contruidos con material aislante termo muro de poliuretano de 10 cm de espesor. Cuenta con una puerta corrediza que permite el ingreso de la fruta empaquetada en pallets. Se ha diseñado con la capacidad de enfriamiento de hasta 2 toneladas de fruta, ver **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia..** En esta investigación se ha optado por escoger como carga dentro del túnel de enfriamiento al mango el cual es uno de los principales productos de agroexportación del Perú, especialmente de la región Norte.

La importancia de los procesos de refrigeración en la agroexportación del mango radica en que esta se realiza casi en su totalidad por medio marítimo la cual puede llegar a demorar hasta 4 semanas, como es el caso de las exportaciones de Perú hacia el Asia oriental. El proceso de maduración de mango a temperatura ambiente no permite que el producto dure más de 5 días, por lo que es necesario iniciar el proceso de enfriamiento lo antes posible luego de cosechar el producto.

La planta piloto descrita está enfocada en el proceso de pre-enfriamiento, este proceso consta de llevar al mango hasta su temperatura de conservación en el menor tiempo posible, de forma que se retarde el metabolismo del mango y así retrasar la maduración de este. El pre-enfriamiento es un proceso que requiere precisión para no dañar a la fruta por la baja temperatura del aire que sale del sistema de refrigeración, por lo que debe ser controlada cuidadosamente de manera que la velocidad de enfriamiento sea la mayor posible, pero sin ocasionar daños a la fruta como lo son: áreas de color grisáceo en la cascara, maduración irregular, oscurecimiento de la pulpa, etc. Estos daños causados por el frío pueden ocasionar

el rechazo del producto, como se indica en la norma técnica peruana para mango fresco NTP.011.010, sección 4.1, apartado m, donde se detalla “Estar exentos de daños causados por temperaturas bajas”.



Figura 2: Fotografía de la planta piloto de la Universidad de Piura

2.1 Sistemas de refrigeración

Los sistemas de refrigeración operan con ciclos, los cuales pueden ser por compresión de vapor, refrigeración de gas, refrigeración en cascada, refrigeración por absorción o refrigeración termoeléctrica. Siendo el ciclo más usado, el de refrigeración por compresión de vapor (Çengel & Boyles, 2012).

2.1.1 Sistema de refrigeración por compresión de vapor

La planta piloto que se está modelando funciona con un ciclo de refrigeración por compresión de vapor, el fluido de trabajo del ciclo de refrigeración es Refrigerante R404a, el cual se caracteriza por su notable estabilidad química y su baja toxicidad.

Para tener un mejor entendimiento de las características de los componentes de la planta piloto, se hará un breve resumen del ciclo ideal de Refrigeración por compresión de vapor. Muchas de las características que tiene este ciclo se tomarán en cuenta para el modelo matemático.

2.1.1.1 Ciclo ideal de refrigeración por compresión de vapor. Cuando se habla de un ciclo ideal de refrigeración por compresión de vapor, se refiere a un ciclo invertido de Carnot, en donde se evapora por completo al refrigerante antes de ser comprimido en donde se reemplaza a la turbina por un dispositivo de estrangulamiento como lo es, una válvula de expansión o un tubo capilar (Çengel & Boyles, 2012).

El ciclo de refrigeración ideal por Compresión de Vapor está formado por cuatro procesos fundamentales, ver Figura 3:

- 1-2 Compresión isentrópica en un compresor.
- 2-3 Rechazo de calor a presión constante en un condensador.
- 3-4 Estrangulamiento en un dispositivo de expansión.
- 4-1 Absorción de calor a presión constante en un evaporador (Çengel & Boyles, 2012).

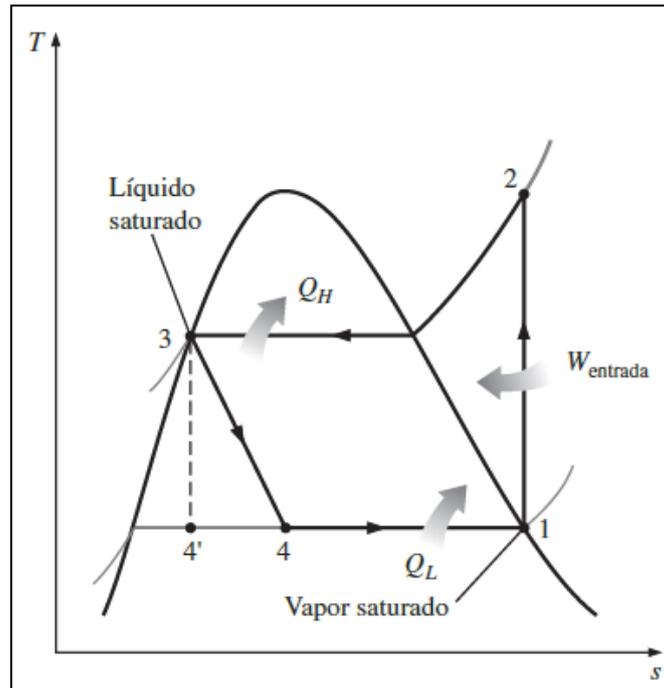


Figura 3. Ciclo de refrigeración ideal por compresión de vapor

Fuente: Çengel & Boyles (2012)

En un ciclo ideal de refrigeración de vapor el refrigerante ingresa al compresor como vapor saturado y sale de este como vapor sobrecalentado, entra al condensador donde el refrigerante transfiere calor al aire del exterior hasta salir del condensador como líquido saturado, ingresa al dispositivo de estrangulamiento donde se expande de forma isoentálpica e ingresa al evaporador como una mezcla saturada de líquido-vapor, donde absorbe calor hasta llegar a ser vapor saturado y el ciclo se reinicia.

2.2 Proceso del mango de exportación

El proceso completo que los mangos siguen en las plantas exportadoras es:

- Descarga y control de calidad.
- Calibrado (Clasificación por Peso).

- Tratamiento Hidrotérmico.
- Reposo térmico.
- Encerado y segundo calibrado.
- Armado de pallets.
- Pre-enfriamiento.
- Cámara de Conservación.

La investigación que se realizó se centra en el subproceso de pre-enfriamiento, en donde el mango ingresa a una temperatura igual o mayor a la temperatura ambiente y se tiene que enfriar hasta la temperatura de conservación.

2.2.1 Descripción de la refrigeración del mango en el túnel de frío

Dependiendo de la variedad de mango se debe enfriar a una temperatura entre 6 y 12 °C. En cargas pequeñas es común colocar el mango directamente dentro de la cámara de conservación; para cargas mayores esto no es adecuado ya que el enfriamiento sería demasiado lento, y como se presentó en la introducción de este capítulo, es importante realizar el enfriamiento en el menor tiempo posible. Por esto es, necesario el subproceso de pre-enfriamiento.

Comparando un túnel de enfriamiento con una cámara de conservación de capacidades similares, el túnel de enfriamiento es capaz de llegar a la temperatura deseada en 8 horas en cambio a la cámara de conservación le toma 24 horas. Esto hace una diferencia en la duración del producto de agroexportación, pues si el proceso de enfriamiento se realiza completamente en la cámara de conservación el mango tiene una duración de hasta 20 días, en cambio el enfriamiento rápido realizado en el túnel de enfriamiento le permite a la fruta durar hasta 28 días.

El proceso de pre-enfriamiento incrementa el consumo eléctrico. Un túnel de enfriamiento representa el 40% del consumo eléctrico de toda la planta en cambio la cámara de conservación representa apenas un 25% a pesar de que la capacidad para la cantidad de mangos de una cámara de conservación es mucho mayor.

El subproceso de pre-enfriamiento que se lleva a cabo dentro del túnel de enfriamiento debe realizarse con aire frío continuo. Consiste en dirigir una corriente de aire hacia los mangos, en vez de solo colocarlos en un ambiente refrigerado, esto se hace con grandes ventiladores para la impulsión y succión de aire en el túnel.

Teniendo estas condiciones para el subproceso de "Pre-enfriamiento" se diseñó la planta piloto de túnel de frío de la Universidad de Piura.

2.2.2 Sistema de refrigeración de la planta piloto

En este apartado se describirán las principales características del sistema de refrigeración de la planta piloto, de los componentes y de las consideraciones que se tomarán para su posterior modelado.

Se está considerando el siguiente ciclo de refrigeración para el modelo matemático de la planta piloto, ver Figura 4.

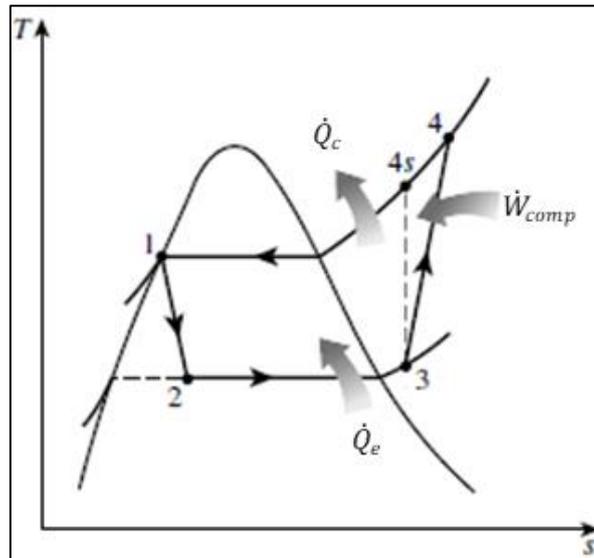


Figura 4. Diagrama T-s del ciclo de refrigeración de la planta piloto

El ciclo de refrigeración de la planta piloto tiene las siguientes consideraciones:

- El refrigerante en la entrada de la válvula de expansión se considera líquido saturado.
- A la salida del evaporador, se forma un volumen de vapor sobrecalentado de refrigerante cuando la fracción de vacío promedio del refrigerante de la mezcla saturada de líquido vapor, alcanza al valor de la fracción total de vacío la cual es una función de la presión.
- La compresión en el compresor es un proceso politrópico, en el cual el refrigerante entra como vapor saturado o sobrecalentado, y sale como vapor sobrecalentado.
- En el condensador, el refrigerante transfiere calor hacia el exterior y se comporta como una mezcla saturada de líquido vapor.
- Todo el refrigerante recircula dentro del ciclo de refrigeración no se agrega ni se pierde refrigerante durante el funcionamiento.

- Las presiones dentro del evaporador y el condensador se consideran constantes, es decir, que no se considera la caída de presión causadas por la fricción del refrigerante dentro de estos dispositivos.
- \dot{Q}_e es la transferencia de calor total que el refrigerante dentro del evaporador absorbe.
- \dot{Q}_c es la transferencia de calor total que el refrigerante dentro del condensador rechaza.
- \dot{W}_{comp} es la potencia efectiva que el refrigerante recibe del compresor.
- El aire dentro del túnel recircula, es decir, no ingresa aire del exterior a la cámara frigorífica.

2.2.2.1 Válvula de expansión. Las válvulas de expansión son dispositivos que restringen el flujo de un fluido provocando una caída considerable de presión. Por causa de esta caída de presión se genera una gran disminución de la temperatura (Çengel & Boyles, 2012).

Estas válvulas usualmente son dispositivos pequeños por lo que se puede asumir que el proceso de expansión se considera adiabático ya que no hay suficiente tiempo ni área para que ocurra una transferencia efectiva de calor. Tampoco se realiza el trabajo y, los cambios de la energía potencial y cinética se consideran muy pequeños. Por tanto, se consideran que el proceso es isoentálpico (Çengel & Boyles, 2012).

Las funciones que la válvula realiza en el sistema de refrigeración son:

- Iniciar, detener y dirigir el flujo.
- Regular, controlar o reducir el caudal.
- Prevenir el reflujo.
- Regular la presión (Aramburú-Pardo, 2017).

Para la modelación del sistema matemático se está considerando una válvula de control electrónico, como la que se muestra en la Figura 5, la cual permite regular el caudal mediante el grado de apertura. De esta forma se puede regular el flujo másico que atravesará el dispositivo.



Figura 5. Valvula de expansión electrónica

Fuente: <http://eliwellstore.com/>

2.2.2.2 Evaporador. El evaporador está conformado por una serie de tubos dispuestos dentro de una carcasa metálica. Está construido con un material de alta conductividad térmica para aumentar la transferencia de calor entre el aire y el refrigerante. Al evaporador entra refrigerante como una mezcla saturada líquido-vapor en donde puede producirse la ebullición a causa de que la presión en el evaporador disminuye por la succión del compresor, el refrigerante se evapora completamente teniendo a la salida vapor saturado o vapor sobrecalentado.

Para la planta piloto el evaporador está conformado por dos intercambiadores de calor INTERCAL, cada uno tiene un peso de 263 kg y una capacidad para el refrigerante de 16.9 L, las dimensiones se detallan en la Figura 6.

Para incrementar la convección se fuerza el flujo de aire mediante un ventilador de 830 mm de diámetro y con una capacidad de 28 000 metros cúbicos por hora, funciona con un motor de 4 600 W y una velocidad nominal de 1 740 RPM.

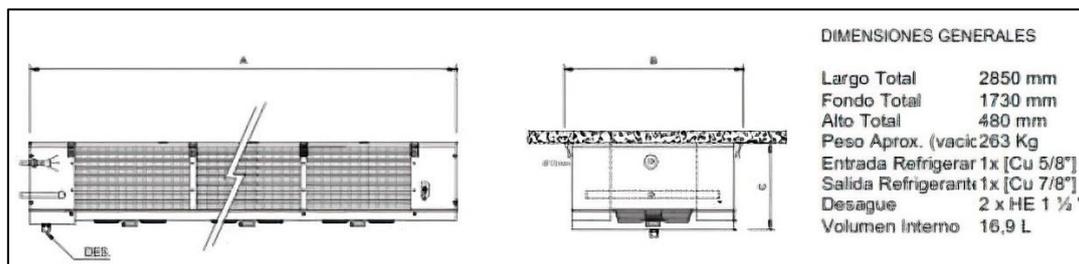


Figura 6. Dimensiones generales intercambiador de calor

Fuente: INTERCAL

En la Figura 7 se muestra una fotografía del evaporador instalado dentro de la planta piloto.



Figura 7. Fotografía del evaporador dentro de la planta piloto

2.2.2.3 Compresor. El compresor es el elemento que aporta trabajo al ciclo de refrigeración, con este trabajo el fluido aumenta su presión, lo que permite la transferencia de calor con el ambiente.

El compresor instalado en la planta piloto es de la marca Bitzer, modelo 4FES-5Y-4PS, es un compresor recíprocante de doble pistón, ver Figura 8, cuenta con un inversor de frecuencia incorporado lo que permite variar la velocidad de giro del compresor. Necesita un voltaje de entrada de 380V-420V trifásica y puede consumir una corriente máxima de 18 A.

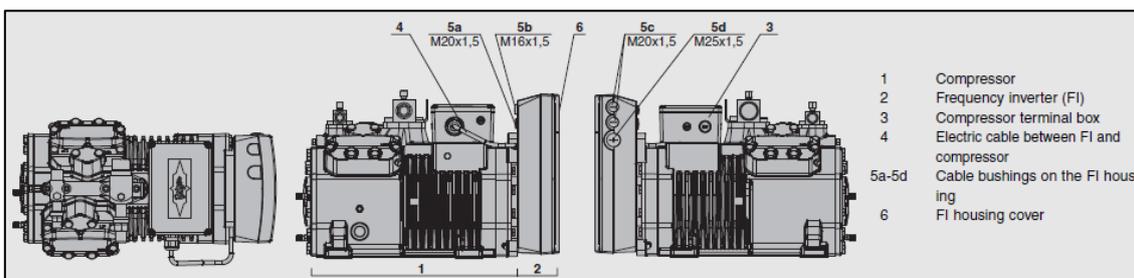


Figura 8. Esquema compresor Bitzer

Fuente: Ficha de información técnica Bitzer

2.2.2.4 Condensador. El condensador es el dispositivo que rechaza el calor del refrigerante que ha sido descargado del compresor a alta temperatura y a alta presión. Es aquí donde el refrigerante pasa de vapor sobrecalentado a líquido saturado, el cual llegará a la entrada de la válvula electrónica de expansión. Idealmente rechaza todo el calor que el refrigerante ha absorbido en el evaporador y, el trabajo que recibió del compresor, completando el ciclo de refrigeración del sistema.

En la planta piloto se ha optado por la unidad condensadora Bitzer la cual tiene una potencia frigorífica de 9.34 kW, el equipo Bitzer está conformado por el condensador, el compresor, recipiente de succión, separador de aceite, control electrónico de líneas en succión y descarga, ventiladores para convección forzada del condensador, tablero electrónico incorporado, ver Figura 9.

2.2.2.5 Túnel de enfriamiento. El túnel de enfriamiento está construido sobre una losa de concreto. Las paredes y el techo fueron construidos con material aislante de calor, con un espesor de 10 cm de material polimérico recubierto con planchas metálicas. La conductividad térmica del polímero es de 0.049 W/Km.

Las dimensiones del túnel de frío son de 4.4 m de ancho por 4 m de largo y 2.3 m de altura. El área total de las paredes y el techo de material aislante es de 56.24 metros cuadrados. Considerando el volumen que ocupa el evaporador dentro del túnel de enfriamiento, el aire ocupa un volumen de 40.48 metros cúbicos.

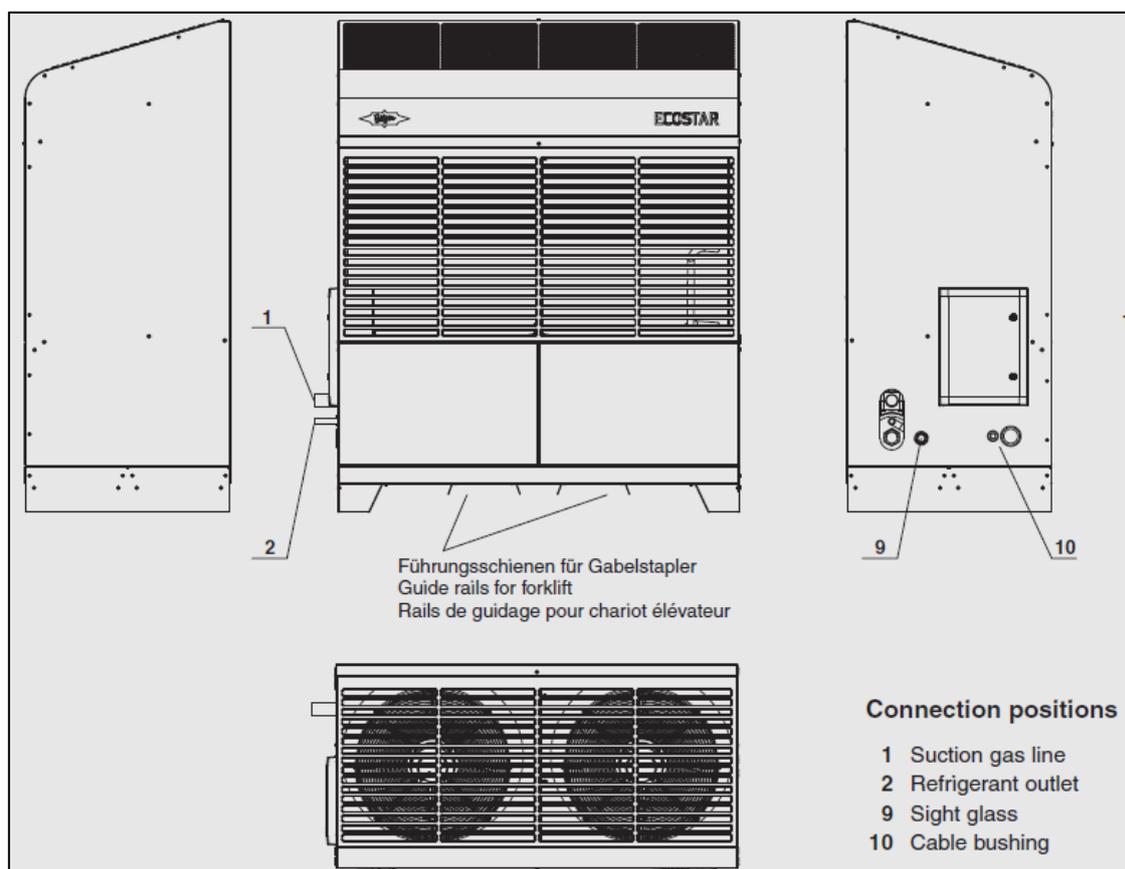


Figura 9. Esquema unidad condensadora Bitzer

Fuente: Ficha de información técnica Bitzer

2.2.2.1 Carga. El túnel de enfriamiento a nivel industrial se usa para enfriar distintos agro-productos dependiendo de la temporada. En esta investigación se ha centrado en el

proceso de refrigeración para la exportación de mango, debido a que a Perú es uno de los principales exportadores de mango a nivel mundial.

Entre las características físicas del mango se tiene que el tamaño del mango varía entre 12 a 18 cm de diámetro. Para las variedades de mango peruano más representativas se tiene Tommy Atkins, Handen y Kent las cuales se deben conservar de 9 a 10 grados centígrados.

El mango es un producto muy sensible a los cambios de temperatura, es por ello que se requiere de mucha precisión al controlar la temperatura de refrigeración en las etapas de almacenamiento, distribución y comercialización.

El mango es envasado en cajas de cartón corrugado y encerado, ver Figura 10. Estas cajas tienen una capacidad de 4 kg, aproximadamente 8 mangos por caja, por lo que se ha aproximado que el peso promedio del mango es de 500 gramos.

Por el proceso metabólico del mango, éste genera un calor, que se denomina calor de respiración y es una función de la temperatura de la fruta. Para desacelerar el proceso metabólico de maduración es necesario disminuir la temperatura de la fruta lo cual también disminuiría el calor de respiración que genera.



Figura 10. Mango envasado para ser almacenado

Capítulo 3

Modelo matemático del sistema de refrigeración

En este capítulo se desarrolla el modelo paramétrico para la simulación del sistema de refrigeración con las características que se han expuesto de la planta piloto. El modelo que se presentará será dinámico para todos los componentes que conforman el sistema de refrigeración, el túnel de frío y la carga.

Para los casos de los intercambiadores de calor, el túnel de frío y la carga se usa los balances de energía y masa que conforman los principios de la termodinámica. Esto permite escribir ecuaciones dinámicas de las variables que describen el comportamiento del proceso respecto del tiempo.

Para los componentes del compresor y la válvula electrónica de expansión se usarán ecuaciones algebraicas que imiten el comportamiento real de estos componentes.

3.1 Modelación modular de los componentes

Se realizó una modelación modular de los componentes, de esta forma se tiene un subsistema que represente a cada uno de estos. Existirán variables universales que pertenecen a la totalidad del sistema de refrigeración, pero a su vez también cada subsistema tendrá sus propias entradas y salidas, de tal forma que el ciclo de refrigeración se complete cuando se haya ingresado a todos los subsistemas (Sørensen, Skovrup, Jessen, & Stoustrup, 2015).

Para lo cual se usará la siguiente numeración, ver Figura 11, para señalar la entrada y salida de cada uno de los componentes del sistema de refrigeración:

1. Corresponde a la salida del condensador y a la entrada de la válvula de expansión electrónica.
2. Corresponde a la salida de la válvula de expansión y a la entrada del evaporador.
3. Corresponde a la salida del evaporador y a la entrada del compresor.
4. Corresponde a la salida del compresor y a la entrada del condensador.

Ya que el evaporador se está considerando como un intercambiador de calor donde los fluidos de trabajo son el aire y el refrigerante (Aramburú-Pardo, Manrique, & Saavedra,

2017), es importante diferenciar al aire dentro del evaporador con el aire dentro del túnel de frío, para lo que se hace uso de la nomenclatura presentada en la Figura 11. El aire dentro del evaporador es parte de este componente y tendrá una ecuación diferencial, diferente al aire dentro del túnel de frío.

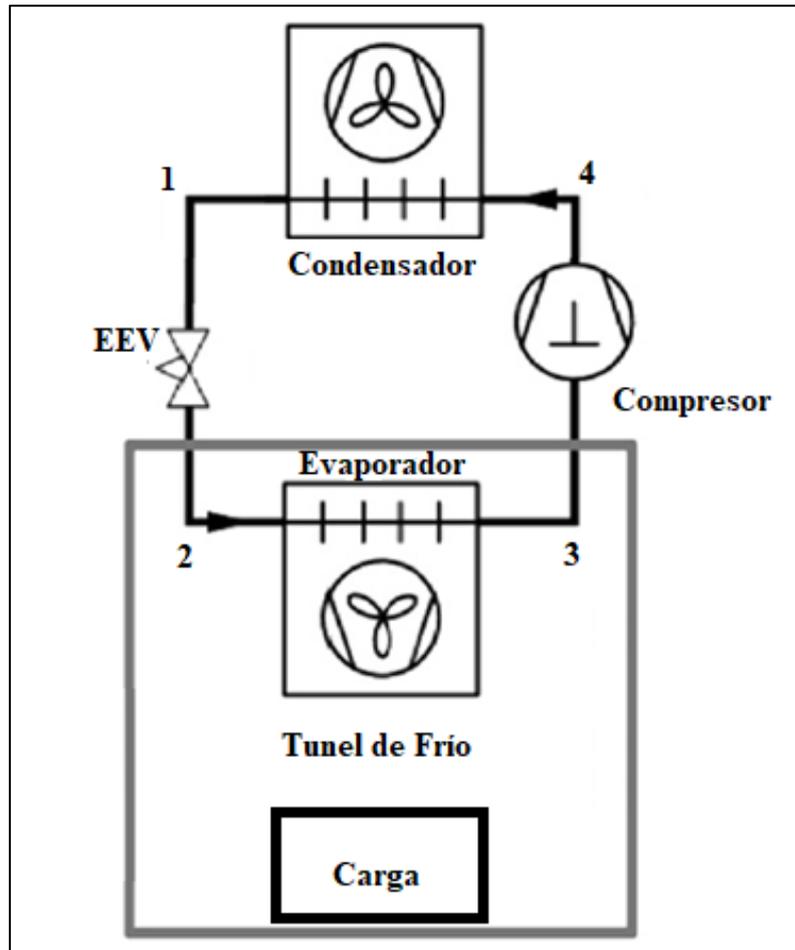


Figura 11 . Esquema componentes sistema de refrigeración

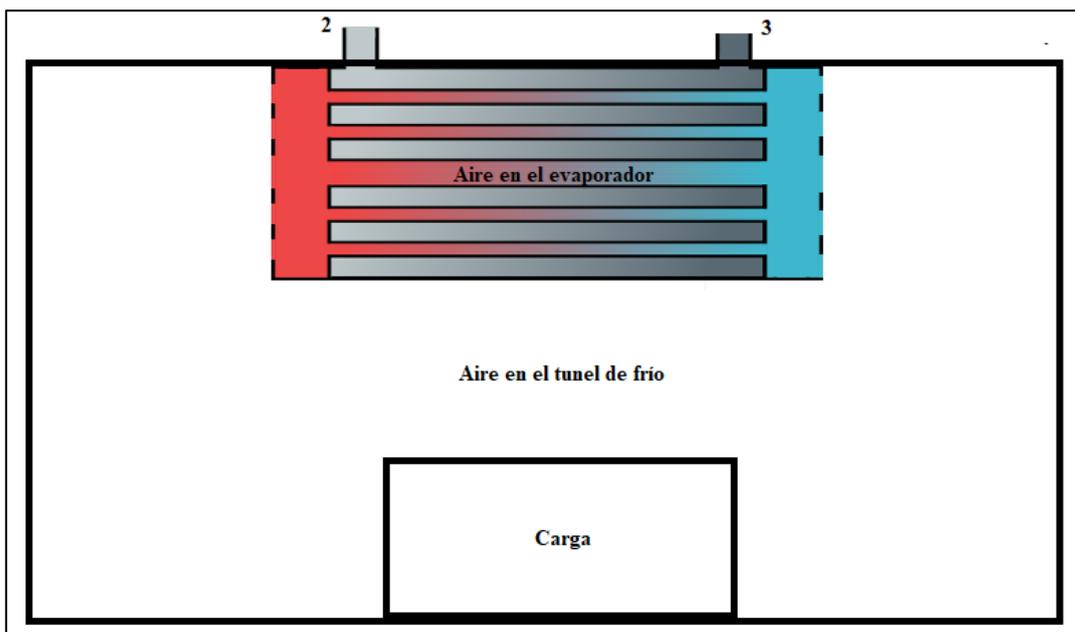


Figura 12. Esquema detallado del evaporador y el túnel de frío

3.1.1 Válvula electrónica de expansión

El subíndice correspondiente a la entrada de la válvula de expansión es 1 y para el subíndice a la salida es 2. Se muestra en Figura 13.

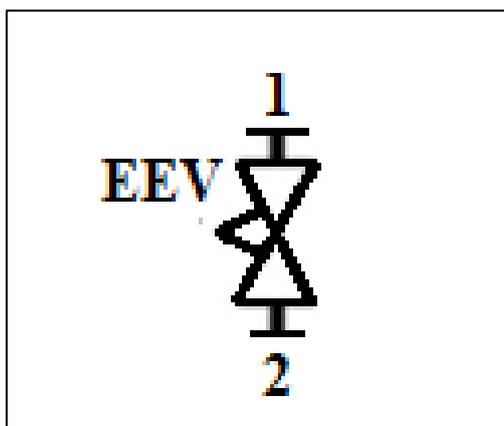


Figura 13. Esquema válvula de expansión

En un proceso de refrigeración ideal la expansión al interior de la válvula es isoentálpica, es decir, que la entalpía específica del refrigerante a la entrada de la válvula (h_{r-1}) es igual a la entalpía específica del refrigerante a la salida de la válvula (h_{r-2}).

Las variables de entrada del subsistema son la entalpía específica a la entrada de la válvula (h_{r-1}), la presión en el evaporador (P_e), la presión en el condensador (P_c) y el grado de apertura de la válvula (OD), cuyo valor varía entre 25% a 100%. Las variables de este subsistema corresponden al flujo másico de la válvula de expansión (\dot{m}_{r-EEV}), la entalpía del refrigerante a la salida de la válvula de expansión (h_{r-2}), la calidad de vapor del refrigerante,

la salida de la válvula de expansión (x_{r-2}) y la temperatura de refrigerante a la salida de la válvula de expansión (T_{r-2}).

$$h_{r-2} = h_{r-1} \quad (3.1)$$

Se puede considerar al proceso de expansión, al interior de la válvula de expansión como adiabático, esto se debe a que el volumen interno de la válvula es muy pequeño. El modelo matemático de la válvula electrónica de expansión es puramente algebraico (Sørensen, Skovrup, Jessen, & Stoustrup, 2015). Se agrupa el coeficiente de descarga y el área nominal de válvula como una única constante (kVA).

$$\dot{m}_{r,EEV} = ODkVA\sqrt{\rho_{r-1}(P_c - P_e)} \quad (3.2)$$

Donde la densidad en la entrada de la válvula (ρ_{r-1}) al ser una propiedad termodinámica, se puede obtener con la entalpía específica a la entrada de la válvula (h_{r-1}) y la presión en el condensador (P_c).

$$\rho_{r-1} = \rho(P_c, h_{r-1}) \quad (3.3)$$

El grado de apertura de la válvula restringe el flujo másico de refrigerante al evaporador, de modo que se puede controlar la diferencia entre las presiones del evaporador y del condensador (Zhou, y otros, 2010)

La calidad de vapor y la temperatura de salida se obtienen con la presión en el evaporador y la entalpía del refrigerante a la salida de la válvula de expansión:

$$x_{r-2} = x(P_e, h_2) \quad (3.4)$$

$$T_{r-2} = T(P_e, h_2) \quad (3.5)$$

3.1.2 Evaporador

El subíndice correspondiente a la entrada del evaporador es 2 y el que corresponde a la salida del evaporador es 3. Se muestra en Figura 14.

Como variables de entrada al evaporador se necesitan la entalpía específica en la frontera de entrada del evaporador (h_{r-2}), la presión en el evaporador (P_e), el flujo másico a la entrada del evaporador (\dot{m}_{r-EEV}) y a la salida (\dot{m}_{r-Comp}), la entalpía específica en la frontera de salida del evaporador (h_{r-3}) y, por último, la temperatura del aire en el evaporador (T_{AE}). Se hace necesario conocer la masa de refrigerante de cada volumen de control en el tiempo, por lo que se almacena este valor junto con la entalpía específica de refrigerante de cada volumen de control en variables.

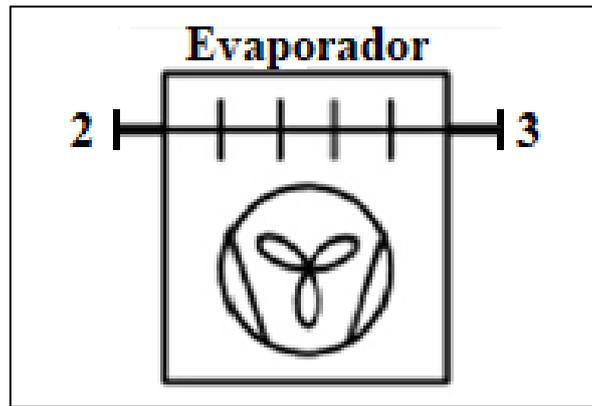


Figura 14. Esquema evaporador

Las variables de salida son la derivada de la presión en el evaporador ($\frac{dP_e}{dt}$), la derivada de la entalpía a la entrada de compresor ($\frac{dh_{r-3}}{dt}$), la transferencia de calor total entre el refrigerante y el metal del evaporador (\dot{Q}_e) y, la derivada de la entalpía del aire en el evaporador ($\frac{dh_{AE}}{dt}$).

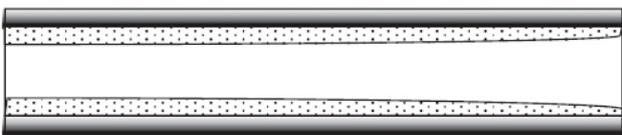
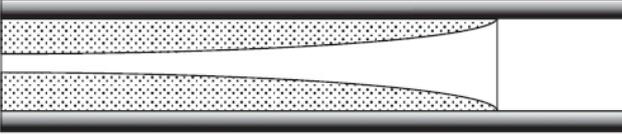
Dentro del evaporador puede coexistir el refrigerante en dos estados. Durante el funcionamiento normal del evaporador, se formará un volumen de vapor sobrecalentado de refrigerante en la salida del evaporador, que coexiste con un volumen de mezcla saturada de líquido-vapor. A pesar de ser la misma sustancia, el refrigerante se comporta diferente como mezcla saturada de líquido-vapor y como vapor sobrecalentado (Li & Alleyne, 2010) (Gräber, Strupp, & Tegethoff, 2010) (Bonilla, Yebra, Dormido, & Cellier, 2012) (Qiao, Aute, & Radermacher, 2014) (Eldredge, Rasmussen, & Alleyne, 2008).

Además, se tiene que, durante el arranque del equipo, el refrigerante se comporta únicamente como una mezcla saturada líquido-vapor, por lo tanto, es importante presentar un modelo matemático en el evaporador que pueda cambiar entre el modo de operación cuando las condiciones lo indiquen (Li & Alleyne, 2010). En la Tabla 1 se muestra la representación de los dos escenarios que se pueden formar dentro del evaporador.

Para lograr esto, primero se empleará el método de la frontera móvil, ya que los volúmenes que se forman dentro del evaporador de vapor sobrecalentado y mezcla saturada líquido-vapor son dinámicos, es decir, que cambian su longitud en el tiempo.

Tabla 1.

Representación de los modos de operación del evaporador

MODO	ZONAS EN EL MODELO	REPRESENTACION
MODO 1	MEZCLA LÍQUIDO VAPOR SATURADO	 <p>MEZCLA LIQUIDO-VAPOR</p>
MODO 2	MEZCLA LÍQUIDO VAPOR SATURADO Y VAPOR SOBRECALENTADO	 <p>MEZCLA LIQUIDO VAPOR VAPOR SOBRECALENTADO</p>

Nota: Las figuras fueron tomadas de Li & Alleye (2010).

3.1.2.1 Método de la frontera móvil para modelado. Ya que dentro del evaporador pueden existir el refrigerante en estos dos estados, esto hace muy difícil especificar las propiedades termodinámicas del refrigerante, las cuales son necesarias para aplicar el balance de energía y masa que describen el comportamiento del refrigerante (Alfaya, 2014).

Este método de la frontera móvil pretende solucionar este problema. De forma que cada estado del fluido dentro del evaporador se modelará como un sub-intercambiador de calor conectados en serie. Para cada uno de estos se plantearán los balances de energía y masa, de forma que las condiciones de frontera finales de uno se usarán como las condiciones de frontera iniciales para el siguiente, relacionándose por el flujo másico que atraviesa desde uno hacia el otro.

Para definir completamente las ecuaciones dentro del evaporador será necesario establecer una variable que nos permita determinar la longitud de los volúmenes de control formados dentro del evaporador. Esta longitud influirá en la transferencia de calor que recibe el refrigerante en cada uno de estos sub-intercambiadores e influirán en los balances de masa y energía.

Por lo tanto, se define la longitud normalizada (σ_e) que representa la fracción del evaporador lleno con el refrigerante en estado bifásico (Sørensen, Skovrup, Jessen, & Stoustrup, 2015).

$$\sigma_e = \frac{M_{LV}}{v_e \rho_{LV}} = \frac{v_{LV}}{V_e} \quad (3.6)$$

Donde:

- M_{LV} : Masa de Refrigerante en estado de mezcla saturada líquido-vapor al interior del evaporador.
- ρ_{LV} : Densidad promedio de la mezcla líquido vapor.
- v_e : Capacidad volumétrica total del evaporador para el refrigerante.
- v_{LV} : es el volumen que ocupa el refrigerante en estado bifásico dentro del evaporador.

A partir de la definición de longitud normalizada (σ_e) se puede definir la relación del volumen que ocupa el vapor sobrecalentado respecto al volumen total del evaporador, ya que solo pueden existir dos volúmenes de control dentro del evaporador, el volumen de mezcla saturada líquido-vapor y el volumen del vapor sobrecalentado (Li & Alleyne, 2010).

$$v_e = v_{LV} + v_V \quad (3.7)$$

Donde v_V es el volumen que ocupa el refrigerante en estado vapor sobrecalentado dentro del evaporador. Dividiendo la expresión entre el volumen del evaporador y reemplazando la definición de la longitud normalizada (σ_e) se tiene:

$$1 = \frac{v_{LV}}{V_e} + \frac{v_V}{V_e} \quad (3.8)$$

$$1 = \sigma_e + \frac{v_V}{v_e} \quad (3.9)$$

Despejando el volumen de vapor sobrecalentado:

$$v_V = (1 - \sigma_e)v_e \quad (3.10)$$

Para definir el área de transferencia de calor en cada sub-intercambiador partimos del área total del tubo por donde el refrigerante hace su recorrido, el cual tiene un diámetro constante en todo su recorrido. El área de transferencia de calor por convección entre el refrigerante y el metal (A_{rm}) sería igual a:

$$A_{rm} = \pi D_{tubo} L_{tubo} \quad (3.11)$$

Donde D_{tubo} y L_{tubo} son el diámetro y la longitud del tubo por donde recorre el refrigerante dentro del evaporador. Se puede partir de la definición de la longitud normalizada

(σ_e) para determinar el área de transferencia entre el refrigerante en estado bifásico y el metal.

$$\sigma_e = \frac{v_{LV}}{v_e} = \frac{A_{tubo}L_{LV}}{A_{tubo}L_{tubo}} \quad (3.12)$$

Donde A_{tubo} es el área transversal del tubo y L_{LV} es la longitud del tubo lleno con refrigerante en estado bifásico. Simplificando los términos iguales y despejando a L_{LV} se tiene que:

$$L_{LV} = \sigma_e L_{tubo} \quad (3.13)$$

El área de transferencia de calor entre el refrigerante en estado bifásico y el metal ($A_{LV,rm}$) es igual a:

$$A_{LV,rm} = \pi D_{tubo} L_{LV} \quad (3.14)$$

Reemplazando la ecuación (3.13) en (3.14) se obtiene:

$$A_{LV,rm} = \pi D_{tubo} \sigma_e L_{tubo} \quad (3.15)$$

De forma que si se reemplaza la ecuación (3.11) en (3.15), el área de transferencia queda en función del área total de transferencia de calor entre el metal y el refrigerante:

$$A_{LV,rm} = \sigma_e A_{rm} \quad (3.16)$$

Por lo tanto, el área de transferencia de calor entre el refrigerante en estado vapor sobrecalentado y el metal ($A_{V,rm}$) es igual a:

$$A_{rm} = A_{V,rm} + A_{LV,rm} \quad (3.17)$$

$$A_{V,rm} = A_{rm} - A_{LV,rm} \quad (3.18)$$

$$A_{V,rm} = (1 - \sigma_e) A_{rm} \quad (3.19)$$

Las transferencias de calor entre el refrigerante y el metal quedan definidas como:

$$\dot{Q}_{LV} = U_{LV,rm} A_{rm} \sigma_e (T_{M1} - T_{r-LV}) \quad (3.20)$$

$$\dot{Q}_V = U_{V,rm} A_{rm} (1 - \sigma_e) (T_{M2} - T_{r-V}) \quad (3.21)$$

$$\dot{Q}_e = \dot{Q}_{LV} + \dot{Q}_V \quad (3.22)$$

Donde:

- $U_{LV,rm}$: Coeficiente de transferencia de calor entre el refrigerante en estado bifásico y el metal del evaporador.
- $U_{V,rm}$: Coeficiente de transferencia de calor entre el refrigerante en estado vapor sobrecalentado y el metal del evaporador.
- T_{M1} : Temperatura media del metal del evaporador en contacto con el refrigerante en estado bifásico.
- T_{M2} : Temperatura media del metal del evaporador en contacto con el refrigerante en estado vapor sobrecalentado.
- T_{r-LV} : Temperatura media del refrigerante en el evaporador en estado bifásico.
- T_{r-V} : Temperatura media del refrigerante en el evaporador en estado vapor sobrecalentado.
- \dot{Q}_{LV} : Transferencia de Calor que recibe el refrigerante en estado mezcla saturada líquido-vapor del metal del evaporador.
- \dot{Q}_V : Transferencia de Calor que recibe el refrigerante en estado vapor sobrecalentado del metal del evaporador.

A continuación, se presentan como se dividirá al evaporador para formar los sub-intercambiadores de calor, ver Figura 15.

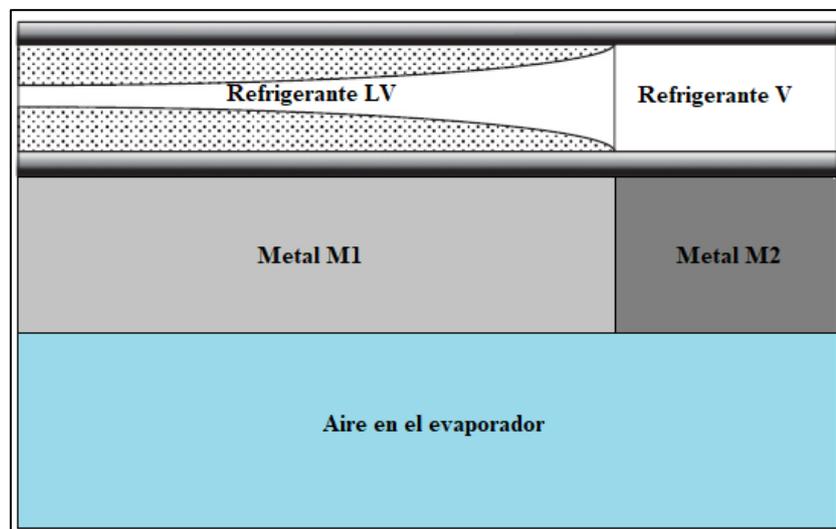


Figura 15. Esquema de los sub-intercambiadores dentro del evaporador

La masa de metal del evaporador se divide en dos zonas diferenciadas por la transferencia de calor, esto se debe a que interactúan únicamente con un volumen de control de refrigerante en el evaporador (Li & Alleyne, 2010).

De acuerdo con esto se dividirá al evaporador de la siguiente forma: el refrigerante en estado bifásico y el metal M1 formaran el volumen de control LV, el refrigerante en estado vapor sobrecalentado y el metal M2 formaran el volumen de control V, y el aire dentro del evaporador forma el volumen de control AE.

Se asumirá que en todos los componentes que conforman el sistema de refrigeración, el cambio de energía cinética y potencial es despreciable respecto al cambio de la energía total del sistema. De forma que:

$$E_{sistema} = (me)_{sistema} = (mu)_{sistema} \quad (3.23)$$

Reemplazando la ecuación (3.23) en (1.25):

$$\frac{d(mu)_{sistema}}{dt} = \left(\dot{Q}_{entrada} + \dot{W}_{entrada} + \sum_{entrada} \dot{m}\theta \right) - \left(\dot{Q}_{salida} + \dot{W}_{salida} + \sum_{salida} \dot{m}\theta \right) \quad (3.24)$$

Partiendo de la definición de la entalpía que se explica en la ecuación (1.21) se puede escribir a la energía interna como:

$$u = h - Pv \quad (3.25)$$

Multiplicando a (3.25) por la masa, se obtiene lo siguiente:

$$mu = mh - Pv \quad (3.26)$$

Donde v es el volumen de la sustancia que se está analizando y P es la presión a la que está sometida la sustancia. Reemplazando a (3.26) en (3.24):

$$\frac{d(mh)_{sistema}}{dt} - \frac{d(Pv)_{sistema}}{dt} = \left(\dot{Q}_{entrada} + \dot{W}_{entrada} + \sum_{entrada} \dot{m}\theta \right) - \left(\dot{Q}_{salida} + \dot{W}_{salida} + \sum_{salida} \dot{m}\theta \right) \quad (3.27)$$

Esta nueva expresión será usada para realizar el balance de energía en los siguientes apartados.

3.1.2.2 Volumen de control LV. Para poder describir las propiedades de la mezcla saturada líquido-vapor, es necesario incluir la definición de la fracción media de vacío. La fracción volumétrica de vacío es la relación del volumen de gas saturado dividido entre la suma

del volumen de vapor saturado (v_g) y del volumen de líquido saturado (v_f) (Li & Alleyne, 2010):

$$\gamma_e = \frac{v_g}{v_g + v_f} \quad (3.28)$$

El balance de masa del refrigerante en el volumen de control LV es igual a:

$$\frac{dM_{LV}}{dt} = \dot{m}_{LV,in} - \dot{m}_{LV,out} \quad (3.29)$$

Donde $\dot{m}_{LV,in}$ y $\dot{m}_{LV,out}$ son los flujos máxicos de refrigerante de entrada y salida del volumen de control LV.

Se usa la definición de la longitud normalizada para reemplazar el término de la masa de mezcla líquido-vapor saturado, se obtiene la siguiente ecuación:

$$\frac{d(\rho_{LV} v_e \sigma_e)}{dt} = \dot{m}_{LV,in} - \dot{m}_{LV,out} \quad (3.30)$$

$$v_e \left(\frac{d\rho_{LV}}{dt} \sigma_e + \rho_{LV} \frac{d\sigma_e}{dt} \right) = \dot{m}_{LV,in} - \dot{m}_{LV,out} \quad (3.31)$$

A partir de la definición de la fracción de vacío se define a la densidad del volumen de control LV como (Gräber, Strupp, & Tegethoff, 2010):

$$\rho_{LV} = \gamma_e \rho_{VSAT} + (1 - \gamma_e) \rho_{LSAT} \quad (3.32)$$

Donde:

- ρ_{VSAT} : densidad del refrigerante en estado vapor saturado.
- ρ_{LSAT} : densidad del refrigerante en estado líquido saturado.

Para el refrigerante en estado líquido saturado y vapor saturado, la temperatura y presión son de saturación. De acuerdo con lo que se presentó en el acápite 1.1.2.2, existe una dependencia entre la temperatura y la presión de saturación, lo que permite escribir a la densidad de líquido saturado y la densidad de vapor saturado como funciones únicamente de la presión.

$$\rho_{LSAT} = f(P) \quad (3.33)$$

$$\rho_{VSAT} = f(P) \quad (3.34)$$

Al derivar la ecuación de la densidad del volumen de la mezcla líquido vapor se obtiene:

$$\frac{d\rho_{LV}}{dt} = \frac{d\gamma_e}{dt} \rho_{VSAT} + \gamma_e \frac{d\rho_{VSAT}}{dt} + \frac{d(1-\gamma_e)}{dt} \rho_{LSAT} + (1-\gamma_e) \frac{d\rho_{LSAT}}{dt} \quad (3.35)$$

Como la densidad de vapor y líquido saturados son funciones de la presión sus derivadas en función del tiempo se pueden calcular con la regla de la cadena, de forma que se obtiene:

$$\frac{d\rho_{LV}}{dt} = \frac{d\gamma_e}{dt} \rho_{VSAT} + \gamma_e \frac{d\rho_{VSAT}}{dP_e} \frac{dP_e}{dt} - \frac{d\gamma_e}{dt} \rho_{LSAT} + (1-\gamma_e) \frac{d\rho_{LSAT}}{dP_e} \frac{dP_e}{dt} \quad (3.36)$$

Agrupando los términos se puede escribir la ecuación como:

$$\frac{d\rho_{LV}}{dt} = \frac{\partial \rho_{LV}}{\partial \gamma_e} \frac{d\gamma_e}{dt} + \frac{\partial \rho_{LV}}{\partial P_e} \frac{dP_e}{dt} \quad (3.37)$$

Donde:

- $\frac{\partial \rho_{LV}}{\partial \gamma_e} = (\rho_{VSAT} - \rho_{LSAT})$
- $\frac{\partial \rho_{LV}}{\partial P_e} = \left(\gamma_e \frac{\partial \rho_{VSAT}}{\partial P_e} + (1-\gamma_e) \frac{\partial \rho_{LSAT}}{\partial P_e} \right)$

Se reemplaza en (3.31), resulta:

$$\sigma_e \frac{\partial \rho_{LV}}{\partial \gamma_e} \frac{d\gamma_e}{dt} + \sigma_e \frac{\partial \rho_{LV}}{\partial P_e} \frac{dP_e}{dt} + \rho_{LV} \frac{d\sigma_e}{dt} = \frac{\dot{m}_{LV,in}}{v_e} - \frac{\dot{m}_{LV,out}}{v_e} \quad (3.38)$$

Si se aplica el balance de energía que se detalló en la ecuación (3.27) al refrigerante dentro del volumen de control LV, teniendo en cuenta que no hay transferencia de calor de salida del refrigerante, tampoco existe transferencia de trabajo de entrada y, aparece la forma diferencial del trabajo de frontera (δW_{b-LV}) como se detalló en la ecuación (1.12). De acuerdo con lo que se expuso en el acápite 1.1.3.1 se considera como un trabajo de salida, y se obtiene la siguiente expresión.

$$\frac{d(m_{LV}h_{LV})}{dt} - \frac{d(v_{LV}P_e)}{dt} = \dot{Q}_{LV} + \dot{m}_{LV,in}h_{LV,in} - \delta W_{b-LV} - \dot{m}_{LV,out}h_{LV,out} \quad (3.39)$$

Reemplazando con la definición, de la forma diferencial del trabajo de frontera móvil y resolviendo las derivadas de los productos, se tiene la siguiente expresión:

$$\begin{aligned} m_{LV} \frac{dh_{LV}}{dt} + h_{LV} \frac{dm_{LV}}{dt} - P_e \frac{dv_{LV}}{dt} - v_{LV} \frac{dP_e}{dt} \\ = \dot{Q}_{LV} + \dot{m}_{LV,in}h_{LV,in} - \dot{m}_{LV,out}h_{LV,out} - P_e \frac{dv_{LV}}{dt} \end{aligned} \quad (3.40)$$

Se simplifican los términos iguales que aparecen en ambos lados de la ecuación y se sustituye la derivada de la masa, se tiene:

$$m_{LV} \frac{dh_{LV}}{dt} - v_{LV} \frac{dP_e}{dt} = \dot{Q}_{LV} + \dot{m}_{LV,in}(h_{LV,in} - h_{LV}) - \dot{m}_{LV,out}(h_{LV,out} - h_{LV}) \quad (3.41)$$

Para hallar la derivada de la entalpía específica del refrigerante en el volumen de control LV en función de la presión y la fracción de vacío. Al igual que con la densidad del refrigerante en estado mezcla saturada líquido-vapor, se puede definir el producto de la masa y la entalpía específica del refrigerante en estado bifásico en función de la fracción media de vacío (Gräber, Strupp, & Tegethoff, 2010):

$$m_{LV} h_{LV} = v_{LV} (\gamma_e \rho_{VSAT} h_{VSAT} + (1 - \gamma_e) \rho_{LSAT} h_{LSAT}) \quad (3.42)$$

Reemplazando a m_{LV} y v_{LV} con expresiones en función de σ_e se tiene:

$$\rho_{LV} v_e \sigma_e h_{LV} = v_e \sigma_e (\gamma_e \rho_{VSAT} h_{VSAT} + (1 - \gamma_e) \rho_{LSAT} h_{LSAT}) \quad (3.43)$$

Se simplifican los términos comunes, como resultado se tiene:

$$\rho_{LV} h_{LV} = (\gamma_e \rho_{VSAT} h_{VSAT} + (1 - \gamma_e) \rho_{LSAT} h_{LSAT}) \quad (3.44)$$

Se ha presentado en el acápite 1.1.2.2 que la presión y la temperatura durante un cambio de estados tienen una dependencia, lo que permite escribir a las entalpías específicas de vapor y líquido saturados como funciones de la presión.

$$h_{LSAT} = f(P) \quad (3.45)$$

$$h_{VSAT} = f(P) \quad (3.46)$$

Derivando el producto de la densidad y la entalpía específica del refrigerante en el volumen de control LV:

$$\begin{aligned} \rho_{LV} \frac{dh_{LV}}{dt} + h_{LV} \frac{d\rho_{LV}}{dt} &= \frac{d\gamma_e}{dt} \rho_{VSAT} h_{VSAT} + \gamma_e \frac{d\rho_{VSAT}}{dt} h_{VSAT} + \gamma_e \rho_{VSAT} \frac{dh_{VSAT}}{dt} \\ &+ \frac{d(1 - \gamma_e)}{dt} \rho_{LSAT} h_{LSAT} + (1 - \gamma_e) \frac{d\rho_{LSAT}}{dt} h_{LSAT} \\ &+ (1 - \gamma_e) \rho_{LSAT} \frac{dh_{LSAT}}{dt} \end{aligned} \quad (3.47)$$

Reemplazando la derivada de la densidad del refrigerante dentro del volumen de control LV que se presentó en (3.36):

$$\begin{aligned}
\rho_{LV} \frac{dh_{LV}}{dt} = & (\rho_{VSAT} h_{VSAT} - \rho_{VSAT} h_{LV} + \rho_{LSAT} h_{LV} - \rho_{LSAT} h_{LSAT}) \frac{d\gamma_e}{dt} \\
& + \left(\gamma_e \frac{d\rho_{VSAT}}{dP_e} h_{VSAT} - \gamma_e \frac{d\rho_{VSAT}}{dP_e} h_{LV} + \gamma_e \rho_{VSAT} \frac{dh_{VSAT}}{dP_e} \right. \\
& + (1 - \gamma_e) \frac{d\rho_{LSAT}}{dP_e} h_{LSAT} - (1 - \gamma_e) \frac{d\rho_{LSAT}}{dP_e} h_{LV} \\
& \left. + (1 - \gamma_e) \rho_{LSAT} \frac{dh_{LSAT}}{dP_e} \right) \frac{dP_e}{dt}
\end{aligned} \tag{3.48}$$

Agrupando los términos se obtiene la siguiente expresión y se puede escribir como:

$$\frac{dh_{LV}}{dt} = \frac{\partial h_{LV}}{\partial \gamma_e} \frac{d\gamma_e}{dt} + \frac{\partial h_{LV}}{\partial P_e} \frac{dP_e}{dt} \tag{3.49}$$

Donde:

- $\frac{\partial h_{LV}}{\partial \gamma_e} = \frac{\rho_{VSAT}(h_{VSAT}-h_{LV})+\rho_{LSAT}(h_{LV}-h_{LSAT})}{\rho_{LV}}$
- $\frac{\partial h_{LV}}{\partial P_e} = \frac{\gamma_e \left(\frac{d\rho_{VSAT}}{dP_e} (h_{VSAT}-h_{LV}) + \rho_{VSAT} \frac{dh_{VSAT}}{dP_e} \right) + (1-\gamma_e) \left(\frac{d\rho_{LSAT}}{dP_e} (h_{LSAT}-h_{LV}) + \rho_{LSAT} \frac{dh_{LSAT}}{dP_e} \right)}{\rho_{LV}}$

Reemplazando la derivada de la entalpía específica en (1.33) en el balance de energía se obtiene:

$$\begin{aligned}
m_{LV} \left(\frac{\partial h_{LV}}{\partial \gamma_e} \frac{d\gamma_e}{dt} + \frac{\partial h_{LV}}{\partial P_e} \frac{dP_e}{dt} \right) - v_{LV} \frac{dP_e}{dt} \\
= \dot{Q}_{LV} + \dot{m}_{LV,in} (h_{LV,in} - h_{LV}) - \dot{m}_{LV,out} (h_{LV,out} - h_{LV})
\end{aligned} \tag{3.50}$$

Dividiendo la expresión (3.50) entre la masa del refrigerante en estado bifásico y agrupando los términos que multiplican a la derivada de la presión, se obtiene:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial h_{LV}}{\partial \gamma_e} \frac{d\gamma_e}{dt} + \left(\frac{\partial h_{LV}}{\partial P_e} - \frac{1}{\rho_{LV}} \right) \frac{dP_e}{dt} \\
= \frac{\dot{Q}_{LV} + \dot{m}_{LV,in} (h_{LV,in} - h_{LV}) - \dot{m}_{LV,out} (h_{LV,out} - h_{LV})}{m_{LV}}
\end{aligned} \tag{3.51}$$

Para el metal del evaporador M1, se tiene que cumplir que su masa es igual a la masa total de metal del evaporador multiplicada por la longitud normalizada, ya que la densidad de esta se asume constante en todo momento.

$$m_{M1} = \sigma_e m_M \tag{3.52}$$

Donde:

- m_M : Masa del metal de las aletas y el tubo del evaporador, es constante y depende de las características físicas del evaporador.
- m_{M1} : Masa de metal del evaporador dentro del volumen de control LV.

Derivando la expresión (3. 52) respecto del tiempo, se obtiene:

$$\frac{dm_{M1}}{dt} = m_M \frac{d\sigma_e}{dt} = \dot{m}_{M1} \quad (3. 53)$$

Donde \dot{m}_{M1} es la tasa de la masa del metal que entra al volumen de control LV por causa del movimiento de la frontera.

Se aplica el balance de energía de la ecuación (3. 27), tomando en cuenta que no hay trabajo de entrada y, que al tener una frontera móvil aparece la forma diferencial del trabajo de frontera (δW_{b-M1}).

$$\frac{d(m_{M1}h_{M1})}{dt} - \frac{d(v_{M1}P_{atm})}{dt} = \dot{m}_{M1}h_{M1L} + \dot{Q}_{AM1} - \dot{Q}_{LV} - \delta W_{b-M1} \quad (3. 54)$$

Donde:

- P_{atm} : es la presión atmosférica dentro del túnel de frío, permanece constante en el tiempo.
- \dot{Q}_{AM1} : Transferencia de calor entre el aire y el metal M1.
- h_{M1L} : es la entalpía específica del metal en la frontera de volumen de control LV.

Resolviendo las derivadas de los productos, reemplazando la definición del diferencial del trabajo de frontera, a \dot{m}_{M1} y $\frac{dm_{M1}}{dt}$ se obtiene:

$$\begin{aligned} m_{M1} \frac{dh_{M1}}{dt} + h_{M1} m_M \frac{d\sigma_e}{dt} - P_{atm} \frac{dv_{M1}}{dt} \\ = m_M \frac{d\sigma_e}{dt} h_{M1L} + \dot{Q}_{AM1} - \dot{Q}_{LV} - P_{atm} \frac{dv_{M1}}{dt} \end{aligned} \quad (3. 55)$$

Se simplifican los términos iguales que aparecen en ambos lados de la ecuación, en el caso de los sólidos la entalpía se puede aproximar al producto del calor específico por la temperatura del sólido:

$$m_{M1} \frac{dh_{M1}}{dt} + m_M \frac{d\sigma_e}{dt} c_{p,M}(T_{M1} - T_{M1L}) = \dot{Q}_{AM1} - \dot{Q}_{LV} \quad (3. 56)$$

Donde $c_{p,M}$ es el calor específico del metal con el que están construidas las aletas del evaporador y T_{M1L} es la temperatura del metal en la frontera del volumen de control LV.

Se usa la definición de diferencial de la entalpía específica presentada en la ecuación (1. 33) y se reemplaza con (3. 52) en (3. 56), con lo que la nueva expresión es:

$$\sigma_e m_M \left(c_{p,M} \frac{dT_{M1}}{dt} + \left(\frac{\partial h_{M1}}{\partial P_{atm}} \right)_T \frac{dP_{atm}}{dt} \right) + m_M \frac{d\sigma_e}{dt} c_{p,M} (T_{M1} - T_{M1L}) = \dot{Q}_{AM1} - \dot{Q}_{LV} \quad (3. 57)$$

Ya que la presión atmosférica es constante, su derivada es igual a 0, despejando la derivada de la temperatura del metal M1 se obtiene:

$$\frac{dT_{M1}}{dt} = \frac{1}{\sigma_e} \left(\frac{\dot{Q}_{AM1} - \dot{Q}_{LV}}{m_M c_{p,M}} - (T_{M1} - T_{M1L}) \frac{d\sigma_e}{dt} \right) \quad (3. 58)$$

Para calcular la transferencia de calor entre el aire y el metal M1 se usa:

$$\dot{Q}_{AM1} = \sigma_e U_M A_M (T_{AIR} - T_{M1}) \quad (3. 59)$$

Donde:

- U_M : Coeficiente de transferencia de calor combinado entre el metal del evaporador y el aire.
- A_M : Área de transferencia de calor entre el aire y el metal.
- T_{AIR} : Temperatura media del aire al interior del evaporador.

3.1.2.3 Volumen de control V. En este volumen de control, el refrigerante se encuentra en estado de vapor sobrecalentado. Se describe su comportamiento termodinámico por medio de un balance de masa y energía.

El balance de masa es igual a:

$$\frac{dM_V}{dt} = \dot{m}_{V,in} - \dot{m}_{V,out} \quad (3. 60)$$

Donde $\dot{m}_{V,in}$ y $\dot{m}_{V,out}$ son los flujos máxicos de refrigerante de entrada y salida del volumen de control V. Se puede escribir a la masa de refrigerante en estado de vapor dentro del volumen de control V en función de la longitud normalizada:

$$M_V = v_V \rho_V \quad (3. 61)$$

$$M_V = (1 - \sigma_e) v_e \rho_V \quad (3. 62)$$

Se reemplaza la expresión (3. 62) en (3. 60), y se deriva el producto, se obtiene:

$$v_e \left((1 - \sigma_e) \frac{d\rho_V}{dt} - \frac{d\sigma_e}{dt} \rho_V \right) = \dot{m}_{V,in} - \dot{m}_{V,out} \quad (3.63)$$

A la densidad del refrigerante dentro del volumen de control V se puede considerar como una función de la entalpía específica y la presión, de forma que al derivar usando la regla de la cadena, puede escribirse como la suma de dos derivadas parciales (McKinley & Alleyne, 2008). Al reemplazar, la diferencial de la entalpía descrita en (1.40) en (3.63) se obtiene:

$$(1 - \sigma_e) \frac{\partial \rho_V}{\partial h_V} \frac{dh_V}{dt} + (1 - \sigma_e) \frac{\partial \rho_V}{\partial P_e} \frac{dP_e}{dt} - \frac{d\sigma_e}{dt} \rho_V = \frac{\dot{m}_{V,in} - \dot{m}_{V,out}}{v_e} \quad (3.64)$$

De forma similar a como se hizo con el refrigerante dentro del volumen de control LV. Se aplica el balance de energía que se detalló en la ecuación (3.27) al refrigerante dentro del volumen de control V, no hay transferencia de calor de salida del refrigerante, tampoco existe transferencia de trabajo de entrada y aparece la forma diferencial del trabajo de frontera (δW_{b-V}) como se detalló en la ecuación (1.12), como ya se explicó se considera trabajo de salida, se obtiene la siguiente expresión:

$$\frac{d(m_V h_V)}{dt} - \frac{d(v_V P_e)}{dt} = \dot{Q}_V + \dot{m}_{LV,in} h_{LV,in} - \delta W_{b-V} - \dot{m}_{LV,out} h_{LV,out} \quad (3.65)$$

Se reemplaza con la definición del diferencial del trabajo de frontera móvil δW_{b-V} y se resuelven las derivadas, encontrándose que:

$$\begin{aligned} m_V \frac{dh_V}{dt} + h_V \frac{dm_V}{dt} - P_e \frac{dv_V}{dt} - v_V \frac{dP_e}{dt} \\ = \dot{Q}_V + \dot{m}_{V,in} h_{V,in} - P_e \frac{dV_V}{dt} - \dot{m}_{V,out} h_{V,out} \end{aligned} \quad (3.66)$$

Se simplifican los términos que son iguales en ambos lados de la ecuación, se reemplaza la derivada de la masa del refrigerante dentro del volumen de control V y se divide la expresión entre la masa, resultando la siguiente expresión:

$$\frac{dh_V}{dt} - \frac{1}{\rho_V} \frac{dP_e}{dt} = \frac{\dot{Q}_V + \dot{m}_{V,in}(h_{V,in} - h_V) - \dot{m}_{V,out}(h_{V,out} - h_V)}{M_V} \quad (3.67)$$

Para el metal del evaporador M2 se puede escribir en función de la longitud normalizada, ya que al sumar las masas de metal de M1 y M2 tiene que ser igual a la masa total del metal del evaporador:

$$m_{M2} = (1 - \sigma_e) m_M \quad (3.68)$$

Donde m_{M2} es la masa de metal del evaporador dentro del volumen de control V. Derivando la expresión (3. 68) respecto del tiempo, se obtiene:

$$\frac{dm_{M2}}{dt} = -m_M \frac{d\sigma_e}{dt} = \dot{m}_{M2} \quad (3. 69)$$

Se aplica el balance de energía de la ecuación (3. 27), tomando en cuenta que no hay trabajo de entrada, y que al tener una frontera móvil aparece la forma diferencial del trabajo de frontera (δW_{b-M1}).

$$\frac{d(m_{M2}h_{M2})}{dt} - \frac{d(v_{M2}P_{atm})}{dt} = \dot{m}_{M2}h_{M1L} + \dot{Q}_{AM2} - \dot{Q}_V - \delta W_{b-M2} \quad (3. 70)$$

Donde:

- P_{atm} : es la presión atmosférica dentro del túnel de frío, permanece constante en el tiempo.
- \dot{Q}_{AM2} : Transferencia de calor entre el aire dentro del evaporador y el metal M2.
- \dot{m}_{M2} : Es la tasa de la masa de metal que entra al volumen de control V, por causa del movimiento de la frontera.

Resolviendo las derivadas de los productos, reemplazando la definición de la forma diferencial del trabajo de frontera, a \dot{m}_{M2} y $\frac{dm_{M2}}{dt}$ se obtiene:

$$\begin{aligned} m_{M2} \frac{dh_{M2}}{dt} - h_{M2}m_M \frac{d\sigma_e}{dt} - P_{atm} \frac{dv_{M2}}{dt} \\ = -m_M \frac{d\sigma_e}{dt} h_{M1L} + \dot{Q}_{AM2} - \dot{Q}_V - P_{atm} \frac{dv_{M2}}{dt} \end{aligned} \quad (3. 71)$$

Se simplifican los términos iguales que aparecen en ambos lados de la ecuación, en el caso de los sólidos, la entalpía se puede aproximar al producto del calor específico por la temperatura del sólido:

$$m_{M2} \frac{dh_{M2}}{dt} - m_M \frac{d\sigma_e}{dt} c_{p,M}(T_{M2} - T_{M1L}) = \dot{Q}_{AM2} - \dot{Q}_V \quad (3. 72)$$

A partir de la definición de la diferencial de la entalpía específica presentada en la ecuación (1. 33) y aplicando lo explicado (3. 68) en (3. 72), la nueva expresión es:

$$\begin{aligned} (1 - \sigma_e)m_M \left(c_{p,M} \frac{dT_{M2}}{dt} + \left(\frac{\partial h_{M1}}{\partial P_{atm}} \right)_T \frac{dP_{atm}}{dt} \right) - m_M \frac{d\sigma_e}{dt} c_{p,M}(T_{M2} - T_{M1L}) \\ = \dot{Q}_{AM2} - \dot{Q}_V \end{aligned} \quad (3. 73)$$

Ya que la presión atmosférica es constante, su derivada es igual a 0, despejando la derivada de la temperatura del metal M2 se obtiene:

$$\frac{dT_{M2}}{dt} = \frac{1}{(1 - \sigma_e)} \left(\frac{\dot{Q}_{AM2} - \dot{Q}_V}{m_M c_{p,M}} + (T_{M2} - T_{M1L}) \frac{d\sigma_e}{dt} \right) \quad (3.74)$$

Para calcular la transferencia de calor entre el aire y el metal M2 se usa:

$$\dot{Q}_{AM2} = (1 - \sigma_e) U A_M (T_{AIR} - T_{M2}) \quad (3.75)$$

La temperatura de la frontera entre ambas masas de metal se definen por la velocidad de desplazamiento de la frontera, es decir de la derivada de la longitud normalizada en el tiempo (Li & Alleyne, 2010). De forma que:

- $\frac{d\sigma_e}{dt} > 0 \rightarrow T_{M1L} = T_{M2}$
- $\frac{d\sigma_e}{dt} \leq 0 \rightarrow T_{M1L} = T_{M1}$

3.1.2.4 Volumen de control AE. En el volumen de control se considera que el flujo de aire (\dot{m}_A) a través del evaporador es constante en el tiempo y en toda la extensión del volumen de control AE, como se muestra en la Figura 16.

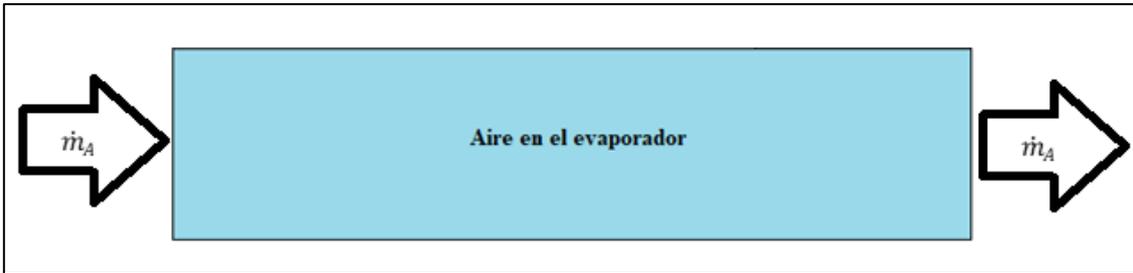


Figura 16. Esquema del flujo másico del aire a la entrada y salida del evaporador

Por lo tanto, la derivada de la masa del aire dentro del evaporador es igual 0. Aplicado el balance de control de la expresión (3. 27) considerando que no hay transferencia de energía por trabajo ni de entrada ni de salida.

$$\frac{d(m_{AE} h_{AE})}{dt} - \frac{d(v_{AE} P_{atm})}{dt} = \dot{m}_A h_{ATF} - \dot{Q}_{AM1} - \dot{Q}_{AM2} - \dot{m}_A h_{AE,out} \quad (3.76)$$

Donde:

- m_{AE} : es la masa del aire dentro del volumen de control AE
- h_{AE} : es la entalpía específica promedio del aire dentro del volumen de control AE..

- v_{AE} : capacidad volumétrica del aire dentro del evaporador, es constante y depende de la estructura del evaporador.
- h_{ATF} : es la entalpía específica promedio del aire en el túnel de frío, que ingresa por la frontera de entrada del volumen de control AE.
- $h_{AE,out}$: es la entalpía específica del aire en la frontera de salida del volumen de control AE.

Ya que el volumen en el evaporador para el flujo de aire permanece constante en todo momento, el aire permanece durante todo el proceso a presión atmosférica y el término de la derivada del producto de la presión por el volumen se hace cero, con lo que la expresión se reduce a:

$$m_{AE} \frac{dh_{AE}}{dt} = \dot{m}_A (h_{ATF} - h_{AE,out}) - \dot{Q}_{AM1} - \dot{Q}_{AM2} \quad (3.77)$$

Además, la variación de la entalpía específica del aire a lo largo del evaporador es lineal, se expresa de la siguiente manera:

$$h_{AE} = \frac{h_{AE,out} + h_{ATF}}{2} \quad (3.78)$$

Despejando a $h_{AE,out}$ se obtiene:

$$h_{AE,out} = 2h_{AE} - h_{ATF} \quad (3.79)$$

Reemplazando la expresión (3.77) en (3.80).

$$m_{AE} \frac{dh_{AE}}{dt} = 2\dot{m}_A (h_{ATF} - h_{AE}) - \dot{Q}_{AM1} - \dot{Q}_{AM2} \quad (3.80)$$

3.1.2.5 Fracción de vacío. Para poder resolver el sistema de ecuaciones que se genera cuando ambos volúmenes coexisten, es necesario incluir una ecuación que permita predecir el comportamiento de la fracción media de vacío. Con este motivo se introduce el concepto de la fracción total de vacío la cual también es una relación entre los volúmenes del vapor y el líquido saturado a lo largo de todo el volumen de control LV, el valor de la fracción volumétrica de vacío es el valor medio de la fracción total de vacío por lo que ambos valores convergen (Li & Alleyne, 2010).

La fracción total de vacío local no es constante a lo largo del volumen de control LV, por lo que es necesario integrar para determinar la fracción de vacío total. Por lo cual, se hace necesario usar un modelo matemático para determinar el valor de vacío local en cada punto de la longitud normalizada del volumen LV. Se hará uso del modelo de Zivi, el cual se escribe como (Gräber, Strupp, & Tegethoff, 2010) (McKinley & Alleyne, 2008):

$$\gamma'(\sigma_e) = \frac{1}{1 + \frac{1 - x(\sigma_e)}{x(\sigma_e)}c} \quad (3.81)$$

Donde:

- $x(\sigma_e)$: Calidad de vapor local.
- $c = \left(\frac{\rho_{VSAT}}{\rho_{LSAT}}\right)^{2/3}$

Para determinar la fracción de vacío total es necesario integrar:

$$\gamma_{total} = \frac{1}{\sigma_e} \int_0^{\sigma_e} \gamma'(\sigma_e) d\sigma_e \quad (3.82)$$

$$\gamma_{total} = 1 + \frac{c \ln \frac{x_{in,LV}(c-1) - c}{x_{out,LV}(c-1) - c}}{(x_{out,LV} - x_{in,LV})(c-1)^2} \quad (3.83)$$

Donde:

- $x_{out,LV}$: Calidad de vapor en la frontera de salida del Volumen de control LV.
- $x_{in,LV}$: Calidad de vapor en la frontera de entrada del Volumen de control LV.

A lo largo del volumen de control LV, se asume un perfil lineal en la variación de la entalpía específica del refrigerante (Qiao, Aute, & Radermacher, 2014) (McKinley & Alleyne, 2008), además, en la frontera de salida del Volumen de control LV la calidad de vapor es igual a 1. Por tanto, se tiene que:

$$x_{in,LV} = 2x_{LV} - 1 \quad (3.84)$$

Donde:

- x_{LV} : Calidad de vapor promedio del refrigerante en estado mezcla saturada líquido-vapor saturado dentro del volumen de control LV.

Lo que nos permite determinar una nueva forma de la fracción total de vacío, en la cual se puede especificar que en la frontera de salida del volumen de control LV se ha alcanzado la evaporación total de la mezcla líquido-vapor, quedando únicamente vapor saturado (Li & Alleyne, 2010).

$$\gamma_{e,tot} = 1 + \frac{c \ln(c + x_{in,LV}(1-c))}{(1 - x_{in,LV})(c-1)^2} \quad (3.85)$$

Se deriva la fracción de vacío total con respecto al tiempo usando la regla de la cadena:

$$\frac{d\gamma_{e,tot}}{dt} = \frac{d\gamma_{e,tot}}{dc} \frac{dc}{dP_e} \frac{dP_e}{dt} \quad (3.86)$$

$$\frac{d\gamma_{e,tot}}{dc} = \frac{\left(\left(\ln a_x + \frac{c(1-x_{in,LV})}{a_x} \right) (c-1) - 2c(\ln a_x) \right)}{(1-x_{in,LV})(c-1)^3} \quad (3.87)$$

$$a_x = c + x_{in,LV}(1-c) \quad (3.88)$$

$$\frac{dc}{dP_e} = \frac{2}{3} \rho_{VSAT}^{-\frac{1}{3}} \rho_{LSAT}^{-\frac{5}{3}} \left(\rho_{LSAT} \frac{d\rho_{VSAT}}{dP_e} - \rho_{VSAT} \frac{d\rho_{LSAT}}{dP_e} \right) \quad (3.89)$$

Para asegurar la convergencia del valor de la fracción media de vacío, al valor de la fracción total de vacío o ratio total de vacío, el cual implica una evaporación total del refrigerante en la frontera de salida de volumen de control LV, se logra mediante el arreglo de la siguiente ecuación (Li & Alleyne, 2010):

$$\frac{d(\gamma_{e,tot} - \gamma_e)}{dt} = \frac{(\gamma_{e,tot,k+1} - \gamma_{e,tot,k})}{T} - \frac{(\gamma_{e,k+1} - \gamma_{e,k})}{T} \quad (3.90)$$

Donde T es el tiempo de muestreo que se ha tomado para la simulación. Resolviendo la derivada de la diferencia, para que los valores converjan se tiene que cumplir, que los valores futuros de la fracción media de vacío y el de la fracción total de vacío, sean iguales:

$$\frac{d\gamma_{e,tot}}{dc} \frac{dc}{dP_e} \frac{dP_e}{dt} - \frac{d\gamma_e}{dt} = \frac{(\gamma_e - \gamma_{e,tot})}{T} \quad (3.91)$$

3.1.2.6 Modos de operación del evaporador. Durante el funcionamiento del evaporador el primer modo en aparecer es el modo 1, en el cual el volumen de control LV es el que ocupa todo el volumen del evaporador, es decir, que el modo 1 aparece durante el arranque del equipo, cuando el evaporador se encuentra lleno de refrigerante. Por las condiciones de operación en el evaporador se va reduciendo la cantidad de refrigerante, lo que permite que se forme un volumen de vapor sobrecalentado en la salida del evaporador y el modo 2 de operación es el que comienza a funcionar, ya que coexisten los volúmenes de control LV y V. El criterio del cambio del modo de operación se explicará en el acápite 3.1.2.7.

3.1.2.6.1 Modo 1. El Modo 1 se presenta durante el arranque del equipo, la presión dentro el evaporador no ha descendido lo suficiente, por lo tanto, todo el refrigerante dentro del evaporador se comporta como una mezcla saturada de líquido-vapor, el flujo másico de refrigerante que entra al volumen de control LV es igual al flujo másico que fluye por la válvula de expansión (\dot{m}_{T-EEV}) y el flujo másico de salida es igual a flujo másico que fluye por el

compresor (\dot{m}_{r-comp}). De forma que toda la transferencia de calor del aire es hacia la masa de metal M1, todo lo descrito en este párrafo se muestra en Figura 17.

Teniendo en cuenta que solo permanece activo el volumen de control LV, se cumple que:

$$\sigma_e = 1 \quad (3.92)$$

$$\frac{d\sigma_e}{dt} = 0 \quad (3.93)$$



Figura 17. Esquema del evaporador durante modo 1 de operación.

Sobre los balances de masa y energía del refrigerante en el volumen de control LV descritos en (3.41) y (3.51) y, se ha reemplazado a la masa de refrigerante (m_{LV}) como el producto de la longitud normalizada (σ_e), el volumen total del evaporador para el refrigerante (v_e) y la densidad del refrigerante en el volumen de control LV (ρ_{LV}), de modo que se tiene:

$$\frac{\partial \rho_{LV}}{\partial \gamma_e} \frac{d\gamma_e}{dt} + \frac{\partial \rho_{LV}}{\partial P_e} \frac{dP_e}{dt} = \frac{\dot{m}_{r-EEV} - \dot{m}_{r-Comp}}{v_e} \quad (3.94)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial h_{LV}}{\partial \gamma_e} \frac{d\gamma_e}{dt} + \left(\frac{\partial h_{LV}}{\partial P_e} - \frac{1}{\rho_{LV}} \right) \frac{dP_e}{dt} \\ = \frac{\dot{Q}_{LV} + \dot{m}_{r-EEV}(h_{r-2} - h_{LV}) - \dot{m}_{r-Comp}(h_{r-3} - h_{LV})}{\sigma_e v_e \rho_{LV}} \end{aligned} \quad (3.95)$$

Debido a que el compresor solo extrae vapor del evaporador, se tiene que:

$$h_{r-3} = h_{VSAT} \quad (3.96)$$

Se derivó respecto al tiempo:

$$\frac{dh_{r-3}}{dt} = \frac{dh_{VSAT}}{dP_e} \frac{dP_e}{dt} \quad (3.97)$$

El balance de energía del metal M1 que se presentó en (3. 58) durante este modo de operación queda simplificado a:

$$\frac{dT_{M1}}{dt} = \frac{\dot{Q}_{AM1} - \dot{Q}_{LV}}{M_M c_{p,M}} \quad (3. 98)$$

Se hace necesario una ecuación de pseudo estado que gobierne el comportamiento de la temperatura de T_{M2} , de forma que converja al valor de T_{M1} mientras el volumen V permanezca inactivo (Li & Alleyne, 2010).

$$\frac{dT_{M2}}{dt} = \frac{1}{T} (T_{M1} - T_{M2}) \quad (3. 99)$$

Para el volumen de control AE, se simplifica a (3. 80) en:

$$\frac{dh_{AE}}{dt} = \frac{2\dot{m}_A(h_{ATF} - h_{AE}) - \dot{Q}_{AM1}}{m_{AE}} \quad (3. 100)$$

3.1.2.6.2 Modo 2. Cuando la presión dentro del evaporador ha descendido lo suficiente, el evaporador entra al modo 2 de operación, de este modo se forma un volumen de refrigerante en estado vapor sobrecalentado a la salida del evaporador, con lo cual también aparece el metal M2, el cual está en contacto con el refrigerante en estado de vapor sobrecalentado. En el caso del volumen de control LV ingresa el flujo másico de la válvula de expansión, ya que la frontera de entrada de este volumen de control coincide con la frontera de entrada del evaporador, como flujo másico de salida se tiene a \dot{m}_{r-e} que sería la razón de la masa de refrigerante en estado de vapor saturado que pasa al volumen de control V. Para el volumen de control V el flujo másico de salida es el flujo másico que atraviesa al compresor (\dot{m}_{r-Comp}). Estas condiciones se muestran en la Figura 18.

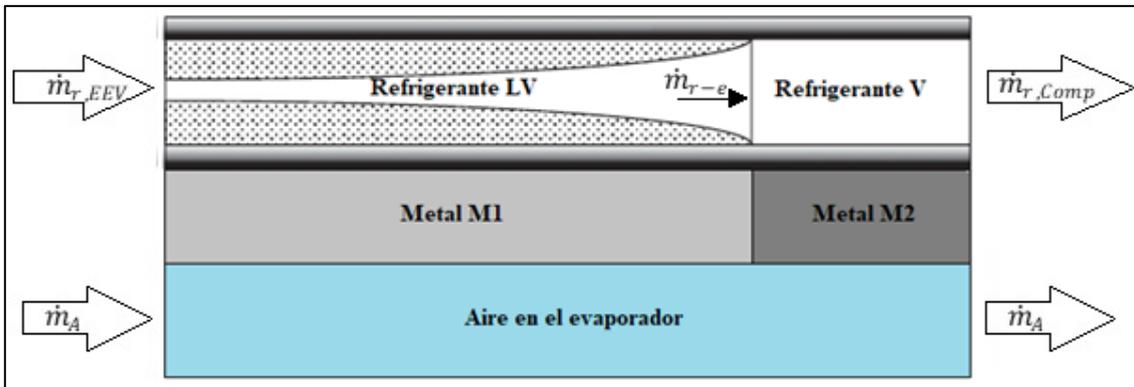


Figura 18. Esquema del evaporador durante modo 2 de operación

Considerando los flujos másicos de refrigerante de entrada y salida para el volumen de control LV, los balances de masa y energía que se presentaron en (3. 41) y en (3. 51) se reescribirían como:

$$\sigma_e \frac{\partial \rho_{LV}}{\partial \gamma_e} \frac{d\gamma_e}{dt} + \sigma_e \frac{\partial \rho_{LV}}{\partial P_e} \frac{dP_e}{dt} + \rho_{LV} \frac{d\sigma_e}{dt} + \frac{\dot{m}_{r-e}}{v_e} = \frac{\dot{m}_{r-EEV}}{v_e} \quad (3.101)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial h_{LV}}{\partial \gamma_e} \frac{d\gamma_e}{dt} + \left(\frac{\partial h_{LV}}{\partial P_e} - \frac{1}{\rho_{LV}} \right) \frac{dP_e}{dt} + \frac{(h_{VSAT} - h_{LV})}{\sigma_e v_e \rho_{LV}} \dot{m}_{r-e} \\ = \frac{\dot{Q}_{LV} + \dot{m}_{r-EEV}(h_{r-2} - h_{LV})}{\sigma_e v_e \rho_{LV}} \end{aligned} \quad (3.102)$$

De igual forma con el volumen de control V, como ya se definieron los flujos másicos de refrigerante de entrada y salida los balances de masa y energía que se presentaron en (3. 64) y en (3. 67) se reescribirían como:

$$(1 - \sigma_e) \frac{\partial \rho_V}{\partial h_V} \frac{dh_V}{dt} + (1 - \sigma_e) \frac{\partial \rho_V}{\partial P_e} \frac{dP_e}{dt} - \frac{d\sigma_e}{dt} \rho_V - \frac{\dot{m}_{r-e}}{v_e} = - \frac{\dot{m}_{r-Comp}}{v_e} \quad (3.103)$$

$$\frac{dh_V}{dt} - \frac{1}{\rho_V} \frac{dP_e}{dt} - \frac{(h_{VSAT} - h_V)}{(1 - \sigma_e) v_e \rho_V} \dot{m}_{r-e} = \frac{\dot{Q}_V - \dot{m}_{r-Comp}(h_{r-3} - h_V)}{(1 - \sigma_e) v_e \rho_V} \quad (3.104)$$

Como se asume que la variación de la entalpía específica es lineal en los volúmenes de control, se puede escribir:

$$h_V = \frac{h_{r-3} + h_{VSAT}}{2} \quad (3.105)$$

Despejando la entalpía específica del refrigerante a la salida del evaporador se obtiene:

$$h_{r-3} = 2h_V - h_{VSAT} \quad (3.106)$$

En el sistema de ecuaciones del refrigerante dentro del evaporador se tiene 5 variables que se deben encontrar, con lo que se hace necesario incluir la ecuación (3. 91) la cual permite la convergencia del valor de la derivada de la fracción media de vacío al valor de la derivada de la fracción total de vacío, para alcanzar la evaporación total del refrigerante en la frontera de salida del volumen de control LV (Li & Alleyne, 2010).

Para calcular las derivadas de las temperaturas del metal M1 y M2 se usarán las ecuaciones que se presentaron en (3. 58) y en (3. 74).

Para la derivada de la entalpía específica del aire dentro del evaporador en (3. 80) se divide entre la masa del aire dentro del evaporador y resulta:

$$\frac{dh_{AE}}{dt} = \frac{2\dot{m}_A(h_{ATF} - h_{AE}) - \dot{Q}_{AM1} - \dot{Q}_{AM2}}{m_{AE}} \quad (3.107)$$

3.1.2.7 Criterio de cambio de modo de operación. Para poder pasar de un modo de operación a otro, es necesario definir una constante σ_{min} el cual permitirá determinar en qué momento realizar el cambio de modo de operación. Se define a σ_{min} como la longitud mínima que puede alcanzar un volumen de control durante la operación y que es sintonizado a criterio. Para esta constante se toma el valor de 0.005 (Campos, Manrique, & Ipanaqué, 2020). Las condiciones para el cambio de modo de operación se detallan en Tabla 2.

Tabla 2.

Criterio de cambio de operación del evaporador

ANTES DEL CAMBIO	CONDICIONES PARA EL CAMBIO	DESPUÉS DEL CAMBIO
MODO 1	$\gamma_e - \gamma_{e,tot} > \sigma_{min} \text{ y } \frac{d\gamma_e}{dt} > 0$	MODO 2
MODO 2	$1 - \sigma < \sigma_{min} \text{ y } \frac{d\sigma}{dt} > 0$	MODO 1

Fuente: Li & Alleyne (2010)

Es aquí donde se demuestra la importancia de escribir las propiedades del refrigerante dentro del volumen de control LV en función de la fracción media de vacío, porque a partir del valor que toma esta variable en el tiempo se puede realizar el cambio de modo de operación.

3.1.3 Compresor

El subíndice correspondiente a la entrada del compresor es 3 y el que corresponde a la salida es 4. Se muestra en la Figura 19 el esquema:

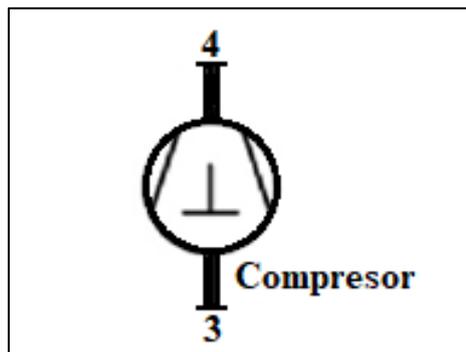


Figura 19. Esquema del compresor

De forma que la frontera de salida del evaporador es igual a la frontera de entrada del compresor, es decir, la temperatura a la entrada del compresor (T_{r-3}) es conocida, ocurre lo mismo con las propiedades termodinámicas del fluido como la entalpía específica (h_{r-3}) y la densidad (ρ_{r-3}) del refrigerante a la entrada del compresor.

Por tanto, las variables de entrada son las propiedades termodinámicas del refrigerante, mencionadas en el párrafo anterior junto con la presión en el evaporador (P_e) y

la presión en el condensador (P_c). Las variables de salida del subsistema serían el flujo másico (\dot{m}_{r-comp}), la potencia entregada por el compresor (\dot{W}_{comp}), la temperatura del refrigerante a la salida del compresor (T_{r-4}), la entalpía específica del refrigerante a la salida del compresor (h_{r-4}).

Como se explicó en la descripción del proceso, se tiene como hipótesis que a la compresión sigue un proceso politrópico, por lo tanto, se cumple que:

$$T_{r-4} = T_{r-3} \left(\frac{P_c}{P_e} \right)^{(k-1)/k} \quad (3.108)$$

Donde k es el índice politrópico del proceso. Conociendo la temperatura a la salida del compresor (T_{r-4}), se pueden calcular el resto de las propiedades del refrigerante a la salida del compresor, de la siguiente forma:

$$h_{r-4} = h(P_c, T_{r-4}) \quad (3.109)$$

$$\rho_{r-4} = \rho(P_c, T_{r-4}) \quad (3.110)$$

Las ecuaciones necesarias para determinar el flujo másico en un compresor recíprocante de pistón son las siguientes:

$$\dot{m}_{r-comp} = f_{comp} m_{r-comp} \quad (3.111)$$

Donde f_{comp} es la frecuencia de giro del compresor y m_{r-comp} es la masa de refrigerante desplazada por el compresor por ciclo.

Se puede definir la masa desplazada por ciclo, como la masa que alcanza al llenarse completamente, en el instante cuando la válvula de baja presión se cierra, menos la masa del volumen de punto muerto superior en el instante que la válvula de alta presión se abre (Sørensen, Skovrup, Jessen, & Stoustrup, 2015).

$$m_{r-comp} = (v_{comp}\rho_3 - v_p\rho_4)N \quad (3.112)$$

Donde:

- V_{comp} : Volumen al interior del compresor.
- V_p : Volumen de punto muerto superior del pistón, es aquel volumen que no es barrido durante el desplazamiento del pistón.
- N : Número de pistones.

A partir de esto se define a la potencia del compresor como:

$$\dot{W}_{poly,comp} = (h_4 - h_3)\dot{m}_{r,comp} \quad (3.113)$$

Por definición, la potencia encontrada no contempla las irreversibilidades del proceso, es decir, se ha hallado la potencia politrópica. Para determinar la potencia real es necesario hallar la eficiencia politrópica (Dixon & Hall, 2010):

$$\eta_{poly} = \frac{\frac{k-1}{k}}{\frac{n-1}{n}} \quad (3.114)$$

Donde n es el coeficiente de expansión isentrópica. De manera que la potencia real del compresor sería igual a:

$$\dot{W}_{comp} = \frac{\dot{W}_{pol,comp}}{\eta_{poly}} \quad (3.115)$$

La potencia eléctrica consumida por el compresor es igual a:

$$\dot{W}_{elec} = \frac{\dot{W}_{comp}}{\eta_{mec/elec}} \quad (3.116)$$

Donde $\eta_{mec/elec}$ es la eficiencia mecánica eléctrica del compresor y se asumirá constante.

La potencia consumida por el compresor es la principal fuente del consumo energético del ciclo de refrigeración, para lograr remover una gran cantidad de calor. Con un aumento en la velocidad del compresor f_{comp} , se logra aumentar el flujo másico del compresor, lo que permite llegar a una presión menor en el evaporador, lo que implica que la temperatura de saturación disminuya, logrando así una mayor transferencia de calor (Zhou, y otros, 2010)

3.1.4 Condensador

Continuando con la nomenclatura de los subíndices a las variables y propiedades térmicas del refrigerante, a la entrada del condensador le corresponde el subíndice 4 y a la salida del condensador le corresponde el 1.

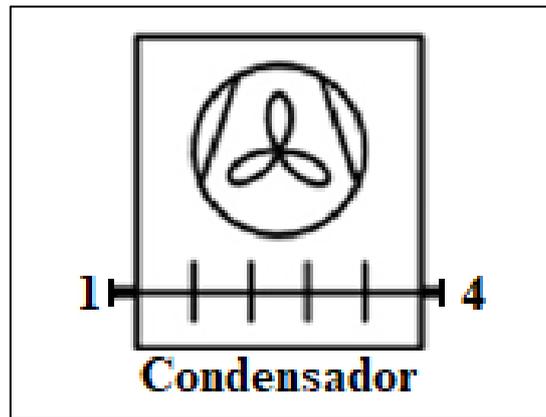


Figura 20. Esquema del condensador

Para el condensador se ha optado por un modelo simplificado, es decir que no se considerará que existan varios volúmenes de control correspondientes a las distintas fases que se forman dentro del condensador. Se considera la entalpía específica promedio del refrigerante dentro del condensador.

$$\dot{Q}_c = UA_{cond}\sigma_c(T_{rc} - T_{outdoor}) \quad (3.117)$$

Donde:

- \dot{Q}_c : Transferencia de Calor total del condensador.
- $T_{outdoor}$: Temperatura del aire en el exterior de la cámara frigorífica.
- T_{rc} : Temperatura media del refrigerante en el condensador.

Como variables de entrada al subsistema condensador, se tiene la entalpía específica en la entrada de condensador (h_{r-4}), el flujo másico del compresor (\dot{m}_{r-Comp}), el flujo másico de la válvula de expansión (\dot{m}_{r-EV}), presión en el condensador (P_c) y la entalpía específica a la salida del condensador (h_{r-1}). Como variables de salida se tiene la derivada de la presión en el condensador ($\frac{dP_c}{dt}$) y la transferencia de calor en el condensador (\dot{Q}_c).

El compresor descarga refrigerante en la frontera de entrada del condensador, de forma que como flujo másico de refrigerante de entrada se tiene a \dot{m}_{r-Comp} , en la frontera de salida se tiene al flujo másico de refrigerante de la válvula de expansión \dot{m}_{r-EV} .

Durante el funcionamiento normal del equipo de frío el condensador tiene dos comportamientos diferenciados, durante el encendido del equipo el condensador empieza con poco refrigerante en su interior, por lo que este se comporta como vapor, luego conforme el compresor descarga refrigerante, va llenando al condensador; el refrigerante comienza a comportarse como una mezcla líquido vapor saturado, esto se explica porque ingresa vapor sobrecalentado desde el compresor pero sale líquido saturado hacia la válvula de expansión.

3.1.4.1 Modos de operación condensador. Se ha considerado que el condensador esencialmente tiene dos modos de operación, el primero aparece durante el arranque del sistema de frío, el condensador se encuentra casi sin refrigerante, a causa de esto el refrigerante se comporta como vapor sobrecalentado, luego el condensador se va llenando con el refrigerante que el compresor le descarga, aumentando la presión y con ello la temperatura de saturación del refrigerante dentro del condensador, de esta manera aumenta la transferencia de calor con el aire del exterior. Una vez que el condensador se llene con el refrigerante descargado del compresor se comportará como una mezcla saturada de líquido-vapor.

3.1.4.1.1 Modo 1 arranque. El modo de arranque se modela de forma similar al refrigerante en el volumen de control V. De forma que el balance de masa del refrigerante es igual:

$$\frac{dm_{rc}}{dt} = \dot{m}_{r-Comp} - \dot{m}_{r-EEV} \quad (3.118)$$

Se puede escribir a la masa de refrigerante dentro del condensador, como el producto de la densidad de refrigerante en el condensador (ρ_{rc}) por la capacidad volumétrica del condensador para el refrigerante (v_c):

$$m_{rc} = \rho_{rc} v_c \quad (3.119)$$

Derivando a (3.119) respecto al tiempo resulta:

$$\frac{dm_{rc}}{dt} = v_c \frac{d\rho_{rc}}{dt} \quad (3.120)$$

Reemplazando a (3.120) en (3.118) se tiene:

$$v_c \frac{d\rho_{rc}}{dt} = \dot{m}_{r-Comp} - \dot{m}_{r-EEV} \quad (3.121)$$

Se puede asumir a la densidad de vapor sobrecalentado como una función de la entalpía específica y la presión, por tanto, al derivar usando la regla de la cadena se obtiene (McKinley & Alleyne, 2008):

$$\frac{d\rho_{rc}}{dt} = \frac{\partial \rho_{rc}}{\partial h_{rc}} \frac{dh_{rc}}{dt} + \frac{\partial \rho_{rc}}{\partial P_c} \frac{dP_c}{dt} \quad (3.122)$$

Se reemplaza a (3.122) en (3.121) resulta:

$$\frac{\partial \rho_{rc}}{\partial h_{rc}} \frac{dh_{rc}}{dt} + \frac{\partial \rho_{rc}}{\partial P_c} \frac{dP_c}{dt} = \frac{\dot{m}_{rc,in} - \dot{m}_{rc,out}}{v_c} \quad (3.123)$$

Para continuar con la modelación se aplica el balance de energía presentado en (3. 27), ya que el condensador se modela como un volumen de control con fronteras fijas, no aparece ninguna transferencia de energía por trabajo ni de entrada ni de salida, tampoco aparece transferencia de calor de entrada, resultando:

$$\frac{d(m_{rc}h_{rc})}{dt} - \frac{d(v_c P_c)}{dt} = \dot{m}_{r-Comp}h_4 - \dot{m}_{r-EEV}h_1 - \dot{Q}_{rc} \quad (3. 124)$$

Resolviendo las derivadas de los productos se tiene:

$$m_{rc} \frac{dh_{rc}}{dt} + h_{rc} \frac{dm_{rc}}{dt} - v_c \frac{dP_c}{dt} = \dot{m}_{r-Comp}h_4 - \dot{m}_{r-EEV}h_1 - \dot{Q}_{rc} \quad (3. 125)$$

Se reemplaza la derivada de la masa y se divide entre la masa del refrigerante en el condensador:

$$\frac{dh_{rc}}{dt} - \frac{1}{\rho_{rc}} \frac{dP_c}{dt} = \frac{\dot{m}_{r-Comp}(h_4 - h_{rc}) - \dot{m}_{r-EEV}(h_1 - h_{rc}) - \dot{Q}_{rc}}{\rho_{rc}v_c} \quad (3. 126)$$

3.1.4.1.2 Modo 2 operación normal. Dadas las condiciones de este modo, se modelará el refrigerante dentro del condensador de forma similar que al refrigerante en el volumen de control LV del evaporador, pero en lugar de usar la fracción de vacío se optará por usar la calidad de vapor ya que, es una propiedad termodinámica que se puede calcular de una forma más directa.

El balance de masa del refrigerante dentro del condensador es igual a:

$$\frac{dm_{rc}}{dt} = \dot{m}_{r-Comp} - \dot{m}_{r-EEV} \quad (3. 127)$$

La masa de refrigerante dentro del condensador se puede escribir como:

$$m_{rc} = \frac{v_c}{v_{rc}} \quad (3. 128)$$

Donde v_{rc} es el volumen específico del refrigerante dentro del condensador. Se reemplaza (3. 128) en (3. 127) se obtiene:

$$v_c \frac{d\left(\frac{1}{v_{rc}}\right)}{dt} = \dot{m}_{r-Comp} - \dot{m}_{r-EEV} \quad (3. 129)$$

Se resuelve la derivada del volumen específico del refrigerante respecto del tiempo:

$$\frac{v_c}{v_{rc}^2} \left(-\frac{dv_{rc}}{dt} \right) = \dot{m}_{r-Comp} - \dot{m}_{r-EEV} \quad (3.130)$$

El refrigerante se comporta como una mezcla saturada líquido-vapor, de forma que el volumen específico se puede calcular a partir de la definición de calidad de vapor. La calidad de vapor es una propiedad termodinámica para las sustancias que se encuentran cambiando su fase de líquido a vapor y relaciona la masa de vapor saturado sobre la masa total de la mezcla saturada de vapor (Çengel & Boyles, Termodinámica, 2012). De forma que las propiedades termodinámicas de la mezcla saturada de vapor se pueden escribir en función de las propiedades termodinámicas de líquido saturado, vapor saturado y la calidad de vapor. Se usa esta definición para escribir al volumen específico del refrigerante en el condensador.

$$v_{rc} = x_{rc}v_{VSAT} + (1 - x_{rc})v_{LSAT} \quad (3.131)$$

Derivando a (3.131) respecto del tiempo se obtiene:

$$\frac{dv_{rc}}{dt} = x_{rc} \frac{dv_{VSAT}}{dt} + \frac{dx_{rc}}{dt} v_{VSAT} + (1 - x_{rc}) \frac{dv_{LSAT}}{dt} - \frac{dx_{rc}}{dt} v_{LSAT} \quad (3.132)$$

Como se definió en el acápite 1.1.2.2 la presión de saturación y la temperatura de saturación de una sustancia tienen una dependencia. Esto permite escribir al volumen específico de líquido y vapor saturados como funciones únicamente de la temperatura:

$$v_{VSAT} = f(P) \quad (3.133)$$

$$v_{LSAT} = f(P) \quad (3.134)$$

Es importante escribir la relación entre las derivadas de las densidades de líquido y vapor saturados, respecto a las derivadas de los volúmenes específicos de líquido y vapor saturados, esto debido a que en el acápite 3.2 se mostrará que el cálculo de las propiedades termodinámicas se pueden hacer a partir de la densidad y no del volumen específico, esto incluye a las diferenciales del volumen específico. Por lo cual, de acuerdo con lo que se describió en el acápite 1.1.5.4 la densidad es la propiedad inversa del volumen específico, lo que permite escribir:

$$v_{LSAT} \rho_{LSAT} = 1 \quad (3.135)$$

Derivando a (3.135) respecto al tiempo se obtiene:

$$\frac{dv_{LSAT}}{dP_c} = -\frac{1}{\rho_{LSAT}^2} \frac{d\rho_{LSAT}}{dP_c} \quad (3.136)$$

Este procedimiento se repite para la densidad y el volumen específico del vapor saturado, obteniéndose:

$$\frac{dv_{VSAT}}{dP_c} = -\frac{1}{\rho_{VSAT}^2} \frac{d\rho_{VSAT}}{dP_c} \quad (3.137)$$

Reemplazando a (3.136) y (3.137) en (3.132):

$$\begin{aligned} \frac{dv_{rc}}{dt} = & (v_{VSAT} - v_{LSAT}) \frac{dx_{rc}}{dt} + x_{rc} \left(-\frac{1}{\rho_{VSAT}^2} \frac{d\rho_{VSAT}}{dP_c} \frac{dP_c}{dt} \right) \\ & + (1 - x_{rc}) \left(-\frac{1}{\rho_{LSAT}^2} \frac{d\rho_{LSAT}}{dP_c} \frac{dP_c}{dt} \right) \end{aligned} \quad (3.138)$$

Reemplazando a (3.138) en (3.130):

$$\begin{aligned} -\frac{v_c}{v_{rc}^2} \left((v_{VSAT} - v_{LSAT}) \frac{dx_{rc}}{dt} + x_{rc} \left(-\frac{1}{\rho_{VSAT}^2} \frac{d\rho_{VSAT}}{dP_c} \frac{dP_c}{dt} \right) \right. \\ \left. + (1 - x_{rc}) \left(-\frac{1}{\rho_{LSAT}^2} \frac{d\rho_{LSAT}}{dP_c} \frac{dP_c}{dt} \right) \right) = \dot{m}_{r-Comp} - \dot{m}_{r-EEV} \end{aligned} \quad (3.139)$$

Agrupando términos se obtiene que:

$$\begin{aligned} \left(\frac{x_{rc}}{\rho_{VSAT}^2} \frac{d\rho_{VSAT}}{dP_c} + \frac{(1 - x_{rc})}{\rho_{LSAT}^2} \frac{d\rho_{LSAT}}{dP_c} \right) \frac{dP_c}{dt} - (v_{VSAT} - v_{LSAT}) \frac{dx_{rc}}{dt} \\ = \frac{\dot{m}_{r-Comp} - \dot{m}_{r-EEV}}{v_c \rho_{rc}^2} \end{aligned} \quad (3.140)$$

De forma que definimos:

$$\frac{\partial \rho_{rc}}{\partial P_c} = \left(\frac{x_{rc}}{\rho_{VSAT}^2} \frac{d\rho_{VSAT}}{dP_c} + \frac{(1 - x_{rc})}{\rho_{LSAT}^2} \frac{d\rho_{LSAT}}{dP_c} \right) \quad (3.141)$$

$$\frac{\partial \rho_{rc}}{\partial x_{rc}} = (v_{VSAT} - v_{LSAT}) \quad (3.142)$$

De forma que se puede reescribir a (3.140) como:

$$\frac{\partial \rho_{rc}}{\partial P_c} \frac{dP_c}{dt} - \frac{\partial \rho_{rc}}{\partial x_{rc}} \frac{dx_{rc}}{dt} = \frac{\dot{m}_{rc,in} - \dot{m}_{rc,out}}{v_c \rho_{rc}^2} \quad (3.143)$$

Continuando el análisis se aplica el balance de energía presentado en (3.27), ya que el condensador se modela como un volumen de control con fronteras fijas, no aparece ninguna transferencia de energía por trabajo ni de entrada ni de salida, tampoco aparece transferencia de calor de entrada, por lo que se obtiene:

$$\frac{d(m_{rc}h_{rc})}{dt} - \frac{d(v_c P_c)}{dt} = \dot{m}_{r-Comp}h_4 - \dot{m}_{r-EEV}h_1 - \dot{Q}_{rc} \quad (3.144)$$

Se resuelven las derivadas de los productos:

$$m_{rc} \frac{dh_{rc}}{dt} + h_{rc} \frac{dm_{rc}}{dt} - v_c \frac{dP_c}{dt} = \dot{m}_{r-Comp}h_4 - \dot{m}_{r-EEV}h_1 - \dot{Q}_{rc} \quad (3.145)$$

Reemplazando la derivada de la masa de refrigerante en el condensador resulta:

$$\frac{dh_{rc}}{dt} - \frac{1}{\rho_{rc}} \frac{dP_c}{dt} = \frac{\dot{m}_{r-Comp}(h_4 - h_{rc}) - \dot{m}_{r-EEV}(h_1 - h_{rc}) - \dot{Q}_{rc}}{\rho_{rc}v_c} \quad (3.146)$$

Como se explicó anteriormente las propiedades termodinámicas de la mezcla saturada de vapor se pueden escribir en función de las propiedades termodinámicas de líquido saturado, vapor saturado y la calidad de vapor, de forma que la entalpía específica del refrigerante en el condensador es igual a:

$$h_{rc} = x_{rc}h_{VSAT} + (1 - x_{rc})h_{LSAT} \quad (3.147)$$

Derivando a (3. 147) en función del tiempo:

$$\frac{dh_{rc}}{dt} = (h_{VSAT} - h_{LSAT}) \frac{dx_{rc}}{dt} + x_{rc} \frac{dh_{VSAT}}{dt} + (1 - x_{rc}) \frac{dh_{LSAT}}{dt} \quad (3.148)$$

De acuerdo con lo explicado en el acápite 1.1.2.2 la presión de saturación y la temperatura de saturación de una sustancia tienen una dependencia. Esto permite escribir a las entalpías específicas de líquido y vapor saturados como funciones únicamente de la temperatura, como se presentó en las ecuaciones (3. 45) y (3. 46), obteniéndose a partir de la (3. 148):

$$\frac{dh_{rc}}{dt} = (h_{VSAT} - h_{LSAT}) \frac{dx_{rc}}{dt} + \left(x_{rc} \frac{dh_{VSAT}}{dP_c} + (1 - x_{rc}) \frac{dh_{LSAT}}{dP_c} \right) \frac{dP_c}{dt} \quad (3.149)$$

Se define:

$$\frac{\partial h_{rc}}{\partial P_c} = \left(x_{rc} \frac{dh_{VSAT}}{dP_c} + (1 - x_{rc}) \frac{dh_{LSAT}}{dP_c} \right) \quad (3.150)$$

$$\frac{\partial h_{rc}}{\partial x_{rc}} = (h_{VSAT} - h_{LSAT}) \quad (3.151)$$

Con esto se puede reescribir a (3. 149) como:

$$\frac{dh_{rc}}{dt} = \frac{\partial h_{rc}}{\partial x_{rc}} \frac{dx_{rc}}{dt} + \frac{\partial h_{rc}}{\partial P_c} \frac{dP_c}{dt} \quad (3.152)$$

Reemplazando a (3.152) en (3.146) se obtiene:

$$\frac{\partial h_{rc}}{\partial x_{rc}} \frac{dx_{rc}}{dt} + \left(\frac{\partial h_{rc}}{\partial P_c} - \frac{1}{\rho_{rc}} \right) \frac{dP_c}{dt} = \frac{\dot{m}_{r-Comp}(h_4 - h_{rc}) - \dot{m}_{r-EEV}(h_1 - h_{rc}) - \dot{Q}_{rc}}{\rho_{rc} v_c} \quad (3.153)$$

3.1.4.2 Criterio de cambio de operación. Si la entalpía específica del refrigerante dentro del condensador (h_{rc}) es mayor o igual a la entalpía específica de vapor saturado por la presión del condensador, el condensador se simulará con el modo 1. EN el caso de que la entalpía específica del condensador es menor a la entalpía específica de vapor saturado por la presión del condensador se simulará con el modo 2.

3.1.5 Túnel de enfriamiento

El análisis se realizará al aire dentro del túnel de frío, el cual también es un volumen de control donde sus fronteras están delimitados por el suelo, las paredes, el techo, las fronteras que delimitan el evaporador y la carga. El esquema del volumen de control se muestra en Figura 21 . Existe un flujo másico de aire constante que entra al evaporador y sale del evaporador de forma que se cumple:

$$\frac{dm_{ATF}}{dt} = 0 \quad (3.154)$$

$$\dot{m}_{A,in} = \dot{m}_{A,out} = \dot{m}_A \quad (3.155)$$

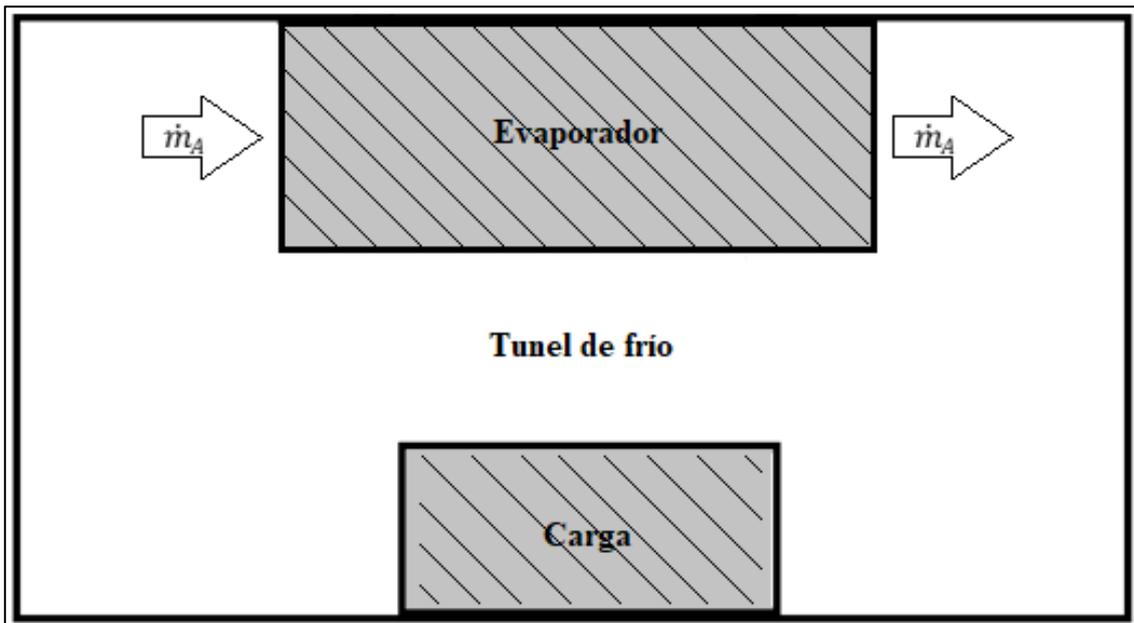


Figura 21. Esquema del túnel de frío

Se ha aplicado el balance de energía que se presentó en (3. 27), considerando que el volumen del túnel de frío es constante, sus fronteras son fijas, no hay transferencia de energía por trabajo y las transferencias de calor que interactúan con el aire son: el calor generado por la radiación de las luminarias (\dot{Q}_{lum}), el calor generado por el funcionamiento del ventilador del evaporador (\dot{Q}_{vent}), la transferencia de calor por el suelo de la cámara frigorífica (\dot{Q}_P), la transferencia de calor entre la fruta y el aire del túnel de enfriamiento (\dot{Q}_F) y el calor que aporta el aire en el exterior de la cámara hacia esta (\dot{Q}_{ext}). El flujo másico de entrada es igual al flujo másico de salida (\dot{m}_A), el cual es generado por el movimiento del ventilador del evaporador (Oliden, Manrique, & Ipanaqué, 2017). La expresión resultante es:

$$\frac{d(m_{ATF}h_{ATF})}{dt} - \frac{d(v_{CR}P_{atm})}{dt} = \dot{m}_{AIR}h_{ATF,in} + \dot{Q}_{lum} + \dot{Q}_{vent} + \dot{Q}_P + \dot{Q}_{ext} + \dot{Q}_F - \dot{m}_{AIR}h_{ATF,out} \quad (3. 156)$$

Donde:

- v_{CR} : Volumen del túnel de frío.
- m_{ATF} : Masa del aire dentro del túnel de frío.
- $h_{ATF,in}$: Es la entalpía específica del aire en la frontera de entrada del túnel de frío, la cual coincide con la frontera de salida del aire en el evaporador.
- $h_{ATF,out}$: Es la entalpía específica del aire en la frontera de salida del túnel de frío, la cual coincide con la frontera de entrada del aire en el evaporador. Se considera igual a h_{ATF} .

Resolviendo las derivadas en (3. 156), considerando que la presión atmosférica dentro de la cámara permanecerá constante durante toda la operación y, el volumen de la cámara es constante, la derivada del producto de estas dos constantes es igual a 0.

$$m_{ATF} \frac{dh_{ATF}}{dt} = \dot{m}_A (h_{ATF,in} - h_{ATF}) + \dot{Q}_{lum} + \dot{Q}_{vent} + \dot{Q}_P + \dot{Q}_{ext} + \dot{Q}_F \quad (3. 157)$$

Las transferencias de calor quedan descritas con:

$$\dot{Q}_F = UA_F(T_F - T_{ATF}) \quad (3. 158)$$

$$\dot{Q}_{ext} = UA_{ext}(T_{ext} - T_{ATF}) \quad (3. 159)$$

$$\dot{Q}_P = UA_P(T_P - T_{ATF}) \quad (3. 160)$$

Donde:

- UA_F : Coeficiente de transferencia de calor entre el aire y la fruta.

- UA_{ext} : Coeficiente de transferencia de calor con el exterior.
- UA_p : Coeficiente de transferencia de calor entre el aire de la cámara frigorífica y, la loza de concreto.
- T_{ext} : Temperatura del aire en el exterior.
- T_p : Temperatura media de la loza de concreto.

Existe una masa de control que requiere ser modelada, para tener una simulación completa del comportamiento de la planta, esta masa de control está conformada por la loza de concreto sobre la que está construida la planta piloto. Al ser una masa de control no es necesario realizar un balance de masa ya que no hay flujo másico ni de entrada ni de salida.

Aplicando el balance de energía presentado en (3. 27) teniendo en cuenta que no hay transferencia de energía por trabajo, aparecen la transferencia de calor entre el aire de la cámara frigorífica y el suelo (\dot{Q}_p), y la transferencia de calor en el suelo y el aire al exterior (\dot{Q}_{EP}) (Oliden, Manrique, & Ipanaqué, 2017):

$$\frac{d(m_p h_p)}{dt} - \frac{d(v_p P_{atm})}{dt} = \dot{Q}_{EP} - \dot{Q}_p \quad (3. 161)$$

Donde:

- m_p : masa de la loza de concreto.
- h_p : entalpía específica de la loza de concreto.
- v_p : volumen de la loza de concreto.

La derivada del producto del volumen de la loza del suelo y la presión atmosférica se hace 0, ya que ambos términos son constantes, de forma que la expresión resultante es:

$$m_p \frac{d(h_p)}{dt} = \dot{Q}_{EP} - \dot{Q}_p \quad (3. 162)$$

De acuerdo con lo explicado en (1. 33), se puede escribir la forma diferencial de la entalpía específica con la suma de los productos de las derivadas parciales de la temperatura y la presión por las formas diferenciales de la temperatura y presión respectivamente, pero ya que se trata de un sólido, la forma diferencial de la presión es igual a 0. Resultando:

$$\frac{dT_p}{dt} = \frac{\dot{Q}_{EP} - \dot{Q}_p}{m_p c_{p,p}} \quad (3. 163)$$

Donde $c_{p,p}$ es el calor específico del concreto. La transferencia de calor queda descrita por:

$$\dot{Q}_{EP} = UA_{EP}(T_{ext} - T_P) \quad (3.164)$$

Donde UA_{EP} es el coeficiente de transferencia de calor entre el aire del exterior y la loza de concreto.

3.1.6 Carga

Como se ha descrito en el acápite 2.2.2.1 la carga es una masa de mango distribuido en cajas para su refrigeración. Se modelará a la carga como un volumen de control de forma que puede ingresar o salir masa durante el proceso, dado que es una práctica común agregar masa durante el enfriamiento de la fruta; pero se considerará que esto no puede ser en simultáneo. Por lo que el balance de la masa es igual a:

$$\frac{dm_F}{dt} = \Delta m_F \quad (3.165)$$

Donde m_F es la masa de fruta dentro del túnel de frío, Δm_F describe la variación de masa que ingresa o sale del túnel de frío, de forma que si tiene signo positivo la masa de fruta dentro del túnel aumenta y si tuviera signo negativo la masa de fruta dentro del túnel disminuye.

Se aplica el balance de energía que se escribió en (3.27), como las fronteras del volumen de control son fijas, no aparecen transferencias de energía por trabajo de frontera móvil, aparecen la transferencia de calor entre la fruta y el aire (\dot{Q}_F), y el calor generado por la respiración de la fruta se asumirá constante (\dot{Q}_{resp}) (Oliden, Manrique, & Ipanaqué, 2017).

$$\frac{d(m_F h_F)}{dt} - \frac{d(v_F P_{atm})}{dt} = \Delta m_F h_{F,in} + \dot{Q}_{resp} - \dot{Q}_F \quad (3.166)$$

Donde:

- m_F : masa de la fruta.
- h_F : entalpía específica de la fruta.
- $h_{F,in}$: entalpía específica de la fruta que entra o sale del volumen de control.
- v_F : Es el volumen que ocupan las frutas empaquetadas.

La derivada del producto del volumen de la fruta y la presión atmosférica se hace 0 ya que ambos términos se consideran constantes de forma que la expresión resultante es:

$$m_F \frac{d(h_F)}{dt} + h_F \frac{d(m_F)}{dt} = \Delta m_F h_{F,in} + \dot{Q}_{resp} - \dot{Q}_F \quad (3.167)$$

Reemplazando la derivada de la masa con (3.165), siguiendo con lo explicado en (1.33), se puede escribir la diferencial de la entalpía específica como la suma de los productos de

las derivadas parciales de la temperatura y la presión; pero ya que se trata de un sólido, la derivada de la presión respecto del tiempo es igual a 0. Resultando:

$$\frac{dT_F}{dt} = \frac{\Delta m_F (h_{F,in} - h_F) + \dot{Q}_{resp} - \dot{Q}_F}{m_F c_{p,F}} \quad (3.168)$$

Donde $c_{p,F}$ es el calor específico de la fruta. La entalpía específica de la fruta al tratarse de una sustancia sólida puede escribirse como el producto del calor específico por la temperatura de la fruta. Resultando:

$$\frac{dT_F}{dt} = \frac{\Delta m_F c_{p,F} (T_{F,var} - T_F) + \dot{Q}_{resp} - \dot{Q}_F}{m_F c_{p,F}} \quad (3.169)$$

Donde $T_{F,var}$ es la temperatura de la masa de fruta que varía (ingresa o sale del túnel de frío).

3.2 Cálculo de las propiedades termodinámicas y sus derivadas parciales

Como se pudo ver en el capítulo se hacen uso de las propiedades termodinámicas, para desarrollar los modelos matemáticos que componen al sistema de refrigeración, especialmente en el caso de los fluidos, por lo cual se hizo necesario implementar una herramienta que solucione el problema de los cálculos de estas propiedades de forma automática.

Tradicionalmente se hace uso de tablas para obtener el valor de las propiedades termodinámicas. En éstas los datos están escritos en intervalos de temperatura y presión, por lo cual es necesario interpolar entre los valores de esta tabla. Afortunadamente ahora hay herramientas de software que permiten realizar estos cálculos de una forma más precisa.

En esta investigación se hizo uso de COOLPROP la cual es una librería en C++ que permite implementar:

- Ecuaciones de estado y propiedades de transporte para 112 sustancias entre fluidos puros y pseudo puros.
- Determinar las propiedades de las mezclas saturadas de líquido-vapor usando las formulaciones de energía de alta precisión de Helmholtz.
- Correlaciones de las propiedades de fluidos incompresibles y suspensiones.
- Interpolación tabular computacional eficiente.
- Rutinas de alta precisión de psicometría.

Es un software libre que se puede incluir como librería completa en los siguientes softwares: Python, Modelica, Octave, C#, MathCAD, Java, Android, MATLAB. También se

puede implementar únicamente en la función de interfaz de alto nivel en los siguientes softwares: LabVIEW, Scilab, Maple, FORTRAN, JavaScript, PHP, Delphi & Lazarus, Julia.

Para calcular las propiedades termodinámicas se hizo uso de la interfaz de alto nivel, donde se puede usar dos propiedades termodinámicas para encontrar el valor de una tercera. Para lograr esto se hace uso de la función PropsSI, en el Anexo A se muestran el listado de todos los argumentos de entrada y de salida que tiene esta función, incluye las propiedades termodinámicas, constantes de las sustancias, factores de compresibilidad, etc. Una aclaración importante es que permite calcular la densidad de las sustancias, pero no el volumen específico ya que es la propiedad inversa y puede calcularse de forma sencilla.

Como se muestra en la Figura 22, el ejemplo del uso de la función PropsSI, donde con la presión y la calidad de vapor denotada con la letra Q, se puede hallar la temperatura de saturación del agua. Esto se puede repetir con distintas propiedades de forma que es posible determinar la densidad, entalpía, calor específico a presión, calor específico a volumen constante, calidad de vapor en caso de mezclas saturada líquido-vapor, entropía, etc.

```
# Saturation temperature of Water at 1 atm in K
In [2]: PropsSI('T', 'P', 101325, 'Q', 0, 'Water')
Out[2]: 373.1242958476844
```

Figura 22. Función PropsSI para calcular propiedades termodinámicas

Fuente: <http://www.coolprop.org/coolprop/HighLevelAPI.html#high-level-api>

Es por lo que con el uso de la función PropsSI, también es posible determinar las propiedades del líquido y vapor saturados. Basta con especificar la calidad de vapor en la función, en el caso del líquido saturado la calidad de vapor es igual a 0 y en caso del vapor saturado será igual a 1.

En la Figura 23 se muestra a la función PropsSI en dos ejemplos, primero calcula el valor del calor específico a presión constante del agua y luego calcula la derivada de la entalpía respecto a la temperatura a presión constante. Como se explicó en la ecuación (1. 27), el calor específico a presión constante es igual a la derivada de la entalpía respecto a la temperatura a presión constante, por esto los valores calculados con la función PropsSI coinciden. Con esto se evidencia que usando CoolProp es posible el cálculo de las derivadas parciales, las cuales son importantes porque se usan para determinar las ecuaciones diferenciales resultantes de los balances de energía y masa en los distintos componentes.

```

In [23]: import CoolProp.CoolProp as CP

# c_p using c_p
In [24]: CP.PropsSI('C','P',101325,'T',300,'Water')
Out[24]: 4180.6357765560715

# c_p using derivative
In [25]: CP.PropsSI('d(Hmass)/d(T)|P','P',101325,'T',300,'Water')
Out[25]: 4180.6357765560715

```

Figura 23. Función PropsSI para el cálculo de las derivadas parciales de las propiedades termodinámicas

Fuente: <http://www.coolprop.org/coolprop/HighLevelAPI.html#high-level-api>

En el caso de propiedades termodinámicas para fluidos en cambio de fase, líquido o vapor saturados, la nomenclatura de la función PropsSI cambia, ya que, como se explicó en el acápite 1.1.2.2 hay una relación de dependencia entre la presión y la temperatura de saturación. COOLPROP también hace notar esta diferencia como se muestra en Figura 24 donde en lugar de poner la variable respecto a la cual la derivada debería ser constante, se usa la nomenclatura sigma.

```

In [28]: import CoolProp

In [29]: CoolProp.CoolProp.PropsSI('d(Hmolar)/d(T)|sigma','P',101325,'Q',1,'Water')
Out[29]: 28.427795995713694

```

Figura 24. Función PropsSI para calcular derivadas parciales en sustancias saturadas.

Fuente: <http://www.coolprop.org/coolprop/HighLevelAPI.html#high-level-api>

De esta forma quedan definidos todos los casos en los que hizo necesario usar COOLPROP para la simulación del sistema.

3.3 Simulación y validación del modelo matemático

La validación del modelo se realizó con datos reales de la planta Piloto de Túnel de Frío de la Universidad de Piura, los datos fueron tomados el día 17 de Julio del 2018, a las 9:56 am y tuvo una duración de aproximadamente 3 horas. El modelo de la simulación tiene todas las características físicas y termodinámicas de la planta piloto real, que se describieron en el Capítulo 2.

El objetivo de este apartado se muestra en la Figura 25 el modelo de simulación debe imitar el comportamiento de la planta piloto real, es por lo que se ingresó los datos reales como variables de entrada al sistema, esto incluye a los disturbios que actuaron durante el proceso durante la prueba de la planta real. Al tener los mismos datos de entrada, las variables

de salida simuladas con el modelo matemático deben tener un comportamiento similar a las variables medidas durante el experimento. Para luego comparar los resultados obtenidos de la simulación con los datos medidos durante la prueba en la Planta Piloto Real.

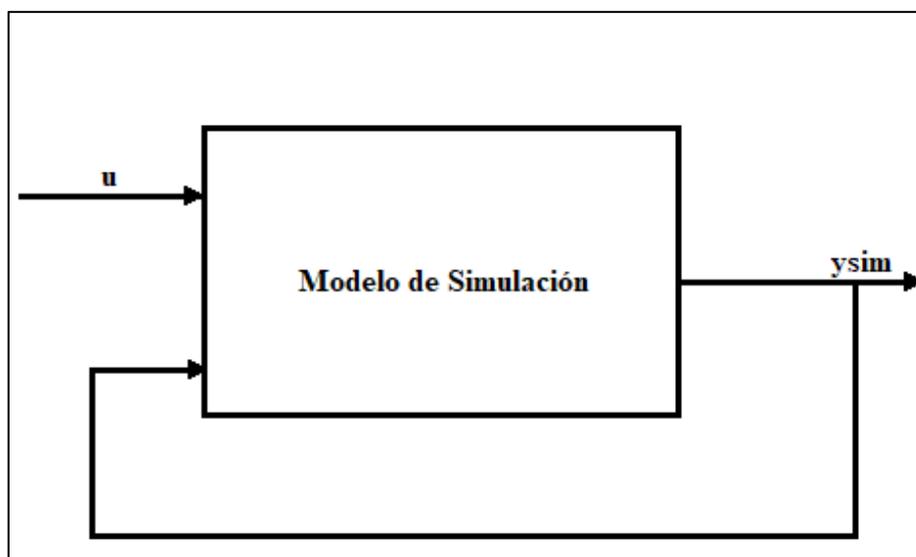


Figura 25. Funcionamiento modelo de simulación

3.3.1 Criterios de evaluación del modelo de simulación

Se usaron el índice de determinación (R^2), el porcentaje de error acumulado y el valor del FIT para determinar si los resultados obtenidos son adecuados.

La escala del índice de determinación es de 0% a 100%, es un valor adimensional que nos permite estimar el nivel de ajuste de un modelo matemático. El máximo valor que se puede obtener es el 100%, donde el valor de 100% significa que la simulación imita muy bien la dinámica del sistema real, el valor de 0% significaría que el modelo es deficiente. La fórmula para determinar el índice de determinación es:

$$R^2 = \max\left(1 - \frac{\sum_1^N (y_r(k) - y_s(k))^2}{\sum_1^N (y_r(k) - y_{rm})^2}, 0\right) \quad (3.170)$$

Donde:

- N : Es la cantidad de datos medidos.
- y_r : es la variable real medida durante la prueba en la planta Piloto.
- y_s : es la variable obtenida mediante la simulación con el modelo Matemático.
- y_{rm} : es el valor medio de los datos medidos de la variable real

El valor de FIT también es un valor adimensional con una escala de 0% a 100%, donde el 100% indica que la simulación tiene resultados idénticos a la planta real, este indicador da una idea más precisa del error, porque incluye el concepto de la raíz de desviación cuadrática

media, este valor tendrá más importancia para evaluar la performance del modelo matemático. Se calcula como:

$$FIT = \max \left(1 - \sqrt{\frac{\sum_1^N (y_r(k) - y_s(k))^2}{\sum_1^N (y_r(k) - y_{rm})^2}}, 0 \right) \quad (3.171)$$

Por último, se hará uso del error acumulado, este parámetro es más sensible a los valores atípicos, por lo que si, los otros valores indican un buen ajuste, pero el error acumulado alcanza un valor muy alto, significaría que en la simulación hay valores atípicos que no corresponden al comportamiento de la planta. La escala es de 0% a 100%, donde 100% indicaría que el comportamiento del modelo de simulación es completamente errado y el valor de 0% indicaría que no hay error de la simulación respecto a los resultados reales. Se calcula como:

$$Error\ Acumulado = \frac{\sum_1^N abs(y_r(k) - y_s(k))}{\sum_1^N abs(y_r(k))} \quad (3.172)$$

Usando estos tres indicadores se evaluará si el comportamiento del modelo de simulación es el adecuado.

3.3.2 Resultados de la simulación y validación

Durante la prueba, la planta piloto fue encendida sin carga y se usó la señal mostrada en Figura 26 para la frecuencia del compresor. Además, estuvo sometida al disturbio de la temperatura del aire al exterior de la cámara como se muestra en Figura 27. Toda esta información se ha tomado como variables de entrada para el modelo matemático. Se muestran las variables del proceso que se midieron durante la prueba, como la presión dentro del evaporador, la temperatura del refrigerante a la salida del evaporador y la temperatura del aire dentro del túnel de frío y se comparan con las variables que se obtuvieron de la simulación.

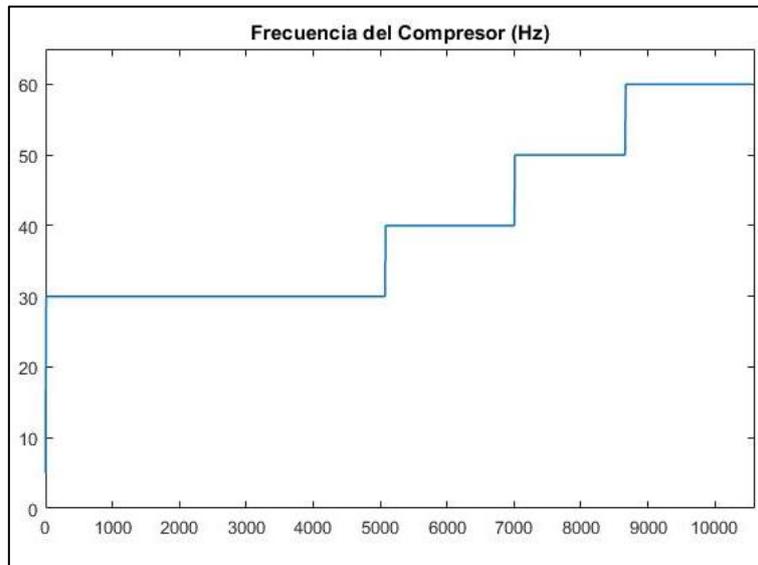


Figura 26. Señal de entrada durante la prueba de la planta piloto

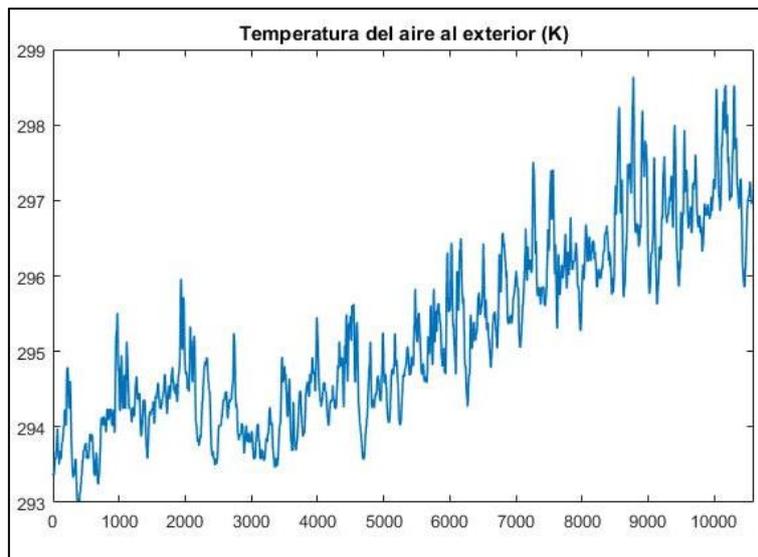


Figura 27. Temperatura del aire al exterior durante la prueba de la planta piloto

3.3.2.1 Presión en el evaporador. Se muestra en la Figura 28 los resultados de la simulación para la variable de la presión en el evaporador, en la Figura 29 se muestra como varia el valor del índice de determinación durante la simulación, como se puede apreciar al inicio disminuye hasta 68% pero luego permanece en valores cerca al 95%, esto permite asegurar que se tiene un buen ajuste para esta variable. En la Figura 30 se muestra como varia el valor FIT en el tiempo, también en los primeros instantes de la simulación toma el valor más bajo en 45% pero luego se ve que aumenta llegando incluso a superar el 80%.

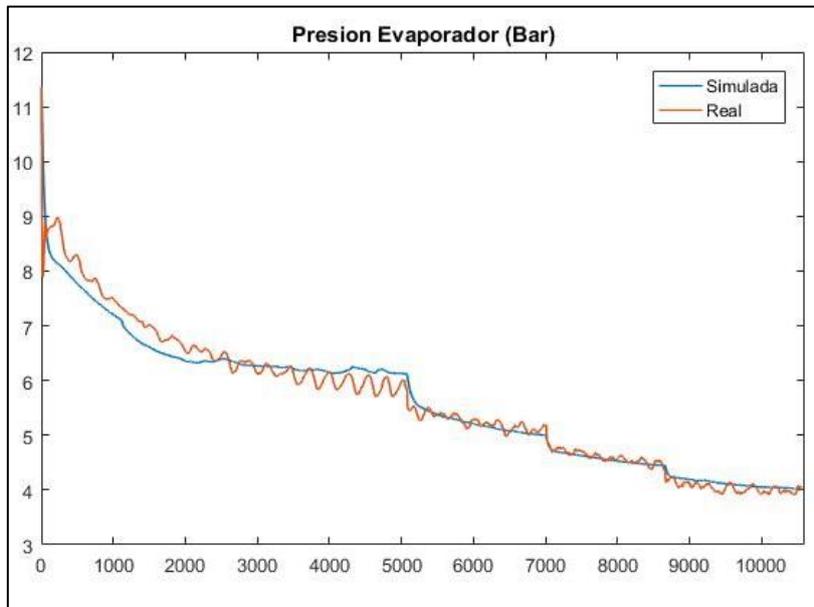


Figura 28. Comparación de presión en evaporador simulada vs real

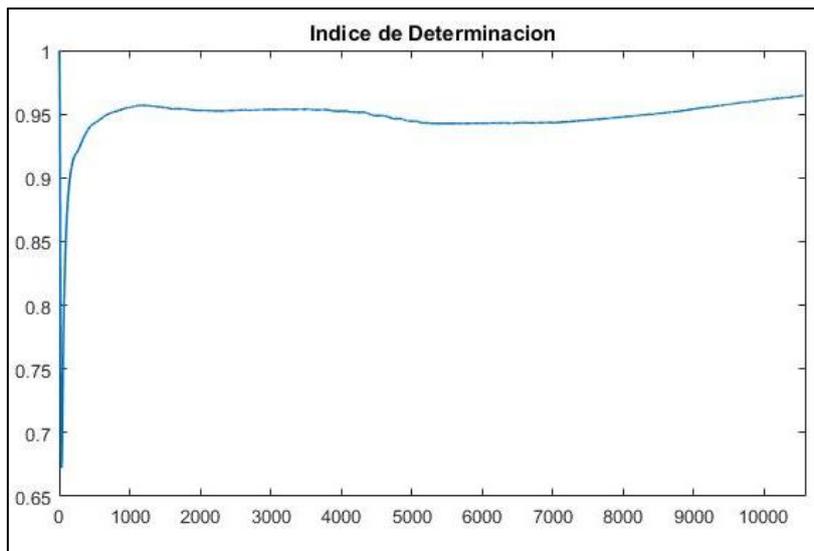


Figura 29. Índice de determinación para la simulación de la presión en evaporador

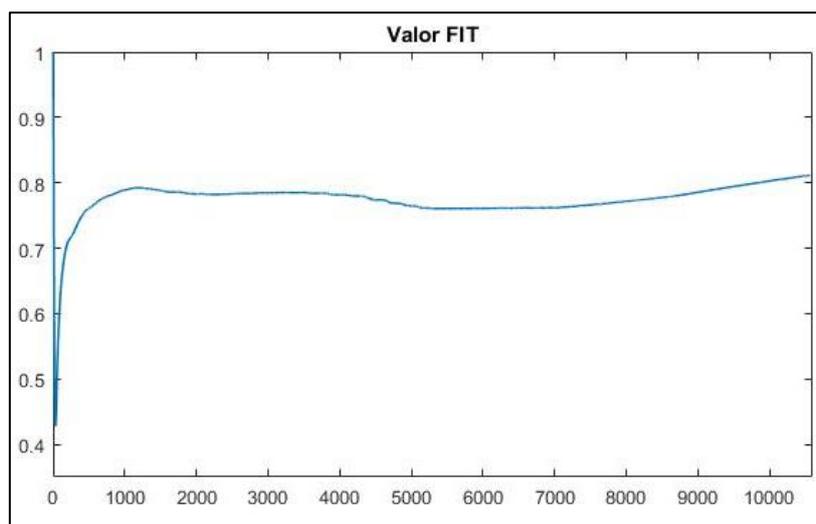


Figura 30. Valor FIT para la simulación de la presión en evaporador

Para completar el análisis de los resultados obtenidos para la variable de la presión en el evaporador, se resumen en Tabla 3 los valores promedios del índice de determinación, el valor FIT y el error acumulado.

Tabla 3.
Resumen de los indicadores para la validación de la simulación de la presión en el evaporador

Indicador	Valor
Índice de Determinación R^2	96.4501%
Valor FIT	81.1588%
Error Acumulado	2.5651%

3.3.2.2 Temperatura del refrigerante a la salida del evaporador. En la Figura 31 se muestran los resultados de la simulación de la temperatura del refrigerante a la salida del evaporador, se compara con los datos medidos durante la prueba real. Al igual que se hizo con la variable de la presión en el evaporador se muestra en la Figura 32 y en la Figura 33 como varían en el tiempo el índice de determinación y el valor FIT se puede ver que tienen un comportamiento similar a lo que ocurrió con la presión en el evaporador, donde al inicio el valor disminuye para luego estabilizarse en valores más altos.

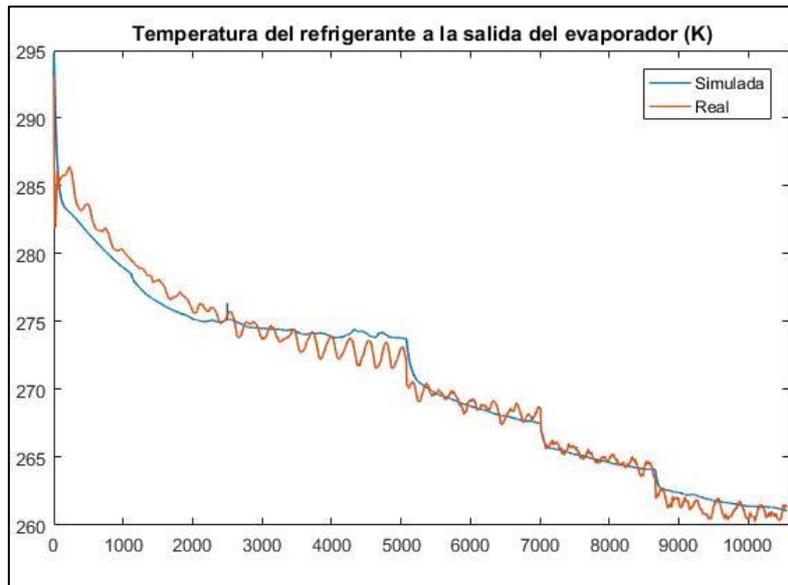


Figura 31. Comparación de la temperatura del refrigerante a la salida del evaporador simulada vs real.

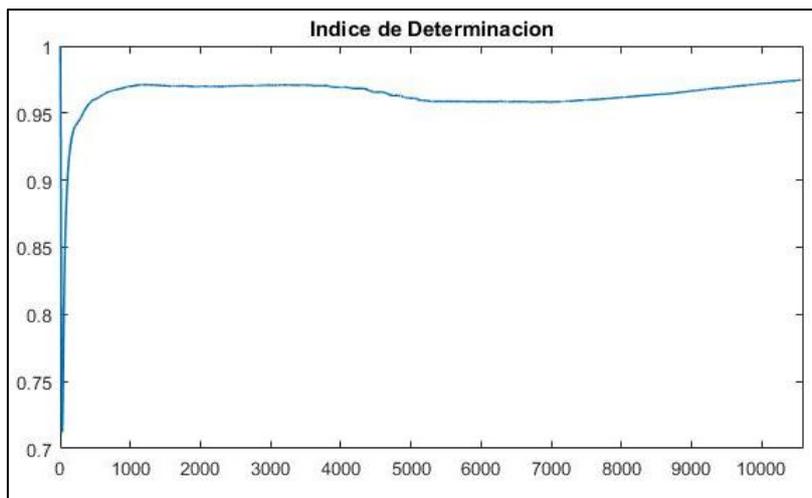


Figura 32. Índice de determinación para la simulación de la temperatura del refrigerante a la salida del evaporador

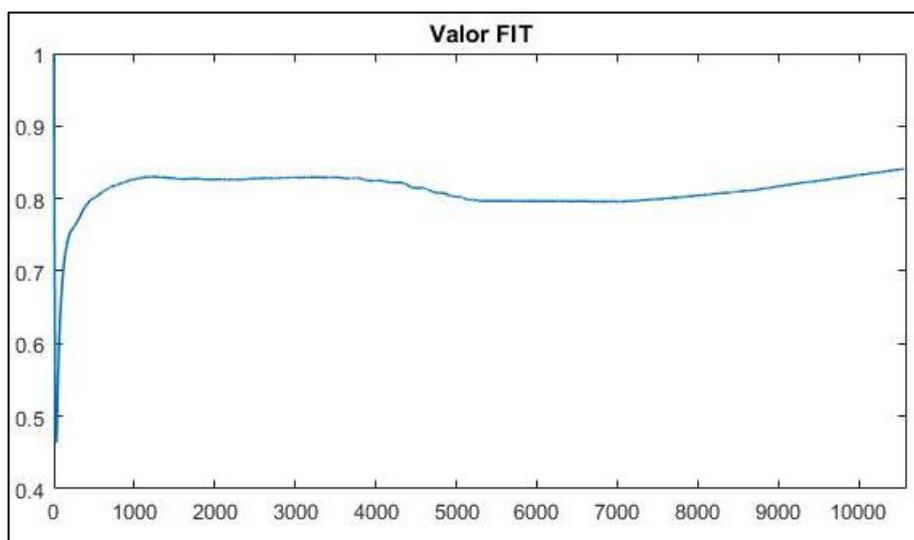


Figura 33. Valor FIT para la simulación de la temperatura del refrigerante a la salida del evaporador

Para completar el análisis de los resultados obtenidos para la variable de la presión en el evaporador, se resumen en Tabla 4 los valores promedios del índice de determinación, el valor FIT y el error acumulado.

Tabla 4.

Resumen de los indicadores para la validación de la simulación de la temperatura del refrigerante a la salida del evaporador

Indicador	Valor
Índice de Determinación R^2	97.4653%
Valor FIT	84.0792%
Error Acumulado	0.2857%

3.3.2.3 Temperatura del aire en el túnel de frío. Por último, se tiene los resultados de la temperatura del aire dentro del túnel de frío, se muestran junto con los datos medidos durante la prueba real en la Figura 34. En la Figura 35 y en Figura 36 se muestran respectivamente como varían en el tiempo los valores del índice de determinación y el valor FIT. En el caso del índice de determinación el valor más bajo que toma es de 99.5% y en el caso del valor FIT el valor más bajo está muy cerca del 90%. Ambos indicadores se estabilizan en valores altos.

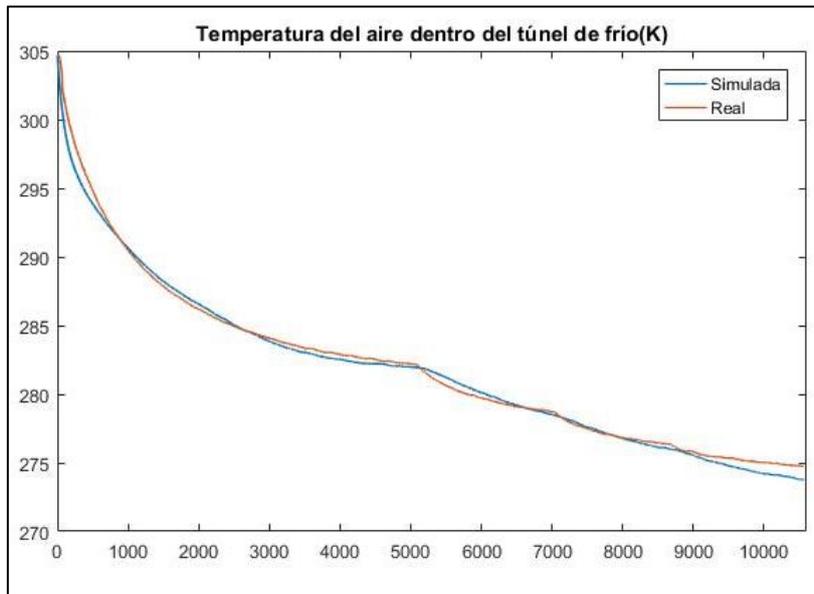


Figura 34. Comparación de la temperatura del aire en el túnel de frío simulada vs real.

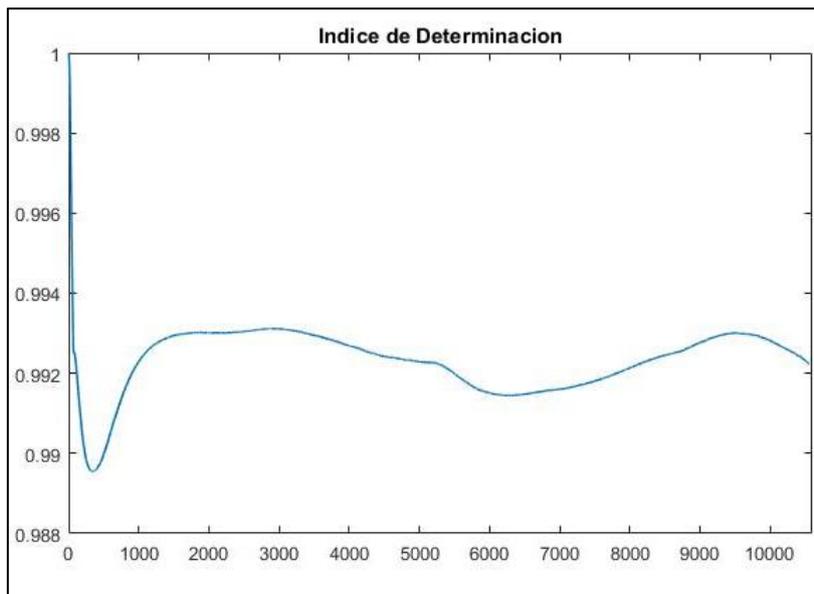


Figura 35. Índice de determinación para la simulación de la temperatura del aire dentro del túnel de frío

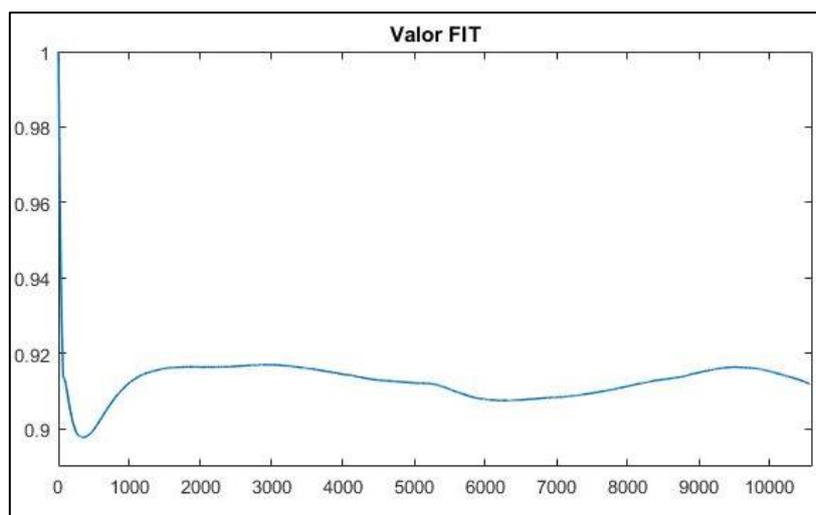


Figura 36. Valor FIT para la simulación de la temperatura del aire en el túnel de frío

Para completar el análisis de los resultados obtenidos para la variable de la presión en el evaporador se resumen en Tabla 5 los valores promedios del índice de determinación, el valor FIT y el error acumulado.

Tabla 5.
Resumen de los indicadores para la validación de la simulación de la temperatura en el túnel de frío

Indicador	Valor
Índice de Determinación R^2	99.2226%
Valor FIT	91.1831%
Error Acumulado	0.1370%

Con los resultados de las tres variables se puede ver que el error acumulado toma valores muy bajos cercano de 0, y logran valores FIT altos. Con esto se pueden interpretar que el modelo matemático imita muy bien la dinámica real del proceso de refrigeración, además el error acumulado indica que no hay valores atípicos que se alejen del comportamiento lo que señala que la simulación también tiene un comportamiento estable.

Capítulo 4

Control predictivo basado en modelo

4.1 Teoría del control predictivo basado en modelo

El Control Predictivo Basado en Modelo (MPC) está compuesto por varios métodos de control que tengan un modelo explícito, incluyendo estrategias de control. Estas estrategias de control tienen en común la existencia de una función de costo que incluye la energía y la calidad de proceso, el objetivo es minimizar el valor de la función de costo mediante un método de optimización (Ipanaqué, 2013).

Presenta ventajas sobre los controladores tradicionales como el PID, puede conectarse a sistemas MIMO, SIMO, MISO, etc., tiene ventaja cuando los valores de referencia futuros se conocen, puede implementarse en procesos con dinámica compleja o simple, con retardo largo, de fase no-mínima o inestable, introduce control con *feedforward*, se puede implementar una compensación de tiempo muerto intrínsecamente, puede tomar en cuenta las restricciones en las variables de entrada y salida, puede operar en regiones cercanas a las restricciones (Mendoza, 2020).

4.1.1 Control predictivo basado en modelo de espacio de estados

El MPC en espacio de estados se diferencia del resto de técnicas de control predictivo, por que el modelo de la predicción del proceso se describe mediante las ecuaciones de espacio de estados que permiten estimar los estados que conforman el sistema mediante las variables de entrada y permite calcular las variables de salida, esto facilita implementar el control (Alfaya, 2014). Ya que permite estimar a los estados que conforman el sistema también se le conoce como observador de estados (Glos, 2016). Un modelo de espacio de estados convencional en el control se muestra en (4. 1).

$$\begin{aligned}x(k + 1) &= Ax(k) + Bu(k) \\y(k) &= Cx(k)\end{aligned}\tag{4. 1}$$

Donde:

- A : es la matriz que expresa la dinámica del sistema respecto a los estados.
- B : es la matriz que expresa la dinámica del sistema respecto a las entradas.

- C : es la matriz que expresa el valor de las variables medidas.
- $x(k)$: es el vector de estados del sistema en el instante k .
- $y(k)$: es el vector de variables medibles en el instante k .
- $u(k)$: es el vector de variables manipulables en el instante k .

4.1.2 Modelo en espacio de estados aumentado

El objetivo del controlador es obtener la variable de entrada optimizada mediante una función de costo que pondera entre la calidad y la energía, esto también se puede hacer mediante el incremento de la variable manipulable. Al incorporar el incremento de la variable de entrada en el modelo de espacio de estados permite incluir restricciones en la velocidad de cambio de la variable de entrada. Gran parte de las restricciones corresponden a los accionamientos del proceso, se tiene un controlador que incluye más características del proceso al incorporar el incremento de la variable manipulable:

$$\Delta u(k) = u(k) - u(k - 1) \quad (4.2)$$

El sistema de espacio de estados aumentado correspondiente se escribirá como (Rossiter, 2018)

$$\begin{aligned} z(k+1) &= \begin{bmatrix} A & B \\ 0_{n_u \times n_x} & I_{n_u} \end{bmatrix} z(k) + \begin{bmatrix} B \\ I_{n_u} \end{bmatrix} \Delta u(k) \\ y(k) &= \begin{bmatrix} C & 0_{n_y \times n_u} \end{bmatrix} z(k) \end{aligned} \quad (4.3)$$

Donde:

- $z^T(k) = [x(k) \quad u(k-1)]$

Finalmente, escribiendo al modelo de espacio de estados aumentado de forma compacta se tiene:

$$\begin{aligned} z(k+1) &= A_z z(k) + B_z \Delta u(k) \\ y(k) &= C_z z(k) \end{aligned} \quad (4.4)$$

El modelo en espacio de estados aumentado permite calcular una variable de salida estimada como se muestra en la Figura 37, donde el modelo de predicción que se usa para el control predictivo está basado en el modelo de espacio de estados.

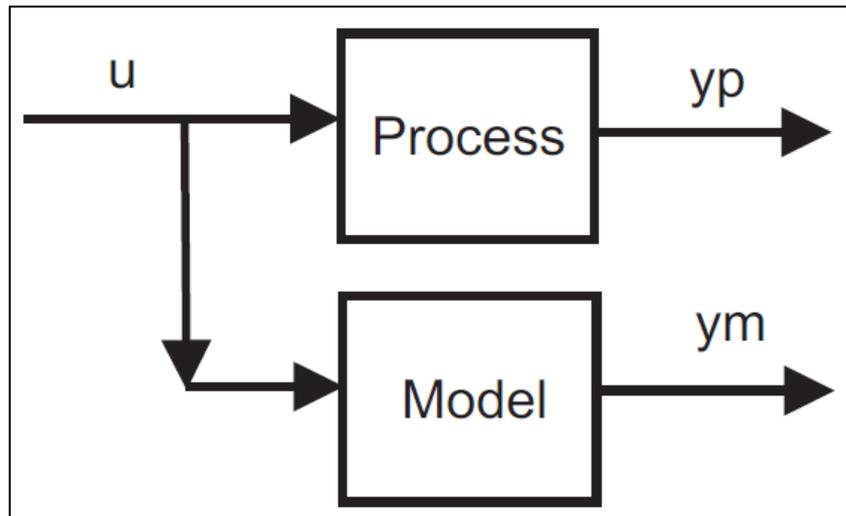


Figura 37. Estructura del modelo en paralelo con el proceso

Fuente: Rossiter (2018).

4.1.2.1 Modelo de predicción. Se usa como modelo de predicción del proceso a las ecuaciones de espacio de estado, existen varios métodos dependiendo de la observabilidad del sistema, en el caso de ser necesario se usa un estimador de estados del proceso, de forma que la predicción de las variables medibles se expresa como (Alfaya, 2014).

$$y_m(k+j) = C_z A_z z(k) + \sum_{i=0}^{j-1} C_z A_z^{(j-i-1)} B_z \Delta u(k+i) \quad (4.5)$$

Aplicando la ecuación de forma matricial se obtiene:

$$\vec{y}(k+1|k) = Fz(k) + H\vec{\Delta u}(k|k) \quad (4.6)$$

Donde:

- $\vec{y}(k+1|k)$: vector que contiene las predicciones.
- $\vec{\Delta u}(k|k)$: vector que contiene los incrementos futuros de las variables de entrada.
- F: es el vector que contiene la respuesta libre del sistema.
- H: es la matriz que contiene la respuesta forzada del sistema (Wang, 2009)

A continuación, se muestran en (4. 7), (4. 8), (4. 9) y (4. 10) cómo estarían conformados $\vec{y}(k+1|k)$, $\vec{\Delta u}(k|k)$, F y H para un horizonte de predicción N_p y un horizonte de control N_c :

$$\vec{y}(k+1|k) = \begin{bmatrix} y(k+1|k) \\ y(k+2|k) \\ \vdots \\ y(k+N_p-1|k) \\ y(k+N_p|k) \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

$$\vec{\Delta u}(k|k) = \begin{bmatrix} \Delta u(k|k) \\ \Delta u(k+1|k) \\ \vdots \\ \Delta u(k+N_c-2|k) \\ \Delta u(k+N_c-1|k) \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

$$F = \begin{bmatrix} C_z A_z \\ C_z A_z^2 \\ C_z A_z^3 \\ \vdots \\ C_z A_z^{N_p} \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

$$H = \begin{bmatrix} C_z B_z & 0 & \dots & 0 & 0 \\ C_z A_z B_z & C_z B_z & \dots & 0 & 0 \\ C_z A_z^2 B_z & C_z A_z B_z & \ddots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ C_z A_z^{N_p-1} B_z & C_z A_z^{N_p-2} B_z & \dots & C_z A_z^{N_p-N_c+1} B_z & C_z A_z^{N_p-N_c} B_z \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

4.1.3 Función de costo

El objetivo es optimizar una ponderación entre la energía que consume las variables de entrada y el error cometido respecto a la referencia. Esta función se muestra en:

$$J = \sum_{i=1}^N \begin{bmatrix} y(k+i) - r(k+i) \\ u(k+i-1) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} Q & 0 \\ 0 & R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y(k+i) - r(k+i) \\ u(k+i-1) \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

Los valores de Q y R son parámetros sintonizables del controlador. De esta forma se puede ponderar a la energía de la acción de control incrementando los parámetros de R , si se desea priorizar el error cometido respecto a la referencia se incrementan los parámetros de Q .

4.1.4 Ley de control

La optimización debe realizarse para todos las predicciones calculadas en el horizonte de predicción de N , cómo se explicó en el acápite anterior se busca minimizar el valor de la función de costo, pero esta optimización debe realizarse en función de los valores futuros de los incrementos de las variables de entrada. Por lo tanto, escribiendo la función de costo de forma matricial reemplazando las predicciones explicadas en (4.6) se obtiene la expresión:

$$J = \left(Fz(k) + H\overline{\Delta u}(k|k) - \vec{r}(k+1|k) \right)^T Q \left(Fz(k) + H\overline{\Delta u}(k|k) - \vec{r}(k+1|k) \right) + \vec{u}(k|k)^T R \vec{u}(k|k) \quad (4.12)$$

Donde:

- $\vec{r}(k+1|k)$: es el vector que contiene los valores futuros de las referencias de las variables de salida.
- $\vec{u}(k|k)$: es el vector que contiene los valores futuros de las variables de entrada.

De forma que $\vec{r}(k+1|k)$ para un horizonte de predicción de N_p y $\vec{u}(k|k)$ para un horizonte de control N_c se componen de la siguiente manera:

$$\vec{r}(k+1|k) = \begin{bmatrix} r(k+1|k) \\ r(k+2|k) \\ \vdots \\ r(k+N_p-1|k) \\ r(k+N_p|k) \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

$$\vec{u}(k|k) = \begin{bmatrix} u(k|k) \\ u(k+1|k) \\ \vdots \\ u(k+N_c-2|k) \\ u(k+N_c-1|k) \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

El vector $\vec{u}(k|k)$ puede escribirse como:

$$\vec{u}(k|k) = \begin{bmatrix} I_{n_u} \\ I_{n_u} \\ I_{n_u} \\ \vdots \\ I_{n_u} \end{bmatrix} u(k-1|k) + \begin{bmatrix} I_{n_u} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ I_{n_u} & I_{n_u} & 0 & \cdots & 0 \\ I_{n_u} & I_{n_u} & I_{n_u} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ I_{n_u} & I_{n_u} & I_{n_u} & \cdots & I_{n_u} \end{bmatrix} \overline{\Delta u}(k|k) \quad (4.15)$$

De forma compacta se escribe como:

$$\vec{u}(k|k) = Su(k-1|k) + M\overline{\Delta u}(k|k) \quad (4.16)$$

Donde S es una matriz de N_c filas y n_u columnas, y M es una matriz de N_c filas y $(N_c \times n_u)$ columnas. Reemplazando (4.16) en (4.12) se obtiene:

$$\begin{aligned} \min_{\overline{\Delta u}(k|k)} J &= \left(Fz(k) + H\overline{\Delta u}(k|k) - \vec{r}(k+1|k) \right)^T Q \left(Fz(k) + H\overline{\Delta u}(k|k) \right. \\ &\quad \left. - \vec{r}(k+1|k) \right) \\ &\quad + \left(Su(k-1|k) + M\overline{\Delta u}(k|k) \right)^T R \left(Su(k-1|k) + M\overline{\Delta u}(k|k) \right) \end{aligned} \quad (4.17)$$

El resultado de la optimización de (4. 17) da como resultado al vector óptimo $\overline{\Delta u}(k|k)$. A este vector se le conoce como ley de control. El objetivo del control predictivo en espacio de estados es encontrar el vector óptimo $\overline{\Delta u}(k|k)$, los valores de este vector dependerán del método de optimización, en ausencia de restricciones se puede hallar al vector $\overline{\Delta u}(k|k)$ de forma analítica (Ipanaqué, 2013).

4.2 Control predictivo no lineal basado en modelo de espacio de estados

Cuando el modelo matemático del comportamiento de un proceso corresponde a una función no lineal, es necesario implementar un control predictivo no lineal que responda al cambio en la dinámica del proceso. Para lo cual el modelo matemático en espacio de estados se actualiza en cada instante de tiempo.

4.2.1 Linealización a lo largo de la trayectoria de predicción

Si se tiene un sistema no lineal $f(x(t), u(t), d(t))$, en donde $d(t)$ son los disturbios que actúan sobre el sistema, de forma que se cumple que:

$$\frac{dx(t)}{dt} = f(x(t), u(t), d(t)) \quad (4. 18)$$

Para realizar la linealización de este sistema se asume que se conoce a u^0 a partir de aplicar ley de control que se encontró en la optimización del instante anterior, para hallar los valores futuros de las variables de entrada:

$$\vec{u}(k-1|k-1) = [u(k-1|k-1) \quad u(k|k-1) \quad \dots \quad u(k+N_c-2|k-1)]^T \quad (4. 19)$$

Donde:

- $\vec{u}(k-1|k-1)$: Vector que contiene a los valores de la variable resultantes de la optimización del controlador durante el instante anterior ($k-1$).
- $u(k-1|k-1)$: Valores de las variables de entrada aplicadas en el instante anterior.
- $u(k|k-1)$: Valor de las variables de entrada obtenidas de la optimización anterior para el instante actual.

De forma que u^0 es igual a:

$$u^0 = u(k|k-1) \quad (4. 20)$$

Por lo tanto, es posible a partir de u^0 calcular a los estados que pertenecen a la trayectoria de predicción que se optimizó en el instante anterior.

$$\hat{x}(k+1) = \int_k^{k+1} f(x(k), u^0, d^0) dt \quad (4.21)$$

Donde:

- d^0 : Son los disturbios considerados en la predicción y son iguales a los disturbios del instante actual.

Se realizará la linealización a través de las trayectorias de las predicciones realizadas. Esto permite escribir las ecuaciones linealizadas como:

$$T(t)\dot{x} = V(t)(x(t) - \hat{x}(t)) + W(t)(u(t) - u^0) + Z(t)(d(t) - d^0) \quad (4.22)$$

Donde:

- V : Matriz que contiene la linealización respecto a los estados.
- W : Matriz que contiene la linealización respecto a las variables de entrada.
- Z : Matriz que contiene la linealización respecto a los disturbios.

4.2.2 Modelado del sistema en espacio de estados

Como paso inicial es necesario definir a las variables:

$$\tilde{\delta}x(t) = (x(t) - \hat{x}(t)) \quad (4.23)$$

$$\tilde{\delta}u(t) = (u(t) - u^0) \quad (4.24)$$

$$\tilde{\delta}d(t) = (d(t) - d^0) \quad (4.25)$$

En este apartado se presenta el modelo de espacio de estados el cual difiere del modelo de espacio de estados del controlador basado en el acápite 4.1.1 ya que se tiene que considerar el error de la linealización que se ha realizado. Por lo tanto, considerando el teorema de la convergencia, el modelo de espacio de estados en el tiempo continuo es:

$$\dot{x} = f(\hat{x}(t), u^0, d^0) + A(t)\tilde{\delta}x(t) + B(t)\tilde{\delta}u(t) + D(t)\tilde{\delta}d(t) \quad (4.26)$$

De esta forma el valor de la linealización es igual al valor de la función $f(x(t), u(t), d(t))$. Las matrices de este sistema se calculan como:

$$A(t) = \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{\hat{x}(t), u^0, d^0} = T(t)^{-1}V(t) \quad (4.27)$$

$$B(t) = \left. \frac{\partial f}{\partial u} \right|_{\hat{x}(t), u^0, d^0} = T(t)^{-1}W(t) \quad (4.28)$$

$$D(t) = \left. \frac{\partial f}{\partial d} \right|_{\hat{x}(t), u^0, d^0} = T(t)^{-1} Z(t) \quad (4.29)$$

El error de la linealización se calcula con:

$$e(t) = f(\hat{x}(t), u^0, d^0) - A(t)\hat{x}(t) - B(t)u^0 - D(t)d^0 \quad (4.30)$$

Reemplazando a (4.30) en (4.26) se obtiene:

$$\dot{x} = A(t)x(t) + B(t)u(t) + D(t)d(t) + e(t) \quad (4.31)$$

4.2.2.1 Discretización del modelo en espacio de estados. Con el espacio de estados presentado en (4.31) mediante el método ZOH para conservar la estabilidad del sistema, el modelo de espacio de estados resultante se denotará como:

$$\begin{aligned} x(k+1) &= A_d(k)x(k) + B_d(k)u(k) + D_d(k)d(k) + E_d(k)e(k) \\ y(k) &= C_d(k)x(k) \end{aligned} \quad (4.32)$$

Para calcular el error de linealización discretizado $e(k)$ se hará uso de:

$$e(k) = f(\hat{x}(k), u^0, d^0) - A(k)\hat{x}(k) - B(k)u^0 - D(k)d^0 \quad (4.33)$$

Cabe señalar que las matrices que se usan para calcular el error de linealización en tiempo continuo, como el error de linealización discretizado, son las matrices del espacio de estados de (4.26).

4.2.2.2 Modelo de espacio de estados aumentados. Al igual que en el acápite 4.1.2 donde se modifica al modelo de espacio de estados tradicional para que incluya al incremento de la variable manipulable ($\Delta u(k)$), se realizará lo mismo para el modelo de espacio presentado en (4.33).

$$\begin{aligned} z(k+1) &= \begin{bmatrix} A_d & B_d \\ 0_{n_u \times n_x} & I_{n_u} \end{bmatrix} z(k) + \begin{bmatrix} B_d \\ I_{n_u} \end{bmatrix} \Delta u(k) + \begin{bmatrix} D_d \\ 0_{n_u \times n_d} \end{bmatrix} d(k) + \begin{bmatrix} E_d \\ 0_{n_u \times n_x} \end{bmatrix} e(k) \\ y(k) &= [C_d \quad 0_{n_y \times n_u}] z(k) \end{aligned} \quad (4.34)$$

Se conserva la nomenclatura para el vector de estados $z(k)$ que se presentó en el acápite 4.1.2. De forma que el modelo de espacio de estados resultante se escribe de forma compacta como:

$$\begin{aligned} z(k+1) &= A_z z(k) + B_z \Delta u(k) + D_z d(k) + E_z e(k) \\ y(k) &= C_z z(k) \end{aligned} \quad (4.35)$$

4.2.3 Método de horizonte recesivo para el modelo de predicción

Ya que el modelo de espacio de estados es diferente al presentado en el apartado 4.1.2 las predicciones que se presentaron en el mismo acápite ya no son válidas, de manera que se explicara de forma detallada como se calcularan las predicciones con el nuevo modelo de espacio de estados.

Para la predicción del espacio del instante $k + 1$ respecto del instante k se tiene que:

$$z(k + 1|k) = A_z z(k) + B_z \Delta u(k) + D_z d(k) + E_z e(k) \quad (4.36)$$

De igual forma se puede escribir la predicción del instante $k + 2$ respecto al instante k :

$$z(k + 2|k) = A_z z(k + 1) + B_z \Delta u(k + 1) + D_z d(k + 1) + E_z e(k + 1) \quad (4.37)$$

Reemplazando a (4.36) en (4.37) se obtiene:

$$z(k + 2|k) = A_z (A_z z(k) + B_z \Delta u(k) + D_z d(k) + E_z e(k)) + B_z \Delta u(k + 1) + D_z d(k + 1) + E_z e(k + 1) \quad (4.38)$$

Aplicando esto a una predicción del instante $k + N_p$ respecto al instante k , se obtendrá:

$$\begin{aligned} z(k + N|k) = & A_z^{N_p} z(k) + A_z^{N_p-1} B_z \Delta u(k) + A_z^{N_p-2} B_z \Delta u(k + 1) \\ & + A_z^{N_p-3} B_z \Delta u(k + 2) + \dots + B_z \Delta u(k + N_p) + A_z^{N_p-1} D_z d(k) \\ & + A_z^{N_p-2} D_z d(k + 1) + A_z^{N_p-3} D_z d(k + 2) + \dots + D_z d(k + N_p) \\ & + A_z^{N_p-1} E_z e(k) + A_z^{N_p-2} E_z e(k + 1) + A_z^{N_p-3} E_z e(k + 2) + \dots \\ & + E_z e(k + N_p) \end{aligned} \quad (4.39)$$

Teniendo en cuenta a (4.35) se puede escribir al valor de la variable de salida respecto a las variables de estado para el instante $k + N_p$:

$$y(k + N_p) = C_z z(k + N_p) \quad (4.40)$$

La predicción de la variable de salida en el instante $k + N_p$ respecto al instante k , se obtendrá:

$$\begin{aligned}
y(k + N_p | k) = & C_z A_z^{N_p} z(k) + C_z A_z^{N_p - 1} B_z \Delta u(k) + C_z A_z^{N_p - 2} B_z \Delta u(k + 1) \\
& + C_z A_z^{N_p - 3} B_z \Delta u(k + 2) + \dots + C_z B_z \Delta u(k + N_p) \\
& + C_z A_z^{N_p - 1} D_z d(k) + C_z A_z^{N_p - 2} D_z d(k + 1) \\
& + C_z A_z^{N_p - 3} D_z d(k + 2) + \dots + C_z D_z d(k + N_p) \\
& + C_z A_z^{N_p - 1} E_z e(k) + C_z A_z^{N_p - 2} E_z e(k + 1) \\
& + C_z A_z^{N_p - 3} E_z e(k + 2) + \dots + C_z E_z e(k + N_p)
\end{aligned} \tag{4.41}$$

Escribiendo a todas las predicciones de forma matricial como se hizo en el ítem 4.1.2.1 se obtiene:

$$\vec{y}(k + 1 | k) = \Phi z(k) + X \vec{\Delta u}(k | k) + \Psi' \vec{d}(k | k) + H' \vec{e}(k | k) \tag{4.42}$$

Donde:

- $\vec{y}(k + 1 | k)$: es el vector que contiene los valores futuros de los estados del sistema.
- $\vec{d}(k | k)$: es el vector que contiene los valores futuros de los disturbios.
- $\vec{e}(k | k)$: es el vector que contiene los valores futuros del error de linealización.
- Φ : Es el vector de la respuesta libre del sistema.
- X : es la matriz de la respuesta forzada del sistema.
- Ψ' : es la matriz de la respuesta inducida por el disturbio del sistema.
- H' : es la matriz que compensa al error de linealización.

Se muestran cómo se componen las matrices Φ , X , Ψ' y H' con un horizonte de predicción N :

$$\Phi = \begin{bmatrix} C_z A_z \\ C_z A_z^2 \\ C_z A_z^3 \\ \vdots \\ C_z A_z^{N_p} \end{bmatrix} \tag{4.43}$$

$$X = \begin{bmatrix} C_z B_z & 0 & \dots & 0 & 0 \\ C_z A_z B_z & C_z B_z & \dots & 0 & 0 \\ C_z A_z^2 B_z & C_z A_z B_z & \ddots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \dots & \dots & \vdots \\ C_z A_z^{N_p - 1} B_z & C_z A_z^{N_p - 2} B_z & \dots & C_z A_z^{N_p - N_c + 1} B_z & C_z A_z^{N_p - N_c} B_z \end{bmatrix} \tag{4.44}$$

$$\Psi' = \begin{bmatrix} C_z D_z & 0 & 0 & \dots & 0 \\ C_z A_z D_z & C_z D_z & 0 & \dots & 0 \\ C_z A_z^2 D_z & C_z A_z D_z & C_z D_z & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_z A_z^{N_p-1} D_z & C_z A_z^{N_p-2} D_z & C_z A_z^{N_p-3} D_z & \dots & C_z D_z \end{bmatrix} \quad (4.45)$$

$$H' = \begin{bmatrix} C_z E_z & 0 & 0 & \dots & 0 \\ C_z A_z E_z & C_z E_z & 0 & \dots & 0 \\ C_z A_z^2 E_z & C_z A_z E_z & C_z E_z & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_z A_z^{N_p-1} E_z & C_z A_z^{N_p-2} E_z & C_z A_z^{N_p-3} E_z & \dots & C_z E_z \end{bmatrix} \quad (4.46)$$

Se pueden ver a los vectores $\vec{d}(k|k)$ y $\vec{e}(k|k)$ en (4.47) y (4.48) para un horizonte de predicción N , para simplificar el cálculo se asumirán que los valores del disturbio y el error permanecen constantes durante las predicciones de forma que:

$$\vec{d}(k|k) = \begin{bmatrix} d(k|k) \\ d(k+1|k) \\ \vdots \\ d(k+N_p-2|k) \\ d(k+N_p-1|k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{n_d} \\ I_{n_d} \\ \vdots \\ I_{n_d} \\ I_{n_d} \end{bmatrix} d(k) \quad (4.47)$$

$$\vec{e}(k|k) = \begin{bmatrix} e(k|k) \\ e(k+1|k) \\ \vdots \\ e(k+N_p-2|k) \\ e(k+N_p-1|k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{n_x} \\ I_{n_x} \\ \vdots \\ I_{n_x} \\ I_{n_x} \end{bmatrix} e(k) \quad (4.48)$$

A partir de esto se define que:

$$\Psi = \Psi' \begin{bmatrix} I_{n_d} \\ I_{n_d} \\ \vdots \\ I_{n_d} \\ I_{n_d} \end{bmatrix} \quad (4.49)$$

$$H = H' \begin{bmatrix} I_{n_x} \\ I_{n_x} \\ \vdots \\ I_{n_x} \\ I_{n_x} \end{bmatrix} \quad (4.50)$$

Incluyendo estas nuevas definiciones en (4.42) obteniéndose:

$$\vec{y}(k+1|k) = \Phi z(k) + X \bar{\Delta} u(k|k) + \Psi d(k) + H e(k) \quad (4.51)$$

4.2.4 Función de costo

El controlador predictivo no lineal en espacio de estados tendrá forma cuadrática de forma similar a la presentada en el acápite 4.1.3 con la modificación que se incluirá un costo por el incremento de las variables de entrada:

$$\min_{\Delta \vec{u}(k|k)} J = \sum_{i=1}^{N_p} \begin{bmatrix} y(k+i) - r(k+i) \\ u(k+i-1) - u_{ss} \\ \Delta u(k) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} Q & 0 & 0 \\ 0 & R & 0 \\ 0 & 0 & \beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y(k+i) - r(k+i) \\ u(k+i-1) - u_{ss} \\ \Delta u(k) \end{bmatrix} \quad (4.52)$$

Donde β es la ponderación del peso para el incremento de los valores de las variables de entrada, este valor permite controlar que los incrementos de la variable no se hagan de forma brusca, protegiendo a los accionamientos que son activados con las variables de entrada y, u_{ss} es el vector que contiene los valores recomendados en el diseño nominal de los accionamientos para las variables de entrada, un ejemplo sería la velocidad nominal del motor del compresor.

4.2.5 Optimización de la función de costo sin restricciones

Como se planteó en el acápite 4.1.4 el objetivo del controlador es hallar la ley de control, la función de costo se debe minimizar para todos los valores de las predicciones mediante las acciones de control futuras. Por lo que la función de costo al incluir las predicciones que se presentaron en (4.51) se escribe como:

$$J = \left(\Phi z(k) + X \overline{\Delta u}(k|k) + \Psi d(k) + He(k) - \vec{r}(k+1|k) \right)^T Q \left(\Phi z(k) + X \overline{\Delta u}(k|k) + \Psi d(k) + He(k) - \vec{r}(k+1|k) \right) + \vec{u}(k|k)^T R \vec{u}(k|k) + \overline{\Delta u}(k|k) \beta \overline{\Delta u}(k|k) \quad (4.53)$$

Reemplazando a (4.16) en (4.53) se obtiene:

$$J = \left(\Phi z(k) + X \overline{\Delta u}(k|k) + \Psi d(k) + He(k) - \vec{r}(k+1|k) \right)^T Q \left(\Phi z(k) + X \overline{\Delta u}(k|k) + \Psi d(k) + He(k) - \vec{r}(k+1|k) \right) + \left(Su(k-1|k) + M \overline{\Delta u}(k|k) \right)^T R \left(Su(k-1|k) + M \overline{\Delta u}(k|k) \right) + \overline{\Delta u}(k|k) \beta \overline{\Delta u}(k|k) \quad (4.54)$$

Cuando no hay restricciones sobre las variables de entrada, variables de estado o variables de salida se puede hallar la ley de control de forma analítica, a partir de:

$$\frac{\partial J}{\partial \overline{\Delta u}(k|k)} = 0 \quad (4.55)$$

Igualando la derivada parcial de la función de costo respecto al vector $\overline{\Delta u}(k|k)$, resulta la siguiente expresión:

$$\begin{aligned} & 2(X^T QX + M^T R M + \beta) \overline{\Delta u}(k|k) \\ & + 2(z^T(k) \Phi^T QX + d^T(k) \Psi^T QX + e^T(k) H^T QX - \tilde{r}^T(k+1|k) QX) \\ & + u^T(k-1|k) S^T R M - u_{ss}^T R M = 0 \end{aligned} \quad (4.56)$$

Despejando al vector $\overline{\Delta u}(k|k)$ se tiene:

$$\begin{aligned} \overline{\Delta u}(k|k) = & (X^T QX + M^T R M + \beta)^{-1} (u_{ss}^T R M + \tilde{r}^T(k+1|k) QX - z^T(k) \Phi^T QX \\ & - d^T(k) \Psi^T QX - e^T(k) H^T QX - u^T(k-1|k) S^T R M) \end{aligned} \quad (4.57)$$

El algoritmo del controlador únicamente toma el primer valor de la ley de control hallada y descarta los demás valores porque vuelve a calcularse en cada instante de tiempo.

4.2.6 Optimización de la función de costo sujeta a restricciones

La función de costo cuando existen restricciones en las variables de entrada, variables de estado y variables de salida. Se escribe como:

$$\begin{aligned} \min_{\overline{\Delta u}(k|k)} J = & \sum_{i=1}^{N_p} \begin{bmatrix} y(k+i) - r(k+i) \\ u(k+i-1) - u_{ss} \\ V_p \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} Q & 0 & 0 \\ 0 & R & 0 \\ 0 & 0 & \xi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y(k+i) - r(k+i) \\ u(k+i-1) - u_{ss} \\ V_p \end{bmatrix} \\ & \underline{\Delta u} \leq \Delta u(k+i|k) \leq \overline{\Delta u} \\ & \underline{u} \leq u(k+i|k) \leq \overline{u} \\ \text{suje}to \text{ a } & \underline{y} - V_p \leq y(k+i+1|k) \leq \overline{y} + V_p, i = 0, 1, \dots, N \\ & \underline{z} - V_p \leq z(k+i+1|k) \leq \overline{z} + V_p \\ & V_p \geq 0 \end{aligned} \quad (4.58)$$

Donde:

- ξ : Costo de penalidad usado para incluir las restricciones a las variables de salida.
- V_p : Es una variable adicional que permite incluir restricciones sobre las variables de salida, se le define como la desviación de las restricciones y tiene un costo de penalidad (ξ).
- $\underline{\Delta u}$: Vector que contiene las restricciones para los valores mínimos de los incrementos de las variables de entrada.
- $\overline{\Delta u}$: Vector que contiene las restricciones para los valores máximos de los incrementos de las variables de entrada.
- \underline{u} : Vector que contiene las restricciones para los valores mínimos de las variables de entrada.

- \bar{u} : Vector que contiene las restricciones para los valores máximos de las variables de entrada.
- \underline{y} : Vector que contiene las restricciones para los valores mínimos de las variables de salida.
- \bar{y} : Vector que contiene las restricciones para los valores máximos de las variables de salida.
- \underline{z} : Vector que contiene las restricciones para los valores mínimos de las variables de estado.
- \bar{z} : Vector que contiene las restricciones para los valores máximos de las variables de estado.

4.2.6.1 Restricciones sobre las variables de entrada, salida y estados. Las restricciones se pueden aplicar sobre las distintas variables que actúan sobre el sistema, en cada uno de estas poseen un significado diferente, en el caso de las variables de entrada pueden ser restricciones físicas o de seguridad, en las variables de salida tienen un significado diferente el cual dependerá de la naturaleza del proceso.

4.2.6.1.1 Restricciones sobre los incrementos de las variables de entrada. Por las limitaciones físicas de los equipos es importante incluir restricciones sobre los incrementos de las variables de entrada, a estos se les puede interpretar como la velocidad con la que las variables de entrada cambiarán su valor por lo que si no se restringen adecuadamente pueden causar averías sobre los actuadores o sobre los componentes del proceso.

La desviación de las restricciones (V_p) permite aplicar restricciones sobre la variable de salida, donde el controlador no llegara a un escenario de solución inviable, es decir que entregará una solución optimizada en todo momento. Como se puede ver en la función de costo final esta variable también es afectada por la optimización, se busca que su valor sea igual a 0. De forma que en este apartado se buscara incluir también las restricciones a las que está afectada.

$$\underline{\Delta u} \leq \Delta u(k + i|k) \leq \bar{\Delta u} \quad (4. 59)$$

$$V_p \geq 0 \quad (4. 60)$$

Estas condiciones se deben cumplir en cada una de las predicciones de forma que se debe escribir de forma matricial. Para los valores futuros de los incrementos de las variables de entrada se tiene lo siguiente:

$$\overrightarrow{\Delta u}(k|k) \geq \begin{bmatrix} I_{n_u} \\ I_{n_u} \\ I_{n_u} \\ \vdots \\ I_{n_u} \end{bmatrix} \underline{\Delta u} \quad (4.61)$$

En forma compacta siguiendo la nomenclatura que se especificó en (4.16) se escribe como:

$$\overrightarrow{\Delta u}(k|k) \geq S \underline{\Delta u} \quad (4.62)$$

Agrupando esta nueva expresión con las restricciones de V_p se puede escribir como:

$$\begin{bmatrix} \overrightarrow{\Delta u}(k|k) \\ V_p \end{bmatrix} \geq \begin{bmatrix} S \underline{\Delta u} \\ 0_{n_y \times 1} \end{bmatrix} \quad (4.63)$$

Para la restricción de valor máximo se tiene:

$$\Delta u(k+i|k) \leq \overline{\Delta u} \quad (4.64)$$

De forma análoga a las restricciones de valor mínimo se puede escribir que:

$$\overrightarrow{\Delta u}(k|k) \leq S \overline{\Delta u} \quad (4.65)$$

Agrupando esta expresión con las restricciones de V_p se puede escribir como:

$$\begin{bmatrix} \overrightarrow{\Delta u}(k|k) \\ V_p \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} S \overline{\Delta u} \\ I_{n_y} \times Inf \end{bmatrix} \quad (4.66)$$

4.2.6.1.2 Restricciones sobre las variables de entrada. Las restricciones de las variables de entrada también siguen los límites físicos de los equipos ya que en el caso del motor tiene una velocidad mínima y máxima las cuales no pueden ser ignoradas. Análogamente ocurre con la apertura de la válvula.

Ya que la variable V_p está sujeta a la optimización debe ser considerada en todas las ecuaciones de las restricciones aquí presentadas.

Para las restricciones sobre los valores mínimos se tiene:

$$u(k+i|k) \geq \underline{u} \quad (4.67)$$

Por lo que se puede escribir en forma matricial para todos los valores futuros de las variables de entrada:

$$\vec{u}(k|k) \geq S\underline{u} \quad (4.68)$$

Reemplazando (4.16) en (4.68) se tiene:

$$Su(k-1|k) + M\overrightarrow{\Delta u}(k|k) \geq S\underline{u} \quad (4.69)$$

Despejando al vector $\overrightarrow{\Delta u}(k|k)$ se puede escribir como:

$$M\overrightarrow{\Delta u}(k|k) \geq S(\underline{u} - u(k-1|k)) \quad (4.70)$$

Para poder incluirlo en la función que optimiza, debe quedar como una desigualdad menor o igual respecto a las variables optimizables de forma que se tiene que multiplicar a la expresión por -1.

$$-M\overrightarrow{\Delta u}(k|k) \leq S(u(k-1|k) - \underline{u}) \quad (4.71)$$

A continuación, las restricciones sobre valores máximos se tienen:

$$\vec{u}(k|k) \leq S\bar{u} \quad (4.72)$$

Reemplazando a (4.16) en (4.72) y despejando a $\overrightarrow{\Delta u}(k|k)$ se obtiene:

$$M\overrightarrow{\Delta u}(k|k) \leq S(\bar{u} - u(k-1|k)) \quad (4.73)$$

Por último, se incluye a la variable V_p en forma matricial como:

$$\begin{bmatrix} M & 0_{(n_u \cdot N_c) \times n_y} \\ -M & 0_{(n_u \cdot N_c) \times n_y} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \overrightarrow{\Delta u}(k|k) \\ V_p \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} S(\bar{u} - u(k-1|k)) \\ S(u(k-1|k) - \underline{u}) \end{bmatrix} \quad (4.74)$$

4.2.6.1.3 Restricciones sobre las variables de estados. Para incluir restricciones en las variables de estado es necesario definir las matrices que permiten calcular a las predicciones de las variables de estado.

$$\vec{z}(k+1|k) = \Phi_z z(k) + X_z \overrightarrow{\Delta u}(k|k) + \Psi_z d(k) + H_z e(k) \quad (4.75)$$

Las matrices Φ_z , X_z , Ψ_z y H_z se muestran a continuación para un horizonte de predicción N:

$$\Phi_z = \begin{bmatrix} A_z \\ A_z^2 \\ A_z^3 \\ \vdots \\ A_z^{N_p} \end{bmatrix} \quad (4.76)$$

$$X_z = \begin{bmatrix} B_z & 0 & \dots & 0 & 0 \\ A_z B_z & B_z & \dots & 0 & 0 \\ A_z^2 B_z & A_z B_z & \ddots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \dots & \dots & \vdots \\ A_z^{N_p-1} B_z & A_z^{N_p-2} B_z & \dots & A_z^{N_p-N_c+1} B_z & A_z^{N_p-N_c} B_z \end{bmatrix} \quad (4.77)$$

$$\Psi_z = \begin{bmatrix} D_z & 0 & 0 & \dots & 0 \\ A_z D_z & D_z & 0 & \dots & 0 \\ A_z^2 D_z & A_z D_z & D_z & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_z^{N_p-1} D_z & A_z^{N_p-2} D_z & A_z^{N_p-3} D_z & \dots & D_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{n_d} \\ I_{n_d} \\ \vdots \\ I_{n_d} \\ I_{n_d} \end{bmatrix} \quad (4.78)$$

$$H_z = \begin{bmatrix} E_z & 0 & 0 & \dots & 0 \\ A_z E_z & E_z & 0 & \dots & 0 \\ A_z^2 E_z & A_z E_z & E_z & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_z^{N_p-1} E_z & A_z^{N_p-2} E_z & A_z^{N_p-3} E_z & \dots & E_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{n_x} \\ I_{n_x} \\ \vdots \\ I_{n_x} \\ I_{n_x} \end{bmatrix} \quad (4.79)$$

A diferencia de las restricciones en las variables de entrada, las restricciones sobre las variables de estado pueden ser violadas durante el proceso. Por lo tanto, es importante incluir una penalización cuando algunas de estas restricciones se ven sobrepasadas, así se asegura de que el controlador sea capaz de entregar una solución optimizada en todo momento.

De esta forma las restricciones de valor máximo sobre las variables de estado se escriben como:

$$z(k+i+1|k) \leq \bar{z} + V_p \quad (4.80)$$

Considerando que las restricciones se tienen que cumplir para todos los valores en las predicciones, se tiene en forma matricial:

$$\vec{z}(k+1|k) \leq \begin{bmatrix} I_{n_z} \\ I_{n_z} \\ I_{n_z} \\ \vdots \\ I_{n_z} \end{bmatrix} \bar{z} + \begin{bmatrix} I_{n_z} \\ I_{n_z} \\ I_{n_z} \\ \vdots \\ I_{n_z} \end{bmatrix} V_p \quad (4.81)$$

Reemplazando a (4.75) en (4.81) y escribiendo de forma compacta a las matrices de lado derecho de la expresión:

$$\Phi_z z(k) + X_z \vec{\Delta u}(k|k) + \Psi_z d(k) + H_z e(k) \leq Y \bar{z} + Y V_p \quad (4.82)$$

Despejando a $\vec{\Delta u}(k|k)$ y V_p se obtiene:

$$X_z \overrightarrow{\Delta u}(k|k) - YV_p \leq Y\bar{z} - \Phi_z z(k) - \Psi_z d(k) - H_z e(k) \quad (4.83)$$

En el caso de las restricciones de valor mínimo se tiene:

$$-z(k+i+1|k) \leq -\underline{z} + V_p \quad (4.84)$$

En forma matricial estas restricciones se deben cumplir para todos los valores futuros de los estados:

$$-\vec{z}(k+1|k) \leq - \begin{bmatrix} I_{n_z} \\ I_{n_z} \\ I_{n_z} \\ \vdots \\ I_{n_z} \end{bmatrix} \underline{z} + \begin{bmatrix} I_{n_z} \\ I_{n_z} \\ I_{n_z} \\ \vdots \\ I_{n_z} \end{bmatrix} V_p \quad (4.85)$$

Reemplazando a (4.75) en (4.85) y escribiendo de forma compacta las matrices se tiene:

$$-\Phi_z z(k) - X_z \overrightarrow{\Delta u}(k|k) - \Psi_z d(k) - H_z e(k) \leq -Y\underline{z} + YV_p \quad (4.86)$$

Despejando a $\overrightarrow{\Delta u}(k|k)$ y V_p se obtiene:

$$-X_z \overrightarrow{\Delta u}(k|k) - YV_p \leq -Y\underline{z} + \Phi_z z(k) + \Psi_z d(k) + H_z e(k) \quad (4.87)$$

Agrupando las restricciones y escribiéndolas de forma matricial compacta se obtiene:

$$\begin{bmatrix} X_z & -Y \\ -X_z & -Y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \overrightarrow{\Delta u}(k|k) \\ V_p \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} Y\bar{z} - \Phi_z z(k) - \Psi_z d(k) - H_z e(k) \\ -Y\underline{z} + \Phi_z z(k) + \Psi_z d(k) + H_z e(k) \end{bmatrix} \quad (4.88)$$

4.2.6.1.4 Restricciones sobre las variables de salida. El caso de las restricciones sobre las variables de salida es similar al caso de las restricciones sobre las variables de estados, es decir que es necesario incluir a la variable de desviación de restricciones (V_p) para que el controlador encuentre una solución optimizada en todo momento.

De forma que las restricciones de valor máximo, sobre las variables de salida es igual a:

$$y(k+i+1|k) \leq \bar{y} + V_p \quad (4.89)$$

Para incluir esta restricción sobre todos los valores futuros de las variables de salida en el horizonte de predicción se debe escribir en forma matricial como:

$$\vec{y}(k+1|k) \leq \begin{bmatrix} I_{n_y} \\ I_{n_y} \\ I_{n_y} \\ \vdots \\ I_{n_y} \end{bmatrix} \bar{y} + \begin{bmatrix} I_{n_y} \\ I_{n_y} \\ I_{n_y} \\ \vdots \\ I_{n_y} \end{bmatrix} V_p \quad (4.90)$$

Reemplazando a (4.51) en (4.90) y escribiendo a las matrices de forma compacta:

$$\Phi z(k) + X\bar{\Delta u}(k|k) + \Psi d(k) + He(k) \leq \Gamma \bar{y} + \Gamma V_p \quad (4.91)$$

Despejando a $\bar{\Delta u}(k|k)$ y V_p se obtiene:

$$X\bar{\Delta u}(k|k) - \Gamma V_p \leq \Gamma \bar{y} - \Phi z(k) - \Psi d(k) - He(k) \quad (4.92)$$

En caso de las restricciones de valor mínimo sobre las variables de salida se tiene:

$$-y(k+i+1|k) \leq -\underline{y} + V_p \quad (4.93)$$

De igual manera que con las restricciones de valor máximo, estas se tienen que cumplir para todos los valores futuros de las variables de salida en el horizonte de predicción, se escribe en forma matricial como:

$$-\vec{y}(k+1|k) \leq -\begin{bmatrix} I_{n_y} \\ I_{n_y} \\ I_{n_y} \\ \vdots \\ I_{n_y} \end{bmatrix} \underline{y} + \begin{bmatrix} I_{n_y} \\ I_{n_y} \\ I_{n_y} \\ \vdots \\ I_{n_y} \end{bmatrix} V_p \quad (4.94)$$

Reemplazando a (4.51) en (4.94) y escribiendo de forma compacta se tiene:

$$-\Phi z(k) - X\bar{\Delta u}(k|k) - \Psi d(k) - He(k) \leq -\Gamma \underline{y} + \Gamma V_p \quad (4.95)$$

Despejando a $\bar{\Delta u}(k|k)$ y V_p se obtiene:

$$-X\bar{\Delta u}(k|k) - \Gamma V_p \leq -\Gamma \underline{y} + \Phi z(k) + \Psi d(k) + He(k) \quad (4.96)$$

Agrupando las restricciones y escribiéndolas de forma matricial compacta se obtiene:

$$\begin{bmatrix} X & -\Gamma \\ -X & -\Gamma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{\Delta u}(k|k) \\ V_p \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} \Gamma \bar{y} - \Phi z(k) - \Psi d(k) - He(k) \\ -\Gamma \underline{y} + \Phi z(k) + \Psi d(k) + He(k) \end{bmatrix} \quad (4.97)$$

4.2.6.2 Método para resolver la optimización sujeta a restricciones. Para hallar la ley de control con una función de costo sujeta a restricciones es necesario implementar un

método de optimización. En esta investigación se hará uso de un *solver* para funciones objetivas cuadráticas con restricciones lineales encontrando el valor mínimo que cumpla las condiciones detalladas en Figura 38.

$$\min_x \frac{1}{2} x^T H x + f^T x \text{ such that } \begin{cases} A \cdot x \leq b, \\ Aeq \cdot x = beq, \\ lb \leq x \leq ub. \end{cases}$$

Figura 38. Función solver quadprog

Fuente: <https://la.mathworks.com/>

Es necesario darle forma al problema de optimización que se tiene para poder implementar el algoritmo de solver Quadprog. Partiendo de la forma de la función que optimiza este algoritmo:

$$x_{qp}^T H_{qp} x_{qp} + f_{qp}^T x_{qp} \quad (4.98)$$

Donde:

- x_{qp} : Es el vector que contiene a las variables que se van a optimizar.
- H_{qp} : Es la matriz que contiene los coeficientes que multiplican a los componentes cuadráticos de la función.
- f_{qp} : Es el vector que contiene los coeficientes de los componentes lineales de la función.

A partir de la función de costo que se planteó en (4.58), considerando lo que se explicó en (4.16) y en (4.51). La función de costo se puede escribir como:

$$\begin{aligned} J = & \left(\Phi z(k) + X \bar{\Delta u}(k|k) + \Psi d(k) + He(k) - \vec{r}(k+1|k) \right)^T Q \left(\Phi z(k) \right. \\ & \left. + X \bar{\Delta u}(k|k) + \Psi d(k) + He(k) - \vec{r}(k+1|k) \right) \\ & + \left(Su(k-1|k) + M \bar{\Delta u}(k|k) \right)^T R \left(Su(k-1|k) + M \bar{\Delta u}(k|k) \right) \\ & + V_p^T \xi V_p \end{aligned} \quad (4.99)$$

La optimización debe realizarse en función de $\bar{\Delta u}(k|k)$ y V_p . Por lo tanto, se define que:

$$x_{qp} = \begin{bmatrix} \bar{\Delta u}(k|k) \\ V_p \end{bmatrix} \quad (4.100)$$

$$H_{qp} = \begin{bmatrix} (X^T Q X + M^T R M) & 0_{(N_c \cdot n_u) \times n_y} \\ 0_{n_y \times (N_c \cdot n_u)} & \xi \end{bmatrix} \quad (4.101)$$

$$f_{qp1}^T = 2(z^T(k) \Phi^T QX + d^T(k) \Psi^T QX + e^T(k) H^T QX - \bar{r}^T(k+1|k) QX + u^T(k-1|k) S^T R M - u_{ss}^T R M) \quad (4.102)$$

$$f_{qp}^T = [f_{qp1}^T \quad 0_{1 \times n_y}] \quad (4.103)$$

De forma que la función de costo del controlador para hallar la ley de control se puede escribir como:

$$J = \begin{bmatrix} \overline{\Delta u}(k|k) \\ V_p \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} (X^T QX + M^T R M) & 0_{(N_c \cdot n_u) \times n_y} \\ 0_{n_y \times (N_c \cdot n_u)} & \xi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \overline{\Delta u}(k|k) \\ V_p \end{bmatrix} + [f_{qp1}^T \quad 0_{1 \times n_y}] \begin{bmatrix} \overline{\Delta u}(k|k) \\ V_p \end{bmatrix} \quad (4.104)$$

Las restricciones que considera el solver Quadprog tienen la forma de:

$$A_{qp} x_{qp} \leq b_{qp} \quad (4.105)$$

$$lb_{qp} \leq x_{qp} \leq ub_{qp} \quad (4.106)$$

Donde:

- A_{qp} : Matriz que multiplica al vector x_{qp} para describir las desigualdades a las que está sujeta la función a optimizar.
- b_{qp} : Vector que termina de definir a las restricciones de desigualdades.
- lb_{qp} : Vector que contiene los valores mínimos que pueden tomar las variables a optimizar.
- ub_{qp} : Vector que contiene los valores máximos que pueden tomar las variables a optimizar.

De lo expuesto en el acápite 4.2.6.1 se puede escribir que:

$$lb_{qp} = \begin{bmatrix} S \underline{\Delta u} \\ 0_{n_y \times 1} \end{bmatrix} \quad (4.107)$$

$$ub_{qp} = \begin{bmatrix} S \underline{\Delta u} \\ I_{n_y \times 1} \times Inf \end{bmatrix} \quad (4.108)$$

$$A_{qp} = \begin{bmatrix} M & 0_{(n_u \cdot N_c) \times n_y} \\ -M & 0_{(n_u \cdot N_c) \times n_y} \\ X_z & -\underline{\gamma} \\ -X_z & -\underline{\gamma} \\ X & -\Gamma \\ -X & -\Gamma \end{bmatrix} \quad (4.109)$$

$$b_{qp} = \begin{bmatrix} S(\bar{u} - u(k-1|k)) \\ S(u(k-1|k) - \underline{u}) \\ \underline{\gamma} \bar{z} - \Phi_z z(k) - \Psi_z d(k) - H_z e(k) \\ -\underline{\gamma} \bar{z} + \Phi_z z(k) + \Psi_z d(k) + H_z e(k) \\ \Gamma \bar{y} - \Phi z(k) - \Psi d(k) - H e(k) \\ -\underline{\gamma} \bar{y} + \Phi z(k) + \Psi d(k) + H e(k) \end{bmatrix} \quad (4.110)$$

De esta forma las restricciones a las que está sujeta la función de costo se pueden escribir como:

$$\begin{bmatrix} M & 0_{(n_u \cdot N_c) \times n_y} \\ -M & 0_{(n_u \cdot N_c) \times n_y} \\ X_z & -\underline{\gamma} \\ -X_z & -\underline{\gamma} \\ X & -\Gamma \\ -X & -\Gamma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{u}(k|k) \\ V_p \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} S(\bar{u} - u(k-1|k)) \\ S(u(k-1|k) - \underline{u}) \\ \underline{\gamma} \bar{z} - \Phi_z z(k) - \Psi_z d(k) - H_z e(k) \\ -\underline{\gamma} \bar{z} + \Phi_z z(k) + \Psi_z d(k) + H_z e(k) \\ \Gamma \bar{y} - \Phi z(k) - \Psi d(k) - H e(k) \\ -\underline{\gamma} \bar{y} + \Phi z(k) + \Psi d(k) + H e(k) \end{bmatrix} \quad (4.111)$$

$$\begin{bmatrix} S \Delta u \\ 0_{n_y \times 1} \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} \bar{u}(k|k) \\ V_p \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} S \Delta u \\ I_{n_y} \times Inf \end{bmatrix} \quad (4.112)$$

Capítulo 5

Diseño del controlador

Se aplicarán los conceptos que se explicaron en el Capítulo 4 para poder diseñar la función de espacio de estados y posteriormente especificar los parámetros que determinarán al controlador. Ya que el sistema de refrigeración opera con el evaporador en el modo 2 se tendrán en cuentas las ecuaciones que se presentaron en el acápite 3.1.2.6.2 para el modelo en espacio de estado.

5.1 Sistema de ecuaciones no lineales

Como se presentó en el acápite 4.2.1, es necesario especificar a $f(x(t), u(t), d(t))$, la cual describe al sistema no lineal. A partir de esta función se realizará la linealización para describir el modelo en espacio de estados.

Se parte de (3. 103) a la cual se le reemplazará la definición de la derivada de la densidad que se presentó en (1. 38), de forma que la expresión resultante contenga a la derivada de la temperatura del refrigerante en el volumen de control V:

$$(1 - \sigma_e) \left(\frac{\partial \rho_V}{\partial T_V} \right)_{P_e} \frac{dT_V}{dt} + (1 - \sigma_e) \left(\frac{\partial \rho_V}{\partial P_e} \right)_{T_V} \frac{dP_e}{dt} - \frac{d\sigma_e}{dt} \rho_V = \frac{\dot{m}_{r-e}}{v_e} - \frac{\dot{m}_{r-comp}}{v_e} \quad (5. 1)$$

Se ha despejado a la tasa de la masa de refrigerante de vapor sobresaturado que fluye desde el volumen de control LV al volumen de control V (\dot{m}_{r-e}), se obtiene la siguiente expresión:

$$\frac{\dot{m}_{r-e}}{v_e} = \frac{\dot{m}_{r-comp}}{v_e} + (1 - \sigma_e) \left(\frac{\partial \rho_V}{\partial T_V} \right)_{P_e} \frac{dT_V}{dt} + (1 - \sigma_e) \left(\frac{\partial \rho_V}{\partial P_e} \right)_{T_V} \frac{dP_e}{dt} - \frac{d\sigma_e}{dt} \rho_V \quad (5. 2)$$

Ya que la temperatura T_{LV} es la temperatura de saturación del refrigerante dentro del volumen de control LV y P_e es la presión en el evaporador, la cual coincide con la presión de saturación para el refrigerante dentro del volumen de control LV, se puede escribir la derivada de P_e en función del tiempo como se mostro en (1. 30), mediante la regla de la cadena como una función de T_{LV} :

$$\frac{dP_e}{dt} = \frac{dP_e}{dT_{LV}} \frac{dT_{LV}}{dt} \quad (5.3)$$

Reemplazando a (5. 2) y (5. 3) en (3. 103) y escribir al flujo másico que atraviesa al compresor con la definición de (3. 111), se obtiene:

$$\begin{aligned} & \left(\sigma_e \frac{\partial \rho_{LV}}{\partial T_{LV}} + (1 - \sigma_e) \frac{\partial \rho_V}{\partial P_e} \frac{dP_e}{dT_{LV}} \right) \frac{dT_{LV}}{dt} + (1 - \sigma_e) \frac{\partial \rho_V}{\partial T_V} \frac{dT_V}{dt} + \sigma_e \frac{\partial \rho_{LV}}{\partial \gamma_e} \frac{d\gamma_e}{dt} \\ & + (\rho_{LV} - \rho_V) \frac{d\sigma_e}{dt} = \frac{\kappa_{EEV}}{v_e} OD - \frac{m_{r-comp}}{v_e} f_{comp} \end{aligned} \quad (5.4)$$

Teniendo en cuenta a (3. 2) se puede definir a κ_{EEV} como:

$$\kappa_{EEV} = kVA \sqrt{\rho_{r-1} (P_c - P_e)} \quad (5.5)$$

Reemplazando a (5. 2) en (3. 102) se tiene a:

$$\begin{aligned} & \sigma_e \left(\frac{\partial h_{LV}}{\partial T_{LV}} - \left(\frac{1}{\rho_{LV}} - \frac{(h_g - h_{LV})(1 - \sigma_e) \partial \rho_V}{\sigma_e \rho_{LV} \partial P_e} \right) \frac{dP_e}{dT_{LV}} \right) \frac{dT_{LV}}{dt} + \sigma_e \frac{\partial h_{LV}}{\partial \gamma_e} \frac{d\gamma_e}{dt} \\ & + \frac{(h_g - h_{LV})(1 - \sigma_e) \partial \rho_V}{\rho_{LV} \partial T_V} - \frac{(h_g - h_{LV}) \rho_V d\sigma_e}{\rho_{LV} dt} \\ & = - \frac{\sigma_e UA_{evap}}{v_e \rho_{LV}} T_{LV} + \frac{\sigma_e UA_{evap}}{v_e \rho_{LV}} T_{M1} + \frac{(h_2 - h_{LV}) \kappa_{EEV}}{v_e \rho_{LV}} OD \\ & - \frac{(h_g - h_{LV}) m_{r-comp}}{v_e \rho_{LV}} f_{comp} \end{aligned} \quad (5.6)$$

Se reemplaza a (1. 33) y (5. 2) en (3. 104), para que la nueva ecuación tenga a la derivada de la temperatura del refrigerante en el volumen de control V:

$$\begin{aligned} & (1 - \sigma_e) \left(\frac{\partial h_V}{\partial P_e} - \frac{1}{\rho_V} - \frac{(h_g - h_V)}{\rho_V} \right) \frac{dP_e}{dT_{LV}} \frac{dT_{LV}}{dt} \\ & + (1 - \sigma_e) \left(c_{p,V} - \frac{(h_g - h_V) \partial \rho_V}{\rho_V \partial T_V} \right) \frac{dT_V}{dt} + (h_g - h_V) \frac{d\sigma_e}{dt} \\ & = - \frac{\eta_V (1 - \sigma_e) UA_{evap}}{v_e \rho_V} T_V + \frac{\eta_V (1 - \sigma_e) UA_{evap}}{V_e \rho_V} T_{M2} \\ & - \frac{(h_3 - h_g) m_{r-comp}}{v_e \rho_V} f_{comp} \end{aligned} \quad (5.7)$$

Para la diferencial de la fracción media de vacío (γ_e) es necesario que la ecuación (3. 89) se escriba en función de T_{LV} , esto se puede hacer porque como ya se explicó en (1. 11) la temperatura T_{LV} y la presión P_e coinciden con el estado de saturación, esto permite escribir:

$$\frac{dc}{dT_{LV}} = \frac{2}{3} \rho_{VSAT}^{-\frac{1}{3}} \rho_{LSAT}^{-\frac{5}{3}} \left(\rho_{LSAT} \frac{d\rho_{VSAT}}{dT_{LV}} - \rho_{VSAT} \frac{d\rho_{LSAT}}{dT_{LV}} \right) \quad (5.8)$$

Por lo tanto, la ecuación que permite definir a la forma diferencial de la fracción media de vacío en (3. 91) se modificaría de la siguiente forma:

$$\frac{d\gamma_{e,tot}}{dc} \frac{dc}{dT_{LV}} \frac{dT_{LV}}{dt} - \frac{d\gamma_e}{dt} = \frac{\gamma_e}{T_s} - \frac{\gamma_{e,tot}}{T_s} \quad (5.9)$$

Donde T_s es el tiempo de muestreo que usará el controlador.

A (3. 58) se despejan las formas diferenciales de la temperatura del metal M1 y la longitud normalizada, resultando:

$$(T_{M1} - T_{M1L}) \frac{d\sigma_e}{dt} + \sigma_e \frac{dT_{M1}}{dt} = \frac{UA_M}{m_M c_{p,M}} T_{AE} - \frac{UA_M + UA_{evap}}{m_M c_{p,M}} T_{M1} + \frac{UA_{evap}}{m_M c_{p,M}} T_{LV} \quad (5.10)$$

A la expresión (3. 74) se despejan las derivadas en función del tiempo de la temperatura del metal M2 y de la longitud normalizada, obteniéndose:

$$\begin{aligned} (T_{M1L} - T_{M2}) \frac{d\sigma_e}{dt} + (1 - \sigma_e) \frac{dT_{M2}}{dt} \\ = \frac{UA_M}{m_M c_{p,M}} T_{AE} - \frac{UA_M + \eta_v UA_{evap}}{m_M c_{p,M}} T_{M2} + \frac{\eta_v UA_{evap}}{m_M c_{p,M}} T_V \end{aligned} \quad (5.11)$$

Para obtener la derivada de la temperatura del aire en el evaporador se modifica a (3. 107), reemplazándole la diferencial de la entalpía que se explicó en (1. 33) y ya que la presión atmosférica dentro de la cámara se puede considerar constante la derivada de la presión del aire dentro del evaporador es igual a 0, resultado la expresión:

$$\begin{aligned} \frac{dT_{AE}}{dt} = \frac{2\dot{m}_A c_{p,AE}}{m_{AE} c_{p,AE}} T_{CR} - \frac{2\dot{m}_A c_{p,AE} + UA_M}{m_{AE} c_{p,AE}} T_{AE} + \frac{\sigma_e UA_M}{m_{AE} c_{p,AE}} T_{M1} \\ + \frac{(1 - \sigma_e) UA_M}{m_{AE} c_{p,AE}} T_{M2} \end{aligned} \quad (5.12)$$

Para la temperatura del aire en el túnel de frío se modifica a la ecuación (3. 157), reemplazándole la diferencial de la entalpía, pero al igual que en el caso del aire en el evaporador la derivada de la presión atmosférica se considera 0, ya que la presión atmosférica dentro de la cámara se considera constante en el tiempo.

$$\begin{aligned} \frac{dT_{ATF}}{dt} = & \frac{2\dot{m}_A c_{p,AE}}{m_{ATF} c_{p,ATF}} T_{AE} - \frac{2\dot{m}_A c_{p,ATF} + UA_{ext} + UA_F + UA_P}{m_{ATF} c_{p,ATF}} T_{ATF} \\ & + \frac{UA_F}{m_{ATF} c_{p,ATF}} T_F + \frac{UA_{ext}}{m_{ATF} c_{p,ATF}} T_{outdoor} + \frac{UA_P}{m_{ATF} c_{p,ATF}} T_P \\ & + \frac{1}{m_{ATF} c_{p,ATF}} \dot{Q}_D \end{aligned} \quad (5.13)$$

Donde:

$$\dot{Q}_D = \dot{Q}_{lum} + \dot{Q}_{vent} \quad (5.14)$$

Para la temperatura de la fruta se modifica a la ecuación (3. 169)

$$\frac{dT_F}{dt} = \frac{1}{m_F} \Delta m_F (T_{F,var} - T_F) - \frac{UA_F}{m_F c_{p,F}} T_F + \frac{UA_F}{m_F c_{p,F}} T_{ATF} + \frac{\dot{Q}_{resp}}{m_F c_{p,F}} \quad (5.15)$$

De forma que $f(x(t), u(t), d(t))$ queda definido con las ecuaciones (5. 4), (5. 6), (5. 7), (5. 9), (5. 10), (5. 11), (5. 12), (5. 13) y (5. 15). Se expresa como:

$$f(x(t), u(t), d(t)) = \frac{dx(t)}{dt} \quad (5.16)$$

Los vectores que contienen las variables de entrada, a los estados y los disturbios quedan definidos como:

$$u(t)^T = [f_{comp}(t) \quad OD(t)] \quad (5.17)$$

$$x(t)^T = [T_{LV}(t) \quad T_V(t) \quad \gamma_e(t) \quad \sigma_e(t) \quad T_{M1}(t) \quad T_{M2}(t) \quad T_{AE}(t) \quad T_{ATF}(t) \quad T_F(t)] \quad (5.18)$$

$$d(t)^T = [\gamma_{e,tot}(t) \quad T_{outdoor}(t) \quad T_P(t) \quad \dot{Q}_D(t) \quad \dot{Q}_{resp}(t)] \quad (5.19)$$

5.1.1 Punto de equilibrio y condiciones de trabajo

Un punto importante del diseño del controlador es definir las condiciones nominales en el que va a trabajar el sistema y el punto de equilibrio al que se desea llegar (Zanon, Grüne, & Diehl, 2016). En este acápite se definirán las ecuaciones del punto de equilibrio descritas a partir de las condiciones de trabajo del sistema de refrigeración para el almacenamiento de mango.

Para hallar el punto de equilibrio es necesario que las derivadas de las ecuaciones presentadas en el acápite anterior sean igual a 0, este procedimiento se realiza a partir de la temperatura de la fruta, ya que las condiciones de almacenamiento del mango me definen que la temperatura de conservación es de 10 °C (283 K). Por lo tanto, la temperatura de equilibrio del mango es de 283 K como se muestra en (5. 20)

$$T_{F,0} = 283 \text{ K} \quad (5. 20)$$

A partir de este dato se encontrarán los puntos de equilibrio de cada uno de los estados descritos en (5. 18). Haciendo la derivada de (5. 15) igual a 0 y considerando que no hay ingreso ni salida de masa de mango de la cámara frigorífica, se obtiene la temperatura de equilibrio del aire dentro del túnel de frío, como se detalla en (5. 21).

$$T_{ATF,0} = T_{F,0} - \frac{\dot{Q}_{resp}}{UA_F} \quad (5. 21)$$

La temperatura de equilibrio del aire dentro del túnel de frío queda completamente definida, ya que el calor generado por la respiración de la fruta se considera constante.

Se prosigue haciendo la derivada de (3. 163) igual a 0, con esto se puede hallar el punto de equilibrio de la temperatura del piso.

$$T_{P,0} = \frac{UA_{EP}T_{ext}(t) + UA_P T_{ATF,0}}{(UA_{EP} + UA_P)} \quad (5. 22)$$

Como se puede ver la temperatura del piso queda definido como una función de la temperatura exterior a la cámara, ya que al ser un disturbio no tiene un punto de equilibrio para el sistema.

Como esto se puede definir a la temperatura de equilibrio del aire dentro del evaporador, haciendo la derivada de (5. 12) igual a 0.

$$T_{AE,0} = \frac{2\dot{m}_A c_{p,ATF} + UA_{ext} + UA_F + UA_P}{2\dot{m}_A c_{p,AE}} T_{ATF,0} + \frac{UA_F}{2\dot{m}_A c_{p,AE}} T_{F,0} + \frac{UA_{ext}}{2\dot{m}_A c_{p,AE}} T_{ext}(t) + \frac{UA_P}{2\dot{m}_A c_{p,AE}} T_{P,0} \quad (5. 23)$$

Al igual que ocurre con la temperatura de equilibrio del piso, la temperatura de equilibrio del aire dentro del evaporador queda en función de la temperatura exterior de la cámara. Esta es una de las razones que hace que el control de los procesos de refrigeración, sean difíciles de sintonizar, como se puede ver, uno de los estados que compone el sistema queda en función de uno de los disturbios.

Haciendo a la derivada igual a 0 de (5. 12), se obtiene:

$$\sigma_{e,0} T_{M1,0} + (1 - \sigma_{e,0}) T_{M2,0} = \frac{2\dot{m}_A c_{p,AE} + UA_M}{UA_M} T_{AE,0} - \frac{2\dot{m}_A c_{p,AE}}{UA_M} T_{ATF,0} \quad (5. 24)$$

Esta ecuación es no lineal por lo que hallar los puntos de equilibrio $\sigma_{e,0}$, $T_{M1,0}$ y $T_{M2,0}$ no es posible solo con esta ecuación. Por lo que, se prosigue a hacer 0 la derivada de (5. 11), obteniéndose:

$$\frac{UA_M + \eta_v UA_{evap}}{m_M c_{p,M}} T_{M2,0} - \frac{\eta_v UA_{evap}}{m_M c_{p,M}} T_{V,0} = \frac{UA_M}{m_M c_{p,M}} T_{AE,0} \quad (5. 25)$$

Esta ecuación no permite definir los valores de las temperaturas de equilibrio del refrigerante en estado vapor sobrecalentado o de la masa de metal del evaporador en contacto con el refrigerante en estado vapor sobrecalentado.

Se prosigue con la ecuación (5. 10), haciendo su derivada igual a 0.

$$\frac{UA_M + UA_{evap}}{m_M c_{p,M}} T_{M1,0} - \frac{UA_{evap}}{m_M c_{p,M}} T_{LV,0} = \frac{UA_M}{m_M c_{p,M}} T_{AE,0} \quad (5. 26)$$

Las ecuaciones (5. 24), (5. 25) y (5. 26), describen un sistema de ecuaciones no lineales compuesto por 5 variables, por lo tanto, no se puede encontrar analíticamente un punto de equilibrio en el sistema, sin definir alguna de las variables que componen este sistema. Por lo que, se diseñó un algoritmo que calcule los valores aproximados de los puntos de equilibrio de los estados a partir del sistema de ecuaciones presentado, cumpliendo con las restricciones que se presenta en (5. 27), las cuales permiten que sea el refrigerante el que absorbe el calor del aire en el evaporador. Además, se consideró la temperatura exterior como un valor constante.

$$\begin{aligned} T_{LV,0} &< T_{V,0} \\ T_{LV,0} &< T_{M1,0} \\ T_{V,0} &< T_{M2,0} \\ T_{M1,0} &< T_{M2,0} \\ T_{M1,0} &< T_{AE,0} \\ T_{M2,0} &< T_{AE,0} \end{aligned} \quad (5. 27)$$

Se muestra en la gráfica de la Figura 39 como varían los valores del punto de equilibrio respecto de $\sigma_{e,0}$ para las temperaturas $T_{LV,0}$, $T_{V,0}$, $T_{M1,0}$ y $T_{M2,0}$. Esto se calculó para los valores de sigma entre el rango de 0.16 y 0.94. La solución numérica para valores menores a 0.16 dan error, ya que las soluciones en ese rango no cumplen con los fundamentos de la transferencia de calor.

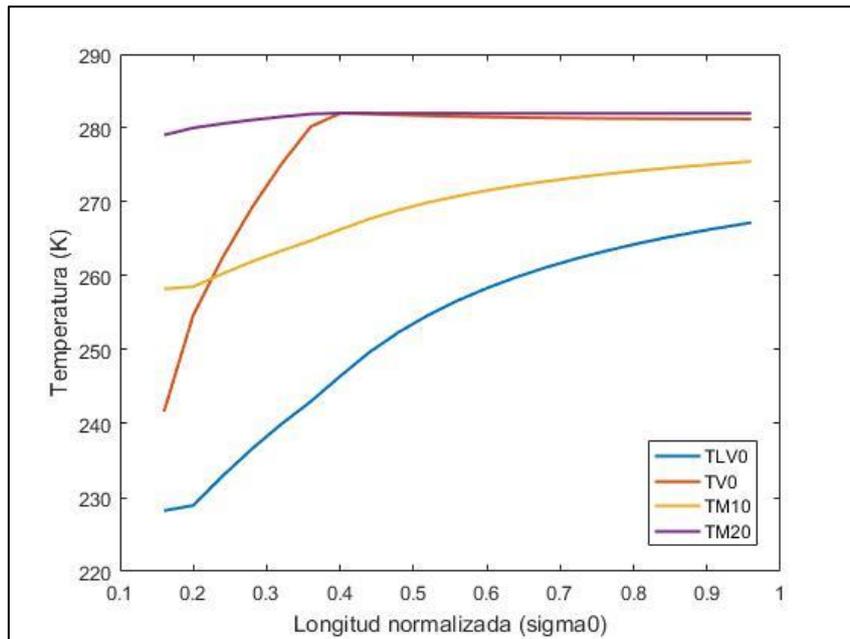


Figura 39. Grafica de los puntos de equilibrio que cumplen con las restricciones respecto a la longitud normalizada del volumen de control LV dentro del evaporador.

Es posible calcular la presión en el evaporador a partir de $T_{LV,0}$, ya que corresponde a la temperatura de saturación del refrigerante. Se muestra en la Figura 40.

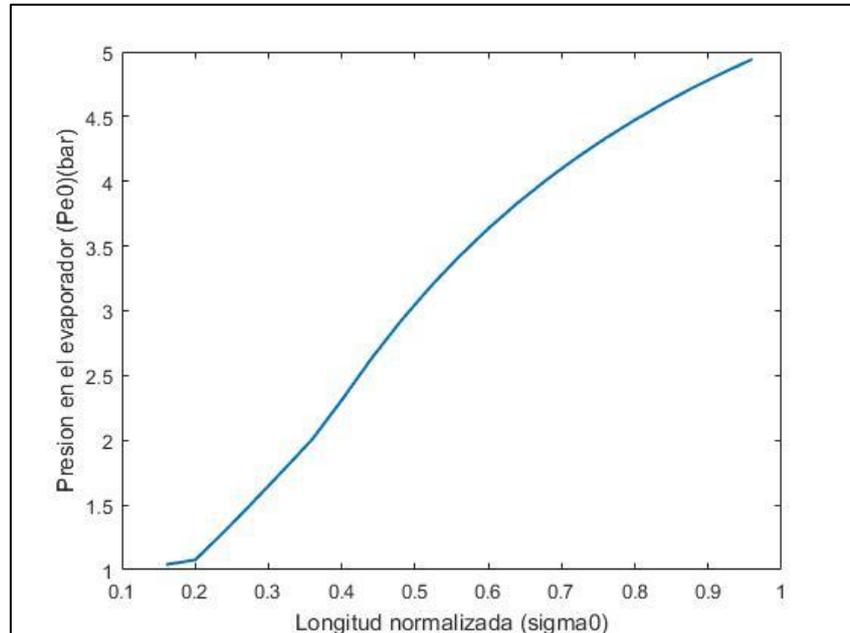


Figura 40. Presión de equilibrio respecto a la longitud normalizada del volumen de control LV dentro del evaporador

Haciendo 0 la derivada de la ecuación (5. 7), se obtiene:

$$f_{comp,0} = \frac{\eta_V(1 - \sigma_{e,0})UA_{evap}(T_{M2,0} - T_{V,0})}{(h_{3,0} - h_{g,0})m_{r-comp}} \quad (5.28)$$

Se ha ingresado los valores de los distintos puntos de equilibrio que se encontraron, en (5.28) para hallar la frecuencia del compresor que cumpla con estos.

Como ya se conocían los valores de equilibrio para los estados $T_{M2,0}$ y $T_{V,0}$ respecto de $\sigma_{e,0}$ se calcularon los valores de la frecuencia para estos, obteniéndose la gráfica de la Figura 41. A partir de esta grafica se puede deducir que un valor relativamente alto de $\sigma_{e,0}$ es capaz de mantener la frecuencia del compresor al mínimo, y ya que, a mayor frecuencia de giro del compresor, mayor será la potencia eléctrica consumida, es conveniente incluir una referencia y restricciones sobre este estado para asegurar un valor alto que permanezca dentro de una zona de alto rendimiento.

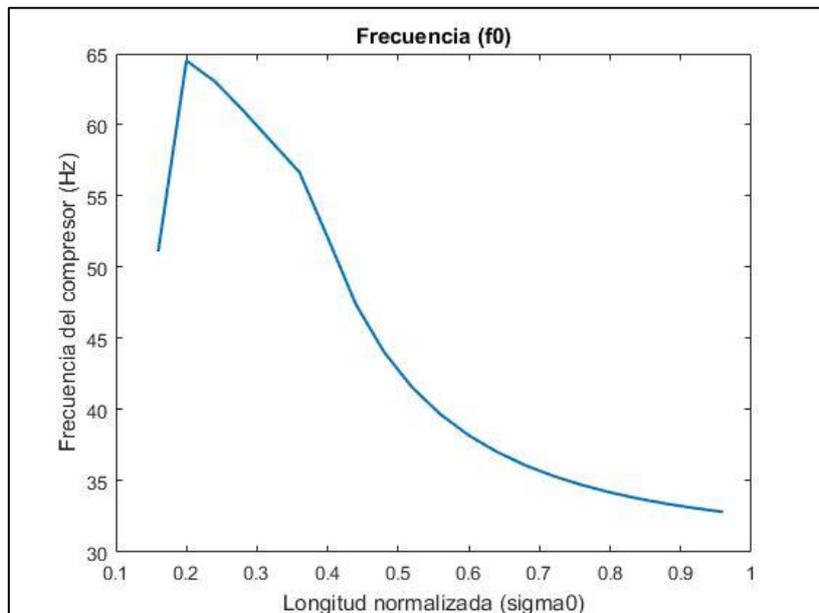


Figura 41. Frecuencia de equilibrio respecto a la longitud normalizada del volumen de control LV dentro del evaporador.

5.2 Control no lineal basado en modelo en espacio de estados

Con la función $f(x(t), u(t), d(t))$ no lineal definida, al igual que con las variables de estado (Rasmussen & Larsen, 2011), variables de entrada y los disturbios; el modelo en espacios de estado queda definido como se presentó en (4.35), a partir del cual se diseñará el controlador

Para simplificar la carga computacional se van a agrupar a la variable de la temperatura de la fruta, la cual se considera como la variable de salida, y a la variable de la longitud normalizada del volumen de control LV dentro del evaporador en el vector $y(k)$. Esto permite

tener valores de referencia sobre ambas variables, en el caso de la temperatura de fruta al ser la variable de salida es común que el valor de su referencia cambie por algún contexto, para la longitud normalizada de volumen de control LV dentro del evaporador, se explicó en el acápite anterior, que asegurar un valor alto para $\sigma_e(t)$ asegura que el valor de la frecuencia sea el menor posible en el punto de equilibrio del sistema.

De forma que se define que:

$$y(k) = \begin{bmatrix} T_F(t) \\ \sigma_e(t) \end{bmatrix} \quad (5.29)$$

Esto permite definir a la variable C_d que se presenta en (4.32):

$$y(k) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} x(k) \quad (5.30)$$

5.2.1 Parámetros del controlador

En este apartado se definen los parámetros del controlador correspondientes a la función de costo. Se ha decidido comparar el comportamiento del controlador para diferentes tipos de horizonte de predicción, además de analizar el cambio en el comportamiento cuando se incluye las restricciones para la optimización de la función de costo.

5.2.1.1 Parámetros del controlador predictivo no lineal basado en modelo de espacio de estados sin restricciones. De acuerdo con el método de optimización de la función de costo que no está sujeta a restricciones que se presentó en (4.57). Los parámetros que se necesitan especificar se detallan en la Tabla 6.

Tabla 6.
Parámetros del NMPC sin restricciones

Nomenclatura	Descripción del Parámetro	Valor
α_1	Valor de Ponderación de la calidad de la variable de la temperatura de la fruta	50
α_2	Valor de Ponderación de la calidad de la variable de la longitud normalizada	100
λ_1	Valor de la ponderación de la energía de la variable de la frecuencia del compresor	0.005
λ_2	Valor de la ponderación de la energía de la variable del grado de apertura de la válvula	0.005
β_1	Valor de ponderación del incremento de la variable de la frecuencia del compresor	10
β_2	Valor de ponderación del incremento de la variable del grado de apertura de la válvula	10
u_{ss}	Vector que contiene los valores considerados para el estacionario del proceso de las variables de entrada	$\begin{bmatrix} 25Hz \\ 50\% \end{bmatrix}$

5.2.1.2 Parámetros del controlador predictivo no lineal basado en modelo de espacio de estados con restricciones. Es necesario definir a las restricciones a las que estarán sujetas nuestras variables de entrada, la temperatura de la fruta y la variable de estado longitud normalizada.

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} -25Hz \\ -5\% \end{bmatrix} &\leq \begin{bmatrix} \Delta f_{comp} \\ \Delta OD \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} 25Hz \\ 5\% \end{bmatrix} \\
 \begin{bmatrix} 25HZ \\ 25\% \end{bmatrix} &\leq \begin{bmatrix} f_{comp} \\ OD \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} 87HZ \\ 100\% \end{bmatrix} \\
 9^\circ C &\leq T_F \leq 11^\circ C \\
 0.87 &\leq \sigma_e \leq 0.92
 \end{aligned} \tag{5.31}$$

Teniendo en cuenta esto, los parámetros del controlador sujeto a restricciones se detallan en la Tabla 7.

Tabla 7.

Parámetros del NMPC sujeto a restricciones

Nomenclatura	Descripción del Parámetro	Valor
α_1	Valor de Ponderación de la calidad de la variable de la temperatura de la fruta	50
α_2	Valor de Ponderación de la calidad de la variable de la longitud normalizada	100
λ_1	Valor de la ponderación de la energía de la variable de la frecuencia del compresor	0.005
λ_2	Valor de la ponderación de la energía de la variable del grado de apertura de la válvula	0.005
u_{ss}	Vector que contiene los valores considerados para el estacionario del proceso de las variables de entrada	$\begin{bmatrix} 25Hz \\ 50\% \end{bmatrix}$
$\underline{\Delta u}$	Vector que contiene las restricciones de los valores mínimos sobre los incrementos de las variables de entrada	$\begin{bmatrix} -25Hz \\ -5\% \end{bmatrix}$
$\overline{\Delta u}$	Vector que contiene las restricciones de los valores máximos sobre los incrementos de las variables de entrada	$\begin{bmatrix} 25Hz \\ 5\% \end{bmatrix}$
\underline{u}	Vector que contiene las restricciones de los valores mínimos sobre las variables de entrada	$\begin{bmatrix} 25Hz \\ 25\% \end{bmatrix}$
\overline{u}	Vector que contiene las restricciones de los valores máximos sobre las variables de entrada	$\begin{bmatrix} 87Hz \\ 100\% \end{bmatrix}$
\underline{y}	Vector que contiene las restricciones de los valores mínimos sobre la temperatura de salida y la variable de estado longitud normalizada	$\begin{bmatrix} 9^\circ C \\ 0.87 \end{bmatrix}$
\overline{y}	Vector que contiene las restricciones de los valores máximos sobre la temperatura de salida y la variable de estado longitud normalizada	$\begin{bmatrix} 11^\circ C \\ 0.92 \end{bmatrix}$

Ya que se ha optado por incluir a la variable de estado longitud normalizada, dentro del vector y para simplificar el cálculo, no será necesario incluir las matrices que se

presentaron en (4. 88) y en el método de optimización las matrices que se usan en el solver Quadprog, que se presentaron en (4. 111) y (4. 112), quedan simplificadas como:

$$\begin{bmatrix} M & 0_{(n_u \cdot N) \times n_y} \\ -M & 0_{(n_u \cdot N) \times n_y} \\ X & -\Gamma \\ -X & -\Gamma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \overline{\Delta u}(k|k) \\ V_p \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} S(\bar{u} - u(k-1|k)) \\ S(u(k-1|k) - \underline{u}) \\ \Gamma \bar{y} - \Phi z(k) - \Psi d(k) - He(k) \\ -\Gamma \underline{y} + \Phi z(k) + \Psi d(k) + He(k) \end{bmatrix} \quad (5. 32)$$

$$\begin{bmatrix} S \underline{\Delta u} \\ 0_{n_y \times 1} \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} \overline{\Delta u}(k|k) \\ V_p \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} S \underline{\Delta u} \\ I_{n_y} \times Inf \end{bmatrix} \quad (5. 33)$$

Siguiendo la nomenclatura que se especificó en el acápite 4.2.6.2 se tiene que:

$$A_{qp} = \begin{bmatrix} M & 0_{(n_u \cdot N) \times n_y} \\ -M & 0_{(n_u \cdot N) \times n_y} \\ X & -\Gamma \\ -X & -\Gamma \end{bmatrix} \quad (5. 34)$$

$$b_{qp} = \begin{bmatrix} S(\bar{u} - u(k-1|k)) \\ S(u(k-1|k) - \underline{u}) \\ \Gamma \bar{y} - \Phi z(k) - \Psi d(k) - He(k) \\ -\Gamma \underline{y} + \Phi z(k) + \Psi d(k) + He(k) \end{bmatrix} \quad (5. 35)$$

5.3 Pruebas y condiciones de la simulación

Para las pruebas desarrolladas en este apartado se ha considerado que el horizonte de control es igual al horizonte de predicción.

5.3.1 Pruebas de los controladores en condiciones normales

Se realizará una simulación que comprenda 7 días de funcionamiento de una planta de refrigeración simulada. Durante las primeras 7 horas de funcionamiento, la planta simulada se comporta como un túnel de frío, el cual tiene que enfriar una masa de 1000 kg de mango hasta su temperatura de conservación. Después de estas 7 horas de simulación, el modelo dinámico de simulación imita el comportamiento de una cámara de conservación, en esta simulación se reproducirá la actividad normal de una planta de refrigeración para conservación de mango, se mantendrá a una temperatura de 10 °C, hasta que la masa sea retirada para su envío al extranjero. Durante toda la simulación se considera un valor de referencia de 0.87 para la variable de estado longitud normalizada del volumen LV dentro del evaporador.

Durante esta simulación se considera que la temperatura del ambiente es variable como se muestra en la Figura 42.

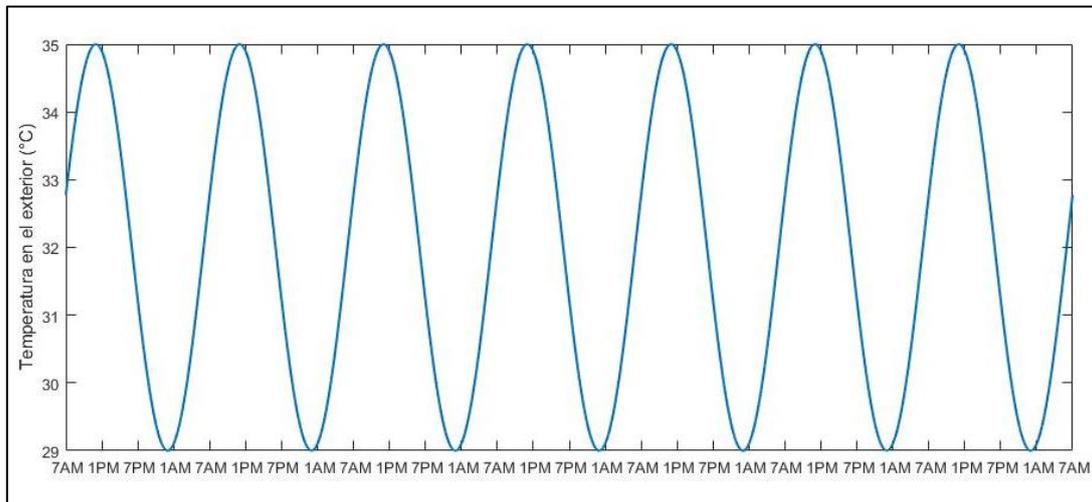


Figura 42. Grafica de la temperatura exterior durante la simulación.

Se realizó simulaciones con NMPC sin restricciones con horizontes de predicciones de 10, 20 y 30, en todas las simulaciones se considera al horizonte de control igual al horizonte de predicción, además los coeficientes que ponderan la calidad de la temperatura de la fruta y la calidad en la longitud normalizada que corresponden a la matriz Q son $[50, 100]$, y los coeficientes que ponderan a la energía del compresor y la válvula de expansión que corresponden a la matriz R son $[0.005, 0.005]$, como se detallo en la Tabla 6 y la Tabla 7 . Los resultados de la temperatura de la fruta y las variables de entrada se muestran en las siguientes figuras.

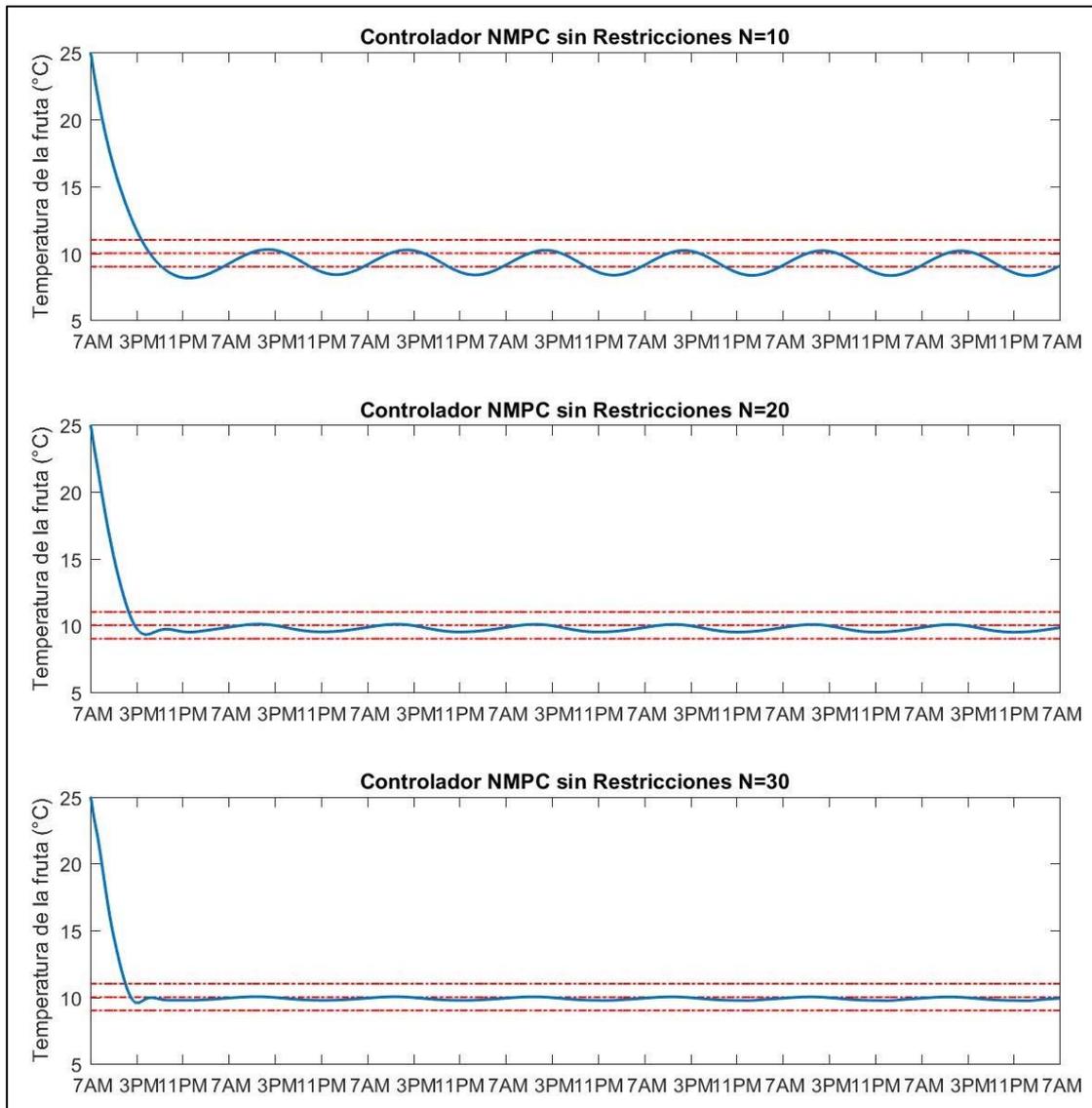


Figura 43. Gráficas de la temperatura de la fruta obtenidas de las simulaciones del NMPC sin restricciones con diferentes horizontes de predicción.

En la Figura 43 se muestra que con un horizonte de predicción pequeño la oscilación en la temperatura de la fruta es mayor, conforme el horizonte de predicción aumenta la amplitud de las oscilaciones se reduce, de esto se puede interpretar que un mayor horizonte de predicción minimiza la influencia de la temperatura exterior a la cámara.

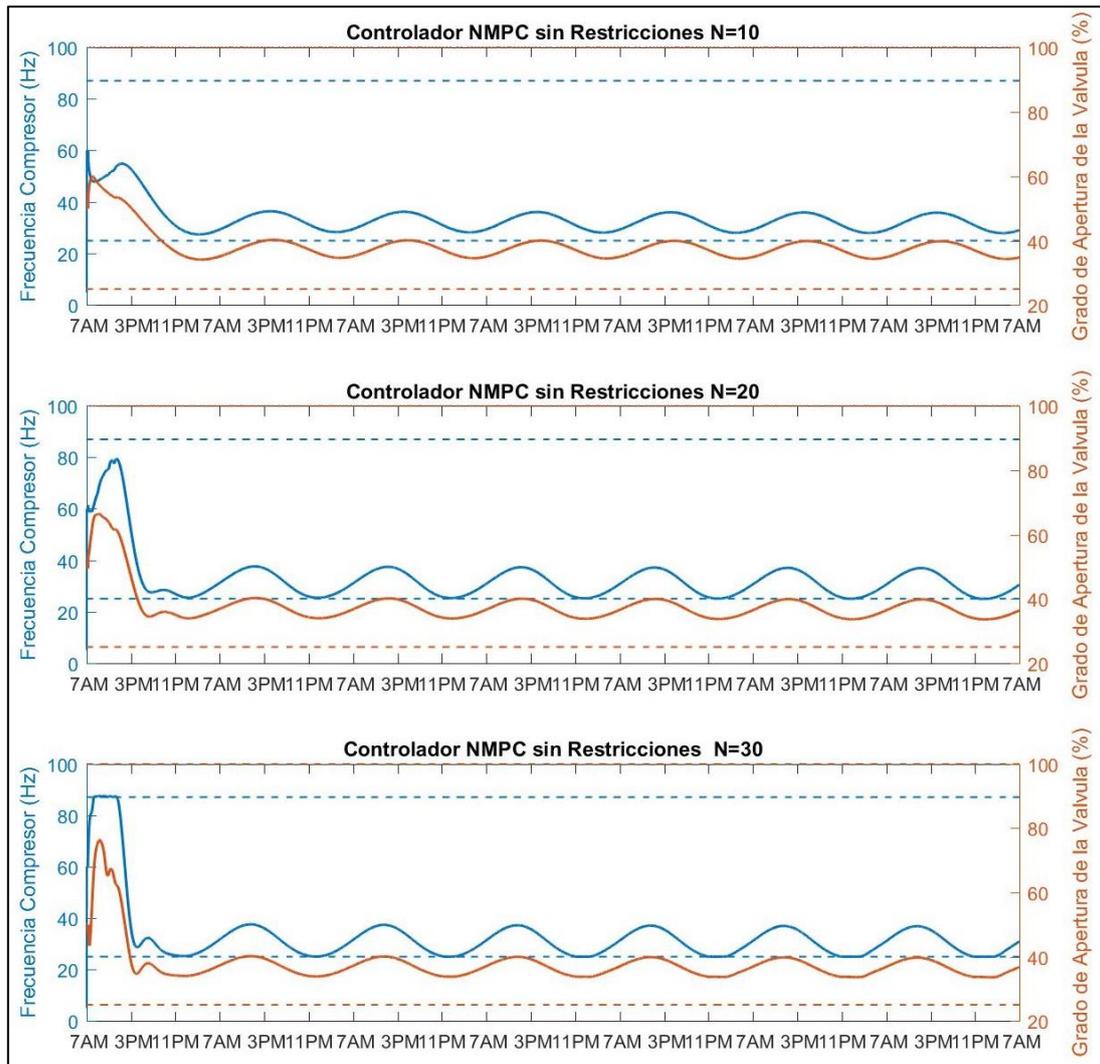


Figura 44. Variables de entrada de las simulaciones del NMPC sin restricciones con horizontes de predicción 10, 20 y 30.

En la Figura 44 se aprecia que con un horizonte de predicción de 10 las acciones de control tienen un comportamiento muy suave, con un horizonte de predicción de 30 las acciones de control tienen un comportamiento mucho más brusco con el fin de minimizar la influencia de la temperatura exterior sobre la temperatura de la fruta.

Con las mismas condiciones se realizaron simulaciones con NMPC con restricciones (Constrained NMPC), usando los mismos horizontes de predicción. Esto permitirá comparar el desempeño de ambas alternativas. Se muestran en las figuras siguientes los resultados de las simulaciones para la temperatura de la fruta y para las variables de entrada.

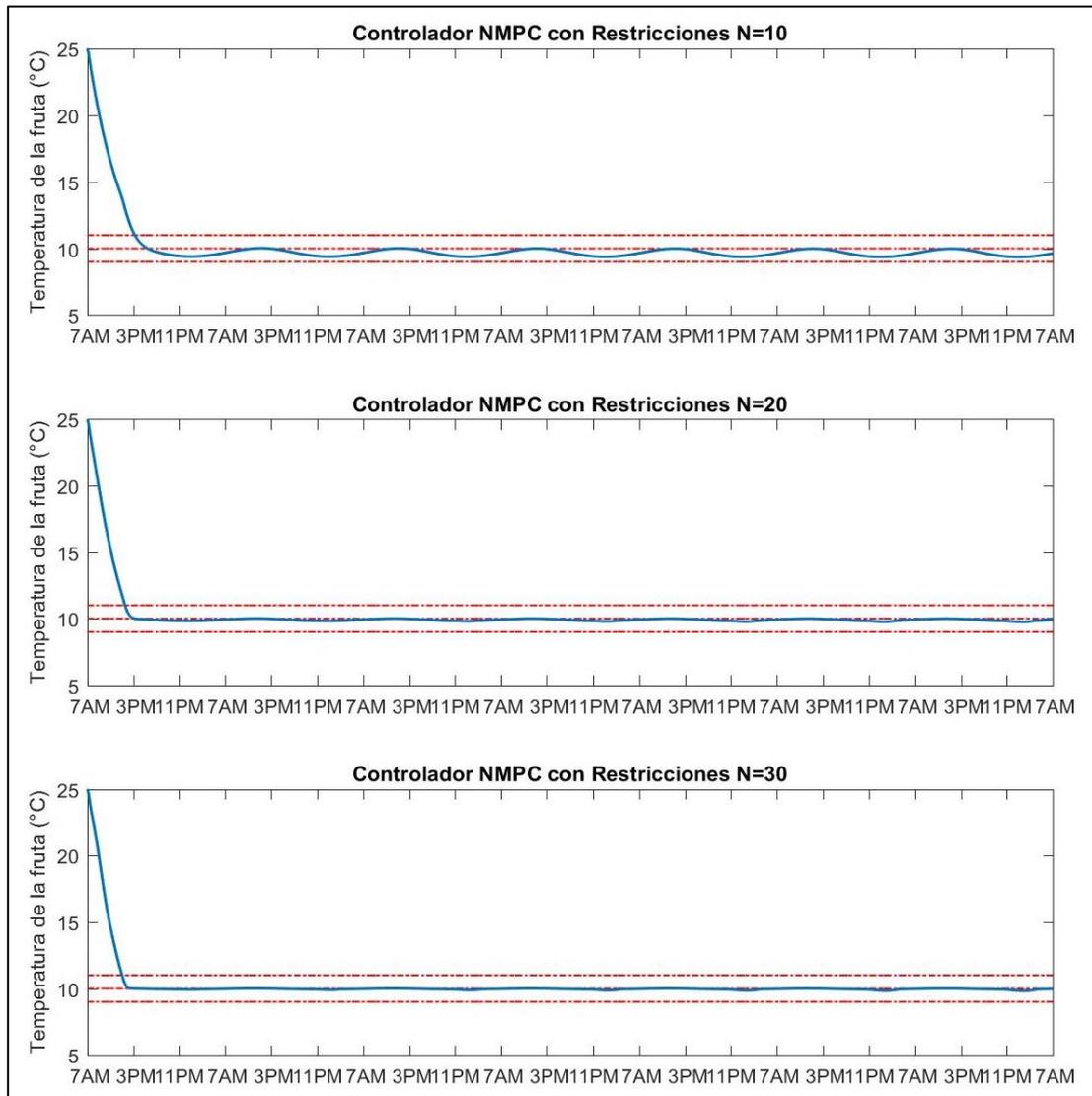


Figura 45. Gráficas de la temperatura de la fruta obtenidas de las simulaciones del NMPC con restricciones con diferentes horizontes de predicción.

En la Figura 45 se aprecia que con la incorporación de las restricciones el comportamiento del controlador, tiene como un efecto la mejora de la calidad, además, se sigue observando que con un mayor horizonte de predicción se reduce el efecto de la temperatura exterior a la cámara sobre la variable controlada, a partir de un horizonte de predicción de 20 las oscilaciones ya son menores a las 0.2 °C lo cual asegura una mejor calidad para el producto.

En la Figura 46 se muestra que con un mayor horizonte de control las acciones de control pierden suavidad, de esta forma reducen las oscilaciones en la temperatura de la fruta causadas por la influencia de la temperatura exterior a la cámara, también se aprecia que en todo momento se respetan las restricciones establecidas.

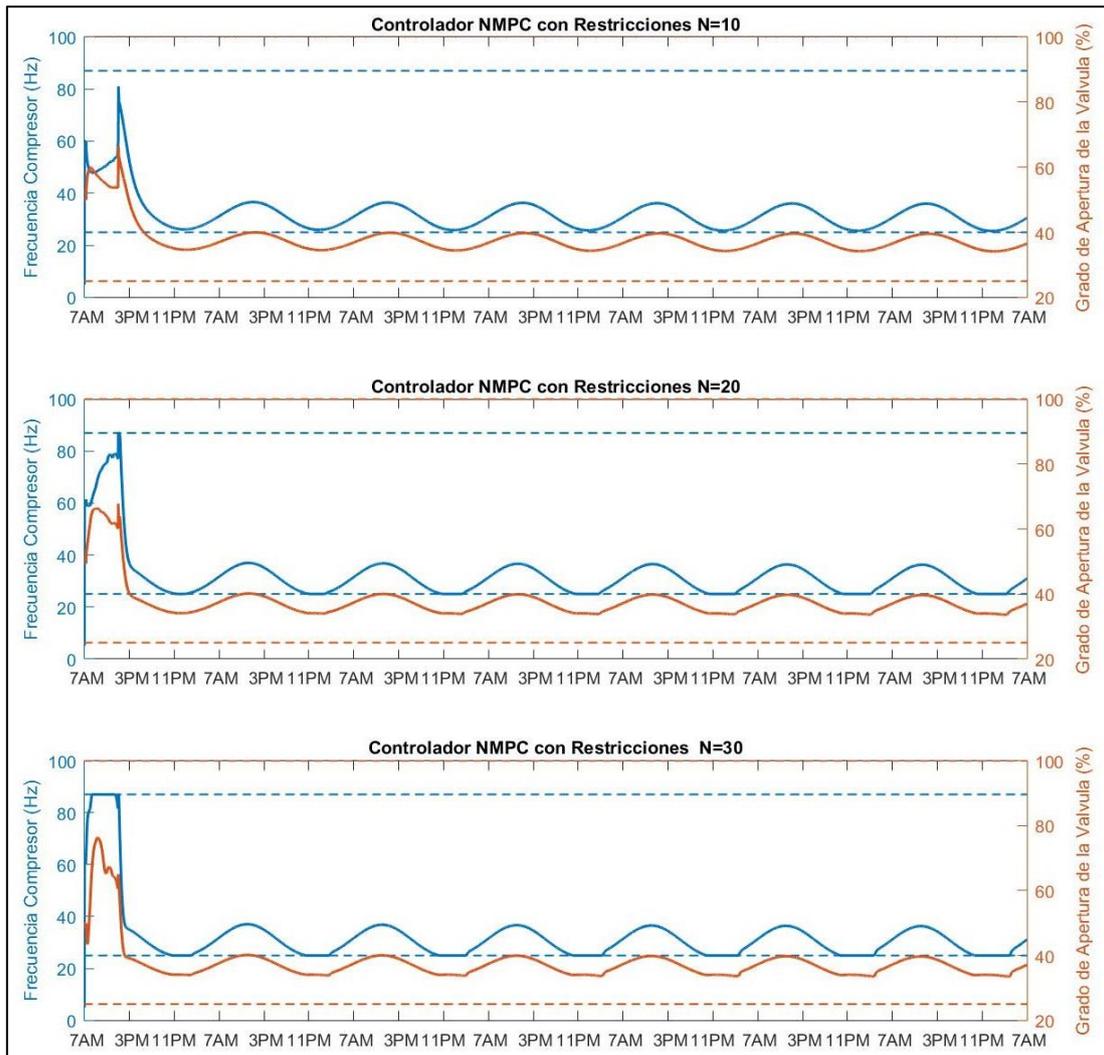


Figura 46. Variables de entrada durante las simulaciones del NMPC con restricciones con horizontes de predicción 10, 20 y 30.

5.3.2 Pruebas de los controladores en rechazo de disturbio y seguimiento de referencia

En este acápite se desea analizar el comportamiento de los controladores, cuando actúa un disturbio sobre el sistema y se realicen cambios sobre el valor de la referencia de la temperatura de la fruta. Para esto se realizó una simulación que comprenda 7 días de funcionamiento de una planta de refrigeración simulada, al igual que en la simulación del acápite anterior en las primeras 7 horas de funcionamiento, la planta simulada se comporta como un túnel de enfriamiento con una masa inicial de 1000 kg de mango que se tiene que llevar a la temperatura de 10°C. Después de estas 7 horas de simulación, la planta simulada imita el comportamiento de una cámara de conservación, en el segundo día de simulación se ingresa una cantidad de mango equivalente a 1000 kg y con una temperatura de 13 °C que actuó como disturbio, desviando la temperatura de la fruta de su valor de referencia. En los días siguientes se cambiarán el valor de la temperatura de referencia. Durante toda la simulación se considera un valor de referencia de 0.87 para la variable de estado longitud

normalizada del volumen LV dentro del evaporador. Se consideró la temperatura exterior variable como se mostró en la Figura 42.

Al igual que en las pruebas realizadas en condiciones normales de operación, como se describe en la Tabla 6 y la Tabla 7, los coeficientes que ponderan la calidad de la temperatura de la fruta y la calidad en la longitud normalizada que corresponden a la matriz Q son $[50, 100]$, y los coeficientes que ponderan a la energía del compresor y la válvula de expansión que corresponden a la matriz R son $[0.005, 0.005]$.

Se realizaron simulaciones con NMPC sin restricciones con estas condiciones, se puso a prueba los mismos controladores que en el acápite anterior.

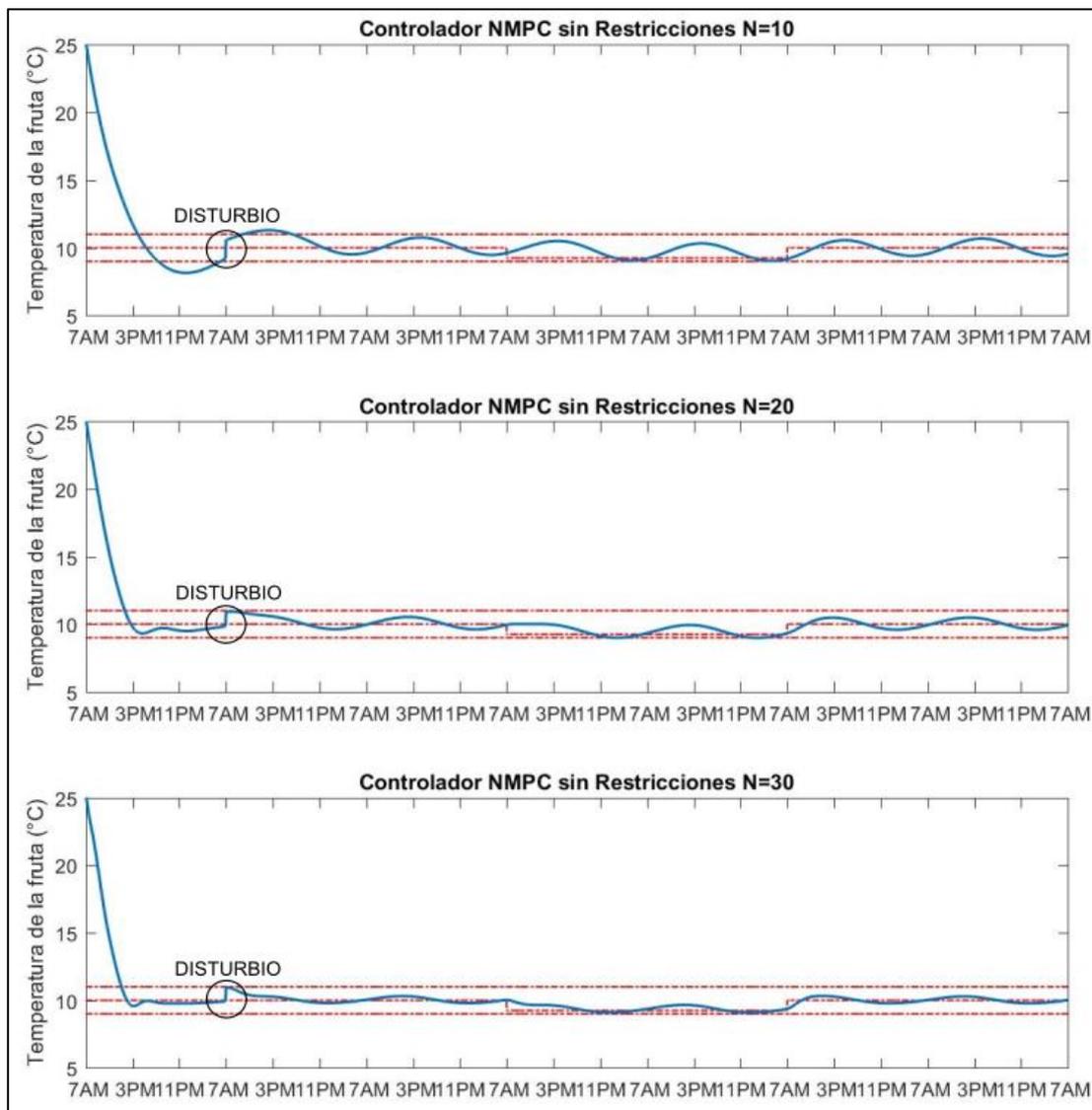


Figura 47. Gráficas de la temperatura de la fruta obtenidas de las simulaciones del NMPC sin restricciones, con disturbio y cambio en el valor de referencia.

En la Figura 47 se aprecia que la calidad de control también aumenta con el horizonte de predicción, de forma que el rechazo al disturbio y el seguimiento a la referencia mejoran con el incremento del horizonte de predicción.

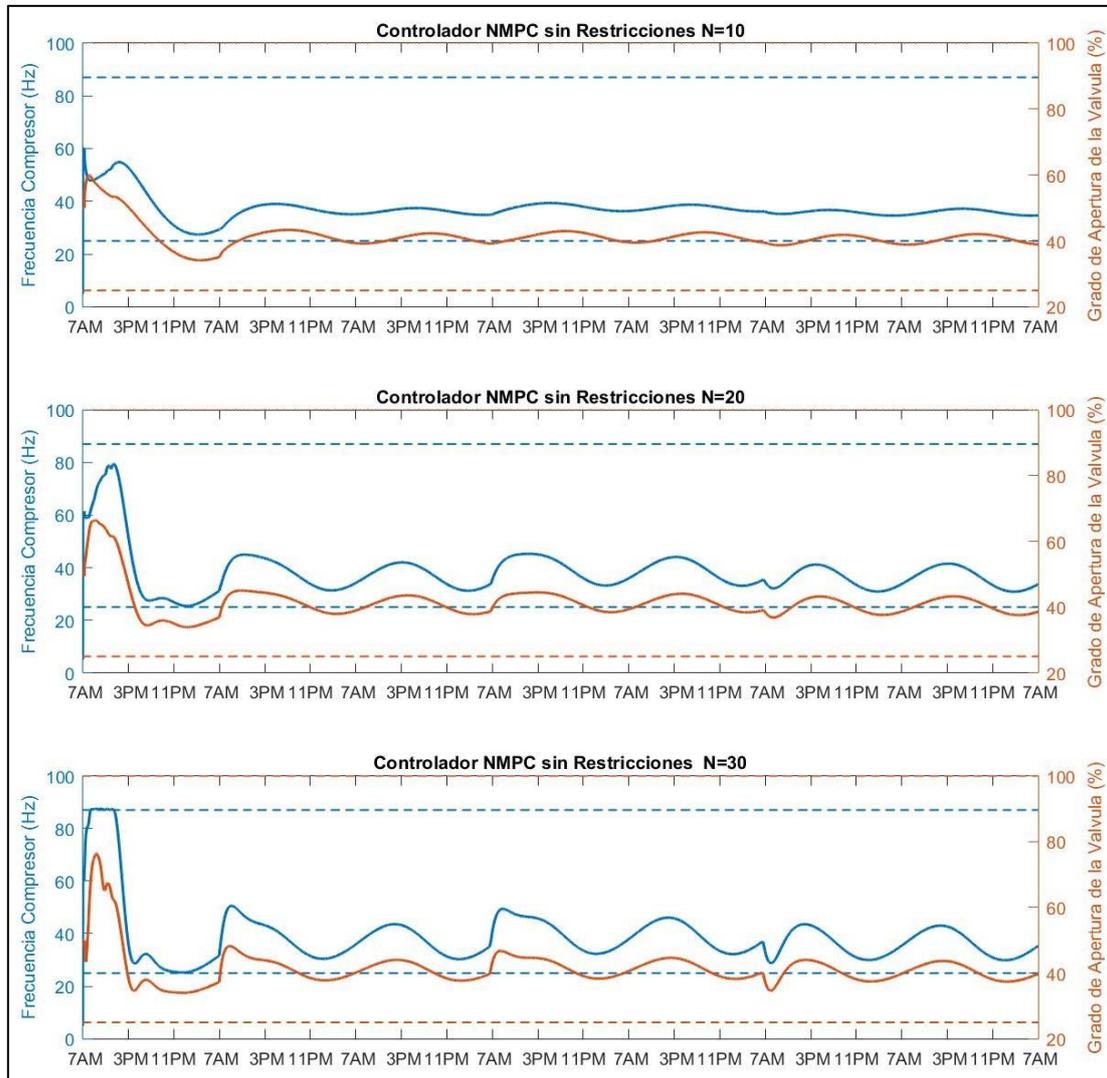


Figura 48. Gráficas de las variables obtenidas de las simulaciones del NMPC sin restricciones, con disturbio y cambio en el valor de referencia.

En la Figura 48, se puede apreciar el controlador NMPC sin restricciones con un horizonte de predicción de 10, tiene menos oscilaciones en las variables manipulables, pero no cumplen con las restricciones cuando aparece el disturbio y no puede cumplir con la calidad necesaria para el proceso, en cambio el controlador con horizontes de predicción de 20 y 30 tienen un mejor desempeño en la variable de salida.

Con las mismas condiciones se realizaron simulaciones del NMPC con restricciones, se obtuvieron los siguientes resultados.

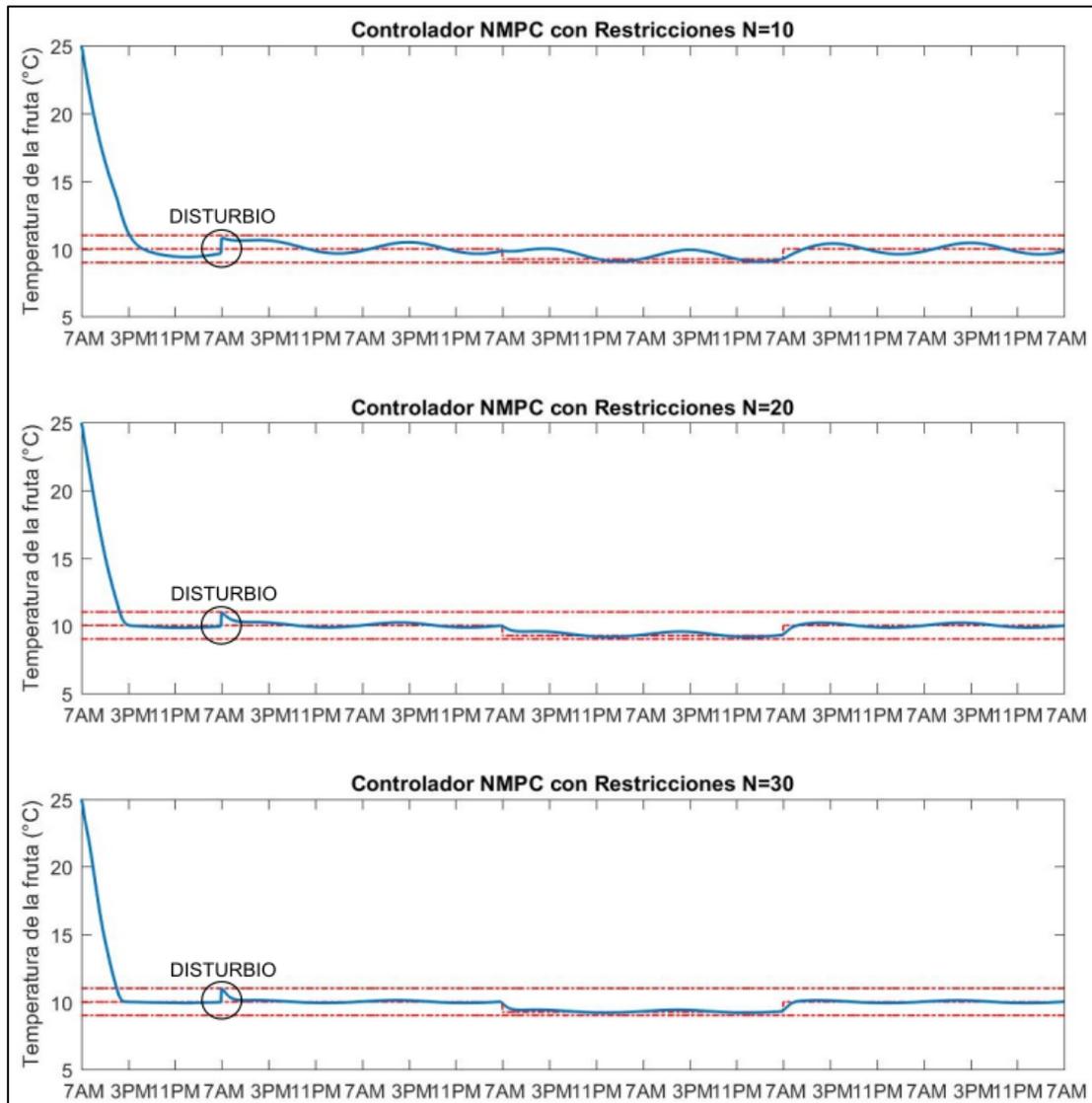


Figura 49. Gráficas de la temperatura de la fruta obtenidas de las simulaciones del NMPC con restricciones, con disturbio y cambio en el valor de referencia.

En la Figura 49 se ve que la incorporación de restricciones incrementan la calidad de control, de forma que incluso el controlador con un horizonte de predicción de 10 puede rechazar el disturbio respetando las restricciones del proceso. Se hace evidente que al menos se necesita un horizonte de predicción de 20 para que se tenga un buen seguimiento a la referencia y rechazo al disturbio que cumpla con la calidad de control necesaria para el proceso.

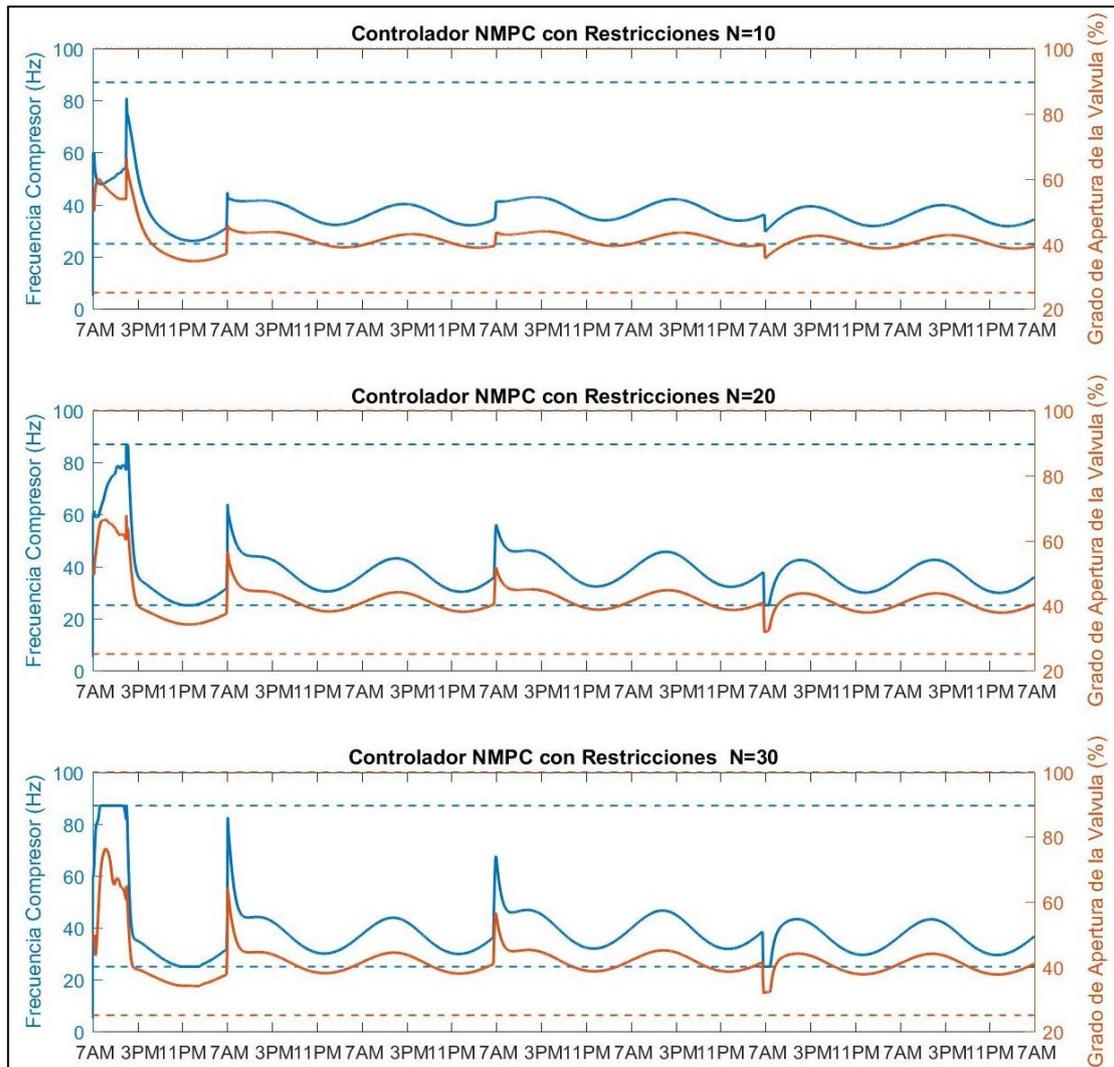


Figura 50. Gráficas de las variables obtenidas de las simulaciones del NMPC sin restricciones, con disturbio y cambio en el valor de referencia.

Como se puede ver en la Figura 50 las acciones de control se vuelven mas drásticas con un horizonte de control mayor, esto tiene como efecto una mejor calidad de control.

5.3.2.1 Análisis del rechazo al disturbio con diferentes horizontes de predicción. En este apartado, se centrará en el análisis del rechazo al disturbio del controlador. En un controlador NMPC sin restricciones el horizonte de predicción influye en la respuesta del controlador ante un disturbio, como se muestra en la Figura 51. Se aprecia que con un horizonte de predicción de 10 el controlador no es capaz de rechazar al disturbio, con un horizonte de predicción mayor el comportamiento mejora. Con esto se puede afirmar que el mejor comportamiento se tiene con un horizonte de predicción de 30.

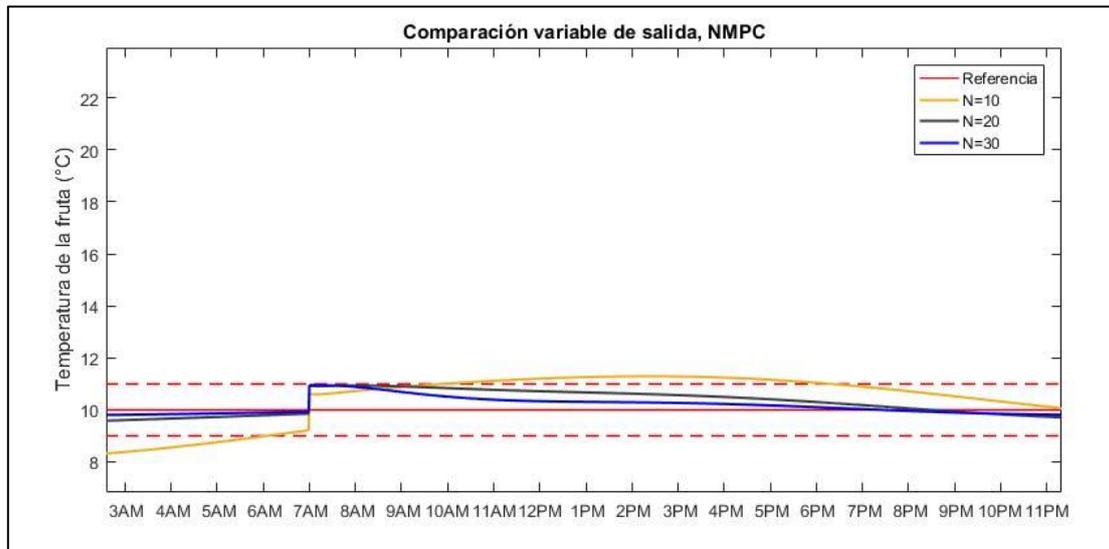


Figura 51. Rechazo al disturbio del NMPC sin restricciones y diferentes horizontes de predicción.

La respuesta del NMPC con restricciones, mejora con un mayor horizonte de predicción, esto se muestra en la Figura 52.

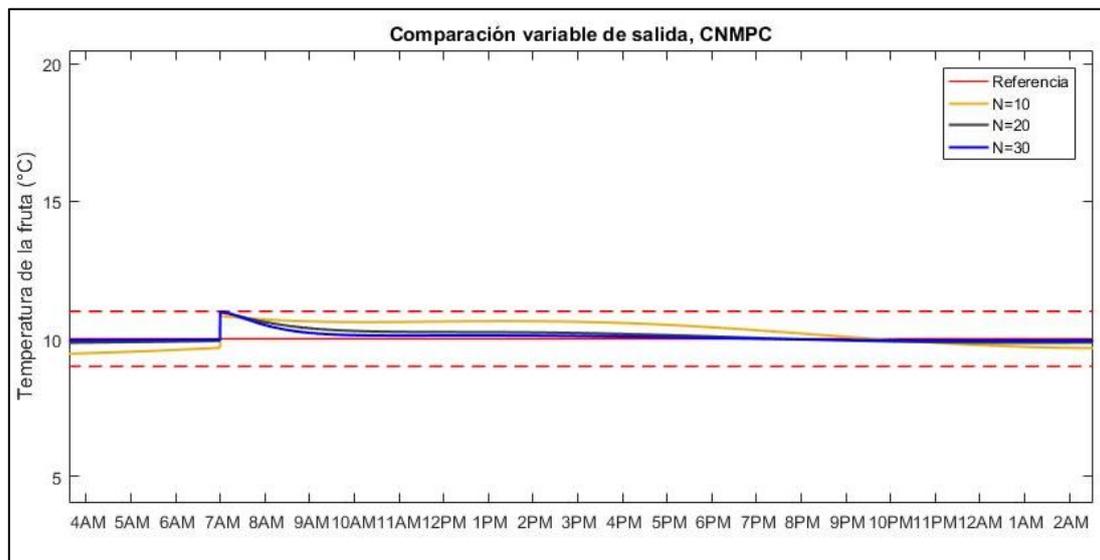


Figura 52. Rechazo al disturbio del NMPC con restricciones y diferentes horizontes de predicción.

5.3.2.2 Análisis del seguimiento de referencia con diferentes horizontes de predicción. Para el controlador NMPC sin restricciones, el comportamiento al seguimiento de referencia se pueden ven en las Figura 53, Figura 54 y Figura 55. En la Figura 53 se aprecia que el horizonte de predicción mayor tiene menor tiempo de establecimiento. En las Figura 54 y Figura 55 se muestra que con un horizonte de predicción y control de 30 sigue al valor de referencia en menor tiempo.

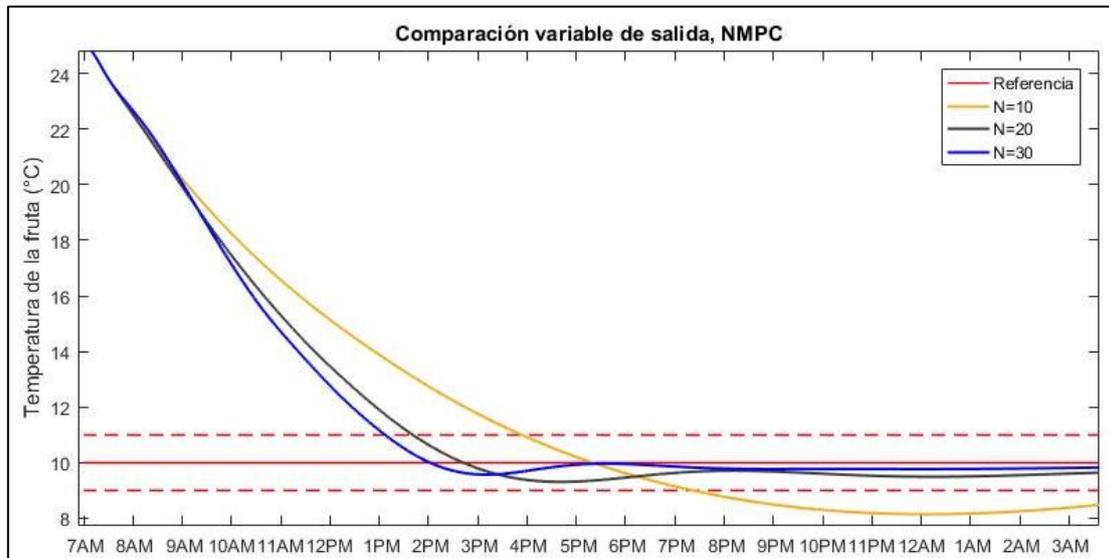


Figura 53. Controlador NMPC sin restricciones seguimiento a la referencia, durante el inicio del proceso.

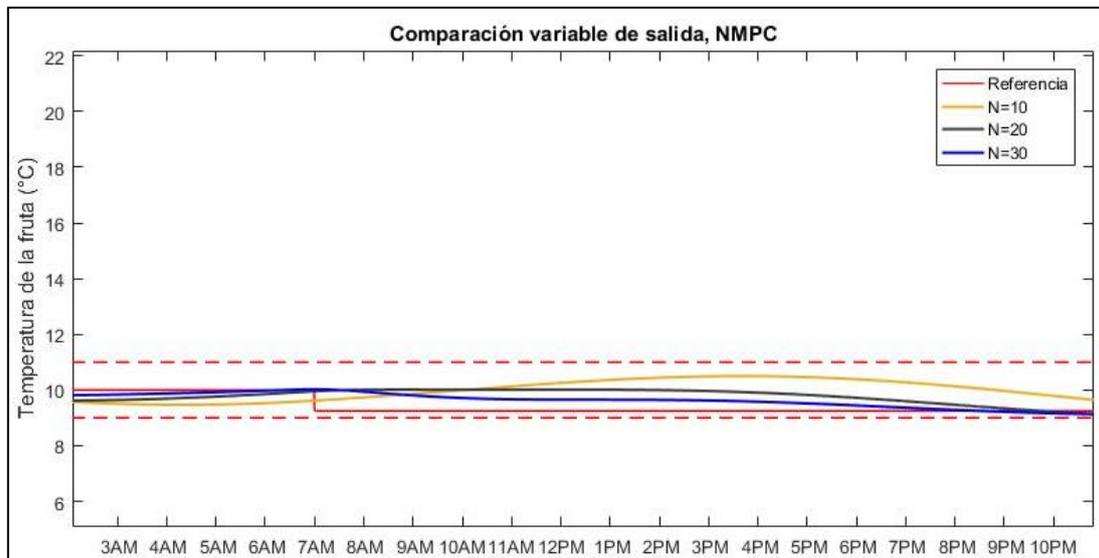


Figura 54. Controlador NMPC sin restricciones seguimiento a la referencia, cambio de setpoint de 10°C a 9.25°C.

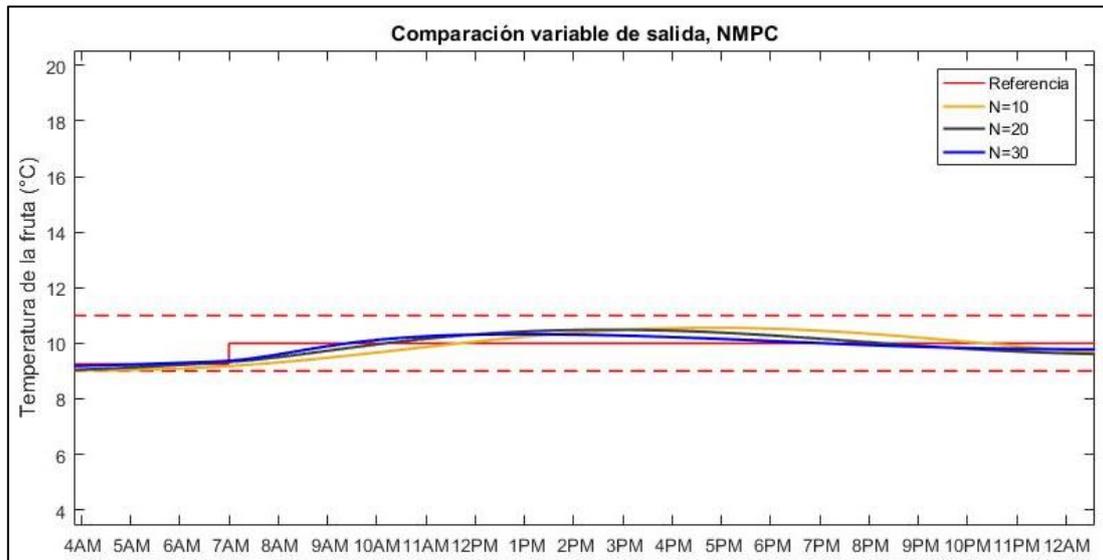


Figura 55. Controlador NMPC sin restricciones seguimiento a la referencia, cambio de setpoint de 9.25°C a 10°C.

También se compara las respuestas del NMPC con restricciones con diferentes valores de horizontes de predicción. En las Figura 56, Figura 57 y Figura 58 se muestra el comportamiento del CNMPC (Constrained NMPC) con diferentes valores de horizonte de predicción. Se ve que la tendencia es que a mayor valor de horizonte de predicción menor es el tiempo de respuesta. En la Figura 56 el CNMPC con horizonte de predicción y de control de 30 tiene el menor tiempo de establecimiento, este comportamiento se replica durante los cambios de setpoint como se muestra en las Figura 57 y Figura 58.

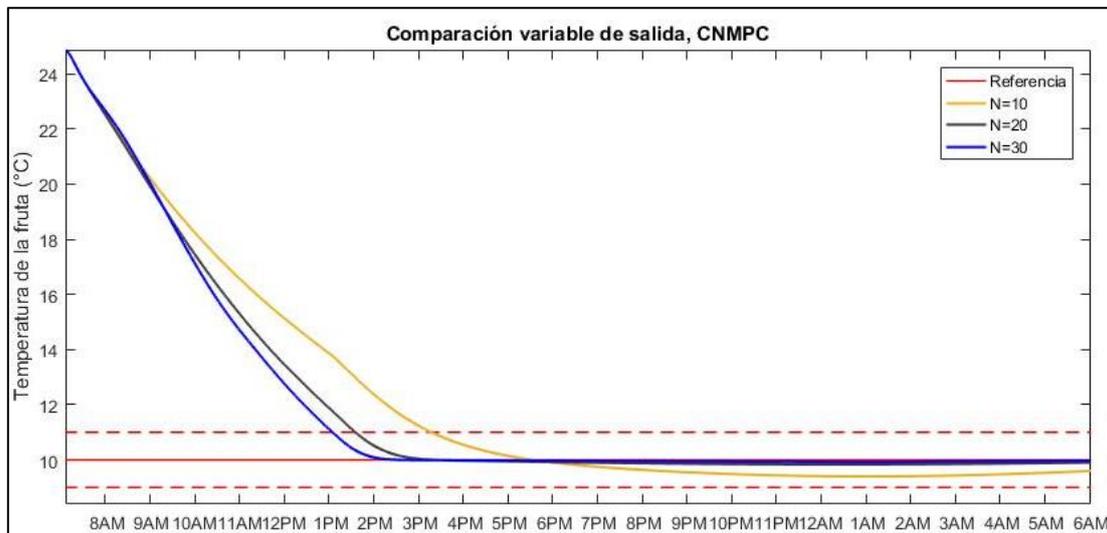


Figura 56. Controlador NMPC con restricciones seguimiento a la referencia, durante el inicio del proceso.

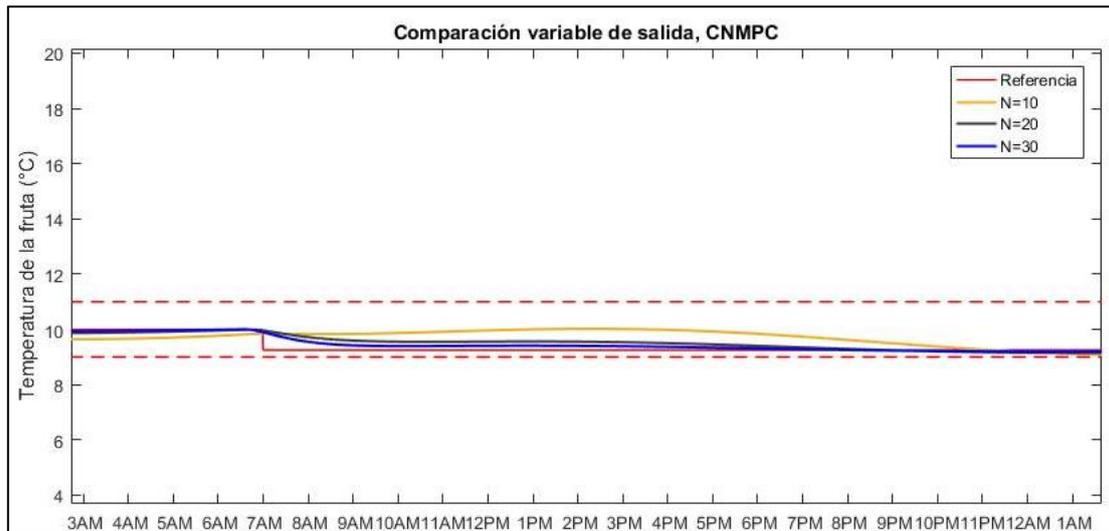


Figura 57. Controlador NMPC con restricciones seguimiento a la referencia, cambio de setpoint de 10°C a 9.25°C.

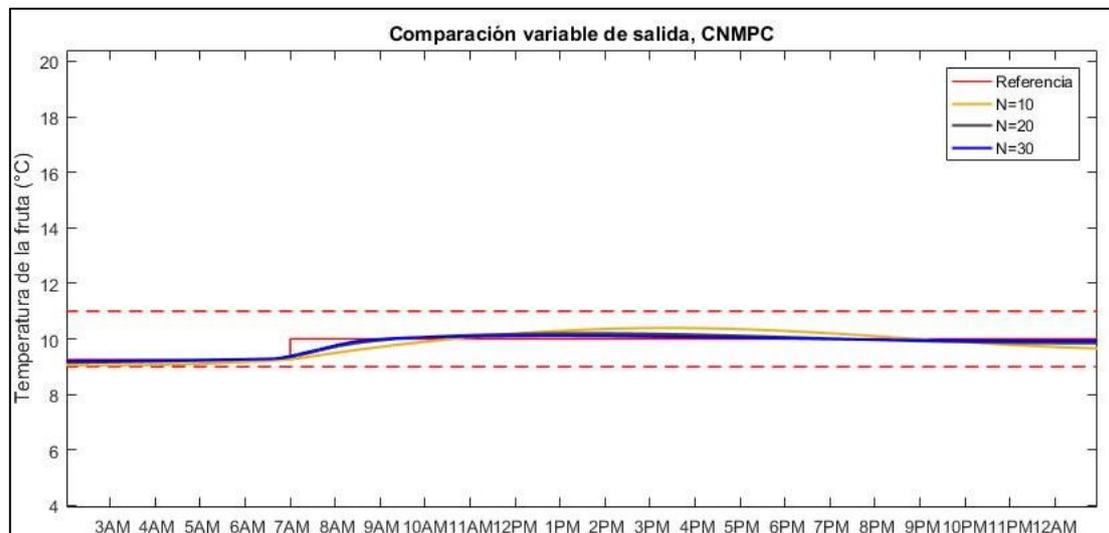


Figura 58. Controlador NMPC con restricciones seguimiento a la referencia, cambio de setpoint de 9.25°C a 10°C.

Con estos resultados se confirma que la precisión del control es proporcional al horizonte de predicción, debido a que el horizonte predicción determina el intervalo respecto al cual se hará la optimización de la función de costo, se puede realizar una mejor optimización sobre un intervalo mayor de tiempo, de forma que la solución óptima al problema de control sería determinar cuál es el horizonte de predicción a partir del cual se obtiene la solución ideal que satisfaga las condiciones del sistema.

5.3.3 Comparación de la respuesta NMPC sin restricciones y NMPC con restricciones

Del análisis realizado en el acápite anterior, sea hace necesario hacer una comparación entre un Unconstrained NMPC (NMPC sin restricciones) y CNMPC (Constrained MPC), aunque los controladores están basados en la misma teoría y función de costo, pero el método de

solución de cada uno es diferente, en el caso de Unconstrained NMPC la solución se obtiene mediante una solución analítica, en cambio el CNMPC se resuelve mediante un solución numérica, que permite incorporar restricciones sobre las variables que componen el sistema. Esta diferencia define un cambio en el comportamiento del controlador. Se realizará la comparación con los diferentes horizontes de predicción con los que se han simulado.

5.3.3.1 Horizonte de predicción $N = 10$. En la Figura 59, se pueden ver que con un horizonte de predicción y de control de 10 no se logra un control de alta calidad, las oscilaciones son considerables y están presentes a lo largo de toda la simulación. El CNMPC es superior en calidad de control ya que no infringe las restricciones que se han implementado sobre la temperatura de la fruta.

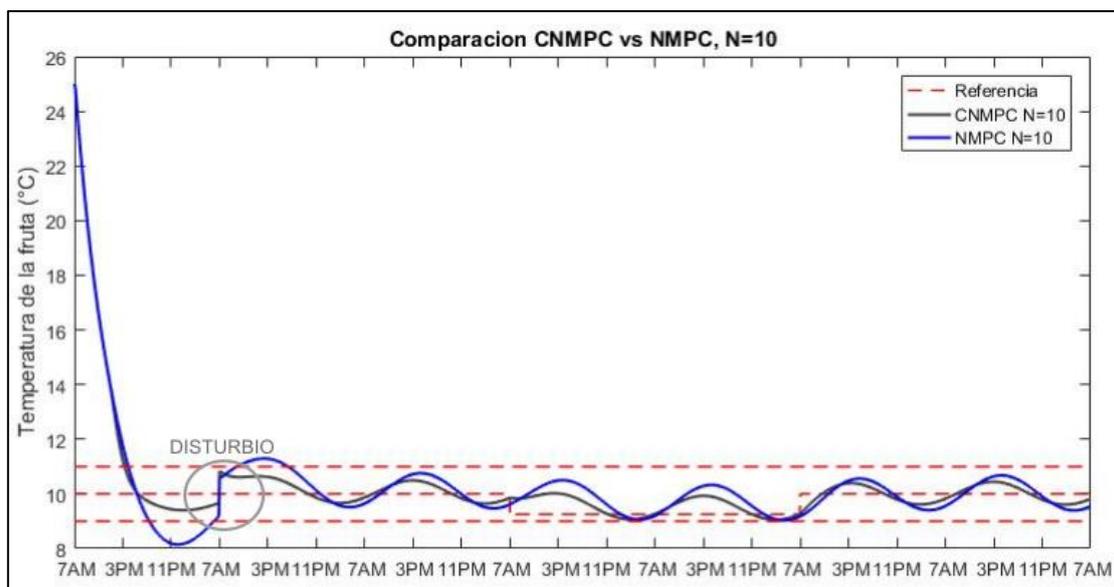


Figura 59. Comparación Temperatura de la fruta NMPC sin restricciones y CNMPC, con un horizonte de predicción de 10.

En la Figura 60 y Figura 61 se muestran las gráficas de comparación de las variables manipulables, se aprecia que en el caso de control NMPC ambas variables de entrada oscilan menos, esto explicaría por qué la temperatura tiene una mayor oscilación en comparación con el controlador CNMPC. Ya que las acciones de control no son las suficientes para compensar el efecto de la temperatura exterior, ni al disturbio ni a los cambios del valor de referencia.

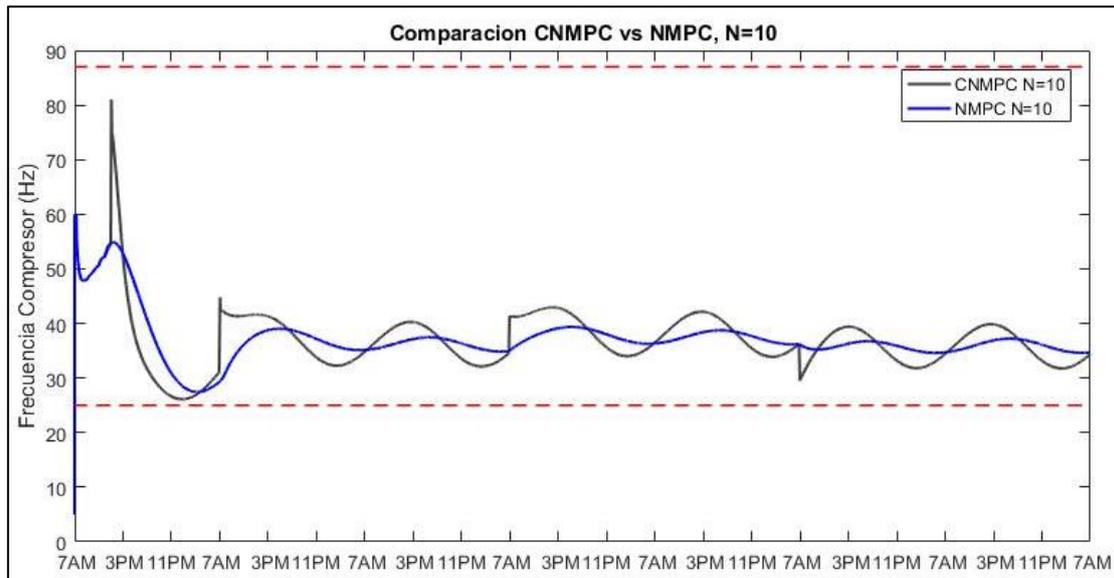


Figura 60. Comparación de la frecuencia del compresor, NMPC sin restricciones y CNMPC, con un horizonte de predicción de 10.

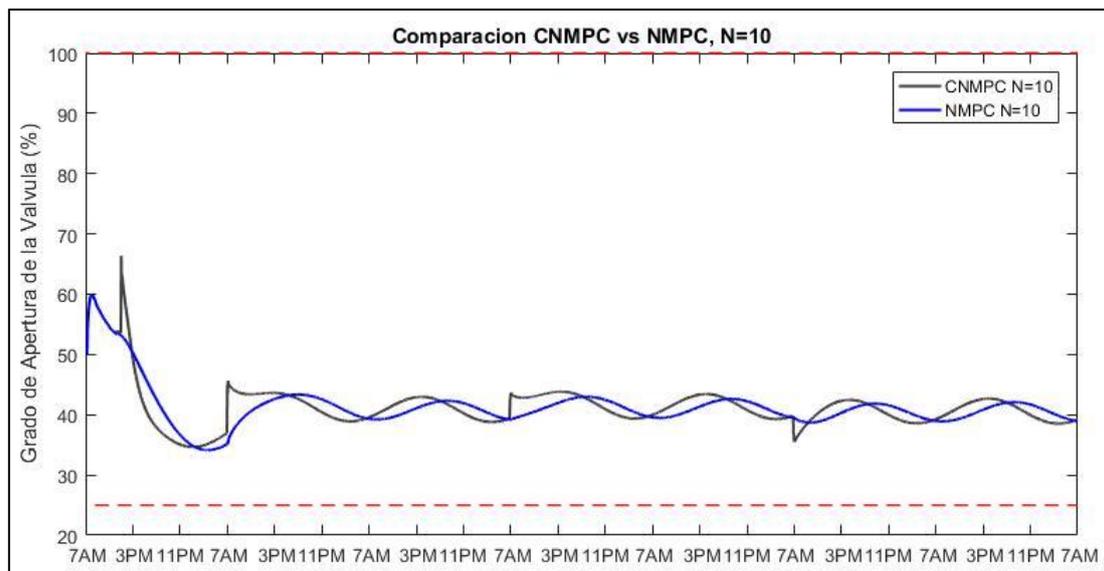


Figura 61. Comparación de la apertura de la válvula de expansión, NMPC sin restricciones y CNMPC, con un horizonte de predicción de 10.

5.3.3.2 Horizonte de predicción N = 20. En este horizonte de predicción se espera que ambos controladores mejoren su comportamiento, ya que se tienen un horizonte de predicción mayor. La precisión del control, se verá determinado por el método de solución para resolver el problema de optimización.

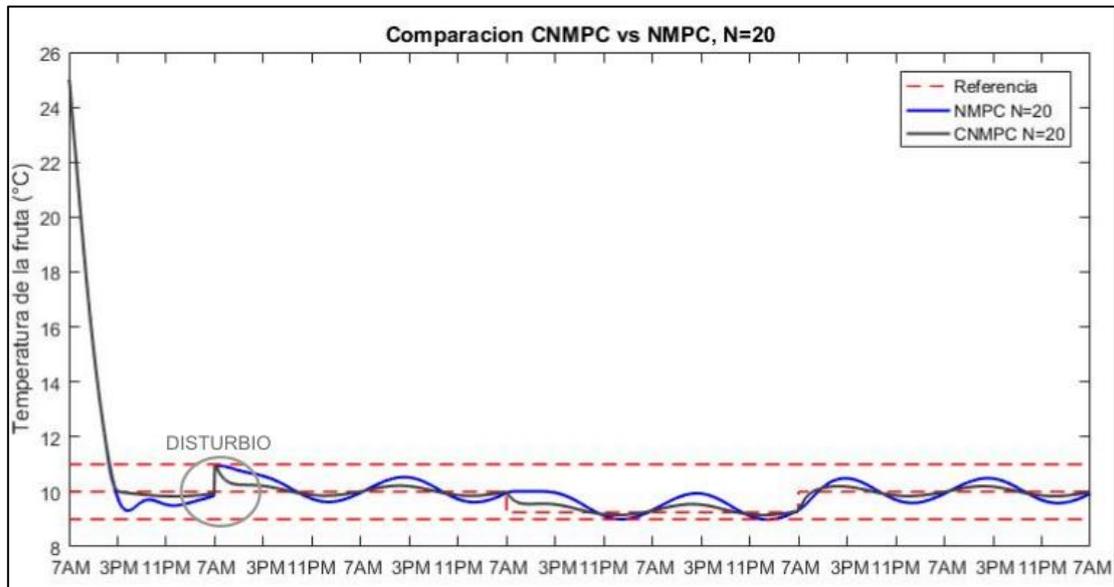


Figura 62. Comparación temperatura de la fruta NMPC sin restricciones y CNMPC, con un horizonte de predicción de 20.

Hay un mejor seguimiento de la referencia de ambos controladores, siendo el CNMPC el que tiene mejor desempeño, tiene un menor tiempo de establecimiento y se comporta mejor durante los cambios de referencia.

En la Figura 63 y la Figura 64, se comparan las variables manipulables, se puede ver que el CNMPC tiene acciones de control de mayor magnitud que compensan de mejor manera a los disturbios y cambios de setpoint.

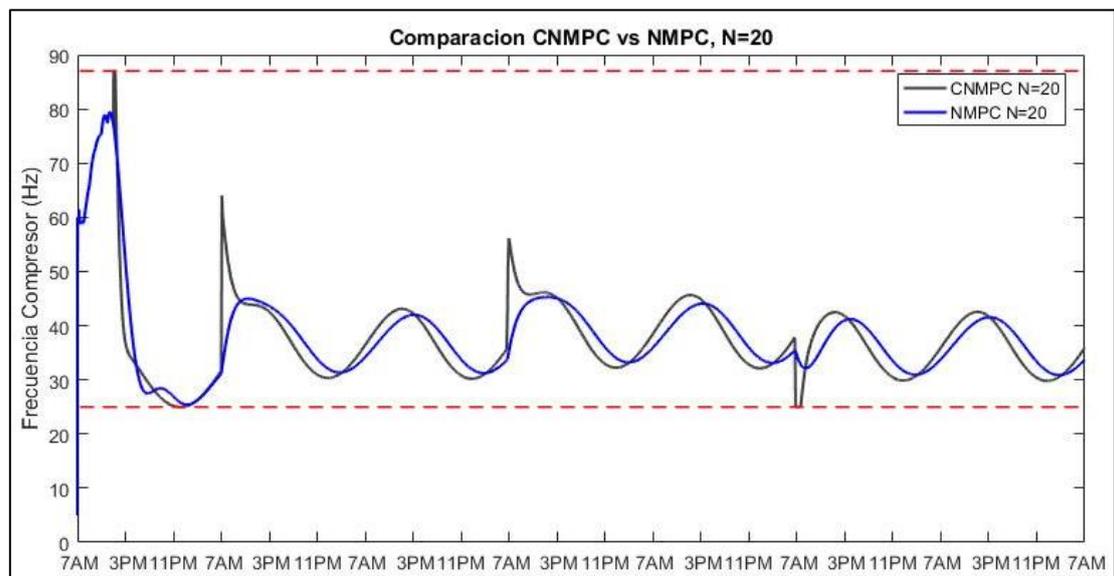


Figura 63. Comparación de la frecuencia del compresor, NMPC sin restricciones y CNMPC, con un horizonte de predicción de 20.

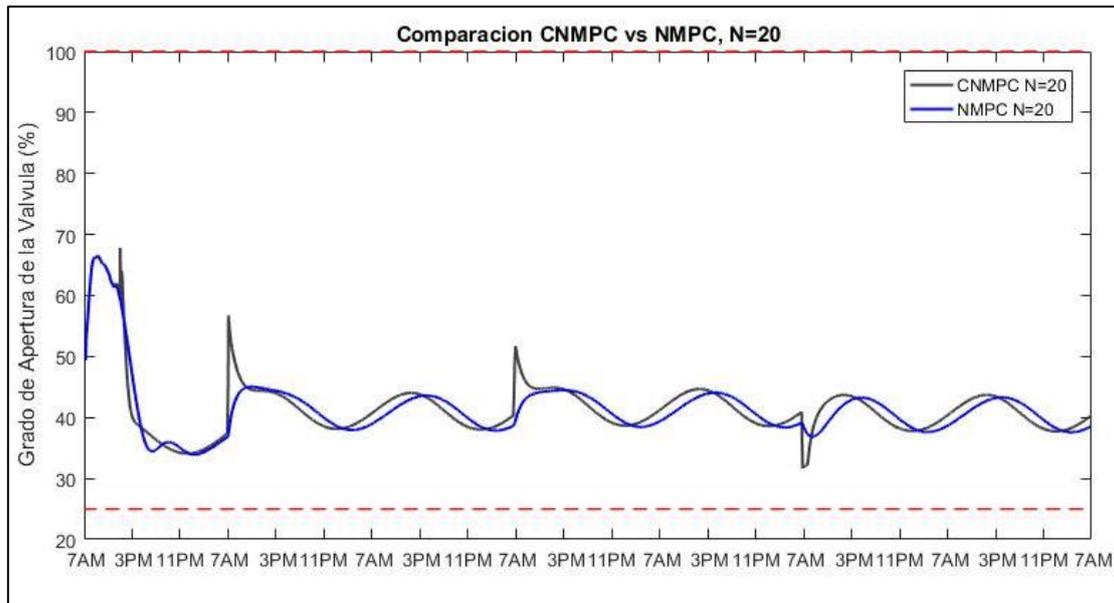


Figura 64. Comparación de la apertura de la válvula de expansión, NMPC sin restricciones y CNMPC, con un horizonte de predicción de 20.

5.3.3.3 Horizonte de predicción N = 30. Los resultados de la temperatura de la fruta de las simulaciones de NMPC y CNMPC con un horizonte de predicción y de control de 30, se muestran en la Figura 65. Nuevamente el CNMPC supera al comportamiento del controlador sin restricciones: tiene mayor precisión en el seguimiento de la referencia y menor tiempo de establecimiento, su comportamiento durante el cambio de setpoint es superior, requiere menos tiempo para llegar al nuevo valor de referencia y lo hacen con menor oscilación.

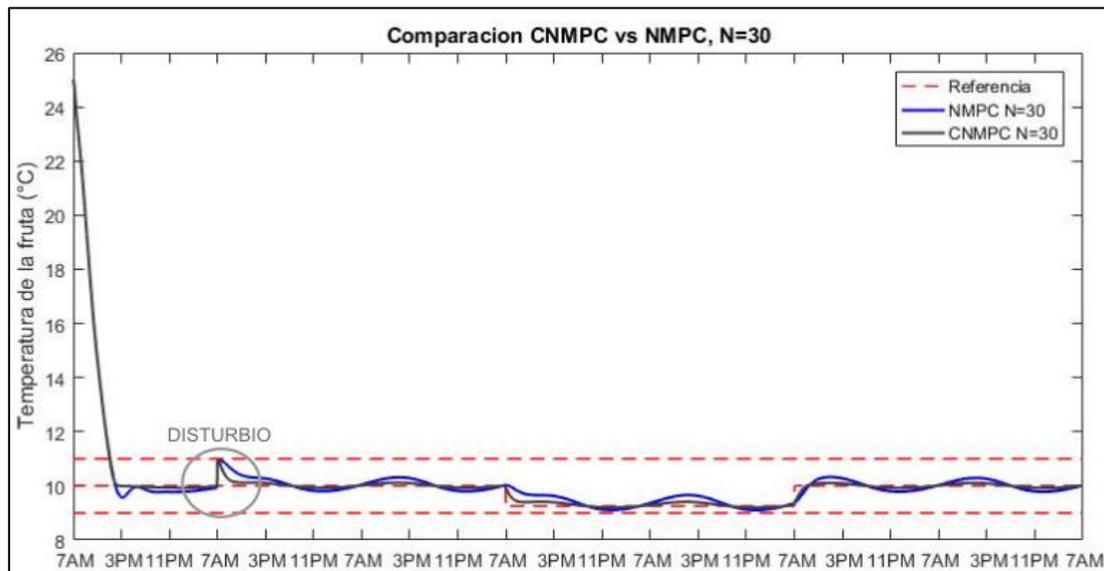


Figura 65. Comparación Temperatura de la fruta NMPC sin restricciones y CNMPC, con un horizonte de predicción de 30.

En la Figura 66 y Figura 67, se muestran las comparaciones de las variables de entrada y se aprecia que las acciones de control del CNMPC durante el disturbio y los cambios de

setpoint son mucho más significativas, logrando de esta forma un control más preciso que se adapta mejor a nuevas condiciones que se le configuren.

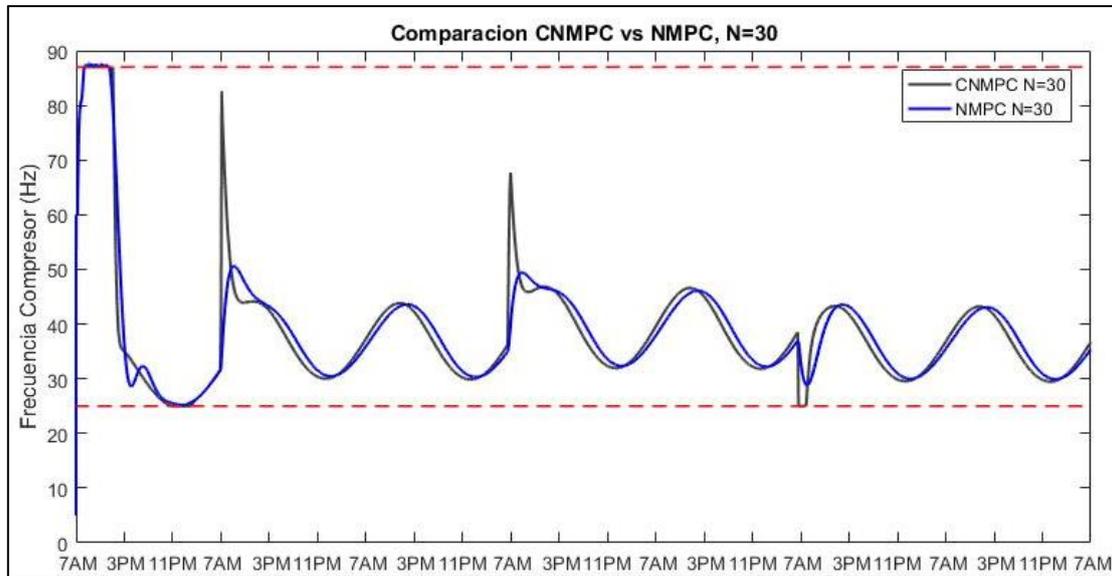


Figura 66. Comparación de la frecuencia del compresor, NMPC sin restricciones y CNMPC, con un horizonte de predicción de 30.

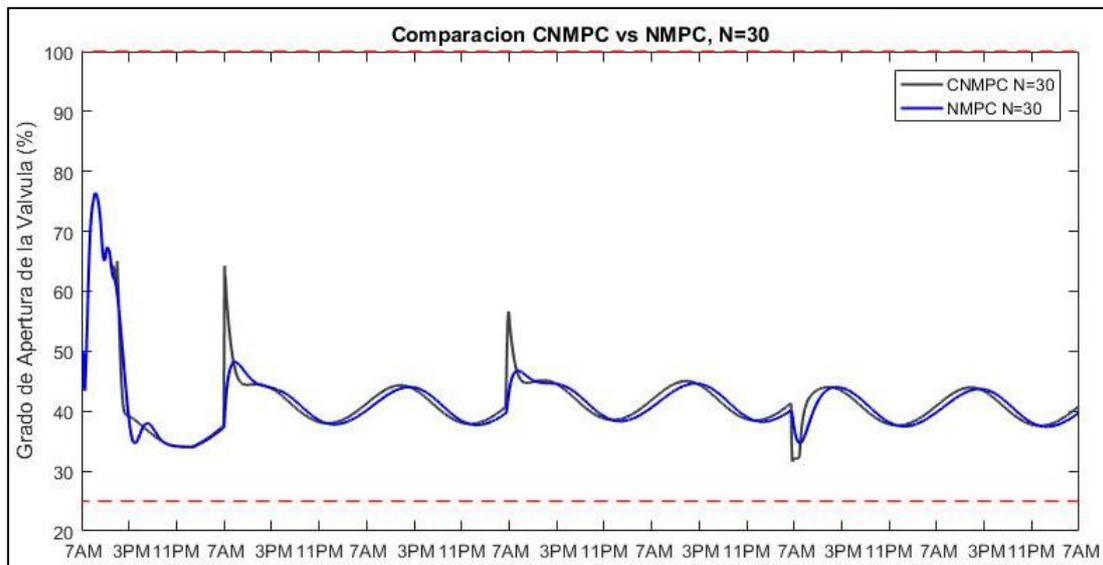


Figura 67. Comparación de la apertura de la válvula de expansión, NMPC sin restricciones y CNMPC, con un horizonte de predicción de 30.

5.3.4 Índices de desempeño de control

Para culminar con el análisis de estos controladores se hará uso de los índices de desempeño de control, entre los cuales se tienen al IAE (Integral of Absolute Error) y el ITAE (Integral of Time and Absolute Error) (Grüne & Pirkelmann, 2017). Además, se incluirá al COP (Coefficient of Performance) el cual permitirá medir la eficiencia del proceso.

5.3.4.1 IAE. Este índice evalúa el desempeño optimizado del proceso con los controladores, integrando el valor absoluto del error de control, el cual se define como la diferencia entre el valor de referencia y la variable de salida (**Ipanaqué, Control automático de procesos, 2012**). Se interpreta que a menor valor del IAE, mejor es la calidad del desempeño del controlador. Se calcula con:

$$IAE = \int |T_{ref}(t) - T_F(t)| dt \quad (5.36)$$

5.3.4.2 ITAE. Este índice también evalúa la calidad del desempeño del controlador, mediante la ponderación del valor absoluto del error de control por el tiempo, de forma que al error que está presente al inicio del proceso tiene un menor peso (**Ipanaqué, Control automático de procesos, 2012**). Al igual que el IAE, se interpreta que a menor valor de ITAE, mejor calidad del desempeño tiene el controlador especialmente en el seguimiento a referencia.

$$ITAE = \int t |T_{ref}(t) - T_F(t)| dt \quad (5.37)$$

5.3.4.3 COP. Este índice es usado para medir la eficiencia de los equipos de refrigeración. Se calcula dividiendo el calor retirado de la cámara frigorífica sobre la energía eléctrica usada por el compresor.

$$COP = \frac{Q_e}{W_{comp}} = \frac{\int \dot{Q}_e dt}{\int \dot{W}_{comp} dt} \quad (5.38)$$

Como se muestra en (5.38) se puede calcular el COP a partir de las integrales de la tasa de transferencia de calor absorbido por el refrigerante (\dot{Q}_e) y la potencia consumida por el compresor (\dot{W}_{comp}).

5.3.4.4 Resultados. En la Tabla 8 y la Tabla 9 se muestran los índices de desempeño para los controladores simulados en la prueba de condiciones normales de funcionamiento y, en la prueba de seguimiento de referencia y rechazo al disturbio.

Tabla 8.

Indicadores del desempeño del controlador, prueba de condiciones normales de funcionamiento.

Controlador	Horizonte	COP	IAE	ITAE
CNMPC	30	3.1992	2.22	15157.27
CNMPC	20	3.2311	2.67	29023.03
CNMPC	10	3.2464	4.64	94349.58
NMPC	30	3.1431	2.80	36723.44
NMPC	20	3.1613	3.81	72354.87
NMPC	10	3.1459	7.90	220100.04

Tabla 9.

Indicadores del desempeño del controlador, pruebas de seguimiento de referencia y rechazo al disturbio.

Controlador	Horizonte	COP	IAE	ITAE
CNMPC	30	2.9390	2.42	20442.5
CNMPC	20	2.9764	2.96	36933.69
CNMPC	10	3.0376	4.64	83889.99
NMPC	30	2.9037	3.26	50734.39
NMPC	20	2.9457	4.38	87343.33
NMPC	10	3.0319	6.38	132497.53

De estos resultados se puede resumir lo siguiente: las restricciones mejoran el desempeño del controlador en calidad de control y en eficiencia termodinámica, como se puede ver con los valores de IAE, ITAE y COP, de ambas pruebas, donde al ser comparados entre controladores con el mismo horizonte de predicción el CNMPC siempre supera al NMPC sin restricciones.

En ambas pruebas el CNMPC con horizonte de predicción y de control de 10 tiene la mejor eficiencia termodinámica, pero la mejor calidad de desempeño la tiene el CNMPC con

horizonte de predicción y control de 30 ya que tiene los valores más bajos de IAE e ITAE en ambas pruebas.





Conclusiones

La modelación matemática realizada para la planta simulada cumplió con lo que se había propuesto, al considerar los posibles modos de operación que pueden aparecer en el funcionamiento del evaporador, se tienen resultados con altos valores del índice de determinación R^2 , como se muestran en la Tabla 3, la Tabla 4 y la Tabla 5. El modelo dinámico de simulación, asegura un comportamiento similar al de la planta real, con un alto nivel de precisión, esto permite implementar estrategias de control para ser probadas, ahorrando costos y garantizando resultados de calidad. Esto se debe a que el modelo matemático considera un análisis exhaustivo del comportamiento del refrigerante dentro del evaporador con la coexistencia de los estados: mezcla líquido-vapor saturado y vapor sobrecalentado. Esto se tiene como resultado de aplicar el método de frontera móvil, para modelar intercambiadores de calor, que nuevamente comprueba ser más efectivo para la modelación de sistema de refrigeración.

En investigaciones anteriores donde se usa modelación ARX (Autoregressive with exogenous terms) se requirió una gran cantidad de datos para la estimación del modelo, se entregó un modelo con altos índices de ajuste, pero que no terminaba de imitar completamente la dinámica del sistema de refrigeración. El modelo desarrollado en esta investigación supera la precisión de este modelo ARX, y se pudo evitar el diseño de experimentos necesario para la recolección de datos con que el modelo ARX se desarrolló, esto es importante porque si el diseño de experimentos no se realiza correctamente el modelo ARX desarrollado es deficiente. Tener un modelo matemático que requiere de las características físicas de la planta y de los parámetros de transferencia de calor que pueden ser estimados, simplifica este proceso para los sistemas no lineales donde se conozcan los primeros principios de su funcionamiento, que permite entender de forma más profunda el comportamiento dinámico de las variables que componen el sistema y de la interacción que hay entre ellas.

La planta simulada puede mejorarse, esto se debe a que en esta investigación se simplificó la modelación del condensador y se omitió al receptor de refrigerante como componente del ciclo de refrigeración real. Ya que se realizó una modelación modular de los componentes del sistema de refrigeración, se puede reemplazar las ecuaciones planteadas para el condensador, y en su lugar considerar cambios de modo de operación similar a los que

se desarrolló para el evaporador, pero con una dificultad mayor ya que en este componente puede aparecer refrigerante en tres estados termodinámicos (líquido subenfriado, mezcla saturada líquido-vapor y vapor sobrecalentado) además si se incluye al receptor del sistema, el comportamiento de la presión del condensador y del flujo másico en la válvula de expansión, serán más precisos, ya que este elemento funciona como un amortiguador para la caída brusca de presión en el condensador. Esto permitiría tener una planta de refrigeración a la cual se le pueda implementar más accionamientos, como son los ventiladores variables en el condensador que también benefician a la eficiencia del proceso.

La estrategia de control predictivo no lineal basado en espacio de estados, incorpora la dinámica de las variables que componen el proceso al problema de optimización del controlador, con la cual se halla la acción de control ideal del proceso, en los procesos de refrigeración, esto es de mucho valor, porque como se analizó en el acápite 5.1.1 el comportamiento no lineal del sistema evita que exista una única solución que satisfaga las condiciones del punto del equilibrio, dentro de todas estas soluciones algunas brindan una alta eficiencia, que requiere involucrar a las variables que componen el sistema y no únicamente a la variable de la salida, esto solo es posible con una estrategia de este tipo.

El horizonte de predicción influye sobre el desempeño del NMPC, incluya o no restricciones, pero esto se debe a que la extensión del rango de tiempo sobre el cual se realiza la optimización para determinar la acción de control ideal es proporcional al horizonte de predicción. Se puede inferir que la eficacia de la optimización se incrementa con respecto a la cantidad de información que dispone. En este caso se trata de la cantidad de predicciones, la cual aumenta con el horizonte de predicción.

La incorporación de restricciones al NMPC, obliga a usar un método numérico para resolver el problema de optimización del controlador, esto beneficia la calidad del desempeño como se muestra en el acápite 5.3.3, donde se comparan el desempeño entre el controlador predictivo no lineal con y sin restricciones, para los diferentes horizontes de predicción que se simularon en el acápite 5.3, se ven en la Tabla 8 y Tabla 9 que el controlador predictivo no lineal con restricciones supera a su contraparte en todos los índices de desempeño y para todos los horizontes de predicción. Se deduce a partir de esto, que el problema de optimización delimitado por las restricciones permite encontrar una solución que puede ser alcanzada, ya que se encuentra dentro del área comprendida por las restricciones del sistema, aunque esta solución, es apenas diferente de la solución encontrada por el método analítico, pero mejora la precisión del control y la eficiencia del proceso. Si se toman en cuenta los valores de los índices de desempeño IAE e ITAE del controlador CNMPC con horizonte de predicción y control de 30 en la prueba en condiciones normales, los cuales fueron 2.22 y 15157.27, y en la prueba de rechazo al disturbio y seguimiento a la referencia, los cuales fueron 2.42 y 20442.5. Se puede asegurar que la mejor opción de control para un sistema de

refrigeración para conservación de fruta es un controlador predictivo no lineal basado en espacio de estados con un horizonte de predicción y control de 30.





Referencias bibliográficas

- Alfaya, J. E. (2014). *Modelado y control multivariable de un sistema de refrigeración por compresión de vapor (Tesis para obtener el grado de master)*. Sevilla: Universidad de Sevilla.
- Aramburú-Pardo, A. (2017). *Diseño y simulación de control avanzado para un sistema de refrigeración aplicado a la industria agroalimentaria (Tesis para obtener el grado de master)*. Piura: Universidad de Piura.
- Aramburú-Pardo, A., Manrique, J., & Saavedra, R. (2017). *Adaptive PID controller with auto-tuning applied to the agricultural food industry*. In Chilean Conference on Electrical, Electronics Engineering, Information and Communication Technologies.
- Bendapudi, S., Braun, J. E., & Groll, E. A. (2004). *Dynamic Modeling of Shell-and-Tube Heat-Exchangers: Moving Boundary vs. Finite Volume*. In 2004 International Refrigeration and Air Conditioning Conference.
- Bonilla, J., Yebra, L., Dormido, S., & Cellier, F. (2012). *Object-oriented library of switching moving boundary models for two-phase flow evaporators and condensers*. 9th International Modelica Conference.
- Campos, J. C., Manrique, J., & Ipanaqué, W. (2020). *Dynamic Modeling and Validation of a Refrigeration System and Cold Room for Fruit Preservation*. In 2020 IEEE Engineering International Research Conference (EIRCON).
- Çengel, Y. A., & Boyles, M. A. (2012). *Termodinámica*. Mexico: McGrawHill.
- Çengel, Y. A., & Ghajar, A. J. (2011). *Transferencia de calor y masa. Fundamentos y aplicaciones*. México: McGrawHill.

- Dixon, S. L., & Hall, C. A. (2010). *Fluid Mechanics and Thermodynamics of Turbomachinery*. Oxford: Butterworth-Heinemann.
- Eldredge, B. D., Rasmussen, B. P., & Alleyne, A. G. (2008). Moving Boundary Heat Exchanger Models with Variable Outlet Phase. *Journal of Dynamic Systems Measurement and Control*, 130(6).
- Glos, J. (2016). Model Predictive Control for Individual Room Control. *IFAC-PapersOnLine*, 49(25), 37-42.
- Gräber, M., Strupp, N. C., & Tegethoff, W. (2010). *Moving boundary heat exchanger model and validation procedure*. EUROSIM Congress on Modelling and Simulation.
- Grüne, L., & Pirkelmann, S. (2017). *Closed-loop performance analysis for economic model predictive control of time-varying systems*. In 56th IEEE Conference on Decision and Control.
- Ipanaqué, W. (2012). *Control automático de procesos*. Piura: CONCYTEC.
- Ipanaqué, W. (2013). *Introducción al control predictivo basado en modelos*. Piura.
- Li, B., & Alleyne, A. G. (2010). A dynamic model of a vapor compression cycle with shut-down and star-up operations. *International Journal of Refrigeration*, 33, 538-552.
- Manrique, J., Merino, M., Reyes, J., & Ipanaqué, W. (2019). *System identification and PI control applied to refrigeration system for mango exportation*. In 2019 IEEE XXVI International Conference on Electronics, Electrical Engineering and Computing (INTERCON).
- McKinley, T. L., & Alleyne, A. G. (2008). An advanced nonlinear switched heat exchanger model for vapor compression cycles using the moving-boundary method. *International Journal of Refrigeration*, 31, 1253-1264.
- Mendoza, D. (2020). *Diseño y estudio de un control predictivo no lineal (Tesis para obtener el título de Ingeniero Mecánico-Eléctrico)*. Piura: Universidad de Piura.
- Oliden, J., Manrique, J., & Ipanaqué, W. (2017). *Model and control of a refrigeration system for fruit preservation*. In Chilean Conference on Electrical, Electronics Engineering, Information and Communication Technologies.

- Qiao, H., Aute, V., & Radermacher, R. (2014). *An Improved Moving Boundary Heat Exchanger Model with Pressure Drop*. In International Refrigeration and Air Conditioning Conference (IRACC).
- Rasmussen, H., & Larsen, L. F. (2011). Non-Linear and adaptative control of a refrigeration system. *I.E.T. Control Theory and Applications*, 5(2), 364-378.
- Rossiter, J. A. (2018). *A First Course in Predictive Control*. Londres: Taylor & Francis Group.
- Sørensen, K. K., Skovrup, M. J., Jessen, L. M., & Stoustrup, J. (2015). Modular Modelling of a Refrigeration Container. *International Journal of Refrigeration*, 55, 17-29.
- Wang, L. (2009). *Model Predictive Control System Design and Implementation Using MATLAB*. Springer Science & Business Media.
- Zanon, M., Grüne, L., & Diehl, M. (2016). Periodic optimal control, dissipativity and MPC. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 62(6), 2943-2949.
- Zhou, R., Zhang, T., Catano, J., Wen, J. T., Michna, G. J., Peles, Y., & Jensen, M. K. (2010). The steady-state modeling and optimization of a refrigeration system for high heat flux removal. *Applied Thermal Engineering*, 30(16), 2347-2356.



Apéndices





Apéndice A. Código válvula de expansión

```
function [ mrEEV, fEEV, h2, T2] = EEV(OD, h1, Pc, Pe)
kvA = 2.124632393490382e-06; %Area nominal de la valvula por coef de
Descarga
h2 = h1;
T2 = py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('T','P',Pe,'H',h2,'R404A');
rho1 = py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('DMASS','P',Pc,'H',h1,'R404A');
fEEV = kvA*(rho1*(Pc - Pe))^0.5/100;
mrEEV = (OD)*fEEV;
end
```

Apéndice B. Código evaporador

```
function [dPe, dhe1, dfve, dhe2, dMre, dsge, MODEVZ, Qe, me, dTme1, dTme2,
dhae] = Evaporador(h2, h3, Tae, hae, hacr, Pe, sge, he1, fve, he2, MODEV,
mrComp, mrEEV, Tme1, Tme2)
%Evaporador Subsistema evaporador resolucion por ecuaciones diferenciales

%% Constantes necesarias
smin = 0.005; %Valor tuneable dejar en 0.001
Vevap = 33.8/1000; %Volumen del condensador en metros cubicos.
Urm = 73.307210924133470; %Coeficiente de transferencia de calor entre el
metal y el refrigerante.
Arm = 7.08; %Area de transferencia de calor entre el metal y el
refrigerante
UAam = 148.2*4.412189532744430; %Coeficiente de Transferencia de calor
entre el metal y el aire en el evaporador.
MCpm = 875*263*2; %Masa por el calor específico del metal del evaporador
flujAire = 2.348; %Flujo masico de aire que fluye por el evaporador
mae = 5.584; %Masa de aire dentro del evaporador

%% Calculo de la transferencia de calor
efVapor = 0.1;
Te1 = py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('T','P',Pe,'H',he1,'R404A');
Te2 = py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('T','P',Pe,'H',he2,'R404A');
Qe1 = sge*Urm*Arm*(Tme1-Te1); %Transferencia de calor hacia el refrigerante
de la zona 1.
Qe2 = (1-sge)*efVapor*Urm*Arm*(Tme2-Te2); %Transferencia de calor hacia el
refrigerante de la zona 2.
Qe = Qe1+Qe2; %Transferencia total de calor hacia el refrigerante en el
evaporador.
Qam1 = sge*UAam*(Tae-Tme1); %Transferencia de calor hacia el metal de la
zona 1.
Qam2 = (1-sge)*UAam*(Tae-Tme2); %Transferencia de calor hacia el metal de
la zona 2.
Qam = Qam1 + Qam2; %Transferencia total de calor hacia el metal del
evaporador.

%% Solucion del modo
dMre = mrEEV - mrComp;
rhoe1 = py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('D','P',Pe,'H',he1,'R404A');
rhoe2 = py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('D','P',Pe,'H',he2,'R404A');
if MODEV == 1
    [dhe1, dhe2, dPe, dfve, dsge, me] = EVAPMOD1(h2, h3, he1, rhoe1, he2,
rhoe2, fve, Pe, sge, mrComp, mrEEV, Qe1, Qe2);

    %% Calculo de las derivadas de la temperatura del metal
    if dsge > 0
        Tm1L = Tme2;
```

```

else
    Tm1L = Tme1;
end
dTme1 = (1/sge)*((Qam1-Qe1)/MCpm - (Tme1 - Tm1L)*dsge);
dTme2 = (1/(1-sge))* ((Qam2-Qe2)/MCpm + (Tme2 - Tm1L)*dsge);
%% Verificacion de cambio de modo
if dsge > 0 && (1-sge)< smin
    MODEVZ = 2;
    dsge = 1 - sge;
else
    MODEVZ = 1;
end
elseif MODEV == 2
    [dhe1, dhe2, dPe, dfve] = EVAPMOD2(h2, h3, he1, rhoe1, fve, Pe, mrComp,
mrEEV, Qe1);
    me = 0;
    %% Calculo de las derivadas de la temperatura del metal
    dTme1 = (Qam1-Qe1)/MCpm;
    dTme2 = Tme1 - Tme2;
    %% Verificacion de cambio de modo
    xiel = py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('Q','P',Pe,'H',h2,'R404A');
    rhog = py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('D','P',Pe,'Q',1,'R404A');
    rhof = py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('D','P',Pe,'Q',0,'R404A');
    c = (rhog/rhof)^(2/3);
    fvetotal = 1 + c*log(c+xiel*(1-c))/((1-xiel)*(c-1)^2);
    if fve - fvetotal > smin && dfve > 0
        MODEVZ = 1;
        dsge = -2*smin;
    else
        MODEVZ = 2;
        dsge = 0;
    end
end
end

%% Calculo de la variacion de entalpia del aire
dhae = (2*flujAire*(hacr - hae) - Qam)/mae;

end

```

Apéndice C. Código evaporador modo 1

```

function [dhe1, dhe2, dPe, dfve, dsge, me] = EVAPMOD1(h2, h3, he1, rhoe1,
he2, rhoe2, fve, Pe, sge, mrComp, mrEEV, Qe1, Qe2)
%EVAPMOD01 Solucion cuando el evaporador esta en modo 2
%Solucion del sistema de ecuaciones cuando los volúmenes de control
%V y LV estan activos.
Vevap = 33.8/1000;
xiel = py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('Q','P',Pe,'H',h2,'R404A');

%% Valores de la entalpia, la densidad y sus derivadas respecto a la
presion de vapor saturado y líquido saturado
hg = py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('H','P',Pe,'Q',1,'R404A');
dhg_dPe =
py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('d(H)/d(P)|sigma','P',Pe,'Q',1,'R404A');
rhog = py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('D','P',Pe,'Q',1,'R404A');
drhog_dPe =
py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('d(D)/d(P)|sigma','P',Pe,'Q',1,'R404A');
hf = py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('H','P',Pe,'Q',0,'R404A');
dhf_dPe =
py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('d(H)/d(P)|sigma','P',Pe,'Q',0,'R404A');

```

```

rhof = py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('D','P',Pe,'Q',0,'R404A');
drhof_dPe =
py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('d(D)/d(P)|sigma','P',Pe,'Q',0,'R404A');

%% Ecuaciones complementarias para el volumen e1
drhoe1_dfve = (rhog-rhof);
drhoe1_dPe = (fve*drhog_dPe + (1-fve)*drhof_dPe);
dhe1_dfve = (rhog*(hg-he1)+rhof*(he1-hf))/rhoel;
dhe1_dPe = (fve*(rhog*dhg_dPe+(hg-he1)*drhog_dPe)+(1-
fve)*(rhof*dhf_dPe+(hf-he1)*drhof_dPe))/rhoel;

%% Ecuaciones complementarias para el volumen e2
drhoe2_dhe2 =
py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('d(D)/d(H)|P','P',Pe,'H',he2,'R404A');
drhoe2_dPe =
py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('d(D)/d(P)|H','P',Pe,'H',he2,'R404A');

%% Ecuaciones complementarias del la fraccion total de vacio
c = (rhog/rhof)^(2/3);
fvetotal = 1 + c*log(c+xiel*(1-c))/((1-xiel)*(c-1)^2);
ax = c + xiel*(1-c);
dfve_dc = (log(ax)*(1+c)+c*(1-c)*(1-xiel)/ax)/((1-xiel)*(c-1)^3);
dc_dPe = (2/3)*(rhog^(-1/3))*(rhof^(-5/3))*(rhof*drhog_dPe -
rhog*drhof_dPe);

%% Matrices del sistema de ecuaciones
a11 = 1;
a12 = -(1-sge)*drhoe2_dPe/rhoe2;
a13 = -(1-sge)*drhoe2_dhe2/rhoe2;
a15 = 1/(Vevap*rhoe2);

a22 = -1/rhoe2;
a23 = 1;
a25 = -(hg - he2)/((1-sge)*rhoe2*Vevap);

a31 = 1;
a32 = sge*drhoe1_dPe/rhoe1;
a34 = sge*drhoe1_dfve/rhoe1;
a35 = 1/(Vevap*rhoe1);

a42 = (dhe1_dPe - 1/rhoe1);
a44 = dhe1_dfve;
a45 = (hg - he1)/(sge*rhoe1*Vevap);

a52 = dfve_dc*dc_dPe;
a54 = -1;

b1 = mrComp/(Vevap*rhoe2);
b2 = (Qe2-mrComp*(h3-he2))/((1-sge)*rhoe2*Vevap);
b3 = mrEEV/(Vevap*rhoe1);
b4 = (Qe1+mrEEV*(h2-he1))/(sge*rhoe1*Vevap);
b5 = (fve-fvetotal);

A = [a11 a12 a13 0 a15; 0 a22 a23 0 a25; a31 a32 0 a34 a35; 0 a42 0 a44
a45; 0 a52 0 a54 0];
B = [b1; b2; b3; b4; b5];
sol = A\B;

%% Resultados
dsge = sol(1);
dPe = sol(2);

```

```

dhe2 = sol(3);
dfve = sol(4);
me = sol(5);
dhe1 = dhe1_dPe*dPe + dhe1_dfve*dfve;
end

```

Apéndice D. Código evaporador modo 2

```

function [dhe1, dhe2, dPe, dfve] = EVAPMOD2(h2, h3, he1, rhoel, fve, Pe,
mrComp, mrEEV, Qe1)
%EVAPMOD02 Solucion cuando el evaporador esta en modo 3
%Solucion del sistema de ecuaciones cuando el volumen de control
%LV esta activo.
Vevap = 33.8/1000;

% Valores de la entalpia, la densidad y sus derivadas respecto a la
presion de vapor saturado y líquido saturado
hg = py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('H','P',Pe,'Q',1,'R404A');
dhg_dPe =
py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('d(H)/d(P)|sigma','P',Pe,'Q',1,'R404A');
rhog = py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('D','P',Pe,'Q',1,'R404A');
drhog_dPe =
py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('d(D)/d(P)|sigma','P',Pe,'Q',1,'R404A');
hf = py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('H','P',Pe,'Q',0,'R404A');
dhf_dPe =
py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('d(H)/d(P)|sigma','P',Pe,'Q',0,'R404A');
rhof = py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('D','P',Pe,'Q',0,'R404A');
drhof_dPe =
py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('d(D)/d(P)|sigma','P',Pe,'Q',0,'R404A');

%% Ecuaciones complementarias para el volumen c1
drhoel_dfve = (rhog-rhof);
drhoel_dPe = (fve*drhog_dPe + (1-fve)*drhof_dPe);
dhe1_dfve = (rhog*(hg-he1)+rhof*(he1-hf))/rhoel;
dhe1_dPe = (fve*(rhog*dhg_dPe+(hg-he1)*drhog_dPe)+(1-
fve)*(rhof*dhf_dPe+(hf-he1)*drhof_dPe))/rhoel;

%% Matrices del sistema de ecuaciones
a11 = drhoel_dfve;
a12 = drhoel_dPe;
a21 = dhe1_dfve;
a22 = dhe1_dPe-1/rhoel;

b1 = (mrEEV-mrComp)/Vevap;
b2 = (mrEEV*(h2-he1) - mrComp*(h3-he1) + Qe1)/(rhoel*Vevap);

A = [a11 a12; a21 a22];
B = [b1; b2];
sol = A\B;

%% Resultados
dfve = sol(1);
dPe = sol(2);
dhe1 = dhe1_dPe*dPe + dhe1_dfve*dfve;
dhe2 = dhg_dPe*dPe;

end

```

Apéndice E. Código compresor

```
function [mrComp, PotComp, PotElec, h4] = Compresor(f, Pe, Pc, h3)
EfMecElec = 0.99998579280682; %Eficiencia Mecanica Electrica
[mrComp] = flujoMasicoCompresor(f, Pe, Pc, h3);

n = 1.22165674404458;
Tent = py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('T','P',Pe,'H',h3,'R404A');
Tsal = Tent*(Pc/Pe)^((n-1)/n);
s = py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('S','P',Pe,'H',h3,'R404A');
TsatPc = py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('T','P',Pc,'Q',1,'R404A');

if TsatPc<Tsal
    h4 = py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('H','P',Pc,'T',Tsal,'R404A');
else
    h4 = py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('H','P',Pc,'Q',1,'R404A');
end
cp = py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('C','P',(Pe+Pc)/2,'S',s,'R404A');
cv = py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('CVMASS','P',(Pe+Pc)/2,'S',s,'R404A');
k = cp/cv;
EfPoly = (k-1)*n/(k*(n-1));
PotComp = mrComp*(h4-h3);
PotElec = PotComp/(EfMecElec*EfPoly);
```

Apéndice F. Código flujo masico compresor

```
function [mrComp, fComp] = flujoMasicoCompresor(f, Pe, Pc, h3)
%Flujo Masico Compresor
%Calcula el flujo masico de un compresor reciprocante de piston
%Necesita la frecuencia de giro del motor, las presiones en el evaporador
%y en el condensador, y la Temperatura a la entrada del compresor

n = 1.22165674404458;
Vcomp = 1.782769783231948e-05; %Volumen Completo del piston del compresor
Vp = 0.05*Vcomp; %Volumen de punto muerto superior
T3 = py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('T','P',Pe,'H',h3,'R404A');
T4 = T3*(Pc/Pe)^((n-1)/n);

rho3 = py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('DMASS','P',Pe,'H',h3,'R404A');
TsatPc = py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('T','P',Pc,'Q',1,'R404A');
if TsatPc<T4
    rho4 = py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('DMASS','P',Pc,'T',T4,'R404A');
else
    rho4 = py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('DMASS','P',Pc,'Q',1,'R404A');
end
fComp = 2*(Vcomp*rho3 - Vp*rho4);
mrComp = f*fComp;
end
```

Apéndice G. Código condensador

```
function [dPc, dMrc, dhrc, Qc] = Condensador(h4, h1, hrc, Mrc, Pc, mrComp,
mrEEV, Tamb)
%Condensador Subsistema condensador resolucion por ecuaciones diferenciales

%% Constantes necesarias
UAc = 662.7725924026604;
Vc = 45/1000;
```

```

%% Calculo de la transferencia de calor
Trc = py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('T','P',Pc,'H',hrc,'R404A');
Qc = UAc*(Trc-Tamb);

%% Resolucion
hg = py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('H','P',Pc,'Q',1,'R404A');
rhorc = py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('D','P',Pc,'H',hrc,'R404A');
if hrc>hg
    [dMrc, dhrc, dPc] = CONDMOD1(h4, h1, hrc, rhorc, Pc, mrComp, mrEEV,
Qc);
else
    [dMrc, dhrc, dPc] = CONDMOD2(h4, h1, hrc, rhorc, Pc, mrComp, mrEEV,
Qc);
end
end
end

```

Apéndice H. Código condensador modo 1

```

function [dMrc, dhrc, dPc] = CONDMOD1(h4, h1, hrc, rhorc, Pc, mrComp,
mrEEV, Qc)
%CONDMOD3 Solucion cuando el Condensador esta en modo 1
%Solucion del sistema de ecuaciones cuando solo los volúmenes de control
%VSC, LVC y LSC estan activos.
Vc = 45/1000;

%% Ecuaciones Complementarias para el volumen c1
drhorc_dhrc =
py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('d(D)/d(H)|P','P',Pc,'H',hrc,'R404A');
drhorc_dPc =
py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('d(D)/d(P)|H','P',Pc,'H',hrc,'R404A');

%% Matrices del sistema de ecuaciones
a11 = drhorc_dhrc;
a12 = drhorc_dPc;
a21 = 1;
a22 = -1/rhorc;

b1 = (mrComp - mrEEV)/(Vc);
b2 = (mrComp*(h4-hrc)-mrEEV*(h1-hrc)-Qc)/(Vc*rhorc);

A = [a11 a12; a21 a22];
B = [b1; b2];

sol = A\B;

%% Resultados
dhrc = sol(1);
dPc = sol(2);
dMrc = mrComp - mrEEV;
end

```

Apéndice I. Código condensador modo 2

```

function [dMrc, dhrc, dPc] = CONDMOD2(h4, h1, hrc, rhorc, Pc, mrComp,
mrEEV, Qc)
%CONDMOD2 Solucion cuando el Condensador esta en modo 2
%Solucion del sistema de ecuaciones cuando solo los volúmenes de control
%LVC esta activo.
Vc = 45/1000;

```

```

xrc = py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('Q','P',Pc,'H',hrc,'R404A');

%% Ecuaciones complementarias para el volumen c2
hg = py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('H','P',Pc,'Q',1,'R404A');
dhg_dPc =
py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('d(H)/d(P)|sigma','P',Pc,'Q',1,'R404A');
rhog = py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('D','P',Pc,'Q',1,'R404A');
drhog_dPc =
py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('d(D)/d(P)|sigma','P',Pc,'Q',1,'R404A');
hf = py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('H','P',Pc,'Q',0,'R404A');
dhf_dPc =
py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('d(H)/d(P)|sigma','P',Pc,'Q',0,'R404A');
rhof = py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('D','P',Pc,'Q',0,'R404A');
drhof_dPc =
py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('d(D)/d(P)|sigma','P',Pc,'Q',0,'R404A');

%% Matrices del sistema de ecuaciones
a11 = -(1/rhog + 1/rhof);
a12 = xrc*drhog_dPc/rhog^2+(1-xrc)*drhof_dPc/rhof^2;
a21 = hg - hf;
a22 = xrc*dhg_dPc + (1-xrc)*dhf_dPc - 1/rhorc;

b1 = (mrComp - mrEEV)/(Vc*rhorc^2);
b2 = (mrComp*(h4-hrc)-mrEEV*(h1-hrc)-Qc)/(Vc*rhorc);

A = [a11 a12; a21 a22];
B = [b1; b2];

sol = A\B;

%% Resultados
dxrc = sol(1);
dPc = sol(2);
dhrc = (hg-hf)*dxrc + (xrc*dhg_dPc + (1-xrc)*dhf_dPc)*dPc;
dMrc = mrComp - mrEEV;
end

```

Apéndice J. Código cámara fría vacía

```

function [dhacr, dTpiso, Qdist] = CamaraFriaVacía(hae, hcr, Tcr, Tamb,
EstadoPuerta, Tpiso)
UAalr = 128.520024140872; %Coeficiente de transferencia de calor aire -
alrededores
UAgr = 15.0070409971457; %Coeficiente de transferencia de calor aire - piso
UAagr = 6.99639676169443; %Coeficiente de transferencia de calor piso -
exteriores

%% Valores de la camara de frio y la carga
flujAire = 2.348; %Flujo masico de aire que fluye por el evaporador
mcr = 43.898; %Masa del aire en la camara fria en kilogramos
mpiso = 25200; %Masa del piso en kilogramos
cppiso = 500; %Calor específico del piso en J/(kg*K)

%% Calculo de transferencias de calor
Qdist = 466.916342592694+500*(EstadoPuerta); %Transferencia del calor de
las luminarias, ventilador y si la puerta esta abierta.
Qalr = UAalr*(Tamb - Tcr); %Transferencia de calor entre el aire en la
camara de frio y el exterior.
Qpiso = UAgr*(Tpiso - Tcr); %Transferencia de calor entre el piso de la
camara y el aire de la camara.

```

```
Qampi = UAagr*(Tamb-Tpiso); %Transferencia de calor entre la loza de
concreto y el aire en el exterior.
```

```
%% Ecuaciones diferenciales de entalpia específica y temperatura
dTpiso = (Qampi - Qpiso)/(mpiso*cppiso);
dhacr = (2*flujAire*(hae-hcr) + Qpiso + Qdist + Qalr)/mcr;
return
```

Apéndice K. Código cámara fría

```
function [dhcr, dTfruta, dTpiso, Qdist, mMangosz] = CamaraFria(hae, hcr,
Tcr, Tamb, EstadoPuerta, Tfruta, Tpiso, mMangos, Dmf, Tdmf)
%% Aproximacion de la cantidad de mangos
unitMango = 0.5; %Masa promedio de un mango
mMangosz = mMangos + Dmf;
numMangos = mMangosz/unitMango;

%% Coeficientes de Transferencia de calor
UAalr = 85.68; %Coeficiente de transferencia de calor aire - alrededores
Uaf = 4*pi*(0.075^2)*11*numMangos; %Coeficiente de transferencia de calor
fruta - aire
UAgr = 15.0070409971457; %Coeficiente de transferencia de calor aire - piso
UAagr = 6.99639676169443; %Coeficiente de transferencia de calor piso -
exteriores

%% Valores de la camara de frio y la carga
flujAire = 2.348; %Flujo masico de aire que fluye por el evaporador
mcr = 43.898; %Masa del aire en la camara fria en kilogramos
mcfruta = mMangosz*3467.5; %Masa y calor específico de la fruta (J/K)
mpiso = 25200; %Masa del piso en kilogramos
cppiso = 500; %Calor específico del piso en J/(kg*K)

%% Calculo de transferencias de calor
Qdist = 466.916342592694+1500*(EstadoPuerta); %Transferencia del calor de
las luminarias, ventilador y si la puerta esta abierta.
Qalr = UAalr*(Tamb - Tcr); %Transferencia de calor entre el aire en la
camara de frio y el exterior.
Qfruta = Uaf*(Tfruta - Tcr); %Transferencia de calor entre la fruta y el
aire en la camara de frio.
Qrfruta = 0.34663*mMangosz; %Generacion de calor por la respiracion de la
fruta (W)
Qpiso = UAgr*(Tpiso - Tcr); %Transferencia de calor entre el piso de la
camara y el aire de la camara.
Qampi = UAagr*(Tamb-Tpiso); %Transferencia de calor entre la loza de
concreto y el aire en el exterior.

%% Ecuaciones diferenciales de entalpia específica y temperatura
dTpiso = (Qampi - Qpiso)/(mpiso*cppiso);
dhcr = (2*flujAire*(hae-hcr) + Qpiso + Qdist + Qfruta + Qalr)/mcr;
dTfruta = (-Qfruta+Qrfruta+3467.5*Dmf*(Tdmf-Tfruta))/mcfruta;
return
```

Apéndice L. Código prueba validación

```
clear all
close all
clc
```

```

load('DATAPLANTA.mat','Fregreal','Pevap','Pcond','Tambreal','Tcrreal','Time
','Tr1','Tr3','Tr4')
n = size(Time,1);

%% Capacidad volumetrica del evaporador y el condensador
Vevap = 16.9/1000;
Vcond = 22.5/1000;

%% Condiciones Iniciales
%Presiones iniciales
Pe(1) = Pevap(1);
Pc(1) = Pcond(1);
rhog = py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('D','P',Pe(1),'Q',1,'R404A');
rhof = py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('D','P',Pe(1),'Q',0,'R404A');

%Temperaturas del aire y de la carga
Tamb = Tambreal;
Tcr(1) = Tcrreal(1);
T piso(1) = Tcr(1);
Tair(1) = Tcr(1);
T2(1) = py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('T','P',Pe(1),'Q',0,'R404A');
Tme1(1) = T2(1);
Tme2(1) = Tme1(1);
Pae = 101325;
hair(1) = py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('H','P',Pae,'T',Tair(1),'AIR');
hcr(1) = hair(1);

%Propiedades del refrigerante en los puntos caracteristicos del ciclo
T1(1) = py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('T','P',Pc(1),'Q',0,'R404A');
h1(1) = py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('H','P',Pc(1),'Q',0,'R404A');
rho1(1) = py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('D','P',Pc(1),'Q',0,'R404A');
T3(1) = Tr3(1);
h3(1) = py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('H','P',Pe,'Q',1,'R404A');
T4(1) = Tr4(1);
h4(1) = py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('H','P',Pc,'Q',1,'R404A');

%Propiedades del Refrigerante en el evaporador
hel(1) =
py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('H','P',Pe(1),'Q',0.0417010627414399,'R404A');
he2(1) = py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('H','P',Pe(1),'Q',1,'R404A');
Mre(1) =
Vevap*py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('D','P',Pe(1),'Q',0.0417010627414399,'R4
04A');
fve(1) = (0.0417010627414399/rhog)/(0.0417010627414399/rhog + (1-
0.0417010627414399)/rhof);
sge(1) = 1;
MODEV(1) = 2;

%Propiedades del Refrigerante en el condensador
hrc(1) = py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('H','P',Pc(1),'Q',0.0225,'R404A');
Mrc(1) =
Vevap*py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('D','P',Pc(1),'Q',0.0225,'R404A');

%Sensor simulado del estado de la puerta de la camara frigorifica
EP = 0;

%% Simulacion del ciclo
for i= 1:n
    formatSpec = 'Iteracion %d ... ';
    fprintf(formatSpec,i)

```

```

%Señales de control
f(i) = Freqreal(i);
OD(i) = 0.5;

% Valvula de Expansión
[mrEEV(i), a, h2(i), T2(i)] = EEV(OD(i), h1(i), Pc(i), Pe(i));

% Evaporador
[mrComp(i)] = flujoMasicoCompresor(f(i), Pe(i), Pc(i), h3(i));
[dPe(i), dhe1(i), dfve(i), dhe2(i), dMre(i), dsge(i), MODEV(i+1),
Qe(i), me, dTme1(i), dTme2(i), dhae(i)] = Evaporador(h2(i), h3(i), Tair(i),
hair(i), hcr(i), Pe(i), sge(i), he1(i), fve(i), he2(i), MODEV(i),
mrComp(i), mrEEV(i), Tme1(i), Tme2(i));

% Compresor
[mrComp(i), PotComp(i), PotElec(i), h4(i)] = Compresor(f(i), Pe(i),
Pc(i), h3(i));

% Condensador
[dPc(i), dMrc(i), dhrc(i), sgc(i), Qc(i)] = Condensador( h4(i), h1(i),
hrc(i), Mrc(i), Pc(i), mrComp(i), mrEEV(i), Tamb(i));

% Camara Frigorifica
[dhacr(i), dTpiso(i), Qdist(i)] = CamaraFriaVacua(hair(i), hcr(i),
Tcr(i), Tamb(i), EP, Tpiso(i));

if i == 1
    Pe(i+1) = dPe(i)/2 + Pe(i);
    sge(i+1) = dsge(i)/2 + sge(i);
    Mre(i+1) = dMre(i)/2 + Mre(i);
    he1(i+1) = dhe1(i)/2 + he1(i);
    fve(i+1) = dfve(i)/2 + fve(i);
    he2(i+1) = dhe2(i)/2 + he2(i);
    Tme1(i+1) = dTme1(i)/2 + Tme1(i);
    Tme2(i+1) = dTme2(i)/2 + Tme2(i);
    hair(i+1) = dhae(i)/2 + hair(i);
    Pc(i+1) = dPc(i)/2 + Pc(i);
    Mrc(i+1) = dMrc(i)/2 + Mrc(i);
    hrc(i+1) = dhrc(i)/2 + hrc(i);
    hcr(i+1) = dhacr(i)/2 + hcr(i);
    Tpiso(i+1) = dTpiso(i)/2 + Tpiso(i);
else
    Pe(i+1) = (dPe(i)+dPe(i-1))/2 + Pe(i);
    sge(i+1) = (dsge(i)+dsge(i-1))/2 + sge(i);
    Mre(i+1) = (dMre(i)+dMre(i-1))/2 + Mre(i);
    he1(i+1) = (dhe1(i)+dhe1(i-1))/2 + he1(i);
    fve(i+1) = (dfve(i)+dfve(i-1))/2 + fve(i);
    he2(i+1) = (dhe2(i)+dhe2(i-1))/2 + he2(i);
    Tme1(i+1) = (dTme1(i)+dTme1(i-1))/2 + Tme1(i);
    Tme2(i+1) = (dTme2(i)+dTme2(i-1))/2 + Tme2(i);
    hair(i+1) = (dhae(i)+dhae(i-1))/2 + hair(i);
    Pc(i+1) = (dPc(i)+dPc(i-1))/2 + Pc(i);
    Mrc(i+1) = (dMrc(i)+dMrc(i-1))/2 + Mrc(i);
    hrc(i+1) = (dhrc(i)+dhrc(i-1))/2 + hrc(i);
    hcr(i+1) = (dhacr(i)+dhacr(i-1))/2 + hcr(i);
    Tpiso(i+1) = (dTpiso(i)+dTpiso(i-1))/2 + Tpiso(i);
end
hge = py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('H','P',Pe(i+1),'Q',1,'R404A');
if MODEV(i+1) == 1
    h3(i+1) = 2*he2(i+1)-hge;
    disp(h3(i+1)/he2(i+1)*100)

```

```

elseif MODEV(i+1) == 2
    he2(i+1) = hge;
    h3(i+1) = hge;
end
T3(i+1) =
py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('T','P',Pe(i+1),'H',h3(i+1),'R404A');
T4(i) = py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('T','P',Pc(i),'H',h4(i),'R404A');
h1(i+1) = py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('H','P',Pc(i+1),'Q',0,'R404A');
T1(i+1) =
py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('T','P',Pc(i+1),'H',h1(i+1),'R404A');
Tair(i+1) =
py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('T','P',Pae,'H',hair(i+1),'AIR');
Tcr(i+1) =
py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('T','P',Pae,'H',hcr(i+1),'AIR');

fprintf('se completó con éxito.\n')
end

```

Apéndice M. Código validación

```

clc
load('VALIDACIONDATA.mat','Pevap','Pe','T3','Tr3','Tcr','Tcrreal')

disp('Se calcula el error medio cuadrado para determinar')
disp('si la simulacion se aproxima a la data real')
fprintf('\n')
%% Cambio de unidades de Pa a Bar
Pevap = Pevap*1e-5;
Pe = Pe*1e-5;
err1 = immse(Pevap,Pe(1:10563));
err2 = immse(Tr3,T3(1:10563));
err3 = immse(Tcrreal,Tcr(1:10563));

%% Presion en el evaporador
SSePe = 0;
SSt = 0;
Pem = mean(Pevap);
errorAcum = 0;
for i = 1:10563
    SSePe = SSePe + (Pevap(i)-Pe(i))^2;
    SSt = SSt + (Pevap(i)-Pem)^2;
    R2Pe(i) = 1 - SSePe/SSt;
    FITPe(i) = 1 - sqrt(SSePe/SSt);
    errorAcum = errorAcum + abs(Pe(i)-Pevap(i))/abs(Pevap(i));
end
porcentajeError = errorAcum/10563;
nuPe = (Pevap - Pe(1:10563))'*(Pevap-Pe(1:10563));
dePe = (Pevap - Pem)'*(Pevap-Pem);
R2Peprom = max(1-nuPe/dePe,0);
FITPeprom = max(1-sqrt(nuPe/dePe),0);
formatSpec = 'Porcentaje de error en Presion del evaporador: %f';
fprintf(formatSpec,porcentajeError*100)
fprintf('\n')
formatSpec = 'R2 promedio en la Presion del evaporador: %f';
fprintf(formatSpec,R2Peprom*100)
fprintf('\n')
formatSpec = 'FIT promedio en la Presion del evaporador: %f';
fprintf(formatSpec,FITPeprom*100)
fprintf('\n')
fprintf('\n')

```

```

%% Temperatura del refrigerante a la salida del evaporador
SSeT3 = 0;
SSt = 0;
Tr3m = mean(Tr3);
errorAcum = 0;
for i = 1:10563
    SSeT3 = SSeT3 + (Tr3(i)-T3(i))^2;
    SSt = SSt + (Tr3(i)-Tr3m)^2;
    R2T3(i) = 1 - SSeT3/SSt;
    FITT3(i) = 1 - sqrt(SSeT3/SSt);
    errorAcum = errorAcum + abs(T3(i)-Tr3(i))/abs(Tr3(i));
end
porcentajeError = errorAcum/10563;
nuT3 = (Tr3 - T3(1:10563))'*(Tr3 - T3(1:10563));
deT3 = (Tr3 - Tr3m)'*(Tr3 - Tr3m);
R2T3prom = max(1-nuT3/deT3,0);
FITT3prom = max(1-sqrt(nuT3/deT3),0);
formatSpec = 'Porcentaje de error en la temperatura del refrigerante a la
salida del evaporador: %f';
fprintf(formatSpec,porcentajeError*100)
fprintf('\n')
formatSpec = 'R2 promedio en la temperatura del refrigerante a la salida
del evaporador: %f';
fprintf(formatSpec,R2T3prom*100)
fprintf('\n')
formatSpec = 'FIT promedio en la temperatura del refrigerante a la salida
del evaporador: %f';
fprintf(formatSpec,FITT3prom*100)
fprintf('\n')
fprintf('\n')

%% Temperatura del aire en el tunel de frio
SSeTcr = 0;
SSt = 0;
Tcr = mean(Tcrreal);
errorAcum = 0;
for i = 1:10563
    SSeTcr = SSeTcr + (Tcrreal(i)-Tcr(i))^2;
    SSt = SSt + (Tcrreal(i)-Tcr)^2;
    R2Tcr(i) = 1 - SSeTcr/SSt;
    FITTcr(i) = 1 - sqrt(SSeTcr/SSt);
    errorAcum = errorAcum + abs(Tcr(i)-Tcrreal(i))/abs(Tcrreal(i));
end
porcentajeError = errorAcum/10563;
nuTcr = (Tcrreal - Tcr(1:10563))'*(Tcrreal - Tcr(1:10563));
deTcr = (Tcrreal - Tcr)'*(Tcrreal - Tcr);
R2Tcrprom = max(1-nuTcr/deTcr,0);
FITTcrprom = max(1-sqrt(nuTcr/deTcr),0);
formatSpec = 'Porcentaje de error en la temperatura del refrigerante a la
salida del evaporador: %f';
fprintf(formatSpec,porcentajeError*100)
fprintf('\n')
formatSpec = 'R2 promedio en la temperatura del refrigerante a la salida
del evaporador: %f';
fprintf(formatSpec,R2Tcrprom*100)
fprintf('\n')
formatSpec = 'FIT promedio en la temperatura del refrigerante a la salida
del evaporador: %f';
fprintf(formatSpec,FITTcrprom*100)
fprintf('\n')

```

```
fprintf('\n')
```

Apéndice N. Código simulación temperatura exterior

```
function T = simTempAmb(a,b,Ts,Dias)
frecuencia = (2*pi)/(24*3600);
Nd = (24*Dias+12)*3600/Ts;
T = a.*sin(frecuencia*(0:Ts:(Nd-1)*Ts)-pi/2)+b;
end
```

Apéndice O. Código modelo no lineal espacio de estados

```
function [A, B, C, D] = SS_modelonolineal(MODNL, Tel, Te2, fve, sge, Tmel,
Tme2, Tae, Tcr, Tm1L, he1, he2, Pe, h2, h3, fComp, fEEV, Ts, mMangos)
%ModeloNoLineal Codigo para probar las ecuaciones diferenciales no lineales
% Autor Jean Carlos Campos

%% Valores de la camara de frio y la carga
unitMango = 0.5; %Masa promedio de un mango
numMangos = mMangos/unitMango;
Ve = 33.8/1000; %Capacidad volumetrica del evaporador para el refrigerante
mair = 2.348; %Flujo masico de aire que fluye por el evaporador
Mair = 5.584; %Masa de aire dentro del evaporador
MCpm = 875*263*2; %Masa por el calor específico del metal del evaporador
Mcr = 43.898; %Masa del aire en la camara fria en kilogramos
MCpf = mMangos*3467.5; %Masa y calor específico de la fruta (J/K)
Pair = 101325; %Presion del aire dentro de la camara de frio que es igual a
la atmosferica

%% Coeficientes de Transferencia de calor
efVapor = 0.1;
Urm = 73.307210924133470; %Coeficiente de transferencia de calor entre el
metal y el refrigerante.
Arm = 7.08; %Area de transferencia de calor entre el metal y el
refrigerante
UAam = 148.2*4.412189532744430; %Coeficiente de Transferencia de calor
entre el metal y el aire en el evaporador.
UAout = 85.68; %Coeficiente de transferencia de calor aire - alrededores
Uaf = 4*pi*(0.075^2)*11*numMangos; %Coeficiente de transferencia de calor
fruta - aire
UAfl = 15.0070409971457; %Coeficiente de transferencia de calor aire - piso

%% Calculo propiedades termodinamicas
hg = py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('H','P',Pe,'Q',1,'R404A');
dhg_dTel =
py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('d(H)/d(T)|sigma','P',Pe,'Q',1,'R404A');
ug = py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('U','P',Pe,'Q',1,'R404A');
dug_dTel =
py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('d(U)/d(T)|sigma','P',Pe,'Q',1,'R404A');
rhog = py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('D','P',Pe,'Q',1,'R404A');
drhog_dTel =
py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('d(D)/d(T)|sigma','P',Pe,'Q',1,'R404A');
hf = py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('H','P',Pe,'Q',0,'R404A');
dhf_dTel =
py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('d(H)/d(T)|sigma','P',Pe,'Q',0,'R404A');
uf = py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('U','P',Pe,'Q',0,'R404A');
duf_dTel =
py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('d(U)/d(T)|sigma','P',Pe,'Q',0,'R404A');
rhof = py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('D','P',Pe,'Q',0,'R404A');
```

```

drhof_dTe1 =
py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('d(D)/d(T)|sigma','P',Pe,'Q',0,'R404A');
Cpair = py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('C','P',Pair,'T',Tae,'AIR');
Cpcr = py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('C','P',Pair,'T',Tcr,'AIR');
ue1 = py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('T','P',Pe,'H',he1,'R404A');
rhoe1 = py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('D','P',Pe,'H',he1,'R404A');
drhoe1_dfve = (rhog-rhof);
drhoe1_dTe1 = (fve*drhog_dTe1 + (1-fve)*drhof_dTe1);
dhe1_dfve = (rhog*(hg-he1)+rhof*(he1-hf))/rhoe1;
dhe1_dTe1 = (fve*(rhog*dhg_dTe1+(hg-he1)*drhog_dTe1)+(1-
fve)*(rhof*dhf_dTe1+(hf-he1)*drhof_dTe1))/rhoe1;
due1_dfve = (rhog*(ug-ue1)+rhof*(ue1-uf))/rhoe1;
due1_dTe1 = (fve*((ug-ue1)*drhog_dTe1+rhog*dug_dTe1)+(1-
fve)*(rhof*duf_dTe1+(uf-ue1)*drhof_dTe1))/rhoe1;
dPe_dTe1 =
py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('d(P)/d(T)|sigma','P',Pe,'Q',0.5,'R404A');
rhoe2 = py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('D','P',Pe,'H',he2,'R404A');
Cpe2 = py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('C','P',Pe,'H',he2,'R404A');
drhoe2_dTe2 =
py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('d(D)/d(T)|P','P',Pe,'H',he2,'R404A');
drhoe2_dPe =
py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('d(D)/d(P)|T','P',Pe,'H',he2,'R404A');
dhe2_dPe =
py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('d(H)/d(P)|T','P',Pe,'H',he2,'R404A');
xiel = py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('Q','P',Pe,'H',h2,'R404A');
c = (rhog/rhof)^(2/3);
ax = c + xiel*(1-c);
dfve_dc = (log(ax)*(1+c)+c*(1-c)*(1-xiel)/ax)/((1-xiel)*(c-1)^3);
dc_dTe1 = (2/3)*(rhog^(-1/3))*(rhof^(-5/3))*(rhof*drhog_dTe1 -
rhog*drhof_dTe1);

%% Resolucion definiendo el modo de operación
if MODNL == 1
    t11 = (sge*drhoe1_dTe1 + (1-sge)*drhoe2_dPe*dPe_dTe1);
    t12 = (1-sge)*drhoe2_dTe2;
    t13 = sge*drhoe1_dfve;
    t14 = (rhoe1-rhoe2);
    t21 = sge*(dhe1_dTe1-dPe_dTe1/rhoe1 + (hg-he1)*(1-
sge)*drhoe2_dPe*dPe_dTe1/(sge*rhoe1));
    t22 = (hg-he1)*(1-sge)*drhoe2_dTe2/(rhoe1);
    t23 = sge*dhe1_dfve;
    t24 = -(hg-he1)*rhoe2/(rhoe1);
    t31 = (1-sge)*(dhe2_dPe-1/rhoe2 - (hg-he2)*drhoe2_dPe/rhoe2)*dPe_dTe1;
    t32 = (1-sge)*(Cpe2 - (hg-he2)*drhoe2_dTe2/rhoe2);
    t34 = (hg-he2);
    t41 = dfve_dc*dc_dTe1;
    t43 = -1;
    t54 = (Tme1-Tm1L)/sge;
    t55 = 1;
    t64 = -(Tme2-Tm1L)/(1-sge);
    t66 = 1;
    t77 = 1;
    t88 = 1;
    t99 = 1;

    v21 = -Urm*Arm*sge/(Ve*rhoe1);
    v24 = Urm*Arm*(Tme1-Te1)/(Ve*rhoe1);
    v25 = Urm*Arm*sge/(Ve*rhoe1);
    v32 = -efVapor*Urm*Arm*(1-sge)/(Ve*rhoe2);
    v34 = -efVapor*Urm*Arm*(Tme2-Te2)/(Ve*rhoe2);
    v36 = efVapor*Urm*Arm*(1-sge)/(Ve*rhoe2);

```

```

v43 = 1/Ts;
v51 = Urm*Arm/MCpm;
v55 = -(UAam+Urm*Arm)/MCpm;
v57 = UAam/MCpm;
v62 = efVapor*Urm*Arm/MCpm;
v66 = -(UAam+efVapor*Urm*Arm)/MCpm;
v67 = UAam/MCpm;
v74 = UAam*(Tme1-Tme2)/(Mair*Cpair);
v75 = sge*UAam/(Mair*Cpair);
v76 = (1-sge)*UAam/(Mair*Cpair);
v77 = -(2*mair*Cpair+UAam)/(Mair*Cpair);
v78 = 2*mair*Cpcr/(Mair*Cpair);
v87 = 2*mair*Cpair/(Mcr*Cpcr);
v88 = -(2*mair*Cpcr+UAout+Uaf+Uaf1)/(Mcr*Cpcr);
v89 = Uaf/(Mcr*Cpcr);
v98 = Uaf/MCpf;
v99 = -Uaf/MCpf;

w11 = -fComp/Ve;
w12 = fEEV/Ve;
w21 = -(hg-he1)*fComp/(Ve*rhoel);
w22 = (h2-he1)*fEEV/(Ve*rhoel);
w31 = (hg-h3)*fComp/(Ve*rhoe2);

z41 = -1/Ts;
z82 = UAout/(Mcr*Cpcr);
z83 = Uaf1/(Mcr*Cpcr);
z84 = 1/(Mcr*Cpcr);
z95 = 1/MCpf;
z96 = 1/mMangos;

T = [t11 t12 t13 t14 0 0 0 0 0;...
      t21 t22 t23 t24 0 0 0 0 0;...
      t31 t32 0 t34 0 0 0 0 0;...
      t41 0 t43 0 0 0 0 0 0;...
      0 0 0 t54 t55 0 0 0 0;...
      0 0 0 t64 0 t66 0 0 0;...
      0 0 0 0 0 0 t77 0 0;...
      0 0 0 0 0 0 0 t88 0;...
      0 0 0 0 0 0 0 0 t99];

V = [0 0 0 0 0 0 0 0 0;...
      v21 0 0 v24 v25 0 0 0 0;...
      0 v32 0 v34 0 v36 0 0 0;...
      0 0 v43 0 0 0 0 0 0;...
      v51 0 0 0 v55 0 v57 0 0;...
      0 v62 0 0 0 v66 v67 0 0;...
      0 0 0 v74 v75 v76 v77 v78 0;...
      0 0 0 0 0 0 v87 v88 v89;...
      0 0 0 0 0 0 0 v98 v99];

W = [w11 w12;...
      w21 w22;...
      w31 0;...
      0 0;...
      0 0;...
      0 0;...
      0 0;...
      0 0;...
      0 0];

```

```

Z = [0 0 0 0 0 0;...
      0 0 0 0 0 0;...
      0 0 0 0 0 0;...
      z41 0 0 0 0 0;...
      0 0 0 0 0 0;...
      0 0 0 0 0 0;...
      0 0 0 0 0 0;...
      0 z82 z83 z84 0 0;...
      0 0 0 0 z95 z96];

A = T\V;
B = T\W;
C = [0 0 0 0 0 0 0 0 1; 0 0 0 1 0 0 0 0 0];
D = T\Z;
elseif MODNL == 2
t11 = drhoel_dTel;
t13 = drhoel_dfve;
t22 = 1;
t31 = due1_dTel;
t33 = due1_dfve;
t44 = 1;
t55 = 1;
t66 = 1;
t77 = 1;
t88 = 1;

v21 = 1/Ts;
v22 = -1/Ts;
v31 = -Urm*Arm/(Ve*rhoel);
v34 = Urm*Arm/(Ve*rhoel);
v41 = Urm*Arm/MCpm;
v44 = -(UAam+Urm*Arm)/MCpm;
v46 = UAam/MCpm;
v54 = 1/Ts;
v55 = -1/Ts;
v64 = UAam/(Mair*Cpair);
v66 = -(2*mair*Cpair+UAam)/(Mair*Cpair);
v67 = 2*mair*Cpcr/(Mair*Cpair);
v76 = 2*mair*Cpair/(Mcr*Cpcr);
v77 = -(2*mair*Cpcr+UAout+Uaf+Uaf1)/(Mcr*Cpcr);
v78 = Uaf/(Mcr*Cpcr);
v87 = Uaf/(MCpf);
v88 = -Uaf/(MCpf);

w11 = -fComp/Ve;
w12 = fEEV/Ve;
w31 = -(h3-ue1)*fComp/(Ve*rhoel);
w32 = (h2-ue1)*fEEV/(Ve*rhoel);

z72 = UAout/(Mcr*Cpcr);
z73 = Uaf1/(Mcr*Cpcr);
z74 = 1/(Mcr*Cpcr);
z85 = 1/MCpf;
z86 = 1/mMangos;

T = [t11 0 t13 0 0 0 0 0;...
      0 t22 0 0 0 0 0 0;...
      t31 0 t33 0 0 0 0 0;...
      0 0 0 t44 0 0 0 0;...
      0 0 0 0 t55 0 0 0;...

```

```

0 0 0 0 0 t66 0 0;...
0 0 0 0 0 0 t77 0;...
0 0 0 0 0 0 0 t88];

V = [0 0 0 0 0 0 0 0;...
v21 v22 0 0 0 0 0 0;...
v31 0 0 v34 0 0 0 0;...
v41 0 0 v44 0 v46 0 0;...
0 0 0 v54 v55 0 0 0;...
0 0 0 v64 0 v66 v67 0;...
0 0 0 0 0 v76 v77 v78;...
0 0 0 0 0 0 v87 v88];

W = [w11 w12;...
0 0;...
w31 w32;...
0 0;...
0 0;...
0 0;...
0 0;...
0 0];

Z = [0 0 0 0 0 0;...
0 0 0 0 0 0;...
0 0 0 0 0 0;...
0 0 0 0 0 0;...
0 0 0 0 0 0;...
0 0 0 0 0 0;...
0 z72 z73 z74 0 0;...
0 0 0 0 z85 z86];

Aprima = T\V;
Bprima = T\W;
Dprima = T\Z;

A = [Aprima(1:3,:); zeros(1,8); Aprima(4:8,:)];
A = [A(:,1:3), zeros(9,1), A(:,4:8)];
B = [Bprima(1:3,:); zeros(1,2); Bprima(4:8,:)];
C = [0 0 0 0 0 0 0 0 1; 0 0 0 1 0 0 0 0 0];
D = [Dprima(1:3,:); zeros(1,6); Dprima(4:8,:)];

end
end

```

Apéndice P. Código modelo no lineal de predicción

```

function [dTel, dTe2, dfve, dsge, dTme1, dTme2, dTae, dTcr, dTfruta,
MODNLZ] = ModeloNoLineal(MODNL, Tel, Te2, fve, sge, Tme1, Tme2, Tae, Tcr,
Tfruta, Tgr, Tamb, TmlL, he1, he2, Pe, h2, h3, EP, fComp, f, fEEV, OD, Ts,
mMangos, Dmf, Tdmf)
%ModeloNoLineal Codigo para probar las ecuaciones diferenciales no lineales
% Autor Jean Carlos Campos

%% Valores de la camara de frio y la carga
unitMango = 0.5; %Masa promedio de un mango
mMangosz = mMangos + Dmf;
numMangos = mMangosz/unitMango;
Ve = 33.8/1000; %Capacidad volumetrica del evaporador para el refrigerante
mair = 2.348; %Flujo masico de aire que fluye por el evaporador
Mair = 5.584; %Masa de aire dentro del evaporador

```

```

MCpm = 875*263*2; %Masa por el calor específico del metal del evaporador
Mcr = 43.898; %Masa del aire en la camara fria en kilogramos
MCpf = mMangosz*3467.5; %Masa y calor específico de la fruta (J/K)
Pair = 101325; %Presion del aire dentro de la camara de frio que es igual a
la atmosferica
Qrfruta = 0.34663*mMangosz; %Generacion de calor por la respiracion de la
fruta (W)
Qdist = 466.916342592694+1500*(EP); %Transferencia del calor de las
luminarias, ventilador y si la puerta esta abierta.

```

```

%% Coeficientes de Transferencia de calor
smin = 0.005; %Valor tuneable dejar en 0.0025
efVapor = 0.1;
Urm = 73.307210924133470; %Coeficiente de transferencia de calor entre el
metal y el refrigerante.
Arm = 7.08; %Area de transferencia de calor entre el metal y el
refrigerante
UAam = 148.2*4.412189532744430; %Coeficiente de Transferencia de calor
entre el metal y el aire en el evaporador.
UAalr = 85.68; %Coeficiente de transferencia de calor aire - alrededores
Uaf = 4*pi*(0.075^2)*11*numMangos; %Coeficiente de transferencia de calor
fruta - aire
UAgr = 15.0070409971457; %Coeficiente de transferencia de calor aire - piso

```

```

%% Calculo propiedades termodinamicas
hg = py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('H','P',Pe,'Q',1,'R404A');
dhg_dTel =
py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('d(H)/d(T)|sigma','P',Pe,'Q',1,'R404A');
ug = py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('U','P',Pe,'Q',1,'R404A');
dug_dTel =
py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('d(U)/d(T)|sigma','P',Pe,'Q',1,'R404A');
rhog = py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('D','P',Pe,'Q',1,'R404A');
drhog_dTel =
py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('d(D)/d(T)|sigma','P',Pe,'Q',1,'R404A');
hf = py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('H','P',Pe,'Q',0,'R404A');
dhf_dTel =
py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('d(H)/d(T)|sigma','P',Pe,'Q',0,'R404A');
uf = py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('U','P',Pe,'Q',0,'R404A');
duf_dTel =
py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('d(U)/d(T)|sigma','P',Pe,'Q',0,'R404A');
rhof = py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('D','P',Pe,'Q',0,'R404A');
drhof_dTel =
py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('d(D)/d(T)|sigma','P',Pe,'Q',0,'R404A');
Cpair = py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('C','P',Pair,'T',Tae,'AIR');
Cpcr = py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('C','P',Pair,'T',Tcr,'AIR');
ue1 = py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('T','P',Pe,'H',he1,'R404A');
rhoel = py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('D','P',Pe,'H',he1,'R404A');
drhoel_dfve = (rhog-rhof);
drhoel_dTel = (fve*drhog_dTel + (1-fve)*drhof_dTel);
dhe1_dfve = (rhog*(hg-he1)+rhof*(he1-hf))/rhoel;
dhe1_dTel = (fve*(rhog*dhg_dTel+(hg-he1)*drhog_dTel)+(1-
fve)*(rhof*dhf_dTel+(hf-he1)*drhof_dTel))/rhoel;
due1_dfve = (rhog*(ug-ue1)+rhof*(ue1-uf))/rhoel;
due1_dTel = (fve*((ug-ue1)*drhog_dTel+rhog*dug_dTel)+(1-
fve)*(rhof*duf_dTel+(uf-ue1)*drhof_dTel))/rhoel;
dPe_dTel =
py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('d(P)/d(T)|sigma','P',Pe,'Q',0.5,'R404A');
rhoe2 = py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('D','P',Pe,'H',he2,'R404A');
Cpe2 = py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('C','P',Pe,'H',he2,'R404A');
drhoe2_dTel =
py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('d(D)/d(T)|sigma','P',Pe,'H',he2,'R404A');

```

```

drhoe2_dPe =
py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('d(D)/d(P)|T','P',Pe,'H',he2,'R404A');
dhe2_dPe =
py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('d(H)/d(P)|T','P',Pe,'H',he2,'R404A');
xiel = py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('Q','P',Pe,'H',h2,'R404A');
c = (rhog/rhof)^(2/3);
fvetotal = 1 + c*log(c+xiel*(1-c))/((1-xiel)*(c-1)^2);
ax = c + xiel*(1-c);
dfve_dc = (log(ax)*(1+c)+c*(1-c)*(1-xiel)/ax)/((1-xiel)*(c-1)^3);
dc_dTe1 = (2/3)*(rhog^(-1/3))*(rhof^(-5/3))*(rhof*drhog_dTe1 -
rhog*drhof_dTe1);

%% Resolucion definiendo el modo de operación
if MODNL == 1
    a11 = (sge*drhoe1_dTe1 + (1-sge)*drhoe2_dPe*dPe_dTe1);
    a12 = (1-sge)*drhoe2_dTe2;
    a13 = sge*drhoe1_dfve;
    a14 = (rhoel-rhoe2);
    a21 = dhe1_dTe1-dPe_dTe1/rhoe1 + (hg-he1)*(1-
sge)*drhoe2_dPe*dPe_dTe1/(sge*rhoe1);
    a22 = (hg-he1)*(1-sge)*drhoe2_dTe2/(sge*rhoe1);
    a23 = dhe1_dfve;
    a24 = -(hg-he1)*rhoe2/(rhoel*sge);
    a31 = (dhe2_dPe-1/rhoe2 - (hg-he2)*drhoe2_dPe/rhoe2)*dPe_dTe1;
    a32 = Cpe2 - (hg-he2)*drhoe2_dTe2/rhoe2;
    a34 = (hg-he2)/(1-sge);
    a41 = dfve_dc*dc_dTe1;
    a43 = -1;
    a54 = (Tme1-Tm1L)/sge;
    a55 = 1;
    a64 = -(Tme2-Tm1L)/(1-sge);
    a66 = 1;
    a77 = 1;
    a88 = 1;
    a99 = 1;

    b1 = (fEEV*OD-fComp*f)/(Ve);
    b2 = Urm*Arm*(Tme1-Te1)/(Ve*rhoe1) + (h2-he1)*fEEV*OD/(Ve*sge*rhoe1) -
(hg-he1)*fComp*f/(Ve*sge*rhoe1);
    b3 = efVapor*Urm*Arm*(Tme2-Te2)/(Ve*rhoe2) + (hg-h3)*fComp*f/(Ve*(1-
sge)*rhoe2);
    b4 = (fve - fvetotal)/Ts;
    b5 = (UAam*(Tae-Tme1) - Urm*Arm*(Tme1-Te1))/(MCpm);
    b6 = (UAam*(Tae-Tme2) - efVapor*Urm*Arm*(Tme2-Te2))/MCpm;
    b7 = (2*mair*(Cpcr*Tcr-Cpair*Tae) - sge*UAam*(Tae-Tme1) - (1-
sge)*UAam*(Tae-Tme2))/(Mair*Cpair);
    b8 = (2*mair*(Cpair*Tae-Cpcr*Tcr) + UAalr*(Tamb-Tcr) + UAf*(Tfruta-Tcr)
+ UAgr*(Tgr-Tcr) + Qdist)/(Mcr*Cpcr);
    b9 = (UAf*(Tcr-Tfruta)+Qrfruta + 3467.5*Dmf*(Tdmf-Tfruta))/(MCpf);

    A = [a11 a12 a13 a14 0 0 0 0 0;...
        a21 a22 a23 a24 0 0 0 0 0;...
        a31 a32 0 a34 0 0 0 0 0;...
        a41 0 a43 0 0 0 0 0 0;...
        0 0 0 a54 a55 0 0 0 0;...
        0 0 0 a64 0 a66 0 0 0;...
        0 0 0 0 0 0 a77 0 0;...
        0 0 0 0 0 0 0 a88 0;...
        0 0 0 0 0 0 0 0 a99];
    B = [b1; b2; b3; b4; b5; b6; b7; b8 ; b9];

```

```

sol = A\B;

dTe1 = sol(1);
dTe2 = sol(2);
dfve = sol(3);
dsge = sol(4);
dTme1 = sol(5);
dTme2 = sol(6);
dTae = sol(7);
dTcr = sol(8);
dTfruta = sol(9);
%% Verificacion de cambio de modo
if dsge > 0 && (1-sge)< smin
    MODNLZ = 2;
    dsge = 1 - sge;
else
    MODNLZ = 1;
end
elseif MODNL == 2
    a11 = drhoel_dTe1;
    a13 = drhoel_dfve;
    a22 = 1;
    a31 = duel_dTe1;
    a33 = duel_dfve;
    a44 = 1;
    a55 = 1;
    a66 = 1;
    a77 = 1;
    a88 = 1;

    b1 = (fEEV*OD - fComp*f)/Ve;
    b2 = (Te1-Te2)/Ts;
    b3 = Urm*Arm*(Tme1-Te1)/(Ve*rhoel) + (h2-ue1)*fEEV*OD/(Ve*rhoel) - (h3-
ue1)*fComp*f/(Ve*rhoel);
    b4 = (UAam*(Tae-Tme1)-Urm*Arm*(Tme1-Te1))/MCpm;
    b5 = (Tme1-Tme2)/Ts;
    b6 = (2*mair*(Cpcr*Tcr-Cpair*Tae) - UAam*(Tae-Tme1))/(Mair*Cpair);
    b7 = (2*mair*(Cpair*Tae-Cpcr*Tcr) + UAalr*(Tamb-Tcr) + UAf*(Tfruta-Tcr)
+ UAgr*(Tgr-Tcr) + Qdist)/(Mcr*Cpcr);
    b8 = (UAf*(Tcr-Tfruta)+Qrfruta + 3467.5*Dmf*(Tdmf-Tfruta))/(MCpf);

    A = [a11 0 a13 0 0 0 0 0; 0 a22 0 0 0 0 0 0; a31 0 a33 0 0 0 0 0; 0 0 0
a44 0 0 0 0; 0 0 0 0 a55 0 0 0; 0 0 0 0 a66 0 0; 0 0 0 0 0 0 a77 0; 0 0 0
0 0 0 a88];
    B = [b1; b2; b3; b4; b5; b6; b7; b8];

sol = A\B;

dTe1 = sol(1);
dTe2 = sol(2);
dfve = sol(3);
dTme1 = sol(4);
dTme2 = sol(5);
dTae = sol(6);
dTcr = sol(7);
dTfruta = sol(8);
if fve - fvetotal > smin && dfve > 0
    MODNLZ = 1;
    dsge = -smin;
else
    MODNLZ = 2;

```

```

        dsge = 0;
    end
end
end

```

Apéndice Q. Código matrices de predicciones

```

%%%% Predicciones a partir de un space state model de la siguiente forma
%%%%
%%%% x(k+1) = Ax(k)+Bu(k)+ D*d(k) + E*e(k);    y(k) = Cx(k);
%%%%
%%%% Las predicciones tienen la siguiente forma
%%%% yfut = P*x + H*ufut + L*offset
%%%%
%%%% [H,P,L] = predicciones(A,B,C,D,ny);
%%
%% Author: J.A. Rossiter
%% Modificado por : J.C. Campos

function [Ji,Phi,Psi,Eta] = predicciones(A,B,C,D,E,ny)

%%%% Initialise
Px = C*A;
Pu = C*B;
Pd = C*D;
Pe = C*E;
Phi = C;
nx=size(A,1);
nB=size(B,2);
nD = size(D,2);
nE = size(E,2);
nC = size(C,1);
L=[];
L1 = [];
%%%% Use recursion to find predictions
for i=1:ny;

    Puterm = Phi*B;
    for j=i:ny
        vrow=(j-1)*nC+1:j*nC;
        vcol=(j-i)*nB+1:(j-i+1)*nB;
        Pu(vrow,vcol)=Puterm;
    end

    Pdterm = Phi*D;
    for k=i:ny
        vrow=(k-1)*nC+1:k*nC;
        vcol=(k-i)*nD+1:(k-i+1)*nD;
        Pd(vrow,vcol)=Pdterm;
    end

    Peterm = Phi*E;
    for l=i:ny
        vrow=(l-1)*nC+1:l*nC;
        vcol=(l-i)*nE+1:(l-i+1)*nE;
        Pe(vrow,vcol)=Peterm;
    end

    Phi=Phi*A;
    vrow=(i-1)*nC+1:i*nC;

```

```

Px(vrow,1:nx) = Phi;
L=[L;eye(nD)]; %Cambie nC por nx
L1 = [L1;eye(nE)];
end
Ji=Pu;
Phi=Px;
Psi = Pd*L;
Eta = Pe*L1;

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

```

Apéndice R. Código matrices adicionales MPC

```

%%%%%%%% Hallar Restricciones en la variable de entrada y salida
%%%%%%%% Apq*Dufut <= bpq
%%%%%%%% Además los incrementos deben cumplir
%%%%%%%% Dumin <= Dufut<= Dumax
%%%%%%%%
%%%%%%%% Dumax es el limite maximo de los incrementos
%%%%%%%% umax y umin son los limites de la v. de entrada
%%%%%%%% ymax e ymin son los limites de la v. de salida
%%%%%%%% Las predicciones de las salidas futuras son  $y(k+1)=H*Dufut+P*x(k)+L$ 
%%%%%%%%
%%%%%%%% ny Horizonte de prediccion
%%%%%%%% sizey es el numero de salidas

%%%%%%%% Autor: Jean C. Campos

function [M,S] = MPCmatricesAdicionales(ny, sizeu)

S = [];
for i = 1:ny
    S = [S; eye(sizeu)];
end

M = [];
for i = 1:ny
    vcolumn = [zeros(sizeu*(i-1),sizeu);S(2*i-1:sizeu*ny,1:sizeu)];
    M = [M, vcolumn];
end

```

Apéndice S. Código matrices de la función de costo

```

function [Qcontrol, Rcontrol, Vcontrol] = LawCostMPC(Np, sizey, sizeu,
lambda, alfa, beta)
%LawCostMPC halla las matrices de la ley de costo para un sistema MIMO
Lu = [];
LDu = [];
Ly = [];
for i=1:Np
    Lu = [Lu; lambda];
    LDu = [LDu; beta];
    Ly = [Ly; alfa];
end

for i = 1:Np*sizeu
    Rcontrol(i,i) = Lu(i);
    Vcontrol(i,i) = LDu(i);
end

```

```

for i = 1:Np*sizey
    Qcontrol(i,i) = Ly(i);
end

```

Apéndice T. Código matrices de restricciones

```

%%%%%%%% Hallar Restricciones en la variable de entrada y salida
%%%%%%%% Apq*Dufut <= bpq
%%%%%%%% Además los incrementos deben cumplir
%%%%%%%% Dumin <= Dufut<= Dumax
%%%%%%%%
%%%%%%%% Dumax es el limite maximo de los incrementos
%%%%%%%% umax y umin son los limites de la v. de entrada
%%%%%%%% ymax e ymin son los limites de la v. de salida
%%%%%%%% Las predicciones de las salidas futuras son  $y(k+1)=H*Dufut+P*x(k)+L$ 
%%%%%%%%
%%%%%%%% ny Horizonte de prediccion
%%%%%%%% sizey es el numero de salidas

%%%%%%%% Autor: Jean C. Campos

function [Aqp,bqp,ub,lb] = restriccionesSyH(Dumax, Dumin, umax, umin,
ymax, ymin, Vpmax, Vpmin, sizey, Ji, Phi, Psi, Eta, upast, xk, dk, ek)

ny = size(Ji,1)/sizey; %Horizonte de prediccion
sizeu = size(Ji,2)/ny; %Numero de entradas
S = [];
O = [];
for i = 1:ny
    S = [S; eye(sizeu)];
    O = [O; eye(sizey)];
end

M = [];
for i = 1:ny
    vcolumn = [zeros(sizeu*(i-1),sizeu);S(2*i-1:sizeu*ny,1:sizeu)];
    M = [M, vcolumn];
end
Aqp = [-M zeros(ny*sizeu, sizey); M zeros(ny*sizeu, sizey); Ji -O; -Ji -O];
bqp = [S*(upast-umin); S*(umax-upast); (O*ymax-Phi*xk-Psi*dk-Eta*ek); (-
O*ymin+Phi*xk+Psi*dk+Eta*ek)];
ub = [S*Dumax; Vpmax];
lb = [S*Dumin; Vpmin];

```

Apéndice U. Código simulación del NMPC sin restricciones

```

%% SIMULACION DE UN MPC SIN RESTRICCIONES EN MODELO DE REFRIGERACION
%% PARA 7 DIAS

%%%%%%%% Codigo para aplicar un MPC sin restricciones
%%%%%%%% MPC con horizonte de prediccion y sintonizable mediante las
%%%%%%%% matrices de control.
clc
clear all
tic
formatSpec = 'Simulacion de MPC sin Restricciones\n';
fprintf(formatSpec)

```

```

bp = waitbar(0,'Iniciando Simulacion','Name','Progreso de la
Simulación','CreateCancelBtn','setappdata(gcf,'canceling',1)');
pause(1)
setappdata(bp,'canceling',0);

%% Capacidad volumetrica del evaporador y el condensador
Vevap = 33.8/1000;
Vcond = 45/1000;

%% Condiciones Iniciales
%Variable Tiempo
Tiempo(1) = 7/24;

%Sensor simulado del estado de la puerta de la camara frigorifica
EP(1) = 0;

%Variables de entrada
f(1) = 5;
OD(1) = 50;

%Presiones iniciales
Pe(1) = 1160000;
Pc(1) = 1160000;
rhog = py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('D','P',Pc(1),'Q',1,'R404A');
rhof = py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('D','P',Pc(1),'Q',0,'R404A');

%Temperaturas del aire y de la carga
Tcr(1) = 295.2241816302338;
Tpiso(1) = Tcr(1);
Tair(1) = Tcr(1);
Tfruta(1) = 25+273.15;
Tme1(1) = 295.2241816302338;
Tme2(1) = Tme1(1);
Pae = 101325;
hair(1) = py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('H','P',Pae,'T',Tair(1),'AIR');
hcr(1) = hair(1);

%Propiedades del refrigerante en los puntos caracteristicos del ciclo
T1(1) = py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('T','P',Pc,'Q',0,'R404A');
h1(1) = py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('H','P',Pc,'Q',0,'R404A');
rho1(1) = rhof;
T3(1) = Tcr(1);
h3(1) = py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('H','P',Pe,'Q',1,'R404A');
T4(1) = 305.9262;
h4(1) = py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('H','P',Pc,'Q',1,'R404A');
h2(1) = h1(1);

%Propiedades del Refrigerante en el evaporador
hel(1) =
py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('H','P',Pe,'Q',0.010041044799116,'R404A');
he2(1) = py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('H','P',Pe,'Q',1,'R404A');
Mre(1) =
Vevap*py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('D','P',Pe,'Q',0.010041044799116,'R404A'
);
fve(1) = (0.010041044799116/rhog)/(0.010041044799116/rhog + (1-
0.010041044799116)/rhof);
sge(1) = 1;
MODEV(1) = 2;
Tel(1) = py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('T','P',Pe(1),'H',hel(1),'R404A');
Te2(1) = py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('T','P',Pe(1),'H',he2(1),'R404A');

```

```

%Propiedades del Refrigerante en el condensador
hrc(1) = py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('H','P',Pc,'Q',1,'R404A');
Mrc(1) = Vcond*py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('D','P',Pc,'Q',1,'R404A');

%% Condiciones iniciales Space State Model
sizeX = 9;
sizeY = 2;
sizeU = 2;
sizeD = 6;
sizeE = 9;
x = [T1(1); T3(1); fve(1); sge(1); Tme1(1); Tme2(1); Tair(1); Tcr(1);
Tfruta(1)];
y = zeros(sizeY,1);
u = zeros(sizeU,1);
k = 1; %Indice del controlador

%% Parametros del MPC
Np = 10;%Horizonte de prediccion y Control
Ts = 60;%Tiempo de muestreo en segundos
lambda = [0.005; 0.005]; %Valor sintonizable del controlador para la
variable manipulable
alfa = [10; 100]; %Valor sintonizable del controlador para la variable
controlada
beta = 8.75;
Dumax = [25; 4]; %Incremento maximo de las variables manipulables
Dumin = -1*Dumax; %Descenso maximo de la variables manipulables
umin = [25; 25]; %Valor minimo de las variables manipulables
umax = [87; 100]; %Valor maximo de las variables manipulables

%% Condiciones simuladas
Tod_sim = simTempAmb(3,30+273.15,1,7);
Toutdoor = Tod_sim(7*3600:(7*24+7)*3600-1);
refFruta = 283.15*ones(1,7*24*3600+(Np+1)*Ts); % referencia para la
temperatura de la fruta
refSGE = 0.85*ones(1,7*24*3600+(Np+1)*Ts);
ref = [refFruta; refSGE];

%% PARAMETROS SIMULACION
runtime = size(Toutdoor,2);

%% Inicializacion de u0
u0 = [60;50];

%% Simulacion del ciclo
waitbar(0,bp,sprintf('Simulacion se ha completado: %3.2f%%',0));

%% Masa Fruta
mMangos(1) = 350; %Masa de Mangos a enfriar
Dmf=0;
Tdmf=0;

for i= 1:runtime-1
    % Variable Tiempo
    Tiempo(i+1) = 7/24 + i/(3600*24);

    %% Algoritmo de Control
    if i<=900 %Modificar Tiempo de Encendido hasta que pase a modo de
operacion 2
        if i < 55
            f(i) = 5 +(i-1);
        else

```

```

        f(i) = 60;
    end
    OD(i) = 50;
    if mod(i,Ts) == 1
        if i == 1
            Du(:,k) = [0; 0];
        else
            Du(:,k) = [f(i)-f(i-Ts);OD(i)-OD(i-Ts)];
        end
        x(:,k) = [Te1(i); Te2(i); fve(i); sge(i); Tme1(i); Tme2(i);
Tair(i); Tcr(i); Tfruta(i)];
        u(:,k) = [f(i); OD(i)];
        y(:,k) = [x(9,k); x(4,k)];
        Qrfruta = 0.34663*mMangos(i);
        Qdist = 466.916342592694+1500*(EP);
        xiel =
py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('Q','P',Pe(i),'H',h2(i),'R404A');
        rhog =
py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('D','P',Pe(i),'Q',1,'R404A');
        rhof =
py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('D','P',Pe(i),'Q',0,'R404A');
        c = (rhog/rhof)^(2/3);
        fvetotal = 1 + c*log(c+xiel*(1-c))/((1-xiel)*(c-1)^2);
        d(:,k) = [fvetotal; Toutdoor(i); Tpiso(i); Qdist; Qrfruta;
Dmf*(Tdmf-Tfruta(i))];
        e(:,k) = zeros(9,1);
        TimeCon(k) = Tiempo(i);
        k = k + 1;
    end
else
    if i==8*3600
        Dmf = 650;
        Tdmf = 12+273.15;
    elseif i == 144*3600
        Dmf = 1000;
        Tdmf = 12+273.15;
    else
        Dmf = 0;
        Tdmf = 0;
    end
    if mod(i,Ts) == 1
        if i >= 3600 && i < 7200
            lambda = [0.005; 0.005];
            alfa = [10; 100];
        elseif i >= 7200 && i < 10800
            lambda = [0.005; 0.005];
            alfa = [15; 100];
        elseif i >= 10800 && i < 14400
            lambda = [0.005; 0.005];
            alfa = [20; 100];
        elseif i >= 14400
            lambda = [0.005; 0.005];
            alfa = [30; 100];
        end
        if dsge(i-1) > 0
            Tm1L = Tme2(i);
        else
            Tm1L = Tme1(i);
        end
        Qrfruta = 0.34663*mMangos(i);
        Qdist = 466.916342592694+1500*(EP);

```

```

        xiel =
py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('Q','P',Pe(i),'H',h2(i),'R404A');
        rhog =
py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('D','P',Pe(i),'Q',1,'R404A');
        rhof =
py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('D','P',Pe(i),'Q',0,'R404A');
        c = (rhog/rhof)^(2/3);
        d(:,k) = [fvetotal; Toutdoor(i); Tpiso(i); Qdist; Qrfruta;
Dmf*(Tdmf-Tfruta(i))];

        %% Sistema en espacio de estados
        [A, B, C, D] = SS_modelonolineal(MODEV(i), Te1(i), Te2(i),
fve(i), sge(i), Tme1(i), Tme2(i), Tair(i), Tcr(i), Tm1L, he1(i), he2(i),
Pe(i), h2(i), h3(i), fComp, fEEV, Ts, (mMangos(i)+Dmf));
        E = eye(sizee);

        % Discretizacion de SS
        sys = ss(A, [B, D, E], C, zeros(sizey,sizeu+sized+sizee));
        sysd = c2d(sys, Ts, 'zoh');

        Ad = sysd.A;
        Bd = sysd.B(1:sizee,1:sizeu);
        Cd = sysd.C;
        Dd = sysd.B(1:sizee,sizeu+1:sizeu+sized);
        Ed = sysd.B(1:sizee,sizeu+sized+1:sizeu+sized+sizee);

        %% Instante actual
        x(:,k) = [Te1(i); Te2(i); fve(i); sge(i); Tme1(i); Tme2(i);
Tair(i); Tcr(i); Tfruta(i)];

        %% Convertimos en un SS de incrementos de variable manipulable
        Az = [Ad Bd; zeros(sizee,sizee) eye(sizee)];
        Bz = [Bd; eye(sizee)];
        Cz = [Cd zeros(sizey, sizee)];
        Dz = [Dd; zeros(sizee, sized)];
        Ez = [Ed; zeros(sizee, sizee)];
        upast = [f(i-Ts);OD(i-Ts)];
        dk = d(:,k);
        zk = [x(:,k); upast];

        %% Calculo del error
        [dxs(1,k), dxs(2,k), dxs(3,k), dxs(4,k), dxs(5,k), dxs(6,k),
dxs(7,k), dxs(8,k), dxs(9,k), ~] = ModeloNoLineal(MODEV(i), Te1(i), Te2(i),
fve(i), sge(i), Tme1(i), Tme2(i), Tair(i), Tcr(i), Tfruta(i), Tpiso(i),
Toutdoor(i), Tm1L, he1(i), he2(i), Pe(i), h2(i), h3(i), EP, fComp, u0(1),
fEEV, u0(2), Ts, mMangos(i), Dmf, Tdmf);
        e(:,k) = dxs(:,k) - A*x(:,k) - B*u0 - D*d(:,k);
        ek = e(:,k);

        %% Escribimos las referencias futuras en un vector columna y
Valor de establecimiento variable manipulable
        uss = [];
        rfut = [];
        for j = 1:Np
            rfut = [rfut; ref(:,i+j*Ts)];
            uss = [uss; [25; 50]];
        end

        %% Calculo de las matrices de predicciones
        [Ji,Phi,Psi,Eta] = predicciones(Az,Bz,Cz,Dz,Ez,Np);
        [M,S] = MPCmatricesAdicionales(Np, sizeu);

```

```

%% Funcion de costo a optimizar
[Qcontrol, Rcontrol] = LawCostMPC(Np, sizey, sizeu, lambda,
alfa);

HGPC = (Ji.'*Qcontrol*Ji + M.'*Rcontrol*M +
beta*eye(Np*sizeu));
fgpc = (Ji.'*Qcontrol*rfut - Ji.'*Qcontrol*Phi*zk -
Ji.'*Qcontrol*Psi*dk - Ji.'*Qcontrol*Eta*ek + M.'*Rcontrol*uss -
M.'*Rcontrol*S*upast);

%% Se halla la funcion de costo analiticamente
Dugpc = HGPC\fgpc;
Du(:,k) = Dugpc(1:sizeu);
Du0 = Dugpc(sizeu+1:2*sizeu);
u(:,k) = upast+Du(1:sizeu,k);
u0 = u(:,k)+Du0;
for j=1:sizeu
    if u0(j)>umax(j)
        u0(j)=umax(j);
    end
    if u0(j)<umin(j)
        u0(j)=umin(j);
    end
end
if Du(1,k) > Dumax(1)
    f(i) = upast(1) + Dumax(1);
elseif Du(1,k) < Dumin(1)
    f(i) = upast(1) + Dumin(1);
else
    f(i) = u(1,k);
end
if f(i) > umax(1)
    f(i) = umax(1);
elseif f(i) < umin(1);
    f(i) = umin(1);
end

if Du(2,k) > Dumax(2)
    OD(i) = upast(2) + Dumax(2);
elseif Du(2,k) < Dumin(2)
    OD(i) = upast(2) + Dumin(2);
else
    OD(i) = u(2,k);
end
if OD(i) > umax(2)
    OD(i) = umax(2);
elseif OD(i) < umin(2);
    OD(i) = umin(2);
end

TimeCon(k) = Tiempo(i);
k = k + 1;
else
    f(i) = f(i-1);
    OD(i) = OD(i-1);
end
end

% Valvula de Expansi3n

```

```

[mrEEV(i), fEEV, h2(i), T2(i)] = EEV(OD(i), h1(i), Pc(i), Pe(i));

% Evaporador
[mrComp(i), fComp] = flujoMasicoCompresor(f(i), Pe(i), Pc(i), h3(i));
[dPe(i), dhe1(i), dfve(i), dhe2(i), dMre(i), dsge(i), MODEV(i+1),
Qe(i), me(i), dTme1(i), dTme2(i), dhae(i)] = Evaporador(h2(i), h3(i),
Tair(i), hair(i), hcr(i), Pe(i), sge(i), he1(i), fve(i), he2(i), MODEV(i),
mrComp(i), mrEEV(i), Tme1(i), Tme2(i));

% Compresor
[mrComp(i), PotComp(i), PotElec(i), h4(i)] = Compresor(f(i), Pe(i),
Pc(i), h3(i));

% Condensador
[dPc(i), dMrc(i), dhrc(i), Qc(i)] = Condensador( h4(i), h1(i), hrc(i),
Mrc(i), Pc(i), mrComp(i), mrEEV(i), Toutdoor(i));

% Camara Frigorifica
[dhacr(i), dTfruta(i), dTpiso(i), Qdist(i), mMangos(i+1)] =
CamaraFria(hair(i), hcr(i), Tcr(i), Toutdoor(i), EP, Tfruta(i), Tpiso(i),
mMangos(i), Dmf, Tdmf);

if i == 1
    Pe(i+1) = dPe(i)/2 + Pe(i);
    sge(i+1) = dsge(i)/2 + sge(i);
    Mre(i+1) = dMre(i)/2 + Mre(i);
    he1(i+1) = dhe1(i)/2 + he1(i);
    fve(i+1) = dfve(i)/2 + fve(i);
    he2(i+1) = dhe2(i)/2 + he2(i);
    Tme1(i+1) = dTme1(i)/2 + Tme1(i);
    Tme2(i+1) = dTme2(i)/2 + Tme2(i);
    hair(i+1) = dhae(i)/2 + hair(i);
    Pc(i+1) = dPc(i)/2 + Pc(i);
    Mrc(i+1) = dMrc(i)/2 + Mrc(i);
    hrc(i+1) = dhrc(i)/2 + hrc(i);
    hcr(i+1) = dhacr(i)/2 + hcr(i);
    Tpiso(i+1) = dTpiso(i)/2 + Tpiso(i);
    Tfruta(i+1) = dTfruta(i)/2 + Tfruta(i);
else
    Pe(i+1) = (dPe(i)+dPe(i-1))/2 + Pe(i);
    sge(i+1) = (dsge(i)+dsge(i-1))/2 + sge(i);
    Mre(i+1) = (dMre(i)+dMre(i-1))/2 + Mre(i);
    he1(i+1) = (dhe1(i)+dhe1(i-1))/2 + he1(i);
    fve(i+1) = (dfve(i)+dfve(i-1))/2 + fve(i);
    he2(i+1) = (dhe2(i)+dhe2(i-1))/2 + he2(i);
    Tme1(i+1) = (dTme1(i)+dTme1(i-1))/2 + Tme1(i);
    Tme2(i+1) = (dTme2(i)+dTme2(i-1))/2 + Tme2(i);
    hair(i+1) = (dhae(i)+dhae(i-1))/2 + hair(i);
    Pc(i+1) = (dPc(i)+dPc(i-1))/2 + Pc(i);
    Mrc(i+1) = (dMrc(i)+dMrc(i-1))/2 + Mrc(i);
    hrc(i+1) = (dhrc(i)+dhrc(i-1))/2 + hrc(i);
    hcr(i+1) = (dhacr(i)+dhacr(i-1))/2 + hcr(i);
    Tpiso(i+1) = (dTpiso(i)+dTpiso(i-1))/2 + Tpiso(i);
    Tfruta(i+1) = (dTfruta(i)+dTfruta(i-1))/2 + Tfruta(i);
end
hge = py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('H','P',Pe(i+1),'Q',1,'R404A');
if MODEV(i+1) == 1
    h3(i+1) = 2*he2(i+1)-hge;
elseif MODEV(i+1) == 2
    he2(i+1) = hge;
    h3(i+1) = hge;

```

```

        sge(i+1) = 1;
    end
    T3(i+1) =
py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('T','P',Pe(i+1),'H',h3(i+1),'R404A');
    T4(i) = py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('T','P',Pc(i),'H',h4(i),'R404A');
    h1(i+1) = py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('H','P',Pc(i+1),'Q',0,'R404A');
    h2(i+1) = h1(i+1);
    T1(i+1) =
py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('T','P',Pc(i+1),'H',h1(i+1),'R404A');
    Tair(i+1) =
py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('T','P',Pae,'H',hair(i+1),'AIR');
    Tcr(i+1) =
py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('T','P',Pae,'H',hcr(i+1),'AIR');
    Tel(i+1) =
py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('T','P',Pe(i+1),'H',he1(i+1),'R404A');
    Te2(i+1) =
py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('T','P',Pe(i+1),'H',he2(i+1),'R404A');

    %% CONFIG SIMULACION
    if getappdata(bp,'canceling')
        break
    end
    if mod(i,3600)==0
        waitbar(i/runtime,bp,sprintf('Simulacion se ha completado:
%3.2f%%',i*100/(runtime)));
    end
end
duracion = toc;
fprintf('La duracion total fue: %3.2f minutos.\n', duracion/60)
disp('Finalizado')
delete(bp)

plot(Tiempo, Tfruta-273.15, 'LineWidth',1)
hold on
plot(Tiempo, refFruta(1:7*24*3600)-273.15, 'LineWidth',1)
plot(Tiempo, 9*ones(1,7*24*3600),'r','LineWidth',1)
plot(Tiempo, 11*ones(1,7*24*3600),'r','LineWidth',1)
axis([0.2916 3.2917 8 25])
datetick('x','HHPM')

figure(2)
plot(Tiempo, sge, 'LineWidth',1)
hold on
plot(Tiempo, refSGE(1:7*24*3600), 'LineWidth',1)
axis([0.2916 3.2917 0 1])
datetick('x','HHPM')

```

Apéndice V. Código simulación del NMPC con restricciones

```

%% SIMULACION DE UN MPC CON RESTRICCIONES EN MODELO DE REFRIGERACION
%%

%%%%%% Codigo para aplicar un MPC con restricciones
%%%%%% MPC con horizonte de prediccion y sintonizable mediante las
%%%%%% matrices de control.
clc
clear all
tic
formatSpec = 'Simulacion de MPC con Restricciones\n';

```

```

fprintf(formatSpec)
bp = waitbar(0,'Inicializando Simulacion','Name','Progreso de la
Simulación','CreateCancelBtn','setappdata(gcf,'canceling',1)');
pause(1)
setappdata(bp,'canceling',0);

%% Capacidad volumetrica del evaporador y el condensador
Vevap = 33.8/1000;
Vcond = 45/1000;

%% Condiciones Iniciales
%Variable Tiempo
Tiempo(1) = 7/24;

%Sensor simulado del estado de la puerta de la camara frigorifica
EP(1) = 0;

%Variables de entrada
f(1) = 5;
OD(1) = 50;

%Presiones iniciales
Pe(1) = 1160000;
Pc(1) = 1160000;
rhog = py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('D','P',Pc(1),'Q',1,'R404A');
rhof = py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('D','P',Pc(1),'Q',0,'R404A');

%Temperaturas del aire y de la carga
Tcr(1) = 295.2241816302338;
Tpiso(1) = Tcr(1);
Tair(1) = Tcr(1);
Tfruta(1) = 25+273.15;
Tme1(1) = 295.2241816302338;
Tme2(1) = Tme1(1);
Pae = 101325;
hair(1) = py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('H','P',Pae,'T',Tair(1),'AIR');
hcr(1) = hair(1);

%Propiedades del refrigerante en los puntos caracteristicos del ciclo
T1(1) = py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('T','P',Pc,'Q',0,'R404A');
h1(1) = py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('H','P',Pc,'Q',0,'R404A');
rho1(1) = rhof;
T3(1) = Tcr(1);
h3(1) = py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('H','P',Pe,'Q',1,'R404A');
T4(1) = 303.9262;
h4(1) = py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('H','P',Pc,'T',T4(1),'R404A');
h2(1) = h1(1);

%Propiedades del Refrigerante en el evaporador
hel(1) =
py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('H','P',Pe,'Q',0.010041044799116,'R404A');
he2(1) = py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('H','P',Pe,'Q',1,'R404A');
Mre(1) =
Vevap*py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('D','P',Pe,'Q',0.010041044799116,'R404A'
);
fve(1) = (0.010041044799116/rhog)/(0.010041044799116/rhog + (1-
0.010041044799116)/rhof);
sge(1) = 1;
MODEV(1) = 2;
Tel(1) = py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('T','P',Pe(1),'H',hel(1),'R404A');
Te2(1) = py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('T','P',Pe(1),'H',he2(1),'R404A');

```

```

%Propiedades del Refrigerante en el condensador
hrc(1) = py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('H','P',Pc,'Q',1,'R404A');
Mrc(1) = Vcond*py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('D','P',Pc,'Q',1,'R404A');

%% Condiciones iniciales Space State Model
sizeX = 9;
sizeY = 2;
sizeU = 2;
sizeD = 6;
sizeE = 9;
x = [T1(1); T3(1); fve(1); sge(1); Tme1(1); Tme2(1); Tair(1); Tcr(1);
Tfruta(1)];
y = zeros(sizeY,1);
u = zeros(sizeU,1);
k = 1; %Indice del controlador

%% Parametros del GPC
Np = 30; %Horizonte de prediccion 120 seteado
Nc = 1; %Horizonte de Control
Ts = 60; %Tiempo de muestreo en segundos
lambda = [0.005; 0.005]; %Valor sintonizable del controlador para la
variable manipulable
alfa = [10; 100]; %Valor sintonizable del controlador para la variable
controlada
beta = [10; 10];
Dumax = [25; 5]; %Incremento maximo de las variables manipulables
Dumin = -1*Dumax; %Descenso maximo de la variables manipulables
umin = [25; 25]; %Valor minimo de las variables manipulables
umax = [87; 85]; %Valor maximo de las variables manipulables
ymin = [282.15; 0.87];
ymax = [Tfruta(1); 0.95];
Vpmax = [Inf; Inf];
Vpmin = [0; 0];
CostoPenalidad = 1000;

%% Condiciones simuladas
ndias = 7;
Tod_sim = simTempAmb(3,32+273.15,1,ndias);
Toutdoor = Tod_sim(7*3600:(ndias*24+7)*3600-1);
refFruta = [282.65*ones(1,2*24*3600), 283.65*ones(1,2*24*3600),
283.15*ones(1,(ndias-4)*24*3600+(Np+1)*Ts)]; % referencia para la
temperatura de la fruta
refSGE = [0.93*ones(1,5*3600), 0.94*ones(1,163*3600+(Np+1)*Ts)];
ref = [refFruta; refSGE];

%% PARAMETROS DEL SOLVER
opt = optimset('quadprog');
opt.Diagnostics='off';
opt.LargeScale='off';
opt.Display='off';
opt.Algorithm='interior-point-convex';
runtime = size(Toutdoor,2);

%% Inicializacion de u0
u0 = [60;50];

%% Simulacion del ciclo
waitbar(0,bp,sprintf('Simulacion se ha completado: %3.2f%%',0));

%% Masa Fruta

```

```

mMangos(1) = 1000; %Masa de Mangos a enfriar
Dmf=0;
Tdmf=0;

for i= 1:runtime-1
    % Variable Tiempo
    Tiempo(i+1) = 7/24 + i/(3600*24);

    %% Algoritmo de Control
    if i<=900 %Modificar Tiempo de Encendido hasta que pase a modo de
operacion 2
        if i < 55
            f(i) = 5 +(i-1);
        else
            f(i) = 60;
        end
        OD(i) = 50;
        if mod(i,Ts) == 1
            if i == 1
                Du(:,k) = [0; 0];
            else
                Du(:,k) = [f(i)-f(i-Ts);OD(i)-OD(i-Ts)];
            end
            x(:,k) = [Te1(i); Te2(i); fve(i); sge(i); Tme1(i); Tme2(i);
Tair(i); Tcr(i); Tfruta(i)];
            u(:,k) = [f(i); OD(i)];
            y(:,k) = [x(9,k); x(4,k)];
            Qrfruta = 0.34663*(mMangos(i)+Dmf);
            Qdist = 466.916342592694+1500*(EP);
            xiel =
py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('Q','P',Pe(i),'H',h2(i),'R404A');
            rhog =
py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('D','P',Pe(i),'Q',1,'R404A');
            rhof =
py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('D','P',Pe(i),'Q',0,'R404A');
            c = (rhog/rhof)^(2/3);
            fvetotal = 1 + c*log(c+xiel*(1-c))/((1-xiel)*(c-1)^2);
            d(:,k) = [fvetotal; Toutdoor(i); Tpiso(i); Qdist; Qrfruta;
Dmf*(Tdmf-Tfruta(i))];
            e(:,k) = zeros(9,1);
            TimeCon(k) = Tiempo(i);
            k = k + 1;
        end
    else
        if i==(6*24)*3600
            Dmf = 500;
            Tdmf = 13+273.15;
        else
            Dmf = 0;
            Tdmf = 0;
        end
        if mod(i,Ts) == 1
            if i >= 3600 && i< 7200
                alfa = [10; 100];
            elseif i>= 7200 && i<10800
                alfa = [10; 100];
            elseif i>=10800 && i< 14400
                alfa = [20; 100];
            elseif i>= 14400 && i<18000
                alfa = [30; 100];
                ymax = [284.15; 0.95];
            end
        end
    end
end

```

```

elseif i>= 18000
    alfa = [50; 100];
    CostoPenalidad = 10000;
end
if dsge(i-1) > 0
    Tm1L = Tme2(i);
else
    Tm1L = Tme1(i);
end
Qrfruta = 0.34663*(mMangos(i)+Dmf);
Qdist = 466.916342592694+1500*(EP);
xiel =
py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('Q','P',Pe(i),'H',h2(i),'R404A');
rhog =
py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('D','P',Pe(i),'Q',1,'R404A');
rhof =
py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('D','P',Pe(i),'Q',0,'R404A');
c = (rhog/rhof)^(2/3);
d(:,k) = [fvetotal; Toutdoor(i); Tpisoi; Qdist; Qrfruta;
Dmf*(Tdmf-Tfruta(i))];

% Sistema en espacio de estados
[A, B, C, D] = SS_modelonolineal(MODEV(i), Te1(i), Te2(i),
fve(i), sge(i), Tme1(i), Tme2(i), Tair(i), Tcr(i), Tm1L, he1(i), he2(i),
Pe(i), h2(i), h3(i), fComp, fEEV, Ts, (mMangos(i)+Dmf));
E = eye(sizeX);

% Discretizacion de SS
sys = ss(A, [B, D, E], C, zeros(sizeY, sizeU+sizeD+sizeE));
sysd = c2d(sys, Ts, 'zoh');

Ad = sysd.A;
Bd = sysd.B(1:sizeX,1:sizeU);
Cd = sysd.C;
Dd = sysd.B(1:sizeX,sizeU+1:sizeU+sizeD);
Ed = sysd.B(1:sizeX,sizeU+sizeD+1:sizeU+sizeD+sizeX);

% Instante actual
x(:,k) = [Te1(i); Te2(i); fve(i); sge(i); Tme1(i); Tme2(i);
Tair(i); Tcr(i); Tfruta(i)];

% Convertimos en un SS de incrementos de variable manipulable
Az = [Ad Bd; zeros(sizeU, sizeX) eye(sizeU)];
Bz = [Bd; eye(sizeU)];
Cz = [Cd zeros(sizeY, sizeU)];
Dz = [Dd; zeros(sizeY, sizeD)];
Ez = [Ed; zeros(sizeU, sizeE)];
upast = u(:,k-1);
dk = d(:,k);
zk = [x(:,k); upast];

% Calculo del error
[dxs(1,k), dxs(2,k), dxs(3,k), dxs(4,k), dxs(5,k), dxs(6,k),
dxs(7,k), dxs(8,k), dxs(9,k), ~] = ModeloNoLineal(MODEV(i), Te1(i), Te2(i),
fve(i), sge(i), Tme1(i), Tme2(i), Tair(i), Tcr(i), Tfruta(i), Tpisoi,
Toutdoor(i), Tm1L, he1(i), he2(i), Pe(i), h2(i), h3(i), EP, fComp, u0(1),
fEEV, u0(2), Ts, mMangos(i), Dmf, Tdmf);
e(:,k) = dxs(:,k) - A*x(:,k) - B*u0 - D*d(:,k);
ek = e(:,k);

```

```

%% Escribimos las referencias futuras en un vector columna y
Valor de establecimiento variable manipulable
uss = [];
rfut = [];
for j = 1:Np
    rfut = [rfut; ref(:,i+j*Ts)];
    uss = [uss; [25; 50]];
end

%% Calculo de las matrices de predicciones
[Ji,Phi,Psi,Eta] = predicciones(Az,Bz,Cz,Dz,Ez,Np);
[M,S] = MPCmatricesAdicionales(Np, sizeu);

%% Funcion de costo a optimizar con QUADPROG
[Qcontrol, Rcontrol, Vcontrol] = LawCostMPC(Np, sizey, sizeu,
lambda, alfa, beta);

if i<=7200
    Hgpc = (Ji.*Qcontrol*Ji + M.*Rcontrol*M + Vcontrol);
    fgpc = (Ji.*Qcontrol*rfut - Ji.*Qcontrol*Phi*zk -
Ji.*Qcontrol*Psi*dk - Ji.*Qcontrol*Eta*ek + M.*Rcontrol*uss -
M.*Rcontrol*S*upast);
    %% Se halla la funcion de costo analiticamente
    Dugpc = Hgpc\fgpc;
    Du(:,k) = Dugpc(1:sizeu);
    Du0 = Dugpc(sizeu+1:2*sizeu);
    for j=1:sizeu
        if Du(j,k)>Dumax(j)
            Du(j,k)=Dumax(j);
        end
        if Du(j,k)<Dumin(j)
            Du(j,k)=Dumin(j);
        end
    end
    u(:,k) = upast+Du(1:sizeu,k);
    u0 = u(:,k)+Du0;
else
    Hqp1 = (Ji.*Qcontrol*Ji + M.*Rcontrol*M + Vcontrol);
    Hqp = [Hqp1 zeros(sizeu*Np,sizey); zeros(sizey,sizeu*Np)
CostoPenalidad*eye(sizey)];
    Hqp = (Hqp+Hqp. ');
    fqp1 = 2*(zk.*Phi.*Qcontrol*Ji + dk.*Psi.*Qcontrol*Ji +
ek.*Eta.*Qcontrol*Ji - rfut.*Qcontrol*Ji + upast.*S.*Rcontrol*M -
uss.*Rcontrol*M);
    fqp = [fqp1 zeros(1,sizey)];

%% Matrices de restricciones para ingresar al SOLVER
QUADPROG
[Aqp,bqp,ub,lb] = restriccionesSyH(Dumax, Dumin, umax,
umin, ymax, ymin, Vpmax, Vpmin, sizey, Ji, Phi, Psi, Eta, upast, zk, dk,
ek);

%% Usamos el solver quadprog
Duqp = quadprog(Hqp,fqp,Aqp,bqp,[],[],lb,ub,[],opt);

Du(:,k) = Duqp(1:sizeu);
Du0 = Duqp(sizeu+1:2*sizeu);
u(:,k) = upast+Du(1:sizeu,k);
u0 = u(:,k)+Du0;
end

```

```

for j=1:sizeu
    if u(j,k)>umax(j)
        u(j,k)=umax(j);
    end
    if u(j,k)<umin(j)
        u(j,k)=umin(j);
    end
end

for j=1:sizeu
    if u0(j)>umax(j)
        u0(j)=umax(j);
    end
    if u0(j)<umin(j)
        u0(j)=umin(j);
    end
end
f(i) = u(1,k);
OD(i) = u(2,k);
TimeCon(k) = Tiempo(i);

k = k + 1;
else
    f(i) = f(i-1);
    OD(i) = OD(i-1);
end
end

% Valvula de Expansi3n
[mrEEV(i), fEEV, h2(i), T2(i)] = EEV(OD(i), h1(i), Pc(i), Pe(i));

% Evaporador
[mrComp(i), fComp] = flujoMasicoCompresor(f(i), Pe(i), Pc(i), h3(i));
[dPe(i), dhe1(i), dfve(i), dhe2(i), dMre(i), dsge(i), MODEV(i+1),
Qe(i), me(i), dTme1(i), dTme2(i), dhae(i)] = Evaporador(h2(i), h3(i),
Tair(i), hair(i), hcr(i), Pe(i), sge(i), he1(i), fve(i), he2(i), MODEV(i),
mrComp(i), mrEEV(i), Tme1(i), Tme2(i));

% Compresor
[mrComp(i), PotComp(i), PotElec(i), h4(i)] = Compresor(f(i), Pe(i),
Pc(i), h3(i));

% Condensador
[dPc(i), dMrc(i), dhrc(i), Qc(i)] = Condensador(h4(i), h1(i), hrc(i),
Mrc(i), Pc(i), mrComp(i), mrEEV(i), Toutdoor(i));

% Camara Frigorifica
[dhacr(i), dTfruta(i), dTpiso(i), Qdist(i), mMangos(i+1)] =
CamaraFria(hair(i), hcr(i), Tcr(i), Toutdoor(i), EP, Tfruta(i), Tpiso(i),
mMangos(i), Dmf, Tdmf);

if i == 1
    Pe(i+1) = dPe(i)/2 + Pe(i);
    sge(i+1) = dsge(i)/2 + sge(i);
    Mre(i+1) = dMre(i)/2 + Mre(i);
    he1(i+1) = dhe1(i)/2 + he1(i);
    fve(i+1) = dfve(i)/2 + fve(i);
    he2(i+1) = dhe2(i)/2 + he2(i);
    Tme1(i+1) = dTme1(i)/2 + Tme1(i);
    Tme2(i+1) = dTme2(i)/2 + Tme2(i);
    hair(i+1) = dhae(i)/2 + hair(i);

```

```

Pc(i+1) = dPc(i)/2 + Pc(i);
Mrc(i+1) = dMrc(i)/2 + Mrc(i);
hrc(i+1) = dhrc(i)/2 + hrc(i);
hcr(i+1) = dhacr(i)/2 + hcr(i);
Tpiso(i+1) = dTpiso(i)/2 + Tpiso(i);
Tfruta(i+1) = dTfruta(i)/2 + Tfruta(i);
else
Pe(i+1) = (dPe(i)+dPe(i-1))/2 + Pe(i);
sge(i+1) = (dsge(i)+dsge(i-1))/2 + sge(i);
Mre(i+1) = (dMre(i)+dMre(i-1))/2 + Mre(i);
hel(i+1) = (dhe1(i)+dhe1(i-1))/2 + hel(i);
fve(i+1) = (dfve(i)+dfve(i-1))/2 + fve(i);
he2(i+1) = (dhe2(i)+dhe2(i-1))/2 + he2(i);
Tmel(i+1) = (dTmel(i)+dTmel(i-1))/2 + Tmel(i);
Tme2(i+1) = (dTme2(i)+dTme2(i-1))/2 + Tme2(i);
hair(i+1) = (dhae(i)+dhae(i-1))/2 + hair(i);
Pc(i+1) = (dPc(i)+dPc(i-1))/2 + Pc(i);
Mrc(i+1) = (dMrc(i)+dMrc(i-1))/2 + Mrc(i);
hrc(i+1) = (dhrc(i)+dhrc(i-1))/2 + hrc(i);
hcr(i+1) = (dhacr(i)+dhacr(i-1))/2 + hcr(i);
Tpiso(i+1) = (dTpiso(i)+dTpiso(i-1))/2 + Tpiso(i);
Tfruta(i+1) = (dTfruta(i)+dTfruta(i-1))/2 + Tfruta(i);
end
hge = py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('H','P',Pe(i+1),'Q',1,'R404A');
if MODEV(i+1) == 1
    h3(i+1) = 2*he2(i+1)-hge;
elseif MODEV(i+1) == 2
    he2(i+1) = hge;
    h3(i+1) = hge;
    sge(i+1) = 1;
end
T3(i+1) =
py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('T','P',Pe(i+1),'H',h3(i+1),'R404A');
T4(i) = py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('T','P',Pc(i),'H',h4(i),'R404A');
h1(i+1) = py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('H','P',Pc(i+1),'Q',0,'R404A');
h2(i+1) = h1(i+1);
T1(i+1) =
py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('T','P',Pc(i+1),'H',h1(i+1),'R404A');
Tair(i+1) =
py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('T','P',Pae,'H',hair(i+1),'AIR');
Tcr(i+1) =
py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('T','P',Pae,'H',hcr(i+1),'AIR');
Tel(i+1) =
py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('T','P',Pe(i+1),'H',hel(i+1),'R404A');
Te2(i+1) =
py.CoolProp.CoolProp.PropsSI('T','P',Pe(i+1),'H',he2(i+1),'R404A');

%% CONFIG SIMULACION
if getappdata(bp,'canceling')
    break
end
if mod(i,3600)==0
    waitbar(i/runtime,bp,sprintf('Simulacion se ha completado:
%3.2f%%',i*100/(runtime)));
end
end
duracion = toc;
fprintf('La duracion total fue: %3.2f minutos.\n', duracion/60)
disp('Finalizado')
delete(bp)

```

```
plot(Tiempo, Tfruta-273.15, 'LineWidth',1)
hold on
plot(Tiempo, refFruta(1:ndias*24*3600)-273.15, 'LineWidth',1)
plot(Tiempo, 9*ones(1,ndias*24*3600),'r', 'LineWidth',1)
plot(Tiempo, 11*ones(1,ndias*24*3600),'r', 'LineWidth',1)
axis([0.2916 3.2917 8 25])
datetick('x','HHPM')

figure(2)
plot(Tiempo, sge, 'LineWidth',1)
hold on
plot(Tiempo, refsGE(1:ndias*24*3600), 'LineWidth',1)
axis([0.2916 3.2917 0 1])
datetick('x','HHPM')
```



Anexos





Anexo A. Tabla de argumentos de entrada y salida de la funcion PropsSi

Parameter	Units	Input/ Output	Trivial	Description
DELTA, Delta		IO	False	Reduced density (rho/rhoc)
DMOLAR, Dmolar	mol/m ³	IO	False	Molar density
D, DMASS, Dmass	kg/m ³	IO	False	Mass density
HMOLAR, Hmolar	J/mol	IO	False	Molar specific enthalpy
H, HMASS, Hmass	J/kg	IO	False	Mass specific enthalpy
P	Pa	IO	False	Pressure
Q	mol/mol	IO	False	Mass vapor quality
SMOLAR, Smolar	J/mol/K	IO	False	Molar specific entropy
S, SMASS, Smass	J/kg/K	IO	False	Mass specific entropy
TAU, Tau		IO	False	Reciprocal reduced temperature (Tc/T)
T	K	IO	False	Temperature
UMOLAR, Umolar	J/mol	IO	False	Molar specific internal energy
U, UMASS, Umass	J/kg	IO	False	Mass specific internal energy
ACENTRIC, acentric		O	True	Acentric factor
ALPHA0, alpha0		O	False	Ideal Helmholtz energy
ALPHAR, alphas		O	False	Residual Helmholtz energy
A, SPEED_OF_SOUND, speed_of_sound	m/s	O	False	Speed of sound
BVIRIAL, Bvirial		O	False	Second virial coefficient
CONDUCTIVITY, L, conductivity	W/m/K	O	False	Thermal conductivity
CPOMASS, Cp0mass	J/kg/K	O	False	Ideal gas mass specific constant pressure specific heat
CPOMOLAR, Cp0molar	J/mol/K	O	False	Ideal gas molar specific constant pressure specific heat
CPMOLAR, Cpmolar	J/mol/K	O	False	Molar specific constant pressure specific heat
CVIRIAL, Cvirial		O	False	Third virial coefficient
CVMASS, Cvmass, O	J/kg/K	O	False	Mass specific constant volume specific heat

Parameter	Units	Input/ Output	Trivial	Description
CVMOLAR, Cvmolar	J/mol/K	O	False	Molar specific constant volume specific heat
C, CPMASS, Cpmass	J/kg/K	O	False	Mass specific constant pressure specific heat
DALPHA0_DDELTA_CONSTTAU, dal pha0_ddelta_consttau		O	False	Derivative of ideal Helmholtz energy with delta
DALPHA0_DTAU_CONSTDELTA, dal pha0_dtau_constdelta		O	False	Derivative of ideal Helmholtz energy with tau
DALPHAR_DDELTA_CONSTTAU, dal phar_ddelta_consttau		O	False	Derivative of residual Helmholtz energy with delta
DALPHAR_DTAU_CONSTDELTA, dal phar_dtau_constdelta		O	False	Derivative of residual Helmholtz energy with tau
DBVIRIAL_DT, dBvirial_dT		O	False	Derivative of second virial coefficient with respect to T
DCVIRIAL_DT, dCvirial_dT		O	False	Derivative of third virial coefficient with respect to T
DIPOLE_MOMENT, dipole_moment	C m	O	True	Dipole moment
FH		O	True	Flammability hazard
FRACTION_MAX, fraction_max		O	True	Fraction (mole, mass, volume) maximum value for incompressible solutions
FRACTION_MIN, fraction_min		O	True	Fraction (mole, mass, volume) minimum value for incompressible solutions
FUNDAMENTAL_DERIVATIVE_OF_GAS_DYNAMICS, fundamental_derivative_of_gas_dynamics		O	False	Fundamental derivative of gas dynamics
GAS_CONSTANT, gas_constant	J/mol/K	O	True	Molar gas constant
GMOLAR_RESIDUAL, Gmolar_residual	J/mol/K	O	False	Residual molar Gibbs energy
GMOLAR, Gmolar	J/mol	O	False	Molar specific Gibbs energy

Parameter	Units	Input/ Output	Trivial	Description
GWP100		O	True	100-year global warming potential
GWP20		O	True	20-year global warming potential
GWP500		O	True	500-year global warming potential
G, GMASS, Gmass	J/kg	O	False	Mass specific Gibbs energy
HELMHOLTZMASS, Helmholtzmass	J/kg	O	False	Mass specific Helmholtz energy
HELMHOLTZMOLAR, Helmholtzmol ar	J/mol	O	False	Molar specific Helmholtz energy
HH		O	True	Health hazard
HMOLAR_RESIDUAL, Hmolar_residu al	J/mol/K	O	False	Residual molar enthalpy
ISENTROPIC_EXPANSION_COEFFICIENT, isentropic_expansion_coefficient		O	False	Isentropic expansion coefficient
ISOBARIC_EXPANSION_COEFFICIENT, isobaric_expansion_coefficient	1/K	O	False	Isobaric expansion coefficient
ISOTHERMAL_COMPRESSIBILITY, isothermal_compressibility	1/Pa	O	False	Isothermal compressibility
I, SURFACE_TENSION, surface_tension	N/m	O	False	Surface tension
M, MOLARMASS, MOLAR_MASS, MOLEMASS, molar_mass, molarmass, molemass	kg/mol	O	True	Molar mass
ODP		O	True	Ozone depletion potential
PCRIT, P_CRITICAL, Pcrit, p_critical, pcrit	Pa	O	True	Pressure at the critical point
PHASE, Phase		O	False	Phase index as a float
PH		O	True	Physical hazard
PIP		O	False	Phase identification parameter
PMAX, P_MAX, P_max, pmax	Pa	O	True	Maximum pressure limit
PMIN, P_MIN, P_min, pmin	Pa	O	True	Minimum pressure limit
PRANDTL, Prandtl		O	False	Prandtl number
PTRIPLE, P_TRIPLE, p_triple, ptriple	Pa	O	True	Pressure at the triple point (pure only)

Parameter	Units	Input/ Output	Trivial	Description
P_REDUCING, p_reducing	Pa	O	True	Pressure at the reducing point
RHOCRIT, RHOMASS_CRITICAL, rho_crit, rhomass_critical	kg/m ³	O	True	Mass density at critical point
RHOMASS_REDUCING, rhomass_reducing	kg/m ³	O	True	Mass density at reducing point
RHOMOLAR_CRITICAL, rhomolar_critical	mol/m ³	O	True	Molar density at critical point
RHOMOLAR_REDUCING, rhomolar_reducing	mol/m ³	O	True	Molar density at reducing point
SMOLAR_RESIDUAL, Smolar_residual	J/mol/K	O	False	Residual molar entropy (sr/R = s(T,rho) - s ⁰ (T,rho))
TCRIT, T_CRITICAL, T_critical, Tcrit	K	O	True	Temperature at the critical point
TMAX, T_MAX, T_max, Tmax	K	O	True	Maximum temperature limit
TMIN, T_MIN, T_min, Tmin	K	O	True	Minimum temperature limit
TTRIPLE, T_TRIPLE, T_triple, Ttriple	K	O	True	Temperature at the triple point
T_FREEZE, T_freeze	K	O	True	Freezing temperature for incompressible solutions
T_REDUCING, T_reducing	K	O	True	Temperature at the reducing point
V, VISCOSITY, viscosity	Pa s	O	False	Viscosity
Z		O	False	Compressibility factor

Fuente: www.coolprop.com