



UNIVERSIDAD
DE PIURA

REPOSITORIO INSTITUCIONAL
PIRHUA

PREDICCIÓN DE CAUDALES EN EL RÍO CHIRA CON FINES DE DESCOLMATACIÓN DEL EMBALSE DE POECHOS

Roxana Aguilar-Villena

Piura, julio de 2016

FACULTAD DE INGENIERÍA

Master en Ingeniería Civil con Mención en Recursos Hídricos

Aguilar, R. (2016). *Predicción de caudales en el Río Chira con fines de descolmatación del embalse de Poechos* (Tesis de Master en Ingeniería Civil con Mención en Recursos Hídricos). Universidad de Piura. Facultad de Ingeniería. Piura, Perú.

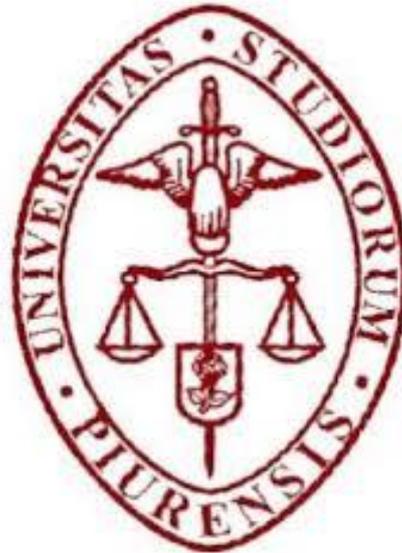


Esta obra está bajo una [licencia Creative Commons Atribución-NoComercial-SinDerivadas 2.5 Perú](#)

[Repositorio institucional PIRHUA – Universidad de Piura](#)

UNIVERSIDAD DE PIURA

FACULTAD DE INGENIERÍA



“PREDICCIÓN DE CAUDALES EN EL RÍO CHIRA CON FINES DE
DESCOLMATACIÓN DEL EMBALSE POECHOS”

Tesis para optar el Título de Master en Ingeniería Civil con
mención en Recursos Hídricos

Roxana Milagros Aguilar Villena

Asesora: M. Sc. Marina Farías de Reyes

Co-Asesor: Dr. Ismael Sánchez Rodríguez-Morcillo

Piura, Julio 2016

*A mi esposo Wilser y a mis padres
por su apoyo incondicional.*

*A mi asesora por la dedicación y
esmero en el desarrollo de
la presente Tesis.*

Prólogo

Debido a que la sedimentación de embalses es uno de los principales problemas que enfrentan las presas de tierra, y debido a que el embalse Poechos, ubicado en la Región Piura, ha reducido su capacidad de almacenamiento a más de la mitad, causada por su acelerada sedimentación, se desarrolla la presente Tesis con el fin de determinar el periodo óptimo para realizar el proceso de descolmatación de dicho embalse usando la propia energía del agua. Este trabajo se enmarca en la investigación “Desarrollo de una metodología de descolmatación de un reservorio utilizando la misma energía del agua y a un bajo costo. Caso piloto: reservorio Poechos – Piura”, llevada a cabo por el Instituto de Hidráulica, Hidrología e Ingeniería Sanitaria de la Universidad de Piura, financiada por el Programa Nacional de Innovación para la Competitividad y Productividad (PNICP).

Con este fin, se lleva a cabo un análisis estocástico de la serie de tiempo de caudales promedio al ingreso del embalse, la cual mediante la definición de un modelo ARIMA permitirá predecir los caudales de ingreso futuros y la elaboración de reglas de operación adecuadas para desarrollar la metodología de descolmatación.

Agradezco a mi asesora, M. Sc. Marina Farías de Reyes, ya que sin su guía e intelecto no sería posible el desarrollo de la presente, a mi coasesor, el Dr. Ismael Sánchez Rodríguez-Morcillo, por las explicaciones acerca de las predicciones de series de tiempo, la ayuda al desarrollar el modelo de predicción y el tiempo dedicado al desarrollo de la metodología de predicción planteada en la presente tesis. Finalmente agradecer al Ing. Wilser Briones Vargas y al Ing. Luis Aguilar Cáceres, por el aliento y paciencia brindados en este periodo.

Resumen

Esta investigación tiene como objetivo la elaboración de un modelo de predicción del caudal del río Chira en la entrada al embalse de Poechos, con el fin de identificar el periodo óptimo para realizar la descolmatación de dicho embalse.

Para alcanzar los objetivos se lleva a cabo un análisis estocástico de la serie de tiempo de caudales promedio bisemanales en la estación Ardilla, ubicada en el río Chira al ingreso del embalse, para el periodo 1950–2015. La selección de los modelos se realiza mediante el método ARIMA, el cual consta de tres etapas que se aplican de manera iterativa hasta alcanzar el resultado adecuado, las cuales son: identificación, estimación y validación.

Usando las funciones de autocorrelación simple y autocorrelación parcial identificamos los modelos tentativos, y mediante un análisis de residuos escogemos el modelo que mejor se ajusta a la serie de datos, siendo el modelo finalmente escogido el $ARIMA(3,1,1)(0,1,1)_{26}$.

El modelo seleccionado permite la predicción de los caudales para los próximos 30 horizontes o intervalos de tiempo, correspondientes a 14 meses, así como determinar los intervalos de predicción entre los cuales podrían variar los valores estimados. También se determinó la variación diaria de los caudales que componen el promedio bisemanal de la serie de tiempo en estudio.

Finalmente, el modelo seleccionado estima el comportamiento de los caudales para el verano 2017 y propone reglas de operación adecuadas para desarrollar la descolmatación en escenarios futuros, y para los escenarios del verano 2016 con el objetivo de dejar un precedente de cómo operar el embalse ante escenarios similares.

ÍNDICE GENERAL

Introducción	1
Capítulo I. Ámbito de estudio	3
1.1 Cuenca binacional Catamayo Chira	3
1.1.1 Ubicación y extensión	3
1.1.2 Hidrografía del río Chira	8
1.1.3 Climatología	8
1.1.4 Geomorfología de la cuenca	9
1.2 Proyecto Especial Chira-Piura	10
1.2.1 Origen.....	10
1.2.2 Etapas de ejecución.....	11
1.2.2.1 Primera Etapa	11
1.2.2.2 Segunda Etapa	11
1.2.2.3 Tercera Etapa.....	12
1.2.3 Infraestructura mayor de riego	13
1.2.3.1 Presas.....	13
1.2.3.2 Canales principales.....	14
1.3 El Embalse Poechos	15
1.3.1 Descripción del embalse.....	15
1.3.2 Estructuras de protección y seguridad.....	15
1.3.2.1 Aliviadero de compuertas.....	15

1.3.2.2	Aliviadero de emergencias o dique fusible	16
1.3.2.3	Salida de fondo.....	16
1.3.2.4	Salida al canal de derivación Daniel Escobar.....	16
1.3.3	Operación del reservorio Poechos.....	16
1.3.4	Problema de colmatación	17
1.3.5	Propuesta de descolmatación.....	20
1.4	Oferta hídrica en la estación hidrométrica Ardilla	20
1.5	Caracterización de años hidrológicos.....	24
1.5.1	Años húmedos	26
1.5.2	Años normales.....	27
1.5.3	Años secos.....	28
1.5.4	Años extraordinarios	29
Capítulo II.	Fundamentación teórica de un proceso ARIMA.....	31
2.1	Metodología estocástica de series temporales.....	31
2.1.1	Proceso estocástico estacionario	32
2.1.1.1	Proceso estocástico estacionario en sentido estricto	32
2.1.1.2	Proceso estocástico estacionario en sentido débil	32
2.1.2	Proceso estocástico no estacionario	33
2.1.3	Proceso de ruido blanco	33
2.1.4	Procesos estocásticos estacionarios lineales.....	33
2.1.4.1	Procesos autorregresivos (AR(p))	34
2.1.4.2	Procesos de media móvil MA(q).....	35
2.1.4.3	Procesos ARMA (p,q).....	35
2.1.4.4	Funciones de autocorrelación simple y parcial para los distintos procesos	37
2.2	Procesos ARIMA	40
2.2.1	Modelo ARIMA estacional	40
2.2.2	Identificación de los posibles modelos ARIMA	41
2.2.3	Identificación de la estructura ARMA	42
2.2.4	Función de predicción del modelo ARIMA	42
Capítulo III.	Metodología de cálculo	44
3.1	Elaboración del Modelo ARIMA estacional	44
3.1.1	Identificación.....	45
3.1.2	Estimación.....	45
3.1.3	Validación	46
3.2	Tratamiento de la serie en estudio.....	46
3.2.1	Característica de la muestra.....	46

3.2.2	Identificación de la Función de Autocorrelación Simple (FAS) y Función de Autocorrelación Parcial (FAP).....	50
3.2.3	Identificación del modelo tentativo.....	50
3.2.4	Estimación.....	52
3.2.5	Validación.....	53
3.2.6	Predicciones con modelo ARIMA (3,1,1)(0,1,1) ₂₆	58
Capítulo IV. Análisis de Resultados		60
4.1	Predicciones de caudal desde 24 de agosto del 2015 al 16 de octubre de 2016.....	60
4.2	Predicciones de caudal desde el 28 de diciembre del 2015 al 19 de febrero del 2017.....	62
4.3	Predicciones de caudal desde el 25 de enero del 2016 al 19 de marzo del 2017.....	64
4.4	Predicciones de caudal desde el 07 de marzo del 2016 al 30 de abril del 2017.....	66
4.5	Comparación de predicciones.....	68
4.6	Intervalos para las predicciones.....	69
4.7	Variación diaria esperada de caudales.....	78
4.8	Reglas de operación del reservorio Poechos para el año hidrológico 2015-2016 y verano del 2016-2017.....	83
Conclusiones		84
Recomendaciones.....		86
Referencias.....		87

Introducción

La presente investigación desarrolla la simulación del comportamiento del caudal del río Chira a la entrada del reservorio Poechos, el cual es la estructura hidráulica más importante de la región Piura. Este reservorio ha perdido más de la mitad de su capacidad de almacenamiento por el problema de colmatación al que se enfrenta actualmente, acelerado por los dos fenómenos El Niño extraordinarios, producidos en 1983 y 1998. Bajo esta problemática, es necesario establecer una estrategia de descolmatación, de lo contrario el reservorio dejará de cumplir sus funciones de almacenamiento y regulación de avenidas, ocasionando problemas ambientales y socio económicos a la Región Piura. Para ello, es necesario predecir con suficiente precisión el comportamiento del caudal del río Chira para un horizonte de predicción suficiente con el fin de identificar el periodo óptimo para realizar la descolmatación del reservorio.

En tal sentido, la investigación planteada propone predecir el comportamiento del río Chira a la entrada del reservorio Poechos, empleando la metodología ARIMA. Con esta metodología se ha realizado la modelación estadística de los caudales del río en mención, con el objetivo de tener una predicción adecuada de la variabilidad de los datos hidrológicos y poder determinar reglas de operación del embalse, esto bajo diversas condiciones hidrológicas que pueden presentarse durante el período de vida útil de las obras.

Conforme a esto, se ha previsto el desarrollo de la presente tesis en cuatro capítulos. El primero, correspondiente al ámbito de estudio, muestra la ubicación del reservorio así como la hidrología y climatología de la cuenca binacional Catamayo Chira, su origen, etapas de construcción e infraestructura de la obra en general, seguido de una explicación del problema de colmatación del embalse. También presenta una descripción de la estación limnigráfica Ardilla, así como los aportes hídricos del río Chira, registrados en ella,

seguida de la caracterización hidrológica de los años de estudio, periodo 1950-2015, en años húmedos, normales, secos y extraordinarios, según su abundancia.

El segundo capítulo presenta la fundamentación teórica de un proceso ARIMA, y describe la metodología estocástica de series temporales y al proceso ARIMA.

El tercer capítulo, correspondiente al desarrollo de la metodología de cálculo del proceso ARIMA, presenta el procedimiento para la elaboración del modelo.

Finalmente, el último capítulo, presenta los resultados de predicción de los caudales usando el modelo ARIMA que mejor se ajusta a la serie en estudio, se estiman las predicciones para cuatro conjunto de datos con distintas fechas de inicio y se desarrollan los intervalos de predicción en los cuales podrían variar las estimaciones.

Capítulo I. Ámbito de estudio

1.1 Cuenca binacional Catamayo Chira

1.1.1 Ubicación y extensión

La cuenca binacional Catamayo Chira, también conocida como cuenca del río Chira en el Perú, identificada con el código 138, como se aprecia en la Figura 1 (CONSORCIO ATA-UNL-UNP, 2002) , se sitúa entre las coordenadas 03° 30´a 05° 08´ latitud sur y 79° 10´a 81° 11´ longitud oeste. Su altitud va desde la cota 4,000 msnm hasta el nivel del mar en la desembocadura del río en el Océano Pacífico. Ocupa un área total de 17 199,18 km² comprendida entre territorio peruano y ecuatoriano; de los cuales, 7 212,37 km² pertenecen al país de Ecuador y 9 986,81 km² pertenecen a nuestro país (Plan Binacional Catamayo Chira, 2003).

Sus límites hidrográficos son (Figura 1 y 2):

- Por el Norte, limita con la cuenca del río Puyango-Tumbes.
- Por el Sur, limita con la cuenca del río Piura.
- Por el Este, limita con las cuencas de Santiago y Chinchipe en Ecuador.
- Por el Oeste, limita con las cuencas Pariñas y Fernández y con el Océano Pacífico.

Entre las zonas ecuatorianas que recorre, se encuentran los cantones de Célica, Pindal, Macará, Sozoranga, Calvas, Espíndola, Gonzanamá, Quilanga, y parte de los territorios de los cantones de Loja, Catamayo, Paltas, Olmedo, Puyango y Zapotillo. Así mismo, la cuenca recorre las provincias de Ayabaca, Huancabamba, Paita, Piura, Sullana y Talara en el departamento de Piura, Perú (Plan Binacional Catamayo Chira, 2003).

El Estudio de Caracterización Hídrica y Adecuación entre la Oferta y la Demanda, en el Ámbito de la Cuenca Binacional Catamayo Chira (CONSORCIO ATA-UNL-UNP, 2002) divide la cuenca Catamayo Chira en 6 subcuencas (Tabla 1 y Figura 3).

Por su parte, la ANA la considera dividida en nueve unidades hidrográficas, según la nomenclatura internacional (Tabla 2 y Figura 4).

Tabla 1. Subcuencas de la cuenca binacional Catamayo Chira

Subcuencas	Área (km ²)	Ubicación
Sistema Chira	4 712	Ecuador-Perú
Chipillico	1 171	Perú
Quiroz	3 109	Perú
Alamor	1 190	Ecuador-Perú
Macará	2 833	Ecuador-Perú
Catamayo	4 184	Ecuador
Catamayo Chira	17 199	Ecuador-Perú

Fuente: (CONSORCIO ATA-UNL-UNP, 2002)

Tabla 2. Unidades hidrográficas de la cuenca binacional Catamayo Chira

Nivel 4	Unidad Hidrográfica	Área (km ²)
1381	Unidad Hidrográfica 1381	4 601
1382	Cuenca de la Quebrada La Solana	1 199
1383	Unidad Hidrográfica 1383	71
1384	Cuenca del Río Alamor	1 232
1385	Unidad Hidrográfica 1385	271
1386	Cuenca del Río Quiroz	3 102
1387	Unidad Hidrográfica 1387	374
1388	Cuenca del Río Macará	2 898
1389	Unidad Hidrográfica 1389	4,222
138	Cuenca del Río Chira	17 970

Fuente: (ANA, 2007).

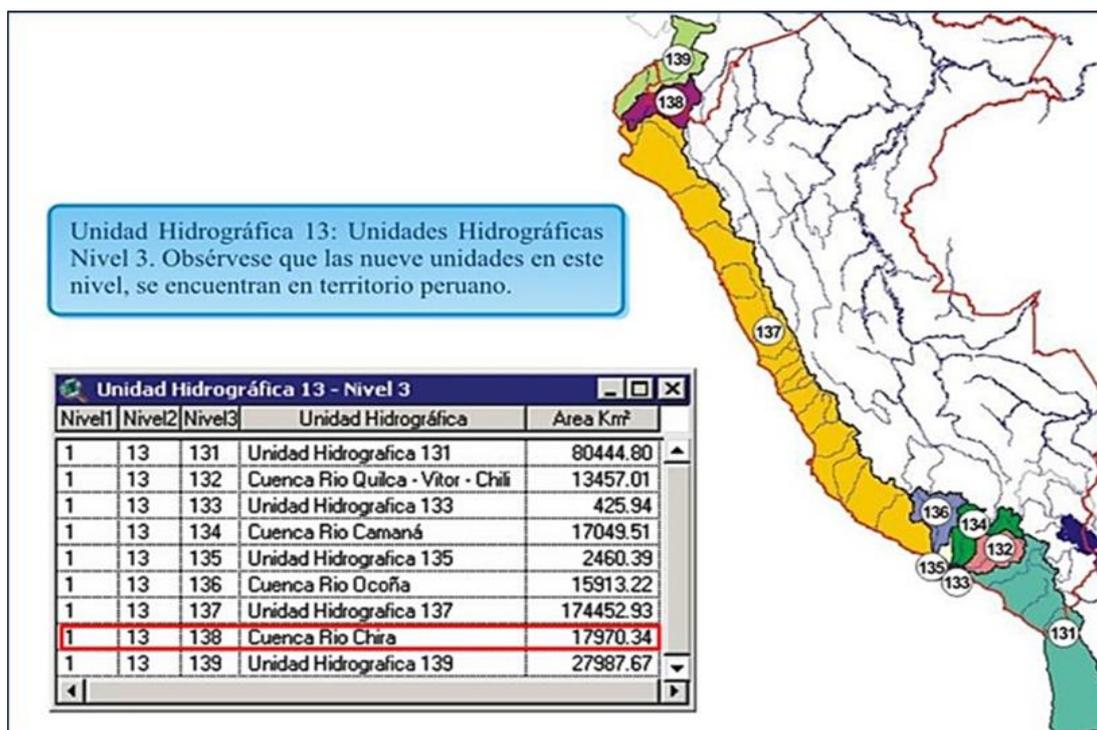


Figura 1. Ubicación de la cuenca binacional Catamayo Chira.

Fuente: (CONSORCIO ATA-UNL-UNP, 2002)



Figura 2. Límites hidrográficos cuenca binacional Catamayo Chira

Fuente: (<http://hispagua.cedex.es/sites/default/files/especiales/Trasvases/monograficocuenas2012/Cuenas-compartidas-peru-ecuador.html/>)

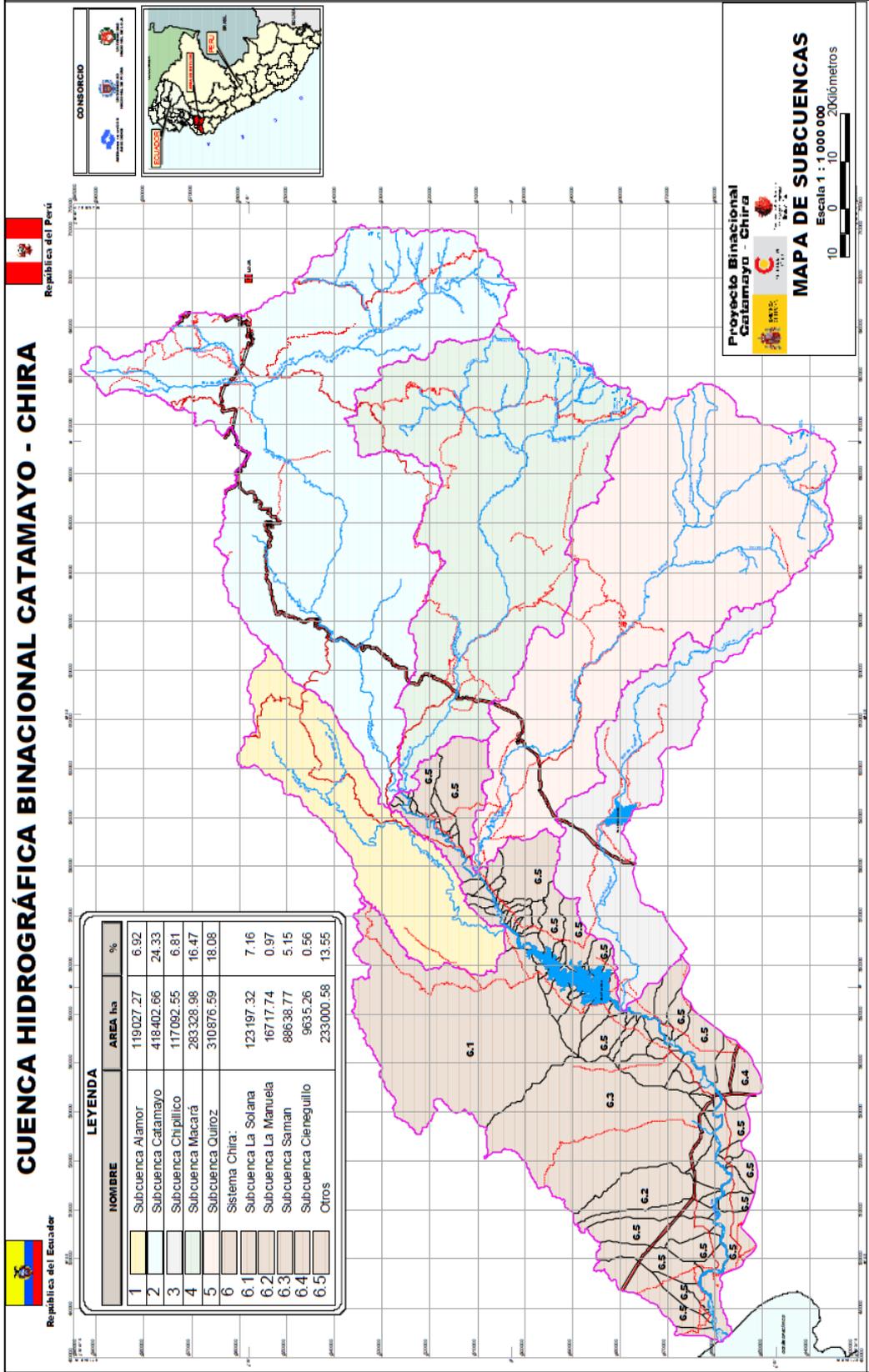


Figura 3. Mapa de las subcuencas de la Cuenca binacional Catamayo Chira

Fuente: (CONSORCIO ATA-UNL-UNP, 2002)

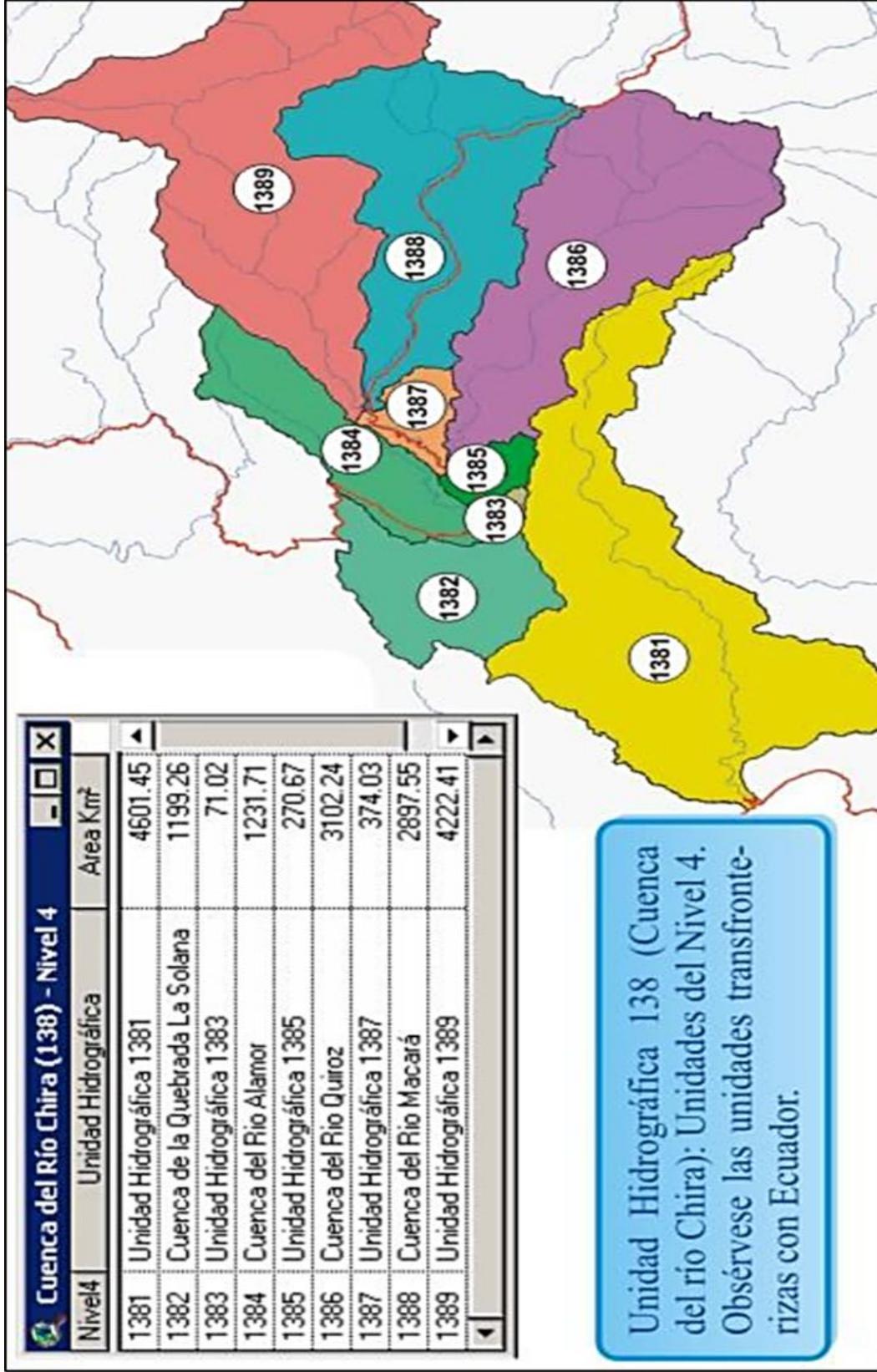


Figura 4. Mapa de las unidades hidrográficas de la Cuenca binacional Catamayo Chira
Fuente (ANA, 2007)

1.1.2 Hidrografía del río Chira

El río Chira, pertenece al sistema hidrográfico del Pacífico y nace en la Cordillera Occidental de los Andes con el nombre de Catamayo. El Catamayo está formado por la unión de dos ríos, El Arenal que fluye de sureste a noroeste y en diferentes tramos toma previamente las denominaciones de río Palmira, Piscobamba, Solanda y Chinguilamaca; y el río Guayabal que fluye de norte a sur.

Después de recorrer 150 km el Catamayo se une con el río Macará, que nace como río Calvas, formado de la unión de los ríos Espíndola y Chiriyacu. Desde la confluencia de los ríos Macará y Catamayo el río toma el nombre de Chira, y recorre 50 km, sirviendo de límite al Perú y Ecuador, hasta encontrarse con el río Alamor, que viene del norte y en su mayoría de territorio ecuatoriano; continúa con dirección suroeste en territorio peruano, hasta la ciudad de Sullana, para después tomar una dirección este-oeste hasta su desembocadura en el Océano Pacífico.

La longitud del río es de 315 km, de los cuales 196 km son recorridos en territorio ecuatoriano y 119 km en territorio peruano. El curso del río tiene una red que muestra un buen drenaje desde sus nacientes hasta su desembocadura.

Los afluentes principales en territorio ecuatoriano son el río Alamor por la margen izquierda y Tangula por la margen derecha. Los afluentes principales del río Chira en territorio peruano son: por su margen derecha, las quebradas Honda, Peroles, Samán, La Tina, Poechos y Cóndor, y por su margen izquierda, los ríos Quiroz, Chipillico y Macará. Por ambas márgenes hasta su desembocadura en el mar recibe los aportes de otras quebradas que se activan en épocas de lluvia. (CONSORCIO ATA-UNL-UNP, 2002)

Este río provee de agua a la represa de Poechos, la más grande del Perú, que regula el agua de riego de los valles Chira y Piura; por lo cual es de gran importancia para la agricultura de la zona.

1.1.3 Climatología

El tipo de clima en la cuenca binacional Catamayo Chira es muy variado: desde árido y semiárido en la parte baja; a subhúmedo, húmedo y muy húmedo en la parte alta. La Tabla 3 muestra la variación del tipo de clima en la cuenca, así como el área y porcentaje que abarca (Plan Binacional Catamayo Chira, 2003).

La temperatura promedio en la cuenca media es del orden de 24°C; sin embargo, alcanza valores máximos de hasta 28°C y 35°C y mínimos de hasta 13°C y 20°C, en épocas de verano e invierno, respectivamente.

Tabla 3. Tipos de clima de la cuenca binacional Catamayo Chira

Tipo de clima	Área (ha)	%
Árido	3 582	21
Semiárido	4 653	27
Subhúmedo	5 361	31
Húmedo	3 465	20
Muy húmedo	138	1
Total	17 199	100

Fuente: (CONSORCIO ATA-UNL-UNP, 2002)

Las precipitaciones presentan marcadas variaciones de espacio y de tiempo: en la cuenca baja, los periodos lluviosos son cortos y escasos, a excepción de los años en que se presenta el Fenómeno El Niño (FEN), durante los meses de enero a abril; en la cuenca media, los meses de lluvia son de diciembre a mayo; y en la cuenca alta, los meses de lluvia se prolongan de octubre a mayo, con excepciones en las partes altas de los cantones de Quilanga, Gonzamaná y Catamayo, donde llueve todo el año en forma regularmente distribuida (CONSORCIO ATA-UNL-UNP, 2002). Las isoyetas anuales presentan variaciones abismales, fluctúan entre valores que van desde los 100 mm en la cuenca baja hasta valores de 1900 mm en la cuenca alta (Plan Binacional Catamayo Chira, 2003).

Así mismo, la variación temporal de la evaporación es pequeña, pero su variación espacial es grande, oscilando entre 6.0 mm/día en la cuenca baja hasta 3.0 mm/día en la cuenca alta. Esta variación se da por la variación de la temperatura y otros elementos meteorológicos (CONSORCIO ATA-UNL-UNP, 2002).

1.1.4 Geomorfología de la cuenca

El Consorcio ATA-UNL-UNP (2002) presenta las principales características geomorfológicas de la cuenca. El cauce de mayor pendiente es el del río Alamor, mientras que la cuenca de mayor pendiente es la del río Quiroz. En las Tablas 4, 5 y 6 se detalla la pendiente media de cauces, la pendiente media de cuencas y condiciones de drenaje de las cuencas.

Tabla 4. Pendiente media de cauces

CUENCA	Cauce principal %
Río Catamayo Chira	1.13
Río Alamor	2.25
Río Catamayo	1.5
Río Macará	1.36
Río Quiroz	1.75
Río Chipillico	2.04

Fuente: (CONSORCIO ATA-UNL-UNP, 2002)

Tabla 5. Pendiente media de cuencas

CUENCA	Pendiente media %
Río Catamayo Chira	16.7
Río Alamor	56.52
Río Catamayo	91.95
Río Macará	85.68
Río Quiroz	94.05
Río Chipillico	52.78

Fuente: (CONSORCIO ATA-UNL-UNP, 2002)

Tabla 6. Condiciones de drenaje de las cuencas

CUENCA	Densidad de red de cauces (cauces/km²)	Densidad de drenaje (km/km²)
Río Catamayo Chira	0.093	0.453
Río Alamor	0.063	0.302
Río Catamayo	0.060	0.347
Río Macará	0.119	0.432
Río Quiroz	0.032	0.159
Río Chipillico	0.347	1.231

Fuente: (CONSORCIO ATA-UNL-UNP, 2002)

1.2 Proyecto Especial Chira-Piura

El Proyecto Especial Chira Piura (PEChP), es un sistema de riego integrado por la unión hidráulica de las cuencas de los ríos Chira y Piura. Tiene a su cargo la inversión más importante en materia de irrigaciones en el país, con la tarea concreta de maximizar la explotación de los valles Chira y Piura, a través de su dotación de agua por gravedad para el riego oportuno y suficiente, así como protegerlos contra inundaciones; buscando incrementar, tanto la productividad y producción agrícola, así como la rentabilidad y competitividad agropecuaria y agroindustrial (Proyecto Especial Chira Piura, 2015).

1.2.1 Origen

El río Piura, que es de torrente muy irregular y con períodos largos de sequía, afecta seriamente los cultivos de este valle. Notándose las marcadas diferencias hidrológicas entre las cuencas Chira y Piura, y la distribución irregular de agua en tiempo, espacio y volumen, se planteó corregir este desequilibrio natural en base a un plan integral de desarrollo de dichas cuencas.

Es así que nace el PEChP; mediante el cual, los caudales excedentes del río Chira, luego de ser almacenados en el embalse de Poechos, serían trasvasados al río Piura mediante el canal de derivación.

En el año 1969 el Gobierno del Gral. Juan Velasco Alvarado, mediante el Decreto Ley N°17463, declaró prioritario y de interés nacional la ejecución del PEChP; y el 1 de setiembre de 1970, mediante Decreto Ley 18381, fue creada la Dirección Ejecutiva del

Proyecto Chira-Piura en el más alto nivel del sector público, para llevar adelante su ejecución (Proyecto Especial Chira Piura, 2015).

1.2.2 Etapas de ejecución

La ejecución de las obras se planificó en tres etapas ilustradas en la Figura 5 (Proyecto Especial Chira Piura IV, 2015)

1.2.2.1 Primera Etapa

Se ejecutó con el fin de mantener el abastecimiento de agua de riego regulada en los valles del Medio y Bajo Piura; así como de realizar obras de drenaje para rehabilitar las tierras de cultivo. La obra consistió en trasvasar el agua del río Chira al río Piura a través del canal de Derivación Daniel Escobar. Los trabajos comenzaron en el año 1972 y culminaron en 1979. (Proyecto Especial Chira Piura I, 2015)

Obras ejecutadas

- Reservoirio de Poechos de capacidad de 885 MMC.
- Canal de derivación “Daniel Escobar”, que deriva las aguas del río Chira al río Piura.
- Canal Parales, de 8 km de longitud y 4.8 m³/s de capacidad para irrigar 5 514 ha.
- Canal paralelo Cieneguillo de 7.8 km de longitud y 6.2 m³/s de capacidad para irrigar 5 422 ha.
- Construcción de 452 km de drenes troncales en el Bajo Piura.
- Ampliación de 5 422 hectáreas de frontera agrícola, en el asentamiento agrícola de Cieneguillo.

1.2.2.2 Segunda Etapa

Se ejecutó con la finalidad de aumentar la producción y productividad de 30,000 ha agrícolas del Valle del Bajo Piura e incorporar 5 615 ha bajo riego.

Las obras se iniciaron en enero de 1980 y terminaron en 1989 con la ejecución de los trabajos de reconstrucción de las obras dañadas por el Fenómeno El Niño de 1983 (Proyecto Especial Chira Piura II, 2015).

Obras ejecutadas

- Presa derivadora Los Ejidos, de 4.8 MMC de capacidad.
- Diques de defensa y encauzamiento del río Piura en el Bajo Piura, desde el puente Bolognesi en la ciudad de Piura hasta la laguna Ramón, en una longitud total de 63 Km de los cuales 38 Km corresponden al dique derecho y 25 Km al dique izquierdo.
- Rehabilitación de 7,980 ha de tierras afectadas con problemas de salinidad y drenaje.
- Obras de riego y drenaje a nivel parcelario.
- Construcción de 86 km de canales secundarios y terciarios revestidos de concreto.

- Obras de reconstrucción Fenómeno El Niño de 1983: canal de derivación Chira - Piura, canal principal del Bajo Piura, drenaje troncal del Bajo Piura, diques de encauzamiento del río Piura.
- Servicios de extensión agrícola y riego tecnificado.
- Estudios definitivos de remodelación del Valle del Chira y estudio de factibilidad del Alto Piura.

1.2.2.3 Tercera Etapa

Se ejecutó con la finalidad de irrigar por gravedad 37,278 ha e incorporar a la agricultura 4 908 ha en el valle del Chira, eliminando de esta manera el antiguo y costoso sistema de riego por bombeo. Las obras empezaron el 19 de agosto de 1988 con la ejecución del canal Miguel Checa. (Proyecto Especial Chira Piura III, 2015).

Obras ejecutadas

- Canal Miguel Checa, que permite el desarrollo de aproximadamente 14 481 hectáreas.
- Presa derivadora Sullana, de 6 MMC de capacidad.
- Sistema de canales Norte y Sur; el canal Norte con una longitud de 39.20 km y capacidad variable de 25.50 m³/s a 3.80 m³/s; el canal Sur con una longitud de 25.75 km y capacidad variable de 7.00 m³/s a 0.55 m³/s, la toma se ubica en el Km 16+ 156 del canal Norte.
- Sistema de drenaje; con una longitud de 52.69 km.
- Sistema de defensas contra inundaciones, con una longitud de 57.03 Km.

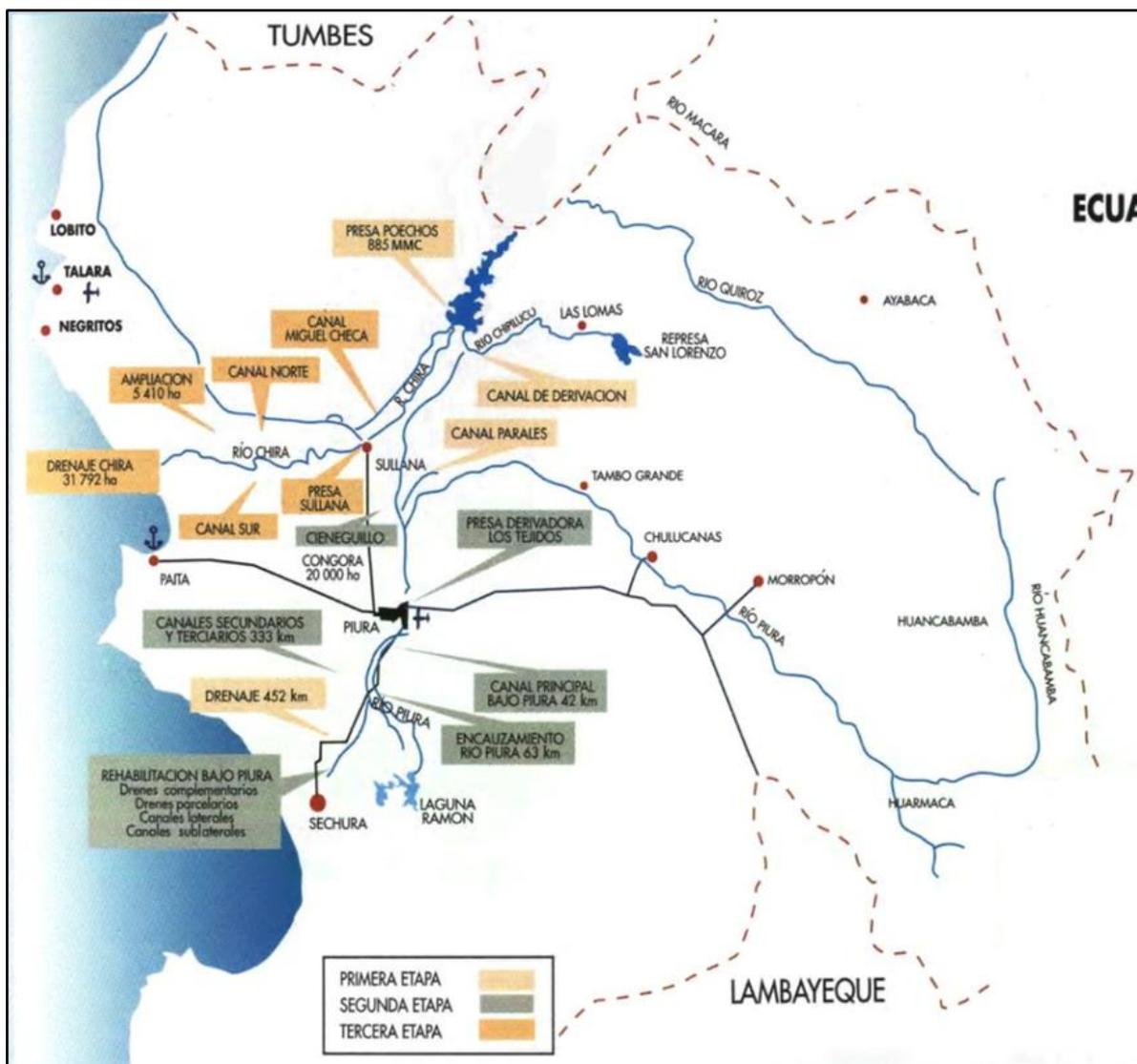


Figura 5. Ámbito del Proyecto Especial Chira Piura.

Fuente: (Proyecto Especial Chira Piura IV, 2015)

1.2.3 Infraestructura mayor de riego

1.2.3.1 Presas

- **Reservorio Poechos**

Tiene una capacidad de 885 MMC en su cota de operación normal a 103 msnm. Por ser la principal estructura del sistema de irrigación Chira-Piura.

- **Presa Derivadora Los Ejidos**

Está ubicada en el cauce del río Piura a 7 km aguas arriba de la ciudad de Piura. Tiene como función captar las aguas reguladas provenientes de la Presa Poechos, así como las del mismo río Piura para el suministro de agua al valle del Bajo Piura. El nivel normal de operación de la presa es a 30.5 msnm, con un volumen de 4.8 MMC (Universidad de Piura, 2015).

Estructuras

- Vertedero libre: Tiene una longitud de 120 m y una capacidad de evacuación de 950 m³/s.
- Aliviadero de compuertas: Está conformado por 7 compuertas radiales, con una capacidad de evacuación de 1 550 m³/s.
- Canal de limpia: Está conformado por 2 compuertas radiales, con una capacidad de evacuación de 700 m³/s.
- Bocatoma canal Principal: Con 3 compuertas radiales y con capacidad de captación de 64 m³/s (Universidad de Piura, 2015).

- **Presa Derivadora Sullana**

Está ubicada en el cauce del río Chira a 0.5 km aguas abajo de la ciudad de Sullana. Está construida íntegramente de concreto armado y tiene una longitud de coronamiento de 362 m, con una mini central Hidroeléctrica, así como dos bocatomas hacia el canal Jíbito y al canal Norte. El nivel normal de operación de la presa es a 36.5 msnm, con un volumen de 6 MMC (Universidad de Piura, 2015).

Estructuras

- Aliviadero libre: Tiene una longitud de 287 m, con una capacidad de descarga de 7 000 m³/s.
- Aliviadero de compuertas: Está conformado por ocho compuertas radiales, tiene una longitud de 76 m y un caudal de descarga de 3 830 m³/s (Universidad de Piura, 2015).

1.2.3.2 Canales principales

- **Canal de derivación Daniel Escobar**

Es un canal de 54 km de longitud, de sección trapezoidal, totalmente revestido de concreto y con una capacidad máxima de 75 m³/s.

Lleva las aguas del río Chira reguladas en Poechos hasta la cuenca del río Piura. Sus aguas abastecen demanda agrícola (Juntas de Usuarios del Medio y Bajo Piura), industrial (AQUAPERU, etc.), energética (Poechos II y Curumuy) y poblacional; con un total de 27 tomas de diferentes tamaños a lo largo de su longitud, con anchos que van de 2 a 5 m. para captar caudales de 10 l/s, 100 l/s, etc. (Universidad de Piura, 2015)

- **Canal Miguel Checa**

Es un canal de tierra de sección trapezoidal de 79 km de longitud. Diseñado para un caudal inicial de 19 m³/s en bocatoma y en el extremo final de 1 m³/s. Este canal permite el desarrollo de aproximadamente 14 481 hectáreas.

Lleva las aguas del río Chira reguladas en Poechos hacia el valle del Chira (Universidad de Piura, 2015).

- **Canal Norte**

Es un canal revestido de concreto, de sección trapezoidal, que en su inicio conduce 25.5 m³/s, tiene un recorrido de 39 km, hasta la altura de la ciudad de Amotape. En su recorrido en la margen derecha del río Chira, cruza hacia la margen izquierda a través del sifón Chira de 687 m de longitud y trasvasa 6.9 m³/s para irrigar 4,550 hectáreas en el sector “El Arenal”.

Conduce las aguas reguladas del río Chira en la Presa de Sullana, hacia la parte baja del valle (Universidad de Piura, 2015).

1.3 El Embalse Poechos

Poechos constituye la obra principal de la primera de las tres etapas del Proyecto Especial Chira-Piura y representa la más importante del Sistema de Riego Chira-Piura. Está ubicada sobre el río Chira, al noroeste del Perú, en una zona costera y desértica, a unos 60 Km al norte de la Ciudad de Piura y 1000 km de Lima (Universidad de Piura, 2015).

1.3.1 Descripción del embalse

Su construcción se inició en el año 1970 y culminó en 1976. Para ella se emplearon 18 MMC de relleno de 14 tipos de materiales diferentes, y se excavaron 9 MMC de tierra. En las obras de concreto armado, se emplearon 401 000 m³ de hormigón.

La presa es de tierra, de tipo terraplenado, con núcleo de arcilla, con una altura máxima de 48 m, una longitud de 11 km y cota en la corona de la presa de 108 msnm. Está conformada por el dique principal, que cierra el cauce del río Chira, y los diques laterales izquierdo y derecho; formando un embalse de 1,000 MMC de capacidad. El nivel normal de operación es la cota 103 msnm, con el cual se almacenan 885 MMC.

Fue puesta en operación el 4 de junio de 1976. Permite irrigar los valles Chira y Piura, es fuente generadora de 42 MW de energía (entre las centrales hidroeléctricas de Curumuy, Poechos I y Poechos II), y abastece de agua para uso poblacional a las ciudades de Piura, Sullana, Paita y Talara (Universidad de Piura, 2015).

1.3.2 Estructuras de protección y seguridad

1.3.2.1 Aliviadero de compuertas

Está constituido por tres compuertas radiales, de 10 m de ancho por 12 m de altura y 210 toneladas de peso cada una. La función del aliviadero es controlar las descargas de agua hacia el río Chira en época de avenidas. Su capacidad máxima de descarga es de 5400 m³/s.

La operación se realiza sobre la base de un procesamiento de datos hidrológicos de la cuenca del Chira, obtenidos de las estaciones limnigráficas El Ciruelo, Paraje Grande y Ardilla, haciéndose la respectiva evaluación para las descargas de avenidas en tiempos fluviales. La abertura de compuertas se evalúa en función de la cota a la que opera el

embalse y del caudal que se pretende evacuar, distribuido entre las tres compuertas. De esta manera, a un nivel de operación de 103 m y caudal máximo de 1800 m³/s por compuerta, se tiene una abertura máxima de 12.33 m, por ejemplo.

Cada compuerta tiene un tablero de control que necesita 160 psi y 50 psi, para subir y bajar, respectivamente. La operación de compuertas se hace progresivamente evacuando el caudal cada 50 m³/s en un tiempo aproximado de 12 a 14 minutos (Universidad de Piura, 2015).

1.3.2.2 Aliviadero de emergencias o dique fusible

Está localizado en el dique izquierdo de la presa. Consta de un solado de concreto de 400 m de longitud con muros laterales que definen 4 cuerpos individuales de 100 m cada uno, sobre los cuales existe un relleno fusible de tierra, provisto para ser erosionado cuando las aguas excedan el nivel máximo de seguridad de la presa (105 msnm). La capacidad máxima de descarga es de 10,000 m³/s.

Desde su puesta en operación en 1976, esta estructura se encuentra inactiva evitando el PEChP a toda costa su puesta en funcionamiento por las inundaciones que causaría aguas abajo (Universidad de Piura, 2015).

1.3.2.3 Salida de fondo

Se trata de una estructura de concreto armado con blindaje. Tiene 300 m³/s de capacidad y 415 m de longitud. Consta de compuertas de rueda de 4.50 m de diámetro, válvula de mariposa y compuerta radial. Constituye las salidas hacia los canales laterales Miguel Checa y Huaypirá, que irrigan el valle del Chira (Universidad de Piura, 2015).

1.3.2.4 Salida al canal de derivación Daniel Escobar

Se inicia en el dique izquierdo de la presa con dos conductos de 2.4 m de diámetro que terminan en compuertas radiales.

Actualmente, con la adición de la central hidroeléctrica Poechos II, el agua es redirigida a la central a través de su propia compuerta, para aprovechar la fuerza del recurso hídrico, para ya después continuar con el canal propiamente dicho (Universidad de Piura, 2015).

1.3.3 Operación del reservorio Poechos

La operación se realiza sobre la base de un procesamiento de datos hidrológicos de la cuenca, y de las demandas de los planes de cultivo y riego de los valles Chira y Piura. El embalse permite controlar avenidas y descargas máximas en el río Chira, para que no se produzcan desastres en las partes bajas de la cuenca. En el nivel normal de operación, cota 103 msnm, se forma un espejo de agua de 63.1 Km². La masa de agua almacenada es utilizada básicamente para fines agrícolas, utilizándose también para fines hidroenergéticos, mineros, industriales y pesqueros.

El reservorio Poechos se opera en función de los requerimientos de las Juntas de Usuarios y otros consumidores y a la programación semanal que elabora la Autoridad Local del Agua de la Cuenca Hidrográfica Chira-Piura, la que aprueba las solicitudes de los usuarios del sistema.

La operación del embalse está a cargo del PEChP, quien autoriza la distribución de agua conforme a los mencionados programas semanales (Universidad de Piura, 2015).

1.3.4 Problema de colmatación

El reservorio Poechos, la estructura más importante del sistema, fue diseñado para almacenar un volumen de 885 MMC a la cota de operación normal 103 (incluido el volumen muerto de 180 MMC), destinado a laminar los caudales máximos del río Chira y almacenar el agua necesaria con el fin de garantizar el suministro racional del agua a los usuarios en época de estiaje en los dos valles (el Chira y el Piura); sin embargo, en la actualidad, el nivel de colmatación es tal, que su capacidad de almacenamiento ha sido reducida a más de la mitad, presentando serias limitaciones en su capacidad de almacenamiento a causa de la acelerada sedimentación del embalse.

La cantidad de sedimentos que se produce en la cuenca y que es transportada a través del sistema fluvial hasta el embalse, y las características fisiográficas del reservorio son los factores más influyentes en la intensidad y proceso de colmatación del embalse. Estos sedimentos son originados debido a la erosión de los suelos y riberas de los cursos de agua de la cuenca, por acción de la energía de lluvia y escorrentía y por actividades antropogénicas no controladas.

Para un periodo de 50 años de vida útil, según diseño, se estimaba una pérdida de capacidad total de 385 MMC, lo que equivalía a aproximadamente 8 MMC por año; sin embargo, con los dos FEN de los años 1982-83 y 1997-98, se perdió en tan sólo dos años alrededor de 150 MMC.

Según la batimetría realizada por el PEChP a fines del año 2012, el embalse tenía un volumen útil técnico de 396.1 MMC, lo que sumado a los 15.3 MMC del volumen muerto (por debajo de la cota de derivación 78.50) da una capacidad de 411.4 MMC hasta la cota de operación 103. En la batimetría realizada a finales de 2014 se determinó una capacidad de 405.6 MMC, equivalente a una pérdida de 54.2% de la capacidad original. En la Figura 6 se muestra el volumen de sedimentos acumulados en el 2013 y el volumen que tenía el reservorio en 1976.

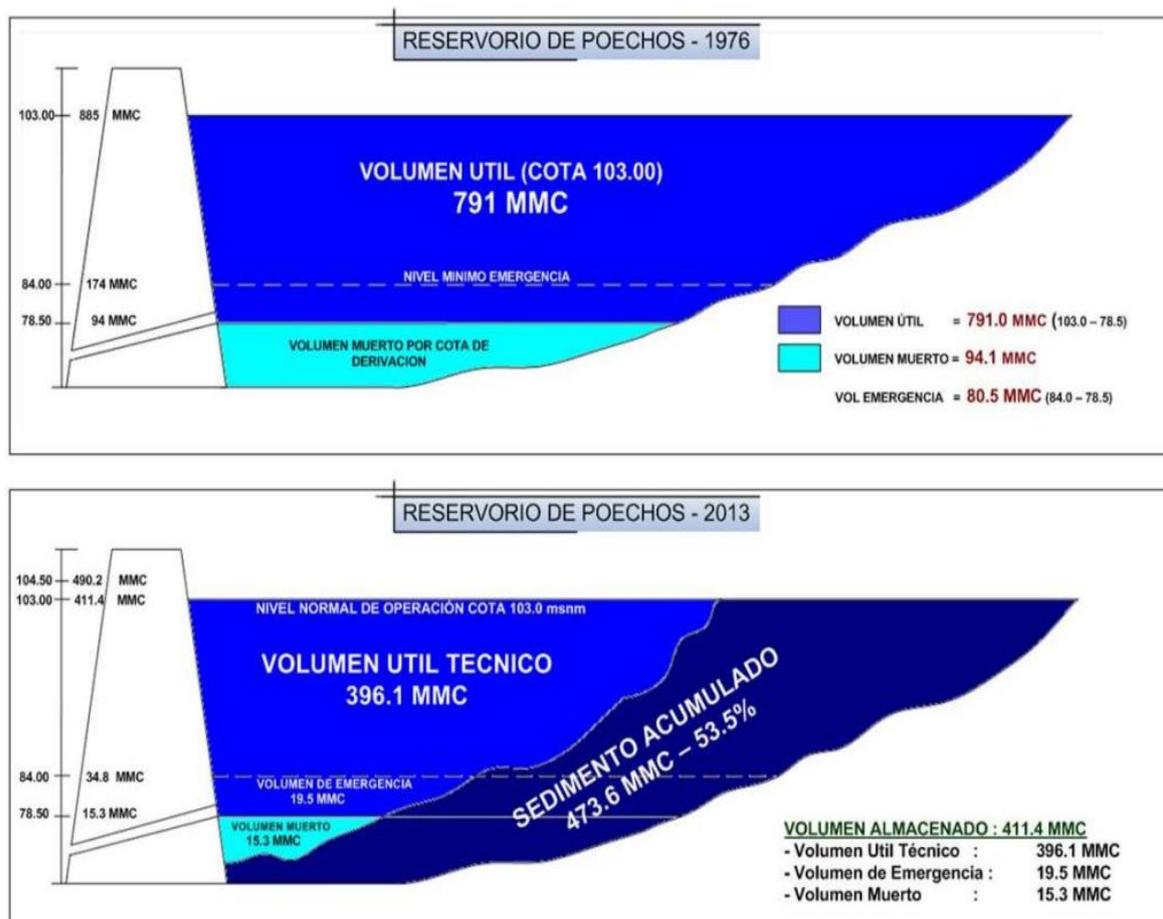


Figura 6. Volumen del reservorio 1976-2013, según batimetría de fines del año 2012.

Fuente: (Universidad de Piura, 2015).

Si consideramos los últimos 15 años (2000-2015) la tasa de volumen sólido retenido respecto al volumen líquido ingresado a la presa es en promedio de 1.5 por mil, gracias a la operación más efectiva que se viene dando. Sin embargo, si se estima esa tasa de retención promedio con el aporte medio anual del Chira que es de 4250 MMC, se tendría una retención media anual de 6.2 MMC, lo que en 10 años haría un volumen adicional de 62 MMC. Si a ello añadimos la presencia de un año extremadamente húmedo, tipo FEN fuerte con unos 8500 MMC de masa anual, y un nivel de retención de 4.4 por mil, según promedio de registros 1983, 1998, 1999 y 2008, se tendría un aporte adicional puntual de 38 MMC, lo que haría que en 10 años promedio más un FEN fuerte, ni siquiera extraordinario, el volumen retenido sería de 100 MMC de sedimentos. En la Tabla 7 vemos la acumulación de los sedimentos en el reservorio desde el año 1976 hasta el 2014.

Tabla 7. Acumulación de sedimentos desde año 1976 a 2014

A fines del año	Sedimento (MMC)				% perdido	Volumen hasta 103	Aportes (MMC)	
	Batimetría	Parcial	Anual	Acumulada			Anual	Acumulado
1976	-	-	26.6	26.6	3%	858.4	5323	5323
1977	-	-	17.3	43.9	5%	841.1	3473	8796
1978	-	-	7.4	51.3	6%	833.7	1490	10286
1979	B1	59.4	8.1	59.4	7%	825.6	1624	11910
1980			11	70.4	8%	814.6	1800	13710
1981	B2	22.7	11.7	82.1	9%	802.9	1901	15612
1982	-	-	7.7	89.8	10%	795.2	1642	17254
1983	B3	82.7	75	164.8	19%	720.2	15932	33186
1984	-	-	17	181.8	21%	703.2	6619	39805
1985	-	-	4.5	186.3	21%	698.7	1753	41558
1986	-	-	5.1	191.4	22%	693.6	1981	43538
1987	B4	36.1	9.5	200.9	23%	684.1	3678	47216
1988	-	-	2.8	203.7	23%	681.3	1402	48618
1989	-	-	8.2	211.9	24%	673.1	4070	52688
1990	-	-	3.6	215.5	24%	669.5	1780	54468
1991	B5	18.6	4	219.5	25%	665.5	1979	56447
1992	-	-	9.8	229.3	26%	655.7	4993	61441
1993	-	-	9.5	238.8	27%	646.2	5251	66692
1994	B6	24.7	5.4	244.2	28%	640.8	4751	71443
1995	-	-	4.5	248.7	28%	636.3	1494	72937
1996	-	-	4.8	253.5	29%	631.5	1631	74568
1997	B7	15.6	6.3	259.8	29%	625.2	2240	76808
1998	B8	75.9	75.9	335.7	38%	549.3	17556	94364
1999	B9	31.3	31.3	367.0	41%	518.0	7018	101381
2000	B10	12	12	379.0	43%	506.0	6114	107495
2001	B11	8	8	387.0	44%	498.0	5785	113280
2002	B12	6.5	6.5	393.5	44%	491.5	6211	119491
2003	B13	1.5	1.5	395.0	45%	490.0	1992	121483
2004	B14	2.24	2.24	397.2	45%	487.8	1496	122978
2005	B15	0.26	0.26	397.5	45%	487.5	2301	125279
2006	B16	5.35	5.35	402.9	46%	482.2	4421	129700
2007	B17	3.45	3.45	406.3	46%	478.7	2126	131827
2008	B18	37.63	37.63	443.9	50%	441.1	8868	140694
2009	B19	12.64	12.64	456.6	52%	428.4	6983	147677
2010	B20	5.8	5.8	462.4	52%	422.6	2657	150334
2011	B21	4.75	4.75	467.1	53%	417.9	2708	153042
2012	B22	6.41	6.41	473.5	54%	411.5	8699	161741
2013	B23	4.04	4.04	477.6	54%	407.4	1895	163635
2014	B24	1.83	1.83	479.4	54.2%	405.6	2136	165771

Fuente: (Universidad de Piura, 2015).

Por lo expuesto, si bien es cierto la operación ha disminuido las tasas de retención, de no tomarse las medidas necesarias, el reservorio Poechos dejará de cumplir sus funciones de almacenamiento y regulación de avenidas lo que originaría problemas socio económico y ambiental en la región. De ocurrir un Fenómeno El Niño en el futuro, la capacidad del embalse se vería seriamente afectada.

1.3.5 Propuesta de descolmatación

La propuesta de descolmatación consiste en que la misma energía del agua arrastre los sedimentos, realizando así la purga del embalse. Para mejorar este proceso se puede adicionar estructuras menores como espigones dentro del embalse y operar las compuertas oportunamente.

La construcción de los espigones ayudaría a cerrar el cauce obligando a el agua a buscar otro camino. Al formar otro cauce erosionará y arrastrará hacia aguas abajo un volumen correspondiente a un canal de varios kilómetros de longitud. En la Figura 7 se observa el comportamiento del cauce al cerrar el camino original.

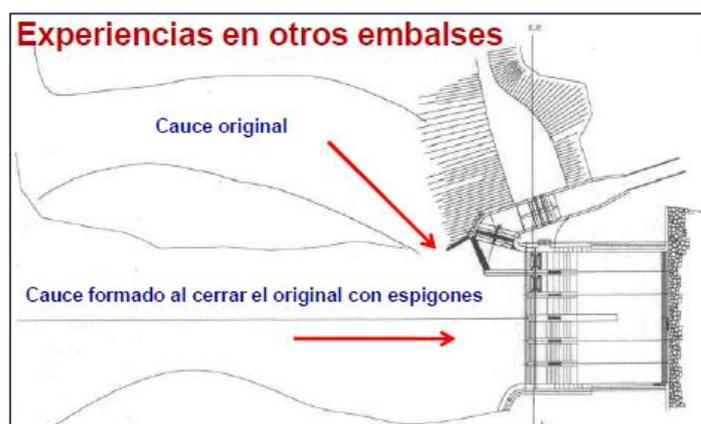


Figura 7. Volumen del reservorio 1976-2013.

Fuente: (Reyes et al, 2010)

Este proceso deberá realizarse en los meses de verano de los años húmedos, siempre y cuando se pronostiquen volúmenes suficientes para abastecer al valle, debido a que mientras se ejecuta no se podría almacenar el agua hasta su término.

Esta propuesta fue planteada por el investigador Dr. Jorge Reyes Salazar, como objetivo del proyecto “Desarrollo de una metodología de descolmatación de un reservorio utilizando la misma energía del agua y a un bajo costo. Caso piloto: reservorio Poechos – Piura”.

1.4 Oferta hídrica en la estación hidrométrica Ardilla

Para analizar la oferta hídrica se cuenta con los registros del caudal promedio diario medido en la estación Ardilla, ubicada a la entrada del reservorio Poechos, desde el año 1950 hasta la actualidad. La estación pertenece a la red hidrográfica del río Chira, es controlada por el PEChP, y sus registros hidrográficos constituyen la base para la operación del embalse.

La estación Ardilla, al estar ubicada a la entrada del reservorio incluye el aporte hídrico de los principales ríos tributarios Catamayo, Macará, Quiroz y Alamor. Tiene el propósito de evaluar los recursos hídricos disponibles provenientes de la corriente del río Chira a la entrada del reservorio Poechos. Se ubica en el distrito de Lancones, en la provincia de

Sullana a una localización UTM de 9 503 270 de latitud y 567 048 de longitud; y a una altitud de 106 msnm; y se encuentra a cargo del PEChP desde el 01 de enero del año 1976 hasta la actualidad.

De la Figura 8 a la 11 se muestra la situación hidrológica del río Chira durante el periodo 1950-2015, a partir de los caudales promedio diarios medidos en la estación Ardilla, que además han sido dispuestos en forma diaria, semanal, mensual y anual para obtener un alcance más detallado.

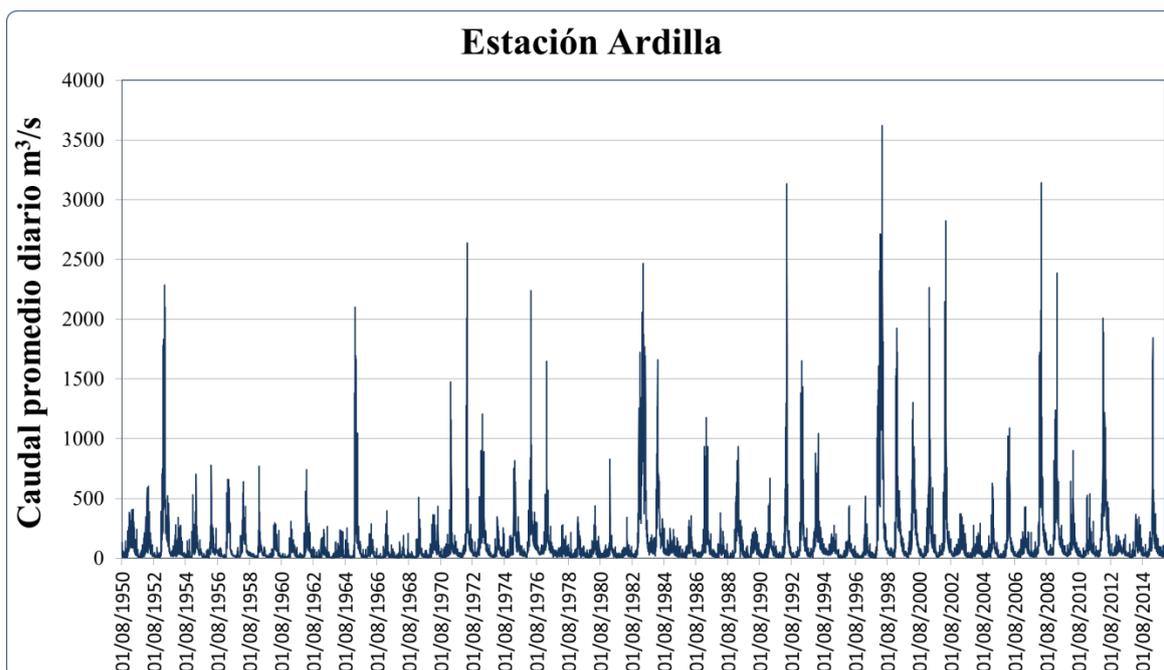


Figura 8. Caudales promedio diario del río Chira en la estación Ardilla periodo 1950-2015

Fuente: Elaboracion propia

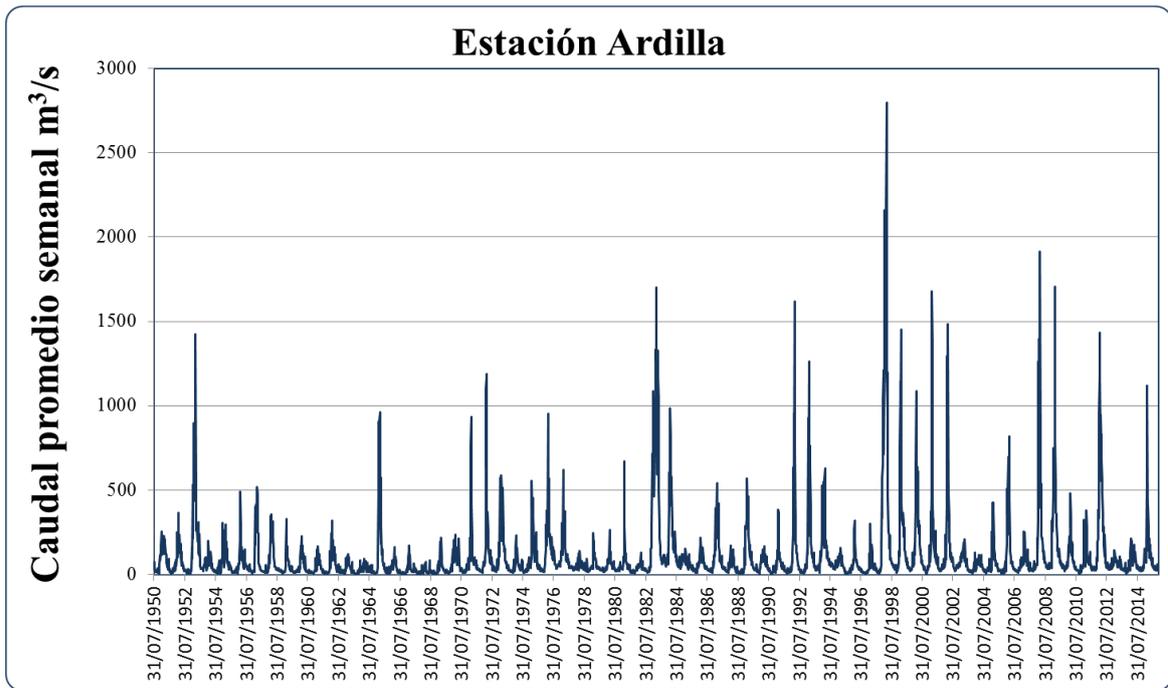


Figura 9. Caudales promedio semanales del río Chira en la estación Ardilla periodo 1950-2015

Fuente: Elaboración propia

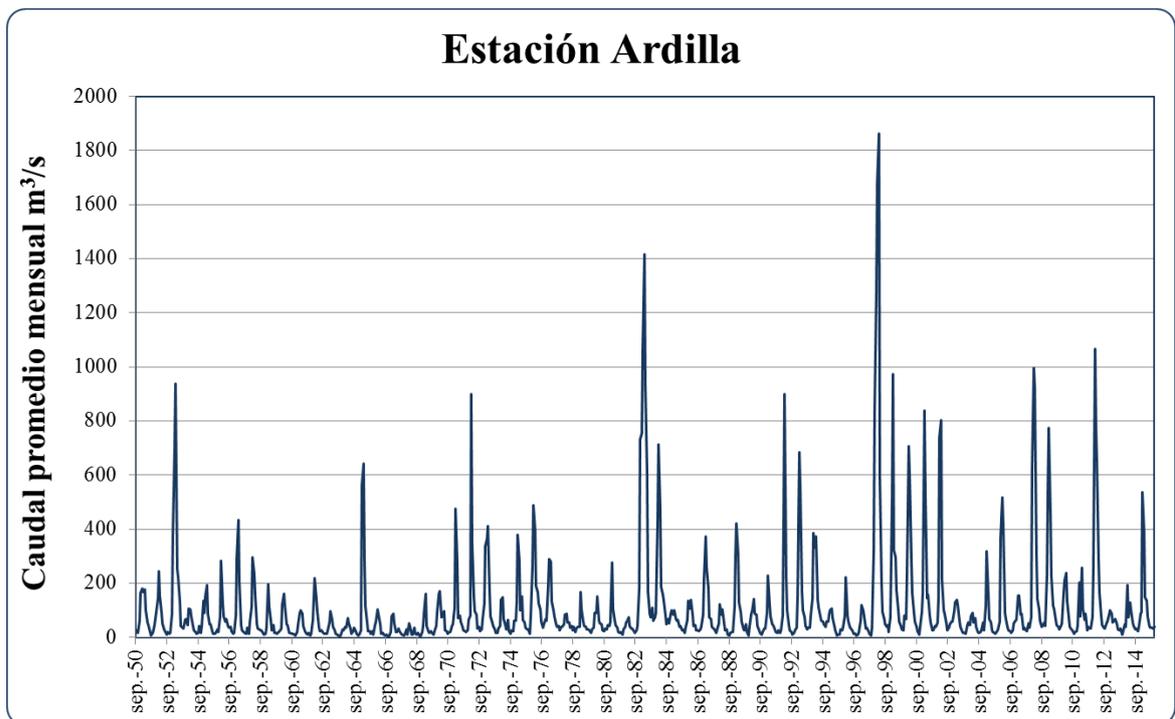


Figura 10. Caudales promedio mensuales del río Chira en la estación Ardilla periodo 1950-2015

Fuente: Elaboración propia.

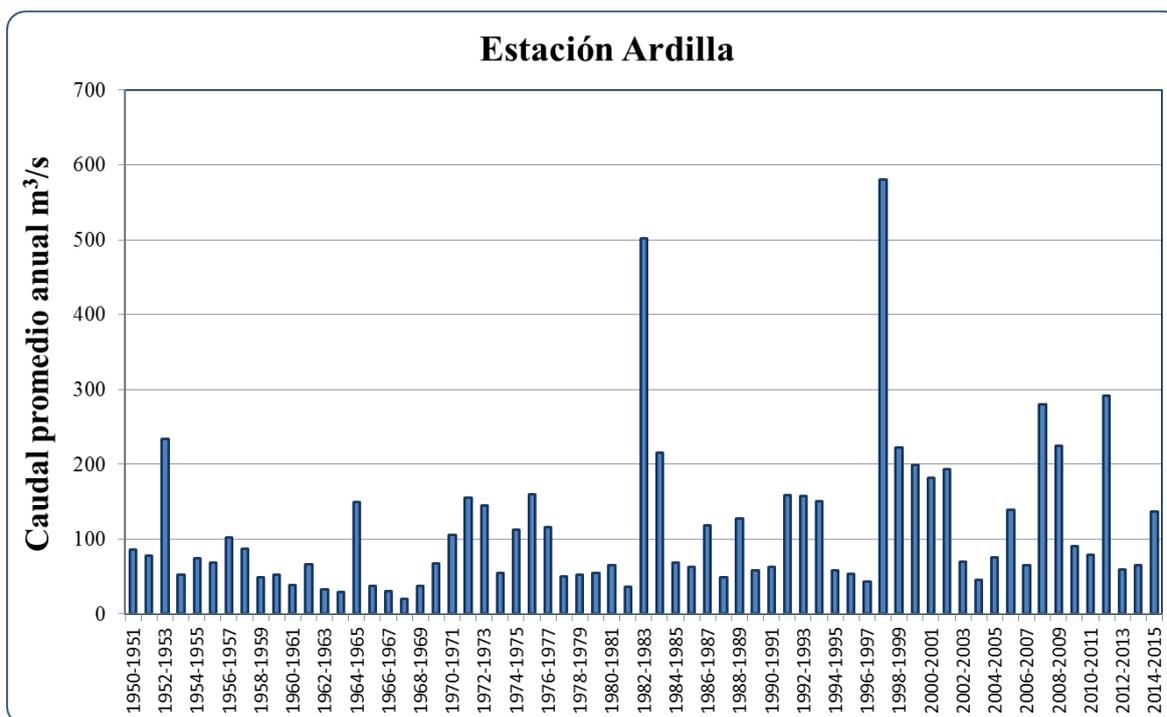


Figura 11. Caudales promedio anuales del río Chira en la estación Ardilla periodo 1950-2015

Fuente: Elaboración propia.

El mayor caudal medio diario fue de 3620.80 m³/s, registrado el 07/04/98, mientras que los máximos semanal y mensual fueron de 2797.31 m³/s y 1861.99 m³/s registrados en abril de 1998. En el año hidrológico 1997-1998 se registró el mayor caudal medio anual del periodo estudiado, 580.9 m³/s.

Por su parte, los eventos mínimos se presentaron en diciembre de 1968 que corresponde al año hidrológico 1967-1968, respectivamente.

Al 75% de persistencia los caudales medios diarios, semanal, mensual y anual fueron de 21.37 m³/s, 24 m³/s, 26.20 m³/s y 53.45 m³/s, respectivamente.

En la Tabla 8 se detalla las características de las descargas en el río Chira en la estación Ardilla desde el año 1950 hasta el año 2015.

Tabla 8. Características de las descargas en m³/s en el río Chira en la estación Ardilla (1950-2015).

Características de las descargas	Diario		Semanal		Mensual		Anual	
	Caudal	Fecha	Caudal	Fecha	Caudal	Fecha	Caudal	Fecha
Mínima	1	14/12/1968	2	02 al 08 dic. 1968	4	Dic. 1968	20	1967-1968
Máxima	3621	07/04/1998	2797	06 al 12 abril 1998	1862	Abr. 1998	581	1997-1998
Media	113		113		114		114	
Desv. Est.	228		213		193		100	
50%	52		47		49		75	
75%	21		24		26		53	
90%	11		13		15		38	

Fuente: Elaboración propia

1.5 Caracterización de años hidrológicos

En el estudio realizado por la Universidad de Piura (2015) los parámetros para esta clasificación son el resultado del análisis de escorrentías anuales del río Chira en Poechos, con registros desde el año 1937 a la actualidad, incluyendo los Fenómenos del Niño durante ese periodo de tiempo (1982/83 y 1997/98). La variabilidad de la disponibilidad del recurso de agua es alta, observándose un total de 2 años extraordinarios, 10 años muy húmedos, 17 años húmedos, 24 años normales, 17 años secos y 8 años muy secos.

La clasificación anual de cada año hidrológico dependerá básicamente de su masa estacional en la época de avenidas (enero-abril); la cual será alta, si se trata de años húmedos o muy húmedos, o baja, si se trata de años secos o muy secos. Las épocas de estiaje de septiembre-diciembre y mayo-agosto se muestran como variables independientes; dado que, si son bajas, no garantizan un año seco o muy seco, o si por el contrario, son altas, no garantizan un año húmedo o muy húmedo. Detalle de las escorrentías anuales y estacionales para el periodo 1937-2015, con su respectiva clasificación, se presenta en la Figura 12.

La Tabla 9 muestra el esquema de clasificación de los años hidrológicos según la magnitud de los aportes hídricos totales anuales.

Tabla 9. Rangos para la clasificación de años hidrológicos, según la magnitud de los aportes hídricos totales anuales (MMC).

Tipos de año	MMC Anuales
Extraordinario	$M > 15\ 000$
Muy húmedo	$6\ 000 < M < 10\ 000$
Húmedo	$3\ 000 < M < 6\ 000$
Normal	$1\ 800 < M < 3\ 000$
Secos	$1\ 200 < M < 1\ 800$
Muy seco	$M < 1\ 200$

Fuente: (Universidad de Piura, 2015)

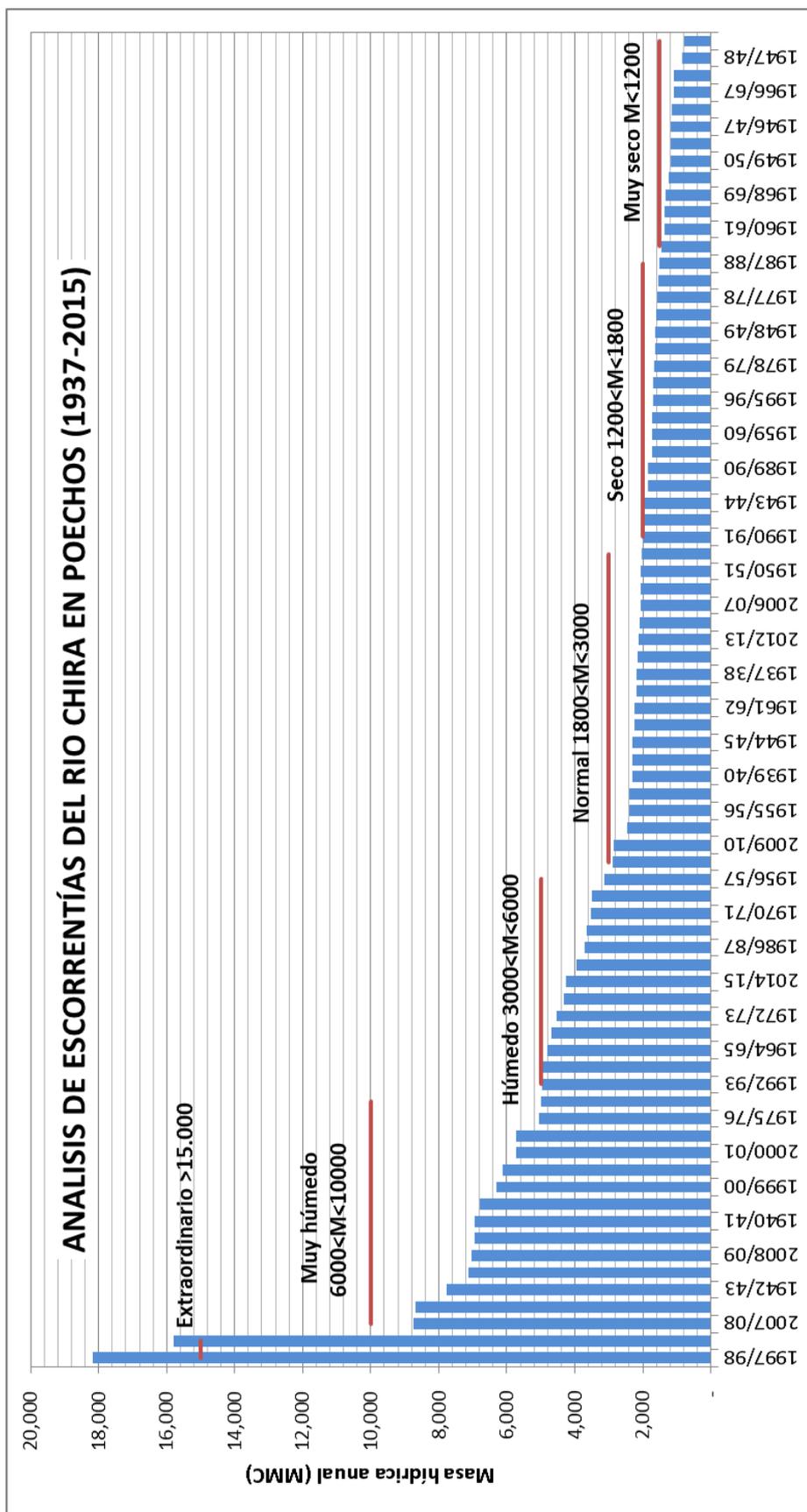


Figura 12. Análisis de escorrentías del río Chira en Poechos, periodo 1937-2015.

Fuente: (Universidad de Piura, 2015)

1.5.1 Años húmedos

Según la Tabla 9 para el periodo de estudio 1950-2015, se han identificado un total de 8 años muy húmedos y 13 años húmedos.

Entre los años muy húmedos, se encuentran los años hidrológicos 1952-1953, 1983-1984, 1998-1999, 2000-2001, 2001-2002, 2007-2008, 2008-2009 y 2011-2012. Sus masas anuales oscilan entre los valores de 6 112 MMC y 8 759 MMC, mientras que sus masas estacionales en los meses de septiembre y diciembre oscilan entre 349 MMC a 843 MMC, en los meses de enero a abril oscilan entre 4 242 MMC a 7 055 MMC, y en los meses de mayo a agosto oscilan entre 1 169 MMC a 1 674 MMC.

Los años húmedos son los años hidrológicos 1956-1957, 1964-1965, 1970-1971, 1971-1972, 1972-1973, 1974-1975, 1975-1976, 1976-1977, 1986-1987, 1988-1989, 1991-1992, 1992-1993, 1993-1994, 2000-2001, 2005-2006, 2014-2015, con masas anuales que no superan los 5 726 MMC. Sus masas estacionales en los meses de septiembre a diciembre oscilan entre 167 MMC y 560 MMC, en los meses de enero a abril oscilan entre 2 097 MMC y 4 274 MMC, y en los meses de mayo a agosto oscilan entre 581 MMC a 1 558 MMC

La Tabla 10 muestra el detalle de las masas estacionales y anuales tanto para los años muy húmedos y húmedos.

Tabla 10. Años húmedos y muy húmedos para el periodo de estudio 1950-2015.

Año	Masas estacionales (MMC)			Total anual (MMC)	Clasificación
	Sep-Dic	Ene-Abril	May-Agos		
1983/84	843	4 468	1 471	6 781	Muy húmedo
1952/53	375	5 172	1 569	7 116	Muy húmedo
1998/99	404	4 876	1 674	6 954	Muy húmedo
1999/00	468	4 242	1 581	6 291	Muy húmedo
2001/02	349	4 552	1 210	6 112	Muy húmedo
2007/08	369	6 830	1 561	8 759	Muy húmedo
2008/09	477	5 204	1 361	7 042	Muy húmedo
2011/12	469	7 055	1 169	8 693	Muy húmedo
1956/57	238	2 097	799	3 134	Húmedo
1964/65	206	3 283	1 315	4 804	Húmedo
1970/71	344	2 449	725	3 518	Húmedo
1971/72	256	3 715	961	4 931	Húmedo
1972/73	418	3 205	923	4 546	Húmedo
1974/75	281	2 228	983	3 492	Húmedo
1975/76	281	3 205	1 558	5 044	Húmedo
1976/77	560	2 131	951	3 643	Húmedo
1986/87	319	2 414	977	3 710	Húmedo
1988/89	167	2 956	845	3 968	Húmedo
1991/92	204	3 788	1 013	5 004	Húmedo
1992/93	193	3 753	1 016	4,962	Húmedo
1993/94	482	3 185	1 029	4,696	Húmedo
2000/01	290	4 274	1 162	5,726	Húmedo
2005/06	221	3 532	581	4 334	Húmedo
2014/15	337	2 892	1 092	4 321	Húmedo

Fuente: Elaboración propia

1.5.2 Años normales

Según los límites especificados en la Tabla 9, para el periodo de estudio 1950-2015, se han identificado un total de 20 años normales: 1950-1951, 1951-1952, 1954-1955, 1956-1957, 1957-1958, 1961-1962, 1969-1970, 1980-1981, 1984-1985, 1985-1986, 1989-1990, 1990-1991, 1994-1995, 2002-2003, 2004-2005, 2006-2007, 2009-2010, 2010-2011, 2012-2013, 2013-2014.

En los 20 años hidrológicos se observan valores menores de 197 MMC entre los meses de septiembre-diciembre, valores menores o iguales a 1 870 MMC en la etapa de enero a abril, y valores entre 868 MMC y 394 MMC entre mayo y agosto.

La Tabla 11 muestra el detalle de las masas estacionales y anuales de los años en cuestión.

Tabla 11. Años normales para el periodo de estudio 1950-2015.

Año	Masas estacionales (MMC)			Total anual	Clasificación
	Sep-Dic	Ene-Abril	May-Agos		
1950/51	242	1 414	407	2 063	Normal
1951/52	204	1 478	426	2 107	Normal
1954/55	258	1 455	590	2 303	Normal
1955/56	378	1 331	686	2 395	Normal
1957/58	256	1 870	771	2 897	Normal
1961/62	197	1 511	541	2 250	Normal
1969/70	289	1 322	640	2 252	Normal
1980/81	347	1 273	424	2 044	Normal
1984/85	680	917	551	2 148	Normal
1985/86	285	1 138	523	1 946	Normal
1989/90	269	938	630	1 837	Normal
1990/91	212	1 241	534	1 987	Normal
1994/95	538	908	394	1 839	Normal
2002/03	449	1 086	652	2 187	Normal
2004/05	309	1 619	461	2 390	Normal
2006/07	308	1 135	622	2 065	Normal
2009/10	418	1 711	726	2 854	Normal
2010/11	220	1 484	754	2 459	Normal
2012/13	475	1 069	569	2 113	Normal
2013/14	256	940	868	2 065	Normal

Fuente: Elaboración propia

1.5.3 Años secos

Según la clasificación de la Tabla 9, para que un año sea caracterizado como seco o muy seco, sus masas anuales deben oscilar entre los 1 200 MMC y 1 800 MMC, o ser menores de 1 200 MMC.

Desde el año 1937 hasta la actualidad, se han identificado un total de 25 años entre secos y muy secos; sin embargo, para el periodo de análisis 1950-2015, se han identificado 14 años secos y 5 años muy secos.

Entre los años muy secos, se encuentran los años hidrológicos 1962-1963, 1963-1964, 1966-1967, 1967-1968, 1981-1982. Sus masas anuales oscilan entre los valores de 767 MMC y 1 176 MMC, mientras que sus masas estacionales, en los meses de septiembre y diciembre oscilan entre 124 MMC y 309 MMC, en los meses de enero a abril oscilan entre 387 MMC y 690 MMC, y en los meses de mayo a agosto oscilan entre 227 MMC a 368 MMC.

Entre los años secos se encuentran los años hidrológicos 1953-1954, 1958-1959, 1959-1960, 1960-1961, 1965-1966, 1968-1969, 1973-1974, 1977-1978, 1978-1979, 1979-1980, 1987-1988, 1995-1996, 1996-1997 y 2003-2004, sus masas anuales oscilan entre los

valores de 1 522 y 1 737 MMC y sus masas estacionales en los meses de septiembre-diciembre oscilan entre 117 y 419 MMC, en los meses de enero a abril oscilan entre 674 y 1 158 MMC , y en los meses de mayo a agosto oscilan entre 285 MMC y 506 MMC.

La Tabla 12 muestra las masas anuales para los años de estudio, periodo 1950-2015.

Tabla 12. Años normales para el periodo de estudio 1950-2015.

Año	Masas estacionales (MMC)			Total anual	Clasificación
	Sep-Dic	Ene-Abril	May-Agos		
1953/54	419	858	317	1 594	Seco
1958/59	195	994	451	1 640	Seco
1959/60	203	1 158	377	1 737	Seco
1960/61	149	719	491	1 524	Seco
1965/66	121	818	285	1 527	Seco
1968/69	168	861	311	1 526	Seco
1973/74	250	1,021	435	1 705	Seco
1977/78	390	674	506	1 570	Seco
1978/79	310	918	442	1 669	Seco
1979/80	265	959	494	1 718	Seco
1987/88	287	929	307	1 522	Seco
1995/96	192	1,127	387	1 706	Seco
1996/97	117	778	450	1 525	Seco
2003/04	254	702	484	1 523	Seco
1962/63	124	690	278	1 092	Muy seco
1963/64	309	500	368	1 176	Muy seco
1966/67	126	673	301	1 100	Muy seco
1967/68	153	387	227	767	Muy seco
1981/82	205	589	349	1 143	Muy seco

Fuente: Elaboración propia

1.5.4 Años extraordinarios

Según la clasificación de la tabla 9, para que un año sea caracterizado como extraordinario, sus masas anuales deben ser mayores a 15 000 MMC.

Desde el año 1937 hasta la actualidad, se han identificado 2 años extraordinarios: 1982-1983 y 1997-1998. En la Tabla 13 se muestra las masas anuales para estos dos años.

Tabla 13. Años extraordinarios para el periodo de estudio 1950-2015.

Año	Masas estacionales (MMC)			Total anual	Clasificación
	Sep-Dic	Ene-Abril	May-Agos		
1982/83	704	10 358	4 732	15 794	Extraordinario
1997/98	1 011	14 650	2 502	18 164	Extraordinario

Fuente: Elaboración propia

Es necesario acotar que los eventos históricos como el Fenómeno “El Niño” (FEN) tienen gran impacto en la región Piura y en el país en general.

Los FEN 1982-1983 y 1997-1998 causaron múltiples impactos socioeconómicos en algunas regiones del país (zona norte), pero sus efectos a escala nacional se prolongaron algunos años después de ocurridos estos. Es muy difícil estandarizar los eventos El Niño, a pesar de que ambos se consideran FEN intensos. Los FEN no se originan necesariamente en los mismos meses o estaciones ni tienen siempre iguales características. En 1982, por ejemplo, se presentaron vientos huracanados en el litoral norte durante todo el mes de marzo y se inició la fase de calentamiento del agua de mar en el mes de septiembre, y no desde mayo como en otras ocasiones, la cual llegó a 6 grados por encima del promedio de los últimos 40 años. (Ferradas, 2000)

Los sectores transporte y agricultura presentan los mayores daños económicos, afectándose carreteras y puentes en el sector transporte, infraestructura de riego y drenaje así como pérdidas de cultivos en agricultura. En la Tabla 14 vemos la valoración de daños producidos en el departamento de Piura (Reyes, Jorge et al, 2003).

Tabla 14. Valoración de los daños producidos en el departamento de Piura debido al FEN 1983 y 1998.

Sector	Valoración de los daños producidos millones de soles (%)			
	1982-83		1997-98	
Agricultura	116 923	31.5 %	118 399	19%
Transportes	183 277	49%	374 216	60%
Salud	1 355	0.5%	1 276	0.5%
Vivienda	63 240	17%	37 456	6%
Educación	6 910	2%	30 487	5%
Industria	S/D	-	13 889	2%
Pesquería	S/D	-	1 592	0.5%
Energía y Minas	S/D	-	15 683	2.5%
Total Soles	371 705	100%	621 157	100%
Total USS	116 157	100%	177 473	100%
Fuente	CISMID		INEI	

Fuente: (Reyes, Jorge et al, 2003)

Capítulo II. Fundamentación teórica de un proceso ARIMA

La fundamentación teórica que abarca el Capítulo II es tomada del libro Análisis de Series Temporales (Peña, 2005).

2.1 Metodología estocástica de series temporales

La fundamentación teórica desarrollada en el presente capítulo brinda la base para construir modelos de series temporales para explicar la evolución histórica de una variable a lo largo del tiempo y predecir sus valores futuros. Estos modelos se denominan univariantes, porque se basan únicamente en la historia de la propia serie.

Una serie temporal es el resultado de observar los valores de una variable a lo largo del tiempo en intervalos regulares.

Un proceso estocástico es una secuencia de variables aleatorias (z_t) donde el índice t será, en general, el tiempo. Los valores observados de z_t en distintos instantes forman una trayectoria del proceso estocástico, que también se denomina serie temporal.

Una forma de describir un proceso estocástico es especificando la distribución de probabilidad conjunta de $z_{t_1}, z_{t_2}, \dots, z_{t_n}$ para cualquier conjunto (t_1, t_2, \dots, t_n) y cualquier valor de n , pero este proceso resulta complicado. Sin embargo, para muchos fines prácticos, se suele describir mediante sus momentos, entre los cuales se destacan los siguientes:

- La media, de un proceso estocástico es el primer momento, definido por $\mu_t = E(z_t)$, donde el subíndice t del que se ha dotado a la variable indica que la media será distinta para cada período de tiempo.

- La función de autocovarianza $\gamma(t, t-k)$ conocida como la función de dos argumentos que describe las covarianzas entre dos variables del proceso en dos instantes cualesquiera se expresa como:

$$\gamma_{(t,t-k)} \equiv Cov(z_t, z_{t-k}) \equiv E((z_t - E(z_t))(z_{t-k} - E(z_{t-k}))),$$

donde k (retardo entre variables) = 0,1,2,3,...

- A partir de la función de autocovarianza se obtienen la varianza del proceso (cuando k = 0), dada por $\gamma_{t,t} \equiv var z_t \equiv E(z_t - \mu_t)^2 = \sigma_t^2$ y la función de autocorrelación definida por: $\rho_{t,t-k} = \frac{\gamma_{t,t-k}}{\sqrt{\gamma_{t,t}}\sqrt{\gamma_{t-k,t-k}}}$, donde : $\rho_{(t,t-k)}$ es el coeficiente de autocorrelación de orden (t,t-k)

2.1.1 Proceso estocástico estacionario

Un proceso estocástico estacionario es aquel cuyas propiedades estadísticas no cambian con el tiempo. En particular, las variables z_t serán todas idénticas. La estacionariedad se puede definir en dos sentidos, uno en el sentido estricto o fuerte y otro en el sentido amplio o débil.

2.1.1.1 Proceso estocástico estacionario en sentido estricto

Es cuando las distribuciones marginales z_t de todas las variables son idénticas y si las distribuciones de probabilidad finito-dimensionales de cualquier conjunto de variables sólo dependen de los retardos de ellas. La primera condición establece que, en particular, la media y la varianza de todas las variables son las mismas. También lo son los coeficientes de asimetría y curtosis de las distribuciones marginales. La segunda condición impone que la dependencia entre las variables sólo depende de sus retardos. Estas dos condiciones pueden resumirse estableciendo que la distribución conjunta de cualquier conjunto de variables no se modifica si trasladamos las variables en el tiempo, es decir:

$$F(z_i, z_j, \dots, z_k) = F(z_{i+h}, z_{j+h}, \dots, z_{k+h})$$

2.1.1.2 Proceso estocástico estacionario en sentido débil

Comprobar si un proceso es estacionario en sentido estricto puede ser muy complejo, e incluso inviable. Por esta razón, se maneja una segunda definición de estacionariedad, en la que solo imponemos la estabilidad de los dos primeros momentos, y que denotaremos por estacionariedad en sentido débil. Un proceso estocástico es estacionario en sentido débil si la media, la varianza y la estructura de autocovarianzas son constantes a lo largo del tiempo. Un proceso estacionario débil debe cumplir que:

$$\mu_t = \mu = \text{cte}$$

$$\sigma_t^2 = \sigma^2 = \text{cte}$$

$$\gamma(t, t-k) = E((z_t - \mu)(z_{t-k} - \mu)) = \gamma_k \quad k = 0, \pm 1, \pm 2.$$

Las dos primeras condiciones indican que la media y la varianza son constantes. La tercera,

que la covarianza entre dos variables dependen sólo de su separación. En un proceso estacionario las autocovarianzas y autocorrelaciones sólo dependen del retardo k entre las observaciones. En particular, la relación entre z_t y z_{t-k} , es siempre igual a la relación entre z_t y z_{t+k} . En consecuencia, en los procesos estacionarios:

$$\text{Cov}(z_t, z_{t+k}) = \text{Cov}(z_{t+j}, z_{t+j+k}) = \gamma_k, \quad j = 0 \pm 1, \pm 2, \dots$$

y también, para las autocorrelaciones:

$$\rho_k = \frac{\text{Cov}(z_t, z_{t-k})}{\sqrt{\text{var}(z_t)}\sqrt{\text{var}(z_{t-k})}} = \frac{\gamma_k}{\gamma_0}$$

En resumen, en los procesos estacionarios $\gamma_0 = \sigma^2$, y $\gamma_k = \gamma_{-k}$. Para las autocorrelaciones $\rho_k = \rho_{-k}$.

2.1.2 Proceso estocástico no estacionario

En general, muy pocas series temporales reales son estacionarias, el origen de la falta de estacionariedad suele ser la existencia de tendencia, la varianza no es constante, o hay variaciones estacionales (variabilidad de la media).

Ante esto es posible transformar muchas series reales no estacionarias en otras aproximadamente estacionarias, sometiéndolas a operaciones algebraicas adecuadas. Este hecho permite utilizar con series no estacionarias los procedimientos de análisis diseñados para series estacionarias. Se verán estos procedimientos en el punto 2.2 Procesos ARIMA estacionales.

2.1.3 Proceso de ruido blanco

Se denomina proceso de ruido blanco cuando un proceso estacionario cumple las siguientes condiciones:

$$E(z_t) = 0, \quad t = 1, 2, \dots$$

$$\text{Var}(z_t) = \sigma^2, \quad t = 1, 2, \dots$$

$$\text{Cov}(z_t, z_{t-k}) = 0, \quad k = \pm 1, \pm 2, \dots$$

La primera condición establece que la esperanza es siempre constante e igual a cero, la segunda condición que la varianza es constante y la tercera condición, que las variables del proceso están incorreladas para todos los retardos.

2.1.4 Procesos estocásticos estacionarios lineales

Dentro de estos modelos tenemos los procesos autorregresivos (AR), los procesos de media móvil (MA), así como la combinación de las propiedades de ambos para definir los procesos ARMA.

2.1.4.1 Procesos autorregresivos (AR(p))

Los procesos autorregresivos son los más simples al representar la dependencia de los valores de una serie temporal como una función lineal de su pasado. Estos modelos generalizan la idea de regresión para representar la dependencia lineal entre dos variables aleatorias y se caracterizan por tener muchos coeficientes de autocorrelación distintos de cero y que decrecen de forma exponencial con el retardo. Estos procesos tienen memoria relativamente larga, ya que el valor actual está correlado con todos los anteriores, aunque con coeficientes decrecientes. En este modelo una determinada observación es predecible a partir de la observación inmediatamente anterior (modelo autorregresivo de primer orden) o a partir de las dos observaciones que le preceden (modelo autorregresivo de segundo orden) definiendo a la observación actual como la suma ponderada de una cantidad finita de observaciones precedentes más un impulso aleatorio independiente.

Una serie temporal z_t estacionaria sigue un proceso autorregresivo de orden p si:

$$z_t = \phi_1 z_{t-1} + \dots + \phi_p z_{t-p} + a_t$$

$$\tilde{z}_t = z_t - \mu,$$

siendo μ la media del proceso estacionario z_t , a_t representa un proceso de ruido blanco y es el error o término residual que representa perturbaciones aleatorias que no pueden ser explicadas por el modelo, \tilde{z}_t es la variable dependiente y $z_{t-1} \dots z_{t-p}$ son las variables independientes. La variable \tilde{z} la usamos para representar procesos a los que se les ha restado la media. Luego la expresión general de un proceso autorregresivo es:

$$\phi_p(B)\tilde{z}_t = a_t$$

donde B es el llamado operador de retardos tal que $Bz_t = z_{t-1}$. Este operador facilita el tratamiento matemático de los modelos de series temporales. Particularmente se tiene el proceso autorregresivo de primer orden (AR(1)), diremos que una serie z_t sigue este proceso si ha sido generada por:

$$z_t = c + \phi z_{t-1} + a_t$$

donde c y ϕ son constantes a determinar y a_t , que representa la nueva información que se añade al proceso en cada instante, se conoce como innovaciones. Se demuestra que si $|\phi| < 1$ el AR(1) es estacionario.

Otro caso particular es el proceso autorregresivo de segundo orden o proceso AR(2), el cual se origina cuando la dependencia entre los valores presentes y los pasados que establece un proceso AR(1) puede generalizarse permitiendo que z_t dependa linealmente no sólo de z_{t-1} , sino también de z_{t-2} . Este proceso ha sido generado por:

$$z_t = c + \phi_1 z_{t-1} + \phi_2 z_{t-2} + a_t$$

Donde ahora c , ϕ_1 y ϕ_2 son constantes a determinar y a_t un proceso de ruido blanco con varianza σ^2 .

2.1.4.2 Procesos de media móvil MA(q)

Estos procesos tienen, en general, memoria más corta que los AR(p). Son función de un número finito “q” de las innovaciones pasadas, es decir, una determinada observación está condicionada por las innovaciones anteriores.

La representación general del proceso MA(q) se define como:

$$z_t = a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} - \dots - \theta_q a_{t-q},$$

que en forma compacta puede escribirse como:

$$z_t = \theta_q(B)a_t$$

Donde a_t es la innovación el periodo t. Un proceso MA(q) es siempre estacionario, por ser una combinación lineal de los procesos estacionarios a_{t-q}

Diremos que el proceso es invertible si las raíces del operador $\theta_q(B) = 0$ son, en módulo, mayores que la unidad.

La función de autocorrelación para este proceso está definida por:

$$\rho_k = \frac{\sum_{i=0}^{i=q-k} \theta_i \theta_{k+i}}{\sum_{i=0}^{i=q} \theta_i^2}, \quad k = 1, \dots, q$$

$$\rho_k = 0, \quad k > q$$

$$\text{donde } \theta_0 = -1, \text{ y } \theta_k = 0 \text{ para } k \geq q + 1$$

Particularmente se tiene el proceso de media móvil de orden uno (MA(1)) el cual se define añadiendo a un proceso de ruido blanco una dependencia actual de la serie de la última innovación ocurrida. De esta manera, el proceso será una combinación lineal de las dos últimas innovaciones, de acuerdo con la ecuación:

$$z_t = a_t - \theta a_{t-1},$$

$$\text{Donde: } \tilde{z}_t = z_t - \mu,$$

siendo μ la media del proceso y a_t un proceso de ruido blanco con varianza σ^2 . Este proceso puede interpretarse como que la innovación a_t es una aportación nueva de información que sólo tiene en el instante t y en el instante siguiente. El proceso MA(1) puede escribirse con la notación de operadores de retardo: $z_t = (1 - \theta B)a_t$. Este proceso es la suma de los dos procesos estacionarios, a_t y $-\theta a_{t-1}$, por tanto, siempre será estacionario, para cualquier valor del parámetro, a diferencia de los procesos AR.

2.1.4.3 Procesos ARMA (p,q)

Este modelo es la combinación de las estructuras anteriores, el proceso autorregresivo y el proceso de media móvil. Así, una observación está determinada por las observaciones anteriores y sus innovaciones anteriores, además de la innovación en el instante (Peña,

2005).

El proceso ARMA(p,q) será:

$$(1 - \phi_1 B - \dots - \phi_p B^p) \tilde{z}_t = (1 - \theta_1 B - \dots - \theta_q B^q) a_t,$$

o en notación compacta,

$$\phi_p(B) \tilde{z}_t = \theta_q(B) a_t$$

El proceso será estacionario si las raíces de $\phi_p(B) = 0$ están fuera del círculo unidad, e invertible si lo están las de $\theta_q(B) = 0$. Supondremos, además, que no hay raíces comunes que pueden cancelarse entre los operadores AR y MA.

La forma general de un proceso ARMA se define por:

$$\tilde{z}_t = \phi_1 \tilde{z}_{t-1} + \phi_2 \tilde{z}_{t-2} + \phi_3 \tilde{z}_{t-3} \dots + \phi_p \tilde{z}_{t-p} + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} - \theta_q a_{t-q}$$

Donde observamos que la ecuación es la combinación de las ecuaciones de los procesos AR y MA. En esta ecuación, p especifica los periodos anteriores considerados para la variable ($t - 1, t - 2, \dots, t - p$). El grado de influencia de cada valor anterior sobre el valor considerado de la variable viene dado por el parámetro correspondiente ($\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_p$). Por su parte q especifica los momentos anteriores considerados para los errores o residuos ($t - 1, t - 2, \dots, t - q$). El grado de influencia de cada uno de ellos viene dado por el parámetro correspondiente ($\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_q$).

Matemáticamente, los procesos ARMA resultan de añadir la estructura MA a un proceso AR o viceversa. El proceso más simple es el ARMA(1,1), que se escribe:

$$\tilde{z}_t = \phi_1 \tilde{z}_{t-1} + a_t - \theta_1 a_{t-1},$$

o, con notación de operadores:

$$(1 - \phi_1 B) \hat{z}_t = (1 - \theta_1 B) a_t,$$

Donde $|\phi_1| < 1$ para que el proceso sea estacionario, y $|\theta_1| < 1$ para que sea invertible. Además supondremos que $\phi_1 \neq \theta_1$. Si ambos parámetros fuesen idénticos tendríamos que, multiplicando ambos miembros por el operador $(1 - \phi_1 B)^{-1}$, resulta que $\tilde{z}_t = a_t$, y el proceso sería ruido blanco.

En la formulación de los modelos ARMA supondremos siempre que no hay raíces comunes en los operadores AR y MA.

La función de autocorrelación de un ARMA(1,1) se expresa como:

$$\gamma_k = \phi_1 \gamma_{k-1} + E(a_t \hat{z}_{t-k}) - \theta_1 E(a_{t-1} \hat{z}_{t-k})$$

Para $k > 1$, el ruido a_t está incorrelado con la historia de la serie. (Peña, 2005).

2.1.4.4 Funciones de autocorrelación simple y parcial para los distintos procesos

Las funciones teóricas de autocorrelación simple (FAS) y de autocorrelación parcial (FAP) sirven como patrones de referencia para identificar las funciones de autocorrelación muestral y de autocorrelación parcial muestral de una serie temporal en estudio.

La FAS y FAP de los procesos ARMA es el resultado de la superposición de sus propiedades AR y MA: en la FAS ciertos coeficientes iniciales que dependen del orden de la parte MA y después un decrecimiento dictado por la parte AR. En la FAP valores iniciales dependientes del orden del AR seguidos del decrecimiento debido a la parte MA. Esta estructura compleja hace que el orden de un proceso ARMA sea difícil de identificar en la práctica. La Tabla 15 resume estas características.

Tabla 15. Resumen de las FAS y FAP de procesos ARMA

Métodología lineal	FAS	FAP
AR (p)	Muchos coeficientes no nulos	Primeros p no nulos, resto 0
MA(q)	Primeros q no nulos, resto 0	Muchos coeficientes no nulos
ARMA(p,q)	Muchos coeficientes no nulos	Muchos coeficientes no nulos

Fuente: (Peña, 2005).

La figura 13 resume la FAS y la FAP de distintos procesos AR. En la figura 14 veremos las funciones para procesos MA(1) y MA(2), como apreciamos existe una dualidad entre procesos AR y MA, de manera que la FAP de un MA(q) tiene la estructura de la FAS de un AR(q), y la FAS de un MA(q) tiene la estructura de la FAP de un AR(q).

La figura 15 presenta las funciones de autocorrelación simple y parcial para distintos procesos ARMA(1,1).

A continuación se muestran la característica gráfica de las funciones de FAS y FAP para los distintos procesos explicados anteriormente.

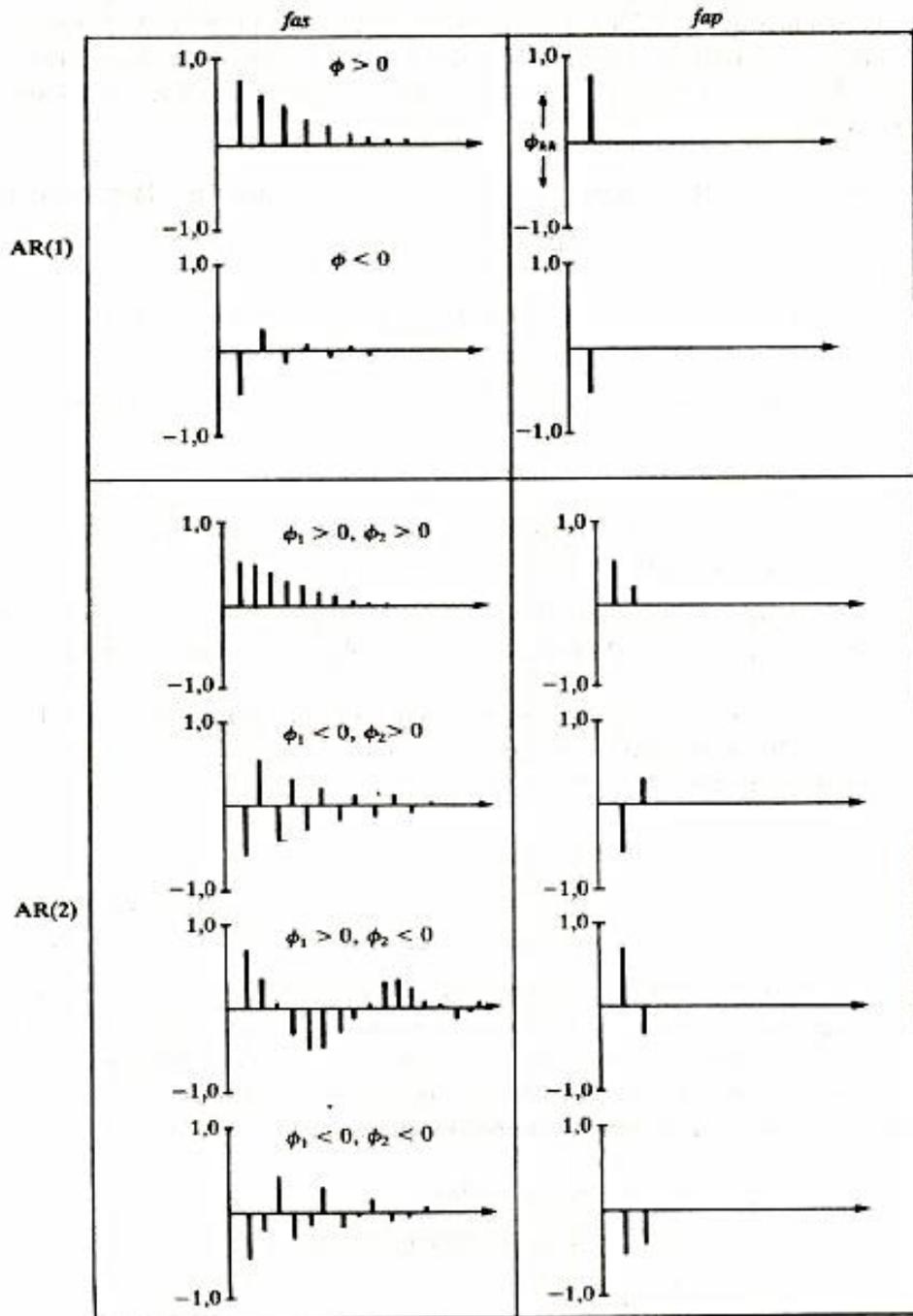


Figura 13. Funciones de autocorrelación simple y parcial para procesos AR

Fuente: (Peña, 2005).

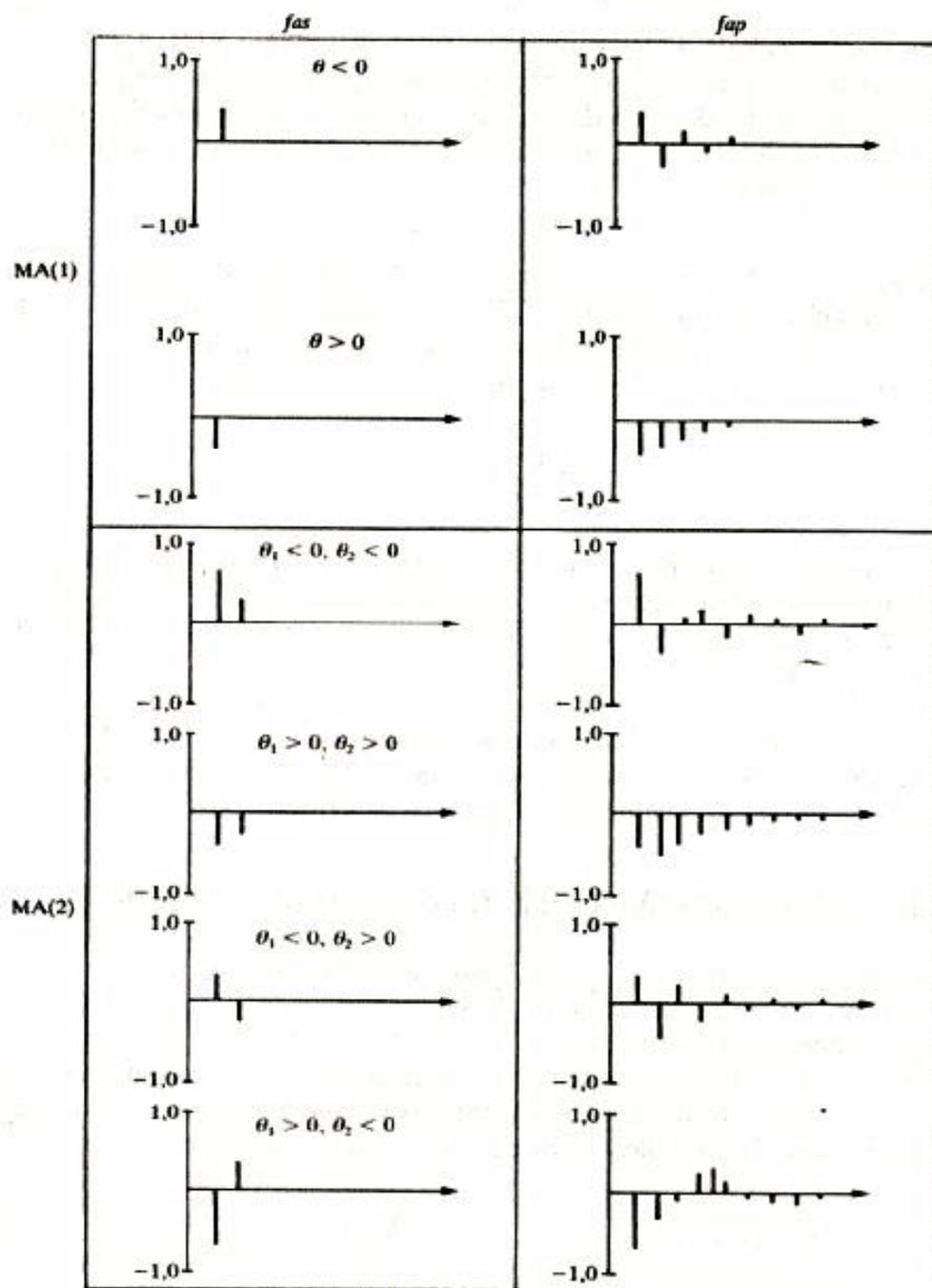


Figura 14. Funciones de autocorrelación simple y parcial para procesos MA

Fuente: (Peña, 2005).

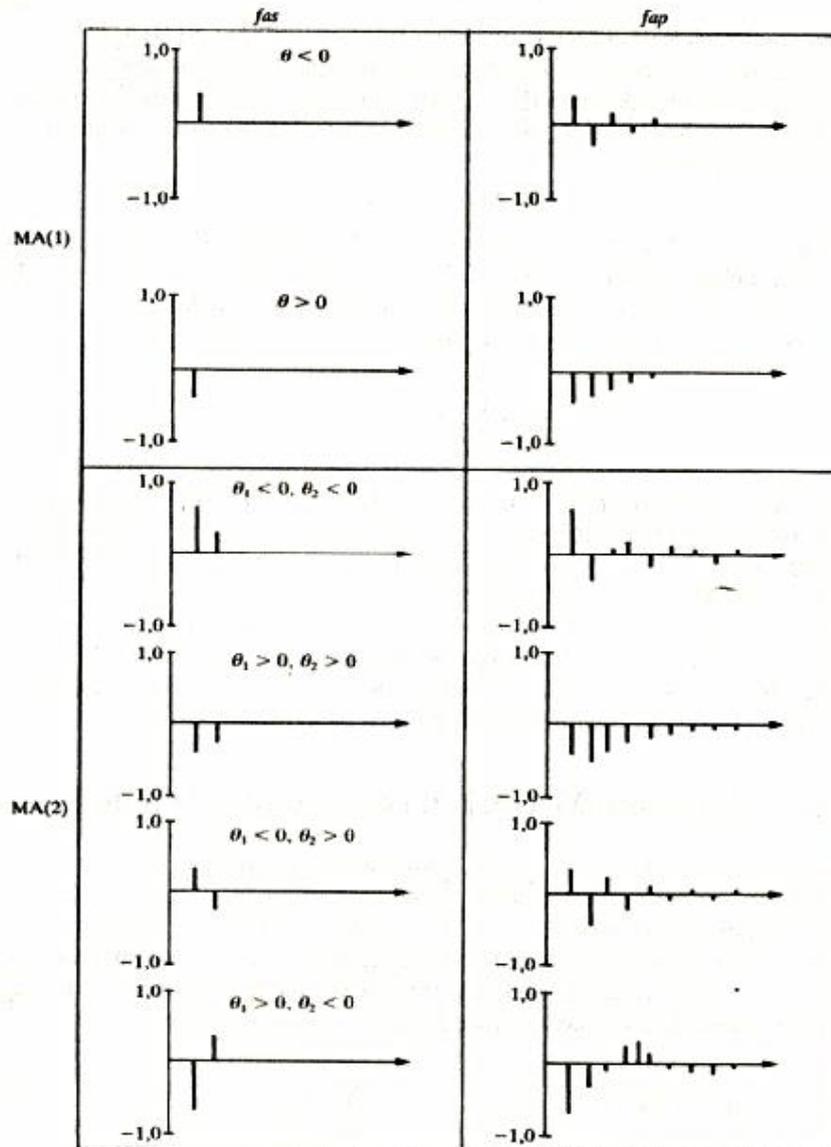


Figura 15. Funciones de autocorrelación simple y parcial para procesos ARMA(1,1)

Fuente: (Peña, 2005).

2.2 Procesos ARIMA

2.2.1 Modelo ARIMA estacional

Una serie es estacional cuando su valor esperado no es constante, pero varía con una pauta cíclica: $E(z_t) = E(z_{t+k})$ diremos que la serie tiene una estacionalidad de periodo k .

Podemos convertir series no estacionarias en estacionarias tomando diferencias regulares entre periodos consecutivos y podemos eliminar la estacionalidad mediante diferencias estacionales. Bajo estas dos condiciones podemos convertir una serie con estacionalidad en estacionaria mediante la transformación:

$$w_t = \nabla_S^D \nabla^d z_t$$

donde D es el número de diferencias estacionales (si hay estacionalidad casi siempre $D=1$, y si no hay estacionalidad $D=0$) y d es el número de diferencias regulares ($d \leq 3$). Cuando exista dependencia estacional podemos generalizar el modelo ARMA para series estacionarias incorporando además de la dependencia regular, que es la asociada a los intervalos de medida de la serie, la dependencia estacional que es la asociada a observaciones separadas por k periodos.

Para modelar estos dos tipos de dependencias Peña (2005) usa un enfoque simple y que funciona bien en la práctica, consiste en modelar de forma separada la dependencia regular y la estacional, y construir el modelo incorporando ambas de forma multiplicativa. Se obtiene así el modelo ARIMA estacional multiplicativo, que tiene la forma:

$$\Phi_P(B^S)\phi_p(B)\nabla_S^D\nabla^d z_t = \theta_q(B)\Theta_Q(B^S)a_t$$

Donde: $\Phi_P(B^S) = (1 - \Phi_1 B^S - \dots - \Phi_P B^{SP})$ es el operador AR estacional de orden P , $\phi_p(B) = (1 - \phi_1 B - \dots - \phi_p B^p)$ es el operador AR regular de orden p , $\nabla_S^D = (1 - B^S)^D$ representa las diferencias estacionales, y $\nabla^d = (1 - B)^d$ las diferencias regulares,

$$\Theta_Q(B^S) = (1 - \Theta_1 B^S - \dots - \Theta_Q B^{SQ})$$

es el operador media móvil estacional de orden Q ,

$$\theta_q(B) = (1 - \theta_1 B - \dots - \theta_q B^q)$$

es el operador de media móvil regular de orden q , y a_t es un proceso de ruido blanco. Estos modelos fueron introducidos por Box y Jenkins (1976) representan bien muchas series estacionales que encontramos en la práctica y se escriben de forma simplificada como el modelo ARIMA $(P, D, Q)_S \times (p, d, q)$.

2.2.2 Identificación de los posibles modelos ARIMA

Para identificar posibles modelos ARIMA, Box y Jenkins (1976) propusieron tres etapas:

La primera consiste en identificar el posible modelo ARIMA, esto requiere decidir qué transformaciones aplicar para convertir la serie observada en una serie estacionaria y determinar un modelo ARMA para la serie estacionaria, es decir, los órdenes p y q de su estructura autorregresiva y de media móvil y, si el proceso es estacional, los órdenes P y Q de la estructura ARMA estacional.

La segunda etapa consiste en la estimación, donde los parámetros AR y MA del modelo se estiman por máxima verosimilitud y se obtienen sus errores estándar y los residuos del modelo.

La tercera etapa es la de validación o diagnosis, donde se comprueba que los residuos no tienen estructura de dependencia y siguen un proceso de ruido blanco. Si los residuos no contienen información, aceptamos el modelo como adecuado y lo utilizaremos para la previsión o la toma de decisiones. Si los residuos muestran estructura, modificaremos el modelo para incorporarla y repetiremos las tres etapas anteriores hasta obtener un modelo

adecuado. Este procedimiento será explicado a detalle en el Capítulo III. Metodología de cálculo de la presente tesis.

2.2.3 Identificación de la estructura ARMA

La identificación de las órdenes p y q del modelo se realizan comparando las funciones estimadas de autocorrelación simple y parcial con las funciones teóricas de procesos ARMA.

La identificación del modelo ARMA puede ser una tarea difícil. Con tamaños muestrales grandes y procesos puros AR o MA, la estructura de la FAS y la FAP muestrales suele indicar el orden requerido. Sin embargo, en general la interpretación de la FAS y la FAP muestral es compleja, por tres razones:

- Cuando existe autocorrelación las estimaciones de las autocorrelaciones están a su vez correladas, lo que introduce una pauta de variación aleatoria en las FAS y la FAP muestrales que se superpone a la debida al orden del modelo.
- Los límites de confianza que se utilizan para juzgar si las autocorrelaciones son distintas de cero, son asintóticos y poco precisos para las primeras autocorrelaciones.
- Para procesos mixtos ARMA la estructura de la FAS y la FAP teórica es muy complicada, y puede ser extremadamente difícil estimar el orden del proceso, incluso conociendo los valores teóricos de las autocorrelaciones.

La identificación con la función de autocorrelación simple y parcial muestral puede hacerse con las reglas siguientes:

- Decidir cuál es el orden máximo de las partes AR y MA a partir de los rasgos obvios de las FAS y la FAP: coeficientes claramente significativos, pautas de decrecimiento geométricas.
- Evitar la identificación inicial de modelos mixtos ARMA y comenzar con modelos AR o MA, preferiblemente de orden bajo.
- Utilizar las interacciones alrededor de los retardos estacionales, especialmente en la FAS, para confirmar la concordancia entre la parte regular y la estacional.

En la práctica, la mayoría de las series reales pueden aproximarse bien como modelos ARMA con p y q menores que tres, para series no estacionales, y con P y Q menores que 2, para series estacionales.

2.2.4 Función de predicción del modelo ARIMA

La función de predicción de un modelo ARIMA tiene una estructura simple, los operadores no estacionarios, es decir, las diferencias y la constante si existe, determinan la predicción a largo plazo, mientras que los operadores estacionarios, AR y MA, determinan la predicción a corto plazo. Las predicciones tienen poca utilidad sin una medida de su precisión, es por esto que es importante obtener la distribución de los errores de predicción y sus intervalos de confianza.

Cálculo de las predicciones

Supongamos que se dispone de una realización de tamaño T , $z_t = (z_1, \dots, z_t)$, de un proceso ARIMA (p, d, q) , $\phi(B)\nabla^d z_t = c + \theta(B)a_t$, con parámetros conocidos. Con estos parámetros podemos obtener todas las innovaciones a_t fijando unos valores iniciales.

La predicción que minimiza el error cuadrático medio o la predicción óptima z_{T+k} es la esperanza de la variable condicionada a los valores observados. Definimos:

$$\hat{z}_T(j) = E[z_{T+j}|z_T] \quad j = 1, 2, \dots$$

$$\hat{a}_T(j) = E[a_{t+j}|z_T] \quad j = 1, 2, \dots$$

donde el subíndice T representa el origen de la predicción, que suponemos fijo, y j el horizonte de la misma, que irá cambiando para generar predicciones de distintas variables futuras desde el origen T . Llamando $\varphi_h(B) = \phi_p(B)\nabla^d$ al operador de orden $h = p + d$ que se obtiene multiplicando el operador AR(p) estacionario y las diferencias, la expresión de la variable z_{T+k} es:

$$z_{T+k} = c + \varphi_1 z_{t+k-1} + \dots + \varphi_h z_{T+k-h} + a_{T+k} - \theta_1 a_{T+k-1} - \dots - \theta_q a_{T+k-q}$$

Tomando esperanzas condicionadas a z_T en todos los términos de esta expresión, se obtiene:

$$\hat{z}_T(k) = c + \varphi_1 \hat{z}_T(k-1) + \dots + \varphi_h \hat{z}_T(k-h) - \theta_1 \hat{a}_T(k-1) - \dots - \hat{a}_T(k-q)$$

Esta ecuación indica que después de q valores iniciales los términos de media móvil desaparecerán y la predicción quedará determinada por la parte autorregresiva del modelo. En efecto, para $k > q$ todas las innovaciones que aparecen en la ecuación de predicción son no observadas, sus esperanzas serán cero y desaparecerán de la ecuación de predicción. Las predicciones para $k > q$ satisfacen la ecuación:

$$\hat{z}_T(k) = c + \varphi_1 \hat{z}_T(k-1) + \dots + \varphi_h \hat{z}_T(k-h)$$

La forma general de un modelo ARIMA es semejante al de un modelo ARMA y está definida por:

$$\hat{z}'_t = \phi_1 \hat{z}'_{t-1} + \phi_2 \hat{z}'_{t-2} + \phi_3 \hat{z}'_{t-3} \dots + \phi_p \hat{z}'_{t-p} + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} - \theta_q a_{t-q}$$

Donde \hat{z}'_t es la serie inducida a la estabilidad.

En el Capítulo III Metodología de cálculo, ítem 3.2.6, se verá la aplicación de la función de predicción para el modelo ARIMA elegido.

Capítulo III. Metodología de cálculo

En el presente capítulo se desarrolla la construcción de un modelo para representar la evolución de una serie temporal, basada en la teoría de los procesos estocásticos explicada en el capítulo anterior para obtener una representación adecuada de la variabilidad de los datos hidrológicos. Los datos de la serie temporal en estudio corresponden al caudal promedio bisemanal de la estación hidrométrica Ardilla, ubicada en el río Chira. Estos datos proporcionan información sobre la disponibilidad de agua en el pasado y con el análisis propuesto se obtendrá una buena indicación del comportamiento del siguiente año hidrológico, generando predicciones de su comportamiento futuro.

Para el logro del objetivo se plantea el uso de los modelos autorregresivos (AR), de medias móviles (MA), y modelos mixtos ARMA.

3.1 Elaboración del Modelo ARIMA estacional

A partir de la serie en estudio se debe averiguar qué modelo ARIMA $(p,d,q) \times (P,D,Q)$ representa adecuadamente su comportamiento, con el fin de utilizarlo para predicciones de valores futuros. El procedimiento consta de tres fases o etapas que se aplican de manera iterativa hasta alcanzar el resultado adecuado, y son las siguientes:

- Identificación
- Estimación
- Validación

3.1.1 Identificación

Identificar una serie temporal consiste en seleccionar los valores p, d, q, P, D y Q del modelo ARIMA estacional para los datos bisemanales,

$$\phi_p(B)\Phi_P(B^{26})(1-B)^d(1-B^{26})^D z_t = \theta_q(B)\Theta_Q(B^{26})a_t,$$

Donde:

$$\phi_p(B) = (1 - \phi_1 B - \dots - \phi_p B^p), \text{ y}$$

$$\theta_q(B) = (1 - \theta_1 B - \dots - \theta_q B^q)$$

son polinomios en el operador de retardos B que resumen la dinámica de la serie, que no es estacional sino regular; mientras que:

$$\Phi_P(B) = (1 - \Phi_1 B^{26} - \dots - \Phi_P B^{26P}) \text{ y}$$

$$\Theta_Q(B) = (1 - \Theta_1 B^{26} - \dots - \Theta_Q B^{26Q})$$

son polinomios en el operador de retardos que resumen la dependencia estacional, donde 26 es la longitud de una estación en periodos bisemanales. El término a_t es la variable de perturbación aleatoria, o de innovación, que no tiene ya ningún tipo de dependencia temporal (ruido blanco). Tiene, además, varianza constante.

La identificación de estos valores se realiza a partir de la función de autocorrelación simple (FAS) y la función de autocorrelación parcial (FAP). La identificación consiste en inferir, a partir de la FAS y la FAP obtenidas con los datos, qué modelos ARIMA se adaptarían mejor a las características de la serie.

Cuando se trata de una serie no estacionaria, se procede a volverla estacionaria, tanto en la media, con la identificación de los valores d , como en la varianza, con la identificación de los valores D ; todo esto mediante transformaciones matemáticas que consisten en tomar logaritmos para reducir los cambios en la varianza.

Una vez que la serie presenta un comportamiento estacionario, se pueden calcular la FAS y la FAP a partir de los datos. Estas dos funciones sugieren los órdenes de retardo p, P, q y Q correspondientes al proceso que generará las órdenes para cada modelo posible de la serie en estudio.

3.1.2 Estimación

Una vez identificados los modelos tentativos a partir de las observaciones, es decir, una vez elegidos los órdenes (p, d, q) y (P, D, Q) para cada posible modelo, se procede a estimar los parámetros AR y MA que intervienen, (ϕ, θ, Θ) , respectivamente).

Estos parámetros de cada modelo se estiman por el método de máxima verosimilitud condicionada, que busca los valores que hacen más probable la obtención de los datos empíricos a partir del modelo y se emplean para estimar la habilidad de predicción de cada uno de ellos. Una vez conseguidas las estimaciones, podemos determinar la serie de

innovaciones a_t para cada modelo.

Este método es el principal criterio para el cálculo de los parámetros, los cuales reflejan con gran exactitud las características presentes en los datos de la serie de tiempo.

3.1.3 Validación

La etapa de validación o chequeo se centra fundamentalmente en analizar si los residuos de cada modelo estimado tienen un comportamiento similar a las perturbaciones teóricas del mismo; esto es, si puede afirmarse que son semejantes a un ruido blanco. Adicionalmente, se tratará de comprobar la calidad de las estimaciones en cuanto al cumplimiento de las condiciones de estacionariedad e invertibilidad que deben satisfacer los parámetros de estos modelos. Si los residuos del modelo muestran estructura dinámica se modifica el modelo y se repiten las etapas anteriores hasta obtener un modelo adecuado.

La etapa de validación del modelo nos ayuda a seleccionar el modelo final. Por una parte se analizan los residuos como si fuese una nueva serie temporal, se busca que su FAS y FAP no muestren ningún tipo de estructura dinámica en el modelo, lo que indicaría que es acertado.

Finalmente, se comparan los diferentes modelos según su capacidad predictiva. Para ello, se divide la muestra en dos. En una primera submuestra, llamada periodo de estimación, se estiman los modelos. Con las restantes observaciones, que denominaremos periodo de validación, se realizan predicciones a distintos horizontes, lo cual será explicado en el punto 3.2.5 Validación, del presente capítulo.

3.2 Tratamiento de la serie en estudio

La variable caudal promedio bisemanal representa a la serie de caudales tomados en la estación Ardilla en el río Chira en m^3/s .

3.2.1 Característica de la muestra

La serie está compuesta por datos de caudal desde el año 1950 hasta el año 2015 agrupados de tal manera que corresponde al promedio bisemanal y la nombramos con la variable z_t . La serie consta de 1704 observaciones que presentan el comportamiento mostrado en la Figura 16.

En la Figura 16 se aprecia la serie temporal de caudales, que presenta una gran variabilidad, con valores de varianza muy altos en algunos periodos. Dicha variabilidad es mayor en las situaciones en las que se observan picos de caudal. Este comportamiento es común en las series de caudal. La modelización estadística necesita, no obstante, que la varianza sea constante a lo largo del tiempo. Puede comprobarse que una simple transformación logarítmica consigue una serie temporal de varianza constante.

Por tanto, se procede a volver estacionaria la serie tomando los logaritmos neperianos de los datos y creando la nueva serie llamada LZ_t , la cual presenta el comportamiento que se muestra en la Figura 17, donde se observa que la serie tiene una media no constante, así como una fuerte estacionalidad anual, con un ciclo estacional de 26 periodos, de 14 días cada uno.

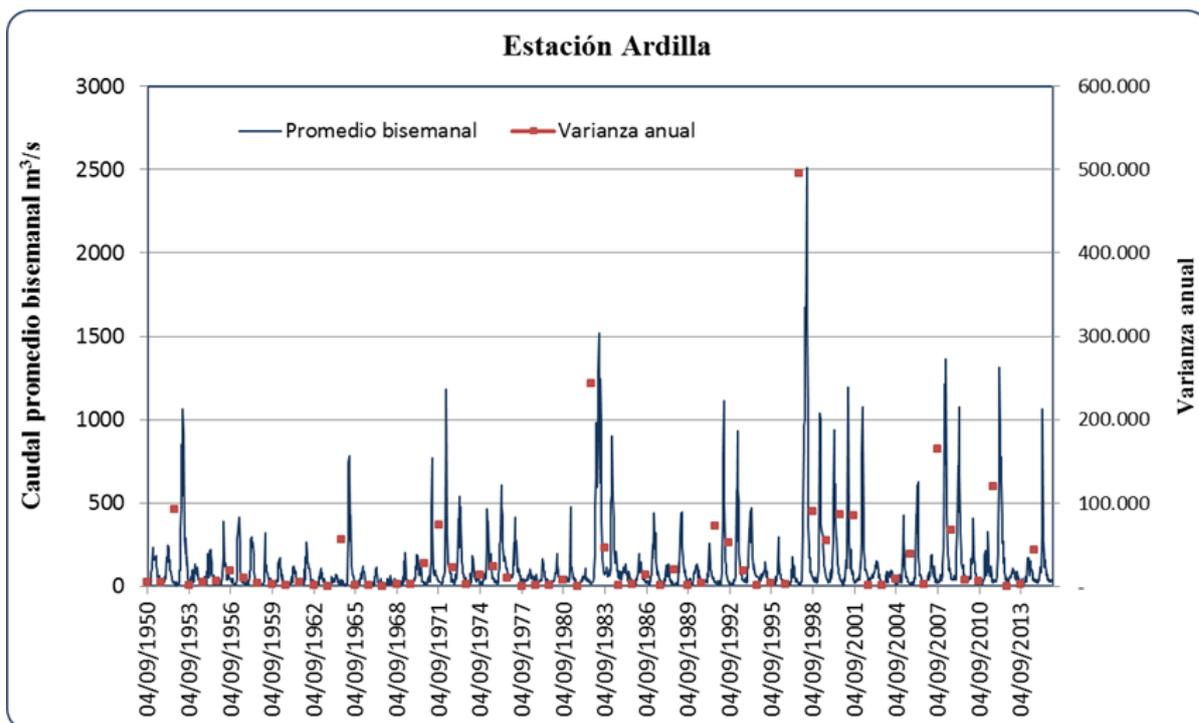


Figura 16. Representación serie temporal de caudales

Fuente. Elaboración propia

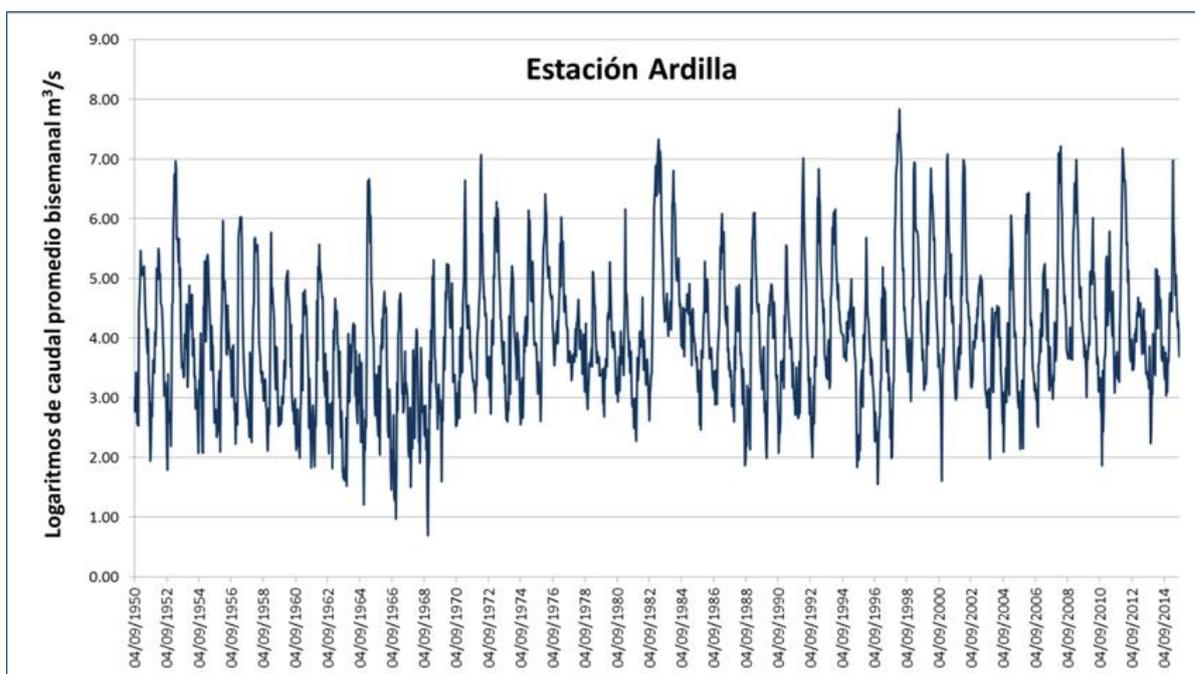


Figura 17. Representación serie temporal estacionaria de logaritmo de caudales

Fuente. Elaboración propia

Para obtener una media constante, se toma una diferencia regular para la serie, que consiste en restar al dato, LZ_t , su inmediato anterior, LZ_{t-1} . A su vez, para corregir la periodicidad anual se toma la diferencia estacional, $LZ_{t-26} - LZ_{t-27}$, y se obtiene la serie $D26DLZ$.

Estas dos diferencias son:

$$z'_t = (Lz_t - Lz_{t-1}) - (Lz_{t-26} - Lz_{t-27})$$

$$z'_t = Lz_t - 2Lz_{t-1} + Lz_{t-2}$$

$$t = 3, 4, \dots, n$$

La notación z'_t se usa para indicar que la serie se transformó, mediante estas diferencias.

En la Tabla 16 se muestra los primeros 40 datos de la serie con una diferencia regular y una diferencia estacional.

En la Figura 18 se ve que la serie D26DLZ presenta una media constante y no muestra periodicidad anual.

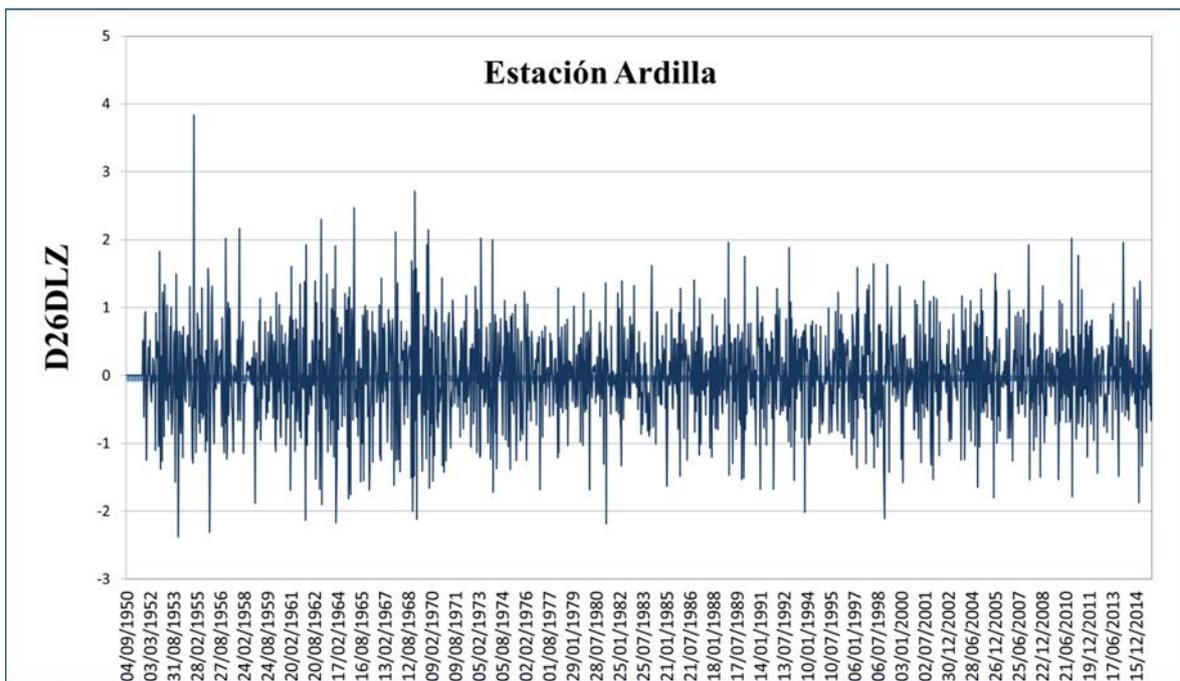


Figura 18. Representación serie temporal D26DLZ

Fuente. Elaboración propia

Tabla 16. Serie con una diferencia regular y una diferencia estacional.

Lunes	Domingo	Zt	LZt	DLZt	D26DLZt
04/09/1950	17/09/1950	19.86	2.99	*	*
18/09/1950	01/10/1950	15.93	2.77	0.22	*
02/10/1950	15/10/1950	21.00	3.04	0.28	*
16/10/1950	29/10/1950	30.86	3.43	0.38	*
30/10/1950	12/11/1950	23.07	3.14	0.29	*
13/11/1950	26/11/1950	13.07	2.57	0.57	*
27/11/1950	10/12/1950	12.57	2.53	0.04	*
11/12/1950	24/12/1950	86.43	4.46	1.93	*
25/12/1950	07/01/1951	107.64	4.68	0.22	*
08/01/1951	21/01/1951	140.71	4.95	0.27	*
22/01/1951	04/02/1951	236.00	5.46	0.52	*
05/02/1951	18/02/1951	172.71	5.15	0.31	*
19/02/1951	04/03/1951	157.29	5.06	0.09	*
05/03/1951	18/03/1951	156.79	5.05	0.00	*
19/03/1951	01/04/1951	172.57	5.15	0.10	*
02/04/1951	15/04/1951	176.57	5.17	0.02	*
16/04/1951	29/04/1951	182.21	5.21	0.03	*
30/04/1951	13/05/1951	124.43	4.82	0.38	*
14/05/1951	27/05/1951	90.57	4.51	0.32	*
28/05/1951	10/06/1951	59.43	4.08	0.42	*
11/06/1951	24/06/1951	47.79	3.87	0.22	*
25/06/1951	08/07/1951	42.29	3.74	0.12	*
09/07/1951	22/07/1951	63.71	4.15	0.41	*
23/07/1951	05/08/1951	25.86	3.25	0.90	*
06/08/1951	19/08/1951	23.79	3.17	0.08	*
20/08/1951	02/09/1951	12.64	2.54	0.63	*
03/09/1951	16/09/1951	7.00	1.95	0.59	*
17/09/1951	30/09/1951	9.43	2.24	0.30	0.52
01/10/1951	14/10/1951	18.36	2.91	0.67	0.39
15/10/1951	28/10/1951	14.64	2.68	0.23	-0.61
29/10/1951	11/11/1951	26.14	3.26	0.58	0.87
12/11/1951	25/11/1951	37.86	3.63	0.37	0.94
26/11/1951	09/12/1951	30.57	3.42	0.21	-0.17
10/12/1951	23/12/1951	60.36	4.10	0.68	-1.25
24/12/1951	06/01/1952	48.00	3.87	0.23	-0.45
07/01/1952	20/01/1952	69.21	4.24	0.37	0.10
21/01/1952	03/02/1952	176.21	5.17	0.93	0.42
04/02/1952	17/02/1952	159.86	5.07	0.10	0.21
18/02/1952	02/03/1952	146.14	4.98	0.09	0.00
03/03/1952	16/03/1952	244.00	5.50	0.51	0.52

Fuente: Elaboración propia

3.2.2 Identificación de la Función de Autocorrelación Simple (FAS) y Función de Autocorrelación Parcial (FAP)

Con el fin de entender las correlaciones entre los datos en diferentes puntos temporales con un desfase de uno o más períodos, se puede realizar el análisis de FAS Y FAP. Esto permite saber si existen correlaciones entre los datos en el tiempo t y el tiempo $t-1$, $t-2$ hasta $t-k$ y buscar un patrón estacional.

Cada una de las distintas configuraciones ARMA posee su FAS y FAP teóricas asociadas al modelo propuesto (Peña 2005). Si la FAS y FAP calculadas de la serie a la que se desea ajustar un modelo se asemejan a alguna o varias FAS y FAP teóricas, se puede decir que el modelo ARMA teórico es un modelo tentativo para la serie.

En la Figura 19 se ven la gráficas de FAS y FAP para D26DLZ, podemos observar que la serie ahora es estable en el tiempo y ha superado el problema de la no estacionariedad.

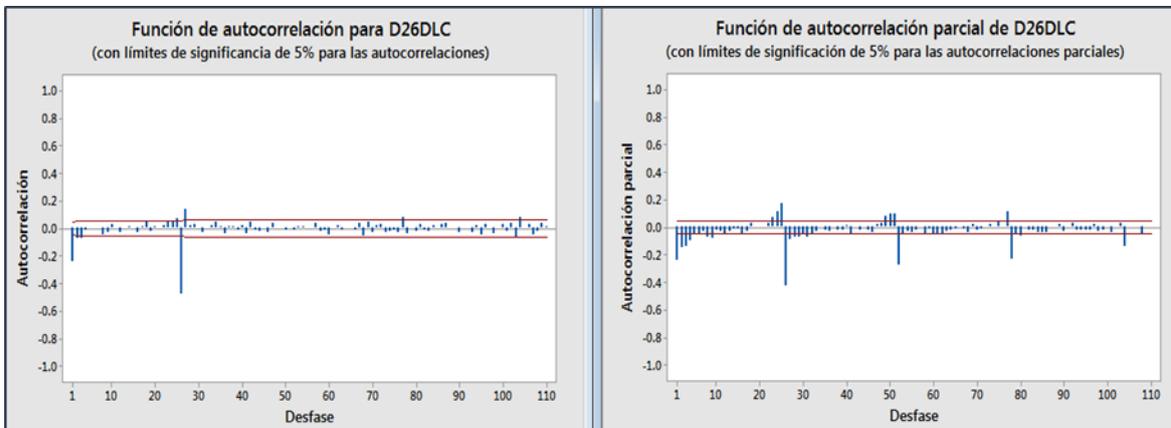


Figura 19. FAS y FAP para las diferencias estacionales de orden 26

Fuente: Programa Minitab 17

Siendo la serie en estudio estable en el tiempo procedemos con la identificación del modelo probable que rigiere el proceso de la serie de tiempo.

Luego de diferenciar la serie las veces que sea necesaria y haber superado el problema de no estacionariedad, la serie transformada con el fin de conseguir estacionariedad es:

$$w_t = (1 - B)(1 - B^{26}) \ln(z_t).$$

El objetivo entonces es ajustar un modelo $ARMA(p, q) \times ARMA(P, Q)_{26}$ a w_t .

3.2.3 Identificación del modelo tentativo

La identificación de los órdenes autorregresivos y de medias móviles de la parte regular del modelo (p, q) , se realizan a partir de las gráficas de FAS y FAP las que se comparan con las FAS y FAP teóricas y sigue los criterios siguientes:

- La FAS de este proceso es una mezcla de las funciones de autocorrelación correspondientes a la parte regular y estacional. Alrededor de los retardos estacionales

observaremos la interacción entre la parte regular y estacional, que se manifestará en la repetición a ambos lados de cada retardo estacional de la FAS de la parte regular. Concretamente, si la parte regular es media móvil de orden q , habrá a ambos lados de cada retardo estacional no nulo q coeficientes distintos de cero. Si la parte regular es autorregresiva, observaremos a ambos lados de los retardos estacionales el decrecimiento impuesto por esta estructura AR (Peña, 2005).

- La FAP de un proceso estacional multiplicativo es compleja, porque es una superposición no sólo de las funciones de autocorrelación parcial de las partes regular y estacional, sino que en la interacción alrededor de los retardos estacionales aparece la estructura de la parte regular, como en la FAS, pero ahora a un lado aparece la FAP y, al otro, la FAS. La FAP de un proceso estacional tiene la estructura siguiente (Peña, 2005):
 - En los primeros retardos aparecerá la FAP de la estructura regular y en los estacionales la FAP de la estacional.
 - A la derecha de cada coeficiente estacional (retardos $js+1, js+2\dots$) aparecerá la FAP de la parte regular. Si el coeficiente estacional es positivo, la FAP regular aparece invertida, mientras que si éste es negativo la FAP aparece con su signo.
 - A la izquierda de los coeficientes estacionales (retardos $js-1, js-2$), observamos la FAS de la parte regular.

Según las gráficas de FAS y FAP para la serie estable en el tiempo mostradas en la figura 18 y las gráficas de FAS y FAP teóricas detalladas en el Capítulo II Fundamentación teórica de un proceso ARIMA, podemos observar lo siguiente:

- La FAS de la figura 18 presenta coeficientes significativos en los retardos r_1 y r_{26} , así como una interacción alrededor del retardo estacional, manifestada en los valores positivos de los coeficientes r_{25} y r_{27} . La parte regular sugiere un modelo MA(1), ya que hay un solo coeficiente distinto de cero en los primeros retardos. La parte estacional es compatible con un AR(1)₂₆ con coeficiente negativo (estructura de decrecimiento con signos alternos).
- La FAP de la figura 18 presenta también un coeficiente r_1 significativo que sugiere una estructura MA(1). En la parte regular se observa un decrecimiento geométrico en los primeros retardos y vemos la interacción que se repite después de los retardos estacionales. En la parte estacional vemos que no presenta decaimiento por lo que el autorregresivo sería 0.
- Según el análisis realizado de la FAS y la FAP proponemos el modelo ARIMA (1,1,1)x(0,1,1) como primer modelo tentativo para predecir el comportamiento de la serie en estudio.

Es necesario continuar con el análisis de las gráficas FAS y FAP (Figura 18) con el fin de obtener otros modelos tentativos y mediante un análisis de residuos decidir cuál es el que mejor se ajusta a la serie en estudio.

A continuación tenemos el análisis para el segundo y tercer modelo tentativo:

- En la gráfica FAP de la Figura 18 vemos en la parte autorregresiva que los retardos r_1 , r_2 y r_3 son significativos por lo que podría ser un AR(3). Según lo descrito el modelo tentativo sería el ARIMA (3,1,1)x(0,1,1).
- También vemos en la gráfica FAP de la Figura 18 que aparecen dos retardos significativos en la parte regular, por lo que se probará con un modelo tentativo ARIMA (2,1,1)x(0,1,1).

Además de los modelos tentativos analizados, es necesario proponer algún modelo alternativo más con la finalidad de observar la variación en el comportamiento de los datos y parámetros al usar la modelación ARIMA. En la Tabla 17 presentamos los modelos tentativos a evaluar en las siguientes etapas.

Tabla 17. Modelos ARIMA tentativos para la serie en estudio

Modelo	Tipo de transformación	Modelo ARIMA (p,d,q)x(P,D,Q) ₂₆
M1	Logaritmo neperiano de Caudal	(1,1,1)x(0,1,1) ₂₆
M2	Logaritmo neperiano de Caudal	(2,1,1)x(0,1,1) ₂₆
M3	Logaritmo neperiano de Caudal	(3,1,1)x(0,1,1) ₂₆
M4	Logaritmo neperiano de Caudal	(3,1,0)x(0,1,1) ₂₆

Fuente: Elaboración propia

3.2.4 Estimación

Los parámetros de estos modelos son estimados por el método de máxima verosimilitud condicionada.

Los distintos programas que existen en el mercado para calcular estos parámetros pueden proporcionar valores ligeramente diferentes para un mismo modelo ARIMA, esto debido a que cada programa usa diferentes algoritmos de cálculo. La estimación de estos parámetros se realizó con los datos considerados dentro del grupo denominado periodo de validación utilizando en este caso el software Statgraphics.

Presentamos en las Tablas 18, 19, 20, 21, los resultados de la estimación de los parámetros para los distintos modelos ARIMA tentativos.

Tabla 18. Parámetros estimados del modelo ARIMA (1,1,1)x(0,1,1)₂₆

Modelo	Parámetros		
ARIMA (1,1,1)x(0,1,1) ₂₆	ϕ_1	θ_1	Θ_1
	0.56697	0.8802	0.83684

Fuente: Elaboración propia

Tabla 19. Parámetros estimados del modelo ARIMA (2,1,1)x(0,1,1)₂₆

Modelo	Parámetros			
ARIMA (2,1,1)x(0,1,1) ₂₆	ϕ_1	ϕ_2	θ_1	Θ_1
	0.566481	0.089571	0.917556	0.835583

Fuente: Elaboración propia

Tabla 20. Parámetros estimados del modelo ARIMA (3,1,1)x(0,1,1)₂₆

Modelo	Parámetros				
ARIMA (3,1,1)x(0,1,1) ₂₆	ϕ_1	ϕ_2	ϕ_3	θ_1	Θ_1
	0.570725	0.087231	0.010767	0.922668	0.835642

Fuente: Elaboración propia

Tabla 21. Parámetros estimados del modelo ARIMA (3,1,0)x(0,1,1)₂₆

Modelo	Parámetros			
ARIMA (3,1,0)x(0,1,1) ₂₆	ϕ_1	ϕ_2	ϕ_3	Θ_1
	-0.3038	-0.16852	-0.12401	0.832828

Fuente: Elaboración propia

3.2.5 Validación

En esta etapa se realiza la evaluación de los modelos, comprobamos su eficiencia y decidimos cual es el más adecuado.

La validación consiste en comprobar que la serie residual tiene media cero, es estable en varianza, y sus valores son independientes entre sí, es decir verificar que los residuos son ruido blanco.

Para realizar la verificación se usa el gráfico de la FAS y FAP de dichos residuos, si todos los coeficientes de estas gráficas se encuentran dentro de la banda de confianza al 95% significa que los valores de los coeficientes no son significativos, y por tanto se asume que los residuos son independientes entre sí y se acepta el modelo. Por el contrario si uno o varios valores de autocorrelación sobrepasan las bandas, especialmente en los retardos iniciales, significa que los coeficientes son significativamente distintos de cero y los residuos podrían seguir teniendo dependencia. En ese caso, habría que modificar el modelo para que incluya esa dependencia, y deje los residuos sin ningún tipo de dependencia.

Las Figuras 20, 21, 22 y 23 muestran la FAS y FAP de los residuos de los modelos propuestos.

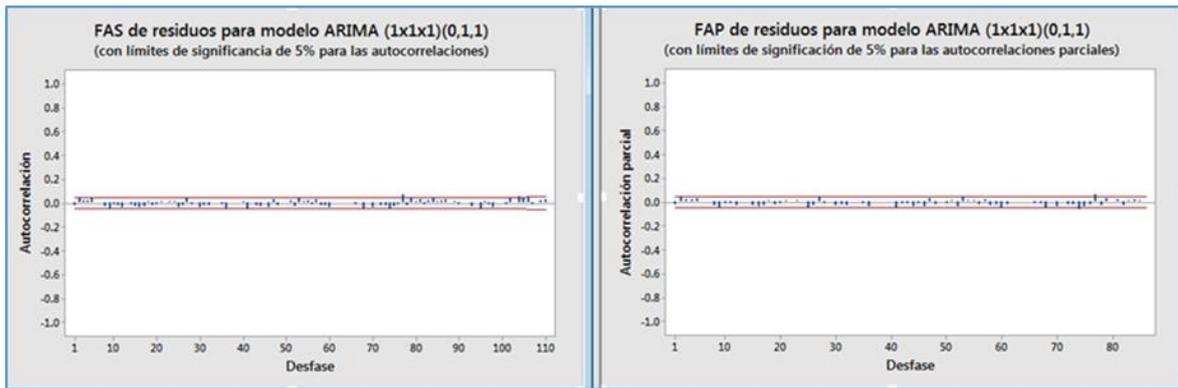


Figura 20. FAS y FAP para los residuos del modelo ARIMA $(1,1,1)x(0,1,1)_{26}$

Fuente: Elaboración propia

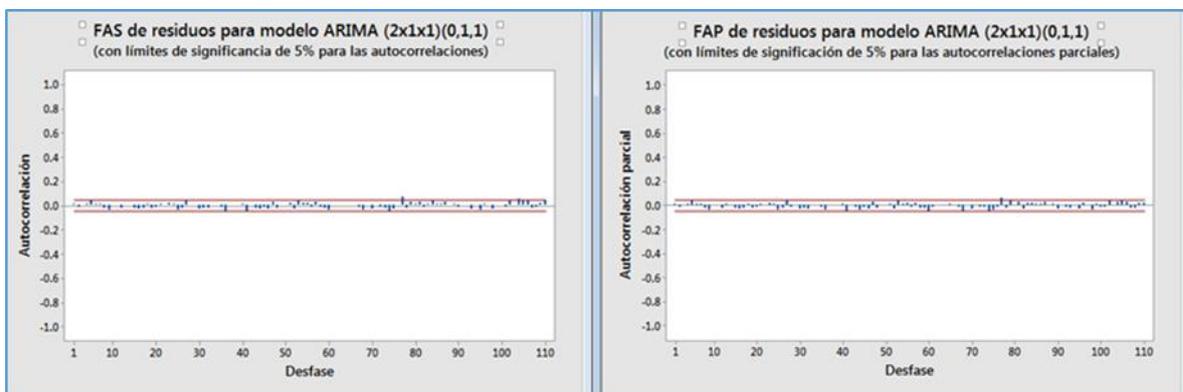


Figura 21. FAS y FAP para los residuos del modelo ARIMA $(2,1,1)x(0,1,1)_{26}$

Fuente: Elaboración propia

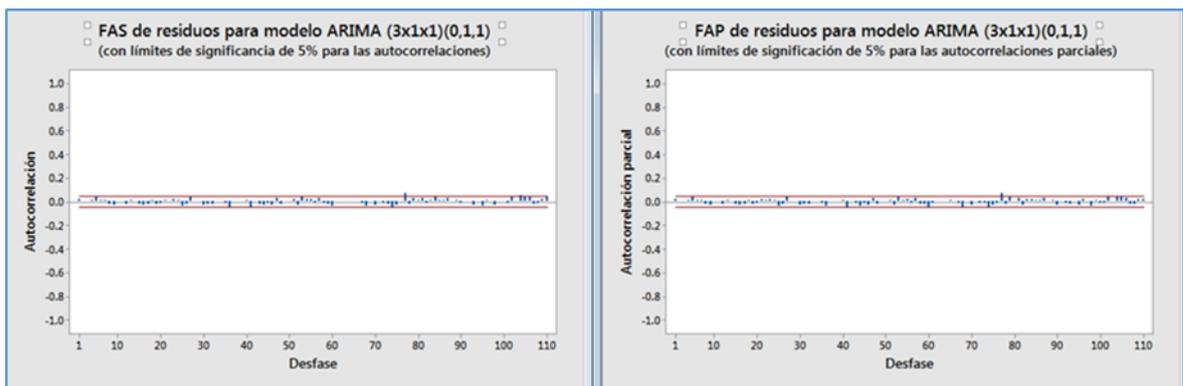


Figura 22. FAS y FAP para los residuos del modelo ARIMA $(3,1,1)x(0,1,1)_{26}$

Fuente: Elaboración propia

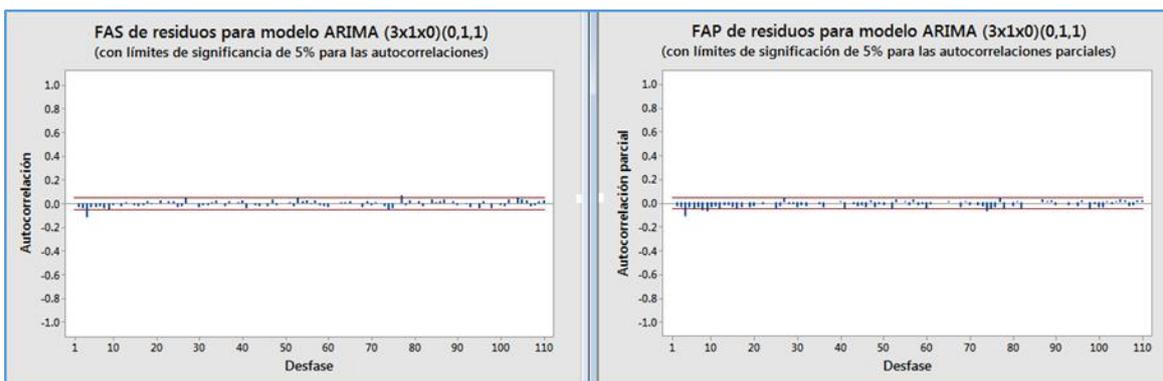


Figura 23. FAS y FAP para los residuos del modelo ARIMA $(3,1,0)x(0,1,1)_{26}$

Fuente: Elaboración propia

Se observa que la gráficas de FAS y FAP para residuos de los modelos ARIMA $(1,1,1)x(0,1,1)_{26}$, ARIMA $(2,1,1)x(0,1,1)_{26}$, ARIMA $(3,1,1)x(0,1,1)_{26}$, no muestran estructura dinámica, ya que los coeficientes se encuentran dentro de la banda de confianza, mientras que el modelo ARIMA $(3,1,0)x(0,1,1)_{26}$, muestra que el coeficiente del tercer retardo se encuentra significativamente fuera de la banda de confianza (Figura 22), lo que invalida este modelo.

En la Figura 24 se muestra los histogramas de los residuos para los tres modelos y se aprecia que presentan comportamiento muy similar, y las frecuencias están distribuidas equitativamente siendo casi homogéneos.

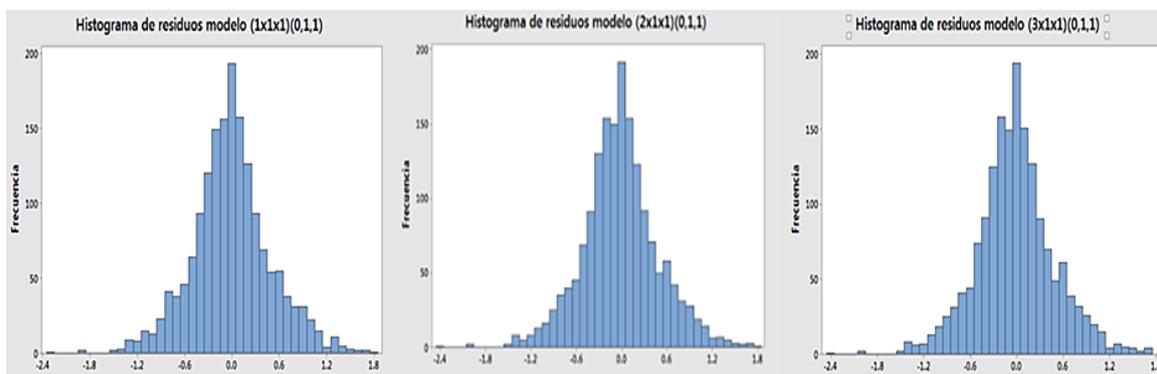


Figura 24. Histograma de residuos modelos ARIMA $(1,1,1)(0,1,1)_{26}$, $(2,1,1)(0,1,1)_{26}$, $(3,1,1)(0,1,1)_{26}$

Fuente: Elaboración propia

Para definir qué modelo de los tres restantes es el que mejor se ajusta a la serie de datos los comparamos según su capacidad predictiva. Para ello, se realiza predicciones a distintos horizontes $h=1, \dots, 30$. Para cada horizonte de predicción se promedian los errores de predicción al cuadrado, obteniéndose el llamado error cuadrático medio de predicción al que llamaremos ECMP:

$$ECMP(h) = \frac{\sum_{i=1}^{t-h} e_{i+h|i}^2}{t-h},$$

y los errores de predicción medio en valor absoluto al que llamaremos MAE:

$$\text{MAE}(h) = \frac{\sum_{i=1}^{t-h} |e_{i+h}|}{t-h},$$

donde $e_{i+h}|_i$ es el error de predecir z_{i+h} desde la observación i a horizonte h . Las Figuras 25, 26 y 27 muestran las gráficas de los ECMP y MAE, que representan el error medio cuando se predice a horizontes adelante, mientras más tienden a cero mucho mejor. Se aprecia que la Figura 27 correspondiente al modelo ARIMA (3,1,1)x(0,1,1)₂₆ es la que muestra mayor tendencia a cero, esto significa que este modelo es el que mejor se ajusta a la serie de datos en estudio y es el modelo con el que se harán las predicciones.

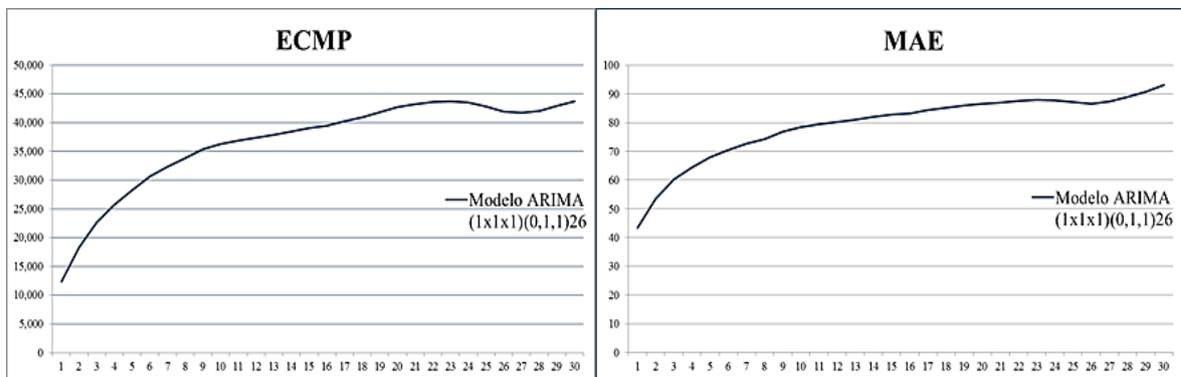


Figura 25. ECMP y MAE para modelo ARIMA (1,1,1)x(0,1,1)₂₆

Fuente: Elaboración propia

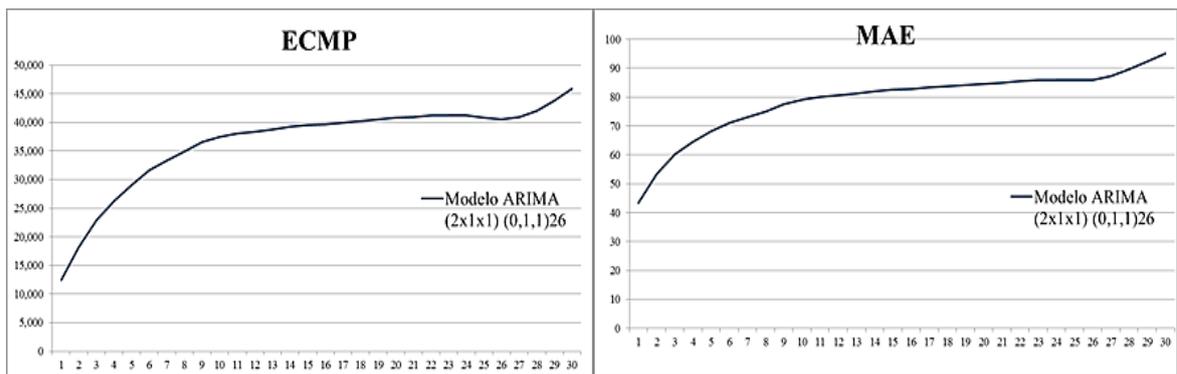


Figura 26. ECMP y MAE para modelo ARIMA (2,1,1)x(0,1,1)₂₆

Fuente: Elaboración propia

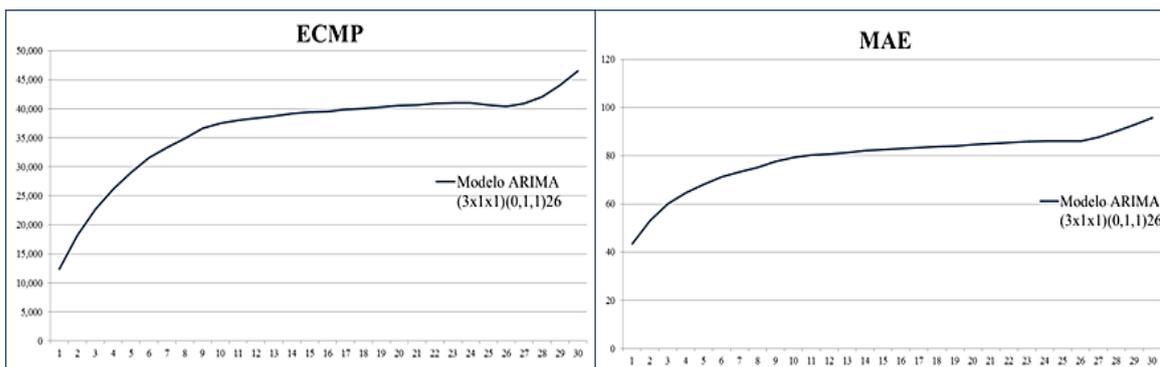


Figura 27. ECMP y MAE para modelo ARIMA (3,1,1)x(0,1,1)₂₆

Fuente: Elaboración propia.

Con la finalidad de determinar cuáles son los horizontes más difíciles de predecir se grafican los promedios para ECMP y MAE con los datos de los errores de predicción para cada horizonte y se usan los valores de errores de la primera quincena de cada año hidrológico en estudio. En la Figura 28 vemos esta comparación.

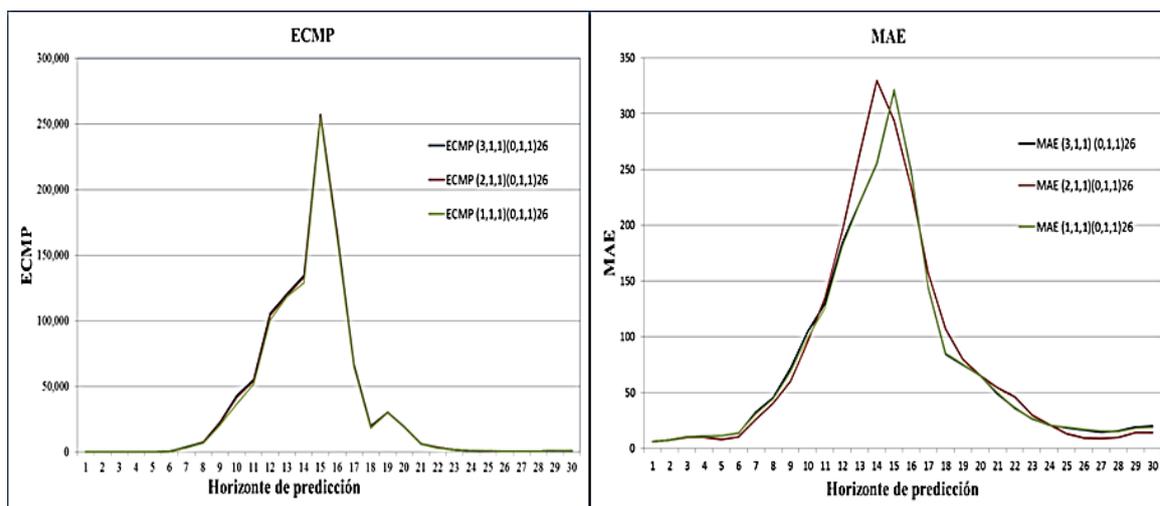


Figura 28. ECMP y MAE de los modelos ARIMA (1,1,1)x(0,1,1)₂₆, (2,1,1)x(0,1,1)₂₆ y (3,1,1)x(0,1,1)₂₆

Fuente: Elaboración propia

De la Figura 28 obtenemos los datos de la Tabla 22, donde se aprecia que el horizonte correspondiente a la bisemana 15 muestra el pico más alto en las tres gráficas y significa que es el horizonte más difícil de predecir para los tres modelos.

Tabla 22. Valores más altos para ECMP y MAE

Modelo	Horizonte más difícil de predecir	Valor ECMP	Valor MAE
ARIMA (1,1,1)(0,1,1) ₂₆	Bisemanal 15	254464	321.60
ARIMA (2,1,1)(0,1,1) ₂₆	Bisemanal 15	256984	329.76
ARIMA (3,1,1)(0,1,1) ₂₆	Bisemanal 15	256934	320.56

Fuente: Elaboración propia

Finalmente, el modelo ARIMA (3,1,1)(0,1,1)₂₆ es el que mejor se ajusta a la serie de datos y el mejor modelo para el propósito que se busca.

3.2.6 Predicciones con modelo ARIMA (3,1,1)(0,1,1)₂₆

La fase final de esta metodología es pronosticar valores futuros de la serie de tiempo. En el caso de la serie en estudio se trata de una serie ligada a fenómenos naturales, por lo que las predicciones deben ser un proceso dinámico que debe ser validado año a año una vez obtenido el modelo. Definimos el horizonte de predicción a 30 periodos, puesto que predicciones para horizontes más lejanos no son confiables para esta serie.

El modelo seleccionado de mejor ajuste a la serie es el ARIMA (3,1,1)(0,1,1)₂₆ y sigue la siguiente ecuación:

$$(1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \phi_3 B^3)w_t = (1 - \theta_1 B)(1 - \Theta_1 B^{26})a_t$$

Donde w_t es la serie transformada con el fin de conseguir estacionariedad. Desarrollando estos polinomios resulta la siguiente expresión:

$$w_t - \phi_1 w_{t-1} - \phi_2 w_{t-2} - \phi_3 w_{t-3} = a_t - \theta_1 a_{t-1} - \Theta_1 a_{t-26} + \theta_1 \Theta_1 a_{t-27}$$

Donde B es el operador de retardos y $\phi_1, \phi_2, \phi_3, \theta_1$ y Θ_1 son los parámetros del modelo elegido y a_t son las innovaciones del modelo.

Despejando w_t tenemos:

$$w_t = \phi_1 w_{t-1} + \phi_2 w_{t-2} + \phi_3 w_{t-3} + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \Theta_1 a_{t-26} + \theta_1 \Theta_1 a_{t-27}$$

Es necesario considerar que:

$$z_t = \exp(wt + \ln z_{t-1} + \ln z_{t-26} - \ln z_{t-27}) = \left(\frac{z_{t-1} z_{t-26}}{z_{t-27}} \right) e^{w_t}$$

$$\hat{z}_{t+h|t} = \left(\frac{\hat{z}_{t+h-1|t} z_{t+h-26|t}}{z_{t+h-27|t}} \right) e^{\hat{w}_{t+h|t}} \text{ para las predicciones}$$

Entonces las predicciones serán:

$$\hat{w}_{t+1|t} = \phi_1 w_t + \phi_2 w_{t-1} + \phi_3 w_{t-2} - \theta_1 a_t - \theta_2 a_{t-1} - \theta_3 a_{t-2} - \Theta_1 a_{t-25} + \theta_1 \Theta_1 a_{t-26} + \theta_2 \Theta_1 a_{t-27} + \theta_3 \Theta_1 a_{t-28}$$

$$\hat{w}_{t+2|t} = \phi_1 w_{t+1|t} + \phi_2 w_t + \phi_3 w_{t-1} - \theta_2 a_t - \theta_3 a_{t-1} - \Theta_1 a_{t-24} + \theta_1 \Theta_1 a_{t-25} + \theta_2 \Theta_1 a_{t-26} + \theta_3 \Theta_1 a_{t-27}$$

$$\hat{w}_{t+3|t} = \phi_1 w_{t+2|t} + \phi_2 w_{t+1|t} + \phi_3 w_t - \theta_3 a_t - \Theta_1 a_{t-23} + \theta_1 \Theta_1 a_{t-24} + \theta_2 \Theta_1 a_{t-25} + \theta_3 \Theta_1 a_{t-26}$$

$$\hat{w}_{t+4|t} = \phi_1 w_{t+3,t} + \phi_2 w_{t+2,t} + \phi_3 w_{t+1,t} - \theta_1 a_{t-22} + \theta_1 \theta_1 a_{t-23} + \theta_2 \theta_1 a_{t-24} \\ + \theta_3 \theta_1 a_{t-25}$$

Estas predicciones se construyen hasta el horizonte definido, en la presente desarrollaremos las predicciones hasta el horizonte 30, esto quiere decir las predicciones de las siguientes 30 bisemanas promedio de caudal.

La aplicación de las fórmulas descritas fue desarrollada en una hoja de cálculo usando el programa Microsoft Excel. En el Capítulo IV. Análisis de Resultados se verán los resultados de aplicar las ecuaciones descritas para la predicción de la serie en estudio.

Capítulo IV. Análisis de Resultados

A partir del modelo ARIMA (3,1,1)(0,1,1)₂₆ definido como el de mejor ajuste a la serie en estudio, se realizaron cuatro conjuntos de predicciones que se comparan entre sí y que inician en:

- Agosto de 2015, dado que allí culmina el año hidrológico 2014-2015.
- Diciembre de 2015, para estimar el comportamiento del verano 2016.
- Enero de 2016, para estimar el comportamiento del verano 2017.
- Febrero de 2016, ya que en marzo se realizaron las últimas corridas del modelo ARIMA con la finalidad de compararlas.

4.1 Predicciones de caudal desde 24 de agosto del 2015 al 16 de octubre de 2016

Considerando que la serie en estudio cuenta con datos desde el inicio del año hidrológico en 1950 hasta el 23 de agosto del 2015, se desarrollaron las predicciones a partir del 24 de agosto de 2015 debido a que en este último periodo termina el año hidrológico 2014-2015 y las predicciones se harán desde el inicio del año hidrológico 2015-2016. Los datos de las predicciones se muestran en la Tabla 23 como promedio bisemanal empezando con el 24 de agosto del 2015 al 16 de octubre de 2016, con 30 horizontes de predicción, terminando con el período del 03 de octubre de 2016 al 16 de octubre de 2016.

En la Figura 29 se aprecia el comportamiento de los datos estimados, presentados desde el año hidrológico anterior 2014 – 2015.

Tanto en la Tabla 23 como en la Figura 29 se observa que los meses de febrero a abril del 2016 presentan los caudales más altos siendo el máximo de 417.01 m³/s, correspondiente al periodo del 21/03/2016 al 03/04/2016.

Tabla 23. Datos predichos desde el 24/08/2015 al 16/10/2016

Lunes	Domingo	Caudal m³/s	Tipo
28/07/2014	10/08/2014	37.06	Dato serie original
11/08/2014	24/08/2014	47.42	Dato serie original
25/08/2014	07/09/2014	38.23	Dato serie original
08/09/2014	21/09/2014	29.93	Dato serie original
22/09/2014	05/10/2014	27.19	Dato serie original
06/10/2014	19/10/2014	42.83	Dato serie original
20/10/2014	02/11/2014	20.77	Dato serie original
03/11/2014	16/11/2014	27.57	Dato serie original
17/11/2014	30/11/2014	22.06	Dato serie original
01/12/2014	14/12/2014	38.59	Dato serie original
15/12/2014	28/12/2014	36.02	Dato serie original
29/12/2014	11/01/2015	46.20	Dato serie original
12/01/2015	25/01/2015	103.46	Dato serie original
26/01/2015	08/02/2015	116.19	Dato serie original
09/02/2015	22/02/2015	94.39	Dato serie original
23/02/2015	08/03/2015	85.25	Dato serie original
09/03/2015	22/03/2015	329.89	Dato serie original
23/03/2015	05/04/2015	1066.66	Dato serie original
06/04/2015	19/04/2015	335.29	Dato serie original
20/04/2015	03/05/2015	278.06	Dato serie original
04/05/2015	17/05/2015	176.12	Dato serie original
18/05/2015	31/05/2015	112.80	Dato serie original
01/06/2015	14/06/2015	158.40	Dato serie original
15/06/2015	28/06/2015	118.47	Dato serie original
29/06/2015	12/07/2015	84.91	Dato serie original
13/07/2015	26/07/2015	65.80	Dato serie original
27/07/2015	09/08/2015	72.55	Dato serie original
10/08/2015	23/08/2015	40.12	Dato serie original
24/08/2015	06/09/2015	43.48	Predicción
07/09/2015	20/09/2015	34.74	Predicción
21/09/2015	04/10/2015	33.87	Predicción
05/10/2015	18/10/2015	38.75	Predicción
19/10/2015	01/11/2015	29.68	Predicción
02/11/2015	15/11/2015	35.11	Predicción
16/11/2015	29/11/2015	33.49	Predicción
30/11/2015	13/12/2015	50.22	Predicción
14/12/2015	27/12/2015	55.45	Predicción
28/12/2015	10/01/2016	85.47	Predicción
11/01/2016	24/01/2016	113.19	Predicción
25/01/2016	07/02/2016	180.21	Predicción
08/02/2016	21/02/2016	207.57	Predicción
22/02/2016	06/03/2016	246.34	Predicción
07/03/2016	20/03/2016	340.34	Predicción
21/03/2016	03/04/2016	417.01	Predicción
04/04/2016	17/04/2016	234.69	Predicción
18/04/2016	01/05/2016	183.05	Predicción
02/05/2016	15/05/2016	157.45	Predicción
16/05/2016	29/05/2016	131.22	Predicción
30/05/2016	12/06/2016	124.92	Predicción
13/06/2016	26/06/2016	98.06	Predicción
27/06/2016	10/07/2016	83.63	Predicción
11/07/2016	24/07/2016	59.17	Predicción
25/07/2016	07/08/2016	51.32	Predicción
08/08/2016	21/08/2016	41.09	Predicción
22/08/2016	04/09/2016	43.23	Predicción
05/09/2016	18/09/2016	34.98	Predicción
19/09/2016	02/10/2016	34.40	Predicción
03/10/2016	16/10/2016	39.58	Predicción

Fuente: Elaboración propia

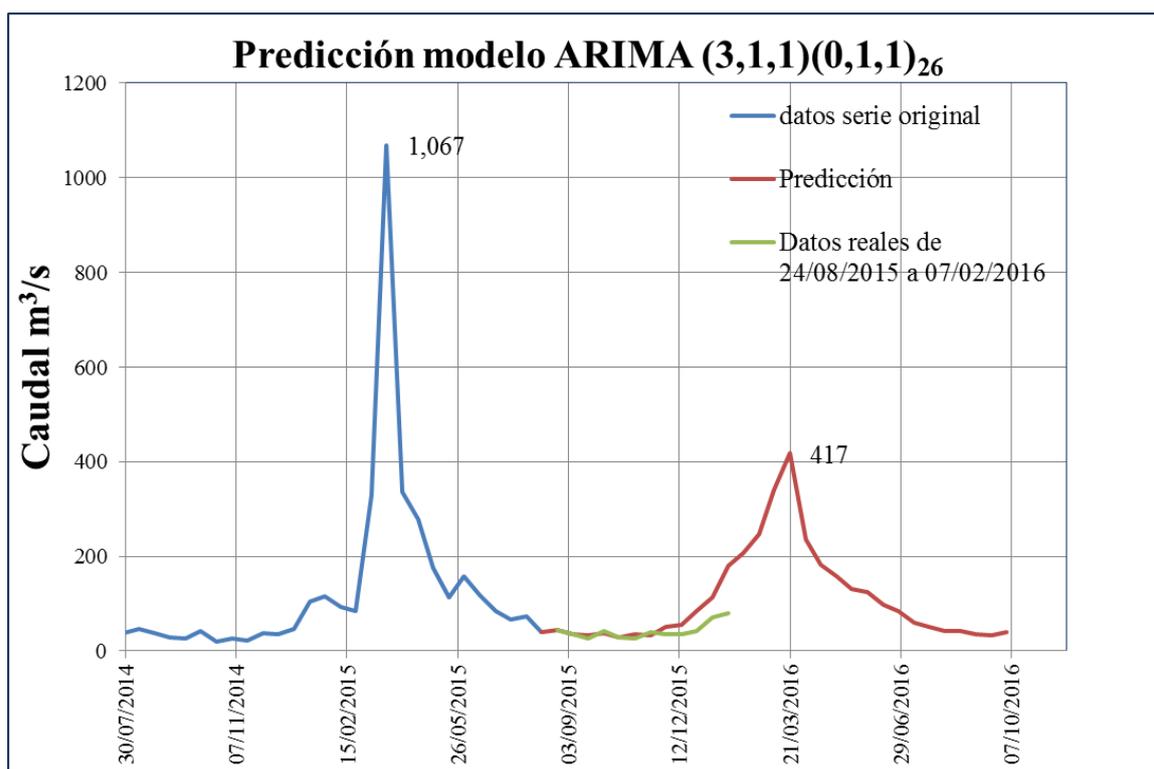


Figura 29. Comportamiento de la predicción desde el 24/08/2015 al 16/10/2016

Fuente: Elaboración propia

4.2 Predicciones de caudal desde el 28 de diciembre del 2015 al 19 de febrero del 2017

Considerando que la serie en estudio cuenta con datos desde el inicio del año hidrológico en 1950 hasta el 27 de diciembre del 2015, se desarrollaron las predicciones a partir del 28 de diciembre del 2015, con el fin de estimar las predicciones para el verano del 2016. Los datos de las predicciones se muestran en la Tabla 24 como promedio bisemanal empezando con el 28 de diciembre del 2015 al 19 de febrero del 2017, con 30 horizontes de predicción, terminando con el período del 06 de enero del 2017 al 19 de febrero del 2017.

En la Figura 30 se aprecia el comportamiento de los datos estimados, presentados desde el año hidrológico anterior 2014 – 2015.

Tanto en la Tabla 24 como en la Figura 30 se observa que los meses de enero a abril del 2016 presentan los caudales más altos siendo el máximo de 352.67 m³/s, correspondiente al periodo del 21/03/2016 al 03/04/2016.

Tabla 24. Datos predichos desde el 28/12/2015 al 19/02/2017

Lunes	Domingo	Caudal m³/s	Tipo
28/07/2014	10/08/2014	37.06	Dato serie original
...
10/08/2015	23/08/2015	40.12	Dato serie original
24/08/2015	06/09/2015	45.38	Dato serie original
07/09/2015	20/09/2015	34.98	Dato serie original
21/09/2015	04/10/2015	26.48	Dato serie original
05/10/2015	18/10/2015	42.55	Dato serie original
19/10/2015	01/11/2015	29.88	Dato serie original
02/11/2015	15/11/2015	25.65	Dato serie original
16/11/2015	29/11/2015	40.17	Dato serie original
30/11/2015	13/12/2015	36.09	Dato serie original
14/12/2015	27/12/2015	35.22	Dato serie original
28/12/2015	10/01/2016	61.27	Predicción
11/01/2016	24/01/2016	85.53	Predicción
25/01/2016	07/02/2016	141.64	Predicción
08/02/2016	21/02/2016	167.84	Predicción
22/02/2016	06/03/2016	203.25	Predicción
07/03/2016	20/03/2016	284.88	Predicción
21/03/2016	03/04/2016	352.67	Predicción
04/04/2016	17/04/2016	199.94	Predicción
18/04/2016	01/05/2016	156.77	Predicción
02/05/2016	15/05/2016	135.35	Predicción
16/05/2016	29/05/2016	113.10	Predicción
30/05/2016	12/06/2016	107.88	Predicción
13/06/2016	26/06/2016	84.80	Predicción
27/06/2016	10/07/2016	72.39	Predicción
11/07/2016	24/07/2016	51.25	Predicción
25/07/2016	07/08/2016	44.48	Predicción
08/08/2016	21/08/2016	35.62	Predicción
22/08/2016	04/09/2016	37.75	Predicción
05/09/2016	18/09/2016	30.37	Predicción
19/09/2016	02/10/2016	28.65	Predicción
03/10/2016	16/10/2016	34.87	Predicción
17/10/2016	30/10/2016	26.44	Predicción
31/10/2016	13/11/2016	29.76	Predicción
14/11/2016	27/11/2016	30.87	Predicción
28/11/2016	11/12/2016	42.61	Predicción
12/12/2016	25/12/2016	46.15	Predicción
26/12/2016	08/01/2017	72.63	Predicción
09/01/2017	22/01/2017	97.07	Predicción
23/01/2017	05/02/2017	155.62	Predicción
06/02/2017	19/02/2017	180.13	Predicción

Fuente: Elaboración propia

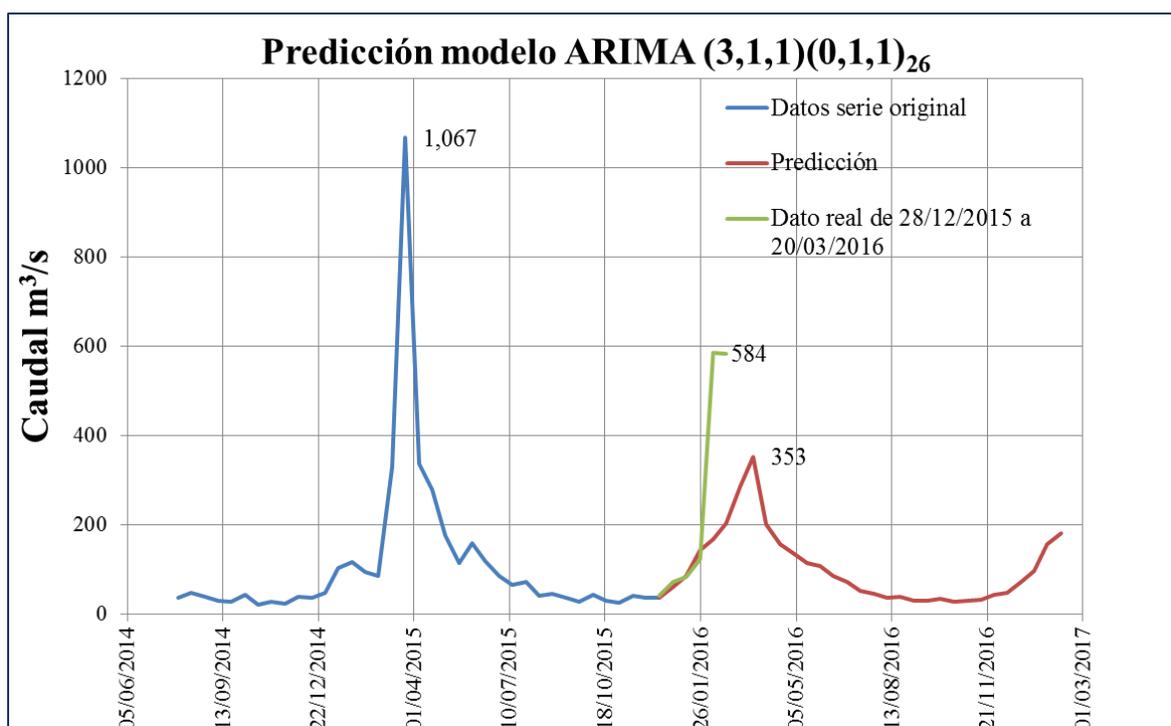


Figura 30. Comportamiento de la predicción desde el 28/12/2015 al 19/02/2017

Fuente: Elaboración propia

4.3 Predicciones de caudal desde el 25 de enero del 2016 al 19 de marzo del 2017

Considerando que la serie en estudio cuenta con datos desde el inicio del año hidrológico en 1950 hasta el 24 de enero del 2016, se desarrollaron las predicciones a partir del 25 de enero del 2016, con el fin de estimar las predicciones para el verano del 2017. Los datos de las predicciones se muestran en la Tabla 25 como promedio bisemanal empezando con el 25 de enero del 2016 al 19 de marzo del 2017, con 30 horizontes de predicción, terminando con el período del 06 de marzo del 2017 al 19 de marzo del 2017.

En la Figura 31 se aprecia el comportamiento de los datos estimados, presentados desde el año hidrológico anterior 2014 – 2015.

Tanto en la Tabla 25 como en la Figura 31 se observa que los meses de marzo a abril del 2016 presentan los caudales más altos siendo el máximo de 318.49 m³/s, correspondiente al período del 21/03/2016 al 03/04/2016.

Tabla 25. Datos predichos desde el 25/01/2016 al 19/03/2017

Lunes	Domingo	Caudal m³/s	Tipo
28/07/2014	10/08/2014	37.06	Dato serie original
...
21/09/2015	04/10/2015	26.48	Dato serie original
05/10/2015	18/10/2015	42.55	Dato serie original
19/10/2015	01/11/2015	29.88	Dato serie original
02/11/2015	15/11/2015	25.65	Dato serie original
16/11/2015	29/11/2015	40.17	Dato serie original
30/11/2015	13/12/2015	36.09	Dato serie original
14/12/2015	27/12/2015	35.22	Dato serie original
28/12/2015	10/01/2016	41.08	Dato serie original
11/01/2016	24/01/2016	70.54	Dato serie original
25/01/2016	07/02/2016	119.42	Predicción
08/02/2016	21/02/2016	145.29	Predicción
22/02/2016	06/03/2016	179.35	Predicción
07/03/2016	20/03/2016	254.80	Predicción
21/03/2016	03/04/2016	318.49	Predicción
04/04/2016	17/04/2016	181.82	Predicción
18/04/2016	01/05/2016	143.26	Predicción
02/05/2016	15/05/2016	124.12	Predicción
16/05/2016	29/05/2016	103.98	Predicción
30/05/2016	12/06/2016	99.36	Predicción
13/06/2016	26/06/2016	78.20	Predicción
27/06/2016	10/07/2016	66.81	Predicción
11/07/2016	24/07/2016	47.34	Predicción
25/07/2016	07/08/2016	41.10	Predicción
08/08/2016	21/08/2016	32.93	Predicción
22/08/2016	04/09/2016	34.90	Predicción
05/09/2016	18/09/2016	28.08	Predicción
19/09/2016	02/10/2016	26.50	Predicción
03/10/2016	16/10/2016	32.25	Predicción
17/10/2016	30/10/2016	24.46	Predicción
31/10/2016	13/11/2016	27.53	Predicción
14/11/2016	27/11/2016	28.55	Predicción
28/11/2016	11/12/2016	39.42	Predicción
12/12/2016	25/12/2016	42.70	Predicción
26/12/2016	08/01/2017	62.92	Predicción
09/01/2017	22/01/2017	87.00	Predicción
23/01/2017	05/02/2017	139.98	Predicción
06/02/2017	19/02/2017	162.74	Predicción
20/02/2017	05/03/2017	194.43	Predicción
06/03/2017	19/03/2017	269.89	Predicción

Fuente: Elaboración propia

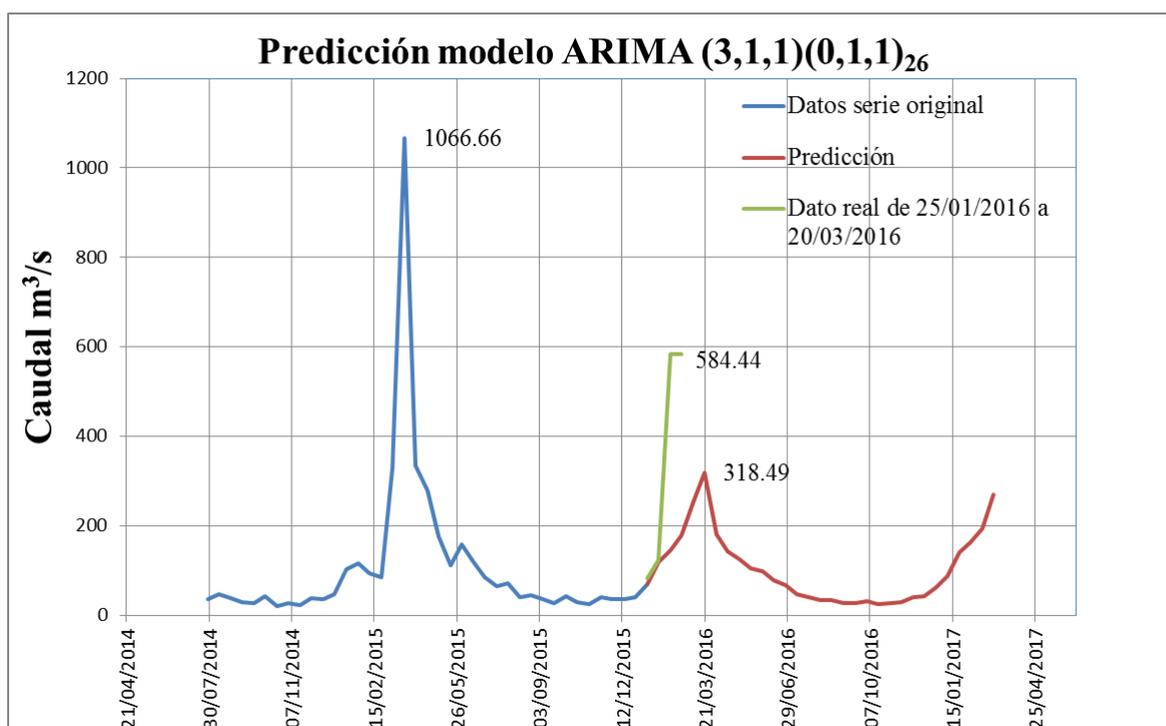


Figura 31. Comportamiento de la predicción desde 25/01/2016 al 19/03/2017

Fuente: Elaboración propia

4.4 Predicciones de caudal desde el 07 de marzo del 2016 al 30 de abril del 2017

Considerando que la serie en estudio cuenta con datos desde el inicio del año hidrológico en 1950 hasta el 06 de marzo del 2016, se desarrollaron las predicciones a partir del 07 de marzo del 2016, esta fecha es la última actualizada con los datos de caudal de entrada al reservorio Poechos. Los datos de las predicciones se muestran en la Tabla 26 como promedio bisemanal empezando con el 07 de marzo del 2016 al 30 de abril del 2017, con 30 horizontes de predicción, terminando con el período del 17 de abril del 2017 al 30 de abril del 2017.

En la Figura 32 se aprecia el comportamiento de los datos estimados, presentados desde el año hidrológico anterior 2014 – 2015.

Tanto en la Tabla 26 como en la Figura 32 se observa que los meses de enero a abril del 2016 presentan los caudales más altos siendo el máximo de 580.90 m³/s, correspondiente al periodo del 21/03/2016 al 03/04/2016.

Tabla 26. Datos predichos desde el 07/03/2016 al 30/04/2017

Lunes	Domingo	Caudal m³/s	Tipo
28/07/2014	10/08/2014	37.06	Dato serie original
...
19/10/2015	01/11/2015	29.88	Dato serie original
02/11/2015	15/11/2015	25.65	Dato serie original
16/11/2015	29/11/2015	40.17	Dato serie original
30/11/2015	13/12/2015	36.09	Dato serie original
14/12/2015	27/12/2015	35.22	Dato serie original
28/12/2015	10/01/2016	41.08	Dato serie original
11/01/2016	24/01/2016	70.54	Dato serie original
25/01/2016	07/02/2016	82.21	Dato serie original
08/02/2016	21/02/2016	122.92	Dato serie original
22/02/2016	06/03/2016	584.44	Dato serie original
07/03/2016	20/03/2016	531.67	Predicción
21/03/2016	03/04/2016	580.90	Predicción
04/04/2016	17/04/2016	299.71	Predicción
18/04/2016	01/05/2016	219.25	Predicción
02/05/2016	15/05/2016	180.22	Predicción
16/05/2016	29/05/2016	145.40	Predicción
30/05/2016	12/06/2016	135.25	Predicción
13/06/2016	26/06/2016	104.43	Predicción
27/06/2016	10/07/2016	88.01	Predicción
11/07/2016	24/07/2016	61.74	Predicción
25/07/2016	07/08/2016	53.24	Predicción
08/08/2016	21/08/2016	42.44	Predicción
22/08/2016	04/09/2016	44.82	Predicción
05/09/2016	18/09/2016	35.98	Predicción
19/09/2016	02/10/2016	33.89	Predicción
03/10/2016	16/10/2016	41.18	Predicción
17/10/2016	30/10/2016	31.20	Predicción
31/10/2016	13/11/2016	35.10	Predicción
14/11/2016	27/11/2016	36.39	Predicción
28/11/2016	11/12/2016	50.22	Predicción
12/12/2016	25/12/2016	54.38	Predicción
26/12/2016	08/01/2017	80.12	Predicción
09/01/2017	22/01/2017	110.78	Predicción
23/01/2017	05/02/2017	167.62	Predicción
06/02/2017	19/02/2017	201.57	Predicción
20/02/2017	05/03/2017	300.56	Predicción
06/03/2017	19/03/2017	387.74	Predicción
20/03/2017	02/04/2017	466.25	Predicción
03/04/2017	16/04/2017	258.70	Predicción
17/04/2017	30/04/2017	199.67	Predicción

Fuente: Elaboración propia

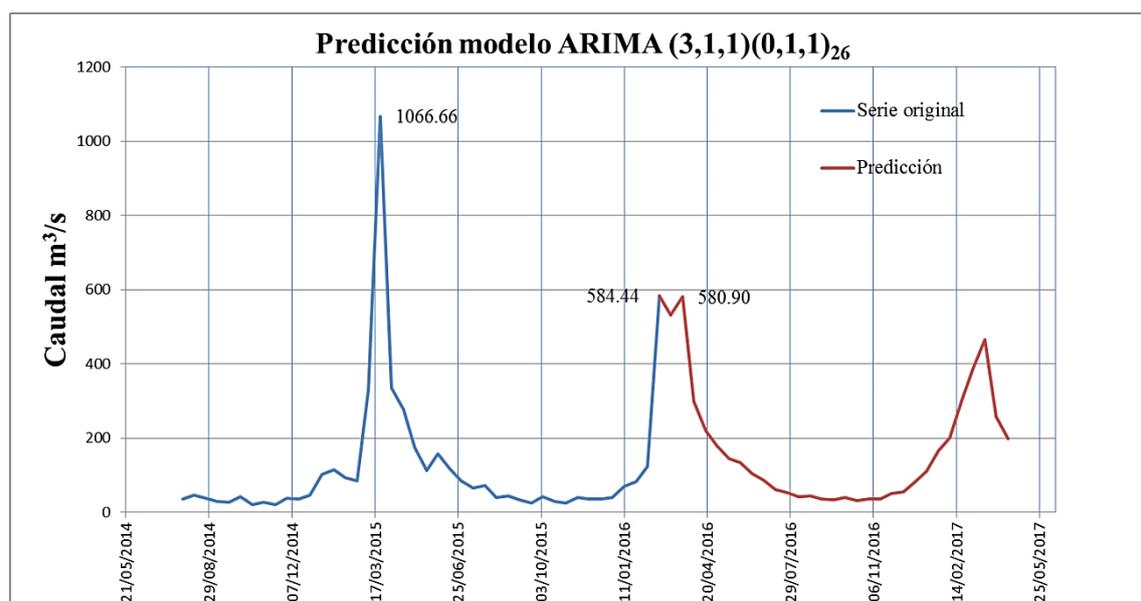


Figura 32. Comportamiento de la predicción desde 07/03/2016 al 30/04/2017

Fuente: Elaboración propia

4.5 Comparación de predicciones

En la Tabla 27 presentamos un comparativo entre los datos predichos y los datos reales del periodo 24/08/2015 al 07/02/2016. Este comparativo se realizó con el fin de apreciar la variación entre ambos y se eligió este periodo debido a que se tiene los datos reales completos desde agosto 2015 a marzo del 2016.

Tabla 27. Comparación de caudales medios bisemanales (m^3/s) predichos y reales del periodo 24/08/2015 al 07/02/2016

Fecha		Datos predichos	Datos reales
24/08/2015	06/09/2015	43.48	45.38
07/09/2015	20/09/2015	34.74	34.98
21/09/2015	04/10/2015	33.87	26.48
05/10/2015	18/10/2015	38.75	42.55
19/10/2015	01/11/2015	29.68	29.88
02/11/2015	15/11/2015	35.11	25.65
16/11/2015	29/11/2015	33.49	40.17
30/11/2015	13/12/2015	50.22	36.09
14/12/2015	27/12/2015	55.45	35.22
28/12/2015	10/01/2016	85.47	41.08
11/01/2016	24/01/2016	113.19	70.54
25/01/2016	07/02/2016	180.21	80.75
08/02/2016	21/02/2016	207.57	122.92
22/02/2016	06/03/2016	246.34	584.44

Fuente: Elaboración propia.

La Figura 33 compara los cuatro conjuntos de predicciones realizadas presentadas en los acápites anteriores. Podemos apreciar la coincidencia en predecir los mayores caudales de la temporada en la bisemana del 21/03/2016 al 03/04/2016, así como se observa también la variación de dichas predicciones a medida que se actualizan los datos reales. La última corrida predice para dicho periodo el caudal más alto, siendo de 580.90 m³/s.

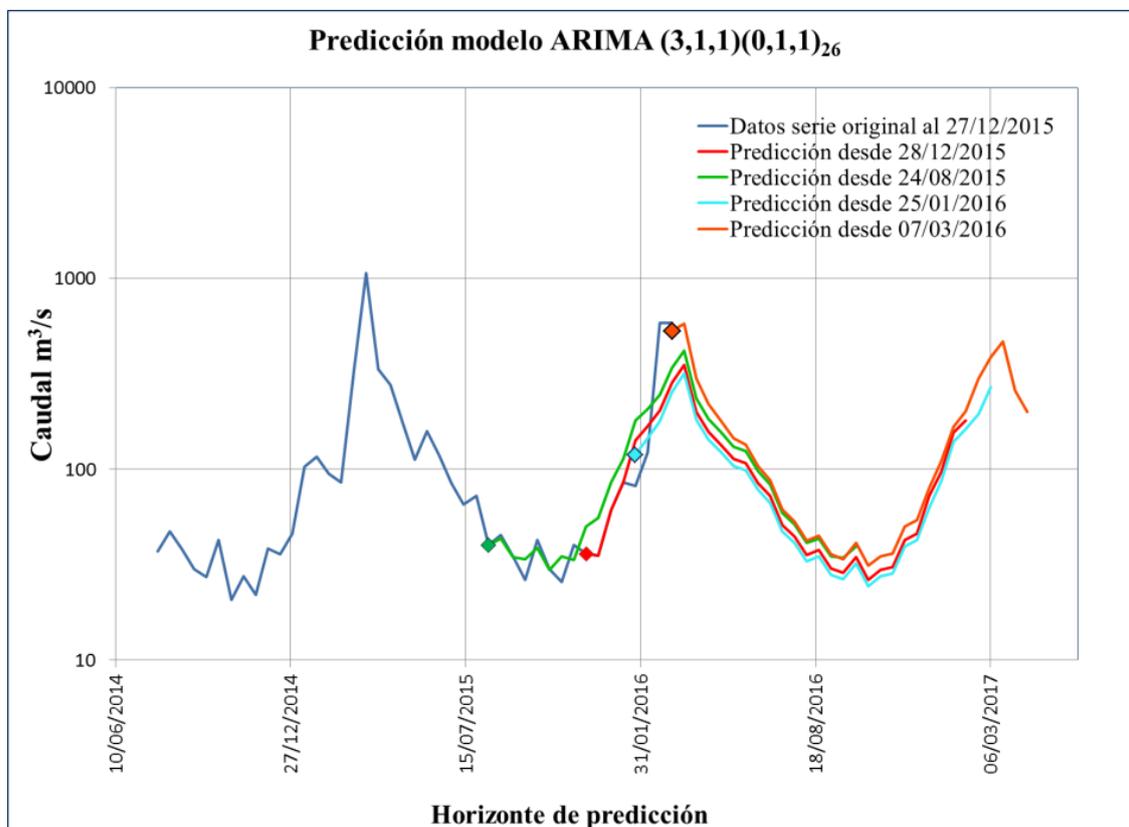


Figura 33. Comportamiento de la predicción desde 24/08/2015 al 16/10/2016, 28/12/2015 al 19/02/2017, 25/01/2016 al 19/03/2017 y del 07/03/2016 al 30/04/2017

Fuente: Elaboración propia

4.6 Intervalos para las predicciones

Luego de realizar las predicciones es necesario conocer los límites de los intervalos de predicción de cada una de ellas, para esto estimamos los valores mínimos y máximos para cada conjunto de predicciones, valores entre los cuales podrían variar los datos predichos.

Como las predicciones fueron realizadas con el modelo ARIMA (3,1,1)(0,1,1), a partir de este modelo vamos a desarrollar los intervalos de predicción.

Siendo el modelo ARIMA (3,1,1)(0,1,1):

$$(1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \phi_3 B^3)(1 - B^{26})(1 - B)x_t = (1 - \theta_1 B)(1 - \theta_1 B^{26})a_t$$

con $x_t = \ln y_t$.

O bien,

$$\phi^*(B)x_t = \theta^*(B)a_t$$

donde $\phi^*(B) = (1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \phi_3 B^3)(1 - B^{26})(1 - B)$ y

$$\theta^*(B) = (1 - \theta_1 B)(1 - \theta_1 B^{26}).$$

Buscamos reescribir este modelo en función de los llamadas pesos psi (Box, George; Jenkins Gwilym, 1976), es decir, como un MA puro. El modelo se expresa:

$$x_t = (1 + \psi_1 B + \psi_2 B^2 + \psi_3 B^3 + \dots) a_t$$

Por tanto:

$$\psi(B) = \phi^{*-1}(B)\theta^*(B)$$

$$\Rightarrow \phi^*(B)\psi(B) = \theta^*(B)$$

donde los coeficientes ψ_i se obtienen igualando los términos que multiplican a B^i en las dos ecuaciones anteriores. Estos pesos psi nos permiten hallar el error cuadrático medio de predicción ECMP(h) con la expresión siguiente:

$$\text{ECMP}(h) = \sigma_x^2(h) = \sigma^2 \left(1 + \sum_{i=1}^{h-1} \psi_i^2 \right)$$

Si $a_t \sim N(0, \sigma^2)$ se tiene entonces que

$$x_{t+h} \sim N(\hat{x}_{t+h|t}, \sigma_x^2(h))$$

Este resultado nos permite calcular un intervalo de predicción del $(1 - \alpha) \times 100\%$ como

$$x_{t+h} \in (\hat{x}_{t+h|t} \pm z_{\alpha/2} \sigma_x(h))$$

O bien:

$$x_{t+h} \in (\hat{x}_{t+h|t} - z_{\alpha/2} \sigma_x(h); \hat{x}_{t+h|t} + z_{\alpha/2} \sigma_x(h))$$

Para calcular los pesos $\hat{\psi}_i$ vamos a utilizar los parámetros ϕ, θ, Θ estimados para el modelo ARIMA (3,1,1)(0,1,1), que nos llevan a:

$$\begin{aligned} (1 - 0.5707B - 0.0872B^2 - 0.0108B^3)(1 - B)(1 - B^{26})x_t \\ = (1 - 0.9227B)(1 - 0.8356B^{26})a_t \end{aligned}$$

Multiplicando los polinomios respectivos se llega a:

$$\begin{aligned} \phi^*(B) &= 1 - 1.5707B + 0.4835B^2 + 0.0764B^3 + 0.0108B^4 \\ &\quad - B^{26} + 1.5707B^{27} - 0.4835B^{28} - 0.0764B^{29} - 0.0108B^{30}. \end{aligned}$$

$$\theta^*(B) = 1 - 0.9227B - 0.8356B^{26} + 0.771B^{27}.$$

Con estos valores, operamos en las ecuaciones que nos proporcionan los pesos $\hat{\psi}_i$ que se muestran en la Tabla 28 obtenidos con la ayuda del programa Matlab.

Tabla 28. Pesos $\hat{\psi}_i$ para el modelo ARIMA (3,1,1)(0,1,1)₂₆

$\hat{\psi}_1$	$\hat{\psi}_2$	$\hat{\psi}_3$	$\hat{\psi}_4$	$\hat{\psi}_5$	$\hat{\psi}_6$	$\hat{\psi}_7$	$\hat{\psi}_8$	$\hat{\psi}_9$	$\hat{\psi}_{10}$
0.6480	0.5343	0.4495	0.3874	0.3434	0.3119	0.2894	0.2734	0.2619	0.2537
$\hat{\psi}_{11}$	$\hat{\psi}_{12}$	$\hat{\psi}_{13}$	$\hat{\psi}_{14}$	$\hat{\psi}_{15}$	$\hat{\psi}_{16}$	$\hat{\psi}_{17}$	$\hat{\psi}_{18}$	$\hat{\psi}_{19}$	$\hat{\psi}_{20}$
0.2479	0.2437	0.2408	0.2386	0.2371	0.2360	0.2353	0.2347	0.2343	0.2340
$\hat{\psi}_{21}$	$\hat{\psi}_{20}$	$\hat{\psi}_{23}$	$\hat{\psi}_{24}$	$\hat{\psi}_{25}$	$\hat{\psi}_{26}$	$\hat{\psi}_{27}$	$\hat{\psi}_{28}$	$\hat{\psi}_{29}$	$\hat{\psi}_{30}$
0.2338	0.2337	0.2336	0.2335	0.2335	0.3978	0.3399	0.3212	0.3073	0.2970

Fuente: Elaboración propia

De los datos se tiene que $\hat{\sigma}^2 = 0.2297 \Rightarrow \hat{\sigma} = 0.4793$. En la Tabla 29 vemos el valor de $\hat{\sigma}_x^2(h)$

Tabla 29. ECMP para cada horizonte de predicción

$\hat{\sigma}_x^2(1)$	$\hat{\sigma}_x^2(2)$	$\hat{\sigma}_x^2(3)$	$\hat{\sigma}_x^2(4)$	$\hat{\sigma}_x^2(5)$	$\hat{\sigma}_x^2(6)$	$\hat{\sigma}_x^2(7)$	$\hat{\sigma}_x^2(8)$	$\hat{\sigma}_x^2(9)$	$\hat{\sigma}_x^2(10)$
0.3262	0.3917	0.4381	0.4726	0.4997	0.5221	0.5413	0.5585	0.5742	0.5890
$\hat{\sigma}_x^2(11)$	$\hat{\sigma}_x^2(12)$	$\hat{\sigma}_x^2(13)$	$\hat{\sigma}_x^2(14)$	$\hat{\sigma}_x^2(15)$	$\hat{\sigma}_x^2(16)$	$\hat{\sigma}_x^2(17)$	$\hat{\sigma}_x^2(18)$	$\hat{\sigma}_x^2(19)$	$\hat{\sigma}_x^2(20)$
0.6031	0.6167	0.6301	0.6431	0.6561	0.6688	0.6816	0.6942	0.7068	0.7194
$\hat{\sigma}_x^2(21)$	$\hat{\sigma}_x^2(22)$	$\hat{\sigma}_x^2(23)$	$\hat{\sigma}_x^2(24)$	$\hat{\sigma}_x^2(25)$	$\hat{\sigma}_x^2(26)$	$\hat{\sigma}_x^2(27)$	$\hat{\sigma}_x^2(28)$	$\hat{\sigma}_x^2(29)$	$\hat{\sigma}_x^2(30)$
0.7320	0.7445	0.7570	0.7696	0.7821	0.8184	0.8450	0.8687	0.8904	0.9106

Fuente: Elaboración propia

Ahora para obtener los intervalos de predicción del 90% y 80%, basado en la normalidad de a_t , se obtiene de las Figuras 34 y 35 los valores de $z_{0.05} = 1.65$ para 90% y para los intervalos de predicción del 80%, $z_{0.05} = 1.28$

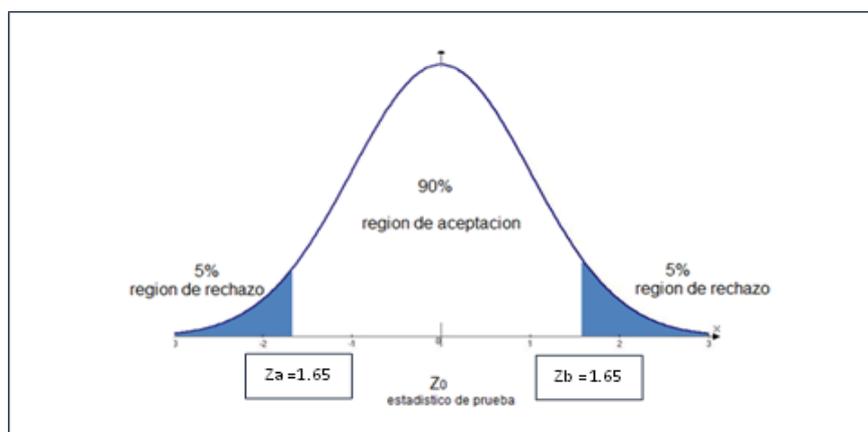


Figura 34. Campana de Gauss al 90% de probabilidad de aceptación

Fuente: Elaboración propia

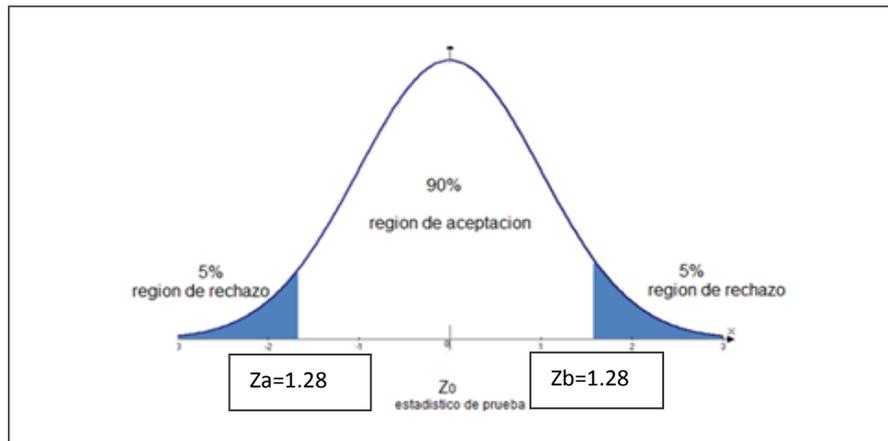


Figura 35. Campana de Gauss al 80% de probabilidad de aceptación

Fuente: Elaboración propia

Los intervalos de predicción para los valores predichos de caudal siguen la ecuación:

$$x_{t+5} \in \left(\hat{x}_{t+h|t} - z_{\alpha/2} \sigma_x(h); \hat{x}_{t+h|t} + z_{\alpha/2} \sigma_x(h) \right) \equiv (x_a, x_b),$$

y se muestran en la Tabla 30 al 90% de probabilidad y en la Tabla 31 al 80% de probabilidad. En las Figuras 36 y 37 se puede ver las gráficas para los intervalos de predicción al 90% y 80% de probabilidad respectivamente.

Tabla 30. Intervalos de predicción al 90% de confianza para los cuatro conjuntos de predicciones realizadas.

24/08/2015 al 16/10/2016			28/12/2015 al 19/02/2017			25/01/2015 al 19/03/2017			07/03/2015 al 30/04/2017		
Predicción	Valor mínimo	Valor máximo									
43.5	17	112	61.3	24	157	119.4	47	306	531.7	207	1364
34.7	12	98	85.5	30	240	145.3	52	408	580.9	207	1632
33.9	11	101	141.6	48	422	179.3	60	535	299.7	101	893
38.7	12	120	167.8	54	522	254.8	82	792	219.3	71	682
29.7	9	95	203.2	63	652	318.5	99	1022	180.2	56	579
35.1	11	116	284.9	86	938	181.8	55	599	145.4	44	479
33.5	10	113	352.7	105	1187	143.3	43	482	135.2	40	455
50.2	15	172	199.9	58	686	124.1	36	426	104.4	30	358
55.5	16	194	156.8	45	547	104.0	30	363	88.0	25	307
85.5	24	303	135.4	38	480	99.4	28	352	61.7	17	219
113.2	31	408	113.1	31	407	78.2	22	282	53.2	15	192
180.2	49	658	107.9	30	394	66.8	18	244	42.4	12	155
207.6	56	769	84.8	23	314	47.3	13	175	44.8	12	166
246.3	66	925	72.4	19	272	41.1	11	154	36.0	10	135
340.3	89	1295	51.2	13	195	32.9	9	125	33.9	9	129
417.0	108	1608	44.5	12	171	34.9	9	135	41.2	11	159
234.7	60	916	35.6	9	139	28.1	7	110	31.2	8	122
183.1	46	724	37.7	10	149	26.5	7	105	35.1	9	139
157.5	39	630	30.4	8	122	32.2	8	129	36.4	9	146
131.2	32	532	28.7	7	116	24.5	6	99	50.2	12	204
124.9	30	513	34.9	8	143	27.5	7	113	54.4	13	223
98.1	24	407	26.4	6	110	28.6	7	119	80.1	19	333
83.6	20	351	29.8	7	125	39.4	9	166	110.8	26	466
59.2	14	252	30.9	7	131	42.7	10	182	167.6	39	713
51.3	12	221	42.6	10	183	62.9	15	271	201.6	47	867
41.1	9	183	46.2	10	205	87.0	20	387	300.6	68	1337
43.2	9	197	72.6	16	331	140.0	31	638	387.7	85	1767
35.0	8	163	97.1	21	452	162.7	35	757	466.3	100	2170
34.4	7	163	155.6	33	738	194.4	41	922	258.7	55	1227
39.6	8	191	180.1	37	870	269.9	56	1303	199.7	41	964

Fuente: Elaboración propia

Tabla 31. Intervalos de predicción al 80% de probabilidad

24/08/2015 al 16/10/2016			28/12/2015 al 19/02/2017			25/01/2015 al 19/03/2017			07/03/2015 al 30/04/2017		
Predicción	Valor mínimo	Valor máximo									
43.5	21	90	61.3	29	127	119.4	57	248	531.7	256	1104
34.7	16	77	85.5	38	191	145.3	65	324	580.9	261	1294
33.9	15	79	141.6	61	330	179.3	77	418	299.7	128	699
38.7	16	93	167.8	70	405	254.8	106	614	219.3	91	529
29.7	12	73	203.2	82	502	318.5	129	787	180.2	73	445
35.1	14	89	284.9	113	718	181.8	72	458	145.4	58	367
33.5	13	86	352.7	138	904	143.3	56	367	135.2	53	347
50.2	19	131	199.9	77	520	124.1	48	323	104.4	40	272
55.5	21	146	156.8	59	414	104.0	39	274	88.0	33	232
85.5	32	228	135.4	51	361	99.4	37	265	61.7	23	165
113.2	42	306	113.1	42	306	78.2	29	211	53.2	20	144
180.2	66	492	107.9	39	295	66.8	24	183	42.4	16	116
207.6	75	573	84.8	31	234	47.3	17	131	44.8	16	124
246.3	88	688	72.4	26	202	41.1	15	115	36.0	13	100
340.3	121	960	51.2	18	145	32.9	12	93	33.9	12	96
417.0	146	1188	44.5	16	127	34.9	12	99	41.2	14	117
234.7	82	675	35.6	12	102	28.1	10	81	31.2	11	90
183.1	63	532	37.7	13	110	26.5	9	77	35.1	12	102
157.5	54	462	30.4	10	89	32.2	11	95	36.4	12	107
131.2	44	389	28.7	10	85	24.5	8	72	50.2	17	149
124.9	42	373	34.9	12	104	27.5	9	82	54.4	18	163
98.1	32	296	26.4	9	80	28.6	9	86	80.1	27	242
83.6	27	255	29.8	10	91	39.4	13	120	110.8	36	337
59.2	19	182	30.9	10	95	42.7	14	131	167.6	55	515
51.3	17	159	42.6	14	132	62.9	20	195	201.6	65	625
41.1	13	131	46.2	14	147	87.0	27	277	300.6	94	957
43.2	13	140	72.6	22	236	140.0	43	454	387.7	120	1258
35.0	11	115	97.1	29	320	162.7	49	537	466.3	141	1537
34.4	10	115	155.6	47	521	194.4	58	651	258.7	77	866
39.6	12	134	180.1	53	611	269.9	80	916	199.7	59	677

Fuente: Elaboración propia

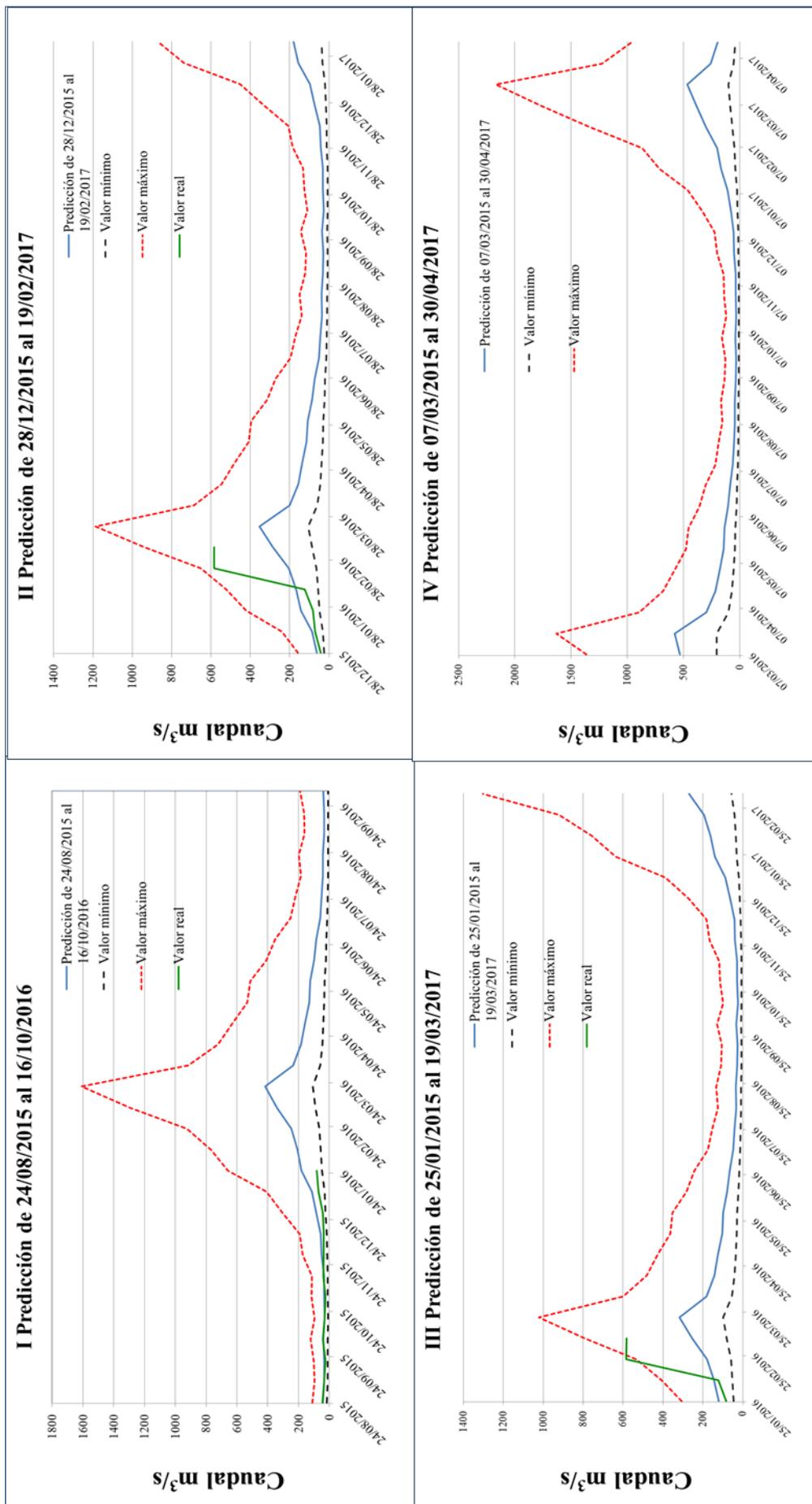


Figura 36. Gráficas de intervalos de predicción al 90% de probabilidad

Fuente: Elaboración propia

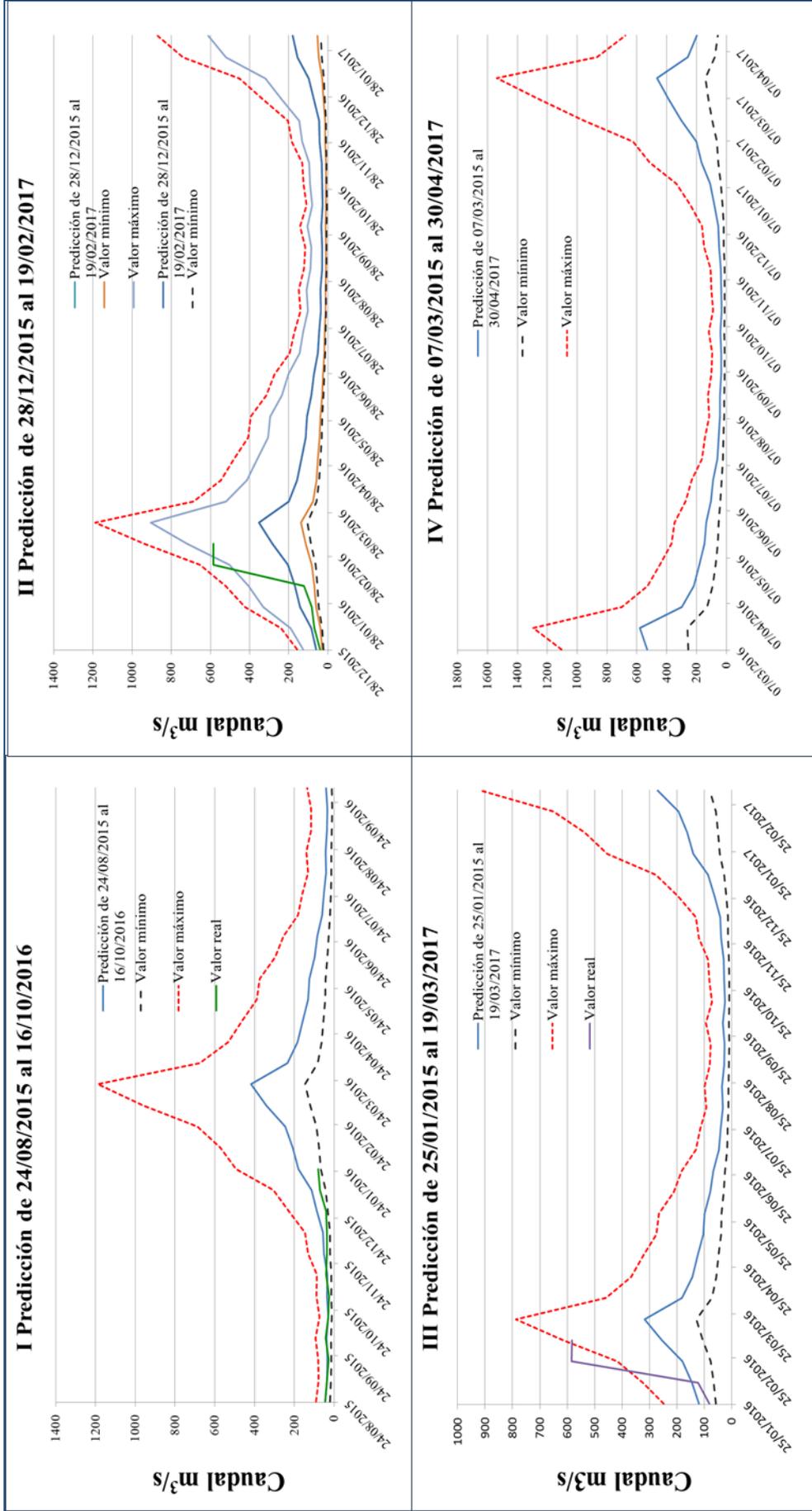


Figura 37. Gráfica de intervalos de predicción al 80% de probabilidad

Fuente: Elaboración propia

En la Figura 38 observamos la predicción desde la bisemana 28/12/2015 al 10/01/2016 hasta la bisemana 04/04/2016 al 17/04/2016, de acuerdo a esto se graficó los valores máximos y mínimos para las predicciones de estas bisemanas con un 90% de probabilidad y finalmente se graficó la media de los datos reales completados con la información que brinda el PEChP.

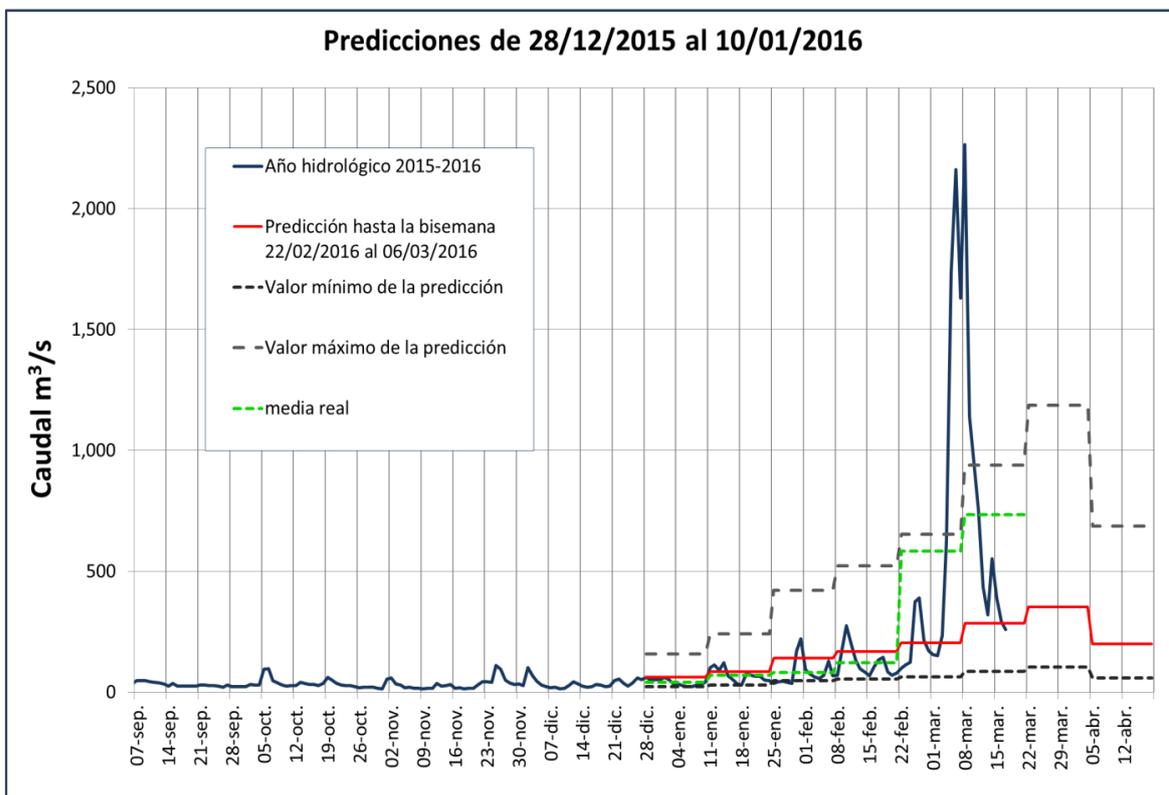


Figura 38. Comparación de las predicciones con la media de los datos reales

Fuente. Elaboración propia

4.7 Variación diaria esperada de caudales

Con la finalidad de conocer como varían los datos diarios dentro de un determinado periodo bisemanal se analizó la relación desviación estándar versus media de todos los periodos bisemanales observados desde 1950 al 2015.

En la Figura 39 vemos la relación encontrada que establece que la desviación estándar de los caudales diarios de un período bisemanal tiende a ser el 41% de su media.

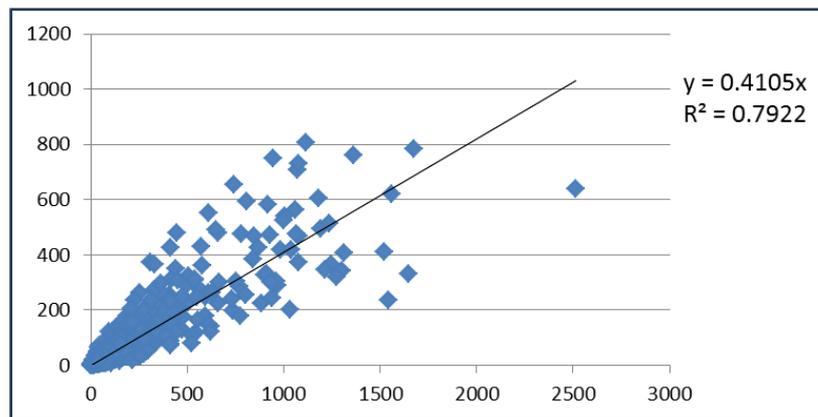


Figura 39. Desviación estándar vs media

Fuente: Elaboración propia

De acuerdo a lo anterior, los caudales medios diarios de un período bisemanal estarían con un 90% de confiabilidad entre los límites: $Z_p \pm 1.65 \sigma$.

Según lo descrito se obtienen las Tablas 32, 33, 34 y 35 en las que se puede apreciar, al 90% de confiabilidad, la variación diaria esperada de la predicción del caudal bisemanal, así como también la variación correspondiente a los límites estimados en el ítem 4.6 Intervalos para las predicciones.

Tabla 32. Variación diaria de los caudales (m³/s) al 90% de probabilidad en la predicción del periodo 24/08/2015 al 16/10/2016

Predicción	Variación diaria mínima	Variación diaria máxima	Valor mínimo	Variación diaria mínima	Variación diaria máxima	Valor máximo	Variación diaria mínima	Variación diaria máxima
43.48	14	73	17	5	28	112	36	187
34.74	11	58	12	4	21	98	32	164
33.87	11	57	11	4	19	101	33	169
38.75	13	65	12	4	21	120	39	202
29.68	10	50	9	3	15	95	31	160
35.11	11	59	11	3	18	116	37	194
33.49	11	56	10	3	17	113	36	189
50.22	16	84	15	5	25	172	56	289
55.45	18	93	16	5	27	194	63	325
85.47	28	143	24	8	40	303	98	508
113.19	37	190	31	10	53	408	132	683
180.21	58	302	49	16	83	658	213	1104
207.57	67	348	56	18	94	769	249	1289
246.34	80	413	66	21	110	925	299	1551
340.34	110	571	89	29	150	1295	419	2171
417.01	135	699	108	35	181	1608	520	2695
234.69	76	393	60	19	101	916	296	1536
183.05	59	307	46	15	78	724	234	1213
157.45	51	264	39	13	66	630	204	1057
131.22	42	220	32	10	54	532	172	892
124.92	40	209	30	10	51	513	166	859
98.06	32	164	24	8	40	407	132	683
83.63	27	140	20	6	33	351	114	589
59.17	19	99	14	5	23	252	81	422
51.32	17	86	12	4	20	221	71	370
41.09	13	69	9	3	15	183	59	306
43.23	14	72	9	3	16	197	64	330
34.98	11	59	8	2	13	163	53	273
34.40	11	58	7	2	12	163	53	274
39.58	13	66	8	3	14	191	62	320

Fuente: Elaboración propia

Tabla 33. Variación diaria de caudales al 90% de probabilidad periodo 28/12/2015 al 19/02/2017

Predicción	Variación diaria mínima	Variación diaria máxima	Valor mínimo	Variación diaria mínima	Variación diaria máxima	Valor máximo	Variación diaria mínima	Variación diaria máxima
61.27	20	103	24	8	40	157	51	264
85.53	28	143	30	10	51	240	78	403
141.64	46	237	48	15	80	422	137	708
167.84	54	281	54	17	91	522	169	875
203.25	66	341	63	20	106	652	211	1094
284.88	92	478	86	28	145	938	304	1573
352.67	114	591	105	34	176	1187	384	1991
199.94	65	335	58	19	98	686	222	1150
156.77	51	263	45	15	75	547	177	918
135.35	44	227	38	12	64	480	155	805
113.10	37	190	31	10	53	407	132	683
107.88	35	181	30	10	49	394	128	661
84.80	27	142	23	7	38	314	102	527
72.39	23	121	19	6	32	272	88	456
51.25	17	86	13	4	23	195	63	327
44.48	14	75	12	4	19	171	55	287
35.62	12	60	9	3	15	139	45	233
37.75	12	63	10	3	16	149	48	250
30.37	10	51	8	2	13	122	39	204
28.65	9	48	7	2	12	116	38	195
34.87	11	58	8	3	14	143	46	240
26.44	9	44	6	2	11	110	36	184
29.76	10	50	7	2	12	125	40	210
30.87	10	52	7	2	12	131	42	220
42.61	14	71	10	3	17	183	59	307
46.15	15	77	10	3	17	205	66	344
72.63	23	122	16	5	27	331	107	555
97.07	31	163	21	7	35	452	146	757
155.62	50	261	33	11	55	738	239	1238
180.13	58	302	37	12	63	870	281	1458

Fuente: Elaboración propia

Tabla 34. Variación diaria de caudales al 90% de probabilidad periodo 25/01/2016 al 19/03/2017

Predicción	Variación diaria mínima	Variación diaria máxima	Valor mínimo	Variación diaria mínima	Variación diaria máxima	Valor máximo	Variación diaria mínima	Variación diaria máxima
119.42	39	200	46.54	15	78	306.43	99	514
145.29	47	244	51.73	17	87	408.06	132	684
179.35	58	301	60.17	19	101	534.59	173	896
254.80	82	427	81.95	27	137	792.18	256	1328
318.49	103	534	99.21	32	166	1022.45	331	1714
181.82	59	305	55.19	18	93	598.94	194	1004
143.26	46	240	42.55	14	71	482.31	156	809
124.12	40	208	36.17	12	61	425.95	138	714
103.98	34	174	29.78	10	50	363.05	117	609
99.36	32	167	28.01	9	47	352.49	114	591
78.20	25	131	21.71	7	36	281.64	91	472
66.81	22	112	18.29	6	31	244.14	79	409
47.34	15	79	12.78	4	21	175.38	57	294
41.10	13	69	10.94	4	18	154.36	50	259
32.93	11	55	8.65	3	15	125.30	41	210
34.90	11	59	9.05	3	15	134.55	44	226
28.08	9	47	7.19	2	12	109.66	35	184
26.50	9	44	6.70	2	11	104.78	34	176
32.25	10	54	8.05	3	14	129.11	42	216
24.46	8	41	6.03	2	10	99.12	32	166
27.53	9	46	6.71	2	11	112.95	37	189
28.55	9	48	6.88	2	12	118.57	38	199
39.42	13	66	9.38	3	16	165.64	54	278
42.70	14	72	10.04	3	17	181.56	59	304
62.92	20	105	14.62	5	25	270.70	88	454
87.00	28	146	19.55	6	33	387.08	125	649
139.98	45	235	30.72	10	51	637.93	206	1069
162.74	53	273	34.96	11	59	757.47	245	1270
194.43	63	326	40.98	13	69	922.40	298	1546
269.89	87	452	55.90	18	94	1303.19	422	2185

Fuente: Elaboración propia

Tabla 35. Variación diaria de caudales al 90% de probabilidad periodo 07/03/2016 al 30/04/2017

Predicción	Variación diaria mínima	Variación diaria máxima	Valor mínimo	Variación diaria mínima	Variación diaria máxima	Valor máximo	Variación diaria mínima	Variación diaria máxima
531.67	172	891	207	67	347	1364	441	2287
580.90	188	974	207	67	347	1632	528	2735
299.71	97	502	101	33	169	893	289	1498
219.25	71	368	71	23	118	682	221	1143
180.22	58	302	56	18	94	579	187	970
145.40	47	244	44	14	74	479	155	803
135.25	44	227	40	13	67	455	147	763
104.43	34	175	30	10	51	358	116	601
88.01	28	148	25	8	42	307	99	515
61.74	20	104	17	6	29	219	71	367
53.24	17	89	15	5	25	192	62	321
42.44	14	71	12	4	19	155	50	260
44.82	14	75	12	4	20	166	54	278
35.98	12	60	10	3	16	135	44	227
33.89	11	57	9	3	15	129	42	216
41.18	13	69	11	3	18	159	51	266
31.20	10	52	8	3	13	122	39	204
35.10	11	59	9	3	15	139	45	233
36.39	12	61	9	3	15	146	47	244
50.22	16	84	12	4	21	204	66	341
54.38	18	91	13	4	22	223	72	374
80.12	26	134	19	6	32	333	108	558
110.78	36	186	26	9	44	466	151	780
167.62	54	281	39	13	66	713	231	1195
201.57	65	338	47	15	79	867	281	1454
300.56	97	504	68	22	113	1337	433	2242
387.74	125	650	85	28	143	1767	572	2962
466.25	151	782	100	32	168	2170	702	3638
258.70	84	434	55	18	91	1227	397	2058
199.67	65	335	41	13	69	964	312	1616

Fuente: Elaboración propia

4.8 Reglas de operación del reservorio Poechos para el año hidrológico 2015-2016 y verano del 2016-2017

Vistas las condiciones de los cuatro conjuntos de predicciones efectuados en diferentes momentos desde agosto 2015 a marzo 2016 que indican una avenida para la bisemana del 21 de marzo de 2016 en adelante, y que al finalizar la primera quincena de marzo, el volumen acumulado anual ingresado a la cuenca era de 2057 MMC, por encima del promedio esperado para un año húmedo, el equipo investigador del proyecto de descolmatación recomendó a la Dirección del Proyecto Ejecutivo Chira Piura mantener un nivel de espera en la cota 98 aproximadamente hasta que se inicie la avenida, cuando se bajaría a la cota 93 aproximadamente. Bajo esas circunstancias, se podrían aplicar las operaciones de descolmatación con flujo supercrítico y caudales mayores a $900 \text{ m}^3/\text{s}$.

Teniendo el reservorio en un nivel bajo, si se logra que ingrese un caudal con flujo supercrítico la velocidad de este caudal tendrá la fuerza y poder erosivo necesarios para que los sedimentos se arrastren y salgan por los compuertas de fondo que tiene el reservorio.

Similares recomendaciones se dan para el año hidrológico 2016-2017, recomendando actualizar las predicciones con datos más cercanos a la fecha.

Conclusiones

La presente investigación es un aporte al proyecto “Desarrollo de una metodología de descolmatación de un reservorio utilizando la misma energía del agua y a un bajo costo, Caso piloto: reservorio Poechos Piura”, como parte del análisis hidrológico del río Chira en la entrada al reservorio Poechos. Dicho análisis permite analizar el comportamiento de los caudales y determinar la oportunidad de operar bajo las condiciones adecuadas para realizar las pruebas necesarias que permitan la descolmatación del reservorio.

La serie temporal de caudales promedio agrupados de forma bisemanal, con datos que fueron tomados en la estación Ardilla en el río Chira, fue analizada para un periodo de 66 años, desde setiembre de 1950 hasta diciembre del 2015. Este periodo de tiempo ha permitido observar adecuadamente el comportamiento dinámico de la serie en estudio, el cual muestra gran variabilidad, con valores muy altos en los años hidrológicos 1982-1983 y 1997-1998, debido a la presencia del Fenómeno El Niño extraordinario, que tuvo ocurrencia en estos años.

Para eliminar la periodicidad de la serie de promedio de caudales bisemanales se usó una diferencia regular y una diferencia estacional y se logró tener una serie de datos estacionales. Mediante el análisis de la FAS y FAP de la serie se determinaron los modelos ARIMA tentativos, siendo el que finalmente se ajusta a los datos de la serie el ARIMA $(3,1,1)(0,1,1)_{26}$.

Luego de analizar la serie mediante los modelos ARIMA, se ha encontrado que el modelo $(3,1,1)(0,1,1)_{26}$ es el mejor para predecir los caudales bisemanales. Los parámetros hallados para este modelo son $\phi_1=0.570725$, $\phi_2=0.087231$, $\phi_3=0.010767$, $\theta_1=0.922668$ y $\Theta_1=0.835642$ y las innovaciones se encuentran dentro de la banda de confianza del 95%.

Los valores predichos para los siguientes 30 horizontes o intervalos de tiempo, que corresponden al período entre enero de 2016 y febrero de 2017, permiten planear acciones de tipo operativo, las cuales pueden ser validadas año a año, en función del

comportamiento real del último año.

Se realizaron predicciones para cuatro conjuntos desde el 24/08/2015 al 16/10/2016, de 28/12/2015 al 19/02/2017, de 25/01/2016 al 19/03/2017 y de 07/03/2016 al 30/04/2017, coincidiendo en que en los meses de marzo y abril del 2016 se presentan los caudales más altos.

Los caudales predichos a partir del 31 de agosto del 2016 hasta la fecha son valores muy cercanos a la media predicha y a los valores reales, estos valores se encuentran dentro de los límites de confianza determinados.

Se determinó la variación diaria dentro de los periodos bisemanales observados desde 1950 al 2015, mediante el análisis de la relación desviación estándar versus media.

Finalmente, de acuerdo a los resultados de las predicciones se concluye que en un escenario como el ocurrido en la bisemana del 21/03/2016 al 03/04/2016 se debe mantener un nivel de espera en la cota 98 hasta que se inicie la avenida, fecha en la cual se bajaría el nivel hasta la cota 93. Bajo estas condiciones se podría aplicar operaciones para la descolmatación, usando la fuerza del flujo supercrítico y con caudales mayores a $900 \text{ m}^3/\text{s}$. En un escenario estimado para los meses de marzo, y abril del 2017 se recomiendan similares reglas de operación, debiendo actualizar los datos, mientras más cercanos a la fecha se tendrá mayor certeza de la estimación.

Recomendaciones

Actualizar periódicamente las predicciones de caudal a la entrada del reservorio Poechos e incluir en el análisis parámetros como precipitación en las estaciones limnigráficas de Ardilla, El Ciruelo, Puente Internacional y Paraje Grande, y eventualmente temperaturas, lo que permitiría predecir con mayor exactitud y reducir los intervalos de predicción.

Investigar a partir de este trabajo el método de redes neuronales en la predicción de series temporales, la aplicación de estas redes podría mejorar la capacidad de predicción y contribuir a prolongar la vida útil del embalse Poechos.

Incorporar en las reglas de operación del reservorio Poechos el proceso de descolmatación utilizando la misma energía del agua que se propone en el marco de la investigación financiada por el PNICP.

Referencias

- ANA. (2007). *Plan Maestro de Gestión Integrada de los Recursos Hídricos en las Cuencas Hidrográficas de la Región Piura*.
- Box, George; Jenkins Gwilym. (1976). *Time Series Analysis forecasting and control*. Oakland, California: Holden-Day.
- Catacora Acevedo, Edgar. (2008). *Predicción del comportamiento de caudales de la C.H. Machupicchu mediante el análisis ARIMA de series temporales (Maestro en Ciencias con mención en Energética)*. Lima: Universidad Nacional de Ingeniería.
- CONSORCIO ATA-UNL-UNP. (2002). *Caracterización hídrica y adecuación entre la oferta y la demanda en el ambito de la cuenca binacional Catamayo-Chira*. Piura.
- De la Fuente, S. (s.f.). *Series temporales: modelo ARIMA*. Universidad Autónoma de Madrid, Madrid.
- Ferradas, P. (2000). *El Fenómeno "El Niño" y los desastres: enfoque y estrategias de las ONGs*. Lima.
- Guevara, Jorge; Vega, Cristóbal; Guevara, Edilberto. (Abril de 2010). Análisis estocástico de una serie cronológica de caudales mensuales. Caso de estudio: Río Caroní, Venezuela. *Revista Ingeniería UC*, pp 46-54.
- <http://hispagua.cedex.es/sites/default/files/especiales/Trasvases/monograficocuencas2012/Cuencas-compartidas-peru-ecuador.html/>. (s.f.). Recuperado el Noviembre de 2015, de Hispagua.
- (s.f.). *Modelación ARIMA*. Universidad Autónoma de México, México.

- Peña, D. (2005). *Análisis de series temporales*. Madrid: Alianza Editorial.
- Plan Binacional Catamayo Chira. (2003). *Caracterización hídrica y adecuación entre la oferta y la demanda en el ámbito de la Cuenca Binacional Catamayo-Chira*. Loja-Piura.
- Proyecto Especial Chira Piura. (2015). *Proyecto Especial Chira Piura*. Recuperado el 12 de Diciembre de 2015, de <http://www.chirapiura.gob.pe/index.php?pag=13&id=43>
- Proyecto Especial Chira Piura I. (2015). *Proyecto Especial Chira Piura*. Recuperado el 6 de Enero de 2016, de <http://www.chirapiura.gob.pe/index.php?pag=13&id=44>
- Proyecto Especial Chira Piura II. (2015). *Proyecto Especial Chira Piura*. Recuperado el 6 de enero de 2016, de <http://www.chirapiura.gob.pe/index.php?pag=13&id=45>
- Proyecto Especial Chira Piura III. (2015). *Proyecto Especial Chira Piura*. Recuperado el 6 de Enero de 2016, de <http://www.chirapiura.gob.pe/index.php?pag=13&id=46>
- Proyecto Especial Chira Piura IV. (2015). *Proyecto Especial Chira Piura*. Recuperado el 6 de Enero de 2016, de <http://www.chirapiura.gob.pe/index.php?pag=13&id=49>
- Reyes, J. (Junio de 2010). Problemática y propuesta de solución de la sedimentación del embalse y la erosión del cuenco amortiguador del embalse Poechos, Perú. IX Jornadas Españolas de Presas, Valladolid, España.
- Reyes, Jorge; Tucci, Carlos; Bertoni, Juan. (2003). *Inundacoes Urbanas na América do Sul*. Porto Alegre.
- Reyes, Toribio; Mejía, Teófanos; Ramírez, José. (2010). Análisis de periodicidades de los caudales medios mensuales en la cuenca del Río Santa. *Revista Aporte Santiaguino*.
- Universidad de Piura. (2015). *Análisis hidrológico. Proyecto PIAP-2-P-519-14 Desarrollo de una metodología de descolmatación de un reservorio utilizando la misma energía del agua y a un bajo costo. Caso piloto: Reservorio Poechos Piura*. Hito 2, Piura.
- Universidad de Piura. (2015). *Hito 1: Informe de avance sobre la recopilación de información Proyecto: Desarrollo de una metodología de descolmatación de un reservorio utilizando la misma energía del agua y a un bajo costo. Caso piloto: Reservorio Poechos Piura*. Piura.
- Universidad de Piura. (9 de Febrero de 2016). *UDEP Académico*. Recuperado el 17 de Marzo de 2016, de <http://udep.edu.pe/hoy/2016/el-nino-la-anomalia-de-la-temperatura-del-mar-sigue-disminuyendo/>