



UNIVERSIDAD  
DE PIURA

REPOSITORIO INSTITUCIONAL  
PIRHUA

# USO DEL PROYECTO DESCARTES EN LA ENSEÑANZA DE LA DERIVADA EN LA ASIGNATURA DE MATEMÁTICA 2 DE LA FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS Y EMPRESARIALES DE LA UNIVERSIDAD DE PIURA

Fabiola Alcas-Rojas

Piura, 2013

FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

Maestría en Educación

Alcas, F. (2013). *Uso del proyecto Descartes en la enseñanza de la derivada en la asignatura de matemática 2 de la Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales de la Universidad de Piura*. Tesis de Maestría en Educación con Mención en Teorías y Práctica Educativa. Universidad de Piura. Facultad de Ciencias de la Educación. Piura, Perú.



Esta obra está bajo una [licencia](#)  
[Creative Commons Atribución-](#)  
[NoComercial-SinDerivadas 2.5 Perú](#)

Repositorio institucional PIRHUA – Universidad de Piura

**UNIVERSIDAD DE PIURA**

**FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN**

MAESTRÍA EN EDUCACIÓN  
MENCIÓN EN TEORÍAS Y PRÁCTICA EDUCATIVA



USO DEL PROYECTO DESCARTES EN LA ENSEÑANZA DE LA  
DERIVADA EN LA ASIGNATURA DE MATEMÁTICA 2 DE LA  
FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS Y EMPRESARIALES  
DE LA UNIVERSIDAD DE PIURA.

Memoria presentada por:  
ING. FABIOLA ALCAS ROJAS

PIURA, 2013

## APROBACIÓN

La tesis titulada *Uso del Proyecto Descartes en la Enseñanza de la Derivada en la Asignatura de Matemática 2 de la Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales de la Universidad de Piura*, presentada por Ing. Fabiola Alcas Rojas en cumplimiento con los requisitos para optar el Grado de Magíster en Educación con Mención en Teorías y Práctica Educativa, fue aprobada por el asesor Mgtr. Emma Lizelly Carreño Peña y defendida el .. de .... de 2013 ante el Tribunal integrado por:

---

Presidente

---

Informante

---

Secretario

## **AGRADECIMENTOS**

Agradezco infinitamente a mi familia. Gracias a mi madre por su formación y constante aliento; a mi esposo, por haber suplido de la mejor manera mis horas de ausencia en el hogar y; a mis hijos cuyas sonrisas y ocurrencias me permitieron tener la perseverancia suficiente para continuar con esta investigación.

Un agradecimiento especial a mi asesora, compañera y amiga Emma Carreño, porque sin su colaboración y dedicación de largas horas a la lectura de los avances no hubiera sido posible concluir este trabajo.

# ÍNDICE

PLANTEAMIENTO DEL ESTUDIO .....	9
1.1. Motivación y objeto de estudio.....	9
1.2. Preguntas y objetivos de investigación .....	11
1.3. Contextualización de la investigación.....	12
1.4. Estructura del trabajo.....	17
CAPÍTULO II .....	19
MARCO TEÓRICO.....	19
2.1. La Derivada .....	19
2.1.1. Desarrollo histórico del concepto .....	19
2.1.1.1. Siglo XVII .....	19
2.1.1.2. Newton y Leibniz .....	20
2.1.2. Definición de la Derivada.....	21
2.1.2.1. Notación .....	21
2.1.2.2. Dos problemas con el mismo tema .....	23
2.1.3. Definición analítica de la derivada como un límite .....	25
2.1.3.1. Recta secante .....	25
2.1.3.2. Razón de cambio promedio .....	26
2.1.3.3. Recta tangente .....	27
2.1.3.4. Razón de cambio instantánea .....	28
2.1.3.5. Recta normal.....	28

2.1.3.6. Interpretación geométrica.....	29
2.1.4. Aplicaciones en la Administración y Contabilidad .....	32
2.1.4.1. Trazado de curvas .....	32
2.1.4.2. Optimización .....	35
2.1.4.3. Análisis Marginal .....	37
2.2. TIC .....	37
2.2.1. Definición.....	37
2.2.1.1. Historia.....	38
2.2.2. Las TIC en el proceso educativo .....	40
2.2.2.1. Las TIC en el proceso de enseñanza y aprendizaje ....	40
2.2.2.2. Ventajas y desventajas .....	40
2.3. Proyecto Descartes .....	43
2.3.1. Historia.....	43
2.3.1.1. Diseño .....	44
2.3.1.2. El nippe Descartes.....	49
2.3.2. Materiales Didácticos para el aula.....	54
2.3.2.1. Unidades didácticas.....	55
2.3.2.2. Aplicaciones.....	56
2.3.2.3. Miscelánea .....	58
2.3.2.4. EDA .....	59
2.3.2.5. Materiales para la formación de profesores .....	60
CAPÍTULO III.....	61
MARCO METODOLÓGICO.....	61
3.1. Preguntas, hipótesis y objetivos de investigación.....	61
3.2. Caracterización de la investigación .....	63
3.2.1. Posicionamiento metodológico .....	63
3.2.2. Muestra e informantes .....	64
3.2.3. Variables .....	65
3.3. Proceso e instrumentos de recogida de información .....	69
3.3.1. El proceso de recogida de información .....	69
3.3.1.1. Clases y laboratorios .....	69
3.3.2. Instrumentos de recogida de información .....	72
3.3.2.1. Página web y applets realizados en Descartes.....	72
3.3.2.2. Guías pedagógicas.....	83

3.3.2.3. Prueba escrita .....	84
3.3.2.4. Encuesta .....	89
CAPÍTULO IV.....	93
ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN .....	93
4.1. Análisis de resultados de la evaluación.....	93
4.2. Análisis de resultados de la encuesta .....	103
CAPÍTULO V.....	125
DISCUSIÓN DE RESULTADOS.....	125
CONCLUSIONES .....	131
BIBLIOGRAFÍA .....	137
FUENTES ELECTRÓNICAS .....	139
ANEXOS .....	141

## **LISTA DE TABLAS, CUADROS, GRÁFICOS Y FIGURAS**

Fig. 1. Listado de experiencias de docentes con el Proyecto Descartes .....	15
Fig. 2. Aspectos considerados por el profesor Pérez.....	17
Fig. 3. Comparación con datos de consumo de electricidad. ....	36
Fig. 4. Página web con procedimiento para instalación de Descartes .....	47
Fig. 5. Ejemplos de aplicaciones en el proyecto Descartes .....	48
Fig. 6. Centro servidor de Internet .....	49
Fig. 7. Escena realizada en Descartes 1 .....	50
Fig. 8. Escena realizada en Descartes 2 .....	51
Fig. 9. Ventana para la construcción en Descartes 3.....	52
Fig. 10. Escena realizada en Descartes Algebra.....	52
Fig. 11. Escena realizada en Descartes 4 .....	53
Fig. 12. Recurso multipropósito.....	54
Fig. 13. Web principal del proyecto Descartes .....	55
Fig. 14. Escenas interactivas de diversas unidades didácticas .....	56
Fig. 15. Selección de una aplicación. Paso 1.....	57
Fig. 16. Selección de una aplicación. Paso 2.....	57

Fig. 17. Selección de una aplicación. Paso 3 .....	58
Fig. 18. Selección de una aplicación. Paso 4 .....	58
Fig. 19. Miscelánea de escenas en Descartes .....	59
Fig. 20. Listado de experiencias de profesores .....	59
Fig. 21. Web principal del proyecto Descartes .....	60
Fig. 22. Presentación de la página web .....	74
Fig. 23. Interfaces de la página web .....	75
Fig. 24. Introducción de la página web .....	76
Fig. 25. Recta secante .....	76
Fig. 26. Applets de identificación .....	77
Fig. 27. Recta tangente .....	77
Fig. 28. Recta tangente a cualquier curva .....	78
Fig. 29. Razón de cambio instantánea .....	78
Fig. 30. Recta normal.....	79
Fig. 31. Lista de actividades en la web .....	79
Fig. 32. Actividad 1: rectas tangentes a una parábola (enunciado).....	80
Fig. 33. Actividad 1: rectas tangentes a una parábola (gráfico).....	80
Fig. 34. Actividad 2: Recta tangente a lo largo de una parábola.....	81
Fig. 35. Actividad 3: ejercicio aplicativo en el campo administrativo.....	82
Fig. 36. Ejercicio 1 de evaluación.....	86
Fig. 37. Ejercicio 2 de las evaluaciones .....	88
Fig. 38. Encuesta aplicada a los alumnos .....	91
Fig. 39. Encabezado de las evaluaciones .....	93
Fig. 40. Data en SPSS de resultados de la evaluación .....	95
Fig. 41. Variables consideradas en el análisis de las evaluaciones .....	97
Fig. 42. Resultados de las encuestas en SPSS con la calificación numérica.....	105
Fig. 43. Resultados de las encuestas en SPSS con la calificación textual.....	106
Fig. 44. Variables utilizadas para análisis de las encuestas .....	108
Gráfico 1. Recta secante .....	25
Gráfico 2. Razón de cambio promedio .....	26
Gráfico 3. Recta tangente .....	27
Gráfico 4. Tangentes alrededor de una curva .....	28
Gráfico 5. Recta normal.....	29

Gráfico 6. Pendiente de la recta secante.....	30
Gráfico 7. Rectas secantes alrededor de una curva .....	31
Gráfico 8. Recta secante a recta tangente.....	32
Gráfico 9. Rectas tangentes en diversos puntos. ....	33
Gráfico 10. Intervalos crecientes y decrecientes .....	34
Gráfico 11. Máximo relativo.....	34
Gráfico 12. Mínimo relativo .....	35
Gráfico 13. Diagrama de Barras: pendiente de la recta secante .....	98
Gráfico 14: Diagrama de Barras: Interpretación de recta secante .....	98
Gráfico 15. Diagrama de Barras: resultados de pregunta 1 de reconocimiento .....	99
Gráfico 16. Diagrama de Barras: resultados de pregunta 2 de reconocimiento .....	99
Gráfico 17. Diagrama de Barras: resultados de pregunta 3 de reconocimiento .....	100
Gráfico 18. Diagrama de Barras: resultados de pregunta 1 de conocimiento nuevo.....	100
Gráfico 19. Diagrama de Barras: resultados de pregunta 2 de conocimiento nuevo.....	101
Gráfico 20. Diagrama de Barras: resultados de pregunta de conocimiento previo. ....	101
Gráfico 21. Diagrama de Barras: pregunta 1 respecto a los recursos y herramientas usadas .....	110
Gráfico 22. Diagrama de Barras: pregunta 2 respecto a los recursos y herramientas usadas .....	111
Gráfico 23. Diagrama de Barras: pregunta 3 respecto a los recursos y herramientas usadas .....	113
Gráfico 24. Diagrama de Barras: pregunta 1 respecto al tema realizado .....	114
Gráfico 25. Diagrama de Barras: pregunta 2 respecto al tema realizado .....	115
Gráfico 26. Diagrama de Barras: pregunta 3 respecto al tema realizado .....	116
Gráfico 27. Diagrama de Barras: pregunta 4 respecto al tema realizado .....	117
Gráfico 28. Diagrama de Barras: pregunta abierta 1 .....	119
Gráfico 29. Diagrama de Barras: pregunta abierta 2.....	120
Gráfico 30. Diagrama de Barras: pregunta abierta 3.....	121
Gráfico 31. Diagrama de Barras: pregunta abierta 4.....	122
Gráfico 32. Diagrama de Barras: pregunta abierta 5.....	123
Gráfico 33. Diagrama de Barras: pregunta abierta 6.....	124

Tabla 1. Valores cualitativos de preguntas abiertas de la encuesta.....	68
Tabla 2. Distribución de grupos.....	70
Tabla 3. Horarios de clases de cada grupo.....	71
Tabla 4. Resultados de las preguntas formuladas en las evaluaciones.....	102
Tabla 5. Prueba Chi Cuadrado.....	103
Tabla 6. Tabla de contingencia: el alumno es repitente vs conocimiento nuevo .....	103
Tabla 7. Preguntas de la encuesta respecto a los recursos y herramientas usadas .....	104
Tabla 8. Preguntas de la encuesta respecto al tema realizado.....	104
Tabla 9. Preguntas abiertas de la encuesta.....	105
Tabla 10. Resultados estadísticos de las encuestas: media de cada una de las variables.....	109
Tabla 11. Resultados de la pregunta 1 respecto a los recursos y herramientas usadas .....	110
Tabla 12. Resultados de la pregunta 2 respecto a los recursos y herramientas usadas .....	111
Tabla 13. Resultados de la pregunta 3 respecto a los recursos y herramientas usadas .....	112
Tabla 14. Resultados de la pregunta 1 respecto al tema realizado.....	114
Tabla 15. Resultados de la pregunta 2 respecto al tema realizado.....	115
Tabla 16. Resultados de la pregunta 3 respecto al tema realizado.....	116
Tabla 17. Resultados de la pregunta 4 respecto al tema realizado.....	117
Tabla 18. Resultados de la pregunta abierta 1 .....	118
Tabla 19. Resultados de la pregunta abierta 2 .....	119
Tabla 20. Resultados de la pregunta abierta 3 .....	120
Tabla 21. Resultados de la pregunta abierta 4 .....	121
Tabla 22. Resultados de la pregunta abierta 5 .....	122
Tabla 23. Resultados de la pregunta abierta 6 .....	123

# **CAPÍTULO I**

## **PLANTEAMIENTO DEL ESTUDIO**

### 1.1. Motivación y objeto de estudio

La enseñanza ha sido una experiencia que se inicia en el año 2004, cuando ingreso a la Facultad de Ciencias de la Educación a impartir asignaturas de Física para los alumnos de la especialidad de Matemática y Física. La experiencia fue bastante enriquecedora, puesto que, inmediatamente encontré en mis compañeros de trabajo un singular entusiasmo por abordar los temas dictados en clase con tecnologías. La carrera de Ingeniería me había dado mucho conocimiento en los temas que debía impartir pero el conocimiento sobre la enseñanza se fue complementando a medida que avanzaba en el dictado de los mismos. No me costó mucho compartir el mismo espíritu acerca de las TIC, aunque inicialmente no lo llevé a cabo, la investigación del tema y sobre todo con los conocimientos de programación que tenía ayudaron mucho más a la posibilidad de empezar con dicha experiencia.

El hecho de que las primeras asignaturas a dictar estuvieran relacionadas con la Física, me llevó a comenzar mis pruebas con el programa Easy Java Simulations, con la finalidad de generar algunas simulaciones que los alumnos pudieran manipular. Luego tuve la oportunidad de dictar asignaturas de matemáticas como Matemática Básica y Cálculo, comenzando el interés por el proyecto Descartes. Son

todas las experiencias adquiridas durante la docencia en esta Facultad las que dan inicio a la exploración e investigación de las TIC como herramientas que se puedan aplicar en el aula de clase.

En el año 2007 me proponen apoyar en el diplomado “Didáctica de las Matemáticas”, siendo una gran oportunidad para enseñar lo que hasta el momento había investigado y experimentado con las TIC. Esta experiencia fue realmente importante para definir lo que, en un futuro cercano, sería mi tema de investigación puesto que, los dos temas que abordé estaban directamente vinculados. Dichos temas fueron:

- ***Las TIC y su utilización en la enseñanza de las ciencias.*** En este curso se impartió una serie de herramientas que se encontraban en la red y que podrían ser de utilidad para que el docente además de manejar información, la emplee para el dictado de clases y la enseñanza diaria.
- ***Uso del software Descartes para la enseñanza de las matemáticas.*** En este módulo se impartió el manejo del Descartes con la finalidad de que el profesor pudiera construir sus propias simulaciones, para ello se elaboró un manual bastante detallado. Ésta fue la primera experiencia con el proyecto Descartes que hoy es objeto de esta investigación.

Cabe resaltar que la decisión de aplicar el proyecto Descartes no ha sido una casualidad, por el contrario, fue la experimentación con otras herramientas como el Mathcad las que permitieron concluir que el uso del Descartes generaba mejores resultados.

Como puede verse las TIC siempre han constituido parte importante de mi investigación y han estado presente en mis intentos por mejorar la postura de mis alumnos frente a las asignaturas que he impartido; sobre todo, considerando que, a pesar de que las matemáticas siempre son una parte importante de la malla curricular en la edad escolar y en la educación superior, a muchos de los estudiantes, incluyendo aquellos que obtienen buenos resultados, no les gusta.

Sabiendo que las actitudes negativas hacia las matemáticas tienen diversos orígenes, entre los que destacan: Percepciones generales y actitudes hacia las matemáticas que son transmitidas a los niños, la presentación de las matemáticas en el aula, las actitudes de los profesores

de matemáticas hacia sus alumnos y la forma escrita de las matemáticas (Macnab & Cummine, 1986, p.25), muchos pedagogos y expertos en la educación, han estudiado alternativas que puedan aplicarse en el aula y con ello disminuir los temores, así como, lograr que aquello que resulta muy complicado no lo sea. Pero no solo los expertos en la educación se han dedicado a encontrar herramientas que se puedan aplicar en el aula, los principales protagonistas que son los profesores, que se enfrentan a esta problemática en el aula, han ido desarrollando diversas herramientas, algunas creadas por ellos mismos y otras por la experiencias de sus colegas. Cada uno en su propio contexto, con sus ventajas y limitaciones, ha tratado de que sus alumnos logren un aprendizaje significativo por ello, con el surgimiento de las TIC, han visto en éstas una herramienta para ayudar aún más en la tarea docente. Así pues, esta investigación está referida al uso del proyecto Descartes para promover el aprendizaje de contenidos matemáticos, concretamente, el de la derivada.

## 1.2. Preguntas y objetivos de investigación

La realidad antes mencionada hace que ahora nos cuestionemos lo siguiente: ¿el proyecto Descartes es una herramienta adecuada que permitiría que el alumno aprenda el concepto de derivada, de diferente forma a la tradicional? Son muchas las alternativas que la tecnología presenta, sin embargo, cabe resaltar que esta investigación, es continuación de lo que inicialmente, la experiencia en la docencia me llevó a desarrollar con gran interés. Para la aplicación de esta herramienta, se ha tenido en cuenta el contexto en el que se desarrollaría, el tema a abordar, la cantidad de alumnos y los objetivos de la Facultad.

En coherencia con las motivaciones antes descritas, y creyendo que la inclusión de las TIC en el proceso de enseñanza-aprendizaje dará buenos resultados en la medida que el docente tenga claro la finalidad de la utilización de estos, se considera como objetivo general de la investigación el referido al uso del proyecto Descartes, dado que podría ayudar significativamente a la comprensión de los conceptos, a mejorar el interés de los alumnos en la asignatura, y en consecuencia, disminuir los conceptos errados mejorando los resultados de las evaluaciones. Esto podría enunciarse como sigue:

Evaluar la eficacia del proyecto Descartes en la mejora del aprendizaje de la Derivada.

Este objetivo se concreta en los siguientes específicos:

- Identificar las relaciones que establecen los alumnos con las aplicaciones del proyecto Descartes para su posterior utilización en el aprendizaje de la derivada.
- Lograr que el alumno manipule las aplicaciones realizadas con el proyecto Descartes en el manejo de gráficas, de tal manera que pueda observar curvas en movimiento.
- Fomentar en los alumnos el uso del proyecto Descartes como una herramienta complementaria del estudio de la asignatura.

### 1.3. Contextualización de la investigación

Durante estos años como docente, he observado que los alumnos ingresantes a la Universidad presentan muchos problemas que dificultan un rendimiento académico excelente y satisfactorio, entre ellos, los malos hábitos de estudio y el escaso aprendizaje que traen de su educación secundaria. Respecto a esto último, se han detectado problemas en temas específicos pero que, al constituir la base para conceptos posteriores, resultan decisivos para la aprobación de la asignatura, tales como: identificación de la pendiente de una recta, construcción de la ecuación de una recta, entre otros. Comprender la definición geométrica de derivada es uno de esos temas específicos problemáticos, puesto que los alumnos no entienden el porqué de la derivada, su utilidad y su relación con otros temas; esto ocurre aún cuando el tema abarca el 80% de la asignatura.

Interesa determinar si la aplicación de estas nuevas herramientas mejora la perspectiva del alumno frente a la asignatura, eliminando el concepto equivocado que se pueda tener, previa experiencia, de aquellos que han considerado la derivada como el problema principal en las asignaturas de matemáticas que propone la malla curricular. Ante esto y con la experiencia docente se ha generado un gran interés por encontrar en el Proyecto Descartes formas que puedan ser de gran utilidad para ayudar a la comprensión de los conceptos que los alumnos consideran difíciles de entender.

Aunque en años anteriores se realizaron diversas actividades para potenciar en los alumnos la participación en clase, tales como: la resolución de ejercicios prácticos en pizarra, la capacidad de comprensión de los textos, la interpretación de un gráfico y la capacidad de análisis de situaciones cotidianas en las cuales se podrían aplicar los diversos conceptos; los resultados obtenidos no fueron suficientes. Como consecuencia de lo anterior, se decidió integrar las TIC en el proceso de enseñanza-aprendizaje, dado que constituyen para ellos herramientas llamativas, de actualidad y diferentes a lo que comúnmente están acostumbrados. Inicialmente se hicieron algunas pruebas con Mathcad, donde los alumnos realizaron ciertos ejercicios y gráficos. En otro semestre, se usó el proyecto Descartes con la finalidad de incluir en la asignatura algo totalmente diferente de lo cual se obtuvieron buenos resultados y se generó un mayor interés respecto al programa Mathcad. La aplicación en clase estuvo centrada en que el alumno construyera algunas simulaciones que él mismo podría manipular e interpretar.

Son estas experiencias las que han permitido que esta tesis tome este enfoque, pero a su vez, que se acreciente el interés personal por la tecnología, por los diversos programas y aplicaciones existentes en la red que podrían de ser de gran utilidad y además de permitir dar un enfoque distinto a las clases, introducir novedades que el alumno aprecie y sobre todo permita la mejor comprensión de aquellos temas que tienen cierta o bastante complejidad. Añadido a querer lograr que el alumno consiga un aprendizaje significativo de la derivada, interesa eliminar el concepto negativo que se tiene acerca de las matemáticas, entendida ésta como un gran problema en la carrera. Conseguir lo anterior, permitirá aplicar la matemática en la vida profesional, en el quehacer diario asegurando una correcta interpretación de los resultados que se puedan obtener en los diversos estudios realizados.

Esta investigación ha considerado como antecedente la experiencia metodológica y su respectivo impacto, a lo largo de los últimos 5 años, permitiendo detectar problemas y proponer soluciones, pero no siempre todo ha funcionado como se esperaba. En algunas ocasiones, se han obtenido buenos resultados, pero también se han presentado inconvenientes como los siguientes:

***Predisposición negativa de los alumnos frente a la asignatura:*** Se ha podido observar que siendo la segunda asignatura de matemáticas

dentro de la malla curricular, los alumnos ingresan al segundo semestre con una predisposición negativa acerca de la complejidad de los temas, de la dificultad de las evaluaciones y de los resultados obtenidos al término del semestre. Muchos de estos temores se forman debido a que la asignatura previa tiene algunos conceptos muy relacionados aún con lo aprendido en los últimos años de la edad escolar, mientras que los correspondientes a esta asignatura en su mayoría resultan ser completamente novedosos. Otro causante de estos temores es la actitud negativa de los alumnos que aún no logran aprobar la asignatura generando en ellos cierto temor al inicio del semestre.

***Limitación de tiempo:*** en el semestre, la asignatura tiene una serie de temas que se desarrollan en 3 sesiones de clases, de 2 horas cada una. Sin embargo, la cantidad de temas a desarrollar sobre pasa el tiempo asignado, por ello, es complicado dedicar tiempo a otras actividades distintas a las acordadas inicialmente en la programación de clases. Así pues, aunque son muchos los temas que se podrían desarrollar con herramientas diferentes a las de tiza y pizarra, se trató de tomar el más importante de ellos: la derivada. Siendo este el tema inicial y el que genera mayor dificultad de comprensión para los temas subsiguientes, se tomó la primera semana de clase para el desarrollo y aplicación de las simulaciones desarrolladas en el proyecto Descartes.

***Capacidad de centros de cómputo:*** La cantidad de alumnos que están matriculados en la asignatura cada semestre es de aproximadamente 180, es por ello que si se desea realizar algunas clases en los centros de cómputo, éstos tienen la limitación de espacio, pues su capacidad es de aproximadamente 40 alumnos. Esta situación originó la necesidad de realizar varios horarios de clases incluyendo algunos fuera del habitual, lo que en ocasiones generó incomodidad en los alumnos, pero sin mayor trascendencia, dado que a los alumnos finalmente les atrae la clase olvidando cualquier malestar causado inicialmente.

Durante los diez ciclos académicos en los que he dictado esta asignatura, en base a las estadísticas que se obtienen al término de cada semestre, entre el 40 % y 50 % aproximadamente, la desaprueban. Estos porcentajes desencadenan una constante preocupación por lo que se ha planteado la evaluación de diversos factores para determinar el problema principal, factores que se detallan más adelante.

Es importante resaltar el procedimiento que se ha llevado a cabo y que ha permitido desarrollar la clase de determinada manera: el uso de las herramientas y el desarrollo de las actividades que se han resuelto durante la aplicación de las mismas, incluyendo las guías pedagógicas. Es por ello, que para la correcta secuencia de procedimientos en la elaboración de la aplicación se tomó en cuenta las experiencias que muchos docentes han tenido con el proyecto Descartes y que están registradas en la página web oficial del proyecto Descartes<sup>1</sup>, tal como puede verse en la (Fig. 1):

Unidad didáctica	Profesor/a	Curso
Formas geométricas sencillas	Ana Maties Suárez	1º ESO
El paso del tiempo en el reloj: la hora y los minutos	Roberto Nicolás Ayala Montero	Primaria
Experiencia con teoría de conjuntos	Pablo Daniel August Salazar	Primaria
Los minutos hasta el 99. Las monedas de oro y plata	Claudio Fernández Feliciano	Primaria
Operaciones básicas: suma y resta con decimales	Artur Coll Secarra	Primaria
Triseción	Diederik Maria Van	Primaria
Áreas de las figuras planas	Montserrat Gella Bosch	1º ESO
Área de triángulos (sin usar trigonometría)	Eva María Fernández García	1º ESO
Construcción geométrica de la geometría plana	Silvia Carmen Maguán	1º ESO
Construcción de triángulos	Sergio Fernández Ruiz	1º ESO
Coordenadas cartesianas: Puntos y líneas	María Helena Páez	1º ESO
Cuadriláteros (desarrollando)	Antonia Tano Rubio	1º ESO
Cuadriláteros y áreas	Viviana Miralles González	1º ESO
Ecuaciones de 1º grado	Mª Antonia Gómez Jurado	1º ESO
Ecuaciones de grado uno (experimentación)	Bianca Barrios González	1º ESO
Polinomios	Rosa García García	1º ESO
Experiencia con fracciones y operaciones	Mª Isabel Gómez Valiente	1º ESO
Experimentación con proporcionalidad numérica	María Victoria Huerta Borrás	1º ESO
Polinomios	Zaida Rodríguez Asensio	1º ESO
Fracciones	Néstor García de Lara Fernández	1º ESO

Fig. 1. Listado de experiencias de docentes con el Proyecto Descartes

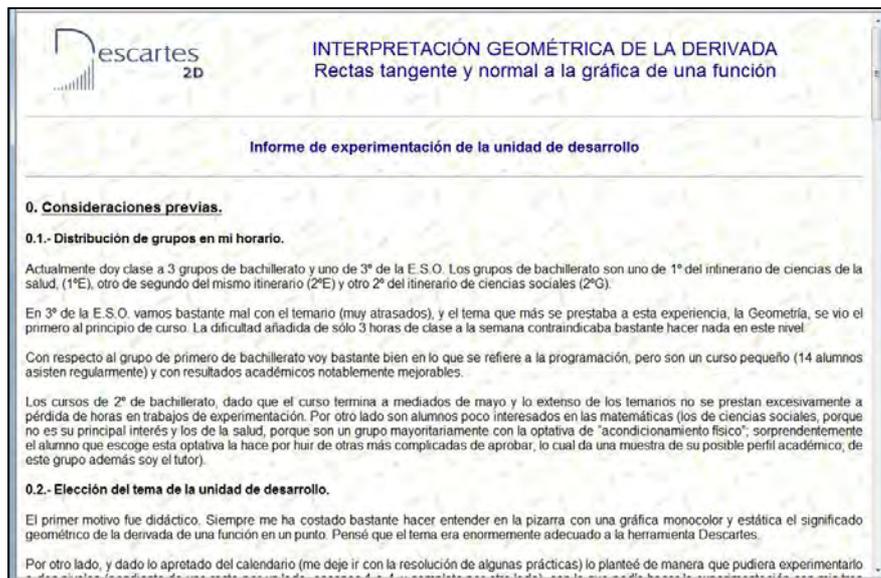
Se puede observar que son muchas las experiencias de los maestros en el aula, estas se relacionan con las matemáticas, la geometría, el álgebra, el análisis y el cálculo.

De todas las experiencias listadas, es la propuesta por el profesor Ignacio Pérez Vásquez en el año 2004, la que influye en la metodología que se ha aplicado a los alumnos de Matemática 2, dado que el tema desarrollado es precisamente la interpretación geométrica de la derivada. Si bien es cierto el contexto no es el mismo, si fue de gran utilidad considerarlo para el desarrollo de la experiencia. A continuación se

<sup>1</sup> <http://descartes.cnice.mec.es>

detalla los aspectos principales considerados en el desarrollo de la clase del profesor Pérez (Fig. 2).

- *Consideraciones previas:* se detalla cómo se ha llevado a cabo la distribución de los alumnos y los motivos por los cuales se ha elegido el tema de la derivada para desarrollarlo en clase aplicando el proyecto Descartes.
- *Situación inicial:* se distribuye adecuadamente a los alumnos en los centros de cómputo de acuerdo a la capacidad de éstos y se analiza el factor tiempo y el material que se distribuirá para el desarrollo de la sesión de clase.
- *Desarrollo:* se detalla el desarrollo de la clase, cómo se llevó a cabo, cuál era la actitud de los alumnos a medida que avanzaba la clase, así como los problemas que se presentaron.
- *Resultados:* aquí se explica cuál ha sido la herramienta de medida para determinar la utilidad del uso de simulaciones.
- *Valoración:* consiste en la apreciación personal del profesor durante del desarrollo de la clase respecto a los alumnos, al tema impartido así como a la utilidad de las simulaciones.



*Fig. 2. Aspectos considerados por el profesor Pérez.*

#### 1.4. Estructura del trabajo

Esta investigación, como se ha mencionado líneas arriba, constituye parte del gran interés que ha surgido a lo largo de los años de mi experiencia como docente, interés traducido en la construcción de simulaciones para que sean aplicadas por los alumnos de Matemática 2. A pesar, de haber dictado otras asignaturas, la atención se ha centrado en la de Matemática 2, puesto que, es en ella en donde se presentan los mayores problemas de aprendizaje, y la que origina que el alumno detenga su carrera debido a la desaprobación.

Esto ha llevado a un análisis de diversos factores para determinar finalmente el problema, entre ellos: el dictado de las clases (estrategias didácticas), la cantidad de temas que se abordan y que se propone abordar, la cantidad de alumnos, los temas en los cuales se detectan los mayores inconvenientes y la postura del alumno frente a ella. Estos estudios, realizados a través de encuestas, observación, estadísticas, etc., han concluido que el problema principal es la dificultad de aprendizaje que el alumno presenta frente a algunos temas en particular, seguido de la cantidad de temas que propone el syllabus y que se deben desarrollar en el tiempo establecido. Algunos aspectos se han mejorado, tales como, la cantidad de alumnos por aula, la cantidad de ejercicios a desarrollar en horario extracurricular, la metodología de trabajo, la cantidad de evaluaciones cortas, pero esto no ha sido suficiente.

Esta investigación aborda el tema de la derivada como parte importante, con la finalidad de dar a conocer los temas específicos que engloba la asignatura, así como, el contexto en el cual el alumno debe ubicarse para una correcta comprensión y recepción de conocimientos. Es por ello que, teniendo en cuenta los objetivos planteados, referidos al aprendizaje significativo de los alumnos, se decide abordar el problema principal: el aprendizaje de la derivada. Para ello, se inicia la integración de las TIC en las sesiones de enseñanza-aprendizaje, que tal como se ha señalado en párrafos anteriores, de las diferentes herramientas que se han utilizado a lo largo de estos años, la experiencia indica que el Proyecto Descartes es la más favorable para el alumno.

Con los conocimientos previos y la investigación, se inicia la construcción de las primeras simulaciones, que abordan directamente el tema en cuestión y considerando que los alumnos cada vez más hacen uso de la tecnología, se colocan estas simulaciones en una página web.

Durante la aplicación de las simulaciones elaboradas en el proyecto Descartes se ha puesto en práctica muchos conocimientos y a lo largo de la investigación se han adquirido muchos otros, enriqueciendo así la experiencia del docente y los conocimientos tanto de éste como de los alumnos.

La información de esta aplicación fue obtenida a través de una evaluación y una encuesta. Ambas han constituido la base para poder concluir la utilidad de lo proporcionado por la herramienta. Una vez recogida la información, se ha analizado ésta en el software estadístico SPSS. Cabe resaltar que los resultados están enfocados a los objetivos planteados y a las variables que se desean medir, siendo éstas: la utilidad de la herramienta construida con el proyecto Descartes y la percepción del alumno frente a las tecnologías y a las nuevas formas de enseñanza, cuya medición permitirá identificar las relaciones que los alumnos establecen y fomentar el uso del proyecto Descartes y su correcta manipulación.

## **CAPÍTULO II**

### **MARCO TEÓRICO**

#### 2.1. La Derivada

##### 2.1.1. Desarrollo histórico del concepto

###### 2.1.1.1. Siglo XVII

Los orígenes del Cálculo, tuvieron sus raíces en el deseo y preocupación por resolver problemas vinculados al movimiento de los cuerpos, a problemas de tipo geométrico que ganaban importancia en la Óptica, problemas de cálculo referidos a los valores máximos y mínimos de una función. Simplificando, tomaron importancia dos problemas principales: la tangente a una curva en un punto y el área encerrada por una curva. Estos problemas se resuelven satisfactoriamente, con los conceptos de derivada e integral, respectivamente. Sin embargo, cabe resaltar que a pesar que el concepto de integral, tiene sus orígenes en la antigüedad clásica, el concepto de derivada se formuló en la segunda mitad del siglo XVII, dado que, en la primera mitad del siglo XVII, no se conocían métodos para resolver el problema de la tangente a una curva en un punto, optando por aplicar métodos geométricos adaptándolos a cada caso en particular.

### 2.1.1.2. Newton y Leibniz

Se atribuye a Newton y Leibniz el invento del cálculo infinitesimal, sin embargo, ellos constituyen el punto culminante de un proceso bastante largo en los que han participado científicos de los más reconocidos tales como: Johannes Kepler (1571 – 1630), René Descartes (1596 – 1650), Pierre de Fermat (1601 – 1665), John Wallis (1616 – 1703) e Isaac Barrow (160 – 1677), que con su aporte han logrado que los mencionados permitan la resolución de un mayor número de problemas.

Newton no publicó sus trabajos hasta muy posteriormente, es más, se conoce que sus investigaciones las divulgaba entre sus alumnos y conocidos, para evitar las críticas.

Es en el año 1666 que introduce las “fluxiones”, que es lo que hoy se conoce como “derivadas”. Luego, fue aproximadamente en el año 1690 que dio algunos alcances para hallar la pendiente de la recta tangente a la curva en un punto como el cociente  $\frac{y}{x}$ . Seguidamente se

propuso el problema inverso que consistía en dar por conocido el cociente  $f(x) = \frac{y}{x}$ , ¿cómo hallar  $y$  en función de  $x$ ?, para ello

Newton estudió casos particulares de la función  $f$  y de las variables que en ella intervienen, es lo que hoy se conoce como resolución de ecuaciones diferenciales o antidiferenciación.

Para estudiar el cálculo del área bajo una curva por métodos de antidiferenciación, primero investigó la variación del área al variar la abscisa. Así obtuvo el teorema fundamental del cálculo. Aquí se unen dos problemas que ya se conocían: el de las tangentes y la integración.

Newton desarrolló métodos de derivación e integración; concretamente, la regla de la cadena y el método de sustitución, construyendo, además, tablas de derivadas e integrales.

En el caso de Leibniz, la publicación de sus trabajos fue más complicada, puesto que no hizo los escritos en forma ordenada, excepto

pequeñas contribuciones. Su historia y lo relacionado al origen del cálculo Diferencial fue escrito mucho más tarde de su creación, teniendo sólo muchos papeles donde iba anotando sus ideas y resultados.

Es el año 1666 donde se dan sus primeros estudios matemáticos sobre progresiones aritméticas de orden superior, en concreto, sobre cómo la suma de diferencias está relacionada con los términos de la sucesión. En realidad, éste es origen de su desarrollo del cálculo.

Posteriormente, en el año 1673, se convence de la importancia del problema de las tangentes y del problema inverso, teniendo la certeza de que consiste en hallar áreas y volúmenes. Luego, interpreta la derivada como el cociente de los infinitésimos  $\frac{dy}{dx}$ .

Cabe resaltar que los resultados tanto de Newton como Leibniz son, prácticamente, los mismos, aunque originados de distinta manera. Dejando la diferencia entre ellos, desde el origen de sus ideas, entre lo físico de uno de ellos y lo filosófico del otro, así como, la forma de trabajar, entre la búsqueda de teorías globales y teorías concretas, lo que es cierto es que ambos hicieron posible que a finales del siglo XVII, se diera solución a una colección bastante amplia de diversos problemas y métodos de resolución para conseguir que un solo método general diera respuesta a todos ellos.

## 2.1.2. Definición de la Derivada

### 2.1.2.1. Notación

La notación tiene un papel importante dentro de las matemáticas, puesto que, son las que permiten identificar de manera abreviada cierto concepto matemático. Algunas notaciones representadas por símbolos son simples abreviaturas que permiten escribir en corto espacio largas proposiciones o fórmulas. Otros, no sólo recuerdan el proceso que representa, sino que además ayudan en el desarrollo del cálculo. En el cálculo diferencial se han utilizado diversas notaciones para la derivada:

$$f'(x) \quad D_x f \quad \frac{dy}{dx}$$

**Notación prima:** donde la derivada de una función  $f$  se ha indicado con el símbolo  $f'$ . Esta notación fue introducida por Lagrange (1736-1813) a finales del siglo XVIII, poniendo de manifiesto que  $f'$  es una nueva función obtenida de  $f$  por medio de derivación, indicándose su valor en  $x$  por  $f'(x)$ . A su vez, cada punto  $(x, y)$  de la gráfica de  $f(x)$  tiene sus coordenadas en  $x$  e  $y$  ligadas por la ecuación  $y = f(x)$ , es por eso, que el símbolo  $y'$  se utiliza también para representar la derivada  $f'(x)$ .

**Notación D:** Este símbolo fue introducido en 1800 por L. Arbogast (1759-1803). Éste indicaba la derivada de  $f$  a través de  $D_x f$ , símbolo cuyo uso ha tenido hoy día gran aceptación. El símbolo D se denomina operador derivación y sugiere que  $D_x f$  es una nueva función que se obtiene de  $f$  por la operación derivación.

**Notación de Leibniz:** El gran impacto que ha tenido el Cálculo en el desarrollo de la matemática, es debido en gran parte a la elección adecuada de los símbolos, muchos de ellos introducidos por Leibniz.

Leibniz empleaba, para la derivada, una notación un poco distinta a la que se había indicado anteriormente, utilizó  $y$  en vez de  $f(x)$ ; asimismo, el cociente de diferencias  $\frac{f(x+h) - f(x)}{h}$  lo escribía de la forma:  $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ , colocando  $\Delta y$  en vez de  $f(x+h) - f(x)$  y  $\Delta x$  en vez de  $h$ .

El símbolo  $\Delta$  se denomina operador diferencia. Al límite del cociente de diferencias, es decir, la derivada  $f'(x)$ , Leibniz la designaba por  $\frac{dy}{dx}$ , con todas estas consideraciones y cambios, la definición de derivada se transforma en lo siguiente:

$$\frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

Se puede observar que no solo es distinta la notación, sino también la manera de pensar de Leibniz acerca de las derivadas, pues consideraba el límite  $\frac{dy}{dx}$  como un cociente de cantidades “infinitesimales”  $dy$  y  $dx$  que llamaba “diferenciales”. En vez de utilizar el límite para definir las derivadas, simplemente pasaba de  $\Delta y$  y  $\Delta x$  a  $dy$  y  $dx$  indicando que se transformaban en infinitesimales. Ha de subrayarse que, Leibniz consideraba los infinitesimales como un nuevo tipo de números, que sin ser cero, eran más pequeños que cualquier número real positivo.

#### 2.1.2.2. Dos problemas con el mismo tema

Existen dos problemas relacionados a la derivada, el primero de ellos es bastante antiguo, surge en la época de gran científico griego Arquímedes y éste es la pendiente de la recta tangente. El segundo de ellos es mucho más reciente: el problema de la velocidad instantánea, que surge con los intentos de Kepler, Galileo y Newton por dar respuesta a diversas incógnitas que permitieran describir la velocidad de un cuerpo en movimiento.

Un problema relativo a la velocidad:

Veamos el ejemplo de conducir un automóvil desde una ciudad a otra que está a 200 km en 4 horas, se podría decir que en el automóvil se dirige a una velocidad de 50 km por hora siempre y cuando se deje de lado todo aquello que podría generar un cambio en la velocidad, considerando además que el conductor lleva el control cada segundo de todo el recorrido cuidando de no excederla o disminuirla, todo esto en base a la definición de velocidad, como el cociente entre el espacio y, el tiempo empleado para recorrer dicho espacio. Asimismo, consideremos ahora un objeto que se lanza verticalmente desde el suelo a una velocidad de 40 m por segundo. Dejando de lado el rozamiento, se supone que solamente actúa la gravedad, por lo que el objeto se mueve en línea recta.

Si  $f(t)$  es la altura en metros que alcanza el objeto  $t$  segundos después de ser lanzado y la fuerza de gravedad no actuara en él, el objeto continuaría subiendo a velocidad constante, recorriendo una distancia de 40 m cada segundo, y en el tiempo  $t$  se tendría  $f(t) = 40t$ . Sin embargo, considerando la gravedad, el objeto se retarda hasta que su velocidad es cero, cuando esto sucede el objeto cae al suelo. La experiencia nos indica que mientras el objeto está en movimiento, su altura  $f(t)$  viene dada aproximadamente por  $f(t) = 40t - 4.905t^2$ , donde  $-4.905t^2$  se debe a la influencia de la gravedad. Observando estos dos ejemplos el problema que surge es el siguiente: *determinar la velocidad del automóvil en cualquier punto de su recorrido, así como determinar la velocidad del objeto que sube en cualquier instante de su movimiento.*

Para poder dar respuesta a este problema, se introduce la noción de velocidad media durante un intervalo de tiempo, desde el instante  $t$  al instante  $t+h$ , definida como la distancia de la primera posición a la segunda posición dividida entre el tiempo empleado, empleándose el siguiente cociente:

$$\frac{\text{diferencia de distancias en el intervalo de tiempo}}{\text{intervalo de tiempo}} = \frac{f(t+h) - f(t)}{h}$$

Se puede concluir rápidamente que en todo el recorrido, el automóvil no va a 50 kilómetros por hora, y esto lo indica el velocímetro en cada instante. Con frecuencia se vería que el velocímetro muestra velocidades diferentes a 50, quizá 55, 68, 42, y 0 al llegar a su destino final.

En el ejemplo del objeto que se lanza verticalmente, si se desea conocer la velocidad en el instante  $t = 2$ , se puede calcular la velocidad en el intervalo de tiempo  $t = 2$  a  $t = 3$ , luego en el intervalo de tiempo de  $t = 2$  a  $t = 2.5$ , y tomando valores de  $h$  cada vez más pequeños, esta velocidad se acerca cada vez más a 20.38 metros por segundo.

Lo que se ha realizado es calcular la velocidad promedio en intervalos de tiempo cada vez más cortos. Cuánto más pequeños sean estos intervalos, mejor se aproximará a la velocidad instantánea.

Un problema relativo a la recta tangente:

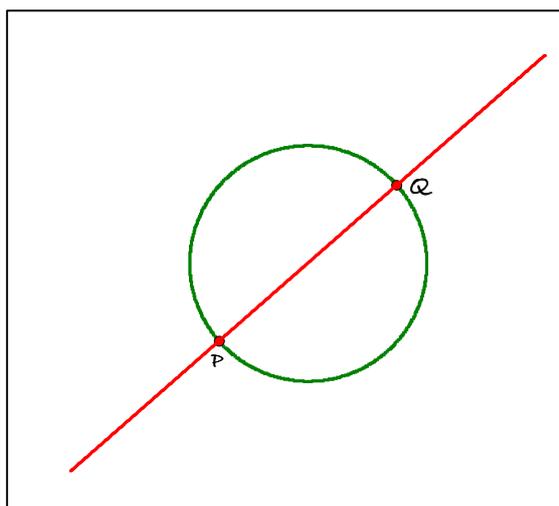
Este problema está referido a encontrar la pendiente de la recta tangente, dado que la definición de Euclides, que definía la recta tangente como la recta que toca la curva en un solo punto, es correcta para círculos pero no para otras curvas. Es por ello que surge el concepto de límite que permitió dar una mejor descripción.

Para resolver este problema se hace necesario tomar conceptos tales como recta secante y límites, dado que se concluye que la posición límite de la recta secante da lugar a la recta tangente. Más adelante, en la interpretación geométrica de la derivada, se explica detalladamente el proceso que sigue una recta secante para lograr una recta tangente y con ello la pendiente de la misma.

### 2.1.3. Definición analítica de la derivada como un límite

#### 2.1.3.1. Recta secante

Proviene del latín “secare” que significa cortar. Es una recta que corta a una circunferencia en dos puntos (Gráfico 1), y a cualquier otra curva en 2 puntos distintos.



*Gráfico 1. Recta secante*

### 2.1.3.2. Razón de cambio promedio

De la cantidad de leyes de la Física, la Química, la Biología o la Economía, muchas de ellas son funciones que relacionan una variable “dependiente”  $y$  con una variable “independiente”  $x$ , lo que comúnmente suele escribirse como  $y = f(x)$ .

De acuerdo a lo observado en el Gráfico 2, si la variable independiente cambia de un valor inicial  $a$  a otro  $x$ , la variable dependiente  $y$  también lo hace al cambiar de  $f(a)$  a  $f(x)$ .

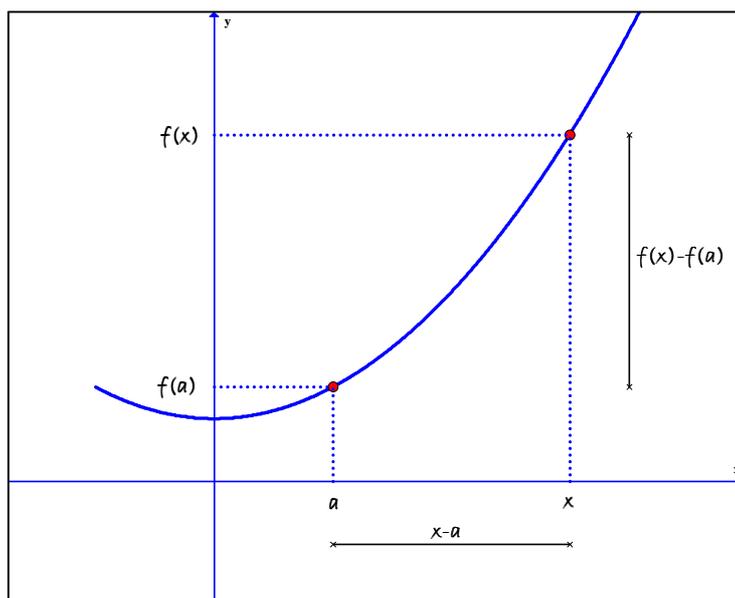


Gráfico 2. Razón de cambio promedio

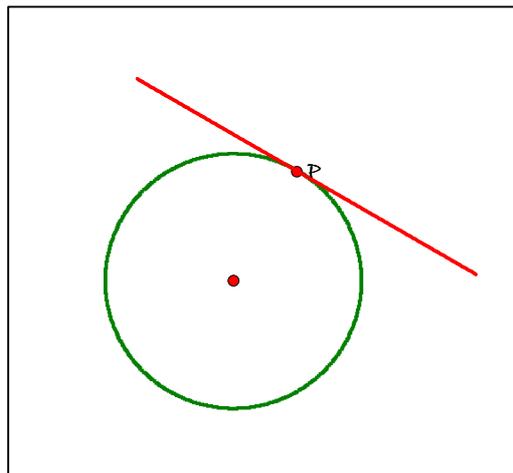
Por lo tanto, la razón de cambio promedio de  $y = f(x)$  con respecto a  $x$  en el intervalo  $[a, x]$  es:

$$\text{Razón de cambio promedio} = \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$

Su fundamento está en lo que sucede en un intervalo definido, al variar los valores de  $x$ , a su vez, es necesario considerar que el intervalo completo pertenece al dominio de  $f(x)$ .

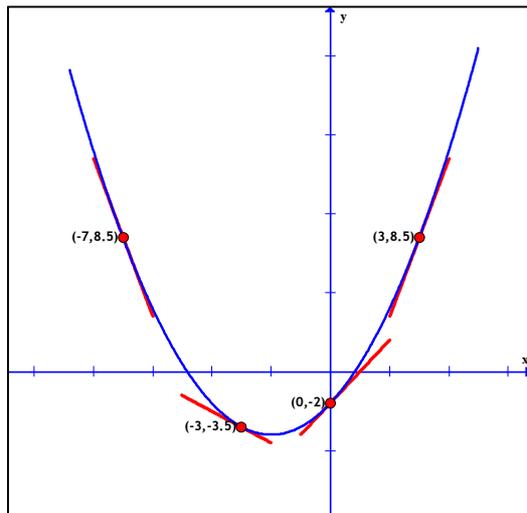
### 2.1.3.3. Recta tangente

La definición de Euclides como la recta que toca a una curva en un solo punto es totalmente correcta para un círculo (Gráfico 3), dado que se puede caracterizar como la recta perpendicular a la recta radial que pasa por un punto P, a lo largo de la longitud de la circunferencia.



*Gráfico 3. Recta tangente*

Sin embargo, para una curva arbitraria (Gráfico 4), el problema ya no es tan sencillo, es por ello, que se hace uso de rectas secantes para aproximar la recta tangente, dado que, las pendientes de las rectas secantes sí pueden calcularse directamente.



**Gráfico 4. Tangentes alrededor de una curva**

#### 2.1.3.4. Razón de cambio instantánea

Al considerar la razón de cambio promedio en intervalos cada vez más pequeños, nos lleva a la definición de la “razón de cambio puntual o instantánea” de  $y = f(x)$  con respecto a  $x$  en el punto  $a$ , haciendo uso de la noción de límite, expresada de la siguiente manera:

$$\text{Razón de cambio puntual} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$

#### 2.1.3.5. Recta normal

La recta normal a una curva en un punto, es aquella recta que es perpendicular a la recta tangente (*Gráfico 5*) en dicho punto, con la cual forma un ángulo de  $\theta = \frac{\pi}{2}$ , teniendo en cuenta la siguiente relación de pendientes:

$$m_{Normal} \cdot m_{Tangente} = -1$$

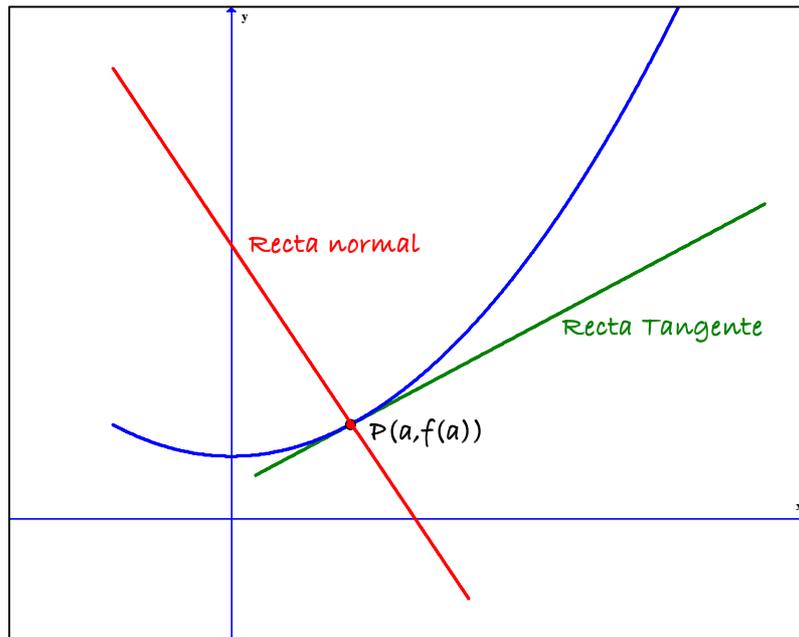
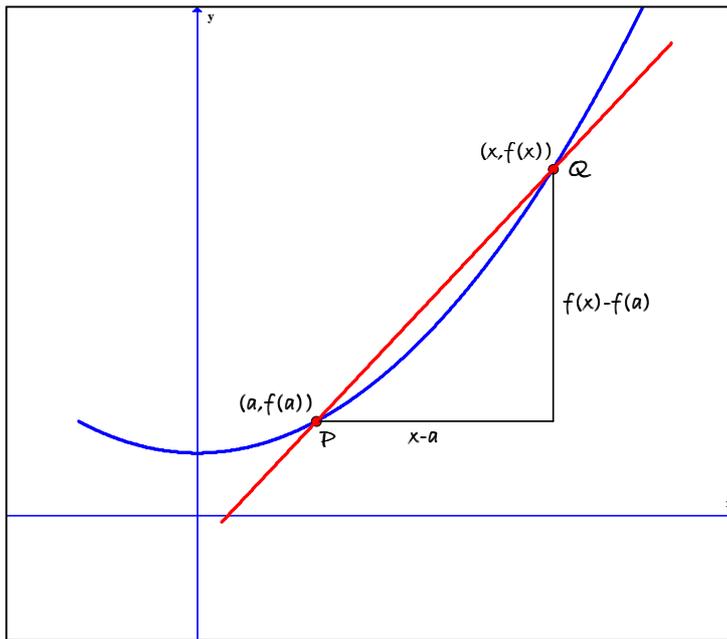


Gráfico 5. Recta normal

#### 2.1.3.6. Interpretación geométrica

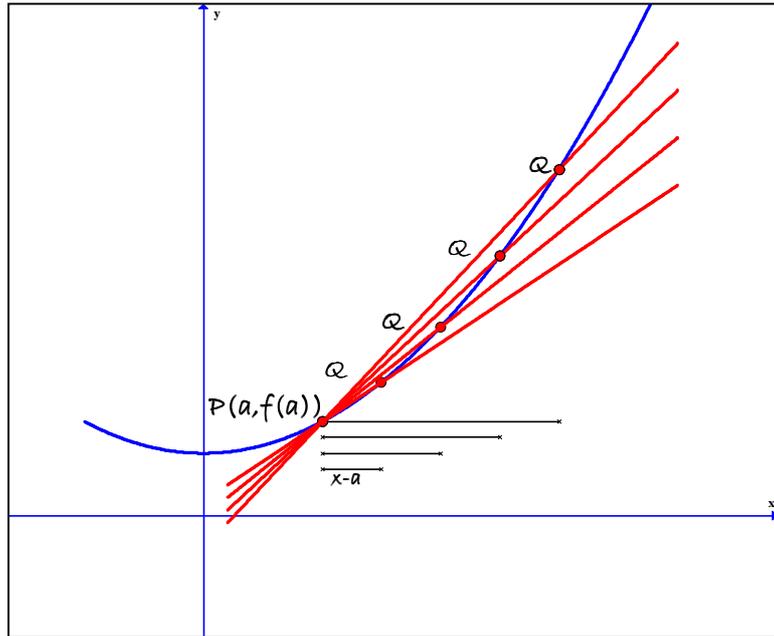
Retomando y concluyendo lo anteriormente mencionado se puede afirmar que el problema de la recta tangente se reduce al cálculo de la pendiente, la cual se puede aproximar mediante rectas secantes. Consideremos la recta que une el punto  $P(a, f(a))$  con un punto cercano  $Q(x, f(x))$  de la gráfica de  $f$ , a esta recta se le llama secante (Gráfico 6) y corta a la curva pero no es tangente a la curva. La pendiente o la razón de cambio promedio de esta secante es:

$$m_{\text{sec}} = \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$



**Gráfico 6. Pendiente de la recta secante**

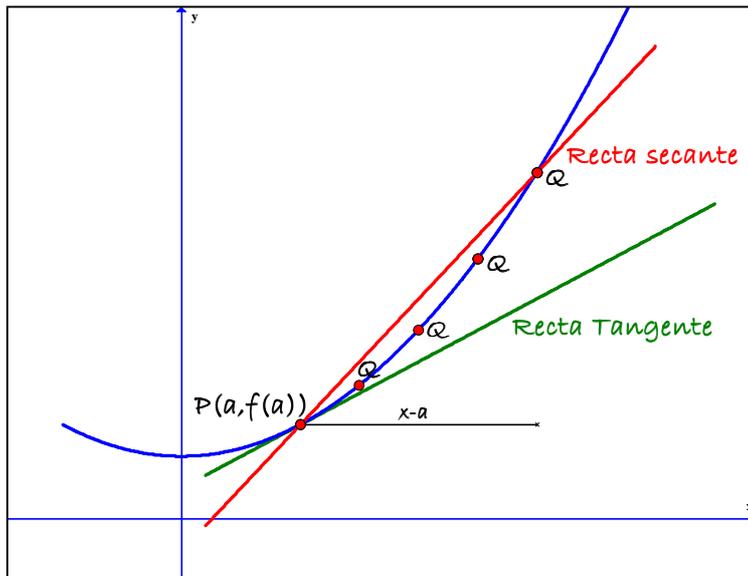
La recta tangente en  $P(a, f(a))$  es la posición límite de la recta secante cuando  $Q$  se acerca a  $P$  a lo largo de la curva, haciendo que  $x-a$  tienda a 0 (Gráfico 7):



**Gráfico 7. Rectas secantes alrededor de una curva**

El conjunto de rectas secantes, permiten acercarse a una recta tangente (*Gráfico 8*) en  $P(a, f(a))$  cuya pendiente engloba el concepto de límite, siendo el siguiente:

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$



**Gráfico 8. Recta secante a recta tangente**

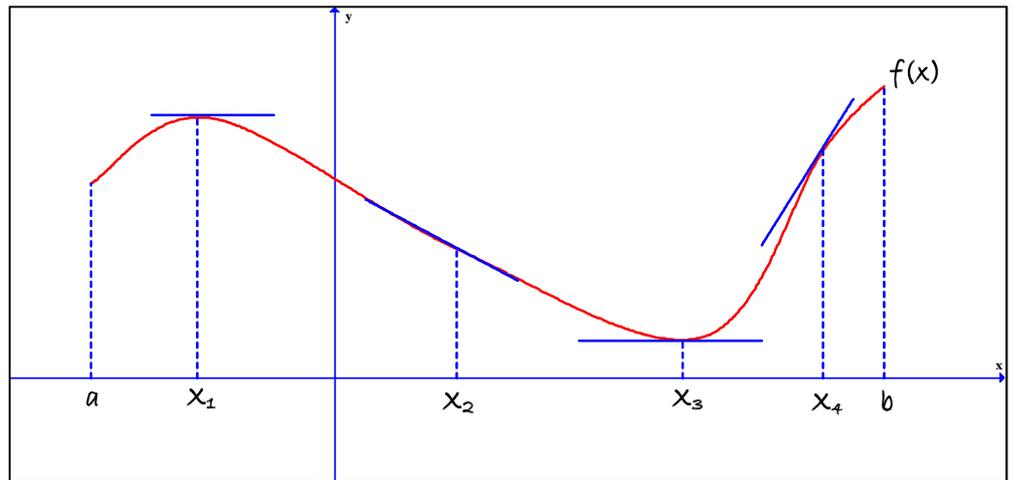
#### 2.1.4. Aplicaciones en la Administración y Contabilidad

Hay muchas aplicaciones en la Administración y Contabilidad en las que están involucradas las derivadas, su interpretación geométrica, su interpretación numérica, entre ellas podemos destacar: el trazado de curvas, la optimización y el análisis marginal, las cuales iremos detallando a continuación.

##### 2.1.4.1. Trazado de curvas

El trazado de curvas se puede trabajar con la ayuda de límites, sin embargo, el análisis de derivadas lo facilitan aún más. Es el valor de las derivadas lo que permite definir los intervalos de crecimiento y decrecimiento, así como los máximos y mínimos de la función estudiada.

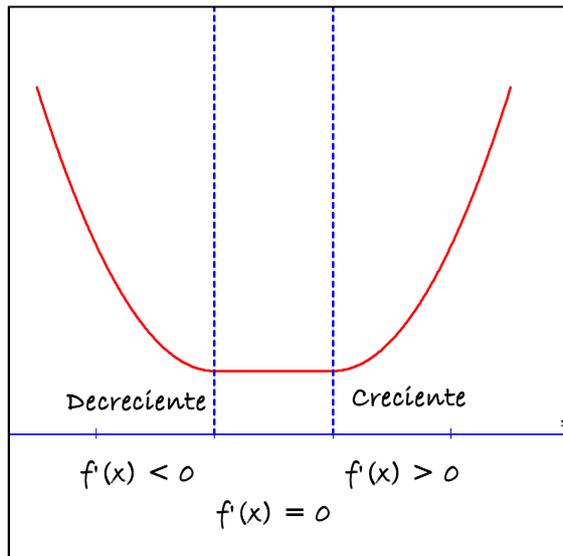
Se presenta la siguiente gráfica (*Gráfico 9*), en la cual se ha de señalar las rectas tangentes en diversos puntos, y con ello observar lo que sucede con el valor de la derivada de  $f(x)$  cuando se traslada de  $a$  hacia  $b$ , siendo éstos los límites del intervalo en estudio.



*Gráfico 9. Rectas tangentes en diversos puntos.*

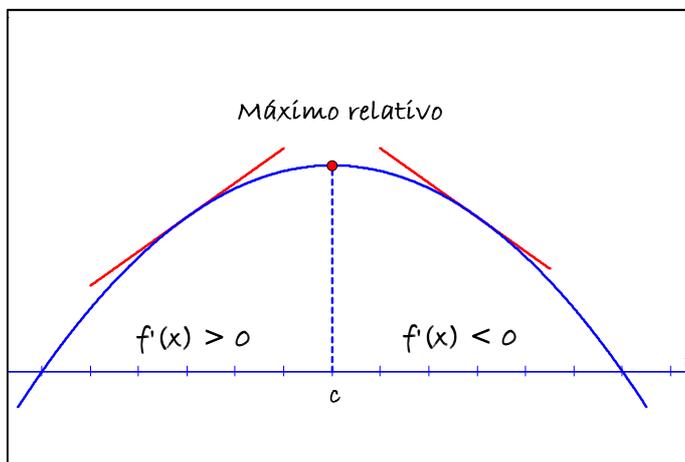
Si se analiza cada tramo del intervalo  $[a, b]$  trazando las rectas tangentes para todo  $x$  de dicho intervalo, al observar los valores de las pendientes correspondientes, éstas tomarán valores positivos o negativos, definiendo si se trata de intervalos crecientes o decrecientes.

Es necesario considerar que los intervalos de crecimiento son aquellos donde la derivada o la pendiente de las rectas tangentes son positivas y, los intervalos de decrecimiento donde la derivada o pendiente de las rectas tangentes son negativas (*Gráfico 10*). A su vez, los puntos en los cuales la pendiente de la recta tangente es cero, es decir, donde las rectas tangentes son paralelas al eje  $x$ , se considera punto crítico, que puede ser un máximo o mínimo, dependiendo de los intervalos de crecimiento o decrecimiento que acompañen a éste.

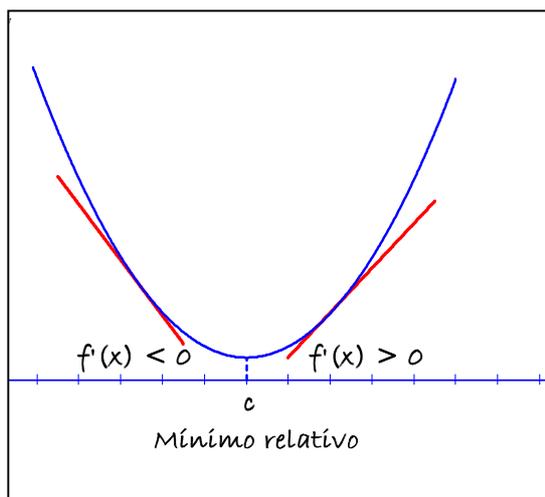


**Gráfico 10. Intervalos crecientes y decrecientes**

Se dice que una función  $f(x)$  tiene un máximo relativo (Gráfico 11) en un punto de abscisa  $c$  perteneciente a su dominio, si existe un intervalo que contenga a  $c$ , tal que  $f(c) \geq f(x)$ . Si  $f(c) \leq f(x)$  para todo  $x$  que pertenece al intervalo, decimos que  $f(x)$  tiene un mínimo relativo (Gráfico 12) en  $c$ .



**Gráfico 11. Máximo relativo**



**Gráfico 12. Mínimo relativo**

#### 2.1.4.2. Optimización

Para entender claramente de qué se trata este tema, haremos un análisis similar al que hace Galván et al (2006), donde se muestra la historia del consumo de electricidad de un hogar, a través del recibo de los últimos meses. Podemos observar (Fig. 3) que en los meses de enero y febrero hubo una disminución en el consumo de este bien, y en los meses siguientes hay un aumento ligero cada mes. Además, muestra que en los meses de septiembre y noviembre se ha dado el mayor consumo.

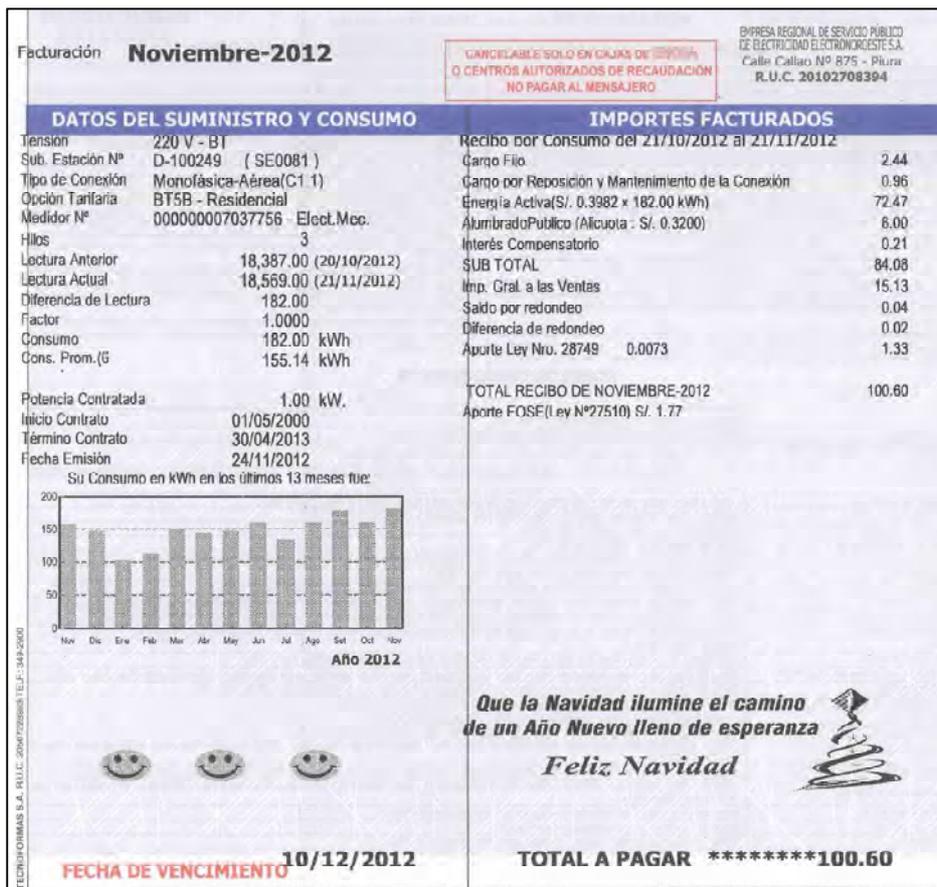


Fig. 3. Comparación con datos de consumo de electricidad.

Si se trata de dar una interpretación a este comportamiento, podemos decir que los meses de enero y febrero fueron bajos debido a viajes en los meses de verano, mientras que en los meses subsiguientes ha ido aumentando el consumo debido al aumento de la carga familiar. Es para dar respuesta a este tipo de problemas que usamos las derivadas. Si conocemos la función se puede encontrar los puntos donde ocurre su valor máximo o mínimo; asimismo, analizaremos el comportamiento de la función, determinando si la función está creciendo o decreciendo.

Por otro lado, analizaremos funciones que tienen un contexto empresarial o económico, haciendo uso de estos criterios, tratando de encontrar el nivel de producción con el cual se obtiene el ingreso

máximo, la utilidad máxima o los costos mínimos de producción, por mencionar algunas de las muchas aplicaciones.

Maximizando: un granjero quiere conocer cuál será la mejor mezcla de cultivos para obtener la mayor utilidad. Por su parte, un médico desea saber cuál es la mejor dosis de un medicamento para curar cierta enfermedad.

Minimizando: un distribuidor desea conocer la mejor forma de distribuir sus productos y que le demanden el menor costo posible; mientras que un ingeniero desea conocer las medidas óptimas en la construcción de los envases de su producto para lograr incurrir en el menor gasto posible.

#### 2.1.4.3. Análisis Marginal

El análisis marginal es un área de la economía en que se estima el efecto producido en cantidades tales como el costo, el ingreso y la utilidad cuando el nivel de producción cambia en una unidad (gráfico 2n), permitiendo dar respuesta a preguntas como: ¿A partir de qué volumen mínimo de ventas conviene lanzar un nuevo producto?, ¿Cuál es el precio mínimo que debería cobrar por una unidad adicional de un producto?

## 2.2. TIC

### 2.2.1. Definición

Las tecnologías de la Información y de la Comunicación (TIC) constituyen el principal fundamento de las transformaciones que se han presentado en el hoy, en el mundo contemporáneo. Es importante dar una definición clara para ubicarnos en el tiempo y sobre todo entender a qué se refiere este término TIC, que suele verse más en los libros texto, en las revistas, así como, se escucha frecuentemente en las noticias, en las conferencias, en todo aquello que resulta ser una novedad hoy en día.

TIC, como inicialmente he mencionado significa tecnologías de la Información y de la Comunicación, y son un conjunto de tecnologías desarrolladas para gestionar la información y enviarla de un lugar a otro.

Incluye tecnologías para almacenar información, para recuperar aquella que se ha perdido, enviarla a diversos destinos, compartirla, así como, tecnologías para procesarla y obtener de ella resultados que se pueden usar posteriormente para estudios de mercado, análisis estadísticos, presupuestos, etc.

#### 2.2.1.1. Historia

Hace algunos años, cuando los cambios en la tecnología iba generando cambios en todos los aspectos relacionados a la humanidad, desde la forma de comunicarse hasta la forma de trabajar, de negociar, de socializar, también se tuvo la idea de los cambios que se podían generar en las formas de enseñar y de aprender y el tiempo ha dado la razón, es más, ha generado más cambios de lo que se pronosticaba.

Se aseguraba que para el año 2010 habría millones de computadoras y dispositivos digitales de comunicación y productividad en las escuelas primarias y secundarias de los sistemas educativos públicos. Probablemente persistirán algunas dificultades de acceso en los establecimientos rurales y aislados o que se mantengan en condiciones de carencia estructural para su funcionamiento. También permanecerá la inequidad en la calidad y condiciones de acceso a Internet, que se iría resolviendo con políticas de telecomunicaciones acertadas que considerarán a las unidades educativas como puntos prioritarios que se deban atender. Podemos decir que se ha cumplido. (Alvarado, p.61)

La perspectiva más importante es el posible cambio de las estructuras de aprendizaje que se puede observar en las nuevas generaciones que tempranamente se ven expuestas al uso de tecnologías digitales y generan nuevas formas de adquirir habilidades, manejar información y construir nuevos aprendizajes. Esto tiene consecuencias estructurales para el sistema escolar. Desde esta perspectiva, en las aulas se mantendrían estructuras obsoletas para la obtención de aprendizajes en estudiantes que cuentan con nuevas habilidades no consideradas en la didáctica tradicional. Esta brecha genera pérdidas de oportunidad y explicaría parte de la crisis de motivación y valoración que las nuevas generaciones tienen por la institución educativa (Prenski, 2001a)

Con la nueva década, y a partir de la mayor interacción que se genera en Internet, se inicia un fenómeno que ha recibido el nombre de “Web 2.0” para describir la forma en que lo usuarios

Al iniciarse los cambios en la tecnología, las empresas se vieron forzadas a invertir en dichos cambios. Uno de los aspectos en los cuales se han hecho diversos estudios es la rentabilidad en la banca. A finales de los 90 los bancos habían invertido grandes sumas de dinero en las TIC, sobre todo por la gran cantidad de datos que había que manejar y la fuertes transacciones y operaciones que por naturaleza se tiene en el ámbito bancario, sin embargo, en el primer estudio realizado en esta década los grandes inversionistas bancarios se dieron con la sorpresa que el beneficio había sido únicamente para los consumidores, pues la rentabilidad no había aumentado y sin embargo la inversión en las TIC había sido muy grande. Pero es importante recalcar que todas las empresas, incluyendo los bancos, no invirtieron en las TIC al mismo tiempo, por el contrario, algunos lo hicieron en forma lenta y otros de formas más rápida, y eso podría haber generado ese cambio insignificante en la rentabilidad. Un par de años más tarde se realizó nuevamente un estudio y así durante las últimas décadas, entonces el enfoque cambió, más que generar una rentabilidad mayor bastante significativa, la ventaja se encontraba en si hubieran sobrevivido ciertas entidades de no haber invertido en la tecnología cambiante, la ventaja ahora era completamente competitiva.

Lo mismo podemos decir en el ámbito educativo, ahora el profesor tiene que cambiar sus estilos de enseñanza aprendizaje porque los alumnos lo obligan a hacerlo, de lo contrario éstos no podrán competir con otros que si están siguiendo el camino de la tecnología, sin olvidar que así como es ventajoso por un lado, es muy perjudicial por otro, es por ello, que el profesor tiene que hacer frente a muchos inconvenientes que se presentan y que dificultan el proceso educativo, es más, se podría decir, que en ciertos casos ni siquiera funciona correctamente.

## 2.2.2. Las TIC en el proceso educativo

### 2.2.2.1. Las TIC en el proceso de enseñanza y aprendizaje

Las tecnologías de la información y de la Comunicación (TIC), están redefiniendo el rol y la tarea del docente, se está demostrando hoy en día que la integración progresiva de las herramientas telemáticas en la enseñanza ha traído importantes consecuencias sobre la manera de aprender y de adquirir el conocimiento, al tiempo que cuestiona las formas de organización de las instituciones y crea una cultura centrada en el acceso y manipulación de información en los entornos de aprendizaje en red. (Gutiérrez, 2005)

Con todo lo actualmente visto, en cuanto a las tecnologías, se puede decir que las TIC han permitido que los profesores redefinan su práctica pedagógica. A su vez, han obligado al estudiante a encontrar nuevas formas de aprender y desarrollar nuevas capacidades. Es por ello que el profesor debe afrontar nuevas metodologías de enseñanza, de tal forma que logre que los estudiantes aprendan a través de diferentes actividades.

A su vez, en las dos últimas décadas la distancia ha dejado de ser un inconveniente para lograr mayor conocimiento, pues se ha incrementado la educación a distancia, el aula virtual, pues la computadora ha adquirido cada vez mayor importancia como recurso educativo y es precisamente la Internet la que ha propiciado estos cambios.

### 2.2.2.2. Ventajas y desventajas

Como ya se ha mencionado anteriormente no todo es totalmente ventajoso, más aún no se usa correctamente, o se estudia perfectamente al grupo con la finalidad de determinar si las tecnologías ayudarían en el proceso de aprendizaje. No se trata de utilizar las TIC tal como las presentan, por lo contrario, hay que analizarlas, trabajarlas, adecuarlas a los objetivos de la clase.

A continuación, se muestran una serie de beneficios de acuerdo a Aguilar (2005):

- *Innovación en la práctica docente:* el uso de programas informáticos puede favorecer la transformación de las prácticas de enseñanza, de los modos de transmitir y adquirir conocimientos. Por otra parte, el medio informático permite, gracias a su flexibilidad y adaptabilidad, atender a los diferentes ritmos de aprendizaje de los alumnos.
- *Mejora de la organización y la gestión educativa:* los equipos directivos de los centros y el profesorado en general, pueden optimizar sustancialmente sus tareas administrativas y docentes con el uso de computadoras.
- *Recurso de aprendizaje:* en general, los alumnos manifiestan una alta motivación hacia el uso de estas herramientas informáticas y los profesores pueden aprovechar este interés para introducirlos como medios útiles para el aprendizaje. Las posibilidades de intercomunicación con otros centros educativos (nacionales y extranjeros) aumentan las posibilidades de intercambio de experiencias y la participación en proyectos educativos de todo tipo por parte de profesores y alumnos.
- *Potenciación de capacidades cognitivas:* el uso adecuado del computador estimula el desarrollo de habilidades cognitivas superiores como, por ejemplo, las estrategias de búsqueda de información; las habilidades de procesamiento de información (selección, organización e interpretación); la planificación de la actividad; el desarrollo de expresión de las ideas; las habilidades de comunicación interpersonal y el fomento de la autonomía personal y la creatividad.
- *Descentralización e igualdad en el acceso a la información:* las distancias geográficas o las dificultades de movilidad espacial que impiden un desarrollo equitativo de las capacidades de las personas por la imposibilidad de acceder a determinados contenidos pueden ser superadas fácilmente con la ayuda de la informática.

Existen algunos inconvenientes que se presentan en el uso de las TIC, a continuación se detallan algunas de las barreras a las que debe hacer frente el profesorado (Carneiro, Toscano & Díaz, s/n):

- *Falta de confianza y ansiedad ante las nuevas tecnologías.* Existe una fuerte relación entre estas dos variables. La propia percepción de eficacia en el uso de las TIC juega un papel principal en la autoestima y afecta potencialmente al uso de las herramientas tecnológicas. Ya en su momento, los estudios de Bandura (1986) mostraron que la percepción de eficacia es la base por la que las personas eligen qué hacer y cuánto esfuerzo y constancia ponen en ello. Los individuos que se ven capaces de realizar una tarea tienden a hacerla con éxito. Ello supone, por tanto, que la posibilidad de exposición y de práctica con los nuevos medios será un factor indispensable para que los utilicen.
- *Falta de competencia y habilidad.* Numerosos investigadores coinciden en afirmar que, para aumentar los niveles de competencia del profesorado en relación con las TIC, es necesario proporcionar entrenamiento adecuado que les dé seguridad. En caso contrario no utilizarán las tecnologías ni dentro ni fuera de la clase (Jones, 2004). Las principales dificultades encontradas al respecto son la falta de tiempo para practicar, la falta de entrenamiento pedagógico y en habilidades, y la falta de formación inicial en TIC (BECTA, 2003).
- *Limitado acceso a los recursos.* Se hace referencia a problemas de acceso, disponibilidad, conexión o calidad de los recursos, así como a la inexistencia o inadecuación del *software*, lo que supone que los docentes desistan en su intento por incorporarlos a sus modelos pedagógicos. Hay que tener en cuenta además que el problema principal es no solo la falta de recursos tecnológicos, sino la necesidad de que los profesores reflexionen y se replanteen qué contenidos van a enseñar con estas nuevas tecnologías. Como señala Piscitelli, “el desafío es doble: hay que aprender cosas nuevas y, a su vez, hay que enseñar las cosas viejas de un modo nuevo.”

Además, el tener acceso a una cantidad prácticamente ilimitada de información en muchas ocasiones supone un grave inconveniente a la

hora de tomar decisiones y discriminar acerca de qué contenido es importante y cuál no. Este problema llamado “infoxicación” (término que surge de la contracción entre información e intoxicación) puede a su vez generar nerviosismo e inquietud en el alumno por no sentirse capaz de hallar lo que busca o experimentar una sensación de desorientación o pérdida de tiempo. Se hace necesario, por tanto, formar a los jóvenes con nuevas capacidades que les permitan desenvolverse con eficacia en este nuevo entorno.

- *Problemas técnicos y falta de sustentabilidad.* Para que el profesor incorpore las TIC en su práctica docente es fundamental que cuente con un adecuado soporte técnico y con un acompañamiento pedagógico que le apoye.
- *Resistencia al cambio y la no percepción de beneficios.* Por un lado, para una incorporación real de las TIC a la práctica docente diaria es necesario que el profesorado comprenda cómo puede beneficiarle en su trabajo y en el aprendizaje de sus alumnos (Newhouse, 2002). Asimismo, también resulta fundamental tener en cuenta que la profesión docente tiene una carga emocional importante que no se debe menospreciar. El cambio pedagógico que se le pide al profesor lleva implícito un cambio emocional y actitudinal que en ocasiones puede estar explicando esta resistencia a la innovación.

## 2.3. Proyecto Descartes

### 2.3.1. Historia

El proyecto Descartes es un proyecto que inicia en el año 1998, proyecto colaborativo adscrito al Área de Experimentación e Innovación del Instituto Superior de Formación y Recursos en Red del Profesorado (ISFTIC), dependiente del Ministerio de Educación, Política Social y Deporte (MEPSYD) de España. El MEPSYD ha puesto en marcha numerosos proyectos desde hace 30 años con la finalidad de promover la utilización de las tecnologías de la información y de la comunicación (TIC). Estas aplicaciones han permitido adquirir cierta experiencia que permita determinar las aplicaciones que son útiles en el aula, detectando ventajas y desventajas e inconvenientes que se presentan en la implementación de las TIC.

Son las circunstancias que se presentan a fines del siglo XX e inicios del siglo XXI, tanto económicas como tecnológicas y sociales, las que permiten desarrollar el proyecto Descartes, el abaratamiento de los equipos informáticos, generalización del uso de Internet y el acceso a líneas de alta velocidad para la transmisión de datos, y sobre todo, el interés de muchos profesores por las TIC, las que dieron lugar al principal objetivo del proyecto Descartes: promover nuevas formas de enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas integrando las TIC en el aula como herramienta didáctica.

Es así como se crea la herramienta o núcleo interactivo para programas educativos (nippe) de nombre Descartes, que permite la elaboración de materiales didácticos interactivos que el profesor puede controlar y modificar con gran facilidad. La difusión de todos estos recursos se ha realizado mediante la página web del proyecto <http://descartes.cnice.mec.es> que ya se detalla más adelante.

Desde los inicios del proyecto hasta la actualidad se han realizado una serie de cursos para capacitar y facilitar la aplicación de las escenas, pero a su vez, los profesores han mostrado gran interés, aumentando cada vez más la cantidad de aplicaciones, pues, han elaborado muchas novedades que han sido compartidas y aplicadas en aula, con ello se puede decir que la utilidad es grande y los resultados son cada vez mejores.

#### 2.3.1.1. Diseño

Para el diseño del proyecto Descartes se tuvo en cuenta la experiencia acumulada y las conclusiones de otros proyectos realizados. Asimismo, se tomó como premisa fundamental la búsqueda de aceptación de los profesores, es más, gran parte de las decisiones que se han ido tomando han sido influenciados en gran medida por esta aceptación.

De acuerdo al artículo realizado por José Galo Sánchez y Juan Madrigal Muga, en mención a los 10 años del proyecto Descartes, detalla cuidadosamente las condiciones que deberían haberse cumplido en el momento del diseño, las cuales se han cumplido en gran medida y que se redactan a continuación:

- Las herramientas para generar materiales didácticos deben ser multipropósito, es decir, que sirvan para tratar todos los temas de currículo de matemáticas.
- Los materiales didácticos producidos deben ser interactivos, basados en la visualización y en la interacción con los objetos matemáticos.
- La creación de nuevos materiales debe ser un proceso relativamente sencillo para un profesor de matemáticas con alguna experiencia con el ordenador, por ejemplo, haber usado algún paquete ofimático, un lenguaje de programación o similar.
- Los materiales didácticos que se obtengan con esas herramientas también deben ser editables, es decir, que ofrezca a cualquier profesor la posibilidad de organizar las actividades y adaptarlas a la metodología que le parezca más adecuada para los alumnos a los que van dirigidos.
- La adaptación de los materiales didácticos debe requerir poco tiempo al profesor, algo análogo al uso de un procesador de textos.
- La interfaz de los materiales didácticos debe ser muy intuitiva para el alumnado, muy sencilla de utilizar y que sea transparente en el aprendizaje de los contenidos matemáticos.
- Debe ofrecerse un conjunto numeroso de materiales didácticos que cubran la mayor parte del currículo de Matemáticas, con distintos enfoques y metodologías, para que el profesor siempre encuentre algún material que pueda utilizar con sus alumnos.
- Debe aprovecharse el trabajo realizado por el profesorado, de forma que puedan reutilizar los materiales y documentación generados por otros profesores y profesoras.
- La difusión del proyecto y de los materiales generados debe hacerse de forma generalizada, que cualquiera pueda acceder a ellos con facilidad, sin coste económico y con bajo coste en tiempo.
- Debe compensarse el esfuerzo que realiza el profesorado para incorporarse a esta nueva forma de trabajo con créditos de formación y/o innovación a través de cursos a distancia o presenciales.

Sin embargo, tomando en cuenta que no es nada fácil cambiar la forma de enseñanza y mucho menos las metodologías a corto plazo, se

decidió ir dando pasos cortos y necesarios para que los profesores vayan obteniendo la suficiente experiencia, con pruebas cada vez más frecuentes en clase, de tal forma, que puedan lograr ver la importancia de la aplicación de dichas actividades y del uso de las Tecnologías de la Información y de la Comunicación, por lo tanto se llevaron a cabo cinco acciones que constituyeron el núcleo del proyecto y que se desarrollaron simultáneamente:

- Elaborar una herramienta de desarrollo de programas o recursos educativos que fuera versátil y asequible para que el profesorado pudiera desarrollar sus recursos o modificar los existentes.
- Establecer un sistema de publicación, difusión y distribución de recursos universal.
- Facilitar que los usuarios y usuarias (alumnado y profesorado) dispusieran de un sistema de acceso, fácil de utilizar y barato.
- Organizar la formación del profesorado con cursos a distancia, utilizando la propia red.
- Fomentar la experimentación e innovación en el aula, permitiendo compartir experiencias y su difusión a la comunidad educativa.

Estas acciones que se realizaron se vieron plasmadas en el trabajo que se detalla a continuación:

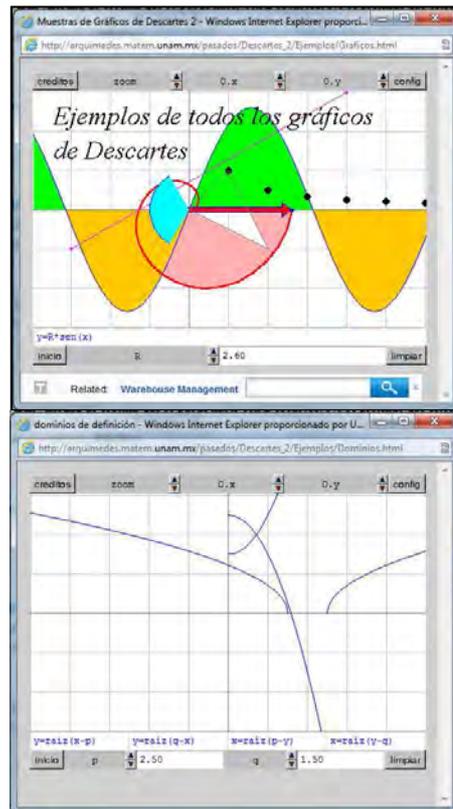
- Se creó el nippe Descartes, que es una herramienta desarrollada en lenguaje Java, permitiendo portabilidad entre sistemas operativos debido a su máquina virtual, y que permite la generación de applets que se insertan en páginas web. Es una herramienta que permite generar aplicaciones educativas siendo de fácil manejo para los profesores. Es un entorno muy fácil de usar y esto se demuestra a través de los trabajos realizados por los profesores los cuales tienen un excelente diseño y se ha compartido entre muchos profesores y alumnos (*Fig. 4*).  
Descartes, no solo permite presentar escenas educativas interactivas a los interesados, también ofrece la posibilidad de modificar esas escenas y crear escenas nuevas. A continuación se muestra la ventana que permite la instalación de la aplicación DescartesWeb2.0 (Gestor de escenas) que se descarga en el ordenador personal al instalar el plug-in de Descartes, ubicándose usualmente en la carpeta denominada Descartes. Al ejecutar este

programa se podrá editar escenas y se visualizan las escenas que se encuentran incluidas de diversos temas.



*Fig. 4. Página web con procedimiento para instalación de Descartes*

- Desarrollo de ejemplos (Fig. 5), con ello se ha permitido que los profesores hagan uso de una serie de ejemplos que puedan ser aplicados en el aula. La idea fundamental es que tanto profesores como alumnos utilicen estos ejemplos para enseñar y/o para aprender de diferentes formas, utilizando directamente los ejemplos y aplicarlos, ya sea adaptando los materiales que ya existen a sus necesidades para cumplir una serie de objetivos específicos o por último desarrollando materiales originales, considerando que el equipo de desarrollo es un grupo abierto donde todos los interesados en participar lo pueden hacer.



**Fig. 5. Ejemplos de aplicaciones en el proyecto Descartes**

- La difusión de toda la información, así como aplicaciones, escenas que se han producido en el proyecto Descartes a través de un Centro Servidor de Internet (Fig. 6) cuyo acceso es libre y dirección es <http://descartes.cnice.mec.es>. Como se puede observar presenta una serie de aplicaciones y la posibilidad de hacer contacto para la resolución de dudas y preguntas que permitan el mejor entendimiento y aplicación de las escenas.



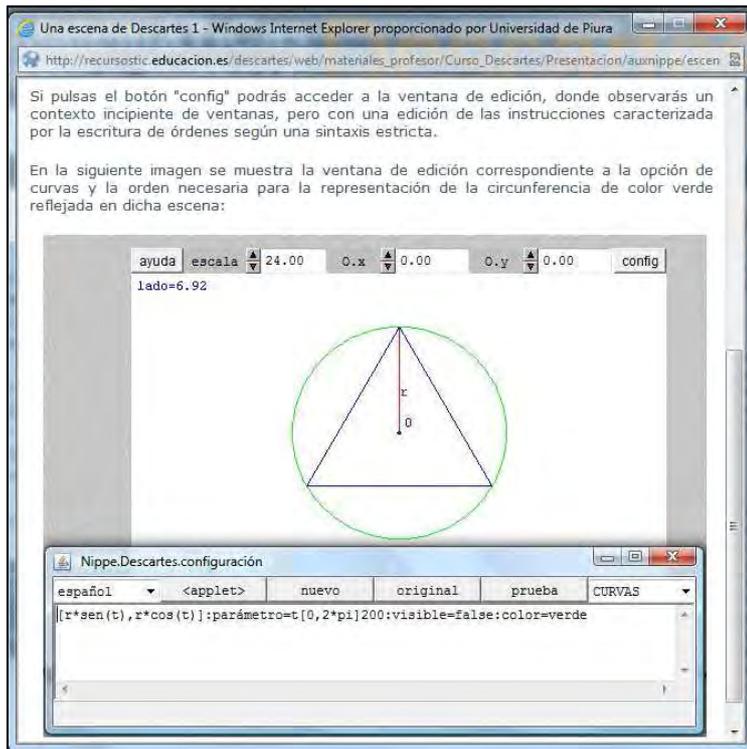
**Fig. 6. Centro servidor de Internet**

- Difusión de las Tecnologías de la Información y de la Comunicación, esto a través de los cursos de formación a distancia, impartidos con la finalidad de capacitar, desde la aplicación hasta la elaboración de escenas correctamente. Es por ello, que existen dos cursos, el curso básico que capacita para conocer y adaptar las escenas como material didáctico, así como, un curso avanzado que forma para la creación de escenas nuevas y originales.
- Fomento de la experimentación en el aula usando los materiales desarrollados. Conociendo la dificultad que se presenta para realizar la experimentación en el aula, y conscientes del apoyo que necesita el profesor para impartir estas aplicaciones, se diseñó el curso denominado Descartes en el aula, para orientar y que el profesor logre realizar su experimentación con éxito.

### 2.3.1.2. El nippe Descartes

Desde el año 1998 que se inició el proyecto Descartes, el nippe ha ido cambiando, transformándose, adquiriendo con ello objetos y nuevas funcionalidades. Su manejo es bastante comprensible pero la experiencia ha permitido ir agregando más funcionalidades y con ello mejorar la elaboración de las escenas. A continuación se hará un recorrido detallado del crecimiento del nippe:

- Descartes 1: se caracterizaba por un procedimiento de edición esencialmente textual que requería cierta experiencia informática y la memorización de la sintaxis de las instrucciones a utilizar. Se contaba con un editor en un contexto incipiente de ventanas, pero con una edición de las instrucciones caracterizada por la escritura de órdenes según una sintaxis estricta. Se puede observar (Fig. 7) en la figura de abajo, una imagen con una escena de esta versión y el código correspondiente para lograr una circunferencia de color verde.



*Fig. 7. Escena realizada en Descartes 1*

- Descartes 2: Se desarrolló durante el año 2001, ésta se caracterizó porque introdujo una interfaz de comunicación con el programa, fácil de utilizar, que oferta los parámetros correspondientes de cada instrucción y es el editor el que internamente construye la instrucción. De esta manera se facilita la edición y el desarrollo de escenas, posibilitando al profesorado el acceso a éste sin necesidad de conocer lenguajes de programación o tener

conocimientos informáticos amplios. La herramienta centra el desarrollo en los contenidos y no en el soporte informático. Se incrementaron también las posibilidades de representación y programación, respecto de la primera versión. A continuación se muestra la escena (Fig. 8) en la cual se elabora la circunferencia de color verde, a modo de comparar su procedimiento con el de la versión anterior:

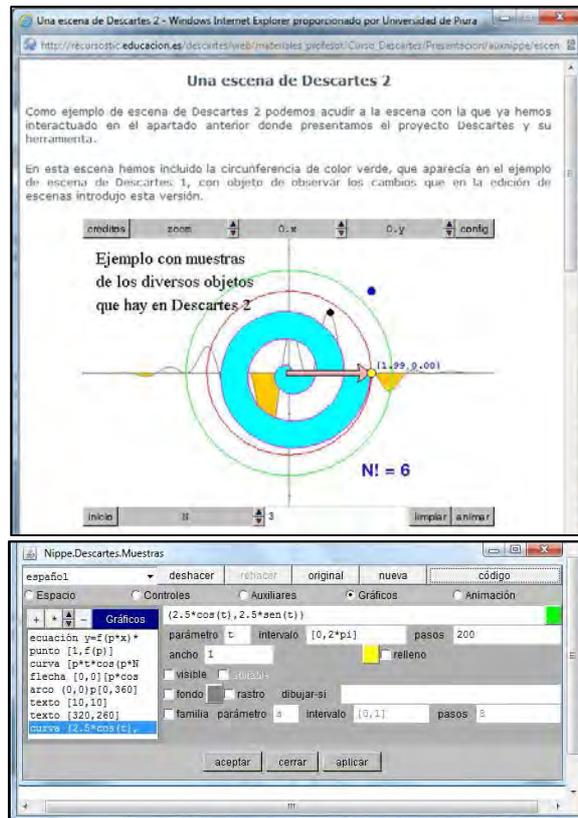


Fig. 8. Escena realizada en Descartes 2

- Descartes 3: esta versión se desarrolla durante los años 2002 y 2003, cuya diferencia respecto a la versión anterior radica en que permite representar el espacio tridimensional incluyendo nuevas posibilidades de interacción y evaluación (Fig. 9).

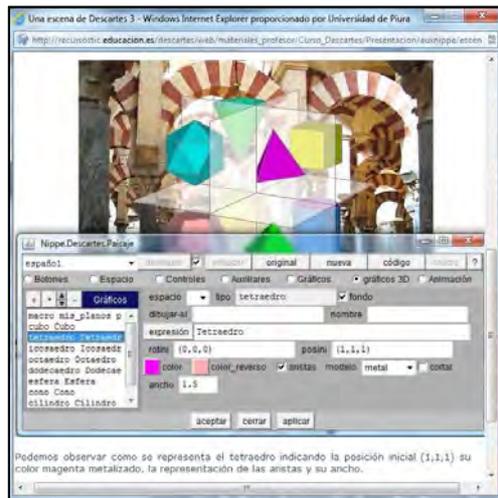


Fig. 9. Ventana para la construcción en Descartes 3

- Descartes Álgebra: éste es un módulo que se desarrolló en los años 2004 y 2005, destinado al estudio del Álgebra, buscando que el tratamiento de esa área se efectuara de manera más eficiente (Fig. 10). A su vez, se elaboró un editor de escenas interactivas **Gescenas**, que permitiera guardar los cambios efectuados sin necesidad de acudir a un editor externo.

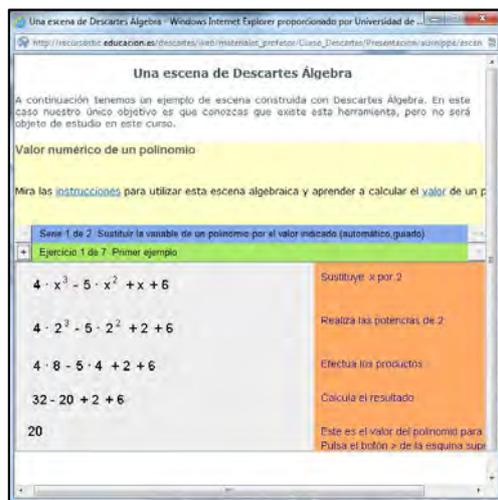
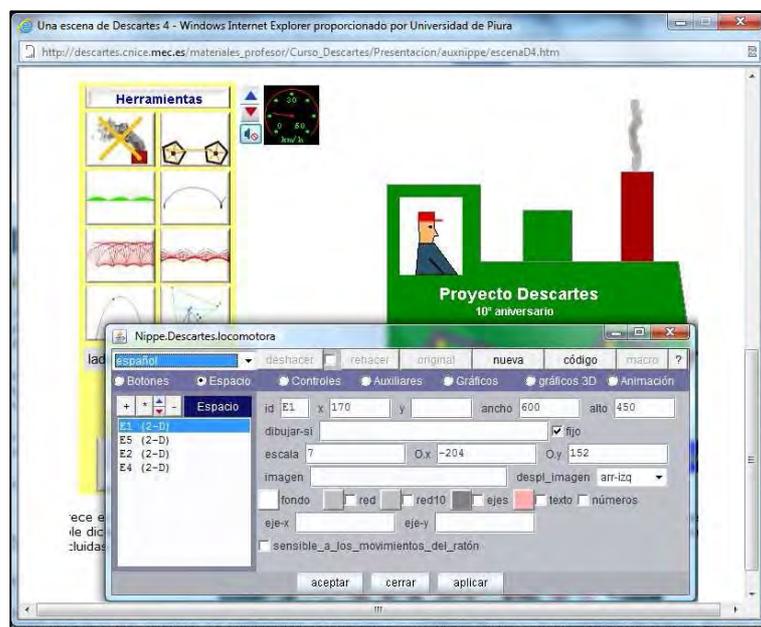


Fig. 10. Escena realizada en Descartes Álgebra

- Descartes modular: fue durante los años 2006 y 2007 y permitió que cada material didáctico incorpore sólo aquellos módulos que necesite. Asimismo, se abordó el registro de actividades de Descartes para poder guardar información de lo que el alumnado realiza en su trabajo con las escenas, contando con un primer prototipo.
- Descartes 4: Este cambio de versión se da durante el año 2008, en este nippe se agregaron numerosas funcionalidades que permitieron un diseño más creativo (*Fig. 11*) y las escenas se elaboraban estéticamente más atractivas y llamativas. Asimismo, se ha logrado que el aspecto gráfico externo sea el mismo independientemente del sistema operativo.



*Fig. 11. Escena realizada en Descartes 4*

- Descartes web 2.0: desarrollado en el año 2009, donde se introdujo la lectura de ficheros externos y el cálculo matricial. Comprende el desarrollo de un plug-in o complemento que instalado en el ordenador del usuario facilita la visión y la gestión de las páginas que contienen las escenas de Descartes.

- **Recurso Multipropósito:** durante el año 2010 se agregó nuevas funcionalidades que lo convirtieron en un recurso multipropósito (*Fig. 12*), utilizable para cualquier asignatura pudiendo observar las unidades didácticas de Lengua o los objetos de aprendizaje del Proyecto Canals.



**Fig. 12. Recurso multipropósito**

- **Integración de otros applets:** durante el año 2011 se procedió a reorganizar el código interno de Descartes y a incluir un nuevo tipo de espacio cartesiano que permitía la integración dentro de Descartes de otros tipos de applets, por ejemplo, construcciones geométricas de Geolab o de Geogebra, conjuntos de Mandelbrot, etc., y Descartes Álgebra pasa a integrarse a través de este tipo de espacio. También se ha procedido a preparar el código para que las escenas de Descartes se vean en dispositivos que soporten código HTML5, obviando la dependencia de Java, y permitiendo la visualización en teléfonos móviles y en todo tipo de tabletas electrónicas.

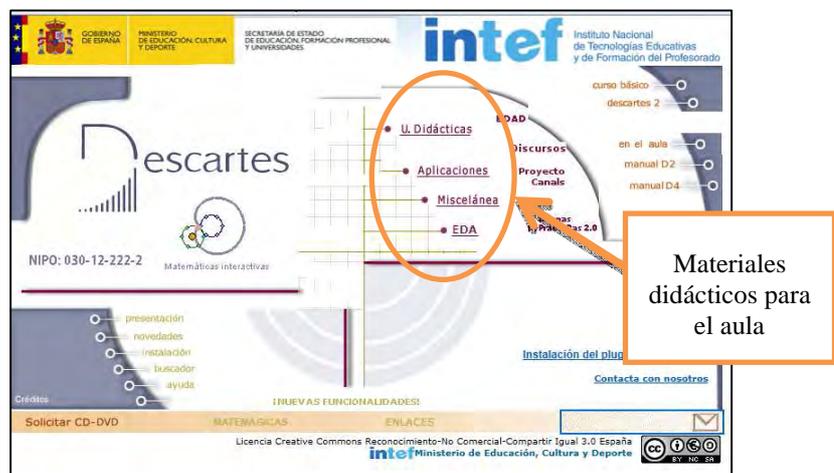
### 2.3.2. Materiales Didácticos para el aula

Durante todos los años en los que se está haciendo uso del proyecto Descartes, se han elaborado un gran conjunto de recursos educativos, de materiales didácticos que han ayudado al aprendizaje de las matemáticas.

De acuerdo a estos materiales, se ha podido detectar algunas características que se presentan en ellos:

- Son controlables por el profesor en un tiempo razonable.
- Son fáciles de usar por los alumnos, no tienen que emplear mucho tiempo en su aprendizaje.
- Cubren los contenidos del currículo correspondiente al curso donde se vaya a usar.
- Son adaptables por cada profesor a la didáctica y metodología que crea más conveniente para el alumnado con el que va a trabajar.

En la web principal de Descartes se presentan los materiales en dos bloques, el primero referido a materiales didácticos para el aula (Fig. 13) y el otro para la formación de profesores.



**Fig. 13. Web principal del proyecto Descartes**

### 2.3.2.1. Unidades didácticas

Han sido desarrolladas en el ISFTIC con Descartes clasificadas por niveles y cursos. Como primer paso, se ha construido un libro electrónico con escenas interactivas que cubren casi todo el currículo de la Enseñanza Secundaria (Fig. 14), se ha pretendido que sea un paso asumible por la mayor parte de los profesores de matemáticas, a su vez, que englobe un conjunto de materiales atractivos para el máximo número de profesores permitiendo apreciar las posibilidades y potencia de la herramienta. Los creadores han utilizado la metodología que han creído

más conveniente, de esta manera se puede observar que es una herramienta muy versátil, que puede usarse tanto para impartir una clase magistral, como para la formación a distancia autónoma, pasando por distintas metodologías de trabajo en pequeño grupo, trabajo individual y corporativo, enseñanza personalizada, etc.



*Fig. 14. Escenas interactivas de diversas unidades didáticas*

#### 2.3.2.2. Aplicaciones

Han sido desarrolladas por los profesores que quieran publicar sus trabajos. Hay que resaltar la calidad de los trabajos realizados por éstos, pues no solo se han limitado al desarrollo de ejercicios, como parte de la aplicación del nippe Descartes, sino que, en muchos casos, han realizado Unidades Didácticas muy completas y con una presentación excelente.

A continuación se muestra un ejemplo de las muchas aplicaciones que existen en los diversos bloques de forma guiada (Fig. 15, Fig. 16, Fig. 17, Fig. 18), interactuando con una serie de pantallas:



Fig. 15. Selección de una aplicación. Paso 1



Fig. 16. Selección de una aplicación. Paso 2

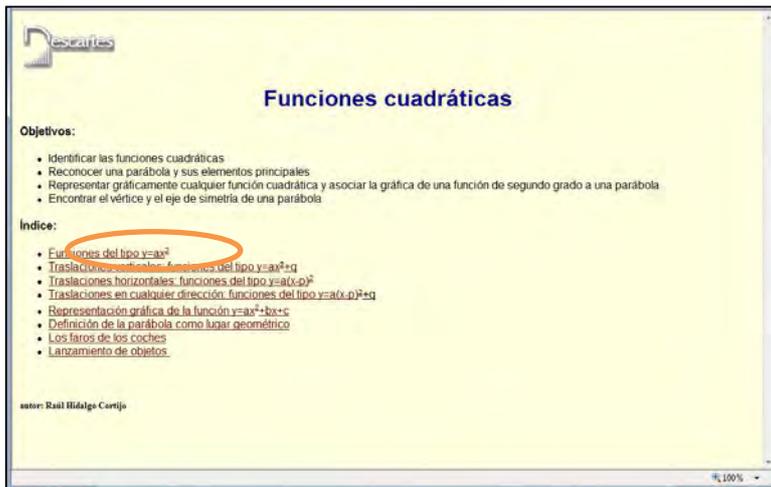


Fig. 17. Selección de una aplicación. Paso 3

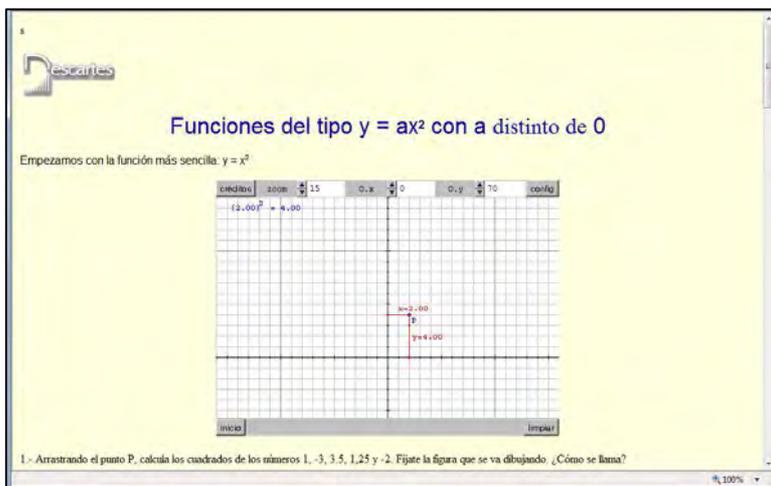


Fig. 18. Selección de una aplicación. Paso 4

### 2.3.2.3. Miscelánea

Son un conjunto de escenas aisladas de diferentes temas del currículo de Matemáticas (Fig. 19), que pueden servir para ilustrar conceptos y técnicas básicas, o para que construyan con ellas actividades y propuestas de trabajo en el aula. El profesor puede utilizarlas como un apoyo al trabajo diario y disponer de escenas para crear sus propias clases, creando actividades para que el alumno investigue, deduzca y pueda llegar a sus propias conclusiones.

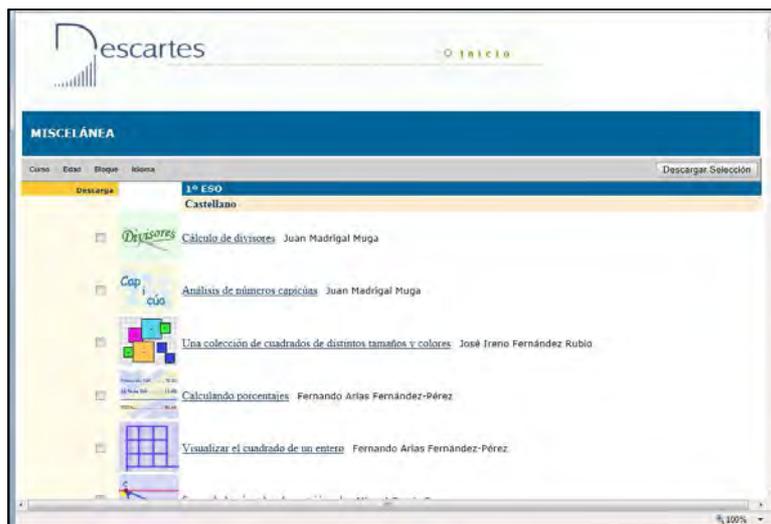


Fig. 19. Miscelánea de escenas en Descartes

#### 2.3.2.4. EDA

En esta parte se recogen las experiencias que los profesores han tenido en la aplicación de las escenas (Fig. 20), incluyendo los resultados de las experiencias realizadas por los colaboradores el grupo Descartes así como lo realizado por los profesores que han seguido los cursos de formación.

Unidad didáctica	Profesor/a	Curso
Formas geométricas básicas	Ana Matías Suárez	Infantil-1º
El valor del tiempo en el reloj, la hora y los minutos	Roberto Morán Ayala Montero	Primaria
Experiencia con teoría de conjuntos	Pablo Daniel Agustí Salazar	Primaria
Los números hasta el 20. Las monedas de céntimo	Chusé Fernández Peláez	Primaria
Operaciones básicas: suma y resta con decimales	Artur Coll Becerra	Primaria
Triángulos	Daniela María Paris	Primaria
Áreas de las figuras planas	Monterrat Oalle Bosch	1º ESO
Actividad interactiva: Un amor imposible	Eva María Rodríguez Garzo	1º ESO
Conceptos básicos de geometría plana	Silvia Cambien Huguet	1º ESO
Conformidad vertebral	Raquel Paradero Ruiz	1º ESO
Conjuntos: operaciones: unión y resta	Raquel Moreno Ruiz	1º ESO
Conjuntos: operaciones: unión y resta	Antonia Tena Rubio	1º ESO
Condiñónes y áreas	Vicenta Miralles Gosalbo	1º ESO
Ecuaciones de 1º grado	NI Antonia Gómez Jurado	1º ESO
Ecuaciones de grado uno (experimentación)	Bianca Barrios González	1º ESO

Fig. 20. Listado de experiencias de profesores

### 2.3.2.5. Materiales para la formación de profesores

El segundo bloque comprende los materiales para la formación de profesores (Fig. 21):



- Curso Básico: destinado a todos los profesores, sea cual sea su experiencia en temas de computación, enseñando a utilizar los recursos de la web.
- Descartes 2: ofrece un curso que capacita para desarrollar aplicaciones y nuevos materiales interactivos.
- En el aula: ayuda a la experimentación con los alumnos. Es necesario tener algunos conocimientos de los materiales que se encuentran disponibles en la web, o haber realizado alguno de los cursos anteriores.
- Manual D2: se encuentra la documentación técnica de la versión 2.
- Manual D4: se encuentra la documentación técnica de la versión 4.

## **CAPÍTULO III.**

### **MARCO METODOLÓGICO**

#### 3.1. Preguntas, hipótesis y objetivos de investigación

Esta investigación tiene su fundamento en el siguiente cuestionamiento: ¿el proyecto Descartes es una herramienta que permitiría que el alumno aprenda el concepto de derivada, de diferente forma a la tradicional?, es esta pregunta la que permite desarrollar este trabajo, enfocando el interés hacia el aprendizaje del alumno con métodos distintos a los comúnmente aplicados durante los años de experiencia en la asignatura de Matemática 2.

La pregunta formulada anteriormente nos lleva a dar respuesta a otra que se desglosa en el análisis, con la finalidad de concretar aún más nuestro objeto de interés, siendo ésta: ¿El alumno considera que la herramienta le ayuda a su aprendizaje, le parece un método atractivo que le permite lograr mayor atención manipulando aquello que no puede hacer en su cuaderno? Esta pregunta está relacionada a la actitud y percepción del alumno frente a las herramientas aplicadas, puesto que, se desea determinar si la herramienta es útil en nuestro contexto, constituido por los alumnos de Matemática 2 de la Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales de la Universidad de Piura. Así pues, no se puede dejar de lado la percepción del alumno frente a la herramienta, puesto que se

pretende aplicar ésta en semestres posteriores, como una herramienta de uso continuo.

Lo observado durante los años de enseñanza de la asignatura y la integración de diferentes herramientas TIC (Mathcad, Derive, Descartes) en ésta, con la finalidad de disminuir los problemas de aprendizaje e incrementar el interés de los alumnos por la asignatura, ha llevado a que planteemos la siguiente hipótesis:

El uso del proyecto Descartes ayuda al aprendizaje de la definición geométrica de la derivada.

Esta conjetura se concreta en una serie de hipótesis que contemplan tres factores que consideramos, influyen en el aprendizaje del alumno: el tiempo, la complejidad del contenido y el uso de la tecnología. Así pues enunciamos:

- El uso del proyecto Descartes durante las sesiones de clase, optimiza el tiempo destinado al dictado del tema de la derivada.
- El uso del proyecto Descartes facilita el aprendizaje del tema de la derivada.
- El uso de la tecnología despierta mayor interés, en los alumnos, por el tema de estudio.

Los objetivos, aunque ya han sido mencionados en el capítulo inicial de esta investigación, volvemos a señalarlos con la intención de, por un lado, mostrar su relación con las preguntas de investigación y con las hipótesis planteadas; por otro lado, con el propósito de situar al lector en la investigación desarrollada. Como objetivo general se ha planteado:

Evaluar la eficacia del proyecto Descartes en la mejora del aprendizaje de la Derivada.

Del anterior se desprenden los siguientes objetivos específicos:

- Identificar las relaciones que establecen los alumnos con las aplicaciones del proyecto Descartes para su posterior utilización en el aprendizaje de la derivada.

- Lograr que el alumno manipule las aplicaciones realizadas con el proyecto Descartes en el manejo de gráficas, de tal manera que pueda observar curvas en movimiento.
- Fomentar en los alumnos el uso del proyecto Descartes como una herramienta complementaria del estudio de la asignatura.

### 3.2. Caracterización de la investigación

#### 3.2.1. Posicionamiento metodológico

Esta investigación se inscribe en un paradigma positivista también llamado paradigma cuantitativo, empírico-analítico o racionalista (Latorre, Del Rincón, & Arnal, 1996); en el que optamos por una metodología cuasiexperimental, que según Popkewitz (1988) se caracteriza por estar centrada en definir operativamente las variables y que las medidas sean fiables; así como, por la importancia de la estadística como instrumento de análisis e interpretación de datos.

Detallando aún más lo anterior y considerando lo dicho por Arnal, Del Rincón & Latorre (1994) sostenemos que la investigación está fundamentada en una metodología cuasiexperimental porque:

- Algunas variables quedan sin controlar. En este caso particular los grupos no han sido asignados al azar, por el contrario, se han determinado de la forma más conveniente, seleccionando por aula entre la cantidad de alumnos presentes el primer día de clases y, respecto a los ausentes se les colocó dentro del horario adicional al horario habitual de clases, esto por la poca capacidad de los centros de cómputo. Esto último (el aforo de las aulas) y el tiempo, evitaron que la distribución de los alumnos sea de forma aleatoria. Asimismo, se realizó la evaluación en diferentes horarios con lo cual no ha sido exactamente la misma, aunque se ha cuidado mucho la estructura y los objetivos de esta.
- La investigación se realiza en un escenario educativo natural y se acepta la carencia de un control experimental completo, refiriéndonos básicamente a la distribución al azar de los alumnos, así como, la cantidad de alumnos en la asignatura y la capacidad de centros de cómputo para ellos prevista.

- Se realiza una medición estandarizada y numérica, referida a evaluaciones concretas que en su mayoría contienen resultados únicos y numéricos.
- Se utiliza el análisis estadístico.
- Se pretende generalizar los resultados del estudio realizado.
- Se asocia con la experimentación de los alumnos a través de la manipulación y la del profesor a través de la construcción de applets.
- Se logra una aplicación de encuestas determinando la percepción de los alumnos frente a la nueva tecnología aplicada en aula.

### 3.2.2. Muestra e informantes

Se tiene conocimiento que la población es el “conjunto de datos o elementos cuyas propiedades se van a analizar. Conjunto de todas las unidades elementales que poseen aquellas características que son de interés para un estudio” (Alvarado & Agurto, 2009). En este caso, la población la conforman los alumnos de la Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales que, entre su carga académica tienen la asignatura de Matemática 2. Dado que el estudio fue realizado en el ciclo académico 2012-II, la población estaba constituida por un total de 162 alumnos.

La característica común que tienen estos alumnos es que cursaban la asignatura de Matemática 2, considerando dentro del análisis lo correspondiente a la cantidad de veces que el alumno ha cursado esta. Asimismo, tomando en cuenta que la población es finita y tiene una cantidad de elementos que se puede analizar en su totalidad, se decidió que la muestra fuera los 162 individuos, con lo cual las clases con el proyecto Descartes se aplicó a todos los alumnos, logrando conseguir los espacios necesarios para que se desarrollen las actividades sin generar mayor complejidad en el tema de tiempos.

Otra razón por la que se tomó la decisión que la muestra coincidiera con la población, fue la incertidumbre, incomodidad y malestar que se podría generar en los alumnos de no ser considerados, puesto que, al término de la aplicación de las clases con las nuevas herramientas, éstos debían de rendir una evaluación, tema que genera fácilmente subjetividades.

Cabe resaltar que los alumnos del semestre II presentan siempre más dificultades para el aprendizaje de la asignatura, puesto que, se considera un ciclo no regular, donde la mayor cantidad la constituyen aquellos que han presentado dificultades en la asignatura anterior: Matemática 1, muchos de ellos han cursado ésta, dos o tres veces, con lo que los rendimientos son bastante bajos.

### 3.2.3. Variables

#### 3.2.3.1. Variables respecto a la investigación

Partiendo de que una variable es una característica o propiedad que puede ser medida, adoptando diferentes valores en cada uno de los casos de un estudio (Alvarado & Agurto, 2009), en esta investigación se han considerado las siguientes:

- Actitud frente a una metodología de aprendizaje diferente a la comúnmente desarrollada en clase.
- Capacidad de aprendizaje

Para el análisis de estas variables se utilizará el método experimental y el método de la encuesta. Las técnicas de recolección y análisis de datos serán: la observación con el instrumento cuestionario a través de la evaluación; y la técnica del sondeo o censo con el instrumento cuestionario a través de la encuesta (Giroux & Tremblay, 2004).

Es necesario explicar que la variable *capacidad de aprendizaje* se medirá a través de la evaluación que se llevará a cabo al término de las aplicaciones. Líneas abajo se explica detalladamente en qué consiste, indicando la estructura y el objetivo de cada pregunta formulada.

A su vez, la variable *actitud frente a la metodología de aprendizaje* se medirá a través de la observación y la encuesta que se aplica a los alumnos en el aula de clase.

### 3.2.3.2. Variables respecto al análisis estadístico de la Evaluación

A continuación se detallan las variables que se han considerado dentro del software estadístico SPSS, que están relacionadas con la evaluación rendida por los alumnos después del desarrollo de clases con las aplicaciones de Descartes. Cada una de las preguntas formuladas está catalogada dentro de un determinado criterio. Entre las variables que se han considerado tenemos variables cualitativas dicotómicas y cuantitativas discretas (Alvarado & Agurto, 2009). A continuación se detalla cada una de las variables que se han analizado y sus características:

- ID: identificador que permite llevar un control de la cantidad de datos, así como, facilitar la búsqueda de un determinado caso.
- Repitente: variable cualitativa dicotómica, teniendo como únicos valores el 0 que corresponde a la categoría de alumno nuevo en la asignatura, y 1 que corresponde al alumno que la asignatura la tiene asignada por más de una vez, entre ellos los alumnos que cursan la asignatura por segunda o por tercera vez.
- Faltas: variable cuantitativa discreta, que contiene la cantidad de inasistencias que el alumno ha tenido durante la primera semana de clases, en las tres sesiones dictadas.
- Grupo: variable cuantitativa discreta, que indica el grupo al cual pertenece el alumno, esta variable está relacionada al turno de clases que se ha asignado en el centro de cómputo.
- Pregunta 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8: variable cualitativa dicotómica, teniendo como únicos valores el 0 que corresponde a la respuesta incorrecta, y 1 si la pregunta fue contestada correctamente.

Para clasificar cada una de las preguntas formuladas en la evaluación se determinaron 3 nuevas variables que corresponden al tipo de conocimiento, para ello se hizo un análisis previo de acuerdo a los resultados obtenidos y posteriormente se colocaron las variables a trabajar para la investigación de interés y que están englobadas de la siguiente forma:

- Reconoce: variable cualitativa dicotómica, teniendo como criterio el reconocimiento de las nomenclaturas y parte conceptual de las preguntas formuladas.
- Conoc\_Previo: variable cualitativa dicotómica, teniendo como criterio el conocimiento de los conceptos dados en la asignatura anterior y que tienen importancia para la completa comprensión de los conceptos nuevos.
- Conoc\_Nuevo: variable cualitativa dicotómica, teniendo como criterio la comprensión de los conceptos impartidos durante la semana inicial de clases, cuyo objetivo es determinar si el alumno logró interiorizar el saber nuevo con las aplicaciones realizadas en Descartes.

### 3.2.3.3. Variables respecto al análisis estadístico de la Encuesta

Las variables que se han considerado dentro del software estadístico SPSS y están relacionadas a la encuesta. Entre estas tenemos variables cualitativas ordinales y nominales (Alvarado & Agurto, 2009). A continuación se detalla cada una de las variables que se han analizado y sus características:

- ID: identificador que corresponde al registro de cada una de las encuestas.
- Grupo: variable cuantitativa discreta, que indica el grupo al cual pertenece el alumno, esta variable está relacionada al turno de clases que se ha asignado en el centro de cómputo.
- Preguntas cerradas 1, 2, 3, 4, 5, 6 y 7: variable cualitativa ordinal, teniendo como valores:

0 = No/Nada  
 1 = Poco  
 2 = Regular  
 3 = Bastante  
 4 = Mucho

- Preguntas abiertas 8, 9, 10, 11, 12, 13: variable cualitativa nominal, teniendo como valores:

Pregunta	Respuestas clasificadas
<b>8</b>	0 = No contestó 1 = Si 2 = No
<b>9</b>	0 = No contestó 1 = Si 2 = No 3 = Tal vez 4 = Otros
<b>10</b>	0 = No contestó 1 = Graficar 2 = Comprensión y desarrollo de ejercicios 3 = Rectas, derivada 4 = Otros 5 = No ayudaron
<b>11</b>	0 = No contestó 1 = Rectas, pendientes 2 = Derivadas, Integrales 3 = Límites 4 = Otros 5 = No mucho 6 = Nada
<b>12</b>	0 = No contestó 1 = Si 2 = No 3 = Algo
<b>13</b>	0 = No contestó 1 = Aplicar y desarrollar a profundidad este métodos 2 = Ninguna sugerencia 3 = Hacer más ejercicios 4 = Otras sugerencias

*Tabla 1. Valores cualitativos de preguntas abiertas de la encuesta*

### 3.3. Proceso e instrumentos de recogida de información

#### 3.3.1. El proceso de recogida de información

Durante esta primera semana de clases, se hizo uso de las guías pedagógicas<sup>2</sup>, para conocer el procedimiento que el alumno ha realizado durante el desarrollo de las actividades, así como, correcciones, apuntes, pies de página que haya considerado importante resaltar<sup>3</sup>.

Lo más relevante y con lo cual se ha trabajado para poder analizar detenidamente la utilidad de la herramienta, es la evaluación rendida al término de las clases interactivas. Cada una de las preguntas realizadas se ha colocado dentro de una categoría, referidas al tipo de conocimiento evaluado (reconoce, conocimiento previo, conocimiento nuevo) para poder analizar diversos aspectos, a su vez, se hicieron 6 evaluaciones distintas por la cantidad de aulas y alumnos. Finalmente, a través de una encuesta, los alumnos indicaron su percepción frente a esta nueva metodología, y calificaron la utilidad de la misma

Cabe agregar que, aunque no se tuvo previsto entrevistas con los alumnos, sí se pudo obtener información, de manera directa, durante el desarrollo posterior de clases, en las cuales éstos expusieron sus puntos de vista, su percepción en forma general y sus sugerencias. Estos datos sirvieron posteriormente para poder comparar adecuadamente los resultados obtenidos en los estudios estadísticos realizados, que se abordan en el capítulo de discusión de resultados.

##### 3.3.1.1. Clases y laboratorios

La aplicación del proyecto Descartes se realizó la primera semana de clases debido a que el tema a desarrollar era la comprensión e interpretación geométrica de la derivada, la aplicación se realizó la primera semana de clases, debido a que el tema es uno de los primeros que contempla el syllabus de la asignatura.

---

<sup>2</sup> En el apartado 3.3.2.2. se detallará sobre este instrumento de recogida de información.

<sup>3</sup> Toda esta información recogida se incluye en un CD adjunto al trabajo de investigación.

Es necesario recordar que el primer inconveniente que se encontró frente a esta decisión, fue la capacidad de los centros de cómputo, siendo necesario agregar un turno fuera del horario habitual de clases. En la primera sesión se dieron las indicaciones necesarias acerca de lo que se realizaría, así como, la evaluación que habría al término de estas clases. Se explicó detalladamente el procedimiento y se inició la clase dando algunas introducciones previas en pizarra.

Las siguientes dos sesiones se desarrollaron en laboratorios, en el horario de clases y un horario especial por la tarde para aquellos que no encontraron cupo en el horario habitual. Para evitar inconvenientes, las listas se publicaron en SIGA<sup>4</sup>, esa semana, éste fue el medio de comunicación más eficaz para dar a conocer a los alumnos cualquier cambio o indicación a tomar en cuenta durante el desarrollo de las clases.

Otro de los inconvenientes presentados fue el conflicto generado en java para poder observar las simulaciones hechas en descartes, para lo cual se pidió la ayuda del área de soporte y se pudo arreglar de manera aislada el problema. Posteriormente, el área de soporte ha logrado colgar la página web en la red.

A continuación se detallan los grupos, cantidad de alumnos por grupo (Tabla 2) y horarios establecidos para esta primera semana de clases (Tabla 3):

Grupo	N° de alumnos
<b>Grupo 1</b>	44
<b>Grupo 2</b>	44
<b>Grupo 3</b>	45
<b>Grupo 4</b>	29

*Tabla 2. Distribución de grupos*

---

<sup>4</sup> SIGA son las siglas con las que nos referimos al Sistema Integrado de Gestión Académica. Éste constituye el medio de comunicación más formal entre los alumnos y profesores. Es un sistema de control interno de la Universidad de Piura, que ha hecho posible en los últimos años tener un control detallado de la gestión académica, llevar un registro diario de asistencias y evaluaciones, compartir material (separatas, estudios dirigidos, etc.) para las clases así como establecer una comunicación directa y continua entre el profesor y el alumno.

Día/Hora	Lunes 06	Martes 07	Miércoles 08	Jueves 09	Viernes 10
7:00 – 9:00	MT2 (b) Aula 302				
9:00 – 11:00	MT2 (c) Aula 302	Grupo 1 Lab.(C1)	Grupo 2 Lab.(T18)	Grupo 3 Lab.(C1)	Grupo 2 Lab.(T18)
11:00 – 1:00	MT2 (a) Aula 302		Grupo 3 Lab.(T18)		Grupo 1 Lab.(T18)
3:00 – 5:00			Grupo 4 Lab.(T18)	Grupo 4 Lab.(T18)	

***Tabla 3. Horarios de clases de cada grupo***

Cabe resaltar que inicialmente se tuvo la incertidumbre de la cantidad de alumnos que podrían no asistir, sin embargo, los avisos puestos en SIGA, con anticipación, dio lugar a reducir este problema que suele darse en la primera semana del inicio de clases. Hubo pocas ausencias que se manejaron adecuadamente.

### 3.3.2. Instrumentos de recogida de información

#### 3.3.2.1. Página web y applets realizados en Descartes

Con la finalidad de mejorar el aprendizaje de los alumnos, se aplicaron diversas herramientas y estrategias en el desarrollo de las clases, durante varios ciclos académicos, sin embargo, aunque fueron buenas no resultaron suficientes. Es por ello, que la experiencia nos lleva a contemplar las TIC en clase, refiriéndome al proyecto Descartes, como parte de la cátedra dada por el docente, para despertar el interés de los alumnos y lograr su interactividad en cada una de las actividades propuestas, haciéndose conscientes de las bondades de las herramientas empleadas.

El proyecto Descartes ya se había utilizado en alguna oportunidad pero como una herramienta complementaria, básicamente desarrollada fuera del horario habitual de clases, para darle un valor agregado a lo explicado, y a su vez, mejorar el aprendizaje del tema y abordar nuevas formas de aprender aquello que por naturaleza cuesta con el método clásico de pizarra y tiza, método con el cual el alumno no logra ver con claridad la relación conceptual – gráfica. Así, se decidió utilizar dentro de la sesión de clase, el Proyecto Descartes, a través de una página web.

Los alumnos comúnmente se encuentran inmersos en las tecnologías, las páginas web, el internet y las redes sociales, estas son cada vez más demandadas por los alumnos, desde un celular, un ipod o una table; el acceso a la tecnología es de todos los días y por largas horas. Por ello se decide aplicar los applets del tema de interés, con la ayuda del Descartes, a través de una página web. De esta manera, aprovechamos la interactividad del internet para promover el rápido entendimiento de aquellos conceptos en los que se presenta dificultad para aprender.

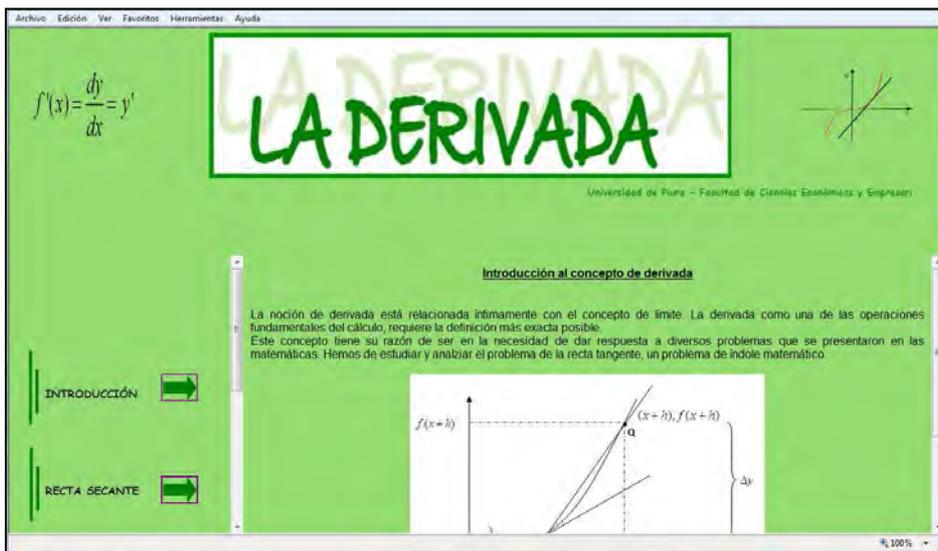
La página web y los applets construidos no involucran una programación extremadamente sofisticada ni complicada, por el contrario, se trató en lo posible de mostrar a través de ellos lo elemental y necesario que permitiera desarrollar la clase de manera amena, comprensiva y bastante ordenada. La página web ha sido construida en HTML, con comandos de CSS, y los applets se construyeron a través del Proyecto Descartes.

Los applets son sencillos y precisos, el propósito de ellos no es poner de manifiesto todas las bondades del Proyecto Descartes, sino la utilidad de éste en temas como: rectas, ecuaciones, parábolas, etc. Lo que se pretende es que el alumno pueda observar aquello que ve en pizarra de manera estática, en movimiento, donde pueda manipular y generar cambios teniendo en cuenta que algunos de ellos podrían ayudar significativamente, como aquellos que cambiarían totalmente el objetivo para el cual fue hecho.

Es cierto que a los alumnos les motiva el simple hecho de ver en movimiento un punto que es estático en pizarra, o una recta que, por mayor esfuerzo que realice el docente, solo muestre que se debería mover a lo largo de una curva pero que no es observable, es más, se puede afirmar que la visualización ayuda al proceso de aprendizaje de un concepto. Esto es lo que se pretende con los applets, que aquello que para el alumno es casi imposible de comprender y ver en movimiento, sea comprendido y visto de esa forma, de tal manera que el objeto sea sencillo de observar y por ende, mejorar el aprendizaje del tema.

A continuación se muestra a detalle la página web construida (Fig. 22), se puede observar que tiene la cantidad de botones suficiente y la distribución de contenidos bastante clara, de tal forma que el alumno puede navegar a través de ella con bastante sencillez.

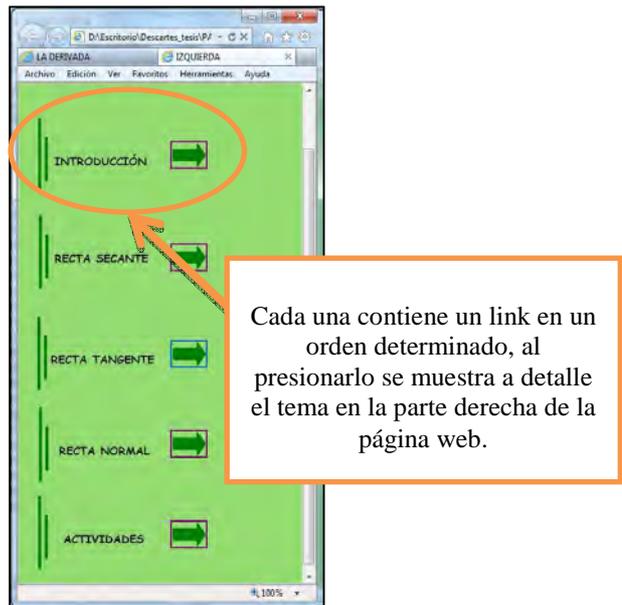
Cabe resaltar que lo que se desea es un correcto aprendizaje de la interpretación geométrica y gráfica de la derivada, siendo el tema siguiente a éste el desarrollo operativo de las mismas. Por lo tanto, los contenidos están enfocados hacia el desarrollo de actividades donde los alumnos tienen que interpretar y poner en práctica conocimientos básicos de funciones.



**Fig. 22. Presentación de la página web**

La página web consta de 5 interfaces (Fig. 23), que tienen una correlación, siguiendo el mismo orden que se tendría para el desarrollo de la clase en pizarra, comenzando por los conceptos básicos y previos con los que se debería contar para el correcto aprendizaje del tema en cuestión. Para ello se cuenta con una serie de temas, cada uno con un link y en un orden determinado.

Antes de describir lo que contiene cada interface, hemos de resaltar que la página web no reemplaza el desarrollo de la clase por sí sola sino que, está acompañada de una serie de herramientas tales como: pizarra y plumón, guías didácticas y conceptos de libros texto.



*Fig. 23. Interfaces de la página web*

**Introducción:** Es una página que contiene algunos conceptos generales de la derivada (Fig. 24), siendo lo más importante la interpretación geométrica de la misma. Se muestra un gráfico muy similar al realizado comúnmente en clase para introducir el tema.

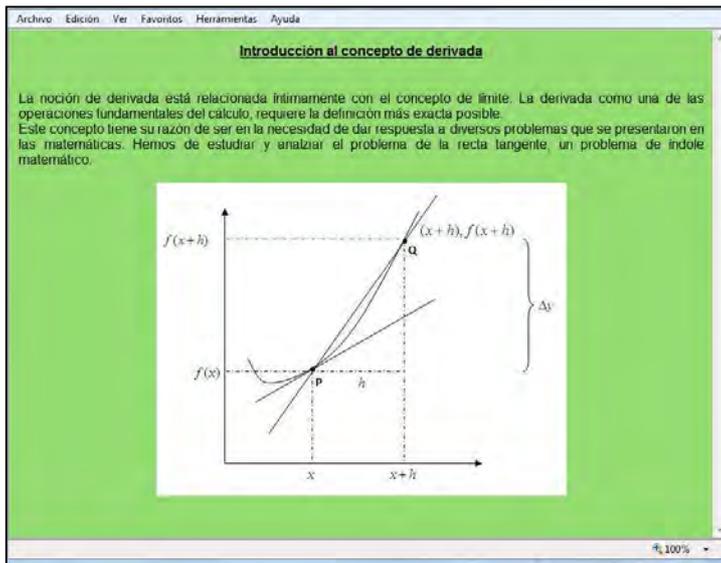


Fig. 24. Introducción de la página web

**Recta secante:** Esta página abarca la definición de la recta secante, introduciendo el concepto de razón de cambio promedio, puesto que, es de la pendiente de la recta secante de dónde resulta este concepto (Fig. 25). Cabe resaltar que cada uno de los términos colocados en la página web son desarrollados con detenimiento, siendo a veces necesario realizarlos a través de pizarra. Luego se muestra una aplicación (applets) (Fig. 26) cuyo objetivo es la identificación y comprensión de conceptos, tales como: puntos y variaciones.

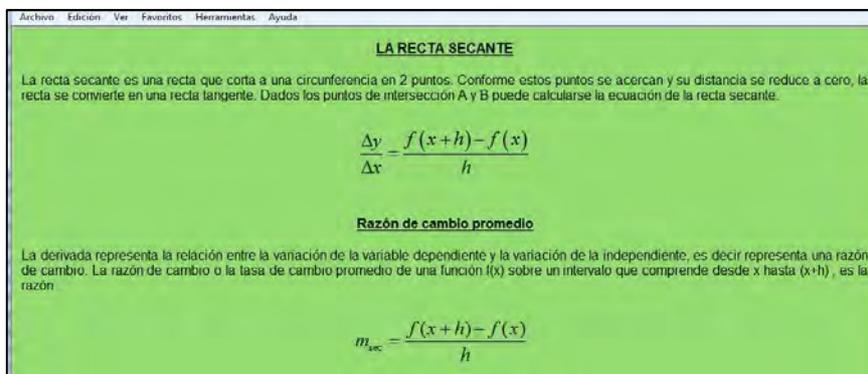
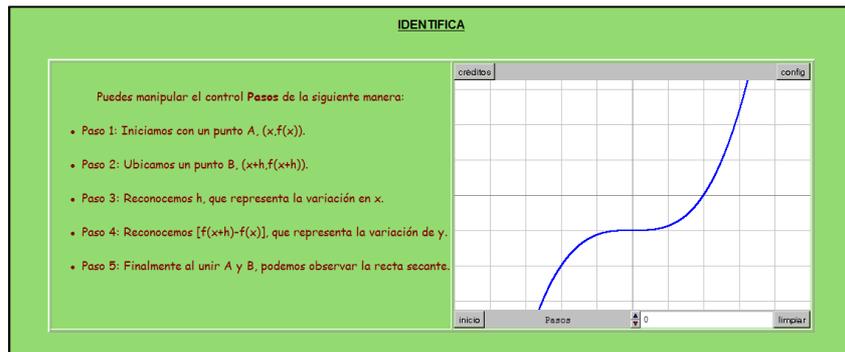
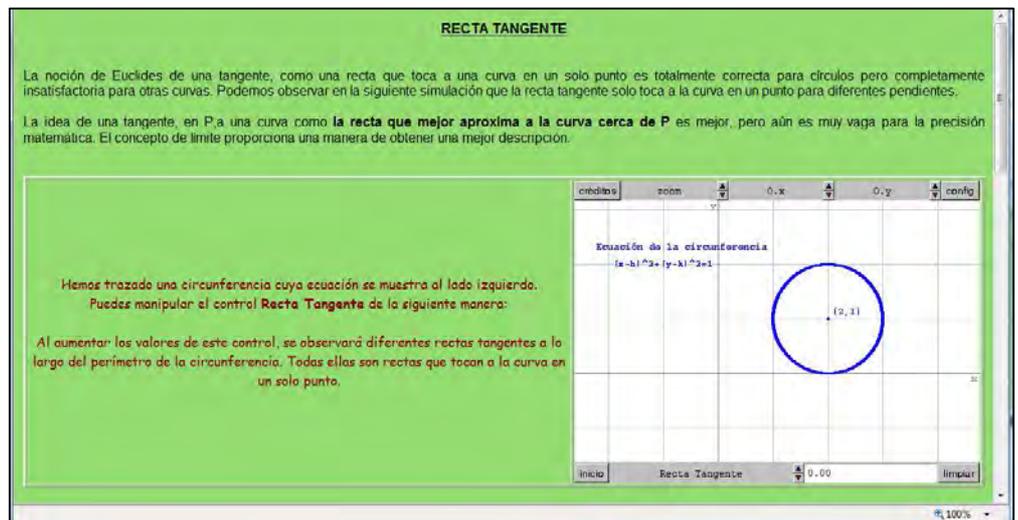


Fig. 25. Recta secante



**Fig. 26. Applets de identificación**

**Recta tangente:** En este link se considera la definición de recta tangente, partiendo del análisis correspondiente a una circunferencia (Fig. 27), que considera que la recta tangente es aquella que se desplaza alrededor del perímetro de ésta. A su vez, en relación a cualquier otra curva, se refiere a la recta tangente en cualquier punto (Fig. 28).



**Fig. 27. Recta tangente**

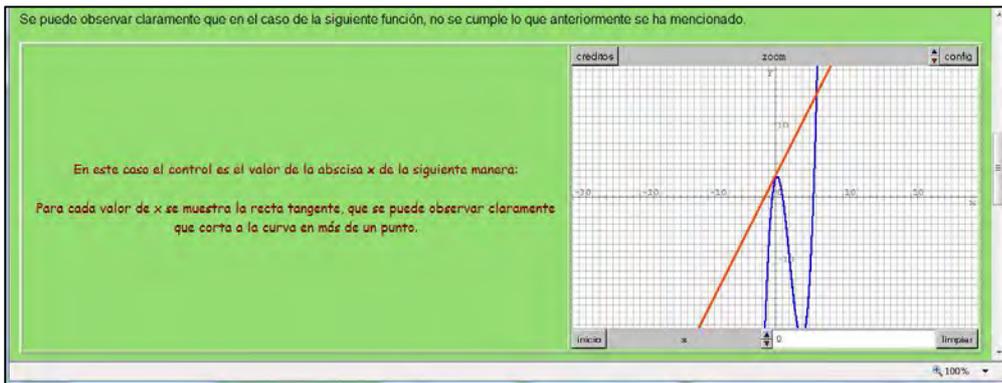


Fig. 28. Recta tangente a cualquier curva

No solo se enfoca desde el punto de vista de la pendiente, sino que se introduce el concepto de “razón de cambio instantánea” (Fig. 29). La finalidad del applet que se muestra es la identificación de cada uno de los elementos que dan lugar a la interpretación geométrica de la derivada. Con mucho detalle se pide que el alumno siga el procedimiento indicado y manipule de manera secuencial interpretando cada paso seguido.

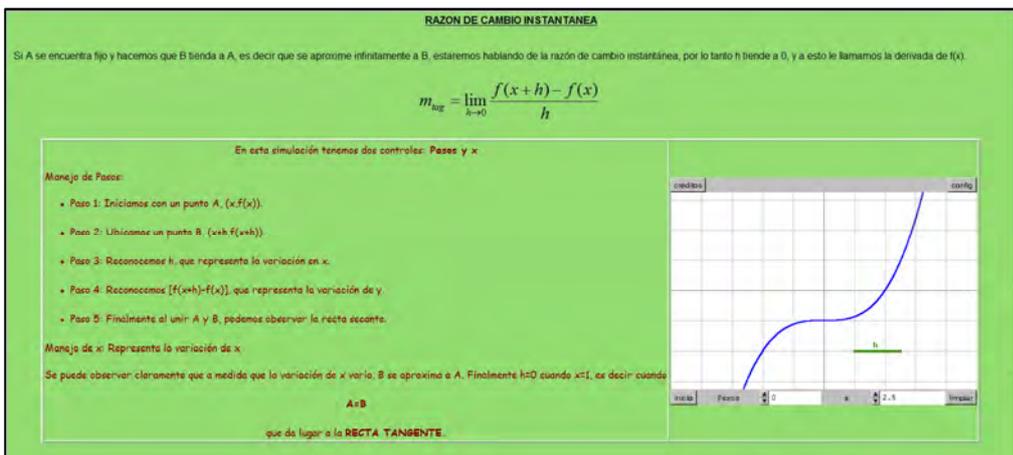
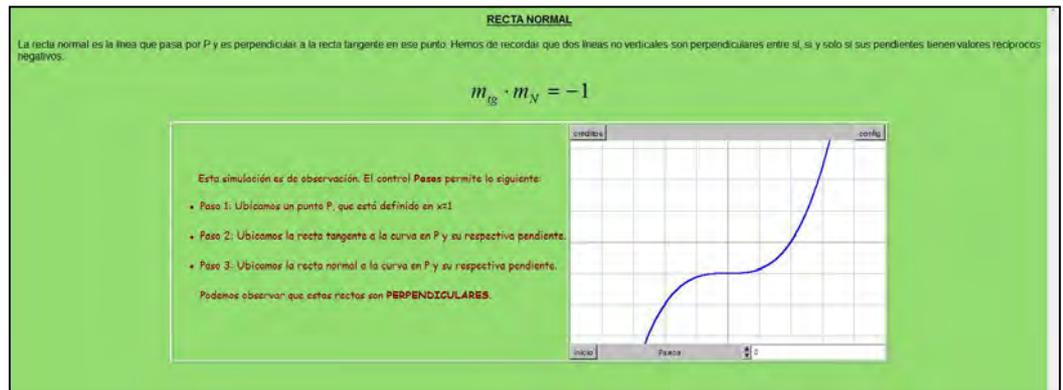


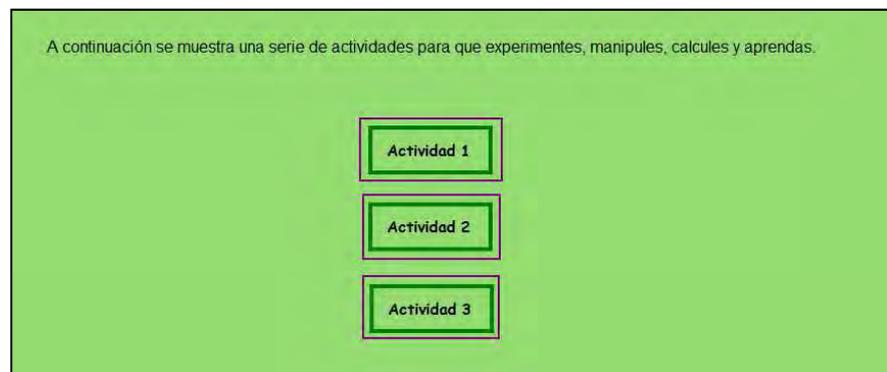
Fig. 29. Razón de cambio instantánea

**Recta Normal:** Entre las rectas que analizamos y utilizamos para entender claramente el concepto de derivada, está la recta normal. Es precisamente la relación que tiene con la recta tangente que su estudio toma importancia permitiendo desarrollar más a detalle lo relacionado al concepto de función y recta. Es la relación de pendientes, la que se toma en cuenta y se analiza en el applet mostrado (Fig. 30).



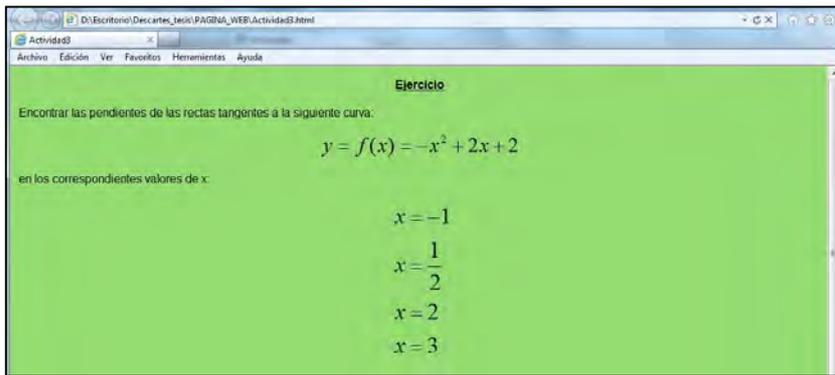
**Fig. 30. Recta normal**

**Actividades:** Después de haber estudiado el tema con una secuencia determinada, se da paso a las actividades (Fig. 31) para que el alumno, luego de la explicación, reconocimiento e interpretación de los conceptos, las realice y refuerce lo previamente aprendido.

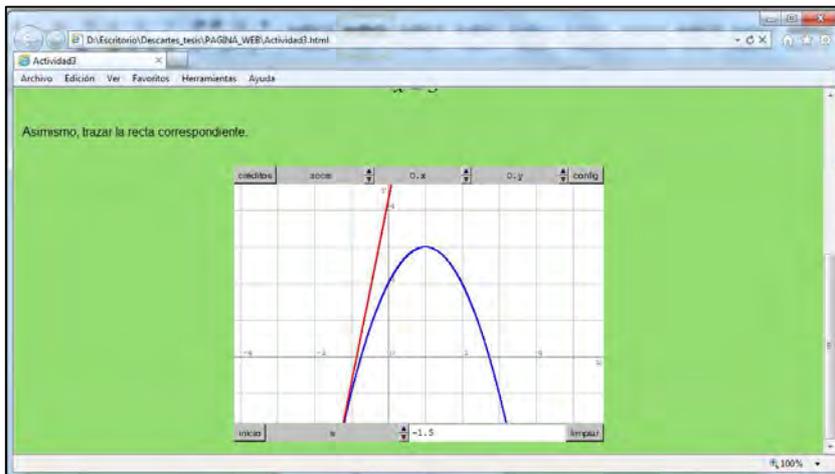


**Fig. 31. Lista de actividades en la web**

**Actividad 1:** Ejercicio referido a encontrar las pendientes de las rectas tangentes a una parábola en diversos valores de  $x$  (Fig. 32). No solo ha sido desarrollado de manera gráfica, sino que también, se realizó el procedimiento con lápiz y papel para finalmente observar a través del applets (Fig. 33) qué sucedía con cada una de estas rectas tangentes, pudiendo observar su inclinación.

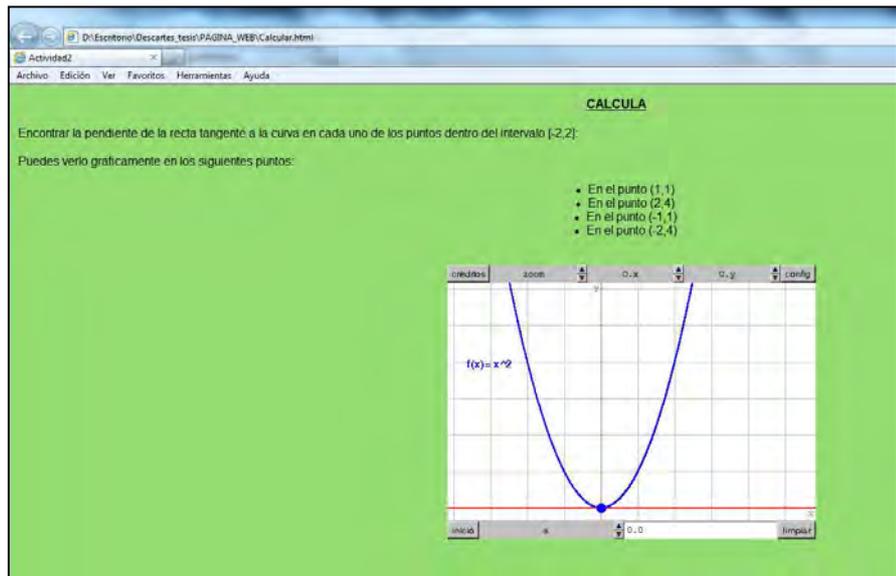


*Fig. 32. Actividad 1: rectas tangentes a una parábola (enunciado)*



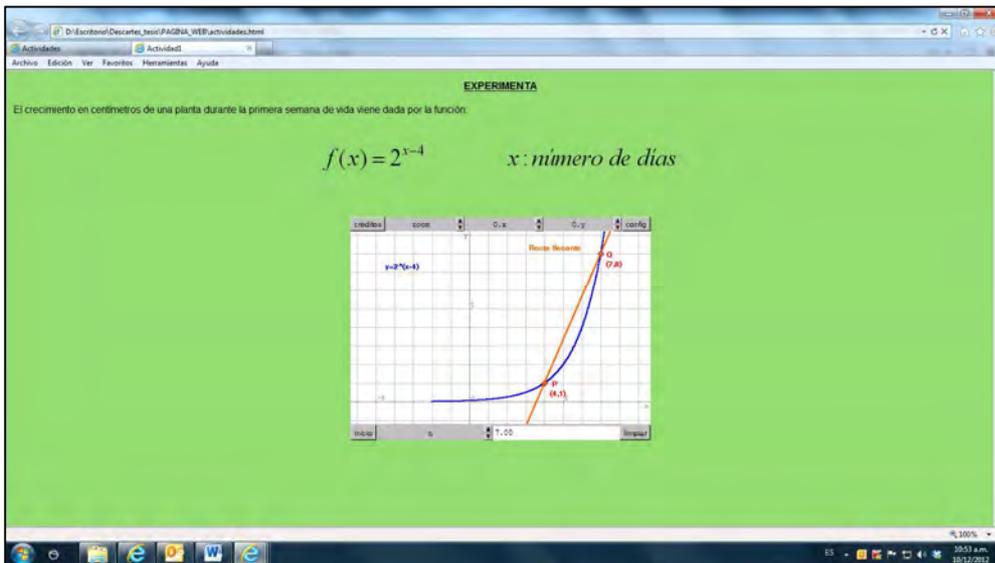
*Fig. 33. Actividad 1: rectas tangentes a una parábola (gráfico)*

**Actividad 2:** Esta actividad (Fig. 34) es muy parecida a la anterior, con la diferencia de que se analiza la parábola a lo largo de todo el dominio. Se propone un applet que permite apreciar qué sucede con la recta tangente en cada uno de los puntos a lo largo del intervalo  $[-2, 2]$ , interpretando qué sucede en los puntos indicados para el análisis.



*Fig. 34. Actividad 2: Recta tangente a lo largo de una parábola*

**Actividad 3:** Esta actividad (Fig. 35) contempla los mismos objetivos de las anteriores: estudio de la recta tangente, pendientes a lo largo de intervalo, conceptos de variaciones, etc.; la diferencia radica en el tipo de función y en la interpretación de la misma, dado que está referido a una aplicación, que busca interpretar el resultado enfocado a una situación particular, permitiendo relacionar el concepto de la derivada con su aplicación en el campo administrativo.



*Fig. 35. Actividad 3: ejercicio aplicativo en el campo administrativo*

Es necesario considerar que cada uno de los applets no están hechos para verificar u observar, por el contrario, están contruidos para manipular, para cambiar datos, para construir rectas o funciones adicionales sobre ellos, pero sobre todo para interpretar, éste es el objetivo principal. El alumno ha tenido la completa libertad para participar como lo haría en cualquier clase, atendiendo dudas, referidas al software, a la pendiente, a la parábola, a las rectas así como a su significado dentro de todo el análisis de la derivada.

Los instrumentos de recogida de información que se han abordado en este trabajo de investigación y que han permitido el correspondiente análisis son: la prueba escrita y la encuesta, que se detallan líneas abajo.

### 3.3.2.2. Guías pedagógicas

Por definición se dice que una guía pedagógica es un documento creado por el tutor de la asignatura, que tiene como objetivo orientar al estudiante en una tarea a desarrollar dentro del proceso de aprendizaje.

Es importante dar a conocer porqué se han elaborado las guías, cuál ha sido el objetivo de estructurarlas y aplicarlas en las clases de Matemática 2. Algunas de las razones para su consideración son las siguientes:

- *La reducción de tiempo de trabajo*; el contar con una guía permite que el alumno, con el material a su alcance, desarrolle las actividades según la secuencia y las instrucciones que el profesor ha pensado. Esto reduce el tiempo de trabajo que se podría haber empleado inicialmente, lo que resulta beneficioso puesto que el tiempo es un tema complicado de manejar y sobre todo, dificulta el avance cuando se tiene una cantidad de alumnos bastante grande en un centro de cómputo.
- *La toma de apuntes, conceptos e interpretaciones*; la guía está estructurada para que el alumno desarrolle en ella ejercicios, tome apuntes, grafique con lápiz, etc., esto permite que él no pierda absolutamente nada de la clase que se dicta.
- *Llevar un orden de acuerdo a la programación de la asignatura*; la guía considera los temas propuestos en el sílabo respectivo y, aunque el applet no contempla al detalle todos esos temas, los tiene en cuenta en la medida de lo posible, a lo largo de su estructura.

Se han elaborado 4 guías:

*Guía de conocimientos previos*: Esta guía abarca conceptos que el alumno ha obtenido en el ciclo previo referido al tema de funciones y cuyo entendimiento es necesario para el desarrollo del tema que compete: la derivada. Es la experiencia la que nos exige realizar dicho análisis, debido a la dificultad que presentan los alumnos para poner en práctica saberes previos.

*Guía de actividades 1, 2 y 3:* Permiten desarrollar detenidamente las actividades. Indica paso a paso cómo resolver los ejercicios, haciendo que el alumno reconozca lo que hace en cada parte del procedimiento. Finalmente, se hace un análisis interpretativo a través de una serie de preguntas con la finalidad de comprobar la recepción del conocimiento.

### 3.3.2.3. Prueba escrita

Al finalizar las clases, se dio lugar a una evaluación, que incluía conocimientos previos y conocimientos nuevos. Esta evaluación se consideró dentro de los controles que engloba la asignatura, y se le asignó un total de 5 puntos (es importante dar a conocer que la evaluación realizada en esta fase es parte de otra cuyo resultado se dará al término del ciclo académico). La estructura de las preguntas, ha sido desarrollada en el orden en que se espera que el alumno aprenda e interiorice el conocimiento, empleando el análisis gráfico, similar a como lo ha hecho en las guías pedagógicas de tal forma, que el alumno plasme claramente lo aprendido en la semana de clases interactiva.

La evaluación se rindió en el aula de clase habitual, generando la necesidad de realizar 6 evaluaciones distintas, considerando dos por aula (dada la gran cantidad de alumnos y la tradicional forma de rendir una evaluación con la distancia adecuada entre ellos). La programación de las clases y la evaluación se dio a conocer el primer día de clases, y a través de SIGA, es por ello que el alumno tenía conocimiento de las actividades que se desarrollarían la primera semana de clases.

Se decidió evaluar a través de un control, debido a que estas clases toman en cuenta parte de los temas que se evaluarían en la práctica 1 programada por secretaría académica. A su vez, considerando que podían ocurrir algunas inasistencias y con la intención de evitar alguna desventaja, respecto de la calificación final en la asignatura para aquellos que no rindieran el control, se tomó la decisión que del total de controles evaluados (durante la asignatura) se podría anular uno de ellos.

Esta evaluación tuvo la estructura de una guía pedagógica debido a que el objetivo principal era determinar si el alumno había entendido y retenido el conocimiento impartido, a su vez, si había sido de utilidad en las clases interactivas. Es ésta la razón por la cual la evaluación no es

extensa y compleja, por el contrario, es corta y fácilmente manejable por el alumno.

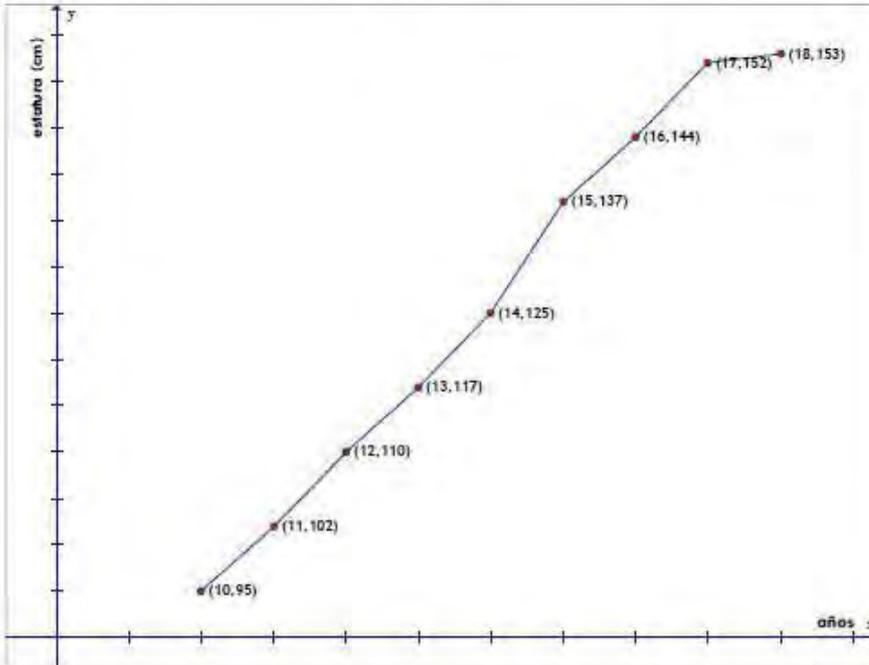
A continuación se detalla cada una de las preguntas incluidas en la evaluación y su correspondiente clasificación de acuerdo al tipo de conocimiento adquirido, explicada en el capítulo de análisis de la información:

Pregunta 1: Pendiente de la recta secante, clasificado como **conocimiento nuevo**. Se realiza a través de una aplicación práctica con diseño gráfico para la comprensión rápida del alumno (*Fig. 36*).

Pregunta 2: Interpretación de la pendiente de la recta secante, clasificado como **conocimiento nuevo**. Se solicita la interpretación porque es la que permite un análisis no sólo mecánico sino analítico, dado que posteriormente la derivada está referida a aplicaciones en el ámbito administrativo, contable y económico (*Fig. 36*).

**Ejercicio 1:****(2 puntos)**

En una investigación que se realizó acerca de la relación entre los años de vida y la estatura de una persona, se encontraron los siguientes datos, donde  $x$  es el número de años y  $y$  representa en cm la estatura de una persona.



Encontrar la pendiente de la recta secante entre los 10 y 15 años, indique las unidades:

$$m_{\text{sec}} =$$

¿Cuál es la interpretación de este resultado? \_\_\_\_\_

*Fig. 36. Ejercicio 1 de evaluación*

Pregunta 3: Encontrar el par ordenado para una determinada abscisa (Fig. 37), clasificado como **reconocimiento**. En esta pregunta se pide, dada una función, encontrar el valor adecuado de un par ordenado.

Pregunta 4: Es una pregunta para la simple relación e identificación de una función (Fig. 37), clasificada como **reconocimiento**.

Pregunta 5: Encontrar e identificar la función no en términos numéricos sino analíticos (Fig. 37), clasificada como **reconocimiento**.

**Ejercicio 2:**

(3 puntos)

Encontrar la ecuación de la recta tangente a la curva  $y = \frac{2}{x}$  en  $x = 2$

Abscisa	Ordenada	Par ordenado
$x = 2$		

¿Quién es  $f(x)$ ? \_\_\_\_\_

¿Quién es  $f(x+h)$ ? \_\_\_\_\_

Halle la pendiente de la recta tangente con la definición de límite:

$$m_{tg} =$$

Abscisa	Pendiente
$x = 2$	

Construya la ecuación de la recta:

*Fig. 37. Ejercicio 2 de las evaluaciones*

Pregunta 6: Pendiente de la recta tangente, clasificada como **conocimiento nuevo**. Es la pregunta más importante y la que engloba la comprensión total del tema.

Pregunta 7: Es una pregunta para la simple relación e identificación de una función, clasificada como **reconocimiento**.

Pregunta 8: Encontrar e identificar la función no en términos numéricos sino analíticos, clasificada como **reconocimiento**.

#### 3.3.2.4. Encuesta

Se realizó una encuesta (Fig. 38) para detectar si los alumnos consideraban el uso de la página web y los applets como herramientas que podrían ayudar a un mejor entendimiento del tema. La estructura de la encuesta es bastante simple y se muestra detalladamente cada una de las preguntas.

Para la elaboración de la encuesta se han realizado dos tipos de preguntas, que serán clasificadas de acuerdo a los tres criterios fundamentales propuestos por Pedret, Sagnier & Camp (2002).

- *Según la formulación del cuestionario*

*Preguntas cerradas:* son aquellas en las cuales la contestación se da ya preformulada en el cuestionario, porque la respuesta no ofrece duda entre las posibles formuladas, o porque es innecesaria una variedad de respuestas superior a la que se fija en el cuestionario. En este tipo de preguntas, las posibles respuestas se conocen “a priori”. (Pedret, Sagnier & Camp, 2002)

En nuestro caso, son preguntas cerradas múltiples, con unirse respuesta, que son aquellas preguntas en las que, en el cuestionario, están preformuladas más de dos alternativas, pero que el entrevistado sólo puede dar una respuesta entre todas ellas.

*Preguntas abiertas:* son aquellas en las cuales la iniciativa del entrevistado es la que marca la contestación, es decir, no existen respuestas preformuladas en el cuestionario, sino que en el mismo aparecen espacios vacíos donde el entrevistado registra su respuesta.

- *Según el grado de libertad que tenga el entrevistado para dar su respuesta.*

*Preguntas sugeridas:* el alumno se limita a elegir alguna de las alternativas que son propuestas por el entrevistador y que se adecue mejor a su parecer.

- *Según el tipo de información a obtener.*

*Preguntas sobre evaluaciones/ponderaciones:* se refieren a opiniones o valoraciones sobre cualquier tema u objeto. El objetivo es obtener información acerca de la apreciación de los alumnos frente a las TIC. Asimismo, recoger datos que permitan mejorar la herramienta y su aplicación futura.

Cabe resaltar que los criterios antes mencionados se han tomado como referencia para la elaboración del cuestionario, permitiendo finalmente formular preguntas que los consideren de manera global no en forma concreta, refiriéndome a que más de un criterio puede estar considerado en una misma pregunta.

ENCUESTA					
Curso a encuestar	Matemática II				
Clase	Introducción a la derivada				
Sección					
<b>SEGÚN LA SIGUIENTE ESCALA, RESPONDA EL CUESTIONARIO</b>					
1. No / Nada      2. Poco      3. Regular      4. Bastante      5. Mucho					
CUESTIONARIO \ ESCALA	1	2	3	4	5
<b>I. RECURSOS Y HERRAMIENTAS USADAS</b>					
1. La herramienta facilita la comprensión de los conceptos.					
2. Es de fácil manejo.					
3. La página web mostrada es amigable e interactiva.					
<b>II. TEMA REALIZADO: INTRODUCCION A LA DERIVADA CON DESCARTES</b>					
4. El tema es correctamente planteado.					
5. El desarrollo es concreto y bien trabajado.					
6. Las actividades a desarrollar cumplen con los conceptos.					
7. Los conceptos han reforzado lo dado en clase.					
¿Sería interesante aplicarlo a otros temas o cursos? ¿A cuáles?					
¿Las guías desarrolladas en clase le permitieron comprender lo visto en descartes?					
¿En qué le ayudaron las simulaciones mostradas?					
¿Qué concepto(s) ha entendido claramente?					
¿Si usted cursa la asignatura por segunda o tercera vez: le ha sido de ayuda para comprender mejor los conceptos?					
SUGERENCIAS:					

Preguntas cerradas múltiples de opción única: acerca de la aplicación

Preguntas abiertas.

Fig. 38. Encuesta aplicada a los alumnos



## CAPÍTULO IV. ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN

### 4.1. Análisis de resultados de la evaluación

Se ha especificado anteriormente que dada la cantidad de alumnos se generaron 6 evaluaciones distintas (Fig. 39), mostrando en la parte superior de cada uno de ellos la sección y la fila, esto para diferenciar uno de otro.

Se indica la sección y la fila correspondiente. Se elaboraron 2 controles distintos por aula.

	<u>CONTROL N° 1 - MATEMÁTICA 2</u>	<table border="1" style="display: inline-table;"><tr><td>Sección</td><td>A</td></tr><tr><td>Fila</td><td>A</td></tr></table>	Sección	A	Fila	A
Sección	A					
Fila	A					
NOMBRE Y APELLIDOS _____		FECHA: <u>17/08/2012</u>				
FIRMA DEL PROFESOR O AYUDANTE	CALIFICACIÓN	RECTIFICACIÓN	FIRMA DEL PROFESOR			

*Fig. 39. Encabezado de las evaluaciones*

Para el análisis de los datos, ha sido necesario explicar la clasificación de las preguntas que se ha realizado en la evaluación rendida, siendo la siguiente:

*Conocimiento nuevo:* es aquel que corresponde al syllabus de la asignatura de Matemática 2, y cuyo aprendizaje se da en la primera parte del desarrollo de la misma.

*Conocimiento Previo:* es aquel que el alumno debió adquirir en la asignatura anterior, pero que es necesario su correcto aprendizaje para poder asegurar la capacidad del aprendizaje del conocimiento nuevo subsiguiente.

*Reconocimiento:* es aquel conocimiento que requiere que el alumno reconozca la existencia de conceptos básicos y necesarios para el aprendizaje posterior.

Para hacer un análisis de los datos obtenidos en la puesta en práctica de la aplicación, se ha hecho uso del software SPSS que presenta un conjunto de herramientas de tratamientos de datos y análisis estadísticos.

Los datos fueron ingresados en el SPSS (*Fig. 40*) para realizar el análisis correspondiente, se puede observar claramente la data ordenada en forma alfabética.

ID	Apellidos	Nombres	Repitente	Faltas	Grupo	Pregunta1	Pregunta2	Pregunta3	Pregunta4	Pregunta5	Pregunta6	Pregunta7	Pregunta8
1	ACOSTA CHAVEZ	CATHERINE WAAHNA	0	0	3	0	1	1	1	1	1	0	0
2	AGUILAR MOGROVEJO	ALESSANDRA ISELA	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0
3	AGUILAR REA	KIARA YESE	1	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0
4	ALBERCA PALACIOS	EITHEL FRANK	1	0	3	1	0	1	1	1	1	1	1
5	ALFARO CHUMACERO	RONALD JOEL	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1
6	ALMANDROZ DEDIOS	ALMENDRA LUZ ANELL	0	0	3	1	0	1	1	1	1	1	1
7	ARELLANO SANCHEZ	JOSSEPH ANTHONY	0	0	3	0	1	1	1	1	1	1	1
8	AREVALO NOLE	MARIA CLAUDIA	0	0	2	1	1	1	1	1	1	1	0
9	ARMAS MELENDEZ	NELSON ALBERTO	1	0	2	0	0	1	1	1	1	1	1
10	ARRETA ALFARO	MARA ARLETH	0	0	2	1	1	1	1	1	1	1	1
11	ARRIOLA WONG	JOSELYN	1	0	2	0	0	1	1	1	0	0	0
12	BALAREZO ARRESE	RAFAEL	0	0	4	1	1	1	1	1	0	0	0
13	BAYONA CORNEJO	NEYVA LOURDES NOEMI	0	1	4	0	0	1	1	1	0	0	0
14	BAZAN DIOSES	MARGIE MORAYMA	0	0	2	1	1	1	1	1	1	1	1
15	BAZAN HONORIO ARROYO	ANA CARMEN	1	0	2	0	0	1	1	1	1	1	1
16	BEL LEIGH	KARLA	1	0	4	1	1	1	1	1	1	0	0
17	BOCANEGRA ALVAREZ	ANDREA MARGOT	0	0	4	1	0	1	1	1	1	1	1
18	BURNEO VALDIVIEZO	FERNANDO MARIA	0	0	2	0	0	1	1	1	1	1	1
19	CAMACHO CRUZ	ALEXANDER	1	0	2	0	0	1	1	1	1	1	1
20	CASTAÑINO AUGUSTO	JULIO	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0
21	CASTILLO CHIROQUE	ANTHONY RAUL STUARDO	1	0	4	0	0	1	1	1	1	1	1
22	CASTILLO GAMBICA	ALVARO MIGUEL MARTIN	1	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1
23	CASTILLO GUERRERO	GERSON JOSE	1	0	2	0	1	1	1	1	1	1	1
24	CASTRO ALBURQUEQUE	JOSE ALESSANDRO	0	0	2	0	0	1	1	0	0	0	0
25	CASTRO GOODY	CLAUDIA LORENA BRISTOET	0	0	2	0	0	1	1	0	0	0	0
26	CEPEDIOS CABREJOS	GABRIEL FRANCISCO	0	0	2	1	0	1	1	1	1	1	1
27	CHANDUVA HERRERA	CARMEN MARIA	0	0	2	0	0	1	1	1	1	1	1
28	CHINCHAY JUAREZ	DEGO ARNALDO	0	0	1	0	0	1	1	1	0	0	0
29	CHUNGA GONZALES	AYRTON GILMAR	0	0	3	1	0	1	1	1	1	1	1

Fig. 40. Data en SPSS de resultados de la evaluación

Las variables que se consideraron fueron las siguientes (Fig. 41):

- ID: corresponde a cada alumno permitiendo tener un orden de cada uno de los datos ingresados.
- Apellidos: indica los apellidos del alumno.
- Nombres: indica los nombres del alumno.
- Repitente: indica si el alumno es nuevo en la asignatura o si la está cursando por segunda o tercera vez. El criterio para esta variable ha sido:
  - 0 = no es repitente
  - 1 = si es repitente
- Faltas: indica la cantidad de faltas que ha tenido en las sesiones realizadas en la primera semana de clases.
- Grupo: indica el grupo al cual pertenece el alumno, cada grupo corresponde a un horario determinado, que se ha detallado líneas arriba.
- Pregunta 1: Pendiente de la recta secante. Corresponde a *Conocimiento Nuevo*.

- Pregunta 2: Interpretación de la pendiente como razón de cambio promedio. Corresponde a *Conocimiento Nuevo*.
- Pregunta 3: Par ordenado. Corresponde a *Reconocimiento*.
- Pregunta 4:  $f(x)$ . Corresponde a *Reconocimiento*.
- Pregunta 5:  $f(x+h)$ . Corresponde a *Reconocimiento*.
- Pregunta 6: Pendiente de la recta tangente. Corresponde a *Conocimiento Nuevo*.
- Pregunta 7: Pendiente en una abscisa  $x$ . Corresponde a *Conocimiento Nuevo*.
- Pregunta 8: Construcción de la ecuación de la recta. Corresponde a *Conocimiento Previo*.

Se han considerado como variables las 3 clases de preguntas que se mencionaron al iniciar este apartado (4.1). Es necesario considerar que cada una de las preguntas se han categorizado con 0 y 1 para determinar si no ha respondido o sí lo ha hecho, respectivamente. Así tenemos:

- **Reconoce:** corresponde al resultado en conjunto de las preguntas de *Reconocimiento*, teniendo el siguiente criterio:  
 $2$  = sí reconoce nomenclaturas.  
 $0,1$  = no reconoce nomenclaturas.
- **Conoc\_Previo:** corresponde al resultado en conjunto de las preguntas de *Conocimiento Previo*, teniendo el siguiente criterio:  
 $1$  = sí tiene claro el conocimiento impartido en la asignatura anterior.  
 $0$  = no tiene claro el conocimiento impartido en la asignatura anterior.
- **Conoc\_Nuevo:** es la variable más importante, corresponde al resultado en conjunto de las preguntas de *Conocimiento Nuevo*, teniendo el siguiente criterio:  
 $3$  = sí ha adquirido el conocimiento nuevo.  
 $0,1,2$  = no ha adquirido el conocimiento nuevo.

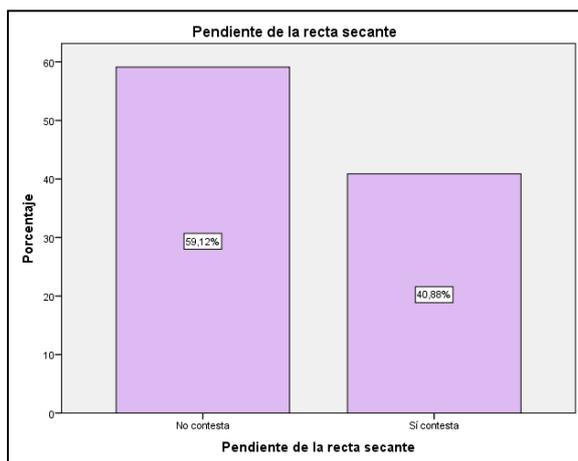
Se puede observar que las ponderaciones dadas a las 3 variables mencionadas anteriormente no son 0 y 1, puesto que, para realizar el análisis correspondiente en SPSS, se dieron las ponderaciones en base a la cantidad de preguntas contestadas que engloban el tipo de conocimiento adquirido. Es necesario tener en cuenta que las preguntas formuladas y las variables referidas al tipo de conocimiento han sido todas consideradas en el análisis con diferentes objetivos que se detallan y se discuten más adelante.

	Nombre	Tipo	Anchura	Decimales	Etiqueta	Valores	Pérdidos	Columnas	Alineación	Medida	Rol
1	ID	Numérico	4	0	Lista	Ninguna	Ninguna	4	Derecha	Escala	Entrada
2	Apellidos	Cadena	20	0		Ninguna	Ninguna	20	Izquierda	Nominal	Entrada
3	Nombres	Cadena	25	0		Ninguna	Ninguna	25	Izquierda	Nominal	Entrada
4	Replantea	Numérico	1	0	El alumno es reptente	(0, Es nuevo en la asignatura)	99	6	Derecha	Nominal	Entrada
5	Faltas	Numérico	1	0		Ninguna	Ninguna	9	Derecha	Escala	Entrada
6	Grupos	Numérico	1	0		Ninguna	Ninguna	8	Derecha	Nominal	Entrada
7	Pregunta1	Numérico	1	0	Pendiente de la recta secante	(0, No contesta)	Ninguna	10	Derecha	Nominal	Entrada
8	Pregunta2	Numérico	1	0	interpretación razón de cambio promedio	(0, No contesta)	Ninguna	9	Derecha	Nominal	Entrada
9	Pregunta3	Numérico	1	0	Par ordenado	(0, No contesta)	Ninguna	9	Derecha	Nominal	Entrada
10	Pregunta4	Numérico	1	0	f(x)	(0, No contesta)	Ninguna	9	Derecha	Nominal	Entrada
11	Pregunta5	Numérico	1	0	f(x+h)	(0, No contesta)	Ninguna	9	Derecha	Nominal	Entrada
12	Pregunta6	Numérico	1	0	Pendiente de la recta tangente	(0, No contesta)	Ninguna	10	Derecha	Nominal	Entrada
13	Pregunta7	Numérico	1	0	Pendiente en una abscisa x	(0, No contesta)	Ninguna	10	Derecha	Nominal	Entrada
14	Pregunta8	Numérico	1	0	Ecuación de la recta	(0, No contesta)	Ninguna	10	Derecha	Nominal	Entrada
15	Reconoce	Numérico	1	0		(0, No reconoce)	99	12	Derecha	Nominal	Entrada
16	Conoc_Previo	Numérico	1	0		(0, No)	99	12	Derecha	Nominal	Entrada
17	Conoc_Nuevo	Numérico	1	0		(0, No)	Ninguna	12	Derecha	Nominal	Entrada
18											
19											
20											
21											
22											
23											
24											
25											
26											
27											
28											
29											
30											

Fig. 41. Variables consideradas en el análisis de las evaluaciones

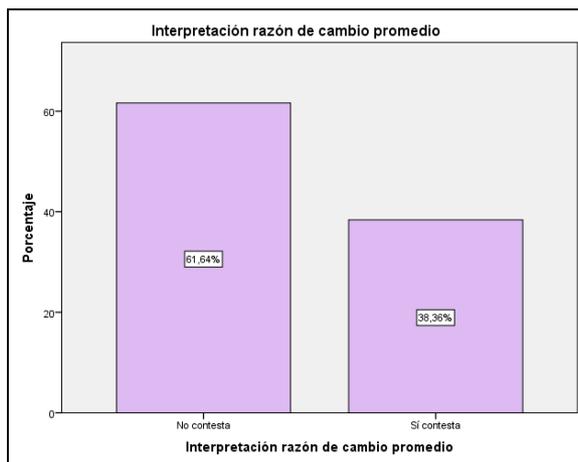
A continuación se muestra los histogramas correspondientes a cada una de las preguntas realizadas en la evaluación:

Entre las preguntas referidas a *Conocimiento Nuevo*, se encuentra la relacionada a la pendiente de la recta secante y su interpretación, entendida además como la razón de cambio promedio, cuyos resultados demuestran que no ha sido adquirido totalmente (Gráfico 13).



**Gráfico 13. Diagrama de Barras:  
pendiente de la recta secante**

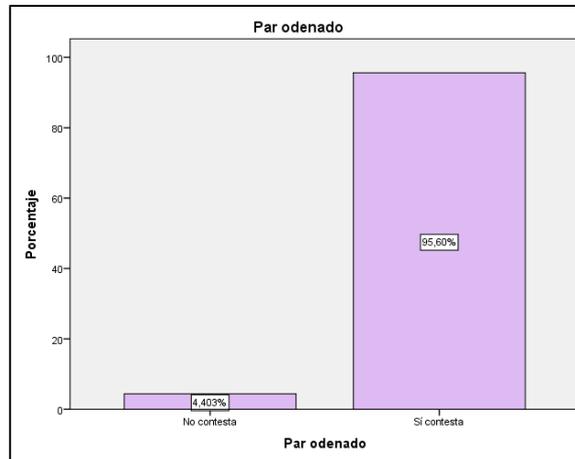
Cabe resaltar que la interpretación gráfica (*Gráfico 14*) es uno de los mayores problemas que presentan los alumnos. Interpretar la pendiente de una recta observando el gráfico les es más complicado que obtener resultados operativamente. Sin embargo, el porcentaje de aquellos que lo han identificado correctamente no es nada despreciable



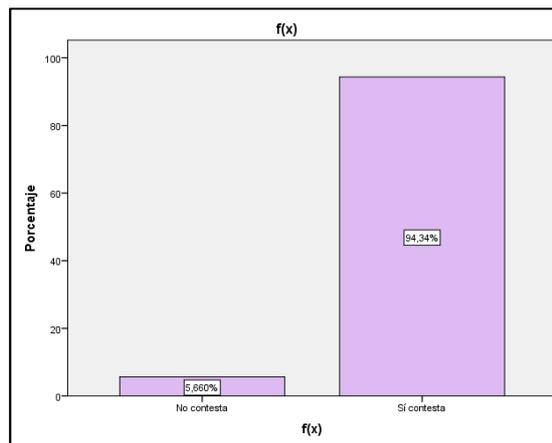
**Gráfico 14: Diagrama de Barras:  
Interpretación de recta secante**

En cuanto a las preguntas de *Reconocimiento*, se puede observar que los alumnos reconocen claramente conceptos básicos y nomenclaturas en lo referente a funciones (*Gráfico 15*). Es importante el

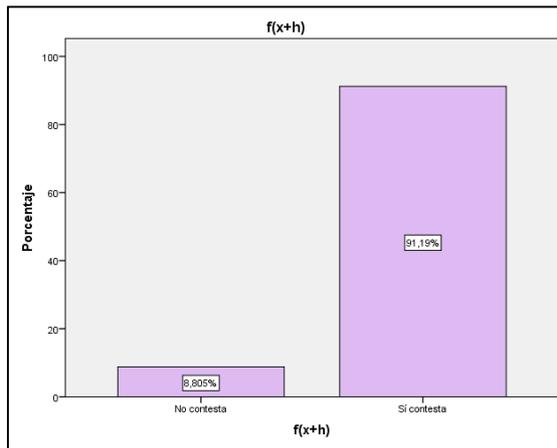
dominio de estos conceptos, puesto que, constituyen en gran medida la base para la adquisición del nuevo conocimiento cuyo aprendizaje es esencial para la aprobación de la asignatura. Se puede observar que casi en su totalidad, refiriéndonos al porcentaje resultante, el alumno ha recibido e interiorizado correctamente el concepto previo, impartido en la asignatura de Matemática 1 (Gráfico 16, Gráfico 17).



**Gráfico 15. Diagrama de Barras:**  
**resultados de pregunta 1 de reconocimiento**

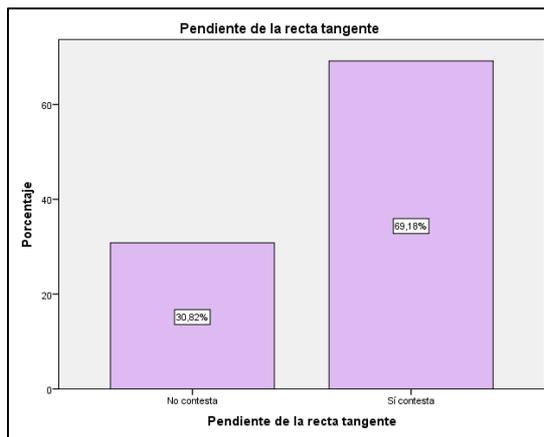


**Gráfico 16. Diagrama de Barras:**  
**resultados de pregunta 2 de reconocimiento**

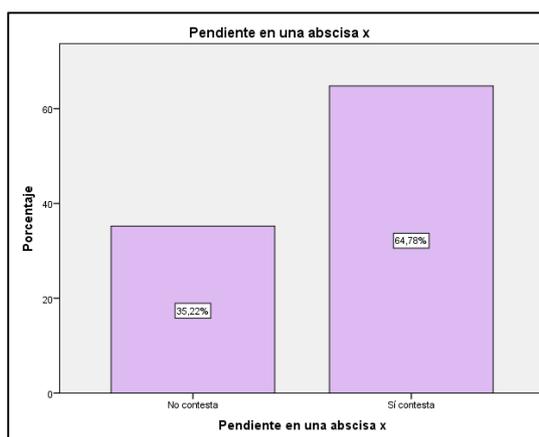


**Gráfico 17. Diagrama de Barras:**  
**resultados de pregunta 3 de reconocimiento**

El *conocimiento nuevo* impartido y relacionado directamente con la interpretación geométrica de la derivada se ha adquirido correctamente en la mayoría de los alumnos (*Gráfico 18, Gráfico 19*), los resultados muestran que se ha entendido en su mayoría el procedimiento a realizar para encontrar la pendiente de la recta tangente en cualquier punto de la curva, así como en un punto específico.

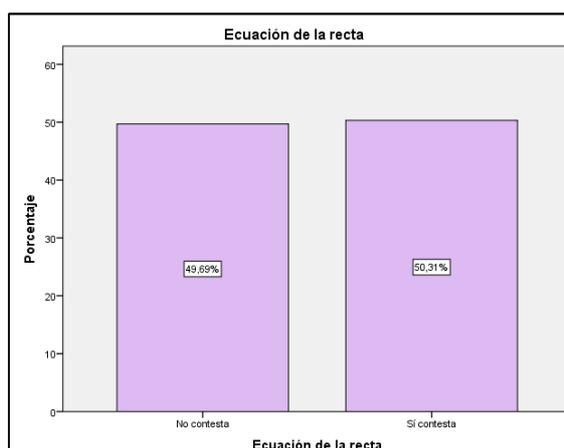


**Gráfico 18. Diagrama de Barras:**  
**resultados de pregunta 1 de conocimiento nuevo.**



**Gráfico 19. Diagrama de Barras:**  
resultados de pregunta 2 de conocimiento nuevo.

La última pregunta está relacionada al *conocimiento previo*, es una pregunta sencilla y precisa, sin embargo, aproximadamente el 50% de los alumnos presentan cierta dificultad para poner en práctica el conocimiento impartido en la asignatura previa (Gráfico 20), cuya razón fundamental es la dificultad para aprenderlo.



**Gráfico 20. Diagrama de Barras:**  
resultados de pregunta de conocimiento previo.

A continuación se muestra una tabla (Tabla 4) donde se indica la cantidad de alumnos que han respondido correctamente cada una de las preguntas de acuerdo al grupo al cual han pertenecido. Si se analiza porcentualmente se puede observar que en todos los grupos sucede aproximadamente lo mismo, por lo tanto el grupo no influye en el

aprendizaje que se ha impartido, puesto que, se ha impartido el mismo contenido en cada sesión de clase, bajo las mismas circunstancias (centros de cómputo).

		Pendiente de la recta Secante		Interpretación razón de cambio promedio		Par ordenado		f(x)	
		No contesta	Sí contesta	No contesta	Sí contesta	No contesta	Sí contesta	No contesta	Sí contesta
Grupo	1	24 54.14%	18 45.86%	30 71.43%	12 28.57%	3 7.14%	39 92.86%	2 4.76%	40 95.24%
	2	25 56.82%	19 43.18%	30 68.18%	14 31.82%	2 4.55%	42 95.45%	1 2.27%	43 97.73%
	3	26 63.41%	15 36.59%	22 53.66%	19 46.34%	0 0%	41 100%	2 4.88%	39 95.12%
	4	19 59.38%	13 40.62%	16 50%	16 50%	2 6.25%	30 93.75%	4 12.5%	28 87.5%

		f(x+h)		Pendiente de la recta tangente		Pendiente en una abscisa x		Ecuación de la recta	
		No contesta	Sí contesta	No contesta	Sí contesta	No contesta	Sí contesta	No contesta	Sí contesta
Grupo	1	4 9.52%	38 90.48%	13 30.95%	29 69.05%	16 38.09%	26 61.91%	22 52.38%	20 47.62%
	2	4 9.09%	40 90.91%	4 9.09%	40 90.91%	7 15.91%	37 84.09%	15 34.09%	29 65.91%
	3	2 4.88%	39 95.12%	18 43.9%	23 56.1%	19 46.34%	22 53.66%	23 56.09%	18 43.91%
	4	4 12.5%	28 87.5%	14 43.75%	18 56.25%	14 43.75%	18 56.25%	19 59.38%	13 40.62%

**Tabla 4. Resultados de las preguntas formuladas en las evaluaciones**

Dada la cantidad de alumnos repitentes que normalmente cursan la asignatura, se ha realizado un análisis para determinar si existe alguna relación entre el aprendizaje del conocimiento nuevo con la variable repitente. Para ello se realizó una prueba Chi Cuadrado (*Tabla 5*), que dio como resultado que sí existe una relación muy fuerte entre ambas variables lo cual nos dice que la *variable repitente* sí influye al momento de adquirir *conocimiento nuevo* impartido en la asignatura. Aunque parece una deducción bastante sencilla de concluir, se ha querido dar una fundamentación estadística y determinar la influencia que tiene el número de veces cursando la asignatura en la recepción del conocimiento nuevo impartido en la misma (*Tabla 6*). También, se puede decir, que el tema resulta ser complejo y difícil de aprender para un alumno que inicia la asignatura por primera vez.

Es menor al nivel de significancia del 5%.

Pruebas de chi-cuadrado			
	Valor	gl	Sig. asintótica (bilateral)
Chi-cuadrado de Pearson	11,397 <sup>a</sup>	4	,022
Razón de verosimilitudes	13,374	4	,010
Asociación lineal por lineal	,011	1	,918
N de casos válidos	159		

a. 1 casillas (10,0%) tienen una frecuencia esperada inferior a 5. La frecuencia mínima esperada es 2,77.

**Tabla 5. Prueba Chi Cuadrado**

Tabla de contingencia El alumno es repitente * Conoc_Nuevo								
			Conoc_Nuevo					Total
			No	No	No	Si	Si	
El alumno Es repitente	Es nuevo en la asignatura	Recuento	24	9	36	28	22	119
		% dentro de Conoc_Nuevo	85,7%	81,8%	65,5%	66,7%	95,7%	74,8%
	Lleva la asignatura por segunda o tercera vez	Recuento	4	2	19	14	1	40
		% dentro de Conoc_Nuevo	14,3%	18,2%	34,5%	33,3%	4,3%	25,2%
Total		Recuento	28	11	55	42	23	159
		% dentro de Conoc_Nuevo	100%	100%	100%	100%	100%	100%

**Tabla 6. Tabla de contingencia: el alumno es repitente vs conocimiento nuevo**

#### 4.2. Análisis de resultados de la encuesta

Para el análisis de los datos referidos a la encuesta, se han analizado tres bloques de preguntas, de tal forma que se puedan interpretar de la mejor manera:

*Respecto a los recursos y herramientas usadas:* este grupo de preguntas están relacionadas a la herramienta usada, es decir a los applets elaborados en Descartes y expuestos a través de una página web (Tabla 7). El alumno dará a conocer a través de la respuesta a estas preguntas su percepción frente a la tecnología, puesto que, es importante considerar la capacidad del alumno frente al manejo de una computadora.

ESCALA	1	2	3	4	5
<b>I. RECURSOS Y HERRAMIENTAS USADAS</b>					
1. La herramienta facilita la comprensión de los conceptos.					
2. Es de fácil manejo.					
3. La página web mostrada es amigable e interactiva.					

*Tabla 7. Preguntas de la encuesta respecto a los recursos y herramientas usadas*

*Respecto al tema realizado: Introducción a la derivada con Descartes:* este grupo engloba cuatro preguntas relacionadas al tema en cuestión: la derivada (*Tabla 8*). El objetivo es obtener información acerca del correcto y adecuado desarrollo del tema, aunque se realizó de manera similar a la clase en el aula comúnmente realizada del modo clásico, es necesario determinar si las aplicaciones, las guías pedagógicas y otros factores han influido sobre la correcta secuencia del tema.

ESCALA	1	2	3	4	5
<b>II. TEMA REALIZADO: INTRODUCCION A LA DERIVADA CON DESCARTES</b>					
4. El tema es correctamente planteado.					
5. El desarrollo es concreto y bien trabajado.					
6. Las actividades a desarrollar cumplen con los conceptos.					
7. Los conceptos han reforzado lo dado en clase.					

*Tabla 8. Preguntas de la encuesta respecto al tema realizado*

*Respecto a la percepción general y su aplicación en clases futuras:* estas preguntas fueron elaboradas para que el alumno colocara, sin condición alguna, su percepción frente a lo que ha experimentado y su utilidad en clases o asignaturas distintas a Matemática 2 (*Tabla 9*). Cabe resaltar, que el objetivo fundamental es permitir que el alumno sienta que su opinión es importante y que, lo realizado en clase, tiene un objetivo específico, relacionado a su aprendizaje.

### PREGUNTAS ABIERTAS:

1. ¿Sería interesante aplicarlo a otros temas o cursos? ¿A cuáles?
2. ¿Las guías desarrolladas en clase le permitieron comprender lo visto en descartes?
3. ¿En qué le ayudaron las simulaciones mostradas?
4. ¿Qué concepto(s) ha entendido claramente?
5. ¿Si usted cursa la asignatura por segunda o tercera vez: le ha sido de ayuda para comprender mejor los conceptos?

### SUGERENCIAS:

*Tabla 9. Preguntas abiertas de la encuesta*

Del mismo modo que la evaluación, los datos fueron ingresados en el SPSS para realizar el análisis correspondiente, a continuación se muestran los datos estructurados. Inicialmente se observa la escala asignada a cada tipo de respuesta marcada por el alumno (Fig. 42) y luego se observa las repuestas propiamente (Fig. 43).

ID	GRUPO	PREGUNTA01	PREGUNTA02	PREGUNTA03	PREGUNTA04	PREGUNTA05	PREGUNTA06	PREGUNTA07	PREGUNTA08	PREGUNTA09
1	1	1	3	4	4	4	3	3	4	1
2	2	1	3	3	4	3	3	4	3	1
3	3	1	5	5	5	4	4	5	5	1
4	4	1	4	4	3	4	4	4	4	1
5	5	1	4	3	4	5	4	4	4	1
6	6	1	3	4	3	4	4	5	4	1
7	7	1	4	5	4	5	4	5	4	1
8	8	1	5	4	4	5	4	5	5	1
9	9	1	4	5	4	4	3	4	3	1
10	10	1	3	4	3	4	5	4	4	1
11	11	1	3	3	3	3	4	4	4	1
12	12	1	3	3	4	4	3	4	3	0
13	13	1	4	4	4	3	3	4	3	1
14	14	1	3	2	3	2	1	2	1	1
15	15	1	5	3	3	4	5	5	5	1
16	16	1	3	5	3	3	4	4	4	1
17	17	1	4	5	3	5	5	4	5	1

*Fig. 42. Resultados de las encuestas en SPSS con la calificación numérica*

ID	GRUPO	PREGUNTA01	PREGUNTA02	PREGUNTA03	PREGUNTA04	PREGUNTA05	PREGUNTA06	PREGUNTA07	PREGUNTA08	PREGUNTA09	PREGUNTA10
1	1	1	Regular	Bastante	Bastante	Bastante	Regular	Regular	Bastante	Si	
2	2	1	Regular	Regular	Bastante	Regular	Regular	Bastante	Regular	Si	
3	3	1	Mucho	Mucho	Mucho	Bastante	Bastante	Mucho	Mucho	Si	
4	4	1	Bastante	Bastante	Regular	Bastante	Bastante	Bastante	Bastante	Si	
5	5	1	Bastante	Regular	Bastante	Mucho	Bastante	Bastante	Bastante	Si	
6	6	1	Regular	Bastante	Regular	Bastante	Bastante	Mucho	Bastante	Si	
7	7	1	Bastante	Mucho	Bastante	Mucho	Bastante	Mucho	Bastante	Si	
8	8	1	Mucho	Bastante	Bastante	Mucho	Bastante	Mucho	Mucho	Si	
9	9	1	Bastante	Mucho	Bastante	Bastante	Regular	Bastante	Regular	Si	
10	10	1	Regular	Bastante	Regular	Bastante	Mucho	Bastante	Bastante	Si No cont	
11	11	1	Regular	Regular	Regular	Regular	Bastante	Bastante	Bastante	Si	
12	12	1	Regular	Regular	Bastante	Bastante	Regular	Bastante	Regular	No contesta	
13	13	1	Bastante	Bastante	Bastante	Regular	Regular	Bastante	Regular	Si	
14	14	1	Regular	Poco	Regular	Poco	No/Nada	Poco	No/Nada	Si	
15	15	1	Mucho	Regular	Regular	Bastante	Mucho	Mucho	Mucho	Si	
16	16	1	Regular	Mucho	Regular	Regular	Bastante	Bastante	Bastante	Si	
17	17	1	Bastante	Mucho	Damele	Mucho	Mucho	Bastante	Mucho	Si	

**Fig. 43. Resultados de las encuestas en SPSS con la calificación textual**

Las variables que se consideraron fueron las siguientes:

- ID: corresponde al registro de cada una de las encuestas. Es necesario tener en cuenta que la encuesta ha sido anónima, por lo que, el ID está referido únicamente como contador.
- Grupo: indica el grupo al cual pertenece el alumno, cada grupo corresponde a un horario determinado.

*Preguntas cerradas:* El criterio para las preguntas 1, 2, 3, 4, 5, 6 y 7, considerando que son preguntas cerradas ha sido el siguiente:

- 0 = No/Nada
- 1 = Poco
- 2 = Regular
- 3 = Bastante
- 4 = Mucho

- Pregunta 1: La herramienta facilita la comprensión de los conceptos.
- Pregunta 2: Es de fácil manejo.
- Pregunta 3: La página web mostrada es amigable e interactiva.
- Pregunta 4: El tema es correctamente planteado.
- Pregunta 5: El desarrollo es concreto y bien trabajado.

- Pregunta 6: Las actividades a desarrollar cumplen con los conceptos.
- Pregunta 7: Los conceptos han reforzado lo dado en clase.

*Preguntas abiertas:* El criterio para cada una de las preguntas abiertas se ha considerado en base a las respuestas que los alumnos han colocado en su mayoría, logrando clasificar muchas de ellas en respuestas concretas. Se detalla después de cada pregunta el criterio de clasificación.

- Pregunta 8: ¿Sería interesante aplicarlo a otros temas o cursos?  
¿A cuáles?

0 = No contestó

1 = Si

2 = No

- Pregunta 9: ¿Las guías desarrolladas en clase le permitieron comprender lo visto en descartes?

0 = No contestó

1 = Si

2 = No

3 = Tal vez

4 = Otros

- Pregunta 10: ¿En qué le ayudaron las simulaciones mostradas?

0 = No contestó

1 = Graficar

2 = Comprensión y desarrollo de ejercicios

3 = Rectas, derivada

4 = Otros

5 = No ayudaron

- Pregunta 11: ¿Qué concepto(s) ha entendido claramente?

0 = No contestó

1 = Rectas, pendientes

2 = Derivadas, Integrales

3 = Límites

- 4 = Otros
- 5 = No mucho
- 6 = Nada

- Pregunta 12: ¿Si usted cursa la asignatura por segunda o tercera vez: le ha sido de ayuda para comprender mejor los conceptos?

- 0 = No contestó
- 1 = Si
- 2 = No
- 3 = Algo

- Pregunta 13: SUGERENCIAS:

- 0 = No contestó
- 1 = Aplicar y desarrollar a profundidad este método
- 2 = Ninguna sugerencia
- 3 = Hacer más ejercicios
- 4 = Otras sugerencias

En la parte posterior se muestra el detalle de las variables: nombre, escala y tipo de variable, tal como han sido trabajadas en el software SPSS (Fig. 44).

Nombre	Tipo	Anchura	Decimales	Etiqueta	Valores	Perdidos	Columnas	Alineación	Med
1 ID	Numerico	4	0		Ninguna	Ninguna	4	Derecha	Escal
2 GRUPO	Numerico	12	0		Ninguna	Ninguna	7	Derecha	Nomin
3 PREGUNTA01	Numerico	12	0	La herramienta facilita la comprensión de los conceptos	(1, No/Nada)...	Ninguna	10	Derecha	Ordin
4 PREGUNTA02	Numerico	12	0	Es de fácil manejo	(1, No/Nada)...	Ninguna	9	Derecha	Ordin
5 PREGUNTA03	Numerico	12	0	La página web mostrada es amigable e interactiva	(1, No/Nada)...	Ninguna	10	Derecha	Ordin
6 PREGUNTA04	Numerico	12	0	El tema es correctamente planteado	(1, No/Nada)...	Ninguna	9	Derecha	Ordin
7 PREGUNTA05	Numerico	12	0	El desarrollo es concreto y bien trabajado	(1, No/Nada)...	Ninguna	9	Derecha	Ordin
8 PREGUNTA06	Numerico	12	0	Las actividades a desarrollar cumplen con los conceptos	(1, No/Nada)...	Ninguna	10	Derecha	Ordin
9 PREGUNTA07	Numerico	12	0	Los conceptos han reforzado lo dado en clase	(1, No/Nada)...	Ninguna	9	Derecha	Ordin
10 PREGUNTA08	Numerico	12	0	Sería interesante aplicarlo a otros temas o cursos?Cuales?	(0, No contesta)...	Ninguna	9	Derecha	Nomin
11 PREGUNTA09	Numerico	12	0	Las guías desarrolladas en clase permitieron comprender lo visto en clase	(0, No contesta)...	Ninguna	10	Derecha	Nomin
12 PREGUNTA10	Numerico	12	0	En qué le ayudaron las simulaciones mostradas?	(0, No contesta)...	Ninguna	9	Derecha	Nomin
13 PREGUNTA11	Numerico	12	0	Qué conceptos ha entendido correctamente?	(0, No contesta)...	Ninguna	9	Derecha	Nomin
14 PREGUNTA12	Numerico	12	0	Si usted cursa la asignatura por segunda o tercera vez: le ha sido de ayuda p	(0, No contesta)...	Ninguna	9	Derecha	Nomin
15 SUGERENCIA	Numerico	12	0	Sugerencias	(0, No contesta)...	Ninguna	9	Derecha	Nomin

Fig. 44. Variables utilizadas para análisis de las encuestas

Inicialmente se ha obtenido la media de cada una de las variables correspondientes a las preguntas cerradas, obteniendo una media superior a 3 en la mayoría de los casos (

**Tabla 10).** Puesto que, la escala asignada es de 1 al 5, se ha tomado el siguiente criterio: a partir de una media 3.5 se puede considerar que la calificación corresponde a los más altos. Por lo tanto, se puede concluir que los alumnos consideran de gran utilidad la herramienta utilizada en el desarrollo del tema de la derivada, refiriéndose a la aplicación y recursos utilizados para la misma, así como, lo relacionado al tema en cuestión.

Estadísticos								
		La herramienta facilita la comprensión de los conceptos	Es de fácil manejo	La página web mostrada es amigable e interactiva	El tema es correctamente planteado	El desarrollo es concreto y bien trabajado	Las actividades a desarrollar cumplen con los conceptos	Los conceptos han reforzado lo dado en clase
N	Válidos	136	136	136	136	136	136	136
	Perdidos	0	0	0	0	0	0	0
Media		3,63	4,07	3,62	3,88	3,88	4,05	3,77

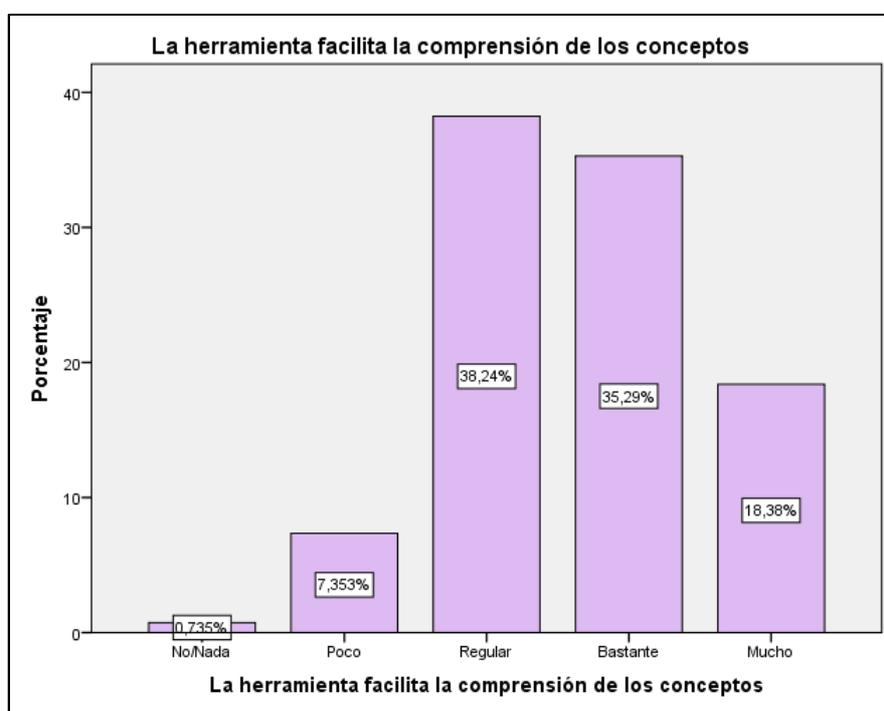
**Tabla 10. Resultados estadísticos de las encuestas: media de cada una de las variables**

Se detallará cada uno de los resultados referidos a cada una de las preguntas formuladas:

El 53,2% (Fig. 11. Escena realizada en Descartes 4, Gráfico 21) considera que la herramienta sí facilita la comprensión de los conceptos en alto grado, es decir aquellos que han dado una calificación de bastante y mucho.

La herramienta facilita la comprensión de los conceptos					
		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	No/Nada	1	,7	,7	,7
	Poco	10	7,4	7,4	8,1
	Regular	52	38,2	38,2	46,3
	Bastante	48	35,3	<b>35,3</b>	81,6
	Mucho	25	18,4	<b>18,4</b>	100,0
	Total	136	100,0	100,0	

*Tabla 11. Resultados de la pregunta 1 respecto a los recursos y herramientas usadas*

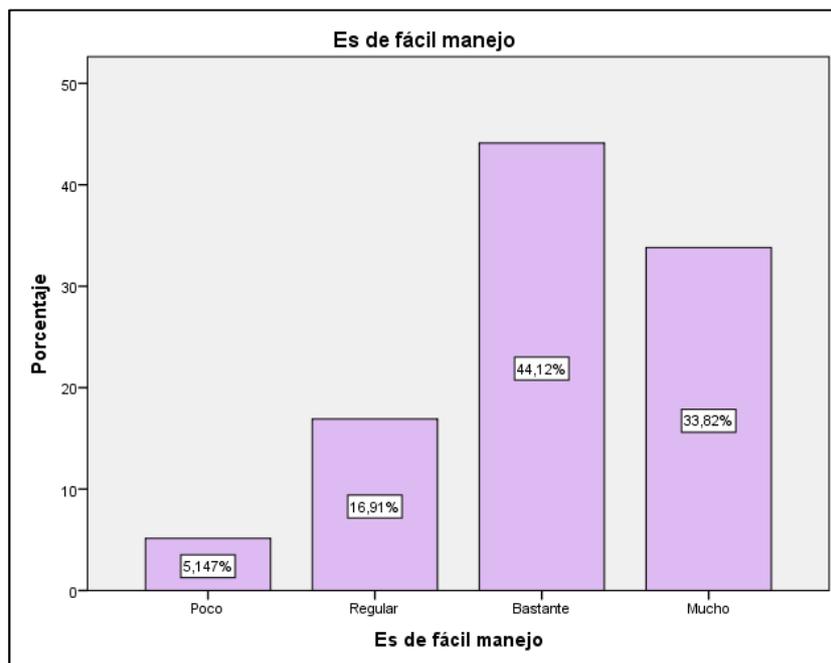


*Gráfico 21. Diagrama de Barras: pregunta 1 respecto a los recursos y herramientas usadas*

El 77,9% (Tabla 12, Gráfico 22) considera que es de fácil manejo, lo cual demuestra que los alumnos, en su mayoría, no presentan dificultades en la manipulación de la tecnología, del computador y su acceso a páginas web.

		Es de fácil manejo			
		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	Poco	7	5,1	5,1	5,1
	Regular	23	16,9	16,9	22,1
	Bastante	60	<b>44,1</b>	44,1	66,2
	Mucho	46	<b>33,8</b>	33,8	100,0
	Total	136	100,0	100,0	

*Tabla 12. Resultados de la pregunta 2 respecto a los recursos y herramientas usadas*



*Gráfico 22. Diagrama de Barras: pregunta 2 respecto a los recursos y herramientas usadas*

La pregunta 3 corresponde a la apreciación acerca de la página web incluida, básicamente para determinar si influye y el alumno considera un punto importante dentro del aprendizaje, con lo cual se ha obtenido que 58,9 % considera que es una página web amigable (Tabla 13, Gráfico 23), concluyendo que se podría mejorar aún más para aplicaciones futuras.

La página web mostrada es amigable e interactiva					
		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	No/Nada	1	,7	,7	,7
	Poco	10	7,4	7,4	8,1
	Regular	45	33,1	33,1	41,2
	Bastante	64	<b>47,1</b>	47,1	88,2
	Mucho	16	<b>11,8</b>	11,8	100,0
	Total	136	100,0	100,0	

**Tabla 13. Resultados de la pregunta 3 respecto a los recursos y herramientas usadas**



*Gráfico 23. Diagrama de Barras: pregunta 3 respecto a los recursos y herramientas usadas*

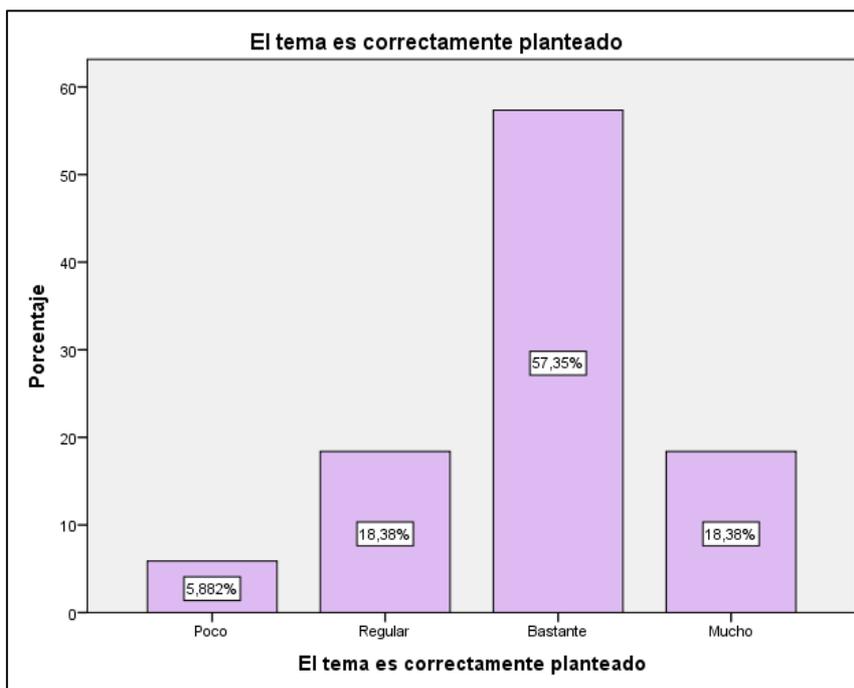
Se hace un análisis similar al anterior cuando se estudian los resultados de las preguntas referidas al tema desarrollado. Este tipo de preguntas dicen mucho al docente acerca de la coherencia y correcto desarrollo del tema, puesto que, los temas deberían ser abordados de la misma forma como se han estado haciendo con el método tradicional. Los resultados que indican las tablas y gráficos que se muestran a continuación son los siguientes:

- 75,8 % considera que el tema es correctamente planteado (Tabla 14, Gráfico 24).
- 69,2 % considera que el desarrollo es concreto y bien trabajado (Tabla 15, Gráfico 25).
- 81,6 % considera que las actividades a desarrollar cumplen con los conceptos (Tabla 16, Gráfico 26).
- 66,2 % considera que los conceptos han reforzado lo dado en clase (Tabla 17, Gráfico 27).

Teniendo en cuentas estas cifras, se puede determinar que los alumnos consideran que las actividades van de acuerdo al tema, corroborando lo que se especifica líneas arriba acerca de la relación directa entre ejercicios y clases, reforzando con las guías pedagógicas.

El tema es correctamente planteado					
		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	Poco	8	5,9	5,9	5,9
	Regular	25	18,4	18,4	24,3
	Bastante	78	<b>57,4</b>	57,4	81,6
	Mucho	25	<b>18,4</b>	18,4	100,0
	Total	136	100,0	100,0	

*Tabla 14. Resultados de la pregunta 1 respecto al tema realizado*



*Gráfico 24. Diagrama de Barras: pregunta 1 respecto al tema realizado*

El desarrollo es concreto y bien trabajado					
		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	No/Nada	1	,7	,7	,7
	Poco	3	2,2	2,2	2,9
	Regular	38	27,9	27,9	30,9
	Bastante	64	<b>47,1</b>	47,1	77,9
	Mucho	30	<b>22,1</b>	22,1	100,0
	Total	136	100,0	100,0	

*Tabla 15. Resultados de la pregunta 2 respecto al tema realizado*



*Gráfico 25. Diagrama de Barras: pregunta 2 respecto al tema realizado*

Las actividades a desarrollar cumplen con los conceptos					
		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	Poco	2	1,5	1,5	1,5
	Regular	23	16,9	16,9	18,4
	Bastante	77	<b>56,6</b>	56,6	75,0
	Mucho	34	<b>25,0</b>	25,0	100,0
	Total	136	100,0	100,0	

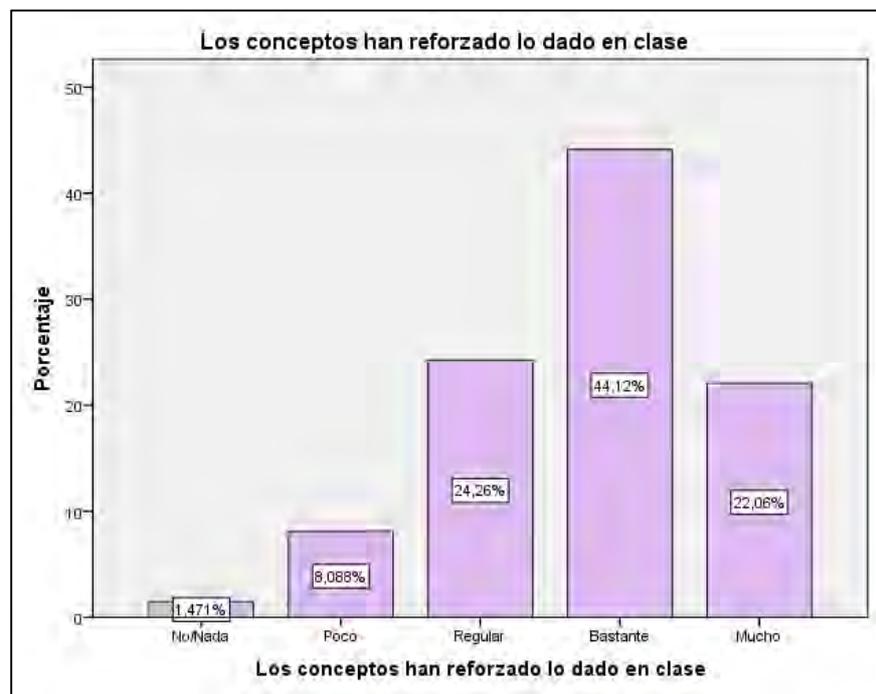
*Tabla 16. Resultados de la pregunta 3 respecto al tema realizado*



*Gráfico 26. Diagrama de Barras: pregunta 3 respecto al tema realizado*

Los conceptos han reforzado lo dado en clase		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	No/Nada	2	1,5	1,5	1,5
	Poco	11	8,1	8,1	9,6
	Regular	33	24,3	24,3	33,8
	Bastante	60	<b>44,1</b>	44,1	77,9
	Mucho	30	<b>22,1</b>	22,1	100,0
	Total	136	100,0	100,0	

*Tabla 17. Resultados de la pregunta 4 respecto al tema realizado*



*Gráfico 27. Diagrama de Barras: pregunta 4 respecto al tema realizado*

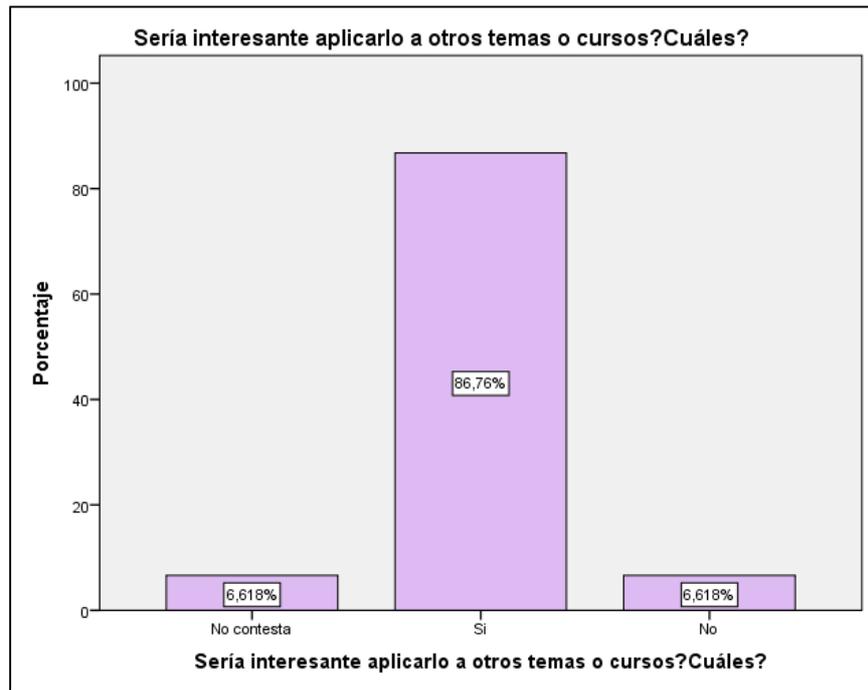
Después de analizar las preguntas cerradas, será necesario tener en cuenta las preguntas abiertas, que como se ha indicado líneas arriba, se ha tratado de englobar la información brindada por el alumno en

respuestas específicas y con ello realizar el análisis correspondiente. Las respuestas a este tipo de preguntas han sido las siguientes:

- El 86,8 % considera que sería de gran utilidad aplicarlo en otros temas de la asignatura (Tabla 18, Gráfico 28).
- El 82,4 % considera que las guías desarrolladas permitieron comprender lo visto en Descartes (Tabla 19, Gráfico 29).
- El 34,6 % considera que le ayudaron a graficar (tema abordado con mucho énfasis, sobre todo la parte interpretativa); 33,8 % a la comprensión y desarrollo de ejercicios y 15,4 % a entender el tema de rectas y derivadas (referido al cálculo de la derivada como tal) (Tabla 20, Gráfico 30).
- El 58,8 % ha entendido, con la aplicación, los conceptos de rectas y pendientes y el 27,2 % los conceptos de derivadas e integrales aunque este último no ha sido abordado en clase pero tiene relación directa con el anterior (Tabla 21, Gráfico 31).
- El 17,6 % considera que le ha sido de ayuda y el 26,5 considera lo contrario (respecto a los alumnos que cursan la asignatura por segunda o tercera vez) (Tabla 22, Gráfico 32).
- El 58,1 % no da respuesta y el 14,7 % sugiere que se debe aplicar con mayor profundidad (Tabla 23, Gráfico 33).

¿Sería interesante aplicarlo a otros temas o cursos? ¿Cuáles?					
		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	No contesta	9	6,6	6,6	6,6
	Si	118	<b>86,8</b>	86,8	93,4
	No	9	6,6	6,6	100,0
	Total	136	100,0	100,0	

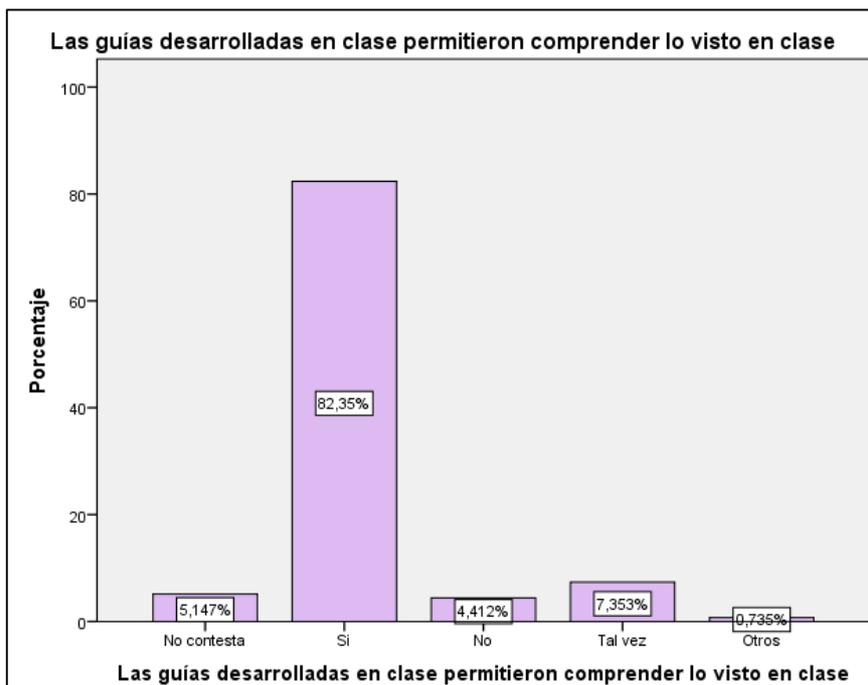
*Tabla 18. Resultados de la pregunta abierta 1*



**Gráfico 28. Diagrama de Barras: pregunta abierta 1**

Las guías desarrolladas en clase permitieron comprender lo visto en clase					
		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	No contesta	7	5,1	5,1	5,1
	Si	112	<b>82,4</b>	82,4	87,5
	No	6	4,4	4,4	91,9
	Tal vez	10	7,4	7,4	99,3
	Otros	1	,7	,7	100,0
	Total	136	100,0	100,0	

**Tabla 19. Resultados de la pregunta abierta 2**



**Gráfico 29. Diagrama de Barras: pregunta abierta 2**

¿En qué le ayudaron las simulaciones mostradas?					
		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	No contesta	4	2,9	2,9	2,9
	Graficar	47	<b>34,6</b>	34,6	37,5
	Comprensión y desarrollo de ejercicios	46	<b>33,8</b>	33,8	71,3
	Rectas, Derivada	21	<b>15,4</b>	15,4	86,8
	Otros	16	11,8	11,8	98,5
	No ayudaron	2	1,5	1,5	100,0
	Total	136	100,0	100,0	

**Tabla 20. Resultados de la pregunta abierta 3**



**Gráfico 30. Diagrama de Barras: pregunta abierta 3**

Qué conceptos ha entendido correctamente?					
		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	No contesta	4	2,9	2,9	2,9
	Rectas, pendientes	80	<b>58,8</b>	58,8	61,8
	Derivadas, Integrales	37	<b>27,2</b>	27,2	89,0
	Límites	2	1,5	1,5	90,4
	Otros	10	7,4	7,4	97,8
	No mucho	2	1,5	1,5	99,3
	Nada	1	,7	,7	100,0
	Total	136	100,0	100,0	

**Tabla 21. Resultados de la pregunta abierta 4**

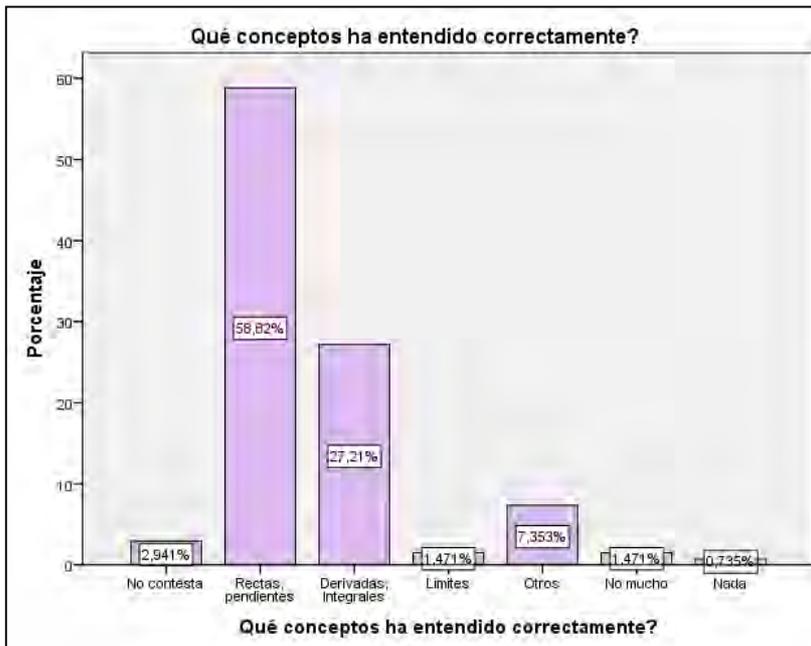
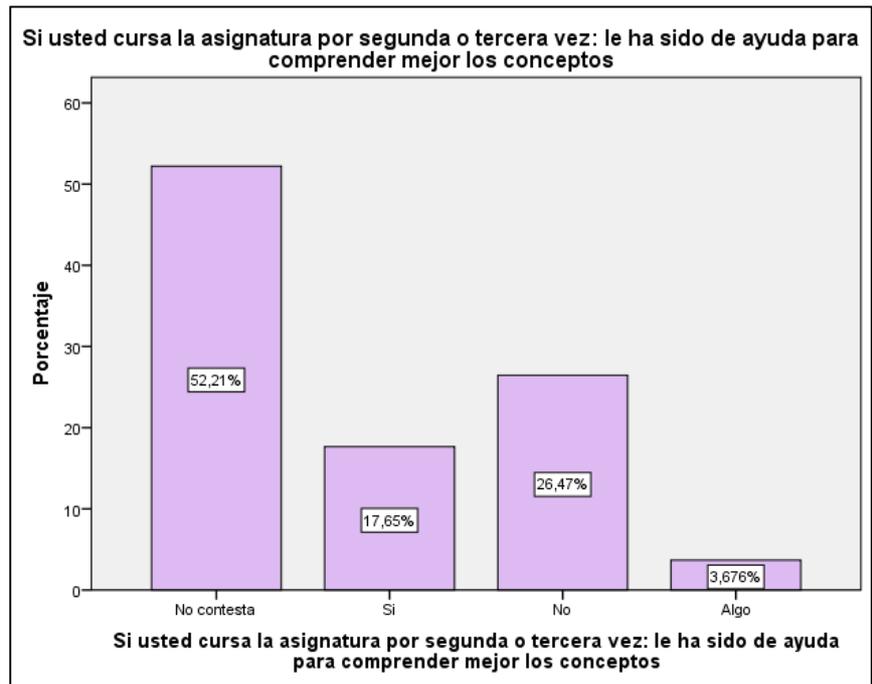


Gráfico 31. Diagrama de Barras: pregunta abierta 4

Si usted cursa la asignatura por segunda o tercera vez: le ha sido de ayuda para comprender mejor los conceptos					
		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	No contesta	71	<b>52,2</b>	52,2	52,2
	Si	24	<b>17,6</b>	17,6	69,9
	No	36	<b>26,5</b>	26,5	96,3
	Algo	5	3,7	3,7	100,0
	Total	136	100,0	100,0	

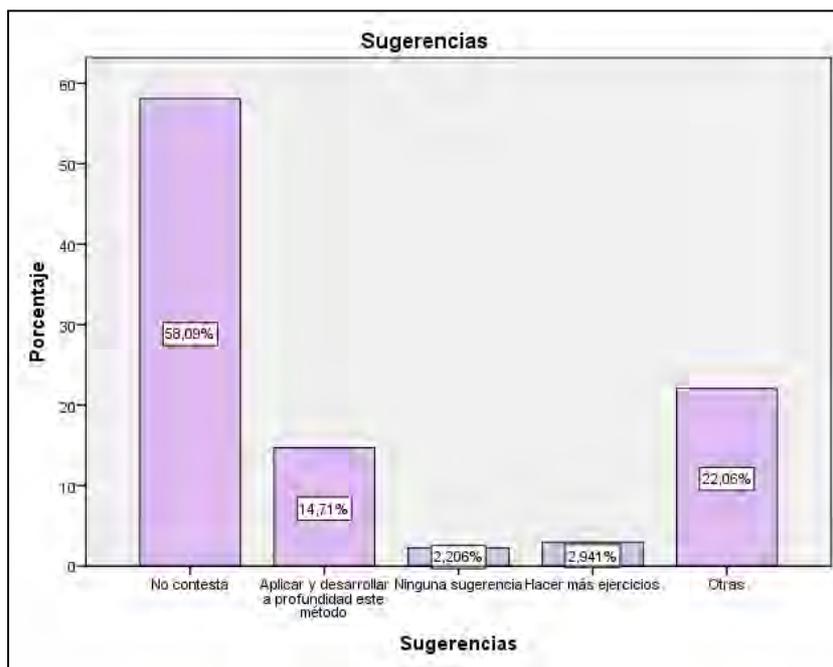
Tabla 22. Resultados de la pregunta abierta 5



**Gráfico 32. Diagrama de Barras: pregunta abierta 5**

Sugerencias					
		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	No contesta	79	<b>58,1</b>	58,1	58,1
	Aplicar y desarrollar a profundidad este método	20	<b>14,7</b>	14,7	72,8
	Ninguna sugerencia	3	2,2	2,2	75,0
	Hacer más ejercicios	4	2,9	2,9	77,9
	Otras	30	22,1	22,1	100,0
	Total	136	100,0	100,0	

**Tabla 23. Resultados de la pregunta abierta 6**



**Gráfico 33. Diagrama de Barras: pregunta abierta 6**

Por lo tanto, teniendo en cuenta los resultados estadísticos se puede concluir, en forma general, que podría ser una herramienta de utilidad no sólo para el tema de la derivada, sino también para otros temas de la asignatura. Asimismo, consideran la buena estructura de las guías pedagógicas y el desarrollo de ejercicios.

En cuanto al aprendizaje, el alumno considera que le ayudaron a comprender temas que esta investigación plantea refiriéndonos a la comprensión gráfica y a la comprensión de ejercicios.

## **CAPÍTULO V.**

### **DISCUSIÓN DE RESULTADOS**

Este capítulo trata fundamentalmente de dar los resultados de la investigación, que se han obtenido con las diversas herramientas utilizadas, básicamente la elaboración y aplicación de los applets realizados en el proyecto Descartes.

Teniendo en cuenta que es la primera vez que se hace una investigación de esta naturaleza en la Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales, los resultados obtenidos, durante y después del proceso de aplicación y evaluación del Proyecto Descartes para el aprendizaje de la Derivada, tienen un carácter informativo. Abordaré algunos resultados referentes a la prueba escrita y la encuesta, instrumentos de los cuales se ha obtenido la mayor parte de la información que permitiría el análisis respectivo. Se había indicado, en apartados anteriores, que las preguntas que formaron parte de la evaluación escrita fueron clasificadas de acuerdo al tipo de conocimiento requerido para dar respuesta a las mismas. Dicha clasificación se corresponde con la prioridad de esta investigación: determinar si se adquiere el *conocimiento nuevo*, es decir, aquel que forma parte propiamente de la asignatura de Matemática 2. No obstante, la asignatura obliga a poseer ciertos conocimientos que no sólo

implica el entendimiento de la derivada, sino también, todo el análisis realizado durante el semestre anterior, siendo la razón por la cual se consideró el dominio de los *conocimientos* clasificados como *previos*, dentro de la clasificación del tipo de conocimiento adquirido. Asimismo, la tercera clasificación estuvo referida a un tipo de conocimiento que tiene parte de conocimiento previo y parte de conocimiento nuevo, puesto que lo que se pone en discusión es la capacidad de identificar y relacionar los conocimientos a través de un desarrollo gráfico-analítico; esta última clasificación se denominó *reconocimiento*.

La interpretación gráfica de la derivada ha sido siempre uno de los principales problemas de los alumnos y su estudio se realiza al inicio de la asignatura. La experiencia indica que todo lo relacionado a la interpretación gráfica les es más complicado de interiorizar que aquello que calculan para obtener resultados numéricos. La intención de la elaboración de los applets ha sido facilitar al alumno la observación de los gráficos, puesto que, a diferencia de lo observado con el método tradicional en clase, éstos tienen movimiento permitiendo la manipulación por parte del mismo. Al observar, el alumno relaciona el concepto con el gráfico y su tarea ahora es más interpretativa. Durante el desarrollo de las clases con las aplicaciones construidas en el proyecto Descartes, se ha tratado de explicar detalladamente la interpretación geométrica de la derivada.

El desarrollo del tema de la interpretación geométrica de la derivada se inicia con el estudio y análisis de la recta secante, para lo cual a su vez, se aborda el concepto de pendiente y la interpretación de la misma, entendiendo ésta como la razón de cambio promedio. Los resultados demuestran que es mucho más sencillo aprender el cálculo de la pendiente de la recta secante, la cual se obtiene a través de la identificación gráfica de datos y el posterior cálculo, que lo concerniente a su interpretación, es decir, a la interpretación gráfica de acuerdo al contexto que engloba la situación particular de la evaluación. Esto se puede notar también durante el desarrollo de la clase, y la experiencia indica que verdaderamente es lo que suele suceder.

Las preguntas que están relacionadas al reconocimiento, han dado resultados extraordinarios, puesto que, casi en su totalidad han respondido correctamente a estas preguntas, lo cual indica que el alumno ha entendido la utilidad de los conocimientos previos en la recepción del

conocimiento nuevo, y al tratarlo con los applets en la clase pudo relacionar aún más el concepto e interiorizarlo de manera significativa.

En cuanto al desarrollo total que se efectúa para hallar finalmente la pendiente de la recta tangente, que es el tema materia de esta investigación y que constituye la parte inicial de la asignatura, los resultados nos indican que el alumno ha entendido muy bien el procedimiento. Cabe resaltar que todo esto, es una combinación de muchos conocimientos adquiridos en la asignatura anterior y la interpretación gráfica que el alumno ha logrado visualizar con la nueva herramienta usada en clase, refiriéndome a la aplicación en el proyecto Descartes.

Se consideró importante hacer un análisis respecto a otras variables, tales como, el grupo al cual un alumno fue asignado y su estado en la asignatura, es decir, si el alumno está cursando la asignatura por primera vez o si en algún semestre anterior la cursó y la desaprobó. Después de realizar el análisis se puede concluir que el grupo no tiene mayor importancia, puesto que, la cantidad de alumnos que han respondido correctamente las diversas preguntas es proporcional en los diferentes grupos. En cuanto al estado en la asignatura, esta variable dio por resultado que influye de manera importante sobre la adquisición del conocimiento nuevo, lo cual corrobora lo experimentado en los últimos años: que los alumnos presentan gran dificultad para adquirir conocimientos donde el análisis principal es el gráfico-analítico. Es importante considerar que la asignatura de Matemática 2, aborda de manera significativa la interpretación, en esta asignatura no sólo se interpreta cada resultado operativo obtenido, sino que además, estos datos interpretativos, tienen que estar íntimamente relacionados al ámbito empresarial.

Los resultados de la evaluación escrita que se han analizado en líneas anteriores, se han enfocado básicamente a los conocimientos impartidos en la asignatura y que el alumno tiene que adquirir durante la primera semana de clases. Esta evaluación ha tenido la intención de mostrar el panorama completo de la investigación, referida a la dificultad para entender la interpretación geométrica de la derivada como el tema principal y que constituye un porcentaje muy alto del desarrollo de la asignatura. Se puede afirmar que la problemática existe y que la

herramienta aplicada durante el desarrollo de esta investigación ha permitido mejorar muchos aspectos, tales como, la percepción del alumno frente a la dificultad de la asignatura, así como, disminuir el temor a iniciar una asignatura cuyos antecedentes no son precisamente los mejores, puesto que, el alumno ha manifestado su seguridad y reconoce aquello que el docente coloca a su disposición para ayudarlo a aprender sin temor alguno.

Otro instrumento que ha arrojado datos de interés es la encuesta. Este instrumento tiene un objetivo distinto al de la prueba escrita, puesto que, no sólo la investigación está enfocada en la recepción de conocimientos teóricos de la asignatura, sino además, en la posición del alumno frente a las novedades en cuanto a la metodología y a la tecnología empleada por el docente, siendo esta tecnología lo concerniente al proyecto Descartes.

La aplicación de la encuesta se dio al finalizar las clases impartidas con los applets elaborados en el proyecto Descartes, los resultados son bastante alentadores, puesto que se han obtenido percepciones del alumno no sólo frente a las herramientas usadas, sino también frente a la forma en que ha sido aplicada: a la correlación de los temas, al orden en el desarrollo de los mismos y al material entregado. Por lo tanto, la encuesta no sólo trata de explicar la comodidad del alumno frente a lo experimentado respecto a los applets, sino además, lo relacionado a todo el desarrollo de la clase.

La encuesta está constituida por tres bloques de preguntas: el primer bloque referido a los recursos y las herramientas usadas, en este caso, a los applets elaborados en el proyecto Descartes, cuyos resultados demuestran que el alumno considera a los recursos utilizados como útiles y fácilmente manejables. Lo anterior confirma la apreciación observada durante las clases, pues los alumnos manifestaron su gran interés y buena postura frente a la tecnología. Asimismo, el segundo bloque que está referido al desarrollo del tema de la derivada, ha sido aún mejor calificado ya que los alumnos han manifestado su conformidad respecto a la forma en que se ha llevado a cabo el tema, calificando a su vez, el material entregado (guías pedagógicas), el desarrollo de ejercicios con los applets y su interpretación; y el manejo de conceptos. Por lo tanto, se puede afirmar que existe una buena percepción del alumno frente a la metodología adoptada por el docente. El tercer bloque de preguntas son

preguntas abiertas, cuya intención fue recibir información adicional del alumno que pudiera dar una visualización completa de lo realizado con el proyecto Descartes. En su mayoría los alumnos dieron a conocer su buena percepción de las herramientas, al considerar que podría ser aplicable a otras asignaturas. Asimismo, calificaron el material entregado, esto es, las guías pedagógicas, como de gran utilidad y que permitieron la comprensión de aquellos conceptos en los que suelen presentarse dificultades para su completo entendimiento.

No se puede dejar de lado, que aunque no se han realizado entrevistas con los alumnos, ellos sí manifestaron sus opiniones respecto a todas las actividades desarrolladas durante la realización del tema de la derivada, y es importante resaltar, que en su mayoría han sido positivas: aprobaron con buen ánimo las actividades, señalaron que la experiencia había sido buena y que tenían interés en continuar con el estudio de otros temas, de la misma forma.

Todos los resultados mostrados han permitido determinar y concluir que las aplicaciones en el proyecto Descartes son una buena alternativa, cuya utilización continua en diversos temas del syllabus de la asignatura de Matemática 2, podría mejorar significativamente el aprendizaje de algunos conceptos, la percepción y postura de los alumnos frente a la asignatura y sobre todo, lograr un mayor interés en el curso desarrollado; aún cuando el tiempo y el aforo de los centros de cómputo plantean limitaciones para la incorporación de herramientas TIC en la tarea docente.



## CONCLUSIONES

Esta investigación ha sido realizada con la finalidad de contemplar, en un futuro cercano, la posibilidad de utilizar en el dictado de la asignatura de Matemática 2, las tecnologías que cada vez se insertan más en el campo educativo. Entre las TIC empleadas podemos mencionar: proyecto Descartes, applets y páginas web. Los resultados mencionados en páginas anteriores, permiten dar conclusiones acertadas acerca de la información que de esta investigación se ha obtenido, tales como:

1. El uso del proyecto Descartes ha permitido crear applets posibilitando con ellos el desarrollo de las sesiones de enseñanza-aprendizaje en el orden establecido, de acuerdo a la programación semestral de las clases. Este proyecto resulta ser una buena alternativa para construir aplicaciones de temas mucho más complejos y adecuados a la enseñanza superior universitaria..
2. Enfocándome en el objetivo principal de esta investigación, referido al aprendizaje de la derivada como tema inicial y trabajado en casi la totalidad de la asignatura de Matemática 2, se ha tratado de mejorar el aprendizaje de dicho concepto abarcando, retomando y reforzando cada uno de los conceptos previos que involucra, tales como: funciones, pendientes, rectas,

ecuaciones de secciones cónicas y límites. En consecuencia, esto ha permitido que el alumno inicie la interiorización del nuevo concepto de manera más rápida y significativa.

3. Dado que la derivada es un concepto que implica una profunda capacidad de análisis e interpretación, los alumnos la consideran un tema complejo. Sin embargo, al abordar el tema con el proyecto Descartes, se ha hecho posible que el alumno visualice y relacione de manera directa el concepto de derivada con su aplicación. En esto ha contribuido proponer ejercicios enfocados no solo en la parte operativa, sino también relacionados con problemas cotidianos, ya que así el alumno comprende la utilidad y la razón por la cual se estudia dicho concepto.
4. La interpretación gráfica constituye el principal aspecto a tratar en el tema de la derivada, puesto que su concepto e interpretación están relacionados íntimamente con los gráficos. El alumno ha logrado entender la importancia de las gráficas, sobre todo porque las ha podido ver en movimiento. El manipular la gráfica, cambiar valores y obtener resultados ha permitido que el alumno se enfoque en el tema y la clase se desarrolle con una total atención.
5. La evaluación rendida por los alumnos permitió determinar la utilidad de la herramienta para asegurar su aprendizaje, sobre todo del cálculo de la derivada, entendida como la pendiente de la recta tangente. Esta afirmación es posible dado que la pregunta relacionada con lo expuesto ha sido en un 69,18% contestada correctamente. Posteriormente, en los ejercicios desarrollados en la pizarra (en las clases contiguas) el alumno expresa y demuestra que ha quedado claro el conocimiento al calcular la derivada, trazar gráficas e interpretar funciones contextualizadas empresarialmente.
6. La realización de ejercicios con contexto empresarial es aún más estimulante para los alumnos, dado que aprecian la utilidad de la derivada y su aplicación en el campo en el

cual han decidido formarse en los próximos cinco años de su carrera profesional. Es por ello que tanto los applets como la evaluación contemplan este tipo de ejercicios con la finalidad de que el alumno se dé cuenta del valor funcional de los temas que estudia.

7. Se puede afirmar que el uso de applets ha permitido que el alumno interiorice perfectamente el cálculo de la derivada y su interpretación geométrica. Asimismo, la aclaración de conceptos ha asegurado el aprendizaje de la parte gráfica realizada en el resto de la asignatura. Esto se pudo comprobar durante las sesiones posteriores de clases y la continuación de los temas, teniendo en cuenta que en su mayoría se trabaja con un análisis gráfico para el desarrollo de ejercicios que involucran situaciones de tipo empresarial. Cabe resaltar que el objetivo de la asignatura es la interpretación de problemas de este ámbito empresarial, (ingresos, costos, utilidades, oferta, demanda, entre otros).
8. La relación entre derivada y límite fue otro de los temas que se trató y se enfocó repetidamente. El alumno siempre ha presentado problemas para comprender cómo del concepto de límite se llega al concepto de derivada. También se ha observado dificultades en los conceptos de incremento, variación en  $x$ , etc. Estas limitaciones han sido superadas al observar la utilización de esos conceptos en los applets y al notar los cambios que estas variables (incremento, variaciones en  $x$ ) iban tomando. Una muestra de dicha superación es que los alumnos lograron expresar por escrito el cálculo de la derivada y el límite que implicaba de manera correcta y rápida.
9. Los alumnos han demostrado buena disposición a la herramienta utilizada en clase, siguiendo el orden de desarrollo de la misma y tomando en cuenta el material entregado, es decir, las guías pedagógicas que han permitido que el alumno desarrolle la clase de la mano del docente, siguiendo la secuencia y el orden propuesto para cada una de ellas.

10. Los alumnos manifestaron su buena percepción frente a las nuevas alternativas de enseñanza-aprendizaje, como son las simulaciones construidas en Descartes, las guías pedagógicas y la nueva metodología didáctica del curso. Esto se evidenció en sus afirmaciones en clase: qué interesante, ahora sí veo la curva, todos los temas deberían ser tratados así, etc.
11. Dados los resultados obtenidos, y a pesar de que es la primera vez que se utiliza formalmente la aplicación en el desarrollo de la asignatura, podría considerarse una buena alternativa para promover aprendizajes significativos, especialmente de contenidos del curso que el estudio califica como complejos.
12. Los resultados obtenidos durante la recogida de la información y el contacto directo con los alumnos de la asignatura, permiten asegurar que todo lo aplicado durante la primera semana de clases, para abordar el tema de la derivada, contribuye de manera significativa al aprendizaje de los alumnos, puesto que, aumentó el tipo de análisis gráfico y su interpretación en los diversos temas desarrollados durante el semestre.
13. La experiencia ha sido bastante enriquecedora no solo para los alumnos, de acuerdo a como lo manifestaron, sino, sobre todo para la docente, que ha logrado un aprendizaje bastante amplio en el uso, del software aplicado al campo educativo. Es necesario considerar que a lo largo de estos años, se ha intentado aprender diversas herramientas que permitan un mejor aprendizaje de los alumnos, es así que se consideró el proyecto Descartes como un recurso potencial para favorecer el aprendizaje significativo. Esto permitirá a la docente, además, seguir en la misma línea de investigación para mejorar los procesos de enseñanza-aprendizaje y, en consecuencia, lograr mejores resultados en la enseñanza universitaria. .

14. La docente ha podido recoger información de los alumnos, como su apreciación acerca de la asignatura, los temas desarrollados, la forma de enseñanza, la dificultad de los ejercicios a desarrollar, la predisposición negativa frente a Matemática 2, lo cual evidencia la necesidad de plantear mejoras en el desarrollo de las clases y en el planteamiento práctico de los cursos.
15. De modo general, se puede afirmar que la investigación educativa es la mejor manera de mejorar la práctica docente. Mediante ella es posible abordar los problemas que surgen en las materias de enseñanza y hacer frente a las dificultades y limitaciones que puedan surgir, siempre con la mirada puesta en la mejora del aprendizaje de los alumnos, objetivo que ha sido una constante en mis años de experiencia docente.



## BIBLIOGRAFÍA

- Alvarado, L., & Agurto, H. (2009). *Estadística para Admnsitración y Economía con aplicaciones en Excel*. Lima: San Marcos E.I.R.L.
- Apostol, T. (1986). *Calculus. Cálculo con funciones de una variable, con una introducción al álgebra lineal*. España: Reverté, S.A.
- Arnal, J., Del Rincón, D., & Latorre, A. (1994). *Investigación educativa Fundamentos y metodología*. Barcelona: Labor, S.A. Escolles Pies, 103.
- Blanco, L., & Contreras, L. (2002). *Un modelo formativo de maestros de primaria en el área de matemáticas en el ámbito de la geometría*. Cáceres: Servicio de Publicaciones de la Universidad de Extremadura.
- Carneiro , R., Toscano, J., & Díaz, T. (s/n). *Los desafíos de las TIC para el cambio educativo*. Madrid.
- Galván, D., Cienfuegos, D., Elizondo, I., Fabela, M., Rodríguez, A., & Romero, J. (2006). *Cálculo Diferencial para administración y ciencias sociales*. Mexico: Pearson Educación.
- Giroux, S., & Tremblay, G. (2002). *Metodología de las Ciencias Humanas*.
- Giroux, S., & Tremblay, G. (2004). *Metodología de las ciencias humanas. La investigación en acción*. México: Fondo de Cultura Económica.
- Jiménez, J. (s.f.). *Evaluación en matemáticas: una integración de perspectivas*. Madrid: Síntesis.

- Larson, R., Hostetler, R., & Edwards, B. (1995). *Cálculo y Geometría Analítica*. Madrid: McGraw Hill.
- Latorre, A., Del Rincón, D., & Arnal, J. (1996). *Bases metodológicas de la investigación educativa*. Barcelona: GR92.
- NCTM. (1992). *Estándares curriculares y de evaluación para la educación matemática*. Sevilla.: Sociedad Andaluza de Educación Matemática "THALES".
- Pedret, R., Sagnier, L., & Camp, F. (2002). *La investigación comercial como soporte del Marketing*. Bilbao: Editora El Comercio S.A.
- Purcell, E., Varberg, D., & Rigdon, S. (2001). *Cálculo*. Mexico: Pearson Educación.

## FUENTES ELECTRÓNICAS

Ministerio de Educación, Cultura y Deporte. Recuperado el 13 de febrero de 2013, de <http://recursostic.educacion.es/descartes/web/>

Ministerio de Educación, Cultura y Deporte. Presentación del proyecto Descartes. Recuperado el 15 de febrero de 2013, de [http://recursostic.educacion.es/descartes/web/presentacion/presentacion\\_web.html](http://recursostic.educacion.es/descartes/web/presentacion/presentacion_web.html)

Ministerio de Educación, Cultura y Deporte. Instalación de los materiales de Descartes. Recuperado el 16 de noviembre de 2013, de [http://recursostic.educacion.es/descartes/web/DescartesWeb2.0/instalacion\\_materiales.html](http://recursostic.educacion.es/descartes/web/DescartesWeb2.0/instalacion_materiales.html)

Ministerio de Educación, Cultura y Deporte. Unidades didácticas. Recuperado el 10 de enero de 2013, de [http://recursostic.educacion.es/descartes/web/indice\\_ud.php](http://recursostic.educacion.es/descartes/web/indice_ud.php)

Ministerio de Educación, Cultura y Deporte. Características del nippe Descartes. Recuperado el 05 de enero de 2013, de <http://recursostic.educacion.es/descartes/web/presentacion/nippe.html>

Ministerio de Educación, Cultura y Deporte. Plan de experimentación Descartes en el aula. Recuperado el 08 de enero de 2013, de [http://recursostic.educacion.es/descartes/web/presentacion/descartes\\_aula\\_web.html](http://recursostic.educacion.es/descartes/web/presentacion/descartes_aula_web.html)

Ministerio de Educación, Cultura y Deporte. Miscelánea. Recuperado el 08 de enero de 2013, de [http://recursostic.educacion.es/descartes/web/indice\\_miscelanea.php](http://recursostic.educacion.es/descartes/web/indice_miscelanea.php)

## **ANEXOS**

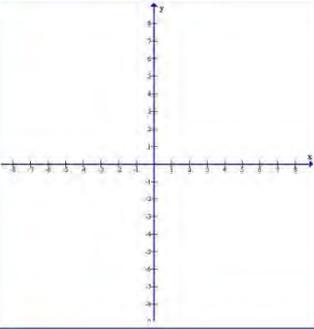
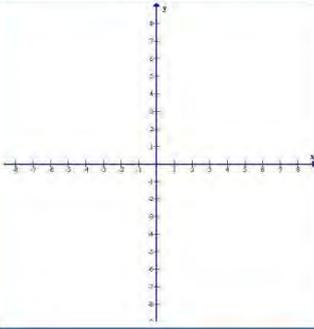
## ANEXO 1: Guías Pedagógicas

### Guía Pedagógica 1: Conocimientos previos

Nombres y apellidos: \_\_\_\_\_

- **Pendiente de una recta:**

Complete las tablas que se dan y responda a las preguntas que se formulan:

$y = x - 1$	$y = -2x + 1$
	
$m = \underline{\hspace{2cm}}$	$m = \underline{\hspace{2cm}}$

¿Qué entiende por pendiente? \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Dada la fórmula  $y = -3 - 2x$ , indique cinco puntos que pertenezcan a la recta: \_\_\_\_\_,

\_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_.

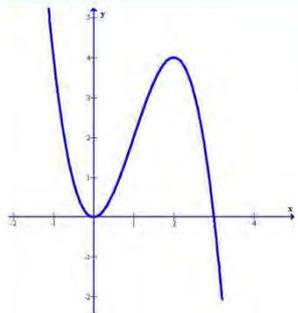
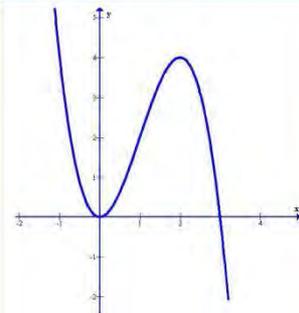
¿Cuántos puntos son suficientes para representar una recta? \_\_\_\_\_.

**Pendiente de una curva en un punto:**

¿Una curva tiene pendiente? \_\_\_\_\_

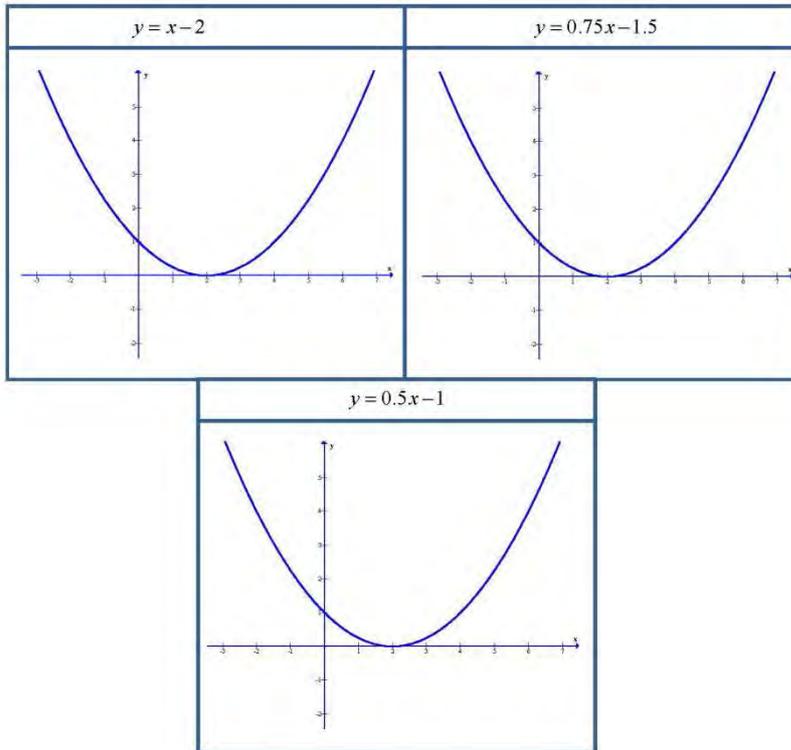
Completar las tablas y responder las preguntas que se formulan:

- En el primer caso, considera como una de las abscisas  $x = 3$ , y en el segundo caso  $x = -1$ .

$y = -9x + 27$	$y = -9x - 5$
	
$m = \underline{\hspace{2cm}}$	$m = \underline{\hspace{2cm}}$

¿Qué tipo de rectas son? \_\_\_\_\_

- Considerando como fija la abscisa  $x = 2$ . Completar las tablas en cada caso.

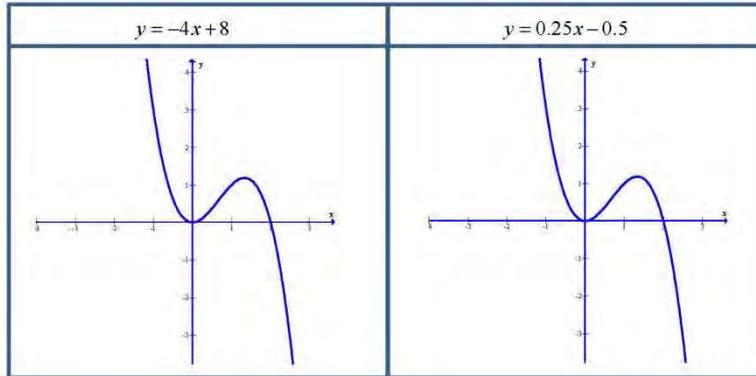


¿Qué sucede con las rectas en cada gráfica? \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

¿Qué tipo de rectas son? \_\_\_\_\_

- Considerando como fija la abscisa  $x = 2$ . Completar las tablas en cada caso.



¿Cuál es la abscisa en común que tienen ambas rectas? \_\_\_\_\_.

Complete los siguientes cuadros:

$$\begin{array}{c} m_1 \\ \swarrow \\ \square \end{array} \cdot \begin{array}{c} m_2 \\ \downarrow \\ \square \end{array} = \square$$

¿Qué tipo de rectas son? \_\_\_\_\_

**Guía Pedagógica 2: Actividades**



A trabajar

Nombres y apellidos: \_\_\_\_\_

• **Actividad 1:**

Encontrar las pendientes de las rectas tangentes a la curva  $y = -x^2 + 2x + 2$   
en los siguientes valores de  $x$ :  $-1, \frac{1}{2}, 2, 3$

Completa la tabla:

Abcisa	Ordenada	Par ordenado
$x = -1$		
$x = \frac{1}{2}$		
$x = 2$		
$x = 3$		

¿Quién es  $f(x)$ ? \_\_\_\_\_

¿Quién es  $f(x+h)$ ? \_\_\_\_\_

Complete el cálculo:

$$m_{tg} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} =$$

Completa la tabla:

Abscisa	Pendiente
$x = -1$	
$x = \frac{1}{2}$	
$x = 2$	
$x = 3$	

¿Es posible trazar una recta tangente en cada punto de la curva? \_\_\_\_\_

¿Las pendientes de estas rectas tangentes son iguales? \_\_\_\_\_

**Según lo mostrado en la simulación:**

¿Qué cree que sucede en  $x = 1$ ? ¿Porqué? \_\_\_\_\_

¿Qué características presenta la recta tangente en  $x = 0.5$  y  $x = 1.5$ ? \_\_\_\_\_

De una explicación de este suceso \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Guía Pedagógica 3: Actividades



A trabajar

Nombres y apellidos: \_\_\_\_\_

• Actividad 2:

Encontrar la pendiente de la recta tangente a la curva en cada uno de los puntos dentro del intervalo  $[-2,2]$

La función representada es una cuadrática  $y = x^2$ , completa la tabla:

Abscisa	Ordenada	Par ordenado
$x = -2$		
$x = -1$		
$x = 0$		
$x = 1$		
$x = 2$		

¿Quién es  $f(x)$ ? \_\_\_\_\_

¿Quién es  $f(x+h)$ ? \_\_\_\_\_

Complete el cálculo:

$$m_{tg} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} =$$

Completa la tabla:

Abscisa	Pendiente
$x = -2$	
$x = -1$	
$x = 0$	
$x = 1$	
$x = 2$	

Según lo mostrado en la simulación:

¿Es posible trazar una recta tangente en cada punto de la curva? \_\_\_\_\_

¿Las pendientes de estas rectas tangentes son iguales? \_\_\_\_\_

¿Qué sucede en  $x = 0$ ? ¿Porqué? \_\_\_\_\_

¿Qué se puede observar respecto a las rectas en el intervalo  $[-2, 0)$ ? \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

¿Qué se puede observar respecto a las rectas en el intervalo  $\langle 0, 2]$ ? \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

#### Guía Pedagógica 4: Actividades



A trabajar

Nombres y apellidos: \_\_\_\_\_

• **Actividad 4:**

El crecimiento en centímetros de una planta durante la primera semana de vida, viene dada por la función:  $y = 2^{x-4}$ , donde  $x$  representa los días.

**Según lo mostrado en la simulación:**

1. ¿Cuánto mide el día 4? \_\_\_\_\_
2. ¿Cuánto mide el día 7? \_\_\_\_\_
3. ¿Cuántos días han transcurrido del día 4 al día 7? \_\_\_\_\_
4. ¿Cuánto ha crecido del día 4 al día 7? \_\_\_\_\_
5. Calcular la pendiente de la recta secante que pasa por P y Q.  
¿Quién es P? \_\_\_\_\_  
¿Quién es Q? \_\_\_\_\_  
¿Quién es  $f(x)$ ? \_\_\_\_\_  
¿Quién es  $f(x+h)$ ? \_\_\_\_\_

$$m_{\text{sec}} = \frac{f(x+h) - f(x)}{h} =$$

¿Qué unidades tiene este resultado? \_\_\_\_\_

¿Cuál es la interpretación de este resultado? \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

6. Calcular la pendiente de la recta tangente en cualquier punto de la curva.

¿Quién es  $f(x)$ ? \_\_\_\_\_

¿Quién es  $f(x+h)$ ? \_\_\_\_\_

$$m_{tg} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} =$$

¿Cuál es la pendiente de la recta tangente en P? \_\_\_\_\_

Construir la recta tangente.

$$y - y_0 = m_{tg}(x - x_0)$$

¿Qué unidades tiene este resultado? \_\_\_\_\_

¿Cuál es la interpretación de este resultado? \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

## **ANEXO 2**

**Prueba Escrita: controles evaluados en el horario de clases**



CONTROL N° 1 - MATEMÁTICA 2

Sección	A
Fila	A

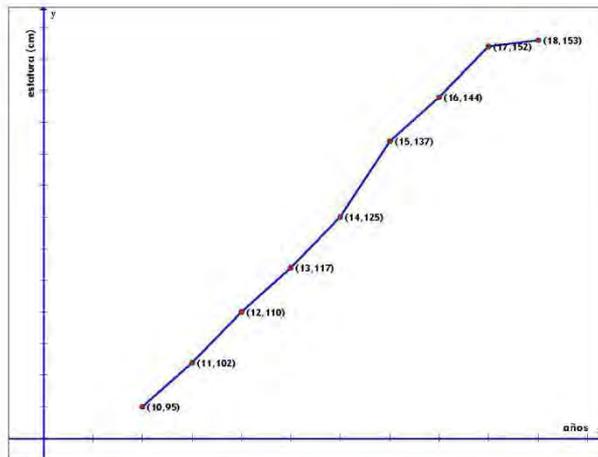
NOMBRE Y APELLIDOS \_\_\_\_\_ FECHA: 17/08/2012

FIRMA DEL PROFESOR O AYUDANTE	CALIFICACIÓN	RECTIFICACIÓN	FIRMA DEL PROFESOR

**Ejercicio 1:**

**(2 puntos)**

En una investigación que se realizó acerca de la relación entre los años de vida y la estatura de una persona, se encontraron los siguientes datos, donde  $x$  es el número de años y  $y$  representa en cm la estatura de una persona.



Encontrar la pendiente de la recta secante entre los 10 y 15 años, indique las unidades:

$$m_{\text{sec}} =$$

¿Cuál es la interpretación de este resultado? \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

**Ejercicio 2:**

**(3 puntos)**

Encontrar la ecuación de la recta tangente a la curva  $y = \frac{2}{x}$  en  $x = 2$

Abscisa	Ordenada	Par ordenado
$x = 2$		

¿Quién es  $f(x)$ ? \_\_\_\_\_

¿Quién es  $f(x+h)$ ? \_\_\_\_\_

Halle la pendiente de la recta tangente con la definición de límite:

$$m_{tg} =$$

Abscisa	Pendiente
$x = 2$	

Construya la ecuación de la recta:



CONTROL N° 1 - MATEMÁTICA 2

Sección	A
Fila	B

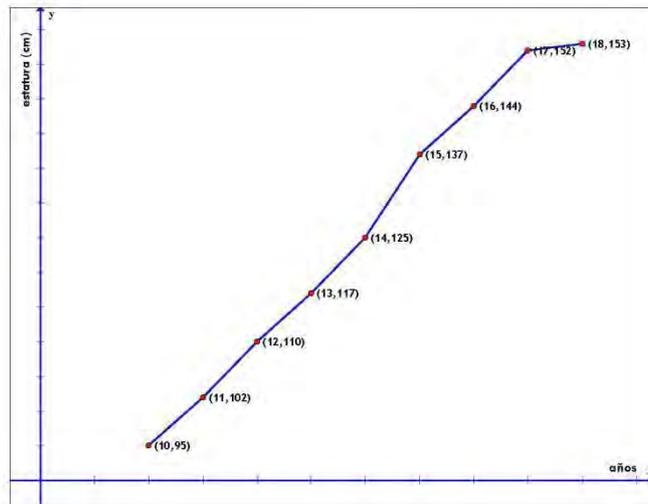
NOMBRE Y APELLIDOS \_\_\_\_\_ FECHA: 17/08/2012

FIRMA DEL PROFESOR O AYUDANTE	CALIFICACIÓN	RECTIFICACIÓN	FIRMA DEL PROFESOR

**Ejercicio 1:**

**(2 puntos)**

En una investigación que se realizó acerca de la relación entre los años de vida y la estatura de una persona, se encontraron los siguientes datos, donde  $x$  es el número de años y  $y$  representa en cm la estatura de una persona.



Encontrar la pendiente de la recta secante entre los 12 y 18 años, indique las unidades:

$$m_{\text{sec}} =$$

¿Cuál es la interpretación de este resultado? \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

**Ejercicio 2:**

**(3 puntos)**

Encontrar la ecuación de la recta tangente a la curva  $y = \frac{2}{x}$  en  $x = -1$

Abscisa	Ordenada	Par ordenado
$x = -1$		

¿Quién es  $f(x)$ ? \_\_\_\_\_

¿Quién es  $f(x+h)$ ? \_\_\_\_\_

Halle la pendiente de la recta tangente con la definición de límite:

$$m_{\text{tg}} =$$

Abscisa	Pendiente
$x = -1$	

Construya la ecuación de la recta:



CONTROL N° 1 - MATEMÁTICA 2

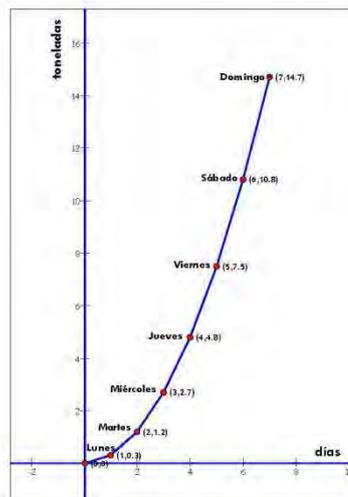
Sección	B
Fila	A

NOMBRE Y APELLIDOS \_\_\_\_\_ FECHA: 16/08/2012

FIRMA DEL PROFESOR O AYUDANTE	CALIFICACIÓN	RECTIFICACIÓN	FIRMA DEL PROFESOR

**Ejercicio 1:** (2 puntos)

En una investigación que se realizó para observar que cantidad de desperdicios en toneladas se tira al océano diariamente en ciertas playas de Acapulco (México), para un período vacacional de una semana se anotaron los siguientes datos:



Encontrar la pendiente de la recta secante entre los días jueves y sábado, indique las unidades:

$$m_{\text{sec}} =$$

¿Cuál es la interpretación de este resultado? \_\_\_\_\_

**Ejercicio 2:**

**(3 puntos)**

Encontrar la ecuación de la recta tangente a la curva  $y = \frac{x}{x-1}$  en  $x = 2$

Abscisa	Ordenada	Par ordenado
$x = 2$		

¿Quién es  $f(x)$ ? \_\_\_\_\_

¿Quién es  $f(x+h)$ ? \_\_\_\_\_

Halle la pendiente de la recta tangente con la definición de límite:

$$m_{tg} =$$

Abscisa	Pendiente
$x = 2$	

Construya la ecuación de la recta:



CONTROL N° 1 - MATEMÁTICA 2

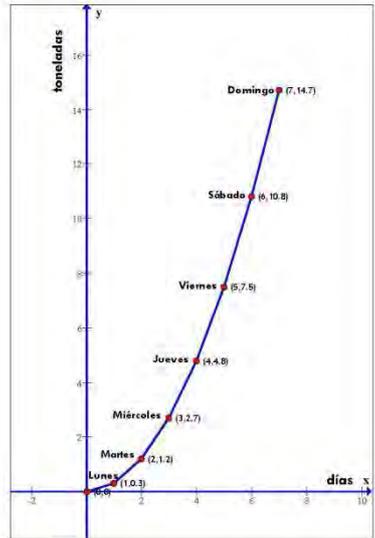
Sección	B
Fila	B

NOMBRE Y APELLIDOS \_\_\_\_\_ FECHA: 16/08/2012

FIRMA DEL PROFESOR O AYUDANTE	CALIFICACIÓN	RECTIFICACIÓN	FIRMA DEL PROFESOR

**Ejercicio 1:** (2 puntos)

En una investigación que se realizó para observar que cantidad de desperdicios en toneladas se tira al océano diariamente en ciertas playas de Acapulco (México), para un período vacacional de una semana se anotaron los siguientes datos:



Encontrar la pendiente de la recta secante entre los días sábado y domingo, indique las unidades:

$$m_{\text{sec}} =$$

¿Cuál es la interpretación de este resultado? \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

**Ejercicio 2:****(3 puntos)**Encontrar la ecuación de la recta tangente a la curva  $y = \frac{x}{x-1}$  en  $x = -1$ 

Abscisa	Ordenada	Par ordenado
$x = -1$		

¿Quién es  $f(x)$ ? \_\_\_\_\_¿Quién es  $f(x+h)$ ? \_\_\_\_\_

Halle la pendiente de la recta tangente con la definición de límite:

$$m_{tg} =$$

Abscisa	Pendiente
$x = -1$	

Construya la ecuación de la recta:



CONTROL N° 1 - MATEMÁTICA 2

Sección	C
Fila	A

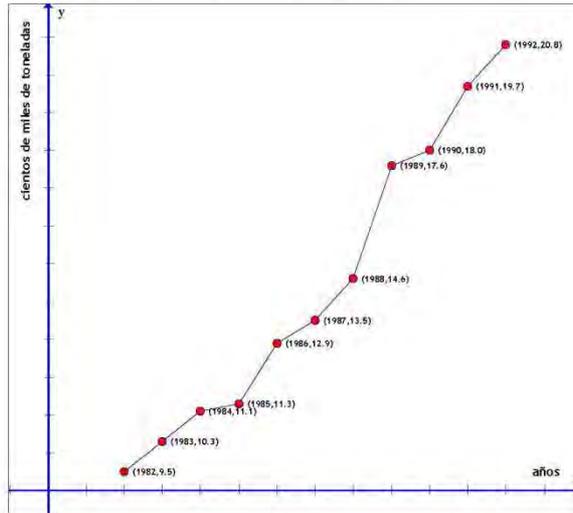
NOMBRE Y APELLIDOS \_\_\_\_\_ FECHA: 17/08/2012

FIRMA DEL PROFESOR O AYUDANTE	CALIFICACIÓN	RECTIFICACIÓN	FIRMA DEL PROFESOR

**Ejercicio 1:**

**(2 puntos)**

La producción de maíz varía con el clima, la cantidad de lluvia y los cuidados que se le tengan en su siembra. La gráfica muestra la producción de maíz durante los años de 1982 a 1992.



Encontrar la pendiente de la recta secante entre los años 1988 y 1989, indique las unidades:

$m_{sec} =$

¿Cuál es la interpretación de este resultado? \_\_\_\_\_

**Ejercicio 2:**

**(3 puntos)**

Encontrar la ecuación de la recta tangente a la curva  $y = x^2 - 2x$  en  $x = 3$

Abscisa	Ordenada	Par ordenado
$x = 3$		

¿Quién es  $f(x)$ ? \_\_\_\_\_

¿Quién es  $f(x+h)$ ? \_\_\_\_\_

Halle la pendiente de la recta tangente con la definición de límite:

$$m_{tg} =$$

Abscisa	Pendiente
$x = 3$	

Construya la ecuación de la recta:



CONTROL N° 1 - MATEMÁTICA 2

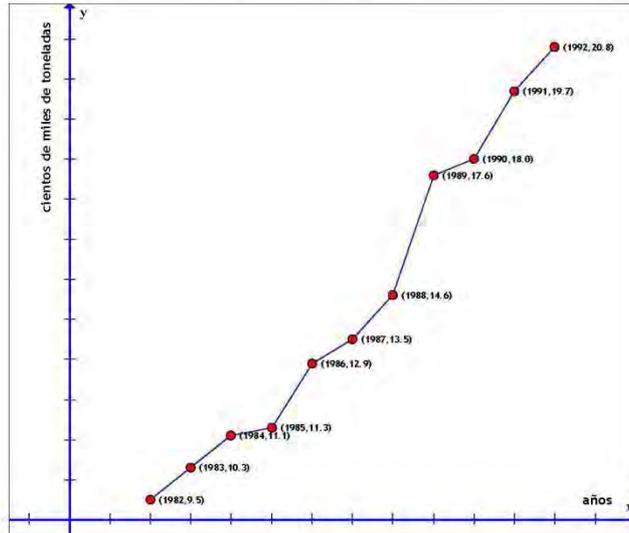
Sección	C
Fila	B

NOMBRE Y APELLIDOS \_\_\_\_\_ FECHA: 17/08/2012

FIRMA DEL PROFESOR O AYUDANTE	CALIFICACIÓN	RECTIFICACIÓN	FIRMA DEL PROFESOR

**Ejercicio 1:** (2 puntos)

La producción de maíz varía con el clima, la cantidad de lluvia y los cuidados que se le tengan en su siembra. La gráfica muestra la producción de maíz durante los años de 1982 a 1992.



Encontrar la pendiente de la recta secante entre los años 1985 y 1990, indique las unidades:

$$m_{\text{sec}} =$$

¿Cuál es la interpretación de este resultado? \_\_\_\_\_

**Ejercicio 2:**

**(3 puntos)**

Encontrar la ecuación de la recta tangente a la curva  $y = x^3 - 2x$  en  $x = -2$

Abscisa	Ordenada	Par ordenado
$x = -2$		

¿Quién es  $f(x)$ ? \_\_\_\_\_

¿Quién es  $f(x+h)$ ? \_\_\_\_\_

Halle la pendiente de la recta tangente con la definición de límite:

$$m_{tg} =$$

Abscisa	Pendiente
$x = -2$	

Construya la ecuación de la recta:

**ANEXO 3: ENCUESTA**

<b>ENCUESTA</b>					
Curso a encuestar	<b>Matemática II</b>				
Clase	<b>Introducción a la derivada</b>				
Sección					
<b>SEGÚN LA SIGUIENTE ESCALA, RESPONDA EL CUESTIONARIO</b>					
1. No / Nada	2. Poco	3. Regular	4. Bastante	5. Mucho	
CUESTIONARIO \ ESCALA	1	2	3	4	5
<b>I. RECURSOS Y HERRAMIENTAS USADAS</b>					
1. La herramienta facilita la comprensión de los conceptos.					
2. Es de fácil manejo.					
3. La página web mostrada es amigable e interactiva.					
<b>II. TEMA REALIZADO: INTRODUCCION A LA DERIVADA CON DESCARTES</b>					
4. El tema es correctamente planteado.					
5. El desarrollo es concreto y bien trabajado.					
6. Las actividades a desarrollar cumplen con los conceptos.					
7. Los conceptos han reforzado lo dado en clase.					
¿Sería interesante aplicarlo a otros temas o cursos? ¿A cuáles?					
¿Las guías desarrolladas en clase le permitieron comprender lo visto en descartes?					
¿En qué le ayudaron las simulaciones mostradas?					
¿Qué concepto(s) ha entendido claramente?					
¿Si usted cursa la asignatura por segunda o tercera vez: le ha sido de ayuda para comprender mejor los conceptos?					
SUGERENCIAS:					

**ANEXO 4: Fotografías del desarrollo de la aplicación con los alumnos de Matemática 2 en el centro de cómputo.**

