



UNIVERSIDAD
DE PIURA

REPOSITORIO INSTITUCIONAL
PIRHUA

DETERMINACIÓN DE DIFICULTADES Y CONCEPCIONES ALTERNATIVAS DE LOS ESTUDIANTES DEL CURSO DE MECÁNICA RACIONAL, DEL PROGRAMA ACADÉMICO DE INGENIERÍA INDUSTRIAL Y DE SISTEMAS SOBRE EL MOMENTO ANGULAR

Pedro Jiménez-Chinga

Piura, febrero de 2015

FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

Maestría en Educación con Mención en Teorías y Gestión Educativa

Jiménez, P. (2015). *Determinación de dificultades y concepciones alternativas de los estudiantes del curso de mecánica racional, del programa académico de ingeniería industrial y de sistemas sobre el momento angular*. Tesis de Maestría en Educación con Mención en Teorías y Práctica Educativa. Universidad de Piura. Facultad de Ciencias de la Educación. Piura, Perú.



Esta obra está bajo [una licencia Creative Commons Atribución-NoComercial-SinDerivadas 2.5 Perú](#)

Repositorio institucional PIRHUA – Universidad de Piura

PEDRO JIMÉNEZ CHINGA

**DETERMINACIÓN DE DIFICULTADES Y CONCEPCIONES
ALTERNATIVAS DE LOS ESTUDIANTES DEL CURSO DE
MECÁNICA RACIONAL, DEL PROGRAMA ACADÉMICO DE
INGENIERÍA INDUSTRIAL Y DE SISTEMAS, SOBRE EL
MOMENTO ANGULAR**



**UNIVERSIDAD DE PIURA
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN
MENCIÓN EN TEORÍAS Y PRÁCTICA EDUCATIVA**

PIURA - PERÚ

2015

Aprobación

La tesis titulada “*Determinación de dificultades y concepciones alternativas de los estudiantes del curso de Mecánica Racional, del Programa Académico de Ingeniería Industrial y de Sistemas de la Universidad de Piura, sobre el Momento Angular*” presentada por el Ingeniero Pedro Jiménez Chinga, en cumplimiento a los requisitos para optar El Grado de Magíster en Educación con Mención en Teorías y Práctica Educativa, fue aprobada por el asesor Mgtr. Luis Alvarado y defendida el____ de Febrero de 2015 ante el Tribunal integrado por:

.....
Presidente

.....
Informante

.....
Secretario

Dedicatoria

A Edilberto y Juana, mis padres

A Mercedes, mi esposa

A Pedro Martín, Ana Beatriz y Juan Pablo, mis
hijos

Agradecimientos

Mi sincero y profundo reconocimiento a la Universidad de Piura, y en particular, al Dr. Miguel Samper O. por descubrir los rasgos pedagógicos, que me permiten ejercer la docencia.

Contenido

Introducción.....	1
Capítulo I: Planteamiento de la investigación	3
1.1. Caracterización de la problemática	3
1.2. Problema de investigación	5
1.3. Justificación de la investigación	5
1.4. Objetivos de investigación.....	6
1.4.1. Objetivo General.	6
1.4.2. Objetivos Específicos.....	7
1.5. Hipótesis de investigación	7
1.6. Antecedentes de estudio.....	7
Capítulo II: Marco teórico de la investigación	11
2.1 Fundamentos teóricos sobre los conceptos alternativos	11
2.1.1. Características importantes de las concepciones alternativas	12
2.1.2. Concepciones alternativas y aprendizaje	12
2.2. Momento de inercia.....	14
2.2.1. Momento de inercia de masa.....	15
2.2.2. Teorema de Ejes Paralelos	16
2.3. Momento angular	16
2.3.1. Momento lineal	16
2.3.2. Momento angular.....	20

Capítulo III: Metodología de investigación	27
3.1. Tipo de investigación.....	27
3.2. Sujetos de investigación.	27
3.3 Diseño de la investigación.	27
3.3.1 Selección de objetivos	28
3.3.2 Aplicación del cuestionario (prueba).....	28
3.3.3 Población y muestra.....	29
3.3.4 Técnicas e instrumentos de recolección de datos	30
3.3.5 Validación de la prueba	30
3.4 Variables de estudio.....	31
3.5 Técnicas e instrumentos.....	31
3.6 Procedimiento.....	31
 Capítulo IV: Resultados de la investigación	 33
4.1. Marco referencial.....	33
4.2 Resultados de la investigación.....	35
4.2.1 Presentación de resultados.....	35
4.2.2 Discusión de los resultados.....	89
 Capítulo V: Resumen de investigación.....	 95
5.1. Conclusiones.....	95
5.2. Recomendaciones.	95
 Bibliografía	 99
 Anexos	 103

LISTAS DE TABLAS

Tabla 1. Porción de la muestra	30
Tabla 2. Valores de frecuencia P1	36
Tabla 3. Tabulación cruzada por ciclo P1	37
Tabla 4. : Pruebas de Chi-cuadrado P1.	38
Tabla 5. Tabulación cruzada por género	38
Tabla 6. Pruebas de Chi-cuadrado P1.....	39
Tabla 7. Valores de frecuencia P2.....	40
Tabla 8. Tabulación cruzada por ciclo P2.	42
Tabla 9. Pruebas de Chi-cuadrado P2.....	43
Tabla 10. Tabulación cruzada por género P2.	43
Tabla 11. Pruebas de Chi-cuadrado P2.....	44
Tabla 12. Valores de frecuencia P5.....	45
Tabla 13. Tabulación cruzada por ciclo P5	47
Tabla 14. Pruebas de Chi-cuadrado P5.....	48
Tabla 15. Tabulación cruzada por género P5	48
Tabla 16. Pruebas de Chi-cuadrado P5.....	49
Tabla 17. Valores de frecuencia P3..51.....	51
Tabla 18. Tabulación cruzada por ciclo P3.	52
Tabla 19. Pruebas de Chi-cuadrado P3.....	53
Tabla 20. Tabulación cruzada por género P3	53
Tabla 21. Pruebas de Chi-cuadrado P3.....	54
Tabla 22. Valores de frecuencia P6.....	55
Tabla 23. Tabulación cruzada por ciclo P6.	57
Tabla 24. Pruebas de Chi-cuadrado P6.....	58
Tabla 25. Tabulación cruzada por género P6.	58
Tabla 26. Valores de frecuencia P8.....	60

Tabla 27. Tabulación cruzada por ciclo P8.....	62
Tabla 28. Pruebas de Chi-cuadrado P8	63
Tabla 29. Tabulación cruzada por género P8.....	63
Tabla 30. Pruebas de Chi-cuadrado P8.	64
Tabla 31. Valores de frecuencia P4	66
Tabla 32. Tabulación cruzada por ciclo P4.....	68
Tabla 33. Pruebas de Chi-cuadrado P4	68
Tabla 34. Tabulación cruzada por género P4.....	69
Tabla 35. Pruebas de Chi-cuadrado P4	69
Tabla 36. Valores de frecuencia P7.	71
Tabla 37. Tabulación cruzada por ciclo P7	73
Tabla 38. Pruebas de Chi-cuadrado P7	73
Tabla 39. Tabulación cruzada por género P7.....	74
Tabla 40. Valores de frecuencia P9	76
Tabla 41. Tabulación cruzada por ciclo P9.....	77
Tabla 42. Pruebas de Chi-cuadrado P9.	78
Tabla 43. Tabulación cruzada por género P9.....	78
Tabla 44. Pruebas de Chi-cuadrado P9.	79
Tabla 45. Tabulación cruzada P2versus P5	80
Tabla 46. : Pruebas de Chi-cuadrado P2versus P5.....	81
Tabla 47. Tabulación cruzada P3versus P6	82
Tabla 48. Pruebas de Chi-cuadrado P3versus P6.....	82
Tabla 49. Tabulación cruzada P3versus P8	84
Tabla 50. Pruebas de Chi-cuadrado P3 versus P8.....	84
Tabla 51. Tabulación cruzada P4versusP7.	86
Tabla 52. Pruebas de Chi-cuadrado P4vsP7	86
Tabla 53. Tabulación cruzada P4vsP9	88
Tabla 54. Pruebas de Chi-cuadrado P4vsP9.	88

Lista de figuras

Figura 1. Momento de inercia.	15
Figura 2. Momento angular.	21
Figura 3: Momento angular y eje principal de inerci.	22
Figura 4. Momento angular de un sólido rígido	23
Figura 5. Problema 1	35
Figura 6. Gráfico de frecuencia P1.....	37
Figura 7. Gráfico de frecuencia por género P1.....	39
Figura 8. Problema 2.	40
Figura 9. Gráfico de frecuencia P2.....	42
Figura 10. Gráfico de frecuencia por género P2.....	44
Figura 11. Problema 5.	45
Figura 12. Gráfico de frecuencia P5.....	46
Figura 13. Gráfico de frecuencia por género P5.....	49
Figura 14. Problema 3	50
Figura 15. Grafico de frecuencia P3.....	52
Figura 16. Gráfico de frecuencia por género P3.....	54
Figura 17. Problema 6	55
Figura 18. Gráfico de frecuencia P6.....	56
Figura 19. Gráfico de frecuencia por género P6.....	59
Figura 20. Problema 8	60
Figura 21. Gráfico de frecuencia P8.....	61
Figura 22. Gráfico de frecuencia por género P8.....	64
Figura 23. Problema 4	65
Figura 24. Gráfico de frecuencia P4.....	67
Figura 25. Gráfico de frecuencia por género P4.....	70
Figura 26. Problema 7	71

Figura 27. Gráfico de frecuencia P7	72
Figura 28. Gráfico de frecuencia por género P7	74
Figura 29. Problema 9.....	75
Figura 30. Gráfico de frecuencia P9	77
Figura 31. Gráfico de frecuencia por género P9	79
Figura 32. Gráfico tabulación cruzada P2vsP5.....	81
Figura 33. Gráfico tabulación cruzada P3vsP6.....	83
Figura 34. Gráfico tabulación cruzada P3vsP8.....	85
Figura 35. Gráfico tabulación cruzada P4vsP7	87
Figura 36. Gráfico tabulación cruzada P4vsP9.....	89

Introducción

El presente trabajo de investigación busca determinar las dificultades que presentan los alumnos que han llevado el curso de Mecánica Racional e identificar concepciones alternativas que persisten después de tratar el tema del momento angular. El trabajo está estructurado en cinco capítulos.

El primer capítulo, planteamiento de la investigación, presenta la caracterización del problema, los objetivos y la hipótesis de la investigación, y los antecedentes de las concepciones alternativas que presentan los estudiantes cuando estudia el momento angular.

El segundo capítulo, marco teórico, desarrolla los fundamentos teóricos sobre los conceptos alternativos, sus características, todo ello relacionado con los conceptos de momento de inercia y momento angular

En el capítulo tercero, metodología de investigación, se muestra la metodología utilizada, se explica cómo se ha determinado la muestra y como se ha preparado el instrumento de la investigación.

El capítulo cuarto, resultados de la investigación, se presenta, analizan y discuten los resultados obtenidos con el instrumento de la investigación y en el capítulo cinco se presentan las conclusiones obtenidas en la presente investigación.

El quinto y último capítulo, conclusiones y recomendaciones, resume los resultados obtenidos de la investigación y ofrece algunas sugerencias.

Capítulo I

Planteamiento de la investigación

1.1. Caracterización de la problemática

En el curso de Mecánica Racional (MRA), del Programa Académico de Ingeniería Industrial y Sistemas de la Universidad de Piura, campus Piura, se sospecha que existen algunas concepciones alternativas que conducen a errores conceptuales en el tema del momento angular. Por lo observado, en los años de experiencia en la enseñanza de los contenidos de este curso y otros similares de otros programas académicos, que se tiene la percepción de que estos errores perduran aún después de haberlo tratado este tema científicamente.

Los alumnos son capaces de realizar, al resolver un problema, un análisis matemático completo sobre la aplicación de expresiones del momento angular en un sólido rígido, con resultados satisfactorios, pero no logran dar una explicación conceptual racional de lo que han procesado.

En el curso se tratan los temas de la mecánica clásica que involucra el estudio del sólido rígido. Estos mismos temas han sido enseñados en el curso de Física I, pero aplicados a la partícula. Los temas de la mecánica tienen fundamentalmente dos partes básicas, la primera que busca relacionar los conceptos de la estática y una segunda parte donde se ven los conceptos del movimiento del sólido rígido y todos aquellos principios mecánicos que se involucran, relacionados con la dinámica.

En la primera parte, donde se aplica los conceptos de momento y fuerzas, sin considerar el movimiento en un sólido rígido, los alumnos muestran mejores resultados en sus evaluaciones. La dificultad se empieza a notar cuando se incorpora movimiento al sólido rígido; luego, con los conceptos de las ecuaciones de movimiento, energía y momento lineal y angular se incrementa la dificultad para obtener mejores resultados en las evaluaciones.

En los años en que se ha dictado el curso de Mecánica Racional se ha notado una constante que perdura como son las ideas alternativas en los conceptos relacionados con el curso, pese a que se han considerado varias alternativas didácticas para tratar de lograr resultados más satisfactorios.

Se ha logrado detectar que cuando se llega al estudio del momento angular se tiende a confundir algunas características que son propias de este tema. El momento de inercia se confunde con el concepto de masa o con el efecto que tiene el alejamiento del centro de masa respecto al eje al cual está girando, mientras que en la conservación del momento angular se confunde con la energía rotacional y la energía mecánica. Errores de este tipo persistieron en los últimos exámenes que se tomaron a los alumnos, por lo que se sospecha que este tipo de errores permanece hasta en los alumnos que concluyen el curso de Mecánica Racional.

Durante los últimos años se han realizado muchos estudios sobre el tema de los errores conceptuales y muchas de las propuestas recomendadas para la didáctica han sido aplicadas en el curso, pero se sospecha que el problema persiste, es por ello que el presente trabajo busca determinar, bajo la perspectiva de las concepciones alternativas, si después de haber llevado el curso de MRA existen en los alumnos algunos errores conceptuales que justifiquen una consideración o un cambio de estrategia en la manera de dictarlo.

1.2. Problema de investigación

El problema que se trata de identificar en este trabajo, se puede resumir en la siguiente pregunta:

¿Cuáles son las ideas alternativas que tienen los alumnos, del curso de Mecánica Racional del Programa Académico de Ingeniería Industrial y de Sistemas, sobre el momento angular una vez que han llevado el curso de manera regular?

1.3. Justificación de la investigación

El concepto de momento angular es de vital importancia en el análisis dinámico del sólido rígido, objeto principal dentro del estudio del curso de Mecánica Racional.

El momento angular es una magnitud fundamental en la física, y la ley de conservación del momento angular es una de las leyes de conservación de la mecánica clásica muy utilizada en la ingeniería junto con la conservación de la energía y la conservación del momento lineal.

Durante los años que se ha enseñado el curso de MRA se ha buscado mejorar la didáctica de la enseñanza para eliminar los errores conceptuales que se logran percibir en los alumnos acerca de los temas que se desarrollan en el curso. En el afán de una mejora en la solución de esta dificultad se ha implementado desde preguntas teóricas hasta proyectos de curso, pasando por tormentas de ideas y uso de videos, intentando que el alumno llegue a tener un aprendizaje conceptual. Si bien los resultados son satisfactorios, persiste la sospecha de que existen algunas ideas alternativas que no se logran erradicar, sobre todo cuando se explica el momento angular donde los alumnos tienen la mayor dificultad al momento de aplicar los conceptos.

Los resultados obtenidos en los estudios de las concepciones alternativas indican que muchas ideas se hallan integradas en la mente formando verdaderos esquemas conceptuales que forman estructuras cognitivas que influyen el aprendizaje (Driver, 1986). De ser cierto esto,

en el curso de MRA se debe tener en cuenta estrategias que estén diseñadas para cambiar los esquemas conceptuales. Si bien la denominación del fenómeno encontrado en cuanto al aprendizaje de los alumnos no se ha uniformizado, lo que sí es un hecho claro es que persiste inclusive después de haber realizado los estudios del tema (Vásquez Alonso 1994).

En el campo de la investigación en enseñanza de las ciencias, la mecánica ha sido una de las áreas más investigadas (Carrascosa y Gil 1992), pero este tipo de investigaciones se ha centrado fundamentalmente en conceptos básicos de la cinemática y la dinámica de la partícula, así como en la enseñanza del concepto de energía. Sin embargo, poco se encuentra en la enseñanza de la dinámica del sólido rígido y en particular del momento angular (Peñalba, Miriam y Del Rio, Teresa, 2005)

El identificar que existen concepciones alternativas en los estudiantes que han llevado el curso de Mecánica Racional permitirá que se recomiende un proceso de cambio metodológico para afianzar el concepto del momento angular y así lograr un aprendizaje significativo sobre un nuevo modelo didáctico a utilizar.

1.4. Objetivos de investigación

La presente investigación se ha planteado en base a la determinación de los siguientes objetivos:

- ¿Qué concepción tienen los alumnos del curso de MRA sobre el momento de inercia?
- ¿Qué ideas alternativas tienen los alumnos del curso de MRA sobre el momento angular?
- Evaluar los resultados encontrados.

1.4.1. Objetivo General.

Identificar las dificultades y concepciones alternativas que tienen los estudiantes del curso de Mecánica Racional del Programa Académico

de Ingeniería Industrial y de Sistemas de la Universidad de Piura, campus Piura, respecto al momento angular.

1.4.2. Objetivos Específicos

- Revisión del concepto de momento lineal, momento de inercia, principio de impulso y momento angular.
- Revisión bibliográfica sobre el paradigma de las concepciones alternativas aplicadas al estudio del sólido rígido.
- Determinación del instrumento a aplicar.
- Analizar y determinar las dificultades y los errores conceptuales sobre el momento angular.

1.5. Hipótesis de investigación

Por lo menos el veinte por ciento de los estudiantes, al concluir el del curso de Mecánica Racional, tienen errores conceptuales, con características de concepciones alternativas, relacionados con el momento angular, que no se logran erradicar con el actual sistema de enseñanza.

1.6. Antecedentes de estudio

Desde hace varios años muchos investigadores buscan encontrar la causa por la que los estudiantes dan respuestas científicamente incorrectas, denominadas ideas alternativas y se han conducido en la búsqueda de soluciones a través de la didáctica de las ciencias.

El tema de las concepciones alternativas ha involucrado todas las denominaciones que hacen referencia a estos errores conceptuales y una de las características que presenta es su persistencia en la mente de los estudiantes universitarios, que no pueden ser removidas ni con el estudio de las ciencias.

La base científica y las características que tienen las concepciones alternativas que han servido a la elaboración de esta investigación han sido tomadas de: Vásquez Alonso (1994), El paradigma de las concepciones alternativas y la formación de los profesores de ciencias; Driver, R. (1986), Psicología cognoscitiva y esquemas conceptuales de

los alumnos; y Carrascosa (2005), El problema de las concepciones alternativas hoy.

Los trabajos de investigación respecto a la mecánica han sido centrados fundamentalmente en conceptos básicos de la cinemática y la dinámica de la partícula, o en la enseñanza del concepto de energía. La revisión bibliográfica realizada en busca de la literatura de trabajos que analicen el momento angular del sólido rígido en estudiantes universitarios es muy poca, solo existe un pequeño número de trabajos orientados al estudio de los errores conceptuales del impulso y el momento angular en las escuelas secundarias.

El trabajo realizado por Peñalba (2005), ¿Qué comprenden los estudiantes universitarios cuándo enseñamos el momento angular?, busca determinar el significado que los estudiantes atribuyen al momento angular y cómo analizan la conservación del momento angular. Se ha tomado una de las preguntas del cuestionario utilizado en este trabajo, referente a ¿Cómo analizan los estudiantes la conservación de momento angular? Esta pregunta es de respuesta abierta y se ha considerado de tipo cerrado para la facilidad de su evaluación.

En la investigación denominada Teacher Candidates' Understanding of Momentum and Impulse de Mehmet Fatih Tazar (2005), realizado a nivel universitario, para candidatos a maestros de diferentes especialidades, los resultados indican que todavía hay margen para un mayor desarrollo de la enseñanza y el aprendizaje de estos conceptos. Se muestran las dificultades en la aplicación del principio de impulso-momento, no se consideran las fuerzas internas y externas, y tampoco consideran el momento como una cantidad vectorial. En algunas preguntas, aunque, cerca de la mitad de los participantes sabía que el momento es una cantidad vectorial, no aplicaron este conocimiento cuando respondieron las preguntas. En una pregunta específica la mayoría (56%) confundió masa y velocidad para explicar que el momento se conserva. En otra pregunta se indica, que casi todos los estudiantes no distinguen el papel y la importancia de las fuerzas en las colisiones y la conservación del momento. La aportación de este estudio a la investigación realizada es comparar las dificultades que

tienen los estudiantes para reconocer los conceptos que tienen carácter de universalidad al carecer de poca información sobre el tema.

Tussatrin (2011) en *Development and Validation of a Diagnostic Instrument to Evaluate Secondary School Students' Conceptions and Problem Solving in Mechanics*, incorpora la relación entre la conservación del momento angular y la energía el estudio útil para reforzar la sospecha de que los estudiantes también tienen dificultades significativas en el uso de la conservación del momento y la energía. Igual aporte comparativo se obtuvo de George, E.A., (2000), en *Learning Energy, Momentum, and Conservation Concepts with Computer Support in an Undergraduate Physics Laboratory*, donde se demuestra que los estudiantes tienen dificultades para entender por qué y cuándo utilizar las leyes de la energía y los conceptos de momento, y sobre todo la conservación, para el estudio de un fenómeno.

Para la determinación de las características de las concepciones alternativas se utilizó el trabajo de Cristina Speltini y Cristina Wainmaier (2013): *Análisis del discurso, herramienta en el estudio de la conceptualización del momento angular*. Encuentra que varios de los estudiantes recurrieron a razonamientos funcionales reduccionistas al asociar la dirección y sentido del vector momento angular con las características del vector velocidad angular y se detectó la ausencia de conceptualizaciones que vinculen al momento angular como una magnitud física fundamental necesaria para caracterizar el “estado dinámico” del sistema en estudio, tal como ocurre con la cantidad de movimiento y la energía.

Los trabajos de Rimoldini (2008), *Student understanding of rotational and rolling motion concepts*, Lawson y Dermott (1986) *Student understanding of the Work-Energy and Impulso-Momentum Theorems* y Semih Dalaklioglu (2014), *Eleventh grade students' difficulties and misconceptions about enrgy and momentum concepts*, han servido a la presente investigación para determinar que las dificultades encontradas en nuestros estudiantes también se presentan en otros lugares.

Capítulo II

Marco teórico de la investigación

2.1 Fundamentos teóricos sobre los conceptos alternativos

Después de haber puesto en práctica cambios en la metodología de la enseñanza en los estudiantes que han llevado el curso de Mecánica Racional, persisten los errores conceptuales, esto conduce a buscar otras explicaciones. El paradigma de las Concepciones Alternativas presenta una posibilidad de explicación de estos posibles errores conceptuales en los estudiantes abre un nuevo camino de investigación en la didáctica de las ciencias.

Las investigaciones iniciales sobre errores conceptuales condujeron a determinar la existencia en los niños de ideas sobre temas científicos, previas al aprendizaje escolar, que fueron designadas como *teorías ingenuas* (Caramazza, McCloskey y Green, 1981), *ciencia de los niños* (Gilbert, Osborne y Fensham, 1982; Osborne y Bell, 1983), *esquemas conceptuales alternativos* (Driver y Easley, 1978), *representaciones* (Giordan, 1985), etc.

El estudio de las preconcepciones es reciente, pero existen precedentes de estudio sobre la "prehistoria del aprendizaje" realizadas con anterioridad (Vigotsky, 1973). También vale la pena mencionar los trabajos de Piaget (1971), que plantean el rastreo del origen psicológico de las nociones, o de Ausubel (1978), quien llega hasta afirmar: "el factor más importante que influye en el aprendizaje es lo que el alumno ya sabe".

La denominación exacta de este fenómeno que ha tenido gran desarrollo en los temas de investigación, paradójicamente, a pesar de su importancia, no tiene unanimidad. Las denominaciones más empleadas son «esquemas conceptuales» (Cubero 1988, Champagne 1983), «esquemas conceptuales alternativos» (Driver y Easley 1978), «teorías ingenuas» (Caramazza 1981), «concepciones alternativas» (Hewson 1981), «ciencia de los niños», «ciencia intuitiva» (Osborne 1983), «errores conceptuales» - *misconceptions* (Helm 1980), preconceptos supersticiones, creencias infundadas, conocimiento incidental- (Carrascosa y Gil 1987), «ideas previas» (Hierrezuelo 1989), «concepciones espontáneas» (Pozo y Carretero 1987), etc. Aquí se utilizará la denominación de “Concepciones Alternativas”, de acuerdo con el razonamiento y la justificación de Abimbola (1988). (Vásquez Alonso 1994).

Las “concepciones alternativas” hacen referencia a las ideas de los estudiantes sobre fenómenos científicos específicos que les permiten comprenderlos y darles sentido. Ideas que son alternas a los núcleos conceptuales de las diferentes disciplinas de las ciencias naturales. Estas presentan algunas características comúnmente aceptadas de acuerdo a investigaciones realizadas por Driver (1986, 1988); Osborne y Freyberg (1985); Pozo y Carretero (1987); Serrano (1988). Se caracterizan por ser construcciones personales en interacción cotidiana con el mundo, son bastante estables y resistentes al cambio, son comunes entre personas de diversas edades, formación, país de procedencia (universalidad) y de carácter implícito frente a los conceptos explícitos de la ciencia (Pozo, Gómez, Limón, 1991), están dominadas por el carácter perceptivo.

Su relación con el proceso enseñanza-aprendizaje tiene que ver con que los nuevos conceptos y teorías son asimiladas o relacionadas a concepciones alternativas afines debidamente evolucionadas. Las concepciones alternativas y los conceptos científicos se relacionan y forman parte de un proceso único, el de la evolución de la formación de conceptos, controlados y dirigidos por el lenguaje (Vygotski, 1981).

2.1.1. Características importantes de las concepciones alternativas

Las concepciones alternativas presentan unas características particulares a tener en cuenta para su identificación:

- a) **Persistencia:** es una característica que se da en las personas que tienen estas concepciones. Supone que las personas que nunca estudian ciencias las van a tener toda su vida, y en muchos casos, el estudio de la ciencia no logra erradicar los altos porcentajes de errores conceptuales, aún en el ámbito universitario.
- b) **Coherencia interna:** su relativa coherencia interna en cada persona es otra característica de las concepciones alternativas. Las personas tienen una estructura cognitiva, conocida como teorías en acción, que les permite predecir exitosamente un suceso pero que tienen una naturaleza científicamente incorrecta.
- c) **Comunes:** no distingue entre los estudiantes de diferentes medios y edades. Estudiantes con varios años de estudios científicos muestran resultados parecidos a otros cuyo contacto con la ciencia formal es menor
- d) **Carácter histórico:** porque reproducen ideas y concepciones públicamente admitidas en etapas históricas precedentes, que la evolución del conocimiento científico las ha enterrado. (Vázquez Alonso 1994)

2.1.2. Concepciones Alternativas y el aprendizaje

Las investigaciones sobre el aprendizaje y enseñanza de las ciencias, basada en el enfoque de las concepciones alternativas, indican que para que los estudiantes aprendan la teoría y modelos científicos, es preciso cambiar la forma de interpretar las cosas, caso contrario se tenderá a cometer errores conceptuales. Un cambio conceptual no es posible sin un cambio metodológico (Gil y Carrascosa, 1985).

Cuando un estudiante se enfrenta a un problema, donde se tienen que utilizar procedimientos más complejos, intenta confrontarlo con las concepciones que tiene en ese momento, si estas no le sirven para abordar la situación o para elaborar estrategias de actuación se dan las condiciones idóneas para reiniciar un proceso de reestructuración, en el que posiblemente cambie sus ideas respecto a las que tenía.

El modelo de aprendizaje constructivista propuesto por Driver (1986) afirma que el papel del estudiante es esencialmente activo y está basado en las siguientes características:

- a) La importancia de los conocimientos previos, de las creencias y de las motivaciones de los estudiantes sirven de base para conocer las concepciones alternativas y que empiecen a tener dudas de lo aprendido. Podemos conocer sus ideas previas mediante interrogatorios o un estudio de casos, aquí lo importante es generar reflexión.
- b) El establecimiento de relaciones entre los conocimientos para la construcción de mapas conceptuales. Se debe a la provocación de conflictos cognitivos.
- c) La capacidad de construir significados a base de reestructurar los conocimientos que se adquieren de acuerdo con las concepciones básicas previas del estudiante. En esta etapa se tienen que lograr los cambios mentales debido a las experiencias previas y para ello se debe realizar investigación, experimentación, creatividad, simulación o solución de casos.
- d) Los estudiantes auto-aprenden dirigiendo sus capacidades a ciertos contenidos y construyendo ellos mismos su significado. Es aplicar lo aprendido; se puede verificar los conocimientos aplicándolos en un problema de la vida real.

2.2. Momento de inercia

El momento de inercia para un sólido rígido es una medida de la inercia rotacional de un cuerpo, es decir, una resistencia a cambiar su velocidad de rotación y la dirección de su eje de giro. Cuando un cuerpo gira en torno a uno de los ejes principales de inercia, la inercia rotacional puede ser representada como una magnitud escalar llamada momento de inercia. Sin embargo, en el caso más general posible, la inercia rotacional debe representarse por medio de un conjunto de momentos de inercia y componentes que forman el llamado tensor de inercia. La descripción tensorial es necesaria para el análisis de sistemas complejos, como por ejemplo en movimientos giroscópicos.

El momento de inercia refleja la distribución de masa de un cuerpo en rotación, sólo depende de la geometría del cuerpo y de la posición del eje de giro, no depende de las fuerzas que intervienen en el movimiento. El momento de inercia desempeña un papel análogo al de la masa inercial, en el caso del movimiento rectilíneo y uniforme.

2.2.1. Momento de inercia de masa

Un cuerpo tiene tamaño y forma definidos, al aplicarse sobre él un sistema de fuerzas éste no será necesariamente concurrente. Como resultado de ello, los momentos producidos por las fuerzas le dan al cuerpo una aceleración angular. Cualquier componente de la fuerza tangencial desequilibrada (dF) que actúa sobre este elemento produce movimiento angular alrededor de su eje.

Aplicando la ecuación de movimiento en la dirección tangencial, se obtiene que la suma de todas las fuerzas tangenciales que actúan sobre el cuerpo es igual al producto de la masa considerada por la aceleración tangencial de dicha masa.

Como la aceleración tangencial es igual al radio por la aceleración angular se tiene que:

$$\sum F_t = ma_t$$

$$dF_t = dma_t = dm(r\alpha)$$

$$dM_{aa} = r \times dF_t = r^2 \alpha dm$$

$$M = \int_m r^2 \alpha dm = \alpha \int_m r^2 dm = I\alpha$$

$$I = \int_m r^2 dm$$

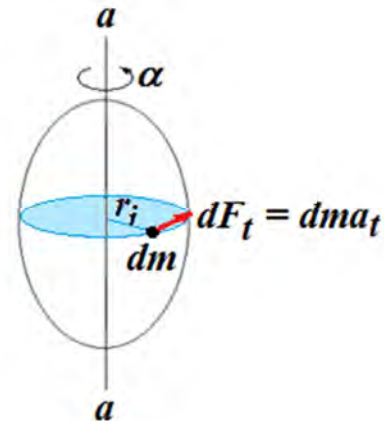


Figura 1. Momento de inercia.

Fuente: www.fis.puc.cl

Donde I se denomina el momento de inercia de la masa.

Para el estudio de la cinética plana, el eje generalmente utilizado es el que pasa por el centro de masa (G) del cuerpo y siempre es perpendicular al plano de movimiento.

A manera de comparación, el momento de inercia de la masa de un cuerpo es una medida de la resistencia que el cuerpo ofrece a acelerarse angularmente, de la misma manera en que la masa es una medida de la resistencia del cuerpo a acelerarse linealmente. (Hibbeler 1982).

2.2.2. Teorema de ejes Paralelos

En física, el teorema de Huygens-Steiner, llamado también teorema de los ejes paralelos es un teorema utilizado para determinar el momento de inercia de un sólido rígido sobre cualquier eje, dados el momento de inercia del objeto sobre el eje paralelo que pasa a través del centro de masa y de la distancia perpendicular (r) entre ejes. (Hibbeler 1982).

$$I_A = I_G + mr^2$$

Donde:

I_A momento de inercia respecto al eje AA

I_G momento de inercia respecto al eje que pasa por el centro de masa

m masa total del cuerpo.

r distancia perpendicular entre los dos ejes

2.3. Momento angular

El momento angular es considerado como el momento del momento lineal. De allí la importancia de considerar el concepto de momento lineal

2.3.1. Momento lineal

Aristóteles (384a.C–322a.C) estudió el movimiento, basado en dos principios el de “Acción por contacto” y el de “Existencia de un primer agente inmóvil”; concebía dos clases de movimiento, el natural y el violento.

En el principio de acción por contacto planteaba que en todos los movimientos, excepto en los naturales, debe existir contacto con el objeto

móvil; y, en el principio de existencia de un primer agente inmóvil planteaba la carencia de interés de éste en las interacciones. Para Aristóteles, el movimiento natural podía ser hacia arriba o hacia abajo en la Tierra, en donde los cuerpos pesados tendían naturalmente a ir hacia abajo, y los cuerpos livianos tendían naturalmente a ir hacia arriba.

Este concepto de inercia se contraponía con la idea de movimiento de Aristóteles, ya que según Galileo un cuerpo permanecería en movimiento horizontal indefinido si no existiera fricción en la superficie, haciendo evidente que un cuerpo en movimiento permanecerá así, a no ser que una fuerza intervenga. Por tanto, no se requiere de fuerza alguna para explicar el movimiento, pero sí para algún cambio en el movimiento. Ésta es la ley fundamental de la mecánica, el movimiento de los cuerpos. (Hernández, 2012).

Aristóteles y Galileo abordaron la forma en que se movían los cuerpos pero no las causas de sus movimientos. Isaac Newton (1642-1727) fue el encargado de caracterizar la fuerza, como una magnitud física vectorial, dotada de magnitud y dirección, que alteraba los estados naturales del movimiento de los cuerpos conocidos como reposo y movimiento rectilíneo uniforme.

Newton manifestó que la fuerza era la causa de la aceleración que podía experimentar un cuerpo en estado de movimiento natural, concepto que formalizó con el enunciado de tres leyes publicadas en su *Principia Mathematica Philosophiae Naturalis*:

- Primera ley, ley de la inercia: *“Existe un sistema de referencia inercial en el que el observador ve que todo cuerpo aislado (sin contacto con ningún ente externo) conserva su estado de reposo o de movimiento rectilíneo y uniforme, a menos que esté obligado a cambiar ese estado por efecto de fuerzas que se apliquen sobre él.”*
- Segunda ley, ley de la fuerza: *“El cambio de movimiento es proporcional a la fuerza motriz impresa y ocurre según la línea recta a lo largo de la cual aquella fuerza se imprime.”*
- Tercera ley, ley de acción y reacción: *“Para cada acción existe siempre una reacción igual y opuesta; o las acciones mutuas de dos cuerpos son siempre iguales y en direcciones contrarias.”*

En el primer enunciado de Newton, para cuantificar la inercia que presenta un cuerpo se usa el término masa, pues cuanto más masa tenga un cuerpo, más resistencia presentará al cambio de su estado de reposo o movimiento uniforme. La masa es una propiedad fundamental de la materia y es independiente del medio que rodea al cuerpo.

El segundo enunciado de Newton indica un principio simple del movimiento, la fuerza siempre será la responsable del cambio del estado de movimiento de cualquier cuerpo; es decir, la fuerza siempre será proporcional al cambio de la velocidad en función del tiempo. La primera y segunda ley de Newton definen las fuerzas como causas del cambio del movimiento de los objetos, pero no especifican nada sobre las fuentes que originan dichas fuerzas. Esta cuestión es la que establece el tercer enunciado de Newton, que viene a determinar que las fuerzas de interacción entre dos cuerpos son iguales y de sentido contrario y actúan sobre cuerpos diferentes.

Lo más característico de las fuerzas entre dos cuerpos es que siempre se presentan por parejas de acción-reacción y que la reacción es igual a la acción en módulo pero de sentido opuesto. La resultante de las fuerzas sería nula, sin embargo, al estar aplicadas en cuerpos diferentes, ambas producen efectos dinámicos. Ambos cuerpos adquirirán aceleraciones inversamente proporcionales a sus masas respectivas, al aplicarse fuerzas constantes sobre éstos.

Isaac Newton da una definición de la fuerza a partir del cambio en el momento con respecto al cambio inmediato en el tiempo. En su segunda ley explica lo que ocurre si sobre un cuerpo en movimiento actúa una fuerza neta, ésta modificará el estado de movimiento, cambiando la velocidad en módulo o dirección, dado el carácter vectorial que tiene la velocidad.

Los cambios experimentados en el momento lineal de un cuerpo son proporcionales a la fuerza y se desarrollan en la dirección de ésta; por ende, las fuerzas son causas que producen aceleraciones en los cuerpos. Consecuentemente, hay relación entre la causa y el efecto, esto es, la fuerza y la aceleración están relacionadas.

La fuerza se define simplemente en función del momento que se aplica a un objeto, con lo que dos fuerzas serán iguales si causan la misma tasa de cambio en el momento del objeto.

$$\vec{F} = \frac{d \vec{p}}{dt} = \frac{d(m \vec{v})}{dt}$$

La solución de la ecuación anterior es una derivación simple que demuestra que la fuerza neta que actúa sobre un cuerpo equivale al producto de la masa del cuerpo por su aceleración (cuando la masa permanece constante), es decir:

$$\vec{F} = m \vec{a}$$

La ecuación evidencia la relación necesaria existente entre la dirección del movimiento y la dirección de la fuerza. Cuando un cuerpo tiene una gran resistencia a cambiar (por ejemplo una gran masa) se dice que tiene mucha inercia. Es por esta razón por la que la masa se define como una medida de la inercia del cuerpo. De esta manera, Newton indica que la cantidad de movimiento es el producto de la masa y la velocidad que tiene un cuerpo en un instante determinado.

$$\vec{p} = m \vec{v}$$

Es común encontrar en los textos de física que la "cantidad de movimiento" depende tanto de la masa como de la velocidad, con ejemplos como: “si se imagina una mosca y un camión, ambos moviéndose a 40km/h, la experiencia cotidiana dice que la mosca es fácil de detener con la mano mientras que el camión no, aunque los dos vayan a la misma velocidad”.

Newton en su obra Principia Mathematica Philosophiae Naturalis, expresa que: “*la cantidad de movimiento es la medida del mismo, surgida de la velocidad y la cantidad de materia conjuntamente*”. La cantidad de movimiento es el resultado del producto de la masa por la velocidad.

2.3.2. Momento angular

El momento angular o momento cinético es una magnitud física importante en todas las teorías físicas, desde la mecánica clásica a la mecánica cuántica, pasando por la mecánica relativista. Su importancia radica en que está relacionada con las simetrías rotacionales de los sistemas físicos.

Bajo ciertas condiciones de simetría rotacional de los sistemas, el momento angular es una magnitud que se mantiene constante con el tiempo a medida que el sistema evoluciona, lo cual da lugar a una ley de conservación conocida como ley de conservación del momento angular.

El momento angular, para un cuerpo rígido que rota respecto a un eje, es la resistencia que ofrece dicho cuerpo a la variación de la velocidad angular. En el Sistema Internacional de Unidades (SI) el momento angular se mide en $\text{kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}$.

Esta magnitud desempeña respecto a las rotaciones un papel análogo al momento lineal en las traslaciones. Sin embargo, eso no implica que sea una magnitud exclusiva de las rotaciones; por ejemplo, el momento angular de una partícula que se mueve con libertad a velocidad (en módulo y dirección) también se conserva.

El nombre tradicional en español es **momento cinético**, pero por influencia del inglés es **angular momentum**, hoy son frecuentes: momento angular, cantidad de movimiento angular o ímpetu angular.

Para el caso de estudio en el curso de Mecánica Racional, se estudia el movimiento en el plano por lo cual las expresiones determinadas estarán limitadas a esta condición.

El momento angular de una masa puntual con respecto a un punto de referencia es el producto vectorial de su momento lineal $m\mathbf{v}$ por el vector $\mathbf{r}$.

En mecánica newtoniana, el momento angular de una partícula o masa puntual con respecto a un punto de referencia $\mathbf{O}$ se define como el momento de su cantidad de movimiento $\mathbf{P}$ con respecto a ese punto.

Normalmente se designa mediante el símbolo $\mathbf{L}$ siendo $\mathbf{r}$ el vector que une el punto $\mathbf{O}$ con la posición de la masa puntual, será:

$$\mathbf{L} = \mathbf{r} \times \mathbf{p} = \mathbf{r} \times m\mathbf{v}$$

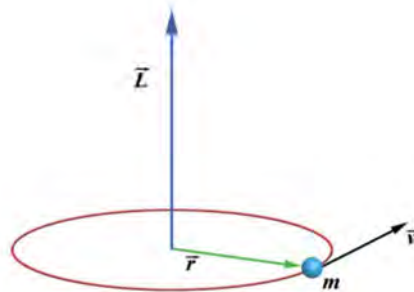


Figura 2. Momento angular.

Fuente: www.fis.puc.cl

En el momento angular de un sólido rígido, las partículas del sólido en rotación alrededor de un eje fijo describen circunferencias centradas en el eje de rotación con una velocidad que es proporcional al radio de la circunferencia que describen v_i

Mediante una relación del momento angular aplicado a un sistema de partículas se puede llegar a la expresión de la cantidad del momento angular. En Figura 3:

$$v_i = \omega \times r_i \quad L_i = r_i m_i v_i \quad L_{iz} = m_i R_i^2 \omega \quad L = \sum_i L_i$$

$$L_{iz} = \left(\sum_i m_i R_i^2 \right) \omega \quad I = \sum_i m_i R_i^2$$

$$L = I \omega$$

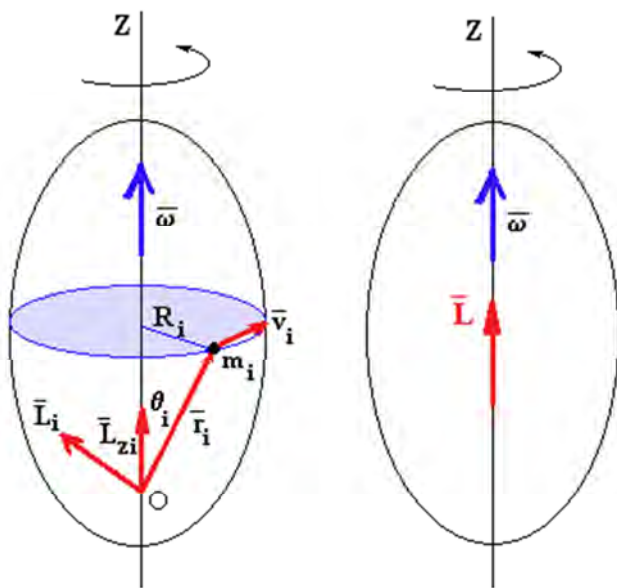


Figura 3: Momento angular y eje principal de inercia.

Fuente: www.fis.puc.cl

En una situación general, el vector momento angular $\mathbf{L}$ no tiene la dirección del eje de rotación, es decir, el vector momento angular $\mathbf{L}_i$ no coincide con su proyección $\mathbf{L}_z$ a lo largo del eje de rotación.

Cuando coinciden se dice que el eje de rotación es un eje principal de inercia. Para estos ejes existe una relación sencilla entre el momento angular y la velocidad angular, dos vectores que tienen la misma dirección, la del eje de rotación, $\mathbf{L} = \mathbf{I}\boldsymbol{\omega}$

El momento de inercia no es una cantidad característica como puede ser la masa o el volumen, sino que su valor depende de la posición del eje de rotación. El momento de inercia es mínimo cuando el eje de rotación pasa por el centro de masa.

En la figura, se muestra una partícula cuya posición está dada por el vector $\mathbf{r}_i$ y tiene velocidad $\mathbf{v}_i$ con distancia al centro G igual a $r_{i/G}$

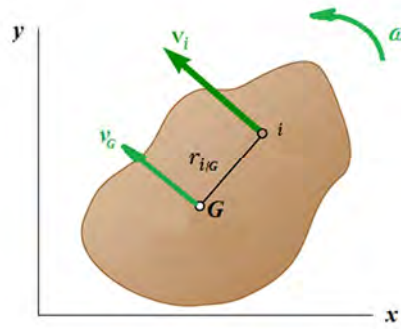


Figura 4. Momento angular de un sólido rígido
Fuente: Beer Jonhston

Para obtener el momento angular de un cuerpo rígido sujeto a un movimiento en el plano general, se supone que el cuerpo es simétrico con respecto al plano inercial de referencia xy, así el estudio se puede considerar como una rebanada.

El momento angular de una partícula se ha definido como el momento del vector momento lineal.

El momento angular de la partícula i-ésima del cuerpo se calcula con respecto al centro de masa G:

$$L_{i/G} = m_i (r_{i/G} \times v_G) + m_i r_{i/G} \times (\omega \times r_{i/G})$$

$$L_{i/G} = r_{i/G} \times m_i v_i = m_i r_{i/G} \times (v_G + \omega \times r_{i/G})$$

$$L_G = \left(\sum m_i r_{i/G} \right) \times v_G + \sum [m_i r_{i/G} \times (\omega \times r_{i/G})]$$

$$\sum m_i r_{i/G} = \left(\sum m_i \right) = 0$$

$$r_{i/G} \times (\omega \times r_{i/G}) = r_{i/G}^2 \omega$$

$$L_G = \left(\sum m_i r_{i/G}^2 \right) \times \omega$$

$$L_G = \left(\int_m r^2 dm \right) \times \omega$$

$$\vec{L}_G = I_G \times \omega$$

El momento angular L_G del cuerpo es una cantidad vectorial que tiene una magnitud $I_G\omega$, que se mide comúnmente en unidades de $\text{kg.m}^2/\text{s}$ ó N.m.s , y una dirección definida por ω

2.3.2.1. Principio de impulso lineal y momento lineal

El principio de “Impulso y Momento lineal” puede ser determinado a partir de la expresión de la segunda ley de Newton:

$$\begin{aligned}\vec{F} &= m\vec{a}_G \\ \vec{F}dt &= m d(\vec{v}_G) \\ \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}dt &= m(\vec{v}_{G2} - \vec{v}_{G1}) \\ m\vec{v}_{G1} + \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}dt &= m\vec{v}_{G2}\end{aligned}$$

Esta ecuación establece que la suma de todos los impulsos creados por el sistema de fuerzas externas que actúa sobre el cuerpo durante el intervalo de tiempo t_1 a t_2 es igual al *cambio de momento lineal* del cuerpo durante dicho el intervalo de tiempo.

Cuando los impulsos son aproximadamente igual a cero se dice que el momento lineal se conserva.

2.2.3.2. Principio de Impulso angular y Momento Angular

A partir de las ecuaciones de movimiento que caracterizan el estudio del sólido rígido se tiene que:

$$\begin{aligned}\vec{M}_G &= I_G \vec{\alpha} \\ \vec{M}_G &= I_G \frac{d}{dt}(\vec{\omega})\end{aligned}$$

$$\vec{M}_G dt = I_G d(\vec{\omega})$$

$$\int_{t_1}^{t_2} \vec{M}_G dt = I_G \vec{\omega}_2 - I_G \vec{\omega}_1$$

$$I_G \vec{\omega}_1 + \int_{t_1}^{t_2} \vec{M}_G dt = I_G \vec{\omega}_2$$

Esta ecuación establece que la suma de todos los impulsos angulares creados por el sistema de fuerzas externas que actúa sobre el cuerpo durante el intervalo de tiempo t_1 a t_2 es igual al cambio de momento angular del cuerpo durante ese intervalo de tiempo.

Cuando los impulsos angulares creados por las fuerzas externas que actúan en el cuerpo son aproximadamente iguales a cero, se dice que el momento angular se conserva.

$$I_G \omega_1 = I_G \omega_2$$

Todas estas expresiones encontradas a partir de las leyes de Newton pueden crear confusiones sobre todo cuando se introduce el concepto del sólido rígido por primera vez.

Capítulo III

Metodología de investigación

3.1. Tipo de investigación.

El tipo de paradigma en el cual se enmarca esta investigación es de tipo positivista. Se trata de conocer la explicación de una realidad de una forma objetiva a través de un método científico. Hernández, Fernández y Baptista (2003).

La metodología utilizada en el trabajo realizado es de tipo cuantitativo. La hipótesis asumida se comprueba con los datos obtenidos a partir del método tipo encuesta utilizando una prueba elaborada para dicho fin.

3.2. Sujetos de investigación.

La población estudiada fueron todos los estudiantes que llevaron el curso de Mecánica Racional de la Facultad de Ingeniería Industrial y Sistemas de la Universidad de Piura entre los ciclos del 2011-II al 2014-I, campus Piura.

Los estudiantes que llevan el curso de Mecánica Racional normalmente son del quinto ciclo. Es una población de estudiantes integrada por hombres y mujeres de donde se sacó la muestra para la evaluación correspondiente.

3.3 Diseño de la investigación.

El diseño utilizado en esta investigación es de tipo empírico analítico transversal con un instrumento que es una prueba tipo encuesta.

Se realizaron las siguientes etapas:

- Selección de objetivos.
- Elaboración de la Prueba.
- Definición de la población y muestra.
- Disposición de recursos.

3.3.1 Selección de objetivos

La investigación se realizó con un objetivo general y cuatro específicos.

El Objetivo General considera la identificación de las ideas alternativas que tienen los estudiantes que han llevado el curso de Mecánica Racional del Programa Académico de Ingeniería Industrial y de Sistemas de la Universidad de Piura, respecto al Momento Angular.

Los Objetivos Específicos considerados se busca realizar una revisión de los conceptos relacionados con momento lineal, momento de inercia y de impulso y momento, la revisión bibliográfica sobre el paradigma de las concepciones alternativas aplicadas al estudio del sólido rígido, la determinación del instrumento a aplicar y finalmente analizar y determinar los errores conceptuales que persisten sobre el momento angular.

3.3.2 Elaboración del cuestionario

La mayoría de preguntas fueron de elaboración propia de problemas y situaciones vistos normalmente en el curso de una manera regular. Se utilizó una pregunta de ¿Qué comprenden los estudiantes universitarios cuando enseñamos el momento angular? de Peñalba, Miriam y del Río, Teresa. La pregunta es respecto a ¿Cómo analizan los estudiantes la variación o conservación de momento angular? Se pide a los alumnos

clasificar el momento angular de una barra después de que se haya incrustado en ella una bala que incide con la misma velocidad pero en distintas posiciones o ángulos.

3.3.3. Población y muestra

La población en estudio son los alumnos del Programa Académico de Ingeniería Industrial y de Sistemas que han llevado el curso de Mecánica Racional entre los ciclos 2011II al 2014I, en el campus Piura.

Para determinar el tamaño de muestra de esa población asumimos un nivel de confianza estadística de 95%; una precisión, es decir, en cuanto acepta que difiera el verdadero porcentaje del universo del 5%, el valor de la desviación normal, igual a 1.96 para un nivel de significación del 5%, la prevalencia de la característica en la población $p=0.50$ y $q=0.50$.

Para un universo conocido, utilizamos para determinar el tamaño de muestra:

$$n = \frac{Z^2 \times N \times p \times (1-p)}{(N-1) \times E^2 + Z^2 \times p \times (1-p)}$$

La porción de la muestra tomada de cada ciclo se puede ver en la Tabla 1. Las edades de los alumnos considerados se encuentran entre los 19 y 22 años de edad.

Tabla 1. Porción de la muestra

Ciclo	N° Estudiantes	%	N° Estudiantes Muestra
2011-II	23	11.8	16
2012-I	33	17.01	22
2012-II	32	16.49	21
2013-I	37	19.07	25
2013-II	21	10.82	14
2014-I	48	24.74	32
TOTAL	194		130

Fuente: Elaboración propia.

3.3.4 Técnicas e instrumentos de recolección de datos

Para realizar la investigación se procedió a elaborar una prueba de nueve apartados con lo que se busca determinar las dificultades de los estudiantes respecto al momento angular.

La prueba se distribuye en tres bloques que analizan las variables importantes para el estudio del momento angular. Estas han sido consideradas como: Inercia, Conservación de Momento Angular y la Aplicación de la Conservación del Momento Angular en relación de otros conceptos. Ver anexo N°2

3.3.5 Validación de la prueba

La prueba fue sometida a juicio de expertos por tres profesores de la facultad de Ingeniería, que dictan cursos. Se consideró las recomendaciones dadas para que la prueba pueda ser entendida en el contexto actual de la universidad. La prueba tipo encuesta tuvo una duración aproximada de veinte minutos y fue tomada por dos alumnos egresados de la facultad de ingeniería.

3.4 Variables de estudio

La definición operacional de las variables se puede ver en el Anexo N°1.

3.5 Técnicas e instrumentos.

El *documento* aplicado se elaboró teniendo en cuenta otros documentos similares para la determinación de variables físicas similares pero se añadió gráficos específicos a la pregunta correspondiente con la finalidad de que el alumno asocie identifique más el fenómeno físico requerido y disminuir el efecto de la abstracción en cada caso. La mayoría de las preguntas realizadas corresponden a situaciones conocidas en el entorno académico para el estudio del sólido rígido.

Una vez diseñada la prueba se sometió a un juicio de expertos que tienen como característica común la docencia en el ámbito universitario.

La prueba piloto se realizó con estudiantes del 2011-I. Los cambios realizados fueron en el texto para un mejor entendimiento.

Aplicación, se realizó unos minutos antes de las clases en que se encontraban los estudiantes para la muestra seleccionada. Se coordinaba la autorización para que se permitiera unos minutos antes que acabe la clase y luego se tomaba la prueba a todos los participantes para posteriormente seleccionar las pruebas requeridas.

La prueba tomada se indica en el Anexo N°2.

3.6 Procedimiento.

Para la elaboración de la información se utilizó el programa IBM-SPSS Statics v.22 para entorno Windows.

Los resultados obtenidos serán presentados en tablas y en un gráfico de barras. En las abscisas se identificará cada una de las respuestas presentadas como alternativa y en las ordenadas el porcentaje

de alumnos que respondieron esa opción. Las tablas de cada pregunta serán identificadas por la letra P y el número correspondiente a la misma.

Los resultados encontrados en cada pregunta serán analizados considerando las variables utilizadas en el presente trabajo.

Capítulo IV

Resultados de la investigación

4.1. Marco referencial

El trabajo se realizó en la Universidad de Piura para los alumnos de la Facultad de Ingeniería Industrial y de Sistemas que habían llevado el curso de mecánica racional entre los ciclos 2011-II y 2014-I.

La Universidad de Piura, cuya creación ha sido promovida y auspiciada por la Asociación para el Desarrollo de la Enseñanza Universitaria (ADEU), reconoce como Fundador a su primer Gran Canciller San Josemaría Escrivá de Balaguer, Fundador del Opus Dei.

La Universidad de Piura se guía por los principios derivados de una concepción cristiana del hombre, de la sociedad y del mundo.

La Prelatura del Opus Dei, institución de la Iglesia Católica, tiene a su cargo la actividad de formación espiritual y doctrinal-religiosa que, respetando siempre la libertad de las conciencias, imparte la Universidad de Piura.

Son funciones primordiales de la Universidad de Piura:

- Proporcionar formación integral y preparación profesional a sus alumnos, de modo que puedan servir eficazmente a sus conciudadanos y a toda la sociedad promoviendo el bien común; y proporcionar a sus ex alumnos oportunidades suficientes para

mantener, actualizar y perfeccionar la formación adquirida durante su paso por las aulas.

- Impulsar y divulgar la investigación científica en todos los campos, comenzando por los vinculados más directamente con la promoción de la calidad de vida de la comunidad regional, nacional e internacional.
- Procurar el acceso a los estudios universitarios de cuantos posean la necesaria capacidad académica y humana, con independencia de sus posibilidades económicas, su origen social, su raza o su religión.
- Realizar una amplia labor de extensión universitaria que contribuya a la elevación moral, cultural y material de los diversos sectores sociales.
- Llevar a cabo otras tareas de servicio a la sociedad en los ámbitos propios de su actividad docente y científica.

La Universidad de Piura está abierta a cuantos respeten el presente Ideario, sean individuos o instituciones, del ámbito nacional o mundial. Con todos procurará mantener relaciones cada vez más intensas de colaboración, intercambio y mutua ayuda.

La vida académica se ha de desenvolver siempre dentro de un régimen de libertad responsable, de modo que se cree el ambiente necesario para la mutua cooperación y respeto.

Por su especial función en la vida académica, los profesores han de distinguirse por su competencia científica y pedagógica; por su rectitud de vida; por el cumplimiento estricto de sus deberes; y, en general, por su aptitud para identificarse con los principios del ideario.

La Universidad de Piura proporciona una formación básica sólida, de amplio contenido humanístico y científico, como fundamento indispensable de todas las enseñanzas profesionales que imparte. Asimismo, promueve la colaboración mutua y las relaciones interdisciplinarias dentro de cada Centro y en el conjunto de ellos, pues no son entidades aisladas, sino partes de un todo para el logro de los fines de la corporación universitaria.

La Facultad de Ingeniería Industrial y de Sistemas busca formar un Ingeniero Industrial y de Sistemas que gestiona y optimiza

procedimientos, procesos y operaciones de una empresa. La componente de sistemas le ofrece una mayor versatilidad y visión integral, haciendo más eficiente su labor. Sus habilidades técnicas y de gestión lo convierten en líder de las industrias de hoy. El Ingeniero Industrial y de Sistemas de la UDEP es capaz de diseñar, gestionar y ejecutar operaciones de manufactura, servicios y proyectos de información. Orienta su actividad profesional a los principales sectores productivos, en especial, aquellos que contribuyen al desarrollo nacional

4.2 Resultados de la investigación

4.2.1 Presentación de resultados

Pregunta A1. Se busca que el alumno determine en forma intuitiva la dificultad de un cuerpo rígido a ser rotado alrededor de un eje. La distribución de la masa y la distancia del centro de masa al eje de giro son elementos que se deben considerar.

P1.- El escobillón mostrado se quiere hacer girar alrededor de cada uno de los ejes de rotación indicados. Indicar la respuesta correcta:

- 1.- Es más fácil la rotación alrededor del eje 1.
- 2.- Es más fácil la rotación alrededor del eje 2.
- 3.- La dificultad es la misma para los dos ejes.
- 4.- Ninguna de las anteriores.

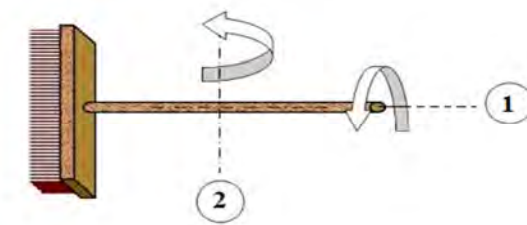


Figura 5. Problema 1

Fuente: Wikipedia

Tabla 2. Valores de frecuencia P1

P1		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido	es más fácil la rotación alrededor del eje 1	84	64,6	65,1	65,1
	es más fácil la rotación alrededor del eje 2	30	23,1	23,3	88,4
	la dificultad es la misma para los dos ejes	11	8,5	8,5	96,9
	niguna de las anteriores	4	3,1	3,1	100,0
	Total	129	99,2	100,0	
Perdidos	Sistema	1	,8		
	Total	130	100,0		

Fuente: Instrumento de Evaluación Diseñado para la Investigación.

Los resultados de la Tabla 2, muestra que sólo el 65% de los alumnos responden acertadamente a la pregunta ya que al ser el cuerpo simétrico en el eje 1 el valor del momento de Inercia es menor que si se considerara el eje 2, su distribución de masa es uniforme a ambos lados del eje 1. El valor del momento de inercia de un cuerpo depende del eje respecto al cual gira cuando más alejado se encuentre el centro de masa del eje de giro mayor será el valor del momento de inercia.

Asimismo hay un elevado porcentaje, el 23%, de los alumnos que se equivoca al optar por la alternativa del eje 2. Los alumnos no logran identificar, ni intuir, la dificultad que representa acelerar un cuerpo asimétrico alrededor del eje 2.

Un 9% considera que la dificultad es la misma para ambos ejes, esto indica probablemente que los alumnos tienen una idea equivocada de la inercia rotacional.

Gráficamente:

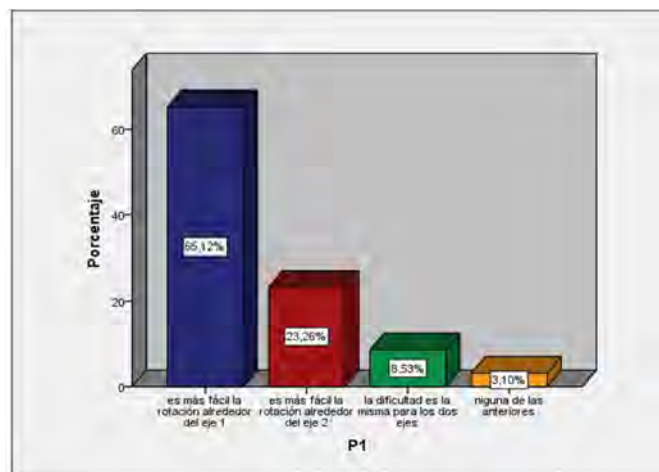


Figura 6. Gráfico de frecuencia P1

Fuente: Instrumento de Evaluación Diseñado para la Investigación.

Los siguientes análisis buscan determinar si existe asociación de las respuestas de los alumnos a esta pregunta con el ciclo al que pertenece:

Tabla 3. Tabulación cruzada por ciclo P1

ciclo*P1 tabulación cruzada			P1				Total
			es más fácil la rotación alrededor del eje 1	es más fácil la rotación alrededor del eje 2	la dificultad es la misma para los dos ejes	ninguna de las anteriores	
ciclo	2011 - II	Recuento	12	4	0	0	16
		% dentro de P1	14,3%	13,3%	0,0%	0,0%	12,4%
	2012 - I	Recuento	10	8	3	0	21
		% dentro de P1	11,9%	26,7%	27,3%	0,0%	16,3%
	2012 - II	Recuento	12	2	2	0	16
		% dentro de P1	14,3%	6,7%	18,2%	0,0%	12,4%
	2013 - I	Recuento	13	11	3	2	29
		% dentro de P1	15,5%	36,7%	27,3%	50,0%	22,5%
	2013 - II	Recuento	14	2	2	0	18
		% dentro de P1	16,7%	6,7%	18,2%	0,0%	14,0%
	2014 - I	Recuento	23	3	1	2	29
		% dentro de P1	27,4%	10,0%	9,1%	50,0%	22,5%
	Total	Recuento	84	30	11	4	129
		% dentro de P1	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%

Fuente: Instrumento de Evaluación Diseñado para la Investigación.

Los resultados de la Tabla 3, indican que las respuestas nos son similares para los ciclo del estudiante. Del 100% de estudiantes que ha

seleccionada la respuesta correcta el 27,4% son del ciclo 2014 I. Esto se debe los estudiantes tienen poco tiempo de haber estudiado estos conceptos y logran asociar las ideas con mayor facilidad.

Por otra parte, del 100% de estudiantes que selecciona de manera errada la alternativa 2 como respuesta, el 36,7% son del ciclo 2013 II.

La prueba exacta de Fisher, Tabla 4, se descarta Chi cuadrado porque se tiene frecuencias esperadas menores a 5, nos dice que no es posible calcular el valor p porque hay muchas frecuencias esperadas menores a cinco. En ese sentido no podemos afirmar asociación entre estas dos variables.

Tabla 4. : Pruebas de Chi-cuadrado P1.

Pruebas de chi-cuadrado						
	Valor	gl	Sig. asintótica (2 caras)	Significación exacta (2 caras)	Significación exacta (1 cara)	Probabilidad en el punto
Chi-cuadrado de Pearson	21,857 ^a	15	,112	. ^b		
Razón de verosimilitud	25,231	15	,047	. ^b		
Prueba exacta de Fisher	. ^b			. ^b		
Asociación lineal por lineal	,043 ^c	1	,836	,843	,430	,026
N de casos válidos	129					

a. 16 casillas (66,7%) han esperado un recuento menor que 5. El recuento mínimo esperado es ,50.

b. No se puede calcular porque no hay memoria suficiente.

c. El estadístico estandarizado es -,207.

Fuente: Instrumento de Evaluación Diseñado para la Investigación.

Tabla 5. Tabulación cruzada por género

Género 'P1' tabulación cruzada						
		P1				Total
		es más fácil la rotación alrededor del eje 1	es más fácil la rotación alrededor del eje 2	la dificultad es la misma para los dos ejes	niguna de las anteriores	
Género	masculino	Recuento 49	12	7	1	69
		% dentro de P1 58,3%	40,0%	63,6%	25,0%	53,5%
	femenino	Recuento 35	18	4	3	60
		% dentro de P1 41,7%	60,0%	36,4%	75,0%	46,5%
Total		Recuento 84	30	11	4	129
		% dentro de P1 100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%

Fuente: Instrumento de Evaluación Diseñado para la Investigación.

De la Tabla 5, podemos decir que del 100% de estudiantes que selecciona la respuesta correcta el 58,3% son varones. La prueba Chi cuadrado, Tabla 6, nos indica que no existe asociación entre estas dos variables, esto es la respuesta que dan los estudiantes no está relacionada al género de éste, dado que el valor $p=0.203$ es mayor que 0.05.

Tabla 6. Pruebas de Chi-cuadrado P1

Pruebas de chi-cuadrado						
	Valor	gl	Sig. asintótica (2 caras)	Significación exacta (2 caras)	Significación exacta (1 cara)	Probabilidad en el punto
Chi-cuadrado de Pearson	4,747 ^a	3	,191	,209		
Razón de verosimilitud	4,799	3	,187	,244		
Prueba exacta de Fisher	4,631			,203		
Asociación lineal por lineal	1,396 ^b	1	,237	,261	,144	,045
N de casos válidos	129					

a. 2 casillas (25,0%) han esperado un recuento menor que 5. El recuento mínimo esperado es 1,86.

b. El estadístico estandarizado es 1,181.

Fuente: Instrumento de Evaluación Diseñado para la Investigación.

Gráficamente:

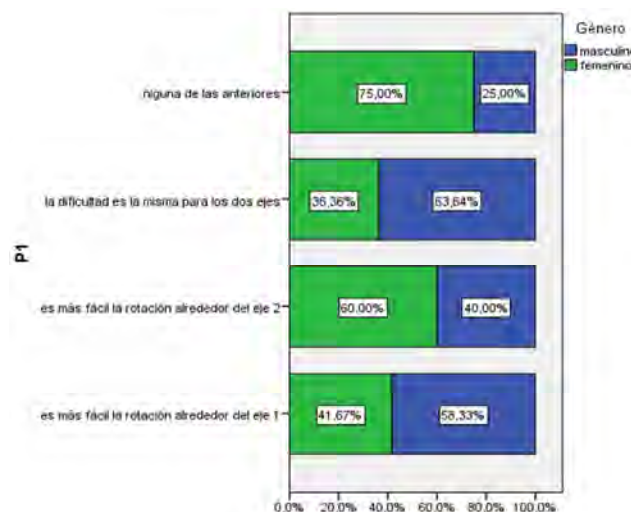


Figura 7. Gráfico de frecuencia por género P1

Fuente: Instrumento de Evaluación Diseñado para la Investigación.

Pregunta A2. Se busca determinar si el alumno logra identificar claramente el concepto del momento de inercia. El momento de inercia depende de la distribución de la masa respecto al eje de rotación, por eso el valor de éste no es constante y va a depender del eje respecto al cual va a girar el cuerpo.

P2. El bate de béisbol mostrado en la figura tiene centro de masa en G y sus extremos son A y B. Sí, el bate se encuentra en el plano horizontal, determinar respecto a que eje perpendicular, que pasa por cada uno de los puntos indicados, se obtiene el mayor Momento de Inercia:

- 1.- I_A
- 2.- I_B
- 3.- I_G
- 4.- $I_A = I_B$



Figura 8. Problema 2
Fuente: elaboración propia

Tabla 7. Valores de frecuencia P2.

		P2			
		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido	la	66	50,8	52,0	52,0
	lb	13	10,0	10,2	62,2
	lc	15	11,5	11,8	74,0
	la = lb	33	25,4	26,0	100,0
	Total	127	97,7	100,0	
Perdidos	Sistema	3	2,3		
Total		130	100,0		

Fuente: Instrumento de Evaluación Diseñado para la Investigación.

De la Tabla 7, obtenemos que el 52% de los alumnos responden correctamente, con lo cual podemos decir que de alguna manera saben determinar el valor correcto del momento de inercia respecto a un eje diferente de aquel que pasa por su centro de gravedad. El 10% considera

que el mayor valor del momento de inercia es el calculado respecto al eje B, esto lo que nos indica que no tiene una idea clara de la dependencia de la distribución de masa. La alternativa de que el mayor valor del momento se logra en el eje que pasa por el centro de gravedad es seleccionada por el 12% de alumnos y es claro que no aplican el teorema de los ejes paralelos. El 26% selecciona como respuesta correcta la alternativa de que el mayor momento de inercia es igual para A y B. La única explicación para entender esta respuesta es que el bate se haya considerado como una varilla y en ese caso el valor sería de $ml^2/3$ en ambos casos.

Esta pregunta muestra en sus resultados que los alumnos presentan una mayor dificultad para identificar respecto a que eje de giro existe un mayor momento de inercia. Sí, por lo visto en la figura la distribución de la masa está lejos del eje perpendicular A representada por el centro de masa G, entonces si aplicamos el teorema de Steiner podemos determinar la respuesta correcta.

El bate tiene un momento de Inercia I_G respecto al eje que pasa por su centro de gravedad para encontrar el momento de inercia respecto a los ejes requeridos, tenemos:

$$I_A = I_G + m \times AG^2$$

$$I_B = I_G + m \times BG^2$$

$$\text{Sí, } AG \geq BG \text{ entonces } I_A \geq I_B$$

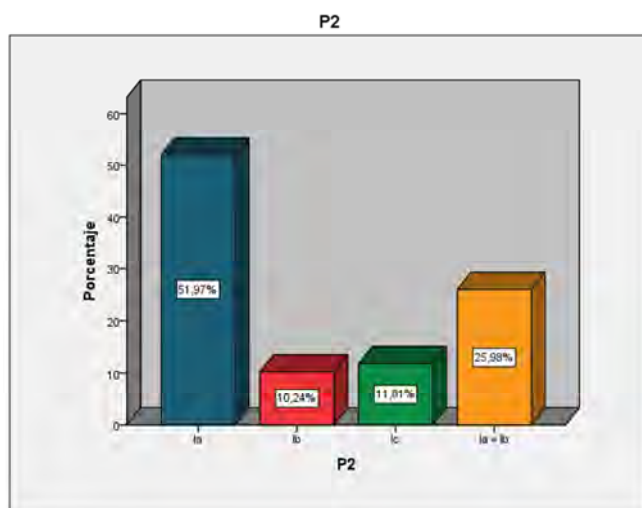


Figura 9. Gráfico de frecuencia P2

Fuente: elaboración propia

Tabla 8. Tabulación cruzada por ciclo P2.

ciclo*P2 tabulación cruzada						
			P2			
			la	lb	lc	la = lb
ciclo	2011 - II	Recuento	14	1	0	1
		% dentro de P2	21,2%	7,7%	0,0%	3,0%
2012 - I	Recuento	12	1	2	7	
	% dentro de P2	18,2%	7,7%	13,3%	21,2%	
2012 - II	Recuento	7	2	3	4	
	% dentro de P2	10,6%	15,4%	20,0%	12,1%	
2013 - I	Recuento	10	5	7	6	
	% dentro de P2	15,2%	38,5%	46,7%	18,2%	
2013 - II	Recuento	9	1	2	5	
	% dentro de P2	13,6%	7,7%	13,3%	15,2%	
2014 - I	Recuento	14	3	1	10	
	% dentro de P2	21,2%	23,1%	6,7%	30,3%	
Total	Recuento	66	13	15	33	
	% dentro de P2	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	

Fuente: Instrumento de Evaluación Diseñado para la Investigación.

No es posible determinar asociación entre las respuestas de los alumnos y el ciclo en que se encuentra porque existen muchas frecuencias menores a 5, Tabla 8. De la tabla 9, determinamos que no existe asociación de estas variables.

Tabla 9. Pruebas de Chi-cuadrado P2.

Pruebas de chi-cuadrado					
	Valor	gl	Sig. asintótica (2 caras)	Significación exacta (2 caras)	Significación exacta (1 cara)
Chi-cuadrado de Pearson	20,931 ^a	15	,139	. ^b	
Razón de verosimilitud	22,790	15	,089	. ^b	
Prueba exacta de Fisher	. ^b			. ^b	
Asociación lineal por lineal	3,308	1	,069	. ^b	. ^b
N de casos válidos	127				

a. 15 casillas (62,5%) han esperado un recuento menor que 5. El recuento mínimo esperado es 1,64.

b. No se puede calcular porque no hay memoria suficiente.

Fuente: Instrumento de Evaluación Diseñado para la Investigación.

Si se diferencia los resultados por género tenemos lo siguiente:

Tabla 10. Tabulación cruzada por género P2.

Género'P2 tabulación cruzada							
			P2				Total
			la	lb	lc	la = lb	
Género	masculino	Recuento	34	7	6	21	68
		% dentro de P2	51,5%	53,8%	40,0%	63,6%	53,5%
femenino		Recuento	32	6	9	12	59
		% dentro de P2	48,5%	46,2%	60,0%	36,4%	46,5%
Total		Recuento	66	13	15	33	127
		% dentro de P2	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%

Fuente: Instrumento de Evaluación Diseñado para la Investigación.

En la Tabla 10, considerando la tabulación cruzada por género, el 100% de alumnos que responden de manera correcta esta pregunta el 51,5% son varones. La tasa más alta de error está en la alternativa 4, después de la primera alternativa esta es la segunda con mayor presencia, 33 de los 127 alumnos.

La prueba Chi cuadro es no significativa dado que valor $p=0,463$, y este es mayor a 0,05. Esto significa que las respuestas son similares para los estudiantes hombres y mujeres.

Tabla 11. Pruebas de Chi-cuadrado P2.

Pruebas de chi-cuadrado			
	Valor	gl	Sig. asintótica (2 caras)
Chi-cuadrado de Pearson	2,567 ^a	3	,463
Razón de verosimilitud	2,589	3	,459
Asociación lineal por lineal	,673	1	,412
N de casos válidos	127		

a. 0 casillas (0,0%) han esperado un recuento menor que 5. El recuento mínimo esperado es 6,04.

Fuente: Instrumento de Evaluación Diseñado para la Investigación.

Gráficamente:

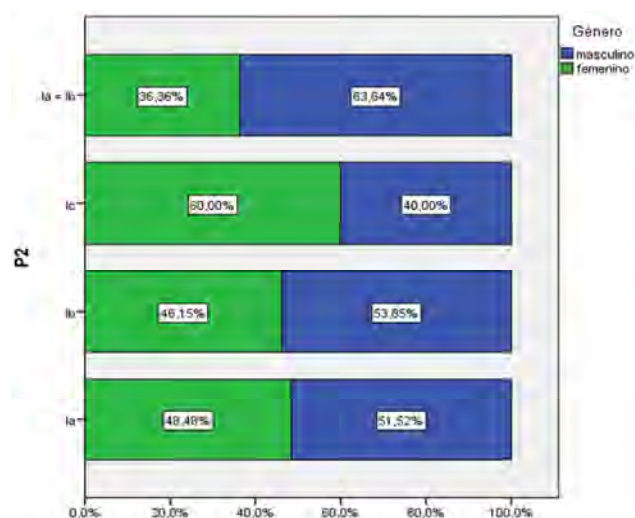


Figura 10. Gráfico de frecuencia por género P2

Fuente: Instrumento de Evaluación Diseñado para la Investigación.

Pregunta A3.- Esta pregunta al igual que la P3 busca determinar si se tiene claro la dependencia de la distancia del centro de masa al eje de giro para determinar el momento de inercia, pero con mayor grado de dificultad.

P5. El momento de inercia de un cilindro homogéneo con respecto a uno de sus ejes de simetría, el eje longitudinal z que pasa por su centro de masa es $I_M = MR^2/2$. A igual masa e igual radio externo, el momento de inercia de un cilindro hueco I_H será:

1. $I_M = I_H$
2. $I_H < I_M$
3. $I_M < I_H$
4. Necesito calcularlo para responder.

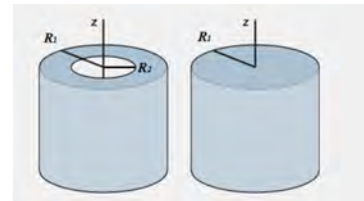


Figura 11. Problema 5
Fuente: Fisica.UPM.España

Tabla 12. Valores de frecuencia P5

		P5			
		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido	$I_M = I_H$	22	16,9	17,2	17,2
	$I_H < I_M$	82	63,1	64,1	81,3
	$I_M < I_H$	20	15,4	15,6	96,9
	necesito calcularlo para responder	4	3,1	3,1	100,0
	Total	128	98,5	100,0	
Perdidos	Sistema	2	1,5		
Total		130	100,0		

Fuente: Instrumento de Evaluación Diseñado para la Investigación.

En esta pregunta, Tabla 12, los resultados indican que el 15.6% de alumnos responde correctamente esta pregunta, alternativa 3. Los alumnos se equivocan en mayor medida con la alternativa 2 pues el 64,1% selecciona esta alternativa como correcta. Se vuelve a determinar que los alumnos no fijan el concepto de momento de inercia y su dependencia de la distribución de la masa, es fácil encontrar esta respuesta en clase porque asocian con frecuencia la masa con la inercia, dejan de lado con facilidad el hecho de que la inercia es mayor cuando la masa este más alejada del centro de giro. La otra explicación que suelen dar de inmediato en clase es que la inercia es menor por que la masa es menor en el cilindro hueco. No consideran el hecho de que se les dice que ambos cilindros tienen igual masa. Un 17.2% responde que el momento de inercia de un cilindro macizo es igual que el de un cilindro hueco sí ambos tienen la misma masa, aquí se puede observar que los estudiantes no diferencian entre momento de inercia y masa.

Cuando los estudiantes usan formulario todos estos errores se ocultan al resolver analíticamente un problema. En momento de inercia lo aplican y llegan a un resultado correcto aunque tengan el concepto equivocado científicamente.

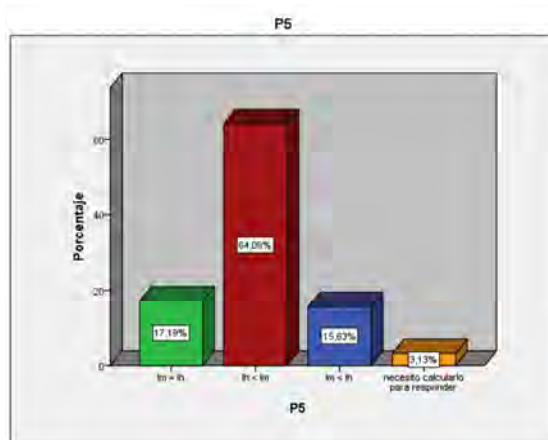


Figura 12. Gráfico de frecuencia P5

Fuente: Instrumento de Evaluación Diseñado para la Investigación.

Los siguientes análisis buscan determinar si existe asociación de las respuestas de los alumnos a esta pregunta con el ciclo al que pertenece

Tabla 13. Tabulación cruzada por ciclo P5

ciclo*P5 tabulación cruzada			P5				Total
			lm = lh	lh < lm	lm < lh	necesito calcularlo para responder	
ciclo	2011 - II	Recuento	1	12	2	0	15
		% dentro de P5	4,5%	14,6%	10,0%	0,0%	11,7%
	2012 - I	Recuento	2	17	3	0	22
		% dentro de P5	9,1%	20,7%	15,0%	0,0%	17,2%
	2012 - II	Recuento	3	11	2	0	16
		% dentro de P5	13,6%	13,4%	10,0%	0,0%	12,5%
	2013 - I	Recuento	7	18	3	1	29
		% dentro de P5	31,8%	22,0%	15,0%	25,0%	22,7%
	2013 - II	Recuento	5	10	2	1	18
		% dentro de P5	22,7%	12,2%	10,0%	25,0%	14,1%
	2014 - I	Recuento	4	14	8	2	28
		% dentro de P5	18,2%	17,1%	40,0%	50,0%	21,9%
	Total	Recuento	22	82	20	4	128
		% dentro de P5	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%

Fuente: Instrumento de Evaluación Diseñado para la Investigación.

Los resultados, Tabla 13, indican que las respuestas nos dice que los que mejor ha respondido esta pregunta son los del ciclo 2014 I, pues del 100% de alumnos que ha seleccionada la respuesta correcta el 40% son de este ciclo. Los conocimientos obtenidos están más cercanos por ser poco el tiempo desde que seguramente se les dijo en clase de estos errores frecuentes que se cometen, y esto normalmente se les mencionan a todos los alumnos que llevan Mecánica Racional.

La prueba exacta de Fisher, Tabla 14, se descarta Chi cuadrado porque se tiene frecuencias esperadas menores a 5, no dice que no existe asociación, porque el valor $p=0.622$ es mayor que 0.05.

Tabla 14. Pruebas de Chi-cuadrado P5

Pruebas de chi-cuadrado						
	Valor	gl	Sig. asintótica (2 caras)	Significación exacta (2 caras)	Significación exacta (1 cara)	Probabilidad en el punto
Chi-cuadrado de Pearson	13,704 ^a	15	,548	. ^b		
Razón de verosimilitud	14,618	15	,479	,612		
Prueba exacta de Fisher	12,113			,622		
Asociación lineal por lineal	,944 ^c	1	,331	,351	,177	,020
N de casos válidos	128					

a. 18 casillas (75,0%) han esperado un recuento menor que 5. El recuento mínimo esperado es ,47.

b. No se puede calcular porque no hay memoria suficiente.

c. El estadístico estandarizado es ,972.

Fuente: Instrumento de Evaluación Diseñado para la Investigación.

Si se diferencia los resultados por género tenemos lo siguiente:

Tabla 15. Tabulación cruzada por género P5

			P5				Total
			lm = lh	lh < lm	lm < lh	necesito calcularlo para responder	
Género	masculino	Recuento	8	45	12	3	68
		% dentro de P5	36,4%	54,9%	60,0%	75,0%	53,1%
	femenino	Recuento	14	37	8	1	60
		% dentro de P5	63,6%	45,1%	40,0%	25,0%	46,9%
Total		Recuento	22	82	20	4	128
		% dentro de P5	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%

Fuente: Instrumento de Evaluación Diseñado para la Investigación.

De la misma manera que en preguntas anteriores, los hombres son los que más responden de manera correcta la pregunta, Tabla 15. Asimismo, la prueba exacta de Fisher, Tabla 16, nos dice que no hay asociación entre estas dos variables, tal como se muestra en la siguiente tabla

Tabla 16. Pruebas de Chi-cuadrado P5

Pruebas de chi-cuadrado						
	Valor	gl	Sig. asintótica (2 caras)	Significación exacta (2 caras)	Significación exacta (1 cara)	Probabilidad en el punto
Chi-cuadrado de Pearson	3,731 ^a	3	,292	,313		
Razón de verosimilitud	3,791	3	,285	,311		
Prueba exacta de Fisher	3,621			,320		
Asociación lineal por lineal	3,204 ^b	1	,073	,087	,048	,021
N de casos válidos	128					

a. 2 casillas (25,0%) han esperado un recuento menor que 5. El recuento mínimo esperado es 1,88.

b. El estadístico estandarizado es -1,790.

Fuente: Instrumento de Evaluación Diseñado para la Investigación.

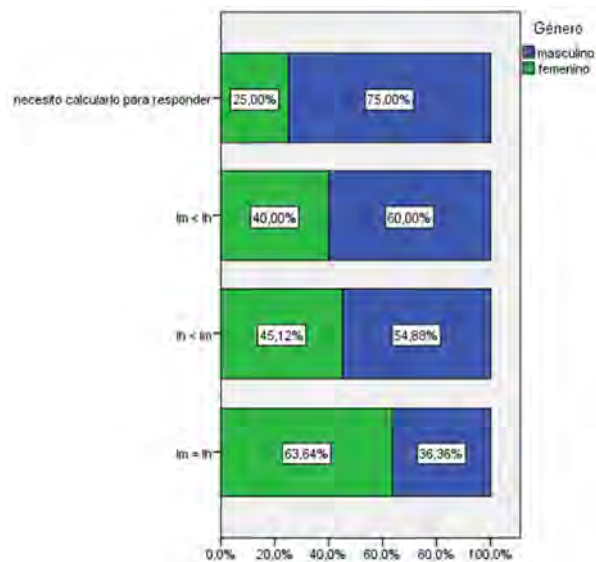


Figura 13. Gráfico de frecuencia por género P5

Fuente: Instrumento de Evaluación Diseñado para la Investigación.

Problema B1.- El problema busca ver si el alumno es capaz de identificar una situación de conservación del momento angular de un sólido rígido, al no haber par a lo largo del eje de rotación. El momento angular es igual a $L=I \times \omega$, donde para que permanezca constante las variables que cambian son la inercia y la velocidad angular. Al disminuir la distancia al centro de giro entonces el valor de la distancia de la masa cambia y por lo tanto el momento de inercia disminuye y la velocidad angular de giro se debe incrementar para que permanezca constante.

P3. Una persona, sosteniendo pesas en sus brazos, gira sobre un taburete giratorio, donde no existe par que actúa por fricción a lo largo del eje de rotación. Cuando tira las mancuernas hacia adentro, su momento de inercia en torno al eje vertical que pasa por su centro de masa cambia y ella hace girar más rápido. La componente z del momento angular alrededor del eje es:

1. Lo mismo.
2. Más grande.
3. Más pequeño.
4. No se da información suficiente para decidir.

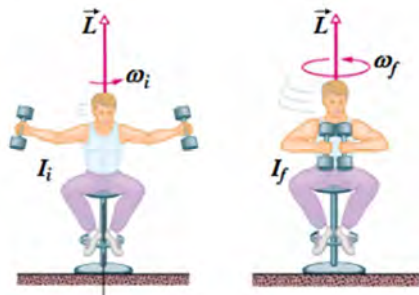


Figura 14. Problema 3

Fuente: Serway.

Tabla 17. Valores de frecuencia P3

		P3			
		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido	lo mismo	47	36,2	37,0	37,0
	más grande	35	26,9	27,6	64,6
	más pequeño	32	24,6	25,2	89,8
	no se da información suficiente para decidir	13	10,0	10,2	100,0
	Total	127	97,7	100,0	
Perdidos	Sistema	3	2,3		
Total		130	100,0		

Fuente: Instrumento de Evaluación Diseñado para la Investigación.

De la tabla 17, observamos que el 37% de los alumnos responde correctamente que el momento angular se conserva ante la ausencia de fricción a lo largo del eje de rotación del taburete. El 28% de los alumnos respondió que el momento angular es más grande. Se observa en la respuesta una relación directa con la velocidad angular a más velocidad mayor momento, es una idea que frecuentemente tienen los alumnos una asociación al momento de dar una rápida respuesta es como si se considerar el momento de una fuerza.

El 25% de los alumnos respondió que el momento angular es más pequeño. Se observa en la respuesta que los estudiantes la asocian directamente con el momento de inercia. A menor distancia del centro de rotación menor momento de inercia y menor momento angular. Los estudiantes consideran una relación directa del momento angular con el momento de inercia. Estamos ante un caso de error conceptual donde cerca del 52% de los alumnos trata el momento angular como si la única variable de dependencia es el momento inercia o la velocidad angular.

Gráficamente:

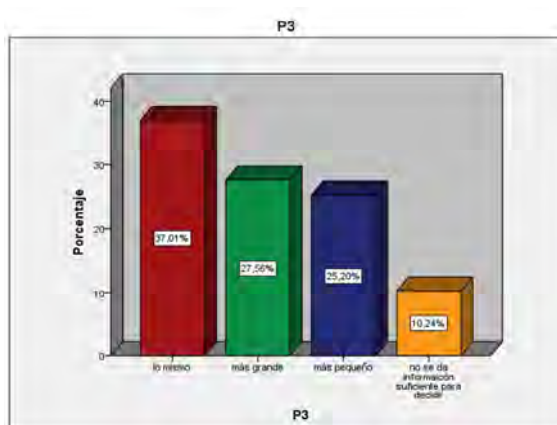


Figura 15. Gráfico de frecuencia P3

Fuente: Instrumento de Evaluación Diseñado para la Investigación.

Los siguientes análisis buscan determinar si existe asociación de las respuestas de los alumnos a esta pregunta con el ciclo al que pertenece y el género del estudiante:

Tabla 18. Tabulación cruzada por ciclo P3.

			P3				Total
			lo mismo	más grande	más pequeño	no se da información suficiente para decidir	
ciclo	2011 - II	Recuento	6	4	5	0	15
		% dentro de P3	12,8%	11,4%	15,6%	0,0%	11,8%
	2012 - I	Recuento	12	3	5	2	22
		% dentro de P3	25,5%	8,6%	15,6%	15,4%	17,3%
	2012 - II	Recuento	5	6	3	1	15
		% dentro de P3	10,6%	17,1%	9,4%	7,7%	11,8%
	2013 - I	Recuento	11	7	6	4	28
		% dentro de P3	23,4%	20,0%	18,8%	30,8%	22,0%
	2013 - II	Recuento	8	4	3	3	18
		% dentro de P3	17,0%	11,4%	9,4%	23,1%	14,2%
	2014 - I	Recuento	5	11	10	3	29
		% dentro de P3	10,6%	31,4%	31,3%	23,1%	22,8%
Total		Recuento	47	35	32	13	127
		% dentro de P3	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%

Fuente: Instrumento de Evaluación Diseñado para la Investigación.

Los valores de la Tabla 18, indican que el 100% de estudiantes que seleccionan la alternativa correcta, la mayor parte de estos alumnos son de los ciclos 2012 II y 2013 II con un 25,5% y 23,4%.

La prueba exacta de Fisher, Tabla 19, se descarta Chi cuadrado porque se tiene frecuencias esperadas menores a 5, nos dice que no es posible determinar asociación entre estas dos variables, por la cantidad de frecuencias esperadas menores a 5 así como por el número de categorías en las variables.

Tabla 19. Pruebas de Chi-cuadrado P3

Pruebas de chi-cuadrado					
	Valor	gl	Sig. asintótica (2 caras)	Significación exacta (2 caras)	Significación exacta (1 cara)
Chi-cuadrado de Pearson	14,273 ^a	15	,505	^b	
Razón de verosimilitud	16,284	15	,363	^b	
Prueba exacta de Fisher	^b			^b	
Asociación lineal por lineal	3,139	1	,076	^b	^b
N de casos válidos	127				

a. 12 casillas (50,0%) han esperado un recuento menor que 5. El recuento mínimo esperado es 1,54.

b. No se puede calcular porque no hay memoria suficiente.

Fuente: Instrumento de Evaluación Diseñado para la Investigación.

El siguiente cuadro nos muestra los resultados por género, Tabla 20, en que no se encuentra diferencia sustancial entre los estudiantes hombres y mujeres que respondieron correctamente esta pregunta:

Tabla 20. Tabulación cruzada por género P3

Género*P3 tabulación cruzada							
			P3				Total
			lo mismo	más grande	más pequeño	no se da información suficiente para decidir	
Género	masculino	Recuento	27	16	17	7	67
		% dentro de P3	57,4%	45,7%	53,1%	53,8%	52,8%
	femenino	Recuento	20	19	15	6	60
		% dentro de P3	42,6%	54,3%	46,9%	46,2%	47,2%
Total	Recuento	47	35	32	13	127	
	% dentro de P3	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	

Fuente: Instrumento de Evaluación Diseñado para la Investigación.

Tabla 21. Pruebas de Chi-cuadrado P3.

Pruebas de chi-cuadrado			
	Valor	gl	Sig. asintótica (2 caras)
Chi-cuadrado de Pearson	1,119 ^a	3	,772
Razón de verosimilitud	1,120	3	,772
Asociación lineal por lineal	,100	1	,752
N de casos válidos	127		

a. 0 casillas (0,0%) han esperado un recuento menor que 5. El recuento mínimo esperado es 6,14.

Fuente: Instrumento de Evaluación Diseñado para la Investigación.

La prueba chi cuadrado, Tabla 21, nos dice que no hay asociación entre la respuesta del alumno y el género de éste.

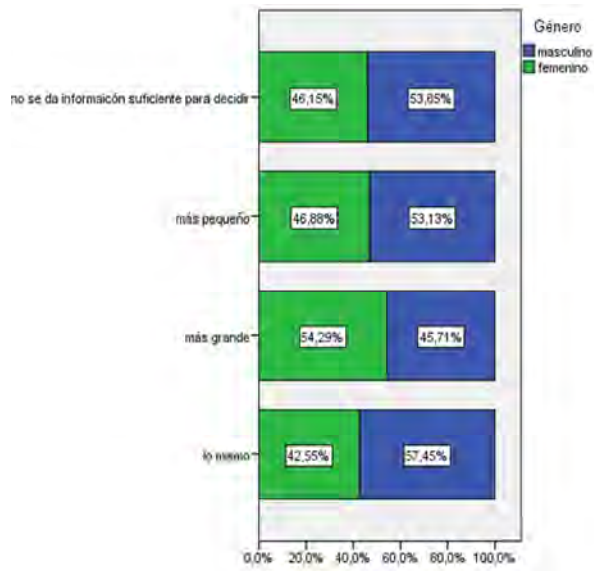


Figura 16. Gráfico de frecuencia por género P3

Fuente: Instrumento de Evaluación Diseñado para la Investigación.

Pregunta B2.- En esta pregunta se busca que el alumno analice la conservación del momento angular. El momento angular final se puede deducir del estado inicial considerando, por la conservación de momento angular $H_{O1} = H_{O2}$, entonces $H_{O1} = r \times mv_1 + I_O \omega_1$. Sí, la barra está sin movimiento y la bala tiene una misma velocidad todo dependerá de la distancia r de la bala al centro de giro O .

P6. Tres balas iguales y que se mueven con la misma velocidad, hacen impacto y se incrustan en una barra de madera colgada de un punto fijo, tal y como indican las figuras. Ordena de menor a mayor el Momento Angular del sistema después del impacto.

1. CBA 2. BCA 3. ABC 4. CBA

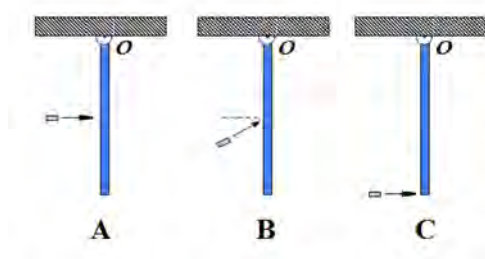


Figura 17. Problema 6

Fuente: Peñalba 2005

Tabla 22. Valores de frecuencia P6

		P6			
		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido	CBA	48	36,9	37,5	37,5
	BCA	11	8,5	8,6	46,1
	ABC	28	21,5	21,9	68,0
	BAC	41	31,5	32,0	100,0
	Total	128	98,5	100,0	
Perdidos	Sistema	2	1,5		
Total		130	100,0		

Fuente: Instrumento de Evaluación Diseñado para la Investigación.

El 32% de los estudiantes, Tabla 22, responde BAC, que es la respuesta correcta. En el estudio realizado en Peñalba 2005 de donde se tomo esta pregunta, coincidentemente se llega a resultados del orden del 30%. Lo que habría que considerar con una pregunta de tipo abierto es si se está utilizando correctamente el concepto de momento angular y no se este asociando la velocidad con fuerza y se este utilizando el concepto de momento de una fuerza dejando de lado el concepto de conservación del momento angular.

El 38% de los alumnos responde CBA, no existe explicación lógica para esta respuesta, lo único que pueda decirse es que no se ha considerado la notación vectorial del momento angular. Las respuestas correspondientes a 2 y 3 tienen 9% y 22% pero no se les encuentra una asociación con el concepto de conservación del momento angular. Para tener una idea más clara de que es lo que realmente piensa el alumno en este tipo de situaciones se debe tomar una prueba abierta donde el estudiante explique lo que hace.

Gráficamente:

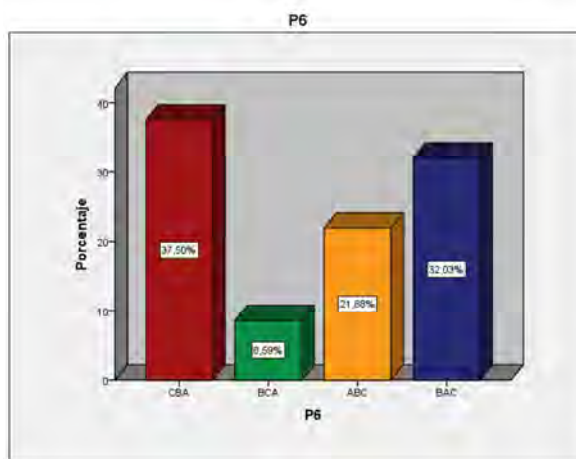


Figura 18. Gráfico de frecuencia P6

Fuente: Instrumento de Evaluación Diseñado para la Investigación.

La siguiente tabla nos detalla los resultados de los alumnos por ciclo al que pertenece.

Tabla 23. Tabulación cruzada por ciclo P6.

			P6				Total
			CBA	BCA	ABC	BAC	
ciclo	2011 - II	Recuento	3	1	2	10	16
		% dentro de P6	6,3%	9,1%	7,1%	24,4%	12,5%
	2012 - I	Recuento	8	3	6	4	21
		% dentro de P6	16,7%	27,3%	21,4%	9,8%	16,4%
	2012 - II	Recuento	5	2	3	6	16
		% dentro de P6	10,4%	18,2%	10,7%	14,6%	12,5%
	2013 - I	Recuento	13	1	5	10	29
		% dentro de P6	27,1%	9,1%	17,9%	24,4%	22,7%
	2013 - II	Recuento	7	2	6	3	18
		% dentro de P6	14,6%	18,2%	21,4%	7,3%	14,1%
	2014 - I	Recuento	12	2	6	8	28
		% dentro de P6	25,0%	18,2%	21,4%	19,5%	21,9%
Total	Recuento	48	11	28	41	128	
	% dentro de P6	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	

Fuente: Instrumento de Evaluación Diseñado para la Investigación.

Los resultados, Tabla 23, nos indican que son los alumnos del ciclo 2011 II los que mejor responden esta pregunta, ya que del 100% de alumnos de este ciclo el 24,4% ha respondido de manera correcta. En el lado opuesto está el ciclo 2013 II donde solo el 7,3% de los alumnos quede este ciclo ha respondido de manera correcta.

La prueba exacta de Fisher, Tabla 24, nos dice que no es posible determinar asociación entre las variables.

Tabla 24. Pruebas de Chi-cuadrado P6.

Pruebas de chi-cuadrado					
	Valor	gl	Sig. asintótica (2 caras)	Significación exacta (2 caras)	Significación exacta (1 cara)
Chi-cuadrado de Pearson	14,470 ^a	15	,490	^b	
Razón de verosimilitud	14,294	15	,503	^b	
Prueba exacta de Fisher	^b			^b	
Asociación lineal por lineal	2,450	1	,118	^b	^b
N de casos válidos	128				

a. 10 casillas (41,7%) han esperado un recuento menor que 5. El recuento mínimo esperado es 1,38.

b. No se puede calcular porque no hay memoria suficiente.

Fuente: Instrumento de Evaluación Diseñado para la Investigación.

Los resultados según género son:

Tabla 25. Tabulación cruzada por género P6.

Género'P6 tabulación cruzada							
			P6				Total
			CBA	BCA	ABC	BAC	
Género	masculino	Recuento	25	4	14	26	69
		% dentro de P6	52,1%	36,4%	50,0%	63,4%	53,9%
	femenino	Recuento	23	7	14	15	59
		% dentro de P6	47,9%	63,6%	50,0%	36,6%	46,1%
Total	Recuento	48	11	28	41	128	
	% dentro de P6	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	

Fuente: Instrumento de Evaluación Diseñado para la Investigación.

Del 100% de respuestas correctas el 63,4% pertenecen a estudiantes varones. Tabla 25.

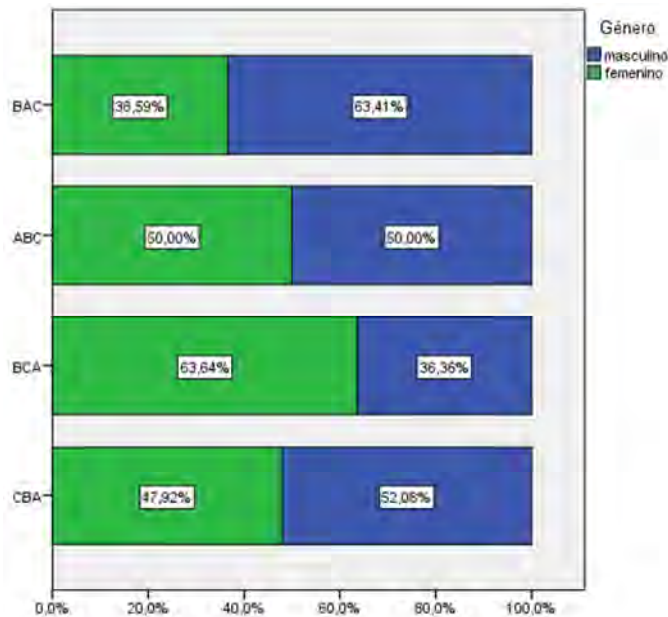


Figura 19. Gráfico de frecuencia por género P6

Fuente: Instrumento de Evaluación Diseñado para la Investigación.

Pregunta B3.- El valor del momento angular respecto al centro de giro del disco es: $\mathbf{H}_{O1} = \mathbf{I}_{GD}\boldsymbol{\omega} + \mathbf{d} \times \mathbf{mv} = \mathbf{I}_{GD}\boldsymbol{\omega} + \mathbf{d} \times m\mathbf{d}\boldsymbol{\omega} = \mathbf{I}_{GD}\boldsymbol{\omega} + m\mathbf{d}^2 \times \boldsymbol{\omega}$, por lo tanto el momento angular final se verá impactado por la dirección que tenga la persona respecto a la velocidad angular del disco. En otras palabras se evalúa considerar el carácter vectorial del momento angular y además se evalúa también si es capaz de determinar correctamente el momento de inercia.

P8. El dibujo muestra la vista superior de una plataforma circular giratoria. Está girando en sentido horario cuando un niño salta de tres maneras diferentes: (I) de la izquierda, (II) de la parte superior, y (III) de la derecha. En los tres casos, el niño cae en el mismo lugar. Comparar momentos angulares finales y los momentos de inercia del sistema finales para estos casos:

1. $L_I > L_{II} > L_{III}$ $I_I = I_{II} = I_{III}$
2. $L_I > L_{II} > L_{II}$ $I_I > I_{II} > I_{III}$
3. $L_I = L_{II} = L_{II}$ $I_I = I_{II} = I_{III}$
4. $L_I = L_{II} = L_{II}$ $I_I > I_{II} > I_{III}$

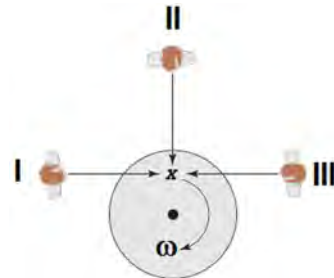


Figura 20: Problema 8
Fuente: Serway.

Tabla 26. Valores de frecuencia P8.

P8					
		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido	1	26	20,0	21,0	21,0
	2	33	25,4	26,6	47,6
	3	49	37,7	39,5	87,1
	4	16	12,3	12,9	100,0
	Total	124	95,4	100,0	
Perdidos	Sistema	6	4,6		
Total		130	100,0		

Fuente: Instrumento de Evaluación Diseñado para la Investigación.

Los resultados de la Tabla 26, nos muestran que sólo el 21% de los alumnos ha respondido de manera correcta esta pregunta con lo que muestra tener una idea clara respecto al carácter vectorial del momento

angular y además considerar correctamente los valores de los momentos de inercia. Los alumnos en un 39,5% se equivocan al seleccionar la alternativa 3 como respuesta, esto se debe a que están considerando el momento angular como si fuera un escalar es decir que la dirección no importa pero en lo que corresponde al momento de inercia si dan la respuesta correcta. El 26.6% acierta parcialmente al considerar el carácter vectorial del momento angular sin embargo el error lo tienen al considerar el valor del momento de inercia diferente para cada caso.

El 12.9% de los alumnos no sólo no considera el carácter vectorial del momento angular sino que además se equivoca al considerar el momento de inercia.

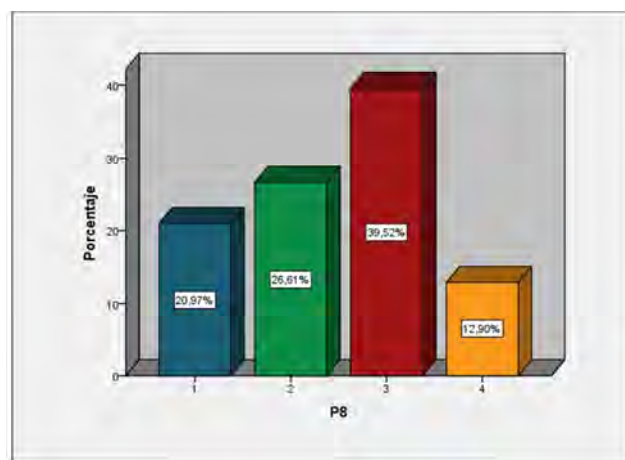


Figura 21 Gráfico de frecuencia P8

Fuente: l Instrumento de Evaluación Diseñado para la Investigación.

La siguiente tabla nos detalla los resultados de los alumnos por ciclo al que pertenece.

Tabla 27. Tabulación cruzada por ciclo P8.

ciclo*P8 tabulación cruzada			P8				Total
			1	2	3	4	
ciclo	2011 - II	Recuento	4	2	7	2	15
		% dentro de P8	15,4%	6,1%	14,3%	12,5%	12,1%
	2012 - I	Recuento	7	8	6	1	22
		% dentro de P8	26,9%	24,2%	12,2%	6,3%	17,7%
	2012 - II	Recuento	2	2	11	0	15
		% dentro de P8	7,7%	6,1%	22,4%	0,0%	12,1%
	2013 - I	Recuento	3	11	11	3	28
		% dentro de P8	11,5%	33,3%	22,4%	18,8%	22,6%
	2013 - II	Recuento	4	2	4	6	16
		% dentro de P8	15,4%	6,1%	8,2%	37,5%	12,9%
	2014 - I	Recuento	6	8	10	4	28
		% dentro de P8	23,1%	24,2%	20,4%	25,0%	22,6%
	Total	Recuento	26	33	49	16	124
		% dentro de P8	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%

Fuente: Instrumento de Evaluación Diseñado para la Investigación.

Los resultados mostrados en la Tabla 27, nos indican que son los estudiantes del ciclo 2012 I los que mejor responden esta pregunta, ya que del 100% de estudiantes de este ciclo el 26,9% ha respondido de manera correcta, le sigue el ciclo 2014 I con el 23,1%. En el lado opuesto está el ciclo 2012 II donde solo el 7,7% de los alumnos de este ciclo ha respondido de manera correcta. Normalmente se tienen la percepción de que los alumnos del ciclo I son los que mejor responden de una manera general al estudio de los problemas físicos que se consideran en Mecánica Racional, pero habría que realizar un estudio para confirmarlo.

La prueba exacta de Fisher, Tabla 28, nos dice no es posible determinar si hay asociación entre estas dos variables.

Tabla 28. Pruebas de Chi-cuadrado P8

Pruebas de chi-cuadrado					
	Valor	gl	Sig. asintótica (2 caras)	Significación exacta (2 caras)	Significación exacta (1 cara)
Chi-cuadrado de Pearson	26,219 ^a	15	,036	^b	
Razón de verosimilitud	25,951 ^b	15	,039	^b	
Prueba exacta de Fisher				^b	
Asociación lineal por lineal	,993	1	,319	^b	^b
N de casos válidos	124				

a. 13 casillas (54,2%) han esperado un recuento menor que 5. El recuento mínimo esperado es 1,94.

b. No se puede calcular porque no hay memoria suficiente.

Fuente: Instrumento de Evaluación Diseñado para la Investigación.

Los resultados según género son:

Tabla 29. Tabulación cruzada por género P8

Género'P8 tabulación cruzada							
			P8				Total
			1	2	3	4	
Género	masculino	Recuento	15	18	27	7	67
		% dentro de P8	57,7%	54,5%	55,1%	43,8%	54,0%
	femenino	Recuento	11	15	22	9	57
		% dentro de P8	42,3%	45,5%	44,9%	56,3%	46,0%
Total		Recuento	26	33	49	16	124
		% dentro de P8	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%

Fuente: Instrumento de Evaluación Diseñado para la Investigación.

De la Tabla 29, el 100% de respuestas correctas el 57,7% pertenecen a estudiantes varones.

La prueba Chi cuadrado, Tabla 30, nos dice que no existe asociación entre la respuesta de los alumnos y el género de éste.

Tabla 30. Pruebas de Chi-cuadrado P8.

Pruebas de chi-cuadrado			
	Valor	gl	Sig. asintótica (2 caras)
Chi-cuadrado de Pearson	,847 ^a	3	,838
Razón de verosimilitud	,845	3	,839
Asociación lineal por lineal	,482	1	,488
N de casos válidos	124		

a. 0 casillas (0,0%) han esperado un recuento menor que 5. El recuento mínimo esperado es 7,35.

Fuente: Instrumento de Evaluación Diseñado para la Investigación.

Gráficamente

Figura 23

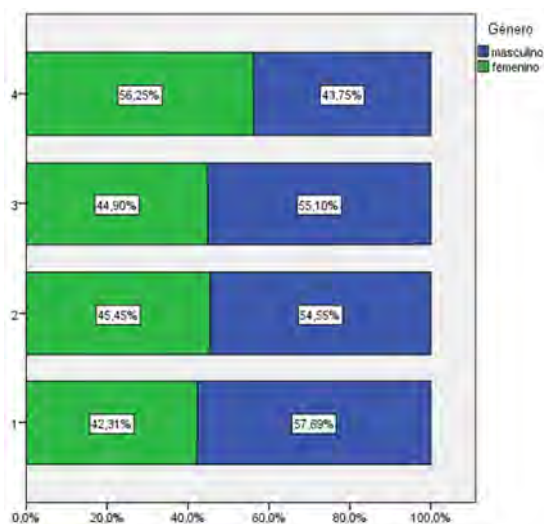


Figura 22. Gráfico de frecuencia por género P6

Fuente: Instrumento de Evaluación Diseñado para la Investigación.

regunta C1.- En este problema se busca determinar si el alumno ante la igualdad de variables utilizadas, no confunde la conservación del momento angular con conservación de energía de un sólido rígido en rotación.

P4. Una patinadora artística se encuentra en un punto sobre hielo, sin fricción, y gira alrededor con los brazos extendidos. Cuando junta sus brazos, ella reduce su momento de inercia de rotación e incrementa su velocidad angular. Supongamos que el componente z de su momento angular es constante. En comparación con su energía cinética de rotación inicial, su energía cinética de rotación después de que ella ha sacado en brazos debe ser:

1. Lo mismo.
2. Más grande.
3. Más pequeño.
4. No se da información suficiente para decidir.

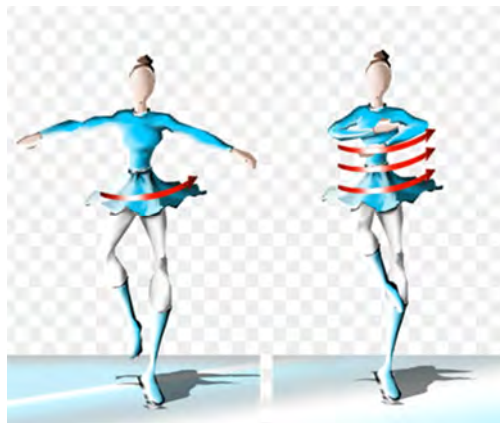


Figura 23. Problema 4
Fuente: Serway.

Tabla 31. Valores de frecuencia P4

P4		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido	lo mismo	12	9,2	9,4	9,4
	más grande	57	43,8	44,9	54,3
	más pequeño	57	43,8	44,9	99,2
	no se da información suficiente para decidir	1	,8	,8	100,0
	Total	127	97,7	100,0	
Perdidos	Sistema	3	2,3		
Total		130	100,0		

Fuente: Instrumento de Evaluación Diseñado para la Investigación.

Los resultados de la Tabla 31, nos muestran que el 44,9% de los estudiantes escogen la alternativa 3, la responde de manera correcta. Teóricamente el alumno ha logrado relacionar los conceptos de conservación del momento angular con el de energía rotacional. El estudiante ha debido considerar la conservación del momento angular $I_1\omega_1=I_2\omega_2$ y luego considerar la comparación de energía rotacional $T=I\omega^2/2$ entre los estados inicial y final.

$$I_1\omega_1 = I_2\omega_2 \rightarrow I_2 = \frac{I_1\omega_1}{\omega_2}$$

$$T_1 = \frac{1}{2}I_1\omega_1^2 = \frac{1}{2}I_1\omega_1\omega_1$$

$$T_2 = \frac{1}{2}I_2\omega_2^2 = \frac{1}{2}\frac{I_1\omega_1}{\omega_2}\omega_2^2 = \frac{1}{2}I_1\omega_1\omega_2$$

$$\text{Sí } \omega_1 \geq \omega_2 \rightarrow T_1 \geq T_2$$

Sin embargo igual porcentaje hay para la alternativa 2, los estudiantes al seleccionar esta alternativa no logran determinar que las variables cambian tanto para cuando se tiene los brazos cerrados y cambia también para los brazos extendidos. El 9.4% responde que la energía cinética de rotación es igual, es decir se conserva al igual que el momento angular.

Gráficamente:

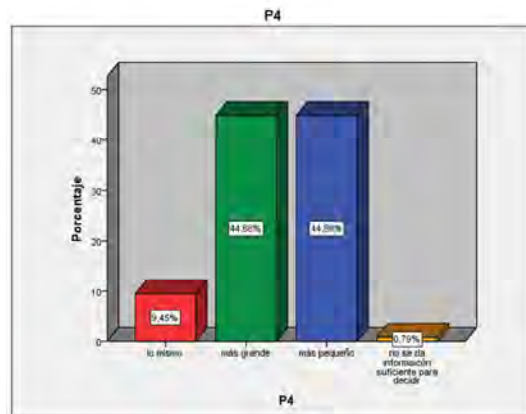


Figura 24. Gráfico de frecuencia P4

Fuente: Instrumento de Evaluación Diseñado para la Investigación.

Los siguientes análisis buscan determinar si existe asociación de las respuestas de los alumnos a esta pregunta con el ciclo al que pertenece.

Los resultados de la Tabla 32 indican que son los del ciclo 2013 I los que mejor responden esta pregunta, porque del 100% de alumnos que ha seleccionado la alternativa 3 el 24,6% son de este ciclo.

Los resultados de la Tabla 33 de la prueba exacta de Fisher, se descarta Chi cuadrado porque se tiene frecuencias esperadas menores a 5, no dice que no hay asociación entre las dos variables, valor $p = 0,943$, porque la significancia es mayor al 5%. Esto significa que las respuestas del estudiante no está ligado al ciclo al que pertenece.

Tabla 32. Tabulación cruzada por ciclo P4

ciclo P4 tabulación cruzada						
			P4			
			lo mismo	más grande	más pequeño	no se da información suficiente para decidir
ciclo	2011 - II	Recuento	1	7	7	0
		% dentro de P4	8,3%	12,3%	12,3%	0,0%
	2012 - I	Recuento	1	11	10	0
		% dentro de P4	8,3%	19,3%	17,5%	0,0%
	2012 - II	Recuento	3	7	6	0
		% dentro de P4	25,0%	12,3%	10,5%	0,0%
	2013 - I	Recuento	2	11	14	1
		% dentro de P4	16,7%	19,3%	24,6%	100,0%
	2013 - II	Recuento	3	9	6	0
		% dentro de P4	25,0%	15,8%	10,5%	0,0%
	2014 - I	Recuento	2	12	14	0
		% dentro de P4	16,7%	21,1%	24,6%	0,0%
	Total	Recuento	12	57	57	1
		% dentro de P4	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%

Fuente: Instrumento de Evaluación Diseñado para la Investigación.

Tabla 33. Pruebas de Chi-cuadrado P4

Pruebas de chi-cuadrado						
	Valor	gl	Sig. asintótica (2 caras)	Significación exacta (2 caras)	Significación exacta (1 cara)	Probabilidad en el punto
Chi-cuadrado de Pearson	8,529 ^a	15	,901	,952		
Razón de verosimilitud	7,733	15	,934	,951		
Prueba exacta de Fisher	9,697			,943		
Asociación lineal por lineal	,002 ^b	1	,967	,969	,499	,031
N de casos válidos	127					

a. 12 casillas (50,0%) han esperado un recuento menor que 5. El recuento mínimo esperado es ,12.

b. El estadístico estandarizado es -,042.

Fuente: Instrumento de Evaluación Diseñado para la Investigación.

Si se diferencia los resultados por género tenemos lo siguiente:

Tabla 34. Tabulación cruzada por género P4

			P4				Total
			lo mismo	más grande	más pequeño	no se da información suficiente para decidir	
Género	masculino	Recuento	6	29	33	0	68
		% dentro de P4	50,0%	50,9%	57,9%	0,0%	53,5%
	femenino	Recuento	6	28	24	1	59
		% dentro de P4	50,0%	49,1%	42,1%	100,0%	46,5%
Total	Recuento	12	57	57	1	127	
	% dentro de P4	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	

Fuente: Instrumento de Evaluación Diseñado para la Investigación.

Observamos en la Tabla 34 que son los varones los que mejor responde esta pregunta, pues del 100% de alumnos que selecciona la alternativa 3 el 57,9% son hombres.

Tabla 35. Pruebas de Chi-cuadrado P4

Pruebas de chi-cuadrado						
	Valor	gl	Sig. asintótica (2 caras)	Significación exacta (2 caras)	Significación exacta (1 cara)	Probabilidad en el punto
Chi-cuadrado de Pearson	1,810 ^a	3	,613	,712		
Razón de verosimilitud	2,193	3	,533	,712		
Prueba exacta de Fisher	1,791			,712		
Asociación lineal por lineal	,241 ^b	1	,623	,689	,360	,094
N de casos válidos	127					

a. 2 casillas (25,0%) han esperado un recuento menor que 5. El recuento mínimo esperado es ,46.

b. El estadístico estandarizado es -,491.

Fuente: Instrumento de Evaluación Diseñado para la Investigación.

La Tabla 35 de la prueba exacta Fisher nos dice que hay independencia estadística entre estas dos variables, esto es no está ligada la respuesta del alumno con su género.

Gráficamente:

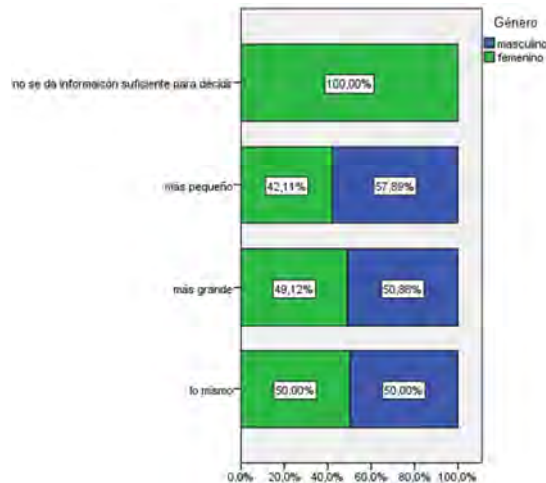


Figura 25. Gráfico de frecuencia por género P4
Fuente: Instrumento de Evaluación Diseñado para la Investigación.

Problema C2.- Esta pregunta busca evaluar si el alumno puede realizar un análisis correcto en un sistema complejo utilizando los conceptos de momento angular y energía.

P7. Una esfera de masa m está atada a una cuerda que pasa por la parte interna de un tubo. La cuerda tiene inicialmente, desde la esfera hasta el centro del tubo, una distancia $r = R_0$ y se mueve tangencialmente con una velocidad $v = v_0$. La cuerda se acorta gradualmente a través del agujero hasta que la esfera choca en el poste. Indique la respuesta correcta:

1. La energía y el momento angular de la esfera respecto al centro del tubo son constantes.

2. La energía de la esfera es constante, pero el momento angular respecto al centro cambia.
3. Tanto la energía y el momento angular de la esfera respecto al centro, cambian.
4. La energía de la esfera cambia, pero su momento angular respecto al centro permanece constante.

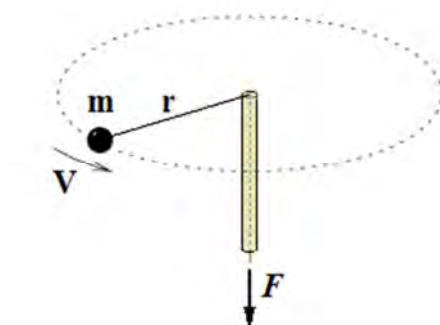


Figura 26. Problema 7
Fuente: Wikipedia.

Tabla 36. Valores de frecuencia P7.

P7					
		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido	la energía y el momento angular de la esfera respecto al centro del tubo son constantes	9	6,9	7,4	7,4
	la energía de la esfera es constante, pero el momento angular respecto al centro cambia	30	23,1	24,6	32,0
	tanto la energía y el momento angular de la esfera respecto al centro, cambian	57	43,8	46,7	78,7
	la energía de la esfera cambia, pero su momento angular respecto al centro permanece constante	26	20,0	21,3	100,0
	Total	122	93,8	100,0	
Perdidos	Sistema	8	6,2		
Total		130	100,0		

Fuente: Instrumento de Evaluación Diseñado para la Investigación.

Los resultados de la Tabla 36 nos muestran que sólo el 21,3% de los alumnos ha respondido de manera correcta esta pregunta. Los alumnos responden correctamente que el momento angular se conserva y que existe una variación de energía al existir una fuerza que se desplaza a lo largo del tubo. Los alumnos se equivocan en 46,7% al seleccionar la alternativa como respuesta, esto se debe a que no consideran la conservación del momento angular y que las variaciones de momento de inercia y velocidad angular varíen por la variación del radio o longitud de la cuerda.

El 7,4% de los alumnos sí aciertan con respecto al momento angular pero no logran identificar la variación de energía por el desplazamiento de la fuerza a lo largo del tubo.

Gráficamente:

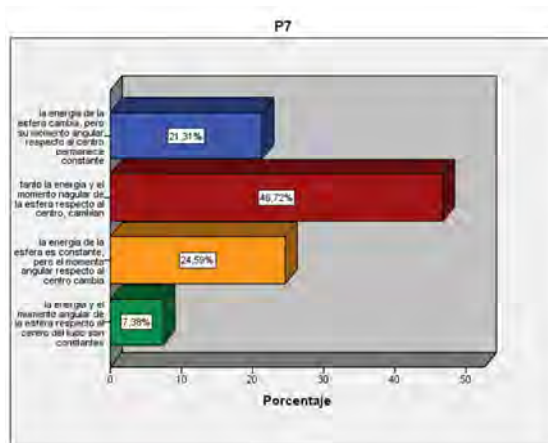


Figura 27. Gráfico de frecuencia P7

Fuente: Instrumento de Evaluación Diseñado para la Investigación.

La siguiente tabla nos detalla los resultados de los alumnos por ciclo al que pertenece.

Tabla 37. Tabulación cruzada por ciclo P7

			ciclo*P7 tabulación cruzada				
			P7				
			la energía y el momento angular de la esfera respecto al centro del tubo son constantes	la energía de la esfera es constante, pero el momento angular respecto al centro cambia	tanto la energía y el momento angular de la esfera respecto al centro, cambian	la energía de la esfera cambia, pero su momento angular respecto al centro permanece constante	Total
ciclo	2011 - II	Recuento	0	2	9	4	15
		% dentro de P7	0,0%	6,7%	15,8%	15,4%	12,3%
	2012 - I	Recuento	2	5	11	4	22
		% dentro de P7	22,2%	16,7%	19,3%	15,4%	18,0%
	2012 - II	Recuento	1	7	6	1	15
		% dentro de P7	11,1%	23,3%	10,5%	3,8%	12,3%
	2013 - I	Recuento	2	10	10	5	27
		% dentro de P7	22,2%	33,3%	17,5%	19,2%	22,1%
	2013 - II	Recuento	1	1	10	4	16
		% dentro de P7	11,1%	3,3%	17,5%	15,4%	13,1%
	2014 - I	Recuento	3	5	11	8	27
		% dentro de P7	33,3%	16,7%	19,3%	30,8%	22,1%
Total		Recuento	9	30	57	26	122
		% dentro de P7	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%

Fuente: Instrumento de Evaluación Diseñado para la Investigación.

En la Tabla 37, los resultados nos indican que son los alumnos del ciclo 2014 I los que mejor responden esta pregunta, ya que del 100% de alumnos de este ciclo el 30,8% ha respondido de manera correcta. En el lado opuesto está el ciclo 2012 II donde solo el 3,8% de los alumnos de este ciclo ha respondido de manera correcta.

La prueba exacta de Fisher nos dice no es posible determinar si hay asociación entre estas dos variables. Tabla 38.

Tabla 38. Pruebas de Chi-cuadrado P7

Pruebas de chi-cuadrado						
	Valor	gl	Sig. asintótica (2 caras)	Significación exacta (2 caras)	Significación exacta (1 cara)	Probabilidad en el punto
Chi-cuadrado de Pearson	15,067 ^a	15	,447	. ^b		
Razón de verosimilitud	16,759	15	,333	. ^b		
Prueba exacta de Fisher	. ^b			. ^b		
Asociación lineal por lineal	,003 ^c	1	,957	,975	,491	,025
N de casos válidos	122					

a. 13 casillas (54,2%) han esperado un recuento menor que 5. El recuento mínimo esperado es 1,11.

b. No se puede calcular porque no hay memoria suficiente.

c. El estadístico estandarizado es ,054.

Fuente: Instrumento de Evaluación Diseñado para la Investigación.

Los resultados según género son de la Tabla 39, nos dice que del 100% de respuestas correctas el 61,5% pertenecen a estudiantes varones.

Tabla 39. Tabulación cruzada por género P7.

			P7				Total
			la energía y el momento angular de la esfera respecto al centro del tubo son constantes	la energía de la esfera es constante, pero el momento angular respecto al centro cambia	tanto la energía y el momento angular de la esfera respecto al centro, cambian	la energía de la esfera cambia, pero su momento angular respecto al centro permanece constante	
Género	masculino	Recuento	3	17	28	16	64
		% dentro de P7	33,3%	56,7%	49,1%	61,5%	52,5%
	femenino	Recuento	6	13	29	10	58
		% dentro de P7	66,7%	43,3%	50,9%	38,5%	47,5%
Total		Recuento	9	30	57	26	122
		% dentro de P7	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%

Fuente: Instrumento de Evaluación Diseñado para la Investigación.

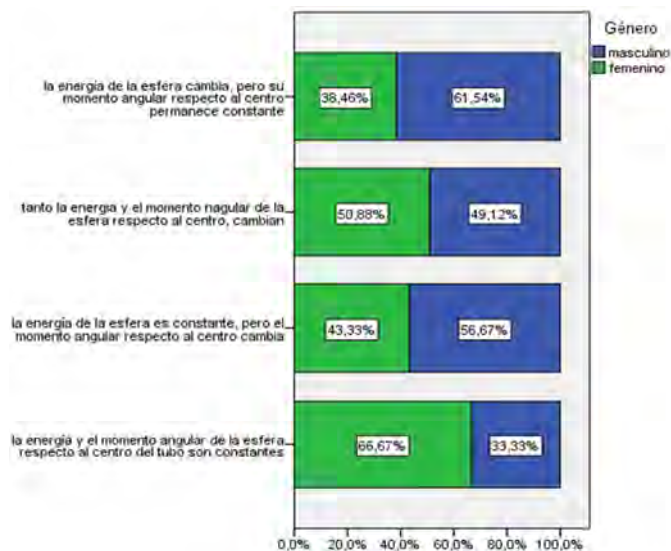


Figura 28. Gráfico de frecuencia por género P7

Fuente: Instrumento de Evaluación Diseñado para la Investigación.

Pregunta C3.- Esta pregunta busca evaluar si el alumno logra identificar en un sistema complejo que existe una conservación del momento angular.

P9. En el sistema mostrado se quiere determinar la altura máxima que alcanza la barra rígida AB, inicialmente en reposo y en posición vertical, después que el disco homogéneo D choca en el punto B. La barra rígida AB, tiene una masa M y longitud L, es libre de girar alrededor de una bisagra A sin fricción en la pared y tiene un momento de inercia alrededor de la bisagra $I = ML^2/3$. El disco D que se desplaza a lo largo de la horizontal con velocidad constante V, rotando sin deslizar tiene un choque elástico con AB. El disco tiene una masa M y un momento de inercia respecto al eje que pasa por su centro de gravedad igual a $I = MR^2/2$. ¿Cuáles son los conceptos que debe aplicar para resolver el problema?

- E Conservación de la Energía.
- F Principio de trabajo y Energía.
- G Relación Coeficiente Restitución -Velocidades
- H Principio de Impulso y Momento Angular
- I Conservación del Momento Angular
- J Conservación del Momento Lineal.

- 1.-IGH
- 2.-JHF
- 3.-FIE
- 4.- IGE

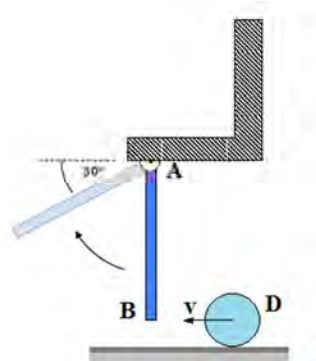


Figura 29. Problema 9
Fuente: elaboración propia

Tabla 40. Valores de frecuencia P9

P9

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido	IGH	25	19,2	19,8	19,8
	JHF	27	20,8	21,4	41,3
	FIE	45	34,6	35,7	77,0
	IGE	29	22,3	23,0	100,0
	Total	126	96,9	100,0	
Perdidos	Sistema	4	3,1		
Total		130	100,0		

Fuente: Instrumento de Evaluación Diseñado para la Investigación.

Los resultados nos muestran que sólo el 23% de los estudiantes ha respondido de manera correcta esta pregunta, Tabla 40, consideran la conservación del momento angular y choque elástico, dentro de una situación compleja en la que se relacionan con otros conceptos. Los estudiantes que eligen en un 35,7% la alternativa 3 y en un 19.8% la alternativa 1, llegando a darse cuenta de que se tiene que usar la conservación del momento angular pero no logran plantear satisfactoriamente todo el problema. El 21.4% no logra darse cuenta que se debe aplicar la conservación del momento angular al elegir la alternativa 2.

Gráficamente:

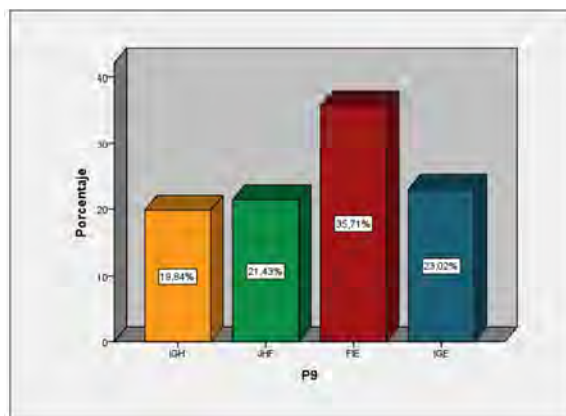


Figura 30. Gráfico de frecuencia P9

Fuente: Instrumento de Evaluación Diseñado para la Investigación.

La siguiente tabla nos detalla los resultados de los alumnos por ciclo al que pertenece.

Tabla 41. Tabulación cruzada por ciclo P9

ciclo*P9 tabulación cruzada							
			P9				Total
			IGH	JHF	FIE	IGE	
ciclo	2011 - II	Recuento	2	2	5	6	15
		% dentro de P9	8,0%	7,4%	11,1%	20,7%	11,9%
	2012 - I	Recuento	5	4	6	7	22
		% dentro de P9	20,0%	14,8%	13,3%	24,1%	17,5%
	2012 - II	Recuento	4	3	6	2	15
		% dentro de P9	16,0%	11,1%	13,3%	6,9%	11,9%
	2013 - I	Recuento	7	4	11	6	28
		% dentro de P9	28,0%	14,8%	24,4%	20,7%	22,2%
	2013 - II	Recuento	4	3	8	2	17
		% dentro de P9	16,0%	11,1%	17,8%	6,9%	13,5%
	2014 - I	Recuento	3	11	9	6	29
		% dentro de P9	12,0%	40,7%	20,0%	20,7%	23,0%
	Total	Recuento	25	27	45	29	126
		% dentro de P9	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%

Fuente: Instrumento de Evaluación Diseñado para la Investigación.

Los resultados, Tabla 41, nos indican que son los alumnos del ciclo 2012-I los que mejor responden esta pregunta, ya que del 100% de

alumnos que responden de manera correcta esta pregunta, el 24,1% son de este ciclo, le sigue el ciclo 2011 II y el ciclo 2014 I con el 20,7%. En el lado opuesto está el ciclo 2012 II donde solo el 6,9% de los alumnos, para este ciclo, ha respondido de manera correcta.

La prueba exacta de Fisher, Tabla 42, nos dice no es posible determinar si hay asociación entre estas dos variables.

Tabla 42. Pruebas de Chi-cuadrado P9.

Pruebas de chi-cuadrado					
	Valor	gl	Sig. asintótica (2 caras)	Significación exacta (2 caras)	Significación exacta (1 cara)
Chi-cuadrado de Pearson	13,318 ^a	15	,578	^b	
Razón de verosimilitud	12,932	15	,608	,667	
Prueba exacta de Fisher	12,380			,655	
Asociación lineal por lineal	,904	1	,342	^b	^b
N de casos válidos	126				

a. 11 casillas (45,8%) han esperado un recuento menor que 5. El recuento mínimo esperado es 2,98.

b. No se puede calcular porque no hay memoria suficiente.

Fuente: Instrumento de Evaluación Diseñado para la Investigación.

Tabla 43. Tabulación cruzada por género P9

Género'P9 tabulación cruzada							
			P9				Total
			IGH	JHF	FIE	IGE	
Género	masculino	Recuento	11	17	24	16	68
		% dentro de P9	44,0%	63,0%	53,3%	55,2%	54,0%
	femenino	Recuento	14	10	21	13	58
		% dentro de P9	56,0%	37,0%	46,7%	44,8%	46,0%
Total		Recuento	25	27	45	29	126
		% dentro de P9	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%

Fuente: Instrumento de Evaluación Diseñado para la Investigación.

Del 100% de respuestas correctas, Tabla 43, el 55,2% pertenecen a estudiantes varones.

La prueba Chi cuadrado, Tabla 44, no dice que no existe asociación entre la respuesta de los alumnos y el género de éste.

Tabla 44. Pruebas de Chi-cuadrado P9.

Pruebas de chi-cuadrado			
	Valor	gl	Sig. asintótica (2 caras)
Chi-cuadrado de Pearson	1,903 ^a	3	,593
Razón de verosimilitud	1,913	3	,591
Asociación lineal por lineal	,245	1	,621
N de casos válidos	126		

a. 0 casillas (0,0%) han esperado un recuento menor que 5. El recuento mínimo esperado es 11,51.

Fuente: Instrumento de Evaluación Diseñado para la Investigación.

Gráficamente:

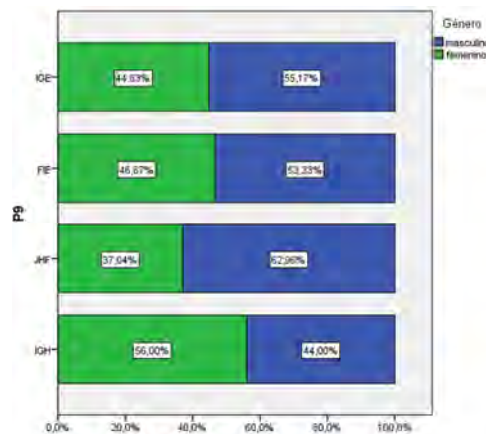


Figura 31. Gráfico de frecuencia por género P9

Fuente: Instrumento de Evaluación Diseñado para la Investigación.

4.2.2. Análisis de preguntas simultáneas

Pregunta2 VS Pregunta5

Tabla 45. Tabulación cruzada P2versus P5

			P5				Total
			lm = lh	lh < lm	lm < lh	necesito calcularlo para responder	
P2	la	Recuento	9	49	6	1	65
		% dentro de P5	40,9%	61,3%	30,0%	25,0%	51,6%
	lb	Recuento	3	7	3	0	13
		% dentro de P5	13,6%	8,8%	15,0%	0,0%	10,3%
	lc	Recuento	2	8	4	1	15
		% dentro de P5	9,1%	10,0%	20,0%	25,0%	11,9%
	la = lb	Recuento	8	16	7	2	33
		% dentro de P5	36,4%	20,0%	35,0%	50,0%	26,2%
Total	Recuento	22	80	20	4	126	
	% dentro de P5	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	

Fuente: Instrumento de Evaluación Diseñado para la Investigación.

Los resultados, Tabla 45, nos dicen que del 100% de alumnos que responden de manera correcta la pregunta 5 el 30% también lo hace con la pregunta 2.

Ello nos indica que los alumnos responden correctamente ante el significado de distribución de masa en el momento de inercia y también se dan cuenta que el momento de inercia depende del eje respecto al cual se considere el momento de inercia.

Tabla 46. : Pruebas de Chi-cuadrado P2versus P5

Pruebas de chi-cuadrado						
	Valor	gl	Sig. asintótica (2 caras)	Significación exacta (2 caras)	Significación exacta (1 cara)	Probabilidad en el punto
Chi-cuadrado de Pearson	11,118 ^a	9	,268	,264		
Razón de verosimilitud	11,342	9	,253	,329		
Prueba exacta de Fisher	12,064			,145		
Asociación lineal por lineal	1,081 ^b	1	,298	,312	,162	,024
N de casos válidos	126					

a. 8 casillas (50,0%) han esperado un recuento menor que 5. El recuento mínimo esperado es ,41.

b. El estadístico estandarizado es 1,040.

Fuente: Instrumento de Evaluación Diseñado para la Investigación.

La prueba exacta de Fisher nos dice que no hay asociación entre las respuestas para estas dos preguntas.

Gráficamente:

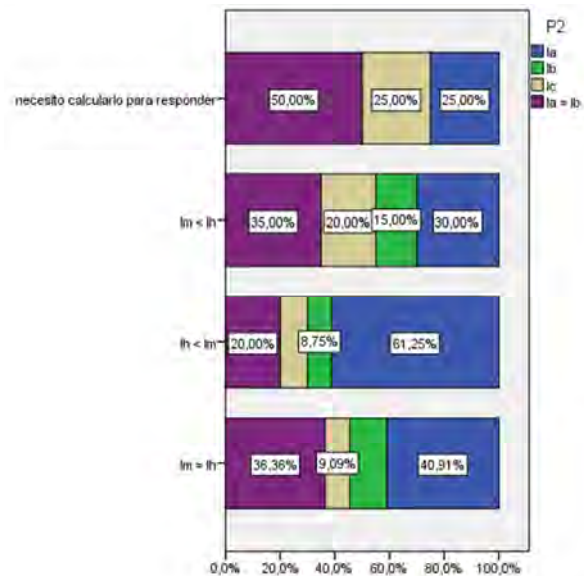


Figura 32. Gráfico tabulación cruzada P2vsP5

Fuente: Instrumento de Evaluación Diseñado para la Investigación.

Pregunta3 VS Pregunta6

Tabla 47. Tabulación cruzada P3versus P6

P3*P6 tabulación cruzada							
			P6				Total
			CBA	BCA	ABC	BAC	
P3	lo mismo	Recuento	17	3	11	16	47
		% dentro de P6	35,4%	27,3%	40,7%	41,0%	37,6%
	más grande	Recuento	13	3	9	10	35
		% dentro de P6	27,1%	27,3%	33,3%	25,6%	28,0%
	más pequeño	Recuento	12	5	4	10	31
		% dentro de P6	25,0%	45,5%	14,8%	25,6%	24,8%
	no se da información suficiente para decidir	Recuento	6	0	3	3	12
		% dentro de P6	12,5%	0,0%	11,1%	7,7%	9,6%
Total	Recuento	48	11	27	39	125	
	% dentro de P6	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	

Fuente: Instrumento de Evaluación Diseñado para la Investigación.

Los resultados de la Tabla 45 nos indican que del 100% de alumnos que responde de manera correcta la pregunta 6, el 41% también lo hace con la pregunta 3. Esto indica que el porcentaje de los alumnos que aparentemente tienen la idea clara de concepto de conservación del momento angular se equivoca al aplicarlo.

Tabla 48. Pruebas de Chi-cuadrado P3versus P6

Pruebas de chi-cuadrado						
	Valor	gl	Sig. asintótica (2 caras)	Significación exacta (2 caras)	Significación exacta (1 cara)	Probabilidad en el punto
Chi-cuadrado de Pearson	5,612 ^a	9	,778	. ^b		
Razón de verosimilitud	6,461	9	,693	,746		
Prueba exacta de Fisher	5,086			,840		
Asociación lineal por lineal	,654 ^c	1	,419	,426	,220	,020
N de casos válidos	125					

a. 7 casillas (43,8%) han esperado un recuento menor que 5. El recuento mínimo esperado es 1,06.

b. No se puede calcular porque no hay memoria suficiente.

c. El estadístico estandarizado es -,809.

Fuente: l Instrumento de Evaluación Diseñado para la Investigación.

En la Tabla 38, la prueba exacta de Fisher nos dice que no existe asociación entre las variables porque el valor de $p=0.840$ es mayor al 5%.

Gráficamente:

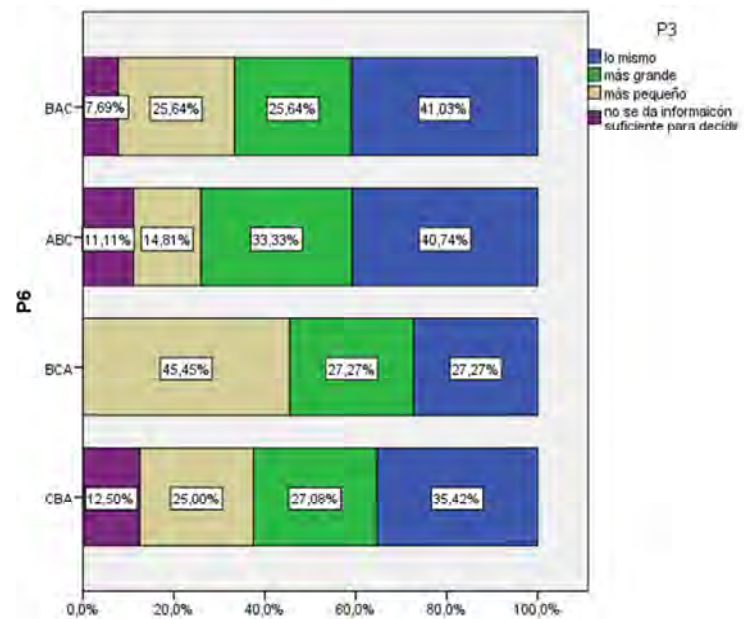


Figura 33. Gráfico tabulación cruzada P3vsP6

Fuente: Instrumento de Evaluación Diseñado para la Investigación.

Pregunta3 VS Pregunta8

Tabla 49. Tabulación cruzada P3versus P8

P3*P8 tabulación cruzada							
			P8				Total
			1	2	3	4	
P3	lo mismo	Recuento	13	11	15	6	45
		% dentro de P8	52,0%	33,3%	31,3%	37,5%	36,9%
	más grande	Recuento	4	10	13	7	34
		% dentro de P8	16,0%	30,3%	27,1%	43,8%	27,9%
	más pequeño	Recuento	6	9	13	3	31
		% dentro de P8	24,0%	27,3%	27,1%	18,8%	25,4%
	no se da información suficiente para decidir	Recuento	2	3	7	0	12
		% dentro de P8	8,0%	9,1%	14,6%	0,0%	9,8%
Total	Recuento	25	33	48	16	122	
	% dentro de P8	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	

Fuente: Instrumento de Evaluación Diseñado para la Investigación.

Los resultados en la Tabla 49, nos indican que del 100% de alumnos que responde de manera correcta la pregunta 8, el 52% también lo hace con la pregunta 3, estos estudiantes tienen clara la idea de los conceptos de conservación de momento angular y energía.

Tabla 50. Pruebas de Chi-cuadrado P3 versus P8

Pruebas de chi-cuadrado						
	Valor	gl	Sig. asintótica (2 caras)	Significación exacta (2 caras)	Significación exacta (1 cara)	Probabilidad en el punto
Chi-cuadrado de Pearson	8,043 ^a	9	,530	. ^b		
Razón de verosimilitud	9,370	9	,404	,465		
Prueba exacta de Fisher	7,390			,599		
Asociación lineal por lineal	,177 ^c	1	,674	,709	,355	,034
N de casos válidos	122					

a. 6 casillas (37,5%) han esperado un recuento menor que 5. El recuento mínimo esperado es 1,57.

b. No se puede calcular porque no hay memoria suficiente.

c. El estadístico estandarizado es ,420.

Fuente: Instrumento de Evaluación Diseñado para la Investigación.

La Tabla 50 nos dice para la prueba exacta de Fisher nos dice que no es posible determinar asociación entre estas dos variables.

Gráficamente:

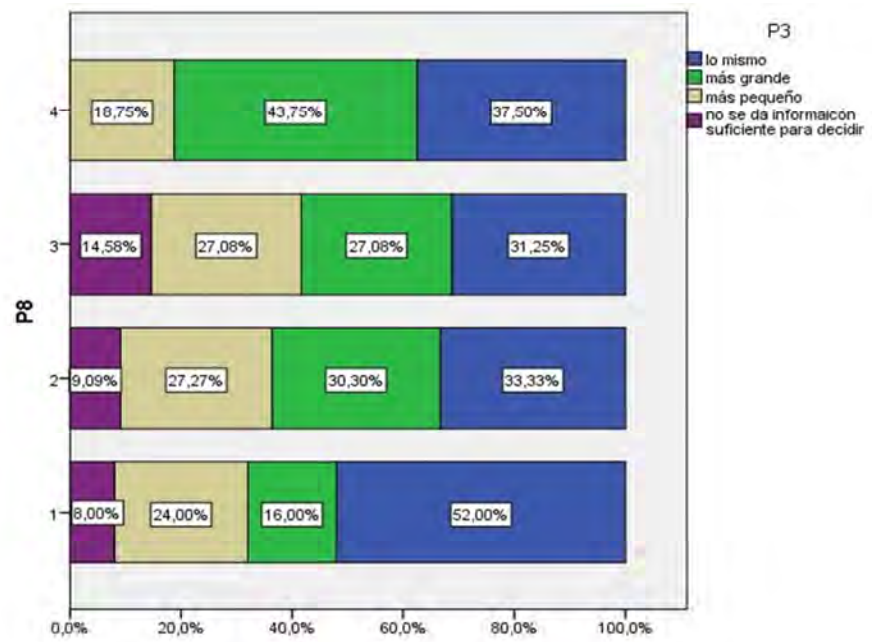


Figura 34. Gráfico tabulación cruzada P3vsP8
Fuente: elaboración propia

Pregunta4 VS Pregunta7

Tabla 51. Tabulación cruzada P4versusP7.

P4'P7 tabulación cruzada							
			P7				Total
			la energía y el momento angular de la esfera respecto al centro del tubo son constantes	la energía de la esfera es constante, pero el momento angular respecto al centro cambia	tanto la energía y el momento angular de la esfera respecto al centro, cambian	la energía de la esfera cambia, pero su momento angular respecto al centro permanece constante	
P4	lo mismo	Recuento	2	4	5	0	11
		% dentro de P7	22,2%	13,3%	8,9%	0,0%	9,1%
	más grande	Recuento	2	13	28	11	54
		% dentro de P7	22,2%	43,3%	50,0%	42,3%	44,6%
	más pequeño	Recuento	5	12	23	15	55
		% dentro de P7	55,6%	40,0%	41,1%	57,7%	45,5%
	no se da información suficiente para decidir	Recuento	0	1	0	0	1
		% dentro de P7	0,0%	3,3%	0,0%	0,0%	0,8%
Total	Recuento	9	30	56	26	121	
	% dentro de P7	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	

Fuente: elaboración propia.

Los resultados nos indican que del 100% de alumnos que responde de manera correcta la pregunta 7, Tabla 51, el 41,1% también lo hace con la pregunta 4. Estos alumnos tienen una idea correcta para resolver situaciones que involucren los conceptos de la conservación del momento angular y de la energía.

Tabla 52. Pruebas de Chi-cuadrado P4vsP7

Pruebas de chi-cuadrado						
	Valor	gl	Sig. asintótica (2 caras)	Significación exacta (2 caras)	Significación exacta (1 cara)	Probabilidad en el punto
Chi-cuadrado de Pearson	10,608 ^a	9	,304	,283		
Razón de verosimilitud	12,311	9	,196	,175		
Prueba exacta de Fisher	11,489			,203		
Asociación lineal por lineal	1,408 ^b	1	,235	,261	,135	,032
N de casos válidos	121					

a. 9 casillas (56,3%) han esperado un recuento menor que 5. El recuento mínimo esperado es ,07.

b. El estadístico estandarizado es 1,187.

Fuente: elaboración propia.

La prueba exacta de Fisher, de Tabla 52, nos dice que no hay existe asociación entre estas dos variables, dado que se tiene un valor $p=0,203$ mayor al 5%

Gráficamente:

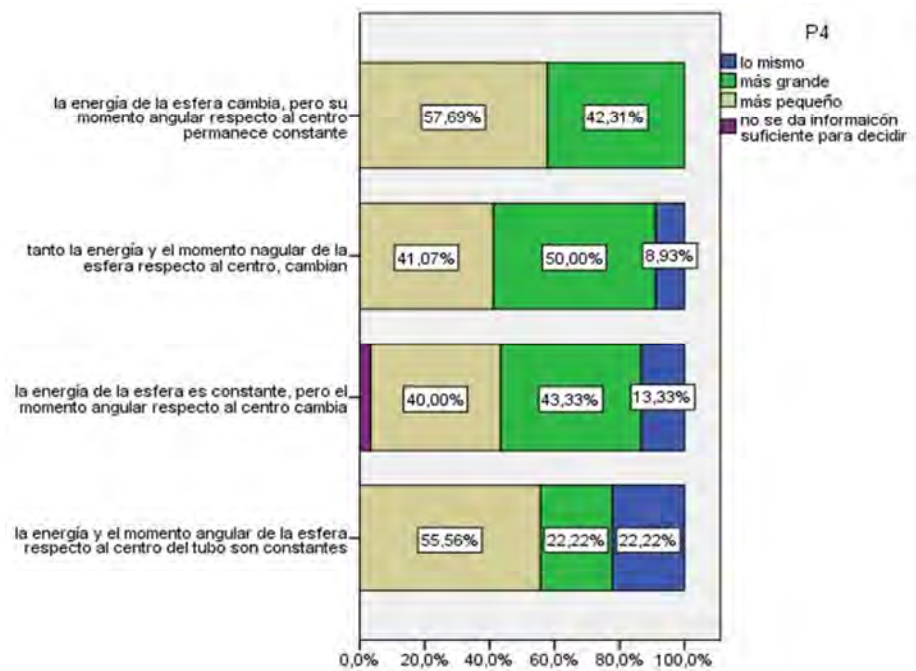


Figura 35. Gráfico tabulación cruzada P4vsP7
Fuente: Instrumento de Evaluación Diseñado para la Investigación.

Pregunta4 VS Pregunta9

Tabla 53. Tabulación cruzada P4vsP9

P4'P9 tabulación cruzada							
			P9				Total
			IGH	JHF	FIE	IGE	
P4	lo mismo	Recuento	5	3	4	0	12
		% dentro de P9	20,0%	11,5%	8,9%	0,0%	9,7%
	más grande	Recuento	11	12	16	15	54
		% dentro de P9	44,0%	46,2%	35,6%	53,6%	43,5%
	más pequeño	Recuento	9	10	25	13	57
		% dentro de P9	36,0%	38,5%	55,6%	46,4%	46,0%
	no se da informaición suficiente para decidir	Recuento	0	1	0	0	1
		% dentro de P9	0,0%	3,8%	0,0%	0,0%	0,8%
Total	Recuento	25	26	45	28	124	
	% dentro de P9	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	

Fuente: Instrumento de Evaluación Diseñado para la Investigación.

Los resultados nos indican que del 100% de alumnos que responde de manera correcta la pregunta 9, Tabla 53, el 46,4% también lo hace con la pregunta 4. Los alumnos manejan el concepto de conservación de momento angular y energía.

Tabla 54. Pruebas de Chi-cuadrado P4vsP9.

Pruebas de chi-cuadrado						
	Valor	gl	Sig. asintótica (2 caras)	Significación exacta (2 caras)	Significación exacta (1 cara)	Probabilidad en el punto
Chi-cuadrado de Pearson	12,462 ^a	9	,189	,156		
Razón de verosimilitud	13,872	9	,127	,114		
Prueba exacta de Fisher	12,050			,151		
Asociación lineal por lineal	3,316 ^b	1	,069	,072	,040	,010
N de casos válidos	124					

a. 8 casillas (50,0%) han esperado un recuento menor que 5. El recuento mínimo esperado es ,20.

b. El estadístico estandarizado es 1,821.

Fuente: Instrumento de Evaluación Diseñado para la Investigación.

La prueba exacta de Fisher nos dice que no hay existe asociación entre estas dos variables, dado que se tiene un valor $p=0,151$, mayor al 5%. Esto quiere decir que las respuesta del alumno en la pregunta 9 no está influenciada con su respuesta de la pregunta 4. Tabla 54.

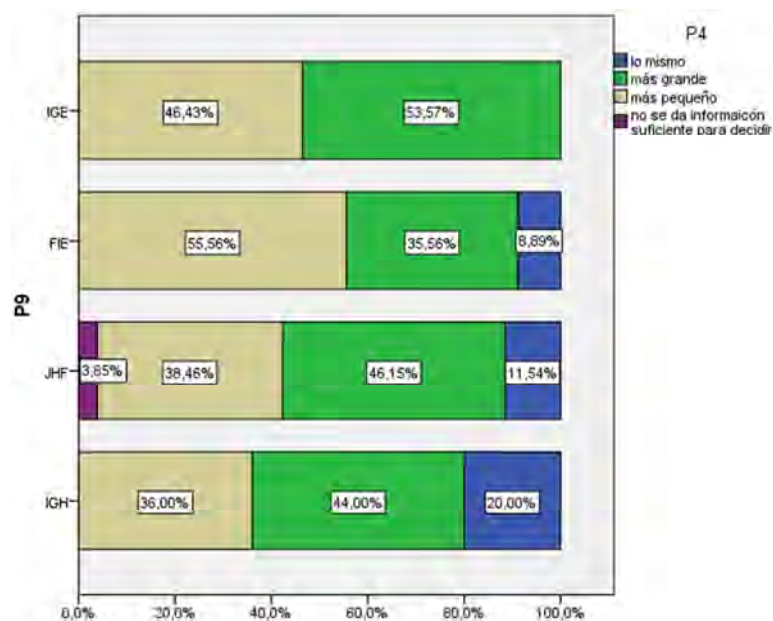


Figura 36. Gráfico tabulación cruzada P4vsP9

Fuente: Instrumento de Evaluación Diseñado para la Investigación.

4.2.2 Discusión de los resultados

El problema 1, es un ejemplo utilizado en el Curso de Mecánica Racional para explicar la dificultad de ser rotado un cuerpo alrededor de un eje. Los resultados de la Tabla 2, nos muestran que el 65% de los estudiantes responden acertadamente. Asimismo hay un elevado porcentaje, el 23%, de los estudiantes que se equivoca al optar por la alternativa del eje 2. Los estudiantes no logran identificar, ni intuir, la dificultad que representa acelerar un cuerpo asimétrico alrededor del eje 2. Su inercia rotacional es mayor. Hay un 9% que considera igual dificultad para ambos ejes, esto indica que los estudiantes consideran que el valor del momento de inercia es un valor constante para el cuerpo y por lo tanto que no depende de la distribución de la masa.

En la pregunta 2, la Tabla 7 indica que el 52% de los estudiantes responde correctamente, con lo cual podemos decir determinan el valor correcto del momento de inercia respecto a un eje diferente de aquel que

pasa por su centro de gravedad. Para ello se debe identificar primero el centro de masa que en caso del problema es G y luego debe analizar utilizando el teorema de ejes paralelos del caso para dar la respuesta correcta. En este caso la respuesta correcta es I_A . El 10% considera que el mayor valor del momento de inercia es el calculado respecto al eje B, esto lo que nos indica que no tiene una idea clara de la dependencia de la distribución de masa. El bate tiene un momento de Inercia I_G respecto al eje que pasa por su centro de gravedad para encontrar el momento de inercia respecto a los ejes requeridos, tenemos:

$$I_A = I_G + m \times AG^2$$

$$I_B = I_G + m \times BG^2$$

$$\text{Sí, } AG \geq BG \text{ entonces } I_A \geq I_B$$

La alternativa de que el mayor valor del momento se logra en el eje que pasa por el centro de gravedad es seleccionada por el 12% de estudiantes y es claro que no aplican el teorema de los ejes paralelos.

El 26% selecciona como respuesta correcta la alternativa de que el mayor momento de inercia es igual para A y B.

Esta pregunta muestra en sus resultados que los estudiantes presentan dificultad para identificar respecto a que eje de giro existe un mayor momento de inercia. Sí, por lo visto en la figura la distribución de la masa está lejos del eje perpendicular A representada por el centro de masa G, entonces si aplicamos el concepto de momento de inercia se puede suponer que la respuesta correcta es la 1.

Pregunta 5, en esta pregunta los resultados indican, Tabla 12, que el 15.6% de estudiantes responde correctamente esta pregunta. Los estudiantes se equivocan en mayor medida con la alternativa 2 pues el 64,1% selecciona esta alternativa como correcta. Nuevamente los estudiantes tienen aplican erróneamente el concepto de momento de inercia y su dependencia de la distribución de la masa. En las clases de Mecánica Racional frecuentemente los estudiantes al dar una respuesta rápida asocian masa con la inercia, al requerir una explicación a esta respuesta responden rápidamente que el cilindro hueco tiene menos masa sin considerar el hecho que ambos cuerpos tienen igual masa. El otro error que cometen es que dejan de lado con facilidad el hecho de que la inercia es mayor cuando la masa está más alejada del centro de giro. El

momento de inercia da una idea de cómo está distribuida la masa, tiene características de un producto de masa por la distancia elevada al cuadrado. Se ve una incoherencia entre la respuesta que se da con la definición que han recibido en las clases sobre el momento de inercia.

Sin embargo todos estos errores se ocultan cuando utilizan la expresión de momento de inercia de un cuerpo obtenida de su formulario para resolver analíticamente un problema. En momento de inercia lo aplican y llegan a un resultado correcto aunque tengan el concepto equivocado científicamente.

En la Pregunta 3, Tabla 17, el 37% de los estudiantes responde correctamente que el momento angular se conserva ante la ausencia de fricción a lo largo del eje de rotación del taburete. Al aplicarse la relación de momento e impulso angular el alumno decide por la respuesta correcta al considerar en esa relación que no existe impulso angular ante la ausencia de fuerza externa a lo largo del eje de rotación del taburete. El 28% de los estudiantes respondió que el momento angular es más grande. Se observa en la respuesta que se hace una relación directa con la velocidad angular, a más velocidad mayor momento, es una idea que es frecuente en los estudiantes al dar una rápida respuesta, es una asociación de momento angular a velocidad angular. El 25% de los estudiantes respondió que el momento angular es más pequeño. Se observa en la respuesta que los estudiantes la asocian directamente con el momento de inercia. A menor distancia del centro de rotación menor momento de inercia y menor momento angular. Los estudiantes consideran una relación directa del momento angular con el momento de inercia. O se podría estar asociando el momento angular al momento de una fuerza. Estamos ante un caso de error conceptual donde el 53% de los estudiantes trata el momento angular como si la única variable de dependencia es el momento inercia o la velocidad angular.

Pregunta 6, Tabla 22, el 32% de los estudiantes reponde correctamente. En el estudio realizado en Peñalba 2005, de donde se tomo esta pregunta, se tiene el resultado correcto en 30% y la única diferencia es que se utiliza respuesta de tipo abierta. Lo que habría que considerar es realizar una prueba con pregunta de tipo abierto para tener la certeza absoluta del uso del concepto de momento angular y no se este asociando la velocidad

con fuerza con el uso del concepto de momento de una fuerza, dejando de lado el concepto de conservación del momento angular. El 38% de los estudiantes responde la alternativa CBA, no existe explicación lógica para esta respuesta, lo único que puede decirse es que no se ha considerado la notación vectorial del momento angular. Las respuestas correspondientes a las otras dos alternativas tienen 9% y 22% pero no se les encuentra una asociación con el concepto de conservación del momento angular. Para tener una idea más clara de que es lo que realmente han pensado en este tipo de situaciones se debe tomar una prueba abierta donde el estudiante explique lo que hace.

Pregunta 8, Tabla 26, los resultados nos muestran que sólo el 21% de los estudiantes ha respondido de manera correcta esta pregunta con lo que muestra tener una idea clara respecto al carácter vectorial del momento angular y además considerar correctamente los valores de los momentos de inercia.

Los estudiantes en un 39,5% se equivocan al seleccionar la alternativa 3 como respuesta, esto se debe a que están considerando el momento angular como si fuera un escalar es decir que la dirección no importa pero en lo que corresponde al momento de inercia si dan la respuesta correcta. El 26,6% acierta parcialmente al considerar el carácter vectorial del momento angular sin embargo el error lo tienen al considerar el valor del momento de inercia diferente para cada caso. El 12,9% de los estudiantes no sólo no considera el carácter vectorial del momento angular sino que además se equivoca al considerar el momento de inercia. El estudio del movimiento del sólido rígido en el plano tiene la dificultad de que el alumno pierde de vista con facilidad el carácter vectorial del momento angular.

Pregunta 4, Tabla 31, los resultados muestran que el 44,9% de los estudiantes escoge la alternativa 3, la responde de manera correcta. Teóricamente el alumno ha logrado relacionar los conceptos de conservación del momento angular con el de energía rotacional. El estudiante ha debido considerar la conservación del momento angular $I_1\omega_1 = I_2\omega_2$ y luego considerar la comparación de energía rotacional $T = I\omega^2/2$ entre los estados 1 y 2.

$$I_1\omega_1 = I_2\omega_2 \rightarrow I_2 = \frac{I_1\omega_1}{\omega_2}$$

$$T_1 = \frac{1}{2} I_1 \omega_1^2 = \frac{1}{2} I_1 \omega_1 \omega_1$$

$$T_2 = \frac{1}{2} I_2 \omega_2^2 = \frac{1}{2} \frac{I_1 \omega_1}{\omega_2} \omega_2^2 = \frac{1}{2} I_1 \omega_1 \omega_2$$

$$\text{Sí } \omega_1 \geq \omega_2 \rightarrow T_1 \geq T_2$$

Sin embargo igual porcentaje hay para la alternativa 2, los estudiantes se equivocan al seleccionar esta alternativa porque pueden estar considerando que al aumentar el momento de inercia se incrementa también la energía de rotación. Los resultados muestran que el 9,2% de los estudiantes indican que es lo mismo.

Pregunta 7, Tabla 36, Los resultados nos muestran que sólo el 21,3% de los estudiantes ha respondido de manera correcta esta pregunta. Los alumnos aciertan indicando que el momento angular se conserva y que existe una variación de energía al existir una fuerza que se desplaza a lo largo del tubo. Los estudiantes se equivocan en un 46,7% al seleccionar la alternativa 2 como respuesta, esto se debe a que no consideran la conservación del momento angular y que las variaciones de momento de inercia y velocidad angular varíen por la variación del radio o longitud de la cuerda. El 7,4% de los estudiantes sí aciertan con respecto al momento angular pero no logran identificar la variación de energía por el desplazamiento de la fuerza a lo largo del tubo.

Pregunta 9, Tabla 40, Los resultados nos muestran que sólo el 23% de los estudiantes ha respondido de manera correcta esta pregunta, considera la conservación del momento angular y choque elástico, dentro de una situación compleja en la que se relacionan con otros conceptos. Los estudiantes eligen en un 35,7% la alternativa 3 y en un 19,8% la alternativa 1, llegando a darse cuenta de que se tiene que usar la conservación del momento angular pero sin lograr plantear satisfactoriamente todo el problema. Sin embargo todavía existe un 21,4% de los estudiantes que no logra darse cuenta que se debe aplicar la conservación del momento angular al elegir la alternativa 2.

Pregunta 2 y 5, Tabla 45. Los resultados nos dicen que del 100% de estudiantes que responden de manera correcta la pregunta 5 el 30% también lo hace con la pregunta 2. Sería de esperar que ante un problema tan complejo como el 5, el porcentaje de los estudiantes que responden acertadamente debería tener una proporción similar, ante una pregunta elemental como la 2. Este es el tipo de situaciones que nos han conducido a la realización de esta investigación.

Pregunta 3 y 6., Tabla 47. Los resultados nos indican que del 100% de estudiantes que responde de manera correcta la pregunta 6, el 41% también lo hace con la pregunta 3. Esto indica que el 59% de los estudiantes no tienen la idea clara de concepto de conservación del momento angular pero acierta al aplicarlo. Este tipo de resultados nos obliga a buscar maneras alternativas de enseñanza en este tema.

Pregunta 3 y 8, Tabla 49. Los resultados nos indican que del 100% de estudiantes que responde de manera correcta la pregunta 8, el 52% también lo hace con la pregunta 3, esto nos indica que el 48% acierta al darse cuenta que en una situación compleja debe aplicar la conservación de momento angular sin tener el concepto claro del mismo.

Pregunta 4 y 7, Tabla 51. Los resultados nos indican que del 100% de estudiantes que responde de manera correcta la pregunta 7, el 41,1% también lo hace con la pregunta 4. Estos estudiantes tienen una idea correcta para resolver situaciones que involucren los conceptos de la conservación del momento angular y de la energía. El 48.9% tiene problemas para asociar los elementos de la conservación del momento angular con la energía rotacional.

Pregunta 4 y 9, Tabla 53. Los resultados nos indican que del 100% de estudiantes que responde de manera correcta la pregunta 9, el 46,4% también lo hace con la pregunta 4. Los estudiantes que responden correctamente han logrado primero identificar en una situación compleja el uso de la conservación del momento angular y segundo se dan cuenta perfecta del comportamiento de la velocidad angular, en la conservación del momento angular, para poderlo aplicar en la energía cinética de rotación.

Capítulo V

Resumen de investigación

5.1. Conclusiones.

- La investigación realizada busca identificar e interpretar algunas concepciones alternativas que tienen los estudiantes al momento de aplicar los conceptos relacionados sobre el momento angular. Se identificó algunas ideas que reúnen las características de concepciones alternativas pero que lamentablemente no se pueden comparar para una mayor certeza por los pocos estudios respecto a este tema a nivel universitario.
- Ideas que tienen los estudiantes con características de concepciones alternativas:
 - Respecto a la inercia rotacional, estudiantes que consideran que la dificultad para hacer girar un cuerpo en reposo es igual para cualquier eje. Esto es lo mismo que aceptar que el momento de inercia I es constante y se le está considerando como una masa. Es una asociación errónea de igualdad entre inercia rotacional y masa.
 - Respecto al momento de inercia I . Se presenta en los estudiantes la asociación errónea del momento angular con la velocidad angular en la forma de proporcionalidad. Es

similar a la concepción alternativa obtenida entre fuerza y velocidad. También se presenta en los estudiantes relación similar con la asociación errónea de momento angular con momento de inercia.

- Otra concepción equivocada que hemos encontrado, es la de asociar la conservación de momento angular con energía rotacional.
- De los resultados obtenidos en la prueba tomada a los estudiantes que llevaron el curso de Mecánica Racional, del Programa Académico de Ingeniería Industrial y de Sistemas entre los ciclos 2011-II al 2014-I, se puede concluir que a más del veinte por ciento de los estudiantes presentan errores conceptuales relacionados con el Momento Angular y por lo tanto la hipótesis asumida es correcta.
- Una de las dificultades que se han mostrado en la prueba realizada es que los alumnos al momento de requerirles aplicar el principio de impulso angular y momento, se equivocan al no considerar la conservación del momento angular en ausencia de fuerzas lo largo del eje de rotación.
- Otra dificultad que se observa en los alumnos es que el 50% asocia un carácter escalar al momento angular, cuando en realidad saben que tiene un carácter vectorial.
- Cuando se trata de identificar en un sistema complejo el uso de la conservación del momento angular, el 21.4% no logra darse cuenta que se debe aplicar.
- El trabajo realizado logra identificar lo que consideramos son concepciones alternativas que tienen los estudiantes en el tema del momento angular pero lamentablemente no podemos comparar con otros estudios realizados en el ámbito universitario. Sí hemos encontrado estudios a nivel secundario y realmente se muestra similitud en las dificultades que normalmente tienen los estudiantes en este tema.

5.2. Recomendaciones.

- Los resultados obtenidos en la evaluación reflejan que existen estudiantes no tienen el concepto científico del momento de inercia, sus respuestas no consideran la dependencia de la distribución de la masa respecto al eje de giro. La existencia de este tipo de errores nos debe conducir a cambios en la estrategia de la enseñanza utilizada; hay que encontrar la manera de que el estudiante pueda comprobar e interiorizar la influencia de la geometría de un cuerpo y la independencia de la masa en el momento de inercia. El uso de la simulación y la implementación de prácticas de laboratorio pueden ayudar a la reducción de estos errores en los estudiantes.
- Se requiere tomar algunas medidas correctivas respecto a la conceptualización de la dependencia del momento de inercia respecto al eje al cual está girando; la prueba de evaluación muestra que hay estudiantes que consideran el valor del momento de inercia como una constante, es decir, que es independiente del eje de giro. Por tanto creo que este concepto debería ser analizado de una manera cualitativa antes de hacerlo de una manera matemática, lo cual requiere de una capacidad de abstracción mayor para entender el problema que se está considerando. La experimentación en el laboratorio para este caso también es de ayuda importante.
- La conservación del momento angular también es causa de algunos errores conceptuales como se ve en la evaluación realizada. La explicación deducida de la segunda ley de Newton al parecer no es suficiente para que todos los estudiantes puedan entender de una manera analítica la conservación del momento angular, tal vez un análisis cualitativo de situaciones reales que se dan en la vida diaria o un mayor énfasis en la enseñanza de la mecánica celeste complementado con el uso de un software para simulación ayuden a lograr el objetivo planteado en el curso de Mecánica Racional.

- Este trabajo puede ser complementado con una investigación que considere el instrumento de evaluación con respuestas de tipo abierto, para evitar desviaciones y para establecer categorías de respuestas que puedan contribuir al mejor desempeño de la pedagogía utilizada; con la finalidad de reducir los errores conceptuales que se presentan en la actualidad respecto al momento angular.
- Otra línea de estudio para ampliar podría ser la determinación de la existencia de una correlación entre la calificación académica obtenida por los estudiantes y los errores conceptuales que tienen.
- Sería interesante generar un sistema, que permita evaluar la eficiencia didáctica en la mejora de los errores conceptuales que tienen los estudiantes.
- De todo lo mencionado, cabe señalar que la eficacia de cualquier estrategia utilizada dependerá de integrar todos los elementos involucrados en la enseñanza de la mecánica.
- Finalmente creo que en la didáctica de la enseñanza de la mecánica, se debe retomar la importancia del aspecto cualitativo de un fenómeno. Aspecto que es de mucha ayuda en el momento de abordar la solución integral de un problema. Esto contribuiría en el logro del perfil del ingeniero que queremos formar.

Bibliografía

- BEER, F. y JOHNSTON E.R. (1983). *Mecánica vectorial para ingenieros. Dinámica*. Madrid: McGraw-Hill.
- BEER, F. y JOHNSTON E.R. (1983). *Mecánica vectorial para ingenieros. Estática*. Madrid: McGraw-Hill.
- CARRASCOSA ALÍS, J. (2005). El problema de las concepciones alternativas en la actualidad II. Eureka sobre enseñanza y divulgación de las ciencias. 3(2), pp.388-402
- CARRASCOSA, J., GIL, D. y VALDES, P. (2005). El problema de las concepciones alternativas hoy. Didáctica de las ciencias aplicadas. 18, pp. 41-63
- DRIVER, R. (1986). Psicología cognoscitiva y esquemas conceptuales de los alumnos. Enseñanza de las ciencias. 4(1), pp.3-15
- ESCUDERO, C. Y JAINE, E.A. (2009). Conocimientos en acción: un estudio acerca de la integración de las fuerzas y la energía en cuerpo rígido. Investigações em Ensino de Ciências. 14(1), pp. 115-133.
- GEORGE, E.A., BROADSTOCK, M.J., VÁSQUEZ, J. (2000). Learning Energy, Momentum, and Conservation Concepts with Computer Support in an Undergraduate Physics Laboratory. In B. Fishman & S. O'Connor-Divelbiss (Eds.), Fourth International Conference of the Learning Sciences (pp. 2-3). Mahwah, NJ: Erlbaum

- HERNANDEZ, M. (2012). “Revisión de una propuesta ya estructurada y planteamiento de estrategias para generar el cambio conceptual en los estudiantes del concepto de fuerza y cantidad de movimiento”. Tesis de Magister. Universidad Nacional de Colombia
- HIBBELER, R.C. (1989). *Mecánica para ingenieros: Dinámica*. México, D.F: Compañía Editorial Continental, S.A.
- HIBBELER, R.C. (1989). *Mecánica para ingenieros: Estática*. México, D.F: Compañía Editorial Continental, S.A.
- JEWETT, J.W. (2008). Energy and the confused student V: The energy/momentum approach to problems involving rotating and deformable systems. *Global Approach to Energy. The Physics Teacher*. 46, pp. 269-274.
- MERIAN, J.L. Y KRAIGE. (1999). *Mecánica para ingenieros. Estática*. Barcelona: Editorial Reverté.
- MERIAN, J.L. Y KRAIGE. (1999). *Mecánica para ingenieros. Dinámica*. Barcelona: Editorial Reverté.
- McDERMOTT, L. (1977). Curriculum development and the assessment of students curriculum development and the assessment of student learning: an example from the work-energy and impulse-momentum theorems. *Investigações em Ensino de Ciências*. 2(1), pp.27-42.
- PEÑALBA, M. y DEL RIO, M. (2005). ¿Qué comprenden los estudiantes cuando enseñamos el momento angular? *Enseñanza de las Ciencias*. VII Congreso. España.
- RILEY, W.F. Y STURGES L.D. (1995). *Mecánica para ingenieros. Estática*. Barcelona: Editorial Reverté.
- RILEY, W.F. Y STURGES L.D. (2001). *Mecánica para ingenieros. Dinámica*. Barcelona: Editorial Reverté.

- ROWLANDS, S.K. (1977). "The Use of Concept Questions to Improve Student Understanding of Mechanics, and the Formulation of a Hierarchical Model of Student Understanding of Moments of Forces". Thesis of doctor. University of Plymouth.
- ROWLANDS, S. and GRAHAM, T. (2005). What is conceptual change in mechanics?, in D. Hewitt and A. Noyes (Eds), Proceedings of the sixth British Congress of Mathematics Education held at the University of Warwick, pp. 144-151. Available from www.bsrlm.org.uk.
- SERWAY, R.A. (1997). *Física*. México, D.F: Mac Graw Hill Interamericana Editores.
- SPELTINI, C. y WAINMAIER, C. (2013). IX Congreso Internacional sobre investigación en didáctica de las ciencias. Análisis del discurso, herramienta en el estudio de la conceptualización del momento angular. Girona, pp 3456-3461.
- TAZAR, M. (2005). Teacher Candidates' Understanding of Momentum and Impulse. GU, Revista de la Facultad de Educación de la Universidad de Gazi. 25(2), pp. 309-326
- TUSSATRIN, K. (2011). Development and validation of a diagnostic instrument to evaluate secondary school students' conceptions and problem solving in mechanics. The International Journal of Learning. 17(10). pp51-69.
- VÁZQUEZ ALONSO, A. (1994). El paradigma de las concepciones alternativas y la formación de los profesores de ciencias. Enseñanza de las ciencias. 12(I), pp. 3-14
- WAINMAIER, C. y SALINAS, J. (2005). Incomprensiones en el aprendizaje de la mecánica clásica básica. Revista de Enseñanza de la Física. 18(1), pp. 39-54

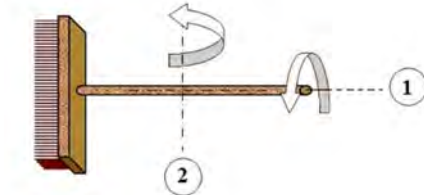
ANEXOS

ANEXO N° 1: MATRIZ DE LAS VARIABLES DE INVESTIGACIÓN

Variable	Dimensión	Definición	Itén
INERCIA	Identificar concepto de Inercia Rotacional.	• Dificultad de un cuerpo a ser acelerado angularmente respecto a un eje determinado	• Problema 1
	Determinación del Momento de Inercia de masa	• Distribución de la masa de un cuerpo respecto a un eje de rotación.	• Problemas 2,5
	Determinación del uso del Teorema de ejes paralelos.	• Distribución de la masa de un cuerpo respecto a un eje.	• Problema 2
MOMENTO ANGULAR	Diferenciar entre magnitud vectorial o escalar	• El MA es una magnitud física de carácter vectorial.	• Problema 8
	Determinar si Momento Angular se conserva	• Por el principio de Impulso angular y MA, sí el IA es cero entonces el MA es constante.	• Problema 3,6,7,9
	Diferenciar conservación de Momento Angular y Energía	• Conservación de Momento Angular es independiente de Energía	• Problema 4,7

ANEXO N° 2: INSTRUMENTO DE EVALUACIÓN

P1. El escobillón mostrado se quiere hacer girar alrededor de cada uno de los ejes de rotación indicados. Indicar la respuesta correcta:



- 1.- Es más fácil la rotación alrededor del eje 1.
- 2.- Es más fácil la rotación alrededor del eje 2.
- 3.- La dificultad es la misma para los dos ejes.
- 4.- Ninguna de las anteriores.

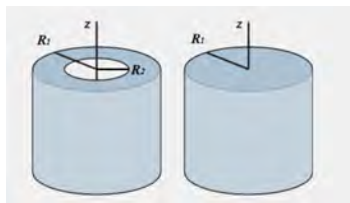
P2. El bate de béisbol mostrado en la figura tiene centro de masa en G y sus extremos son A y B. Sí, el bate se encuentra en el plano horizontal, determinar respecto a que eje perpendicular, que pasa por cada uno de los puntos indicados, se obtiene el mayor Momento de Inercia:

- 1.- I_A
- 2.- I_B
- 3.- I_G
- 4.- $I_A = I_B$



P5. El momento de inercia de un cilindro homogéneo con respecto a uno de sus ejes de simetría, el eje longitudinal z que pasa por su centro de masa es $I_M = MR^2/2$. A igual masa e igual radio externo, el momento de inercia de un cilindro hueco I_H será:

1. $I_M = I_H$
2. $I_H < I_M$
3. $I_M < I_H$
4. Necesito calcularlo para responder.



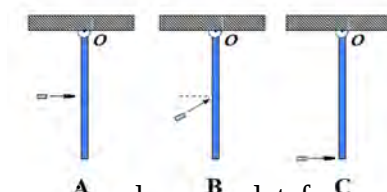
P3. Una persona, sosteniendo pesas en sus brazos, gira sobre un taburete giratorio, donde no existe par que actúa por fricción a lo largo del eje de rotación. Cuando tira las mancuernas hacia adentro, su momento de inercia en torno al eje vertical que pasa por su centro de masa cambia y ella hace girar más rápido. La componente z del momento angular alrededor del eje es:

1. Lo mismo.
2. Más grande.
3. Más pequeño.
4. No se da información suficiente para decidir.



P6. Tres balas iguales y que se mueven con la misma velocidad, hacen impacto y se incrustan en una barra de madera colgada de un punto fijo, tal y como indican las figuras. Ordena de menor a mayor el Momento Angular del sistema después del impacto.

1. CBA
2. BCA
3. ABC
4. BA



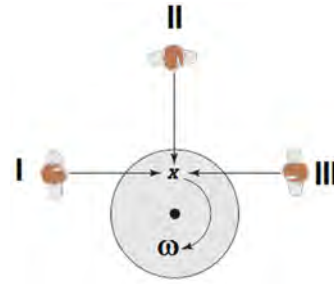
P8. El dibujo muestra la vista superior de una plataforma circular giratoria. Está girando en sentido horario cuando un niño salta de tres maneras diferentes: (I) de la izquierda, (II) de la parte superior, y (III) de la derecha. En los tres casos, el niño cae en el mismo lugar. Comparar momentos angulares finales y los momentos de inercia del sistema finales para estos casos:

1. $L_I > L_{II} > L_{III}$ $I_I = I_{II} = I_{III}$

2. $L_I > L_{II} > L_{II}$ $I_I > I_{II} > I_{III}$

3. $L_I = L_{II} = L_{II}$ $I_I = I_{II} = I_{III}$

4. $L_I = L_{II} = L_{II}$ $I_I > I_{II} > I_{III}$



P4. Una patinadora artística se encuentra en un punto sobre hielo, sin fricción, y gira alrededor con los brazos extendidos. Cuando junta sus brazos, ella reduce su momento de inercia de rotación e incrementa su velocidad angular. Supongamos que el componente z de su momento angular es constante. En comparación con su energía cinética de rotación inicial, su energía cinética de rotación después de que ella ha sacado en brazos debe ser:

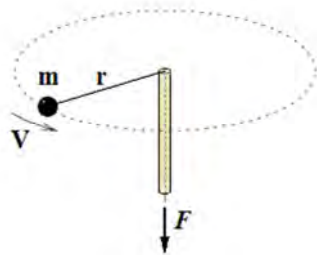
1. Lo mismo.
2. Más grande.
3. Más pequeño.
4. No se da información suficiente para decidir.



P7. Una esfera de masa m está atada a una cuerda que pasa por la parte interna de un tubo. La cuerda tiene inicialmente, desde la esfera hasta el centro del tubo, una distancia $r = R_0$ y se mueve tangencialmente con una velocidad $v = v_0$. La cuerda se acorta gradualmente a través del agujero hasta que la esfera choca en el poste. Indique la respuesta correcta:

1. La energía y el momento angular de la esfera respecto al centro del tubo son constantes.

2. La energía de la esfera es constante, pero el momento angular respecto al centro cambia.
3. Tanto la energía y el momento angular de la esfera respecto al centro, cambian.
4. La energía de la esfera cambia, pero su momento angular respecto al centro permanece constante.



P9. En el sistema mostrado se quiere determinar la altura máxima que alcanza la barra rígida AB, inicialmente en reposo y en posición vertical, después que el disco homogéneo D choca en el punto B. La barra rígida AB, tiene una masa M y longitud L, es libre de girar alrededor de una bisagra A sin fricción en la pared y tiene un momento de inercia $I = ML^2/3$ alrededor de la bisagra. El disco D que se desplaza a lo largo de la horizontal con velocidad constante V, rotando sin deslizar tiene un choque elástico con AB. El disco tiene una masa M y un momento de inercia respecto al eje que pasa por su centro de gravedad igual a $I = MR^2/2$. ¿Cuáles son los conceptos que debe aplicar para resolver el problema?

- E Conservación de la Energía.
- F Principio de trabajo y Energía.
- G Relación Coeficiente Restitución -Velocidades
- H Principio de Impulso y Momento Angular
- I Conservación del Momento Angular
- J Conservación del Momento Lineal.

- 1.-IGH
- 2.-JHF
- 3.-FIE
- 4.- IGE

