



UNIVERSIDAD  
DE PIURA

**FACULTAD DE INGENIERÍA**

**Simulación de remoción de columna a un pórtico de  
concreto armado con Extreme Loading for Structures**

Tesis para optar el Título de  
Ingeniero Civil

**Ronald Jeanpier Cordova Salinas**

**Asesor:**  
**Mgtr. Ing. Juan Carlos Atoche Arce**

**Piura, agosto de 2021**



A mi mamá, por haberme dado todo  
en esta vida y por haber tenido la  
paciencia suficiente en este proceso.

Ronald Cordova Salinas





## Resumen

En los últimos años, organizaciones como el Departamento de Defensa de los Estados Unidos y la Administración de Servicios Generales han desarrollado interés en el colapso progresivo de las edificaciones esenciales de diversas ciudades y el efecto que tiene este evento sobre los usuarios. El fenómeno del colapso progresivo es la conceptualización del desplome de una estructura a causa de la remoción de uno de sus elementos estructurales principales.

Con la necesidad de prevenir el colapso progresivo se hace conocido el nuevo método de análisis *applied element method*. La *Applied Science International* ha desarrollado un software que aplica el *applied element method* y se llama *Extreme Loading for Structures* (ELS), con este método se puede investigar la respuesta de los edificios ante explosiones con el objetivo de localizar los puntos débiles de la estructura; utilizar modelos no lineales que consideran el agrietamiento del concreto y la fluencia del acero; investigar el comportamiento de la estructura sometida a desplazamiento horizontal cíclico o sísmico y simular la demolición de edificaciones.

Después de realizar todas las simulaciones para los diferentes test de sensibilidad, se obtuvieron datos que ayudarán a entender las ventajas y desventajas del uso de este programa. Además de adecuados valores de los parámetros relevantes en ELS. El valor del *separation strain* del concreto que más se acerca al resultado real es el de 0.15 que comprueba que los límites del manual teórico del ELS son correctos con un error máximo en el primer pico de 5.1% y en el segundo pico de 4.7%. También se comprueba que el *separation strain* del acero sí tiene efectos en los resultados de las simulaciones, siendo 0.1 el valor que se acerca más a los resultados del test experimental con un error máximo en el primer pico de 5.1% y en el segundo pico de 4.7%. Así mismo, Se encontró que 0 es el valor del *external damping ratio* que obtuvo mejores resultados estableciendo que el *internal damping ratio* asumido por el software al aparecer las grietas, es suficiente para una buena simulación con un error máximo en el primer pico de 5.1% y en el segundo pico de 4.7%. El parámetro de *roughness factor* acepta el valor de 1 como el que más se acerca a la respuesta experimental que se interpreta como una mayor rugosidad de las grietas debido a los agregados del concreto con un error máximo en el primer pico de 5.1% y en el segundo pico de 4.7%.

Por otro lado, se concluye que la refinación del mallado no es influyente en los datos de salida de la simulación ya que después de llevar a cabo un test de sensibilidad, los resultados fueron similares con un error máximo en el primer pico de 5% y en el segundo pico de 3.9%. ELS fue capaz de capturar la grieta principal en uno de los lados mostrando la capacidad del programa de predecir de forma correcta el modo de falla de las estructuras inclusive en estructuras simétricas.



## Tabla de contenido

<b>Introducción</b> .....	<b>21</b>
<b>Capítulo 1</b> .....	<b>23</b>
<b>El colapso progresivo y las limitaciones del método de los elementos finitos</b> .....	<b>23</b>
1.1 Colapso del edificio Alfred P. Murrah.....	23
1.2 Colapso del edificio <i>Space</i> .....	24
1.3 Limitaciones del método de elementos finitos (FEM por sus siglas en inglés) para simular el colapso progresivo.....	26
<b>Capítulo 2</b> .....	<b>31</b>
<b><i>Applied Element Method</i> y los modelos constitutivos del <i>Extreme Loading for Structures</i></b> .....	<b>31</b>
2.1 Origen del método.....	31
2.2 Descripción general.....	31
2.3 Formulaciones del <i>Applied Element Method</i> para el colapso .....	37
2.3.1 <i>Matriz de rigidez</i> .....	38
2.3.2 <i>Matriz de masa</i> .....	38
2.3.3 <i>Matriz de amortiguamiento</i> .....	38
2.3.4 <i>Formulación en análisis de colapso</i> .....	39
2.4 Modelos constitutivos utilizados en <i>Extreme Loading for Structures</i> .....	39
2.4.1 <i>Modelo de Maekawa (Elasto - plastic and fracture model of concrete)</i> .....	40
2.4.1.1 Trayectoria de carga.....	41
2.4.1.2 Formulación de la ecuación constitutiva del Elasto – plastic and fracture model.....	41
2.4.2 <i>Modelo de Menegotto y Pinto para los refuerzos de acero</i> .....	46
2.4.2.1 Envolvente de tensión.....	46

2.4.2.2 Modelo cíclico uniaxial.....	47
<b>Capítulo 3.....</b>	<b>49</b>
<b>Análisis experimental del escenario de remoción de una columna realizada por el Instituto Nacional de Estándares y Tecnología de los Estados Unidos. ....</b>	<b>49</b>
3.1 Alcance del estudio.....	49
3.2 Propiedades de los materiales.....	52
3.3 Instrumentación de medición.....	54
3.4 Resultados del experimento .....	56
3.4.1 <i>Intermediate Moment Frame</i> .....	56
3.4.1.1 Modo de falla.....	56
3.4.1.2 Patrones de agrietamiento.....	57
3.4.1.3 Medidas de desplazamiento.....	58
3.4.2 <i>Special Moment Frame</i> .....	59
3.4.2.1 Modo de falla.....	59
3.4.2.2 Patrones de agrietamiento .....	61
3.4.2.3 Medidas de desplazamiento.....	61
<b>Capítulo 4.....</b>	<b>63</b>
<b>Simulación numérica de la unión viga-columna en el programa Extreme Loading for Structures.....</b>	<b>63</b>
4.1 Propiedades generales de los materiales en ELS.....	63
4.1.1 <i>Módulo de Young (Young's Modulus)</i> .....	63
4.1.2 <i>Módulo de corte (Shear Modulus)</i> .....	63
4.1.3 <i>Peso Espécifico (Specific Weight)</i> .....	64
4.1.4 <i>Coefficiente de Fricción (Friction Coefficient)</i> .....	64
4.1.5 <i>Deformación de Separación (Separation Strain)</i> .....	64
4.2 Propiedades del concreto .....	65
4.2.1 <i>Esfuerzo máximo de compresión/tensión (Maximum Tensile/Compressive Stress)</i> ....	65
4.2.2 <i>Esfuerzo de corte (Shear Strength)</i> .....	65
4.3 Propiedades del acero .....	67
4.3.1 <i>Esfuerzo de fluencia de tensión/compresión (Tensile/Compressive Yield Stress)</i> .....	67
4.3.2 <i>Deformación última de tensión/compresión (Tensile/Compressive Ultimate Strain)</i> .....	67
4.3.3 <i>Esfuerzo ultimo/Esfuerzo fluencia de tensión/Compresión (Tensile/Compressive Ultimate/Yield Stress)</i> .....	67

4.4 Propiedades numéricas propias del <i>Extreme Loading for Structures</i> .....	67
4.4.1 <i>Ratio de amortiguación externa (External Damping Ratio)</i> .....	67
4.4.2 <i>Ratio de rigidez de contacto normal/por cortante (Normal/Shear Contact Stiffness Ratio)</i> .....	67
4.4.3 <i>Factor de descarga de resorte de contacto (Contact Spring Unloading Stiffness Factor)</i> .....	69
4.4.4 <i>Coficiente de expansión por temperatura (Linear Temperature Expansion Coefficient)</i> .....	70
4.4.5 <i>Factor de rigidez normal/por cortante post – falla (Post-failure Shear/Normal Stiffness Factor)</i> .....	71
4.4.6 <i>Factor de rugosidad (Roughness Factor)</i> .....	71
4.4.7 <i>Ratio de rigidez post – fluencia en tensión/compresión (Tensile/Compressive Post-Yield Stiffness Ratio)</i> .....	72
4.4.8 <i>Factor de graduación de falla (Failure Softening Factor)</i> .....	72
4.4.9 <i>Factor de esfuerzo por cortante (Shear Stress Weight)</i> .....	73
4.5 Matriz de sensibilidad.....	73
4.6 Resultados.....	85
4.6.1 <i>Primer test de sensibilidad</i> .....	88
4.6.2 <i>Segundo test de sensibilidad</i> .....	92
4.6.3 <i>Tercer test de sensibilidad</i> .....	96
4.6.4 <i>Cuarto test de sensibilidad</i> .....	102
4.6.5 <i>Quinto test de sensibilidad</i> .....	105
4.6.6 <i>Sexto test de sensibilidad</i> .....	111
<b>Conclusiones</b> .....	<b>125</b>
<b>Recomendaciones</b> .....	<b>127</b>
<b>Referencias bibliográficas</b> .....	<b>129</b>



## Lista de tablas

Tabla 1. Resistencia a la compresión y tensión de cilindros de concreto.....	52
Tabla 2. Propiedades mecánicas de las barras de acero en el pórtico IMF.....	52
Tabla 3. Propiedades mecánicas de las barras de acero en el pórtico SMF.....	53
Tabla 4. Propiedades del concreto para las simulaciones del primer test de sensibilidad.....	74
Tabla 5. Propiedades del acero para las simulaciones del primer test de sensibilidad....	74
Tabla 6. Propiedades del concreto para las simulaciones del segundo test de sensibilidad.....	75
Tabla 7. Propiedades del acero para las simulaciones del segundo test de sensibilidad.	76
Tabla 8. Propiedades del concreto para las simulaciones del tercer test de sensibilidad.....	78
Tabla 9. Propiedades del acero para las simulaciones del tercer test de sensibilidad.....	79
Tabla 10. Propiedades del concreto para las simulaciones del cuarto test de sensibilidad.....	80
Tabla 11. Propiedades del acero para las simulaciones del cuarto test de sensibilidad ..	80
Tabla 12. Propiedades del concreto para las simulaciones del test de sensibilidad del mallado y del test de post-falla .....	82
Tabla 13. Propiedades del acero para las simulaciones del test de sensibilidad del mallado y del test de post-falla .....	83
Tabla 14. Codificación del análisis de sensibilidad .....	84
Tabla 15. Codificación del análisis de sensibilidad .....	85



## Lista de figuras

Figura 1. Ubicación de columnas del edificio <i>Space</i> en Medellín.....	21
Figura 2. Cara norte del edificio A. P. Murrah después de la explosión. ....	24
Figura 3. Representación de la estructura del edificio Alfred P. Murrah después de la explosión.....	25
Figura 4. Columna S3 del cuarto nivel del edificio <i>Space</i> , previo al colapso. ....	25
Figura 5. Método de refinación del mallado en ciertos puntos de estudio según elementos finitos. ....	27
Figura 6. Conectividad parcial presente en el <i>Applied Element Method</i> .....	27
Figura 7. <i>Smearred Crack Approach</i> .....	28
Figura 8. <i>Discrete Crack Approach</i> .....	28
Figura 9. Tipos de <i>Matrix Springs</i> .....	32
Figura 10. Disposición de resortes en las barras de acero en el concreto reforzado .....	33
Figura 11. Gráficas desplazamiento vertical – tiempo historia y deformación – tiempo historia del colapso del hotel San Diego.....	33
Figura 12. Simulación de compresión diagonal en ELS y en test experimental.....	34
Figura 13. Comparación entre la secuencia de demolición real y la simulación numérica en ELS del hotel Sheraton .....	34
Figura 14. Comparación entre la secuencia de demolición real y la simulación numérica en ELS del <i>Stubbs Tower</i> .....	35
Figura 15. Comparación entre la simulación del colapso y el colapso real del edificio ....	35
Figura 16. Comparación entre el colapso real del edificio Alfred P. Murrah la simulación del colapso en ELS.....	36
Figura 17. Comparación entre la simulación del colapso del puente en ELS y el colapso real del puente en Minneapolis.....	36
Figura 18. Barrera de fibra de vidrio (izquierda) y condiciones del experimento (derecha) .....	37

Figura 19. Distribución de esfuerzos en barrera de fibra de vidrio (izquierda) y deformación debido a cargas de explosión (derecha) .....	37
Figura 20. Esfuerzos en resortes en <i>Applied Element Method</i> .....	38
Figura 21. Modelo de Maekawa para concreto en compresión y comportamiento del concreto en tensión utilizado por AEM.....	40
Figura 22. Modelo de Menengotto y Pinto para el acero en tensión y compresión.....	40
Figura 23. Dirección de las cargas aplicadas a los especímenes muestreados.....	41
Figura 24. <i>Elasto-plastic and fracture model</i> de Maekawa. ....	42
Figura 25. Distribución del esfuerzo de fractura. ....	42
Figura 26. Progreso de la deformación plástica bajo esfuerzos biaxiales.....	44
Figura 27. Progreso del parámetro de fractura bajo esfuerzos biaxiales.....	44
Figura 28. Distribución del esfuerzo de fractura. ....	44
Figura 29. Relación del esfuerzo – deformación equivalente bajo esfuerzo de compresión – tensión.....	45
Figura 30. Relación del esfuerzo – deformación para la envolvente de tensión del acero según Megotto y Pinto .....	46
Figura 31. Modelo cíclico del acero según Megotto y Pinto .....	48
Figura 32. Espécimen del pórtico Special Moment Frame .....	49
Figura 33. Bloques de acero utilizados para evitar el deslizamiento de las zapatas.....	50
Figura 34. Mecanismo que restringe el desplazamiento en la dirección perpendicular a la columna a través de rodillos de acero.....	51
Figura 35. Vista de planta y dimensiones de elementos estructurales de la estructura de la categoría C. ....	51
Figura 36. Vista de planta y dimensiones de elementos estructurales de la estructura de la categoría D.....	52
Figura 37. Detalle del pórtico IMF.....	53
Figura 38. Detalles del pórtico SMF.....	54
Figura 39. Ubicación de los equipos de medición de grietas en concreto.....	55
Figura 40. (a) Ubicación de los equipos de medición de grietas en concreto, (b) Ubicación de los extensómetros en el espécimen.....	55
Figura 41. Desplazamiento vertical final de la columna central del espécimen IMF .....	56
Figura 42. Modo de falla del espécimen IMF .....	57

Figura 43. (a) Patrón de agrietamiento del test del espécimen IMF a los 610mm de desplazamiento de la columna central (b) y a los 1092mm de desplazamiento de la columna central.....	58
Figura 44. Carga vertical aplicada vs deflexión vertical de la columna central.....	58
Figura 45. Rotación de viga sur (SS INC) y norte (NN INC) vs el desplazamiento vertical de la columna central.....	59
Figura 46. Desplazamiento vertical final de la columna central del espécimen SMF .....	60
Figura 47. Modo de falla del espécimen SMF.....	60
Figura 48. (a) Patrón de agrietamiento del test del espécimen SMF a los 622mm de desplazamiento de la columna central (b) y a los 1219mm de desplazamiento de la columna central.....	61
Figura 49. Carga vertical aplicada vs deflexión vertical de la columna central.....	62
Figura 50. Rotación de viga sur (SS INC) y norte (NN INC) vs el desplazamiento vertical de la columna central.....	62
Figura 51. Gráfica esfuerzo-deformación del concreto en compresión. ....	65
Figura 52. Envolvente de Mohr-Coulomb.....	66
Figura 53. Superficies positivas y negativas en el modelo de densidad de contacto.....	66
Figura 54. Ilustración de los parámetros para el cálculo del <i>Normal Stiffness Factor</i> (izquierda). Rigidez del resorte normal de colisión (derecha).....	68
Figura 55. Rigidez del resorte de corte de colisión.....	69
Figura 56. Relación carga-descarga del resorte de contacto antes y después de la colisión.....	70
Figura 57. Efecto de rebote con valores de n diferentes.....	70
Figura 58. Comportamiento del concreto ante esfuerzos de compresión, tensión y corte.....	71
Figura 59. <i>Roughness Factor</i> .....	72
Figura 60. <i>Post Yield Stiffness Ratio</i> . ....	72
Figura 61. <i>Failure Softening Factor</i> .....	73
Figura 62. Simulación en SAP2000 del pórtico SMF.....	77
Figura 63. Frecuencia natural del pórtico (superior), primer modo de vibrar de la estructura (inferior).....	78
Figura 64. Resultado de grietas en 3 de las 8 simulaciones del sexto test de sensibilidad: Test 2 (superior izquierda), test 3 (superior derecha) y test 6 (inferior)...	82

Figura 65. Resultado experimental de carga vertical vs desplazamiento vertical de la columna central del pórtico SMF.....	86
Figura 66. Resultado experimental general del pórtico SMF.....	86
Figura 67. Falla presente en el pórtico SMF.....	87
Figura 68. Patrones de grieta a los 1219 mm de desplazamiento vertical de la columna central.....	87
Figura 69. Carga vertical vs desplazamiento vertical de la columna central del primer test de sensibilidad.....	88
Figura 70. Porcentaje de error del primer pico de la curva “carga vertical vs desplazamiento vertical de columna” en las 5 simulaciones del primer test de sensibilidad.....	90
Figura 71. Porcentaje de error del punto más bajo entre los dos picos de la curva “carga vertical vs desplazamiento vertical de columna” en las 5 simulaciones del primer test de sensibilidad.....	90
Figura 72. Porcentaje de error del segundo pico de la curva “carga vertical vs desplazamiento vertical de columna” en las 5 simulaciones del primer test de sensibilidad.....	90
Figura 73. Resultado de la simulación numérica en <i>Extreme Loading for Structures</i> y contornos de la deformación normal en el eje x de los resortes utilizando el test SSC2 (Separation Strain del concreto = 0.15).....	91
Figura 74. Resultado de la simulación numérica de las vigas cerca a la columna central en <i>Extreme Loading for Structures</i> utilizando el test SSC2 (Separation Strain del concreto = 0.15).....	91
Figura 75. Carga vertical vs Desplazamiento vertical de la columna central del segundo test de sensibilidad.....	92
Figura 76. Porcentaje de error del primer pico de la curva “carga vertical vs desplazamiento vertical de columna” en las 5 simulaciones del segundo test de sensibilidad.....	94
Figura 77. Porcentaje de error del punto más bajo entre los dos picos de la curva “carga vertical vs desplazamiento vertical de columna” en las 5 simulaciones del segundo test de sensibilidad.....	94
Figura 78. Porcentaje de error del segundo pico de la curva “carga vertical vs desplazamiento vertical de columna” en las 5 simulaciones del primer test de sensibilidad.....	94

Figura 79. Resultado del modelo numérico en <i>Extreme Loading for Structures</i> y contornos de la deformación normal en el eje x de los resortes utilizando el test SSA1 ( <i>separation Strain</i> del acero = 0.10).....	95
Figura 80. Resultado del modelo numérico de las vigas cerca a la columna central en <i>Extreme Loading for Structures</i> utilizando el test SSA1 ( <i>separation Strain</i> del acero = 0.10).....	95
Figura 81. Carga vertical vs Desplazamiento vertical de la columna central del tercer test de sensibilidad.....	96
Figura 82. Carga vertical vs Desplazamiento vertical de la columna central del tercer test de sensibilidad.....	97
Figura 83. Carga vertical vs Desplazamiento vertical de la columna central del tercer test de sensibilidad.....	97
Figura 84. Porcentaje de error del primer pico de la curva “carga vertical vs desplazamiento vertical de columna” en las 8 simulaciones del tercer test de sensibilidad.....	100
Figura 85. Porcentaje de error del punto más bajo entre los dos picos de la curva “carga vertical vs desplazamiento vertical de columna” en las 8 simulaciones del tercer test de sensibilidad.....	100
Figura 86. Porcentaje de error del segundo pico de la curva “carga vertical vs desplazamiento vertical de columna” en las 8 simulaciones del tercer test de sensibilidad.....	100
Figura 87. Resultado de la simulación numérica en <i>Extreme Loading for Structures</i> y contornos de la deformación normal en el eje x de los resortes utilizando el test EDR1 ( <i>external damping ratio</i> = 0) .....	101
Figura 88. Resultado de la simulación numérica de las vigas cerca a la columna central en <i>Extreme Loading for Structures</i> utilizando el test EDR1 ( <i>external damping ratio</i> = 0). .....	101
Figura 89. Carga vertical vs desplazamiento vertical de la columna central del cuarto test de sensibilidad.....	102
Figura 90. Porcentaje de error del primer pico de la curva “carga vertical vs desplazamiento vertical de columna” en las 3 simulaciones del cuarto test de sensibilidad.....	103
Figura 91. Porcentaje de error del punto más bajo entre los dos picos de la curva “carga vertical vs desplazamiento vertical de columna” en las 3 simulaciones del cuarto test de sensibilidad.....	104

Figura 92. Porcentaje de error del segundo pico de la curva “carga vertical vs desplazamiento vertical de columna” en las 3 simulaciones del cuarto test de sensibilidad.....	104
Figura 93 Resumen de resultados de los test de sensibilidad relacionados a las propiedades del concreto y acero.....	105
Figura 94. Carga vertical vs Desplazamiento vertical de la columna central del quinto test de sensibilidad.....	106
Figura 95. Porcentaje de error del primer pico de la curva “carga vertical vs desplazamiento vertical de columna” en las 3 simulaciones del quinto test de sensibilidad.....	107
Figura 96. Porcentaje de error del punto más bajo entre los dos picos de la curva “carga vertical vs desplazamiento vertical de columna” en las 3 simulaciones del quinto test de sensibilidad.....	107
Figura 97. Porcentaje de error del segundo pico de la curva “carga vertical vs desplazamiento vertical de columna” en las 3 simulaciones del quinto test de sensibilidad.....	107
Figura 98. Vista la conexión parcial del mallado del test M2 (100x1x30).....	108
Figura 99. Resultado de la simulación numérica en <i>Extreme Loading for Structures</i> con un mejor mallado (100x1x30 elementos en cada viga) .....	108
Figura 100. Resultado del modelo numérico de las vigas cerca a la columna central en <i>Extreme Loading for Structures</i> con un mejor mallado (100x1x30 elementos en cada viga) .....	109
Figura 101. Vista la conexión parcial del mallado del test M3 (100x1x70).....	109
Figura 102. Resultado de la simulación numérica en <i>Extreme Loading for Structures</i> con un mejor mallado (100x1x70 elementos en cada viga) .....	110
Figura 103. Resultado del modelo numérico de las vigas cerca a la columna central en <i>Extreme Loading for Structures</i> con un mejor mallado (100x1x70 elementos en cada viga) .....	110
Figura 104. Comparación entre los resultados numéricos de las simulaciones M1, M2 y M3 .....	111
Figura 105. Carga vertical vs desplazamiento vertical de la columna central del sexto test de sensibilidad.....	112
Figura 106. Porcentaje de error del primer pico de la curva “carga vertical vs desplazamiento vertical de columna” en las 8 simulaciones del sexto test de sensibilidad.....	114

Figura 107. Porcentaje de error del punto más bajo entre los dos picos de la curva “carga vertical vs desplazamiento vertical de columna” en las 8 simulaciones del sexto test de sensibilidad.....	114
Figura 108. Porcentaje de error del segundo pico de la curva “carga vertical vs desplazamiento vertical de columna” en las 8 simulaciones del sexto test de sensibilidad.....	114
Figura 109. Resultado de la simulación ULT1 del sexto test en <i>Extreme Loading for Structures</i> .....	115
Figura 110. Resultado de la simulación ULT1 del sexto test de las vigas cerca de la columna central en <i>Extreme Loading for Structures</i> .....	116
Figura 111. Resultado de la simulación ULT2 del sexto test en <i>Extreme Loading for Structures</i> .....	116
Figura 112. Resultado de la simulación ULT2 del sexto test de las vigas cerca de la columna central en <i>Extreme Loading for Structures</i> .....	117
Figura 113. Resultado de la simulación ULT3 del sexto test en <i>Extreme Loading for Structures</i> .....	117
Figura 114. Resultado de la simulación ULT3 del sexto test de las vigas cerca de la columna central en <i>Extreme Loading for Structures</i> .....	118
Figura 115. Resultado de la simulación ULT4 del sexto test en <i>Extreme Loading for Structures</i> .....	118
Figura 116. Resultado de la simulación ULT4 del sexto test de las vigas cerca de la columna central en <i>Extreme Loading for Structures</i> .....	119
Figura 117. Resultado de la simulación ULT5 del sexto test en <i>Extreme Loading for Structures</i> .....	119
Figura 118. Resultado de la simulación ULT5 del sexto test de las vigas cerca de la columna central en <i>Extreme Loading for Structures</i> .....	120
Figura 119. Resultado de la simulación ULT6 del sexto test en <i>Extreme Loading for Structures</i> .....	120
Figura 120. Resultado de la simulación ULT6 del sexto test de las vigas cerca de la columna central en <i>Extreme Loading for Structures</i> .....	121
Figura 121. Resultado de la simulación ULT7 del sexto test en <i>Extreme Loading for Structures</i> .....	121
Figura 122. Resultado de la simulación ULT7 del sexto test de las vigas cerca de la columna central en <i>Extreme Loading for Structures</i> .....	122

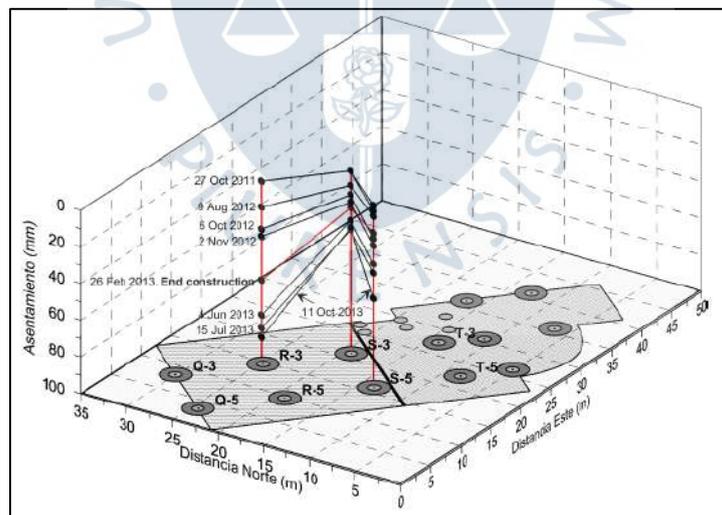
Figura 123. Resultado de la simulación ULT8 del sexto test en <i>Extreme Loading for Structures</i> .....	122
Figura 124. Resultado de la simulación ULT8 del sexto test de las vigas cerca de la columna central en <i>Extreme Loading for Structures</i> .....	123
Figura 125. Comparación entre los resultados de las simulaciones ULT1, ULT2, ULT3, ULT4, ULT5, ULT6, ULT7 y ULT8 .....	123



## Introducción

En los últimos años, organizaciones como el Departamento de defensa de los Estados Unidos y la Administración de Servicios Generales han desarrollado interés en el colapso progresivo de las edificaciones esenciales de diversas ciudades y el efecto que tienen estos eventos sobre los usuarios. El fenómeno del colapso progresivo es la conceptualización del desplome de una estructura a causa de la remoción de uno de sus elementos estructurales principales. Este evento puede ocurrir ya sea por explosiones ocasionadas por un atentado o por una deficiencia en el cálculo estructural. (Helmy, Salem, & Mourad, 2013), (Khalil, 2012)

En el año 2013, se lograron rescatar a 500 personas gracias a la pronta acción de las autoridades al evacuar el conjunto residencial *Space* ubicado en Medellín. Este proyecto estaba formado por seis diferentes estructuras contiguas, las cuales eran denominadas “etapas”. La última de éstas colapsó por la baja resistencia de sus elementos estructurales, en especial la capacidad axial de la columna del eje S3 (ver Figura 1) y la falla frágil de las vigas principales adyacentes que desarrolló una reacción en cadena e hizo colapsar esta estructura. (Universidad de los Andes, 2014)



**Figura 1. Ubicación de columnas del edificio *Space* en Medellín**

Fuente: Universidad de los Andes (2014)

Con esto se puede notar que la falla de una columna importante en una edificación puede conllevar al colapso parcial o total de una estructura y eso es lo que el estudio del colapso progresivo intenta predecir y evitar. Por tal motivo países como Estados Unidos han implementado en su código una sección referida a este tema en donde se estipula que los edificios importantes no deben colapsar por la falta de uno de sus elementos estructurales y usan dos métodos para ello: El Método de Trayectoria Alternativa que en inglés es "*Alternative Path Method*" que estudia la capacidad de la estructura de transferir las cargas a pesar de un elemento estructural faltante; y el Método de Resistencia Específica que en inglés es "*Specific Local Resistance Method*" con el que se busca diseñar elementos con la resistencia suficiente para soportar amenazas específicas. El *Applied Element Method* es una herramienta avanzada para la simulación de colapso progresivo en el cual, la geometría no lineal, la separación de elementos y la colisión son tomados en cuenta automáticamente. (AlHafian, 2013)

El método de análisis estructural que tradicionalmente se usa es el de los elementos finitos, en el cual se representan los elementos estructurales a través de elementos geométricos unido por nodos, los cuales mantienen las deformaciones y desplazamientos, y transmiten esfuerzos ya sean normales o por cortante. Este método es usado en la actualidad para analizar y diseñar los diferentes tipos de proyectos; sin embargo, el método de elementos finitos tiene algunas características que impiden el análisis de ciertos eventos en las edificaciones.

El método de los elementos finitos no es capaz de mostrar el modo de falla de los elementos, ni la ubicación de las grietas, ni la modelación de estructuras que impactan por su cercanía, ni es capaz de representar el colapso de las estructuras debido a eventos naturales o externos, pues como es conocido no es posible capturar la separación de los elementos finitos. Si bien es cierto, se pueden modelar las grietas de los elementos estructurales, hace falta de ingenieros experimentados y la capacidad de conocer cómo va a fallar la estructura antes del suceso. (*Applied Science International*, 2004b).

Es por tal motivo que se va a utilizar un método desarrollado por los doctores Tagel-Din (1998) y Kimiro Meguro (2001) llamado *Applied Element Method* (AEM). Tal y como dice la publicación de Meguro, AEM es una nueva y eficiente técnica para el diseño de estructuras considerando su comportamiento de falla (Meguro K. , 2001). La *Applied Science International* (ASI) ha desarrollado un programa computacional que aplica el *Applied Element Method* y se llama *Extreme Loading for Structures* (ELS). En comparación a otros modelos numéricos, la habilidad del AEM de simular fácilmente la interacción y la colisión entre elementos es adecuada para conocer el comportamiento de las estructuras sometidas a cargas estáticas, dinámicas, agrietamiento, grandes desplazamientos y el colapso (Tagel-Din, 2009).

Con este método se puede investigar la respuesta de los edificios antes explosiones con el objetivo de localizar los puntos débiles de la estructura; utilizar modelos no lineales que consideran el agrietamiento del concreto y la fluencia del acero; investigar el comportamiento de la estructura sometida a desplazamiento horizontal cíclico o sísmico; simular la demolición de edificaciones; analizar el colapso desproporcionado ocurrido en edificaciones existentes y la prevención del mismo en futuros trabajos de investigación. (*Applied Science International*, 2004b).

## Capítulo 1

### El colapso progresivo y las limitaciones del método de los elementos finitos

Según el *American Society of Civil Engineers* en el código ASCE 07-10 (2010) el colapso progresivo es la propagación de una falla local inicial, resultando en el colapso completo o parcial de una estructura. Es por eso que existen códigos en la actualidad como el *Minimum Design Loads for Buildings and other structures* del ASCE que han buscado la manera de prevenir estos desastres a través del Método de Trayectoria Alternativa que en inglés es “*Alternative Path Method*” que estudia la capacidad de la estructura de transferir las cargas a pesar de un elemento estructural faltante; y el Método de Resistencia Específica que en inglés es “*Specific Local Resistance Method*” con el que se busca diseñar elementos con la resistencia suficiente para soportar amenazas específicas. (*American Society of Civil Engineers*, 2010).

A continuación, se abordará de forma general dos eventos relevantes en los cuales se mencionan las diferentes causas del colapso progresivo y los estragos que trajo consigo.

#### 1.1 Colapso del edificio Alfred P. Murrah

Uno de los sucesos más catastróficos que azotó la ciudad de Oklahoma, Estados Unidos, fue el ataque terrorista al edificio *Alfred P. Murrah Federal Office* bajo la modalidad de explosión, a escasos metros de la fachada. (Hinman & Hammond, 1996)

No fue antes de 1993, con la explosión en *World Trade Center* en Nueva York, que los habitantes de los Estados Unidos pensaron que eventos como estos sólo ocurrían en otras partes del mundo. Es así como las autoridades empezaron a tomar conciencia sobre estos acontecimientos.

A las 9:02 am del 19 de abril de 1995 estalló una bomba frente al edificio A. P. Murrah en Oklahoma que causó la muerte de 167 personas incluyendo 19 niños e hirió a 782 personas. Hubo 652 millones de dólares en pérdidas materiales, efectos de trauma a largo plazo sobre los locales y pérdidas irreparables a las personas que perdieron a sus familiares.

El arma usada para el siniestro fue una bomba casera que contenía aproximadamente 2.177 Kg. de *Amonium Nitrate – Fuel Oil*. Ésta es una sustancia que se utiliza como fertilizante y que, al entrar en contacto con un detonador, incluso de forma accidental, causa severos estragos. Esta bomba fue colocada en una camioneta a 3 metros de la cara norte del edificio y creó un cráter en el suelo de 9.1 metros de diámetro y 2.4 metros de profundidad. Esta fachada del edificio quedó totalmente destruida como se muestra en la Figura 2.



**Figura 2. Cara norte del edificio A. P. Murrah después de la explosión**

Fuente: Hinman & Hammond (1996)

La explosión impactó directamente a la columna G20 (ver Figura 3), causando su falla, además de los daños a las losas de los primeros pisos. La rotación de la viga principal, debido a la ausencia de esta columna causó el colapso de las columnas G16 y G 24, llevando consigo 8 de los 10 paños de losa de la sección norte del edificio como se puede ver en la Figura 3.

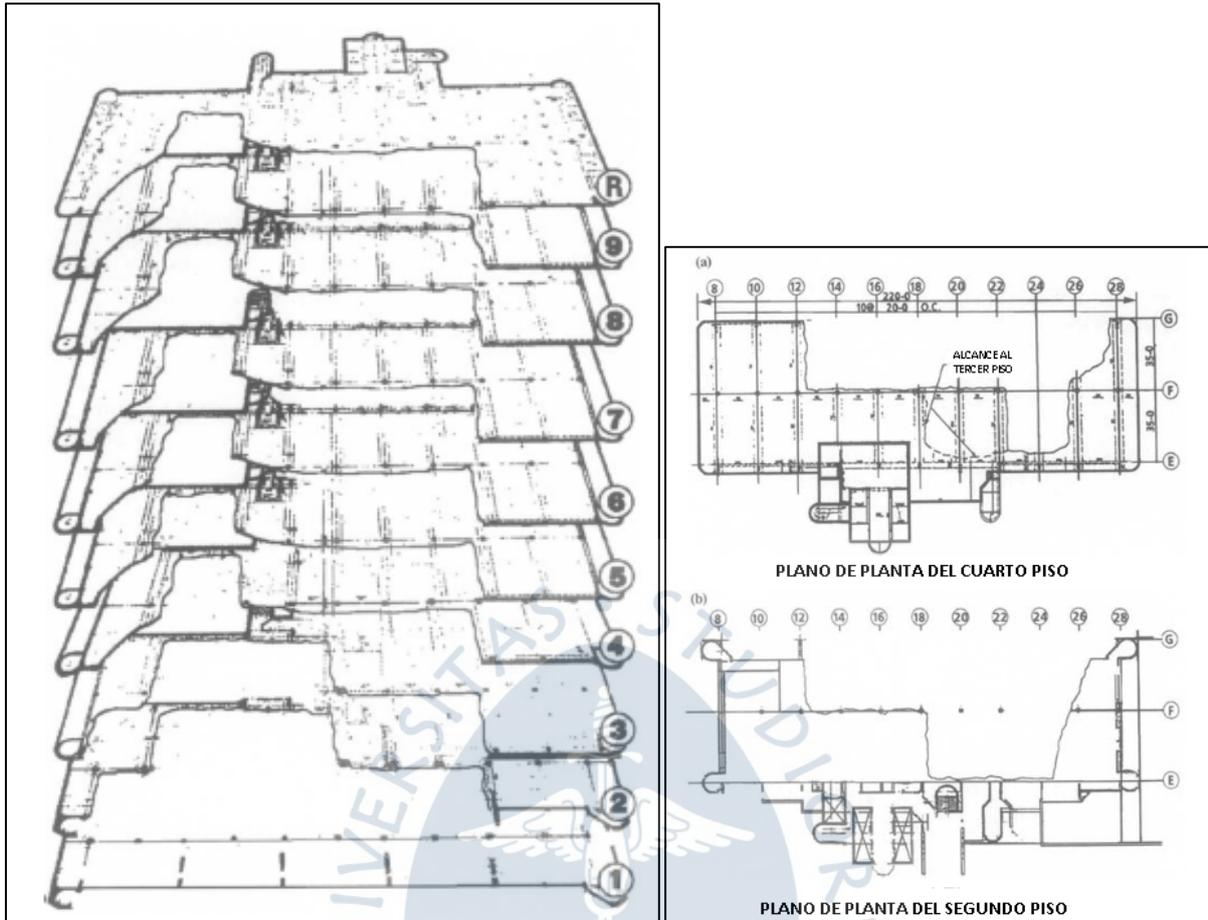
En resumen, el edificio colapsó debido a la falla frágil que predominó en los elementos estructurales y en las conexiones viga-columna, como resultado de la magnitud de la explosión.

### **1.2 Colapso del edificio *Space***

El edificio *Space* fue un proyecto elaborado por la constructora Lérica CDO que constaba de seis etapas, con diferentes cantidades de niveles, siendo la última de 23 pisos y 4 sótanos. El ingeniero calculista de este proyecto fue el ingeniero Jorge Aristazábal Ochoa.

El colapso del edificio *Space* está relacionado a la falta de capacidad estructural de las columnas principales de la edificación, en especial la columna S3 del cuarto nivel que falló por compresión el 11 de octubre de 2013 y que se muestra en la Figura 4. Debido a las intervenciones que se realizaron al edificio como la demolición de los muros de mampostería adyacente de la columna fallada, con el objeto de colocar elementos de refuerzo y la redistribución progresiva de cargas, el 12 de octubre de 2013 a las 20:20 horas se detectó el colapso de la sexta etapa del edificio *Space*. (Universidad de los Andes, 2014).

Con la colaboración de los expertos internacionales como Mete A. Sozen (experto en estructuras de concreto), Anthony Fiorato (Concreto reforzado) y Eduardo Alonso (Geotecnia) se demostró que el edificio no cumplía con los requerimientos básicos establecidos por la normativa de diseño y construcción de edificaciones de esa época.



**Figura 3. Representación de la estructura del edificio Alfred P. Murrah después de la explosión**

Fuente: Hinman & Hammond (1996)



**Figura 4. Columna S3 del cuarto nivel del edificio Space, previo al colapso**

Fuente: Universidad de los Andes (2014)

La estructura presentó deficiencias fundamentales en su conceptualización, tales como alta irregularidad en planta, falta de redundancia estructural, y elementos estructurales verticales deficientes en términos de sección y cantidad de refuerzo.

A pesar de que se registraron asentamientos diferenciales mayores a los admisibles, no se consideran como una causa del colapso por tres razones: La primera es que las columnas presentaban condiciones críticas de capacidad, la segunda es que la configuración original presentaba un alto riesgo de colapso ante cargas sísmicas de diseño, y la tercera es que, si las columnas hubieran cumplido los requisitos mínimos, hubieran sido capaces de evitar el colapso aún con asentamientos diferenciales.

El evento dejó 12 muertos, la mayoría, trabajadores que se encontraban realizando labores de intervención. Los habitantes del edificio fueron evacuados por el Departamento Administrativo de Gestión del Riesgo de Desastres (DAGR) salvando así un gran número de vidas, pero dejando a las familias con una pérdida económica importante.

Otros ejemplos en donde se produjo el colapso progresivo son los siguientes: Colapso del Ronan Point Building debido a una explosión en Londres en 1968 y el atentado contra las Torres Gemelas en Nueva York en 2001. Además, entre los años de 1962 y 1971 se reportaron en Estados Unidos y Canadá, 605 casos de falla estructural, de los cuales 94 fueron debido a colapso progresivo. (Moldovan, Marchiş, & Ioani, 2014)

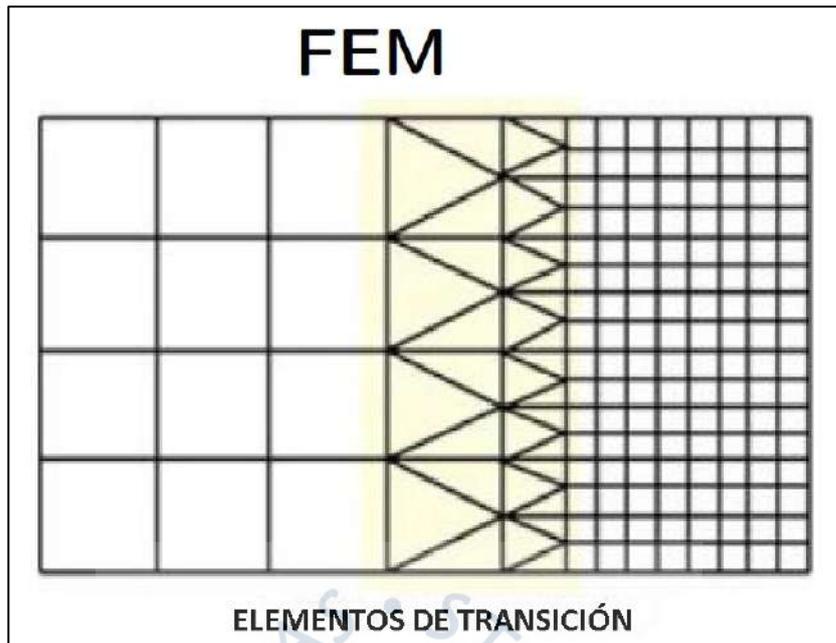
### **1.3 Limitaciones del método de elementos finitos (FEM por sus siglas en inglés) para simular el colapso progresivo**

El método de elementos finitos es el método numérico general para la aproximación de soluciones de ecuaciones diferenciales para la aplicación en problemas de ingeniería, que se basa en la mecánica de medios continuos. Analiza las deformaciones y esfuerzos de dichos elementos, siempre y cuando éstos se mantengan unidos entre sí. (Tagel-Din, 2009)

El método de los elementos finitos ha sido utilizado para el análisis no lineal de estructuras de concreto reforzado. Sin embargo, este método presenta dificultades en el análisis de estructuras con deformaciones excesivas y complejos patrones de agrietamiento; además de requerir una cantidad considerable de tiempo para simular estructuras tridimensionales de gran escala. Esto hace que este método encuentre obstáculos para ser utilizado como una herramienta práctica para el estudio del colapso progresivo o comportamientos complejos similares. (Kim & Wee, 2016)

Este método presenta ciertas limitaciones en cuanto a la continuidad del mallado, la conectividad parcial entre elementos y la consideración del efecto de Poisson cuando se analizan las grietas de un material. (Brcic & Cosic, 2014)

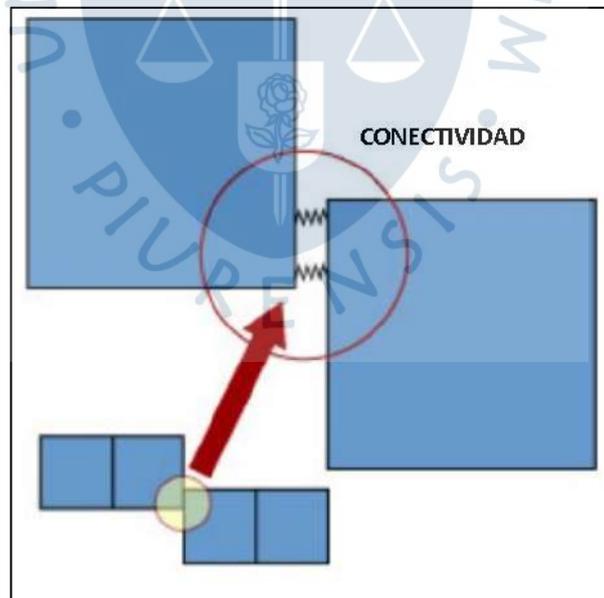
Para el análisis de ciertos modelos es necesario refinar el mallado en algunas secciones por la necesidad de conseguir una mejor aproximación del resultado como por ejemplo en zonas de mayor concentración de refuerzo o uniones de vigas a columnas. En el FEM los elementos están conectados por nodos haciendo necesarios elementos de transición como se muestra en la Figura 5. Esto hace que el número de elementos aumente y proporcionalmente aumente el tiempo de análisis. (Kim & Wee, 2016)



**Figura 5. Método de refinación del mallado en ciertos puntos de estudio según elementos finitos**

Fuente: Brcic & Cosic (2014)

Otra limitación del FEM es la conectividad parcial entre elementos que sólo es obtenida por la adición de nuevos elementos y aumentando grados de libertad. Es por eso que este método tiene problemas cuando los elementos son discontinuos como se muestra en la Figura 6. (Brcic & Cosic, 2014)



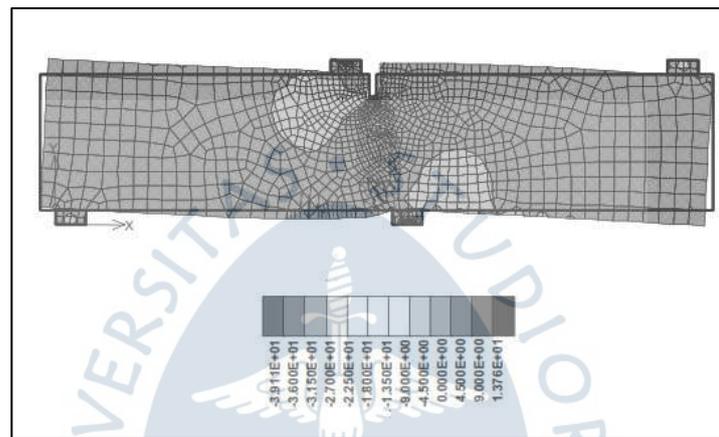
**Figura 6. Conectividad parcial presente en el *Applied Element Method***

Fuente: Brcic & Cosic (2014)

Usando el FEM, existen distintas maneras de abordar el tema de la aparición de grietas en los elementos estructurales. Dos de las cuales son el *Smeared Crack Approach* y el *Discrete Crack Approach*. La primera se basa en el desarrollo de modelos numéricos en

los cuales las grietas se encuentran en el área entre nodos. Según Jendele, Cervenka, Saouma, & Pukl (2001) este método produce resultados razonables y a menor costo en relación al esfuerzo necesario, que el segundo. En este último, las grietas son introducidas directamente al modelo numérico y se basa en el concepto de grieta ficticia, pero es necesario utilizar la técnica del remallado cuando existe una falla progresiva.

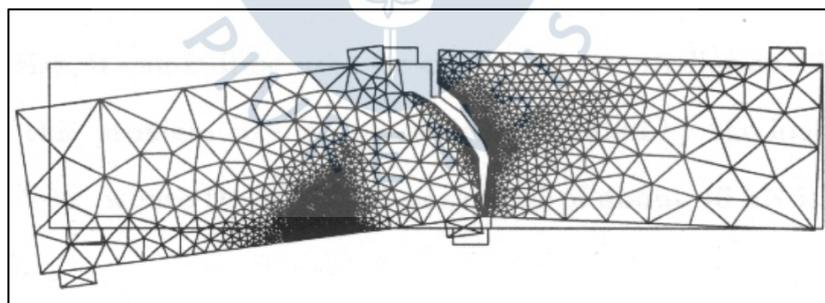
En el *Smeared Crack Approach*, no es posible añadir el ancho de grieta por lo que se considera implícitamente tomando un incremento del coeficiente de Poisson a 0.5. Esto es aceptable para las características de deformación. Sin embargo, desde el punto de vista de los esfuerzos, se están transmitiendo esfuerzos en la dirección lateral los cuales deberían ser nulos por la existencia de grietas y la disipación de cargas. En la Figura 7, se presenta el *Smeared Crack Approach* (Tagel-Din, 2009).



**Figura 7. Smeared Crack Approach**

Fuente: Jendele, Cervenka, Saouma, & Pukl (2001)

Y en el *Discrete Crack Approach*, la deformación lateral resulta del agrietamiento dejando de lado el efecto de Poisson lo cual es más cercano a lo real. En la Figura 8, se presenta el *Discrete Crack Approach*. (Tagel-Din, 2009).



**Figura 8. Discrete Crack Approach**

Fuente: Jendele, Cervenka, Saouma, & Pukl (2001)

En el estado elástico, el efecto del ratio de Poisson es claro y usualmente pequeño, con un coeficiente de 0.15 aproximadamente, y afecta directamente a la deformación lateral. Cuando se aplica una carga de compresión axial, aparece un esfuerzo de tensión lateral y es así como las grietas verticales se generan y la deformación lateral aumenta. Cuando esto ocurre, la deformación lateral resulta de una combinación del ancho de grieta y el efecto de Poisson en las zonas no agrietadas (Tagel-Din, 2009).

Ya que el FEM utiliza la mecánica de medios continuos en donde los elementos están unidos durante el análisis, separar los elementos unidos entre sí es posible, pero

necesita de investigadores especializados para su modelación. Algunas de las técnicas utilizadas por estos investigadores son mencionadas a continuación: *Vector Form Intrinsic Finite Element Method*, *Adaptability Shifted Integration Technique*, *Mehanny-Deirlein Model*, *Ibana-Krawinkler Deterioration Model*, entre otros modelos que consideran la separación de elementos. Según AlHafian, (2013) también existen softwares utilizados para el análisis dinámico de colapso como el LS-DYNA 3D y el OpenSees Program.

Un simulador numérico tiene que satisfacer las condiciones de exactitud, simplicidad y aplicabilidad, las cuales no se pueden encontrar al cien por ciento en los simuladores numéricos actuales. El FEM puede producir resultados con muy buena exactitud, pero la simplicidad se pierde sobre todo cuando existe el comportamiento no lineal en el análisis, además del comportamiento antes y durante el colapso.

Otros programas utilizados para simular el comportamiento de las estructuras se encuentran en el grupo de las técnicas de elementos discretos como el *Extended Distinct Element Method* (EDEM) y el *Modified Distinct Element Method* (MDEM). Estos sí pueden simular el proceso de agrietamiento en el concreto de forma relativamente simple. El EDEM puede predecir el comportamiento de la estructura desde el primer momento hasta el colapso. Pero cuando realiza análisis de deformaciones pequeñas, presenta resultados menos exactos que los del FEM. Es así que estos métodos cubren la condición de simplicidad, parcialmente la aplicabilidad, pero tienen aún una exactitud cuestionable.





## Capítulo 2

### *Applied Element Method* y los modelos constitutivos del *Extreme Loading for Structures*

#### 2.1 Origen del método

La forma en la que el concreto falla es relativamente compleja y la simulación numérica presenta un desafío por la generación de grietas en geometrías discontinuas. En 1995, en el *Disaster Mitigation – Engineering Lab* de la Universidad de Tokyo, Tagel Din Meguro desarrolló un método innovador con el cual se puede modelar de manera confiable mecanismos de inestabilidad local o global, impacto entre elementos, redistribución de cargas, y colapso progresivo, en el cual la separación de elementos se produce automáticamente. (Tagel-Din, 2009)

Este método es desarrollado a partir de métodos basados en el *Discrete Analysis* tales como el *Distinct Element Method* que simula el comportamiento mecánico de materiales discontinuos como el suelo y la roca; el *Modified Distinct Method* que analiza las grietas del concreto; y el *Extended Distinct Element Method*, extensión del primer método para simular las grietas por flexión en el cual se utilizan elementos esféricos o circulares para representar el agregado del concreto (Meguro K. , 2001)

El *Applied Element Method* (extensión del método de *Discrete Analysis*) puede realizar análisis no lineal sin ningún conocimiento previo de la ubicación de la grieta, además de simular fenómenos complejos como el inicio, propagación, abertura y cierre de grietas.

#### 2.2 Descripción general

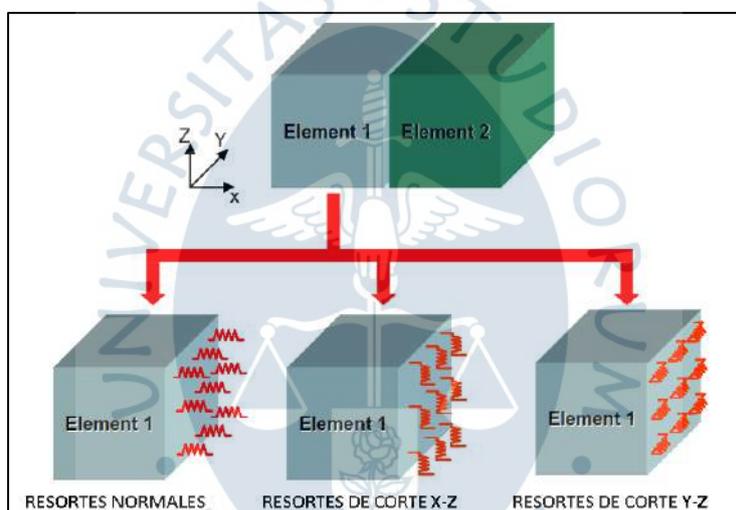
El *Applied Element Method* (AEM) es un método numérico basado en la rigidez en donde las estructuras son virtualmente representadas por elementos relativamente pequeños. Los elementos están conectados a través de un grupo de resortes a lo largo de su superficie, los cuales representan esfuerzos normales y cortantes de cierto volumen de material a partir de las deformaciones de estos resortes. Los grados de libertad de estos elementos rígidos son los desplazamientos de cada elemento, así, a pesar de estar compuestos por cuerpos rígidos, la estructura como conjunto, es deformable. (Cismasiu, Pinho, Moldovan, Ferreira, & Filho, 2017)

Estos resortes representan la continuidad entre elementos, y permiten calcular las diferentes propiedades de los materiales, deformaciones, esfuerzos y modos de falla. Existen dos tipos de resortes en este método: *Matrix Springs* y *Reinforcement Springs*.

*Matrix Springs* son aquellos que representan el material principal en una estructura, por ejemplo: el concreto, en el concreto reforzado. Los resortes aparecerán de forma automática entre las caras de los elementos cuando se encuentren en el mismo plano.

No se especifica un límite para la cantidad de resortes que los elementos pueden tener en cada cara. Claramente, a mayor número de resortes, mayor será el tiempo de análisis. Cuando la deformación promedio de los resortes en una cara del elemento alcanza el valor del *separation strain* (propiedad del material), los resortes son removidos de las dos caras que los comparten y se asume que estos elementos se comportan como dos elementos rígidos separados. Aun si vuelvan a tener contacto entre sí.

En cada punto de cálculo, tres resortes conforman los *Matrix Springs*. Uno para el esfuerzo normal y dos para el esfuerzo de corte como se puede observar en la Figura 9



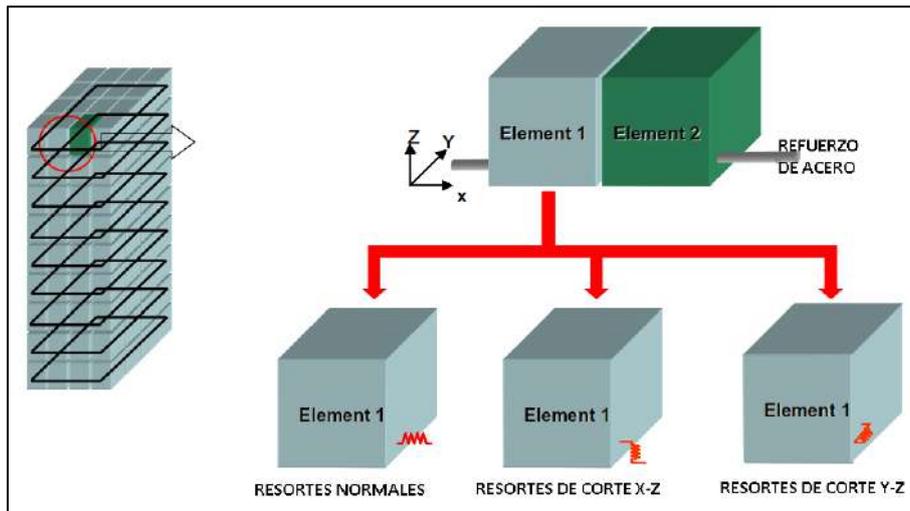
**Figura 9. Tipos de Matrix Springs**

Fuente: Tagel-Din (2009)

*Reinforcement Springs*, representan a las barras de acero presentes en el concreto reforzado, estos contienen las propiedades del acero, el área de la barra y su ubicación exacta. De la misma forma que los *Matrix Springs*, tres resortes son generados en la intersección de la barra de acero y los límites del elemento como se muestra en la Figura 10.

Los resortes normales toman la dirección de la barra sin tomar en cuenta la cara del elemento de concreto que las contiene.

En el caso del concreto reforzado se asume que los resortes de concreto fallan antes que los resortes de las barras de acero. De tal modo que, si los resortes de concreto que se encuentran alrededor del resorte de acero fallan, el resorte de acero también lo hace para ser consecuentes con lo que sucede en la realidad. Por tal motivo se puede decir que en concreto reforzado el material que debe calibrarse de la mejor manera posible es el concreto.

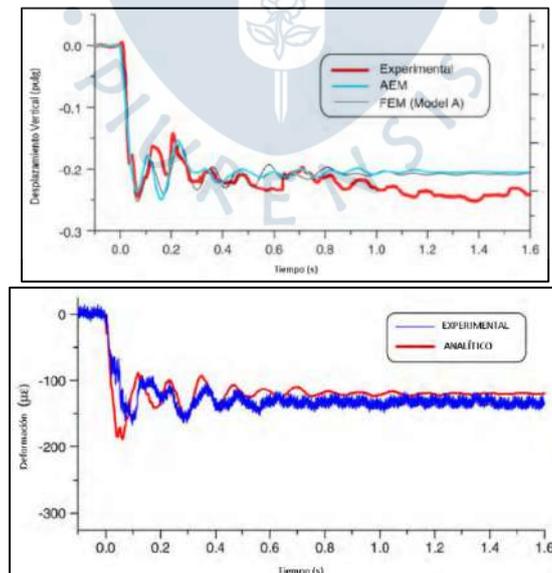


**Figura 10. Disposición de resortes en las barras de acero en el concreto reforzado**

Fuente: Tagel-Din (2009)

El AEM ofrece resultados impresionantes y existen investigaciones recientes que muestran el abanico de aplicaciones de este método utilizando el programa *Extreme Loading for Structures* que será explicado en la sección 2.4.

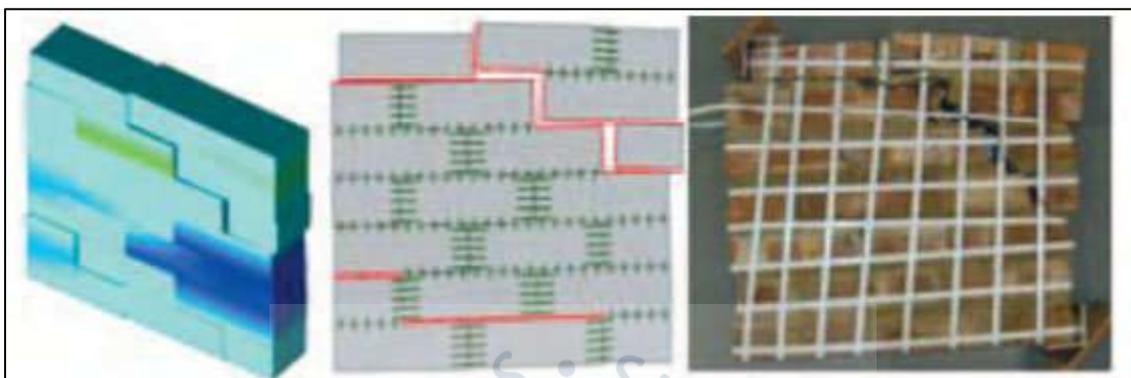
La Universidad de Northeastern estudió la respuesta del Hotel San Diego, un edificio de concreto reforzado de 6 niveles al cual se le sustrajo dos columnas exteriores adyacentes para su demolición. Simulaciones analíticas usando el AEM y el FEM fueron utilizadas para calcular deformaciones locales y globales. Los resultados del AEM para el desplazamiento vertical vs tiempo historia y deformación vs tiempo historia presentan concordancia con los datos físicos y los del FEM como se muestra en la Figura 11. (Sasani, 2008)



**Figura 11. Gráficas desplazamiento vertical - tiempo historia y deformación - tiempo historia del colapso del hotel San Diego**

Fuente: Sasani (2008)

Macabuag investigó el colapso de estructuras de albañilería bajo cargas sísmicas. Así el equipo de la Universidad de Oxford y la Universidad de Bristol logró obtener resultados realistas de mecanismos de falla por simulaciones de falla a compresión diagonal. Utilizaron elementos separados de ladrillos y fueron capaces de representar el comportamiento macro incluyendo agrietamiento y la separación de elementos. (Macabuag, 2008)



**Figura 12. Simulación de compresión diagonal en ELS y en test experimental**

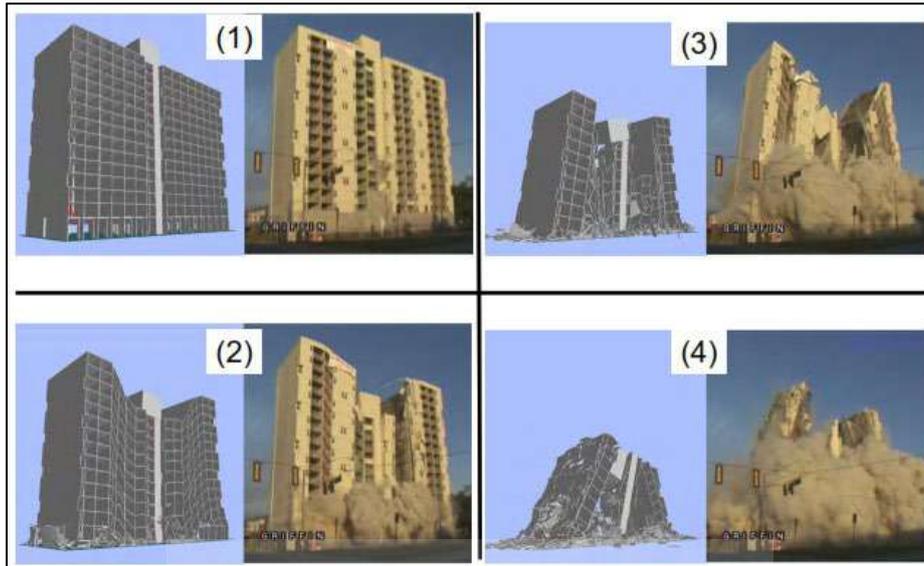
Fuente: Macabuag (2008)

La Universidad de Carolina del Norte, estudió el colapso progresivo y la demolición del Hotel Crabtree Sheraton en Raleigh, Carolina del Norte y del *Stubbs Tower* en Savannah con AEM. La investigación realizó un análisis dinámico no lineal para obtener simulaciones 3D de ambas edificaciones. En la Figura 13 se muestra la demolición del Hotel Sheraton y la simulación en ELS respectiva. En la Figura 14 se muestra la demolición del *Stubbs Tower*. Los resultados de esta última se publicaron antes de la demolición en sí, lo que demuestra la capacidad y confiabilidad del método y del programa. (Griffin, 2008)



**Figura 13. Comparación entre la secuencia de demolición real y la simulación numérica en ELS del hotel Sheraton**

Fuente: Griffin( 2008)



**Figura 14. Comparación entre la secuencia de demolición real y la simulación numérica en ELS del Stubbs Tower**

Fuente: Griffin (2008)

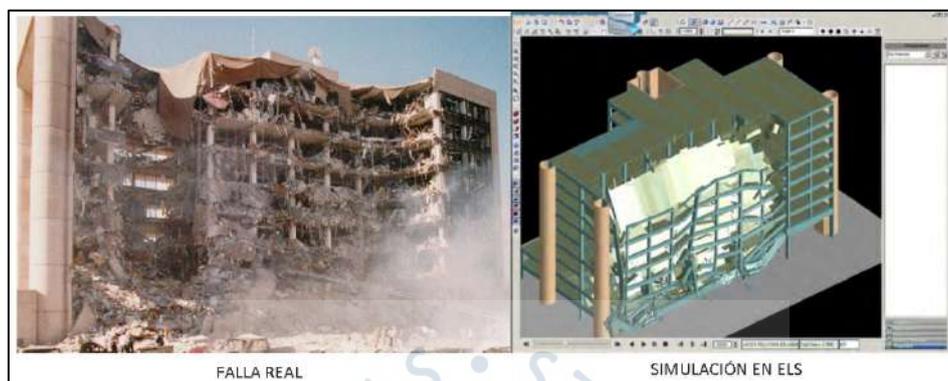
La Academia Militar Rumana y la Universidad de Ingeniería Civil de Rumania estudiaron el uso del AEM modelando el colapso de un edificio de concreto reforzado con un sistema de muros portantes y columnas. El modo y dirección de la falla se muestra en la Figura 15. Los resultados de la simulación tuvieron concordancia con el modo de falla real. (Lupoae, 2009)



**Figura 15. Comparación entre la simulación del colapso y el colapso real del edificio**

Fuente: Lupoae (2009)

El *Applied Science International* simuló el efecto de explosiones creando un modelo en ELS tomando en cuenta todos los detalles estructurales del edificio de oficinas Alfred P. Murrah. El análisis dinámico no lineal permitió encontrar la causa del colapso: la destrucción de la columna más cercana a la bomba. Los resultados del ELS concuerdan con el modo de falla de la estructura real como se puede ver en la Figura 16. (Tagel-Din & Rahman, 2006)



**Figura 16. Comparación entre el colapso real del edificio Alfred P. Murrah la simulación del colapso en ELS**

Fuente: Tagel-Din & Rahman (2006)

En 2007, El *Applied Science International* formó parte del equipo que realizó el análisis forense para determinar la posible causa del colapso de un puente de acero localizado en Minneapolis (Tagel-Din, 2009)

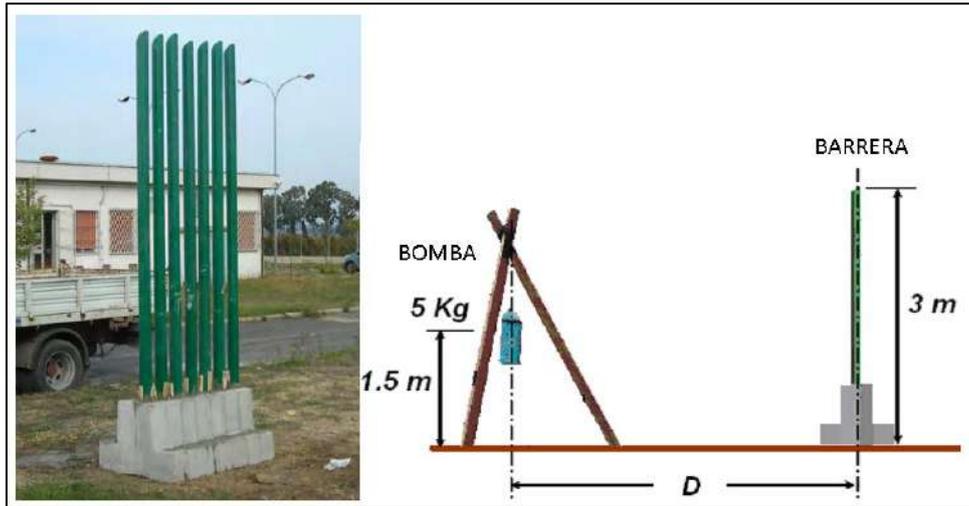
Una simulación detallada en AEM fue creada incluyendo el debilitamiento de la estructura por corrosión. Los resultados de esta simulación ayudaron a confirmar la causa de falla del puente y el modo de falla de la simulación en ELS fue cercana al modo de falla real.



**Figura 17. Comparación entre la simulación del colapso del puente en ELS y el colapso real del puente en Minneapolis**

Fuente: Tagel-Din (2009)

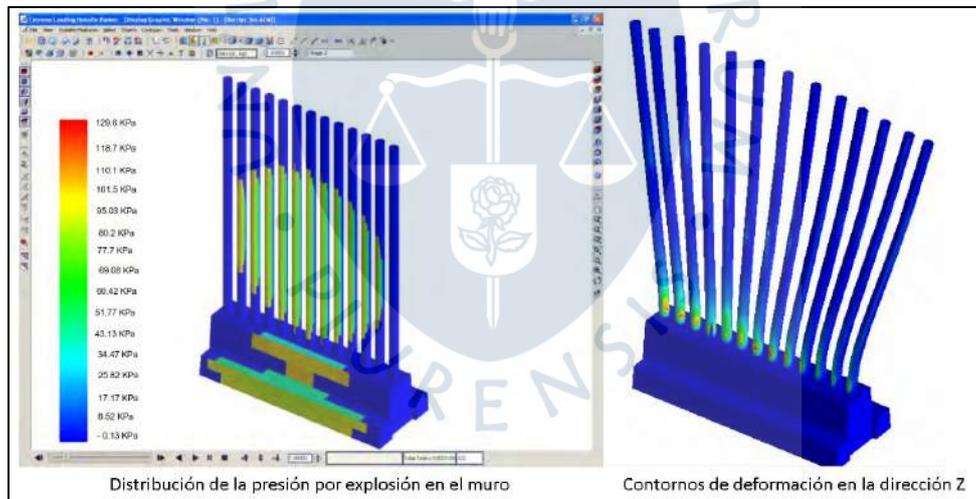
Asprone realizó una simulación de una explosión cerca de una barrera de fibra de vidrio reforzada, cuya investigación validaría el uso de estos sistemas de protección en aeropuertos. La forma de la barrera y las condiciones del experimento se presentan en la Figura 18. (Asprone, Nanni, & Salem, 2009)



**Figura 18. Barrera de fibra de vidrio (izquierda) y condiciones del experimento (derecha)**

Fuente: Asprone, Nanni, & Salem (2009)

Con AEM, también se puede obtener buenos resultados para el análisis de condiciones de carga espontánea e intensa como la de una explosión. Así, se pudo demostrar que el AEM es una herramienta efectiva para predecir el comportamiento de las barreras de fibra de vidrio sujetas a carga de explosiones. La Figura 19 muestra la distribución de presiones en la barrera y sus deformaciones respectivas.



**Figura 19. Distribución de esfuerzos en barrera de fibra de vidrio (izquierda) y deformación debido a cargas de explosión (derecha)**

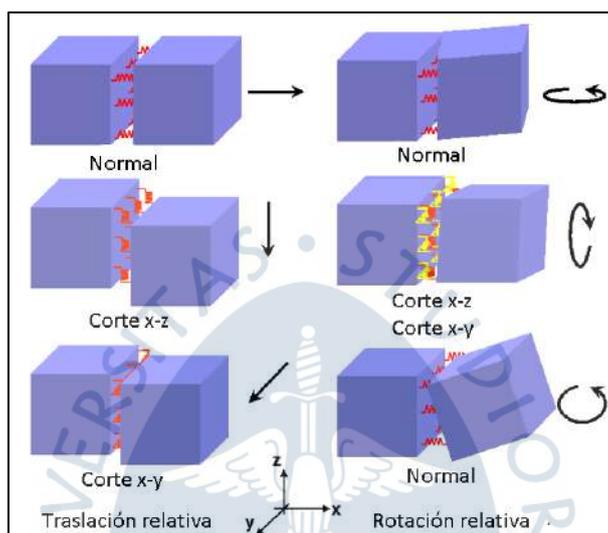
Fuente: Asprone, Nanni, & Salem (2009)

### 2.3 Formulaciones del *Applied Element Method* para el colapso

Se adopta la técnica de geometrías residuales con la finalidad de considerar el estado no lineal del comportamiento en las simulaciones. Esta técnica determina y redistribuye las fuerzas residuales producto de los cambios de geometría, y recalcula la matriz de rigidez de la estructura modificada. (AlHafian, 2013).

### 2.3.1 Matriz de rigidez

Cada elemento tiene seis grados de libertad, tres de traslación y tres de rotación como se puede ver en la Figura 20 . Las deformaciones y rotaciones relativas entre dos elementos adyacentes permiten calcular esfuerzos normales y de corte. Para cada resorte, una matriz de 12x12 es generada y se resuelve la ecuación dinámica de masa, rigidez y amortiguamiento. Cada componente de la matriz se puede calcular aplicando un desplazamiento o rotación unitario al grado de libertad en consideración y restringiendo el resto de los grados de libertad. Así, la matriz de rigidez global es calculada como la suma de todas las matrices de rigidez de todos los elementos. (AlHafian, 2013)



**Figura 20. Esfuerzos en resortes en *Applied Element Method***

Fuente: Tagel-Din (2009)

AEM es capaz de analizar y visualizar el comportamiento estructural desde el estado elástico hasta el no lineal para desplazamientos pequeños y grandes incluyendo el cambio de la geometría del material, separación y colisión de elementos, hasta el colapso total de las estructuras, sin la intervención del usuario.

### 2.3.2 Matriz de masa

En AEM, la masa de los elementos rígidos está concentrada en el centro de gravedad, y siendo elementos relativamente pequeños, el efecto de masa concentrada es similar al de masa distribuida en conjunto. En el análisis dinámico la adición de la matriz de masa a la matriz de rigidez previene la aparición de una matriz de singularidad, especialmente cuando existe separación de elementos. Por su parte, en el análisis estático, la separación es permitida debido a la ausencia de esta matriz de masa.

### 2.3.3 Matriz de amortiguamiento

Cuando el comportamiento de una estructura de concreto reforzado alcanza el estado no lineal, el amortiguamiento interno se manifiesta de las siguientes maneras: Agrietamiento, disipación de energía por carga y descarga de los resortes en compresión, descarga de las barras de acero después del estado de fluencia, fricción entre elementos por el contacto; y todo lo anterior es considerado automáticamente usando el AEM. Durante el estado elástico del material, el amortiguamiento externo debe cumplir las

funciones del amortiguamiento interno antes mencionadas. Es así como la matriz de amortiguamiento es una proporción de la matriz de masa tal y como se explica en la Ecuación 1. En donde  $\xi$ , es el coeficiente de amortiguamiento;  $w$ , la frecuencia natural del primer modo de vibrar;  $[c]$ , es la matriz de amortiguamiento y  $[M]$  es la matriz de masa.

$$[C] = 2\xi w[M] \quad \text{Ecuación 1}$$

### 2.3.4 Formulación en análisis de colapso

La ecuación dinámica que se utiliza para estudiar el comportamiento de la estructura es la que se presenta en la Ecuación 2.

$$[M]\Delta\ddot{u} + [C]\Delta\dot{u} + [K]\Delta u = \Delta f(t) + R_M + R_G \quad \text{Ecuación 2}$$

En donde  $[M]$  es la matriz de masa,  $[C]$  es la matriz de amortiguamiento,  $[K]$  es la matriz de rigidez global.  $\Delta\ddot{u}$  es el incremento de aceleración,  $\Delta\dot{u}$ , es el incremento de la velocidad,  $\Delta u$  es el incremento del desplazamiento.  $\Delta f(t)$ , es el vector de incremento de carga aplicada,  $R_M$  es el vector de carga residual debido al agrietamiento o incompatibilidades entre el esfuerzo y la deformación de resortes. El efecto del comportamiento no lineal es tomado en cuenta por este parámetro  $R_M$ ,  $R_G$  es el vector de carga residual debido a cambios de geometría

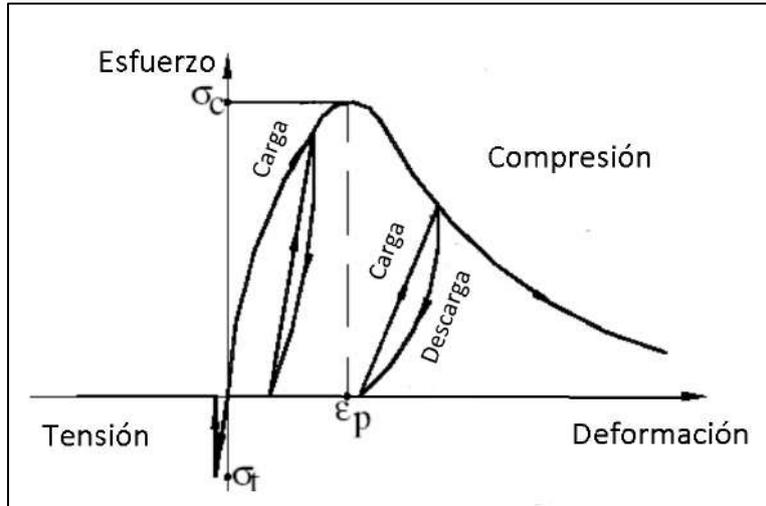
La ecuación dinámica es resuelta a través del *Dynamic Step by Step Newmark-Beta Time Integration Procedure*. Este algoritmo es numéricamente estable en el cual las fallas y la separación de elementos no generan singularidades en el análisis dinámico porque la matriz de masa al añadirse la matriz de rigidez resulta en una matriz definida positiva.

## 2.4 Modelos constitutivos utilizados en *Extreme Loading for Structures*

*Extreme Loading for Structures* o ELS, es una herramienta avanzada de análisis estructural no lineal que permite a los ingenieros estructurales estudiar el comportamiento 3D de las estructuras a través de las etapas de carga tanto continuas como discretas. Esto incluye cargas estáticas y dinámicas como las generadas por una explosión, eventos sísmicos, impacto, colapso progresivo y el viento. A diferencia de muchas herramientas de software de análisis estructural que se basan en el método de elementos finitos (FEM), ELS utiliza un solucionador no lineal basado en el *Applied Element Method* (AEM). (*Applied Science International*, 2004a).

Esto permite que ELS analice automáticamente el comportamiento estructural durante los modos elásticos e inelásticos, tomando en cuenta la fluencia automática del refuerzo, detección y generación de rótulas plásticas, pandeo y post-pandeo, propagación de grietas, efecto P-Delta y separación de elementos.

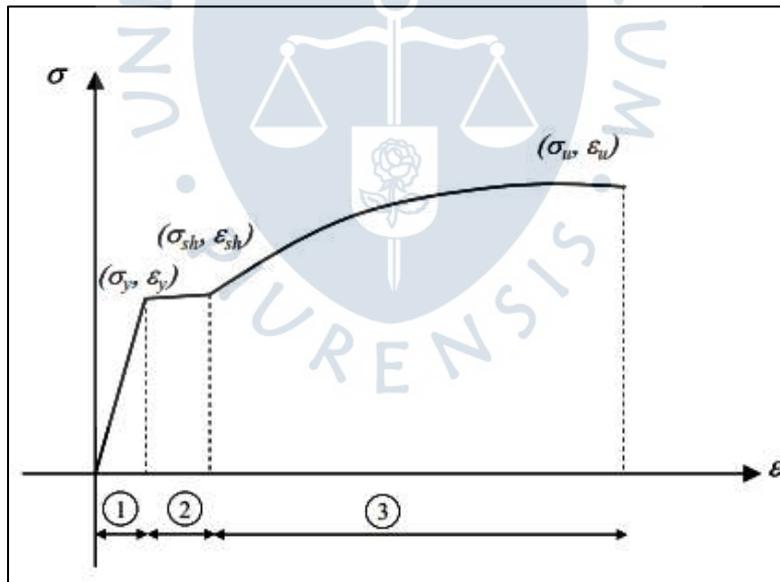
El modelo constitutivo de Maekawa está asociado al resorte normal del concreto y representa su estado de compresión, cuya envolvente de curva esfuerzo – deformación para concreto en compresión está definida por el módulo de Young inicial, deformación plástica y el parámetro de ruptura. Para resortes de concreto en tensión, la rigidez en tensión es cero después de la falla. La Figura 21, muestra el comportamiento del concreto en compresión y tensión.



**Figura 21. Modelo de Maekawa para concreto en compresión y comportamiento del concreto en tensión utilizado por AEM**

Fuente: Tagel-Din (2009)

Los resortes asociados a las barras de acero son modelados de acuerdo con el modelo de Menegotto y Pinto que tiene tres estados: estado elástico, meseta de fluencia y la zona de endurecimiento tal y como se muestra en la Figura 22. La rigidez de las barras es calculada tomando en cuenta las separaciones de los bloques, la carga actuante y el historial de carga.

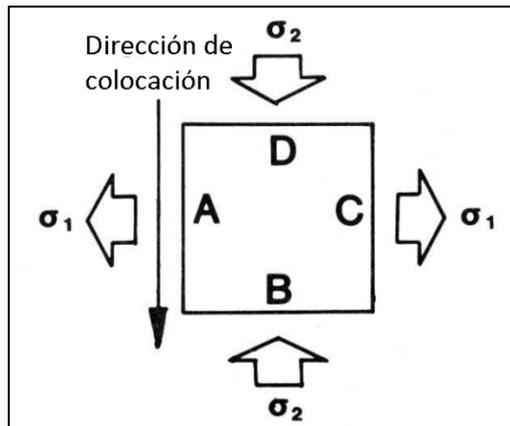


**Figura 22. Modelo de Menegotto y Pinto para el acero en tensión y compresión**

Fuente: *Applied Science International* (2004a)

#### 2.4.1 Modelo de Maekawa (Elasto - plastic and fracture model of concrete)

Para poder obtener las fórmulas de las ecuaciones constitutivas del modelo, Maekawa y Okamura recogieron datos de pruebas de carga de compresión-tensión biaxial de placas de concreto de 200mm x 200mm x 50mm de la forma como se presentan los esfuerzos en la Figura 23.



**Figura 23. Dirección de las cargas aplicadas a los especímenes muestreados**

Fuente: *Maekawa & Okamura (1985)*

**2.4.1.1 Trayectoria de carga.** Maekawa y Okamura usaron dos trayectorias de carga para obtener la rigidez biaxial:

Mientras se aplica una carga constante de compresión, se aplica una carga de tensión en la dirección normal a la de compresión anterior. Es así como se obtiene una rigidez del material en tensión.

Siendo " $f_c$ " el esfuerzo pico de compresión y " $e$ ", su deformación correspondiente, se puede decir que, al aplicar la carga de tensión, el comportamiento es lineal hasta una deformación del 60% de " $e$ ". Después de este punto la no linealidad aparece. También quiere decir que la rigidez por tensión disminuye cuando la deformación por tensión aumenta. (Maekawa & Okamura, 1985)

Mientras se aplica una carga constante de tensión, se aplica una carga compresión en la dirección normal a la de tensión, es así como se obtiene una rigidez del material en compresión.

Siendo " $f_c$ " el esfuerzo pico de tensión y " $e$ ", su deformación correspondiente, se puede decir que, al aplicar la carga de compresión, el comportamiento es lineal hasta una deformación del 60% de " $e$ ", después de este punto la no linealidad aparece. También quiere decir que la rigidez por compresión disminuye cuando la deformación por compresión aumenta. (Maekawa & Okamura, 1985)

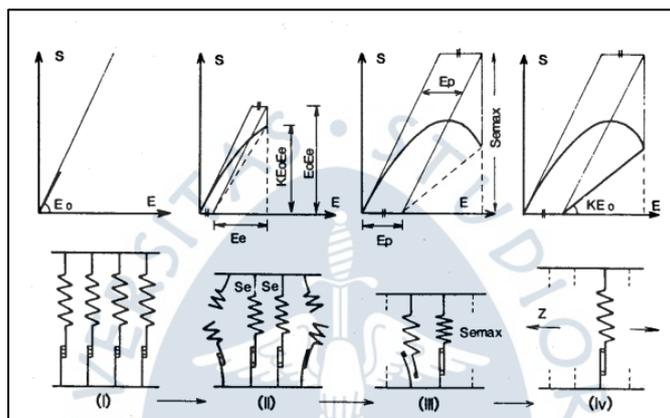
**2.4.1.2 Formulación de la ecuación constitutiva del Elasto - plastic and fracture model.** Estas ecuaciones predicen el vector de esfuerzo y la dirección de este vector mediante deformaciones de histéresis arbitrarias. En estas fórmulas se tienen en consideración, la deformación macroscópica, el progreso de la deformación plástica y el cambio de rigidez por la carga y descarga.

La no linealidad aparece debido a que se consume parte de la energía de deformación y la plasticidad es definida como el cambio de la deformación permanente cuando el estado del esfuerzo es cero. La plasticidad también se puede tomar como índice que representa el daño acumulado en el concreto. (Maekawa & Okamura, 1985)

Si la no linealidad del concreto es explicada solo por la plasticidad, la rigidez inicial debería mantenerse después de que se haya producido la deformación plástica como por

ejemplo en el proceso de descarga. En el caso de concreto el proceso de descarga no comparte la rigidez inicial del comportamiento. Por tal motivo se debe añadir otro parámetro que represente el daño del concreto. Este factor no lineal se puede explicar de forma mecánica, por la pérdida del volumen del concreto debido a grietas microscópicas, colapso del mortero y del agregado. A esto se le llama fractura y representa el daño interno del concreto. En conclusión, se puede decir que la no linealidad del concreto se puede explicar a partir de la plasticidad y la fractura

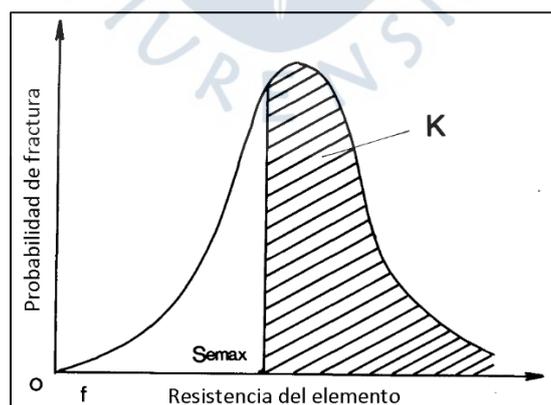
Al idealizar el comportamiento del concreto por un sistema de resortes dispuesto en paralelo como se puede ver en la Figura 24. Los elementos pierden la habilidad de soportar el esfuerzo cuando alcanzan el esfuerzo de fractura. Dicho estado representa un proceso irreversible y se manifiesta como la aparición de agrietamiento microscópico y el pandeo local del material.



**Figura 24. Elasto-plastic and fracture model de Maekawa**

Fuente: Maekawa & Okamura (1985)

El esfuerzo de fractura no es un valor constante, pero tiene una distribución de campana "P", como se puede ver en la Figura 25, en donde "K" representa la cantidad de elementos que mantienen la capacidad de resistir esfuerzos mayores.



**Figura 25. Distribución del esfuerzo de fractura**

Fuente: Maekawa & Okamura (1985)

De la Figura 24, se puede obtener la siguiente relación mediante la Ecuación 3:

$$S_e = E_0(E - E_p) = E_0 E_e \quad \text{Ecuación 3}$$

Donde  $E = E_e + E_p$ ,  $S_e$  es el esfuerzo del elemento,  $E_0$  es la rigidez elástica,  $E$  es la deformación del elemento,  $E_p$  es la deformación plástica,  $E_e$  es la deformación elástica

De la Figura 25, se puede obtener el ratio de elemento fracturados a través de "n" en la Ecuación 4:

$$\mathbf{n} = \int_0^{S_{emax}} \mathbf{P}(\mathbf{f}) d\mathbf{f} \quad \text{Ecuación 4}$$

Donde  $S_{emax} = E_0(E_{max} - E_p) = E_0 E_{emax}$ , y  $S_{emax}$ ,  $E_{max}$ ,  $E_{emax}$  son los valores máximos del esfuerzo del elemento, deformación total del elemento, y la deformación elástica respectivamente.

Sabiendo que la relación esfuerzo-deformación no presenta el comportamiento no lineal cuando la deformación es pequeña, se asume que la relación esfuerzo-deformación es casi lineal. De tal forma el esfuerzo total del elemento se puede tomar como la Ecuación 5.

$$\mathbf{S} = (\mathbf{1} - \mathbf{n}) \mathbf{S}_e \quad \text{Ecuación 5}$$

En donde,  $S$  es el esfuerzo total del elemento, siendo "n" el ratio de elemento fracturados, "(1-n)" es el ratio de los elemento que aún pueden soportar carga.

Así, se puede deducir la

Ecuación 6, que es la formulación de "K" que se conoce como el *fracture parameter*.

$$\begin{aligned} \mathbf{S} &= (\mathbf{1} - \mathbf{n}) \mathbf{S}_e = \left( \mathbf{1} - \int_0^{S_{emax}} \mathbf{P}(\mathbf{f}) d\mathbf{f} \right) \mathbf{E}_0 (\mathbf{E} - \mathbf{E}_p) \\ \mathbf{S} &= \mathbf{K} \mathbf{E}_0 (\mathbf{E} - \mathbf{E}_p) \\ \mathbf{K} &= \left( \mathbf{1} - \int_0^{S_{emax}} \mathbf{P}(\mathbf{f}) d\mathbf{f} \right) \end{aligned} \quad \text{Ecuación 6}$$

En el proceso de descarga la relación idealizada de esfuerzo-deformación se vuelve lineal ya que la deformación elástica máxima es mayor que la deformación del elemento, así la relación esfuerzo deformación sería igual a  $E_0 K$ .

Como se puede ver, la no linealidad es representada por la plasticidad y la fractura, los valores que cuantifican estos parámetros son:  $E_p$ , la deformación plástica y  $K$  el *fracture parameter*.

El vector de deformación total es la suma del vector de deformación elástica, y de deformación plástica.

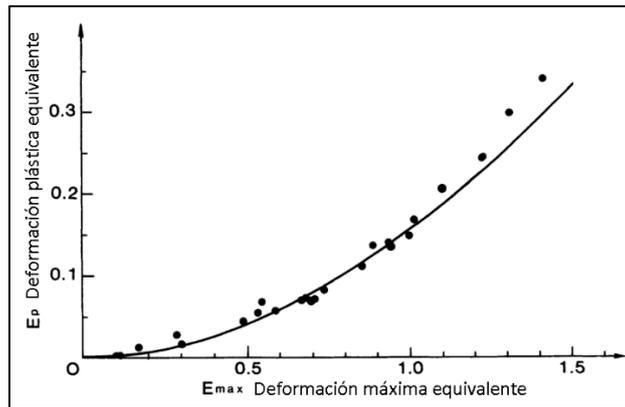
La Figura 26 presenta una relación entre la deformación plástica  $E_p$  y la deformación máxima total  $E_{max}$  que se puede calcular en la Ecuación 7.

$$\mathbf{E}_p(\mathbf{E}_{max}) = \mathbf{E}_{max} - \frac{20}{7} (1 - e^{-0.35\mathbf{E}_{max}}) \quad \text{Ecuación 7}$$

De igual manera, en la Figura 27 presenta una relación entre el parámetro de fractura  $K$  y la deformación máxima total  $E_{max}$  que se puede calcular en la Ecuación 8.

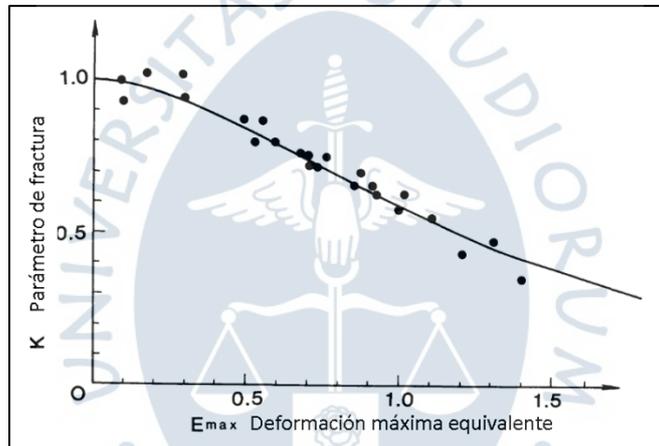
$$K(E_{\max}) = e^{-0.73E_{\max}(1-e^{-1.25E_{\max}})}$$

Ecuación 8



**Figura 26. Progreso de la deformación plástica bajo esfuerzos biaxiales**

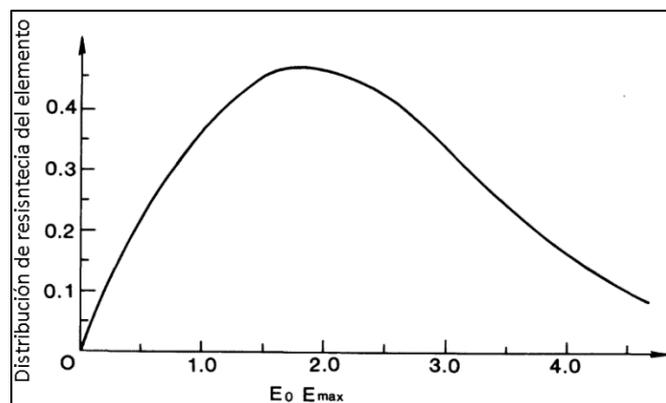
Fuente: Maekawa & Okamura (1985)



**Figura 27. Progreso del parámetro de fractura bajo esfuerzos biaxiales**

Fuente: Maekawa & Okamura (1985)

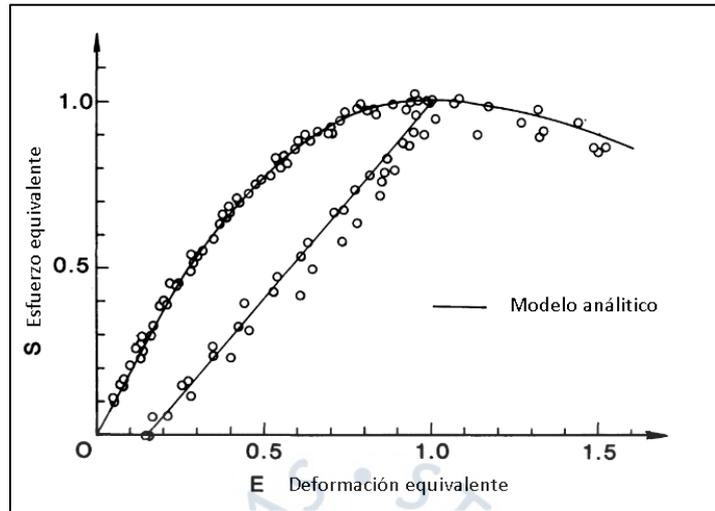
A partir de las dos relaciones antes mencionadas, se presenta en la Figura 28 la distribución del esfuerzo de fractura y se establece el valor de 2 para  $E_0$  con la finalidad de que el valor de  $E_{\max}$  sea la unidad.



**Figura 28. Distribución del esfuerzo de fractura**

Fuente: Maekawa & Okamura (1985)

Al sustituir estas últimas fórmulas en la Ecuación 3, se obtiene la siguiente gráfica en la Figura 29 que representa la ecuación constitutiva del *Elasto-plastic and fracture model*.



**Figura 29. Relación del esfuerzo - deformación equivalente bajo esfuerzo de compresión - tensión**  
Fuente: Maekawa & Okamura (1985)

Después de que el concreto se agrieta, el comportamiento del concreto es anisotrópico en la dirección de la grieta. El agrietamiento es afectado por las cargas pasadas y los experimentos muestran que la resistencia a la tensión se reduce.

Este criterio de agrietamiento puede ser definido en un contexto de aplicación biaxial de cargas haciendo el factor de reducción de carga  $\omega$  igual a  $K^3$ , siendo K el parámetro de fractura

Con el objetivo de introducir los valores de resistencia a la compresión  $f'_c$  y su correspondiente deformación por compresión  $E_C$ , Maekawa & Okamura, (1990) proponen las siguientes ecuaciones.

$$\omega = \omega_0 E_{C0} (\omega - E_P) \quad \text{Ecuación 9}$$

$$K = e^{-0.73 \frac{E}{E_C} (1 - e^{-1.25 \frac{E}{E_C}})} \quad \text{Ecuación 10}$$

$$E_P = \beta \left( \frac{E}{E_C} - \frac{20}{7} \left( 1 - e^{-0.35 \frac{E}{E_C}} \right) \right) E_C \quad \text{Ecuación 11}$$

$$E_{C0} = E_0 \frac{f'_c}{E_C} \quad \text{Ecuación 12}$$

En donde,  $E_{C0}$  es el módulo de elasticidad inicial,  $E_0$  es el coeficiente encontrado en la gráfica de distribución del esfuerzo de fractura de la Figura 28,  $f'_c$  es la resistencia a la compresión,  $E_C$  es la deformación por compresión,  $E$  es la deformación,  $E_P$ , la deformación plástica,  $\beta$  es un factor por ratio de deformación que para análisis dinámico es 1 y para análisis estático es 1.5 - 2, K el parámetro de fractura, y  $\omega$  es el factor de reducción de esfuerzo que se toma en cuenta para representar el concreto agrietado, es decir cuando se aplican cargas cíclicas.

Para el comportamiento del concreto en cortante, los esfuerzos y deformaciones se mantienen proporcionales. Después de la falla y para evitar problemas numéricos, un valor mínimo de rigidez es asumido.

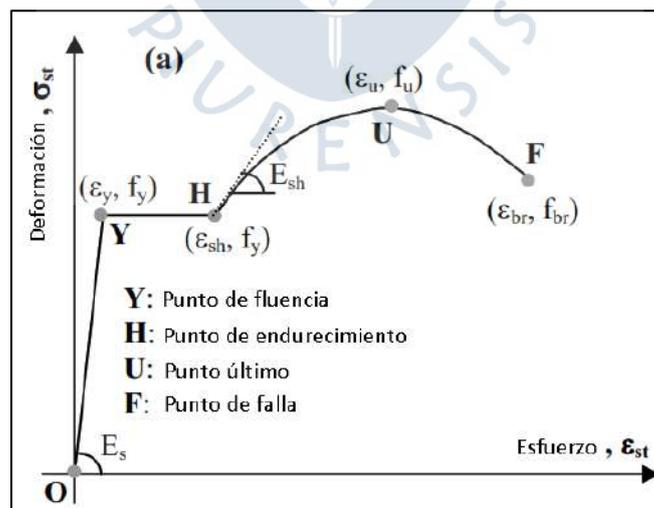
## 2.4.2 Modelo de Menegotto y Pinto para los refuerzos de acero

Un componente importante del concreto reforzado es el acero. Este, además de experimentar grandes deformaciones por tensión y compresión, también sufre deformaciones por efectos de carga y descarga. Debido a que los efectos inelásticos del material dependen de las deformaciones precedentes, Menegotto y Pinto ofrecen un modelo cíclico que depende de la trayectoria y puede cubrir todas las trayectorias de deformación. (Dhakal, 2002)

El modelo de Menegotto y Pinto es utilizado para representar el comportamiento de tensión y compresión de los resortes pertenecientes a las barras de acero. Tres son los estados considerados en este modelo: estado elástico, fluencia y endurecimiento. (Applied Science International, 2004a).

**2.4.2.1 Envoltente de tensión.** Es necesario una representación adecuada de la envoltente de tensión para asegurar la exactitud del modelo cíclico. El esfuerzo de fluencia, el módulo de Young y el esfuerzo de ruptura no describen completamente la respuesta de la barra a tensión porque para conseguir la respuesta post-fluencia hasta la ruptura es necesario especificar el rango de la meseta de fluencia, el endurecimiento, la rigidización y la deformación de ruptura. (Dhakal, 2002).

Los comportamientos de endurecimiento y el esfuerzo de fluencia de las barras de acero varían para diferentes partes del mundo. La envoltente de tensión del acero puede representarse cualitativamente de acuerdo a la Figura 30 y este comportamiento consiste en cuatro partes: El Rango elástico (O-Y), meseta de fluencia (Y-H), zona de endurecimiento (H-U) y el rango de descenso (U-F). El último rango no contribuye al análisis del concreto armado. Por eso la envoltente es considerada hasta el esfuerzo último del acero.



**Figura 30. Relación del esfuerzo - deformación para la envoltente de tensión del acero según Megotto y Pinto**

Fuente: Dhakal (2002)

La envolvente hasta la deformación de endurecimiento  $E_{sh}$ , puede ser representado de acuerdo a la Ecuación 13 y la Ecuación 14, comportamiento esfuerzo-deformación uniaxial

$$\sigma_{st} = E_s \varepsilon_{st} \quad \varepsilon_{st} < \varepsilon_y \quad \text{Ecuación 13}$$

$$\sigma_{st} = F_y \quad \varepsilon_y < \varepsilon_{st} < \varepsilon_{sh} \quad \text{Ecuación 14}$$

En donde,  $E_s$  es el módulo de Young,  $F_y$  es el esfuerzo de fluencia,  $\varepsilon_y$  es la deformación de fluencia y  $\varepsilon_{sh}$  la deformación del comienzo del endurecimiento.

Se proponen la Ecuación 15 y la Ecuación 16 para idealizar el rango de comportamiento de endurecimiento del acero.

$$\sigma_{st} = F_u + (F_y - F_u) \left( \frac{\varepsilon_u - \varepsilon_{st}}{\varepsilon_u - \varepsilon_{sh}} \right) \quad \varepsilon_{sh} < \varepsilon_{st} < \varepsilon_u \quad \text{Ecuación 15}$$

$$P = E_{sh} \left( \frac{\varepsilon_u - \varepsilon_{st}}{f_u - f_y} \right) \quad \text{Ecuación 16}$$

En donde,  $F_u$  y  $\varepsilon_u$  es el esfuerzo y la deformación última de la envolvente de tensión respectivamente, y  $P$  es el parámetro que describe la forma de la curva de endurecimiento, en donde  $E_{sh}$  es la rigidez tangencial del comportamiento de endurecimiento en el punto inicial ( $\varepsilon_{sh}$ ).

**2.4.2.2 Modelo cíclico uniaxial.** Los modelos cíclicos son necesarios para definir las curvas histeréticas de un material y su capacidad de disipar energía. El modelo cíclico de Menegotto y Pinto utiliza una transición suave asintótica entre las tangentes de las coordenadas de deformaciones en las cuales ocurre la transición de carga y descarga; la coordenada de origen y la coordenada objetivo, origen y target en la Figura 31. (Dhakal, 2002)

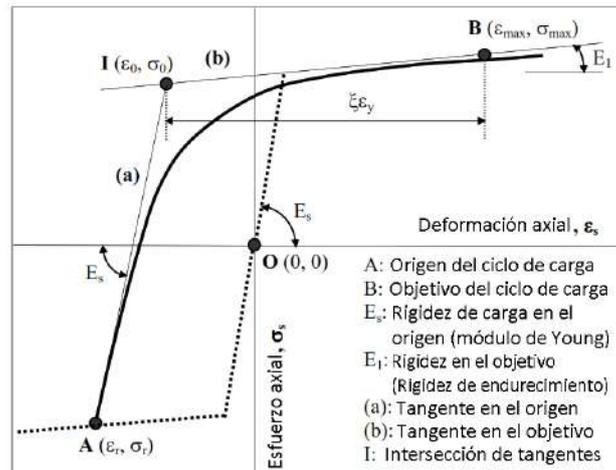
El modelo puede ser representado a través de la relación esfuerzo – deformación con las ecuaciones 17, 18, 19 y 20.

$$\sigma_{eq} = b \varepsilon_{eq} + \frac{(1-b) \varepsilon_{eq}}{(1 - \varepsilon_{eq}^R)^{1/R}} \quad \text{Ecuación 17}$$

$$\varepsilon_{eq} = \frac{\varepsilon_s - \varepsilon_r}{\varepsilon_o - \varepsilon_r} \quad \text{Ecuación 18}$$

$$\sigma_{eq} = \frac{\sigma_s - \sigma_r}{\sigma_o - \sigma_r} \quad \text{Ecuación 19}$$

$$R = R_o - \frac{a_1 \xi}{a_2 + \xi} \quad \text{Ecuación 20}$$



**Figura 31. Modelo cíclico del acero según Megotto y Pinto**

Fuente: Dhakal (2002)

En la Ecuación 17,  $b$  es el ratio de endurecimiento, es decir la relación entre la rigidez objetivo (*Stiffness at the target*) y la rigidez de origen, ya sea de carga o descarga (*Reloading Stiffness at the origin*).  $\xi\epsilon_y$  y  $\sigma\epsilon_y$  son la deformación y el esfuerzo normalizado respectivamente, los cuales pueden ser calculados a partir de la Ecuación 18 y Ecuación 19 en donde  $\epsilon_0$  y  $\sigma_0$  son las coordenadas del punto de intersección entre la tangente inicial y la tangente objetivo; y  $\epsilon_r$  y  $\sigma_r$  son las coordenadas del origen

En la Ecuación 20,  $R$  es el parámetro que determina la forma de la curva de transición,  $\xi$  es la deformación entre el punto de intersección  $I$  y el punto objetivo  $B$ ,  $R_0$  es el valor de  $R$  en la primera carga y debe ser obtenido de forma experimental, así como las constantes  $a_1$  y  $a_2$ . (Dhakal, 2002).

Estas ecuaciones hacen posible representar una buena transición entre la rigidez de origen ya sea de carga o descarga, hacia la rigidez objetivo. Se puede notar que el punto objetivo estará sobre la envolvente y el punto de origen puede caer dentro de las curvas histeréticas.

Este modelo cíclico no es relevante en esta investigación debido a que no se realizaron procesos de carga y descarga en el experimento.

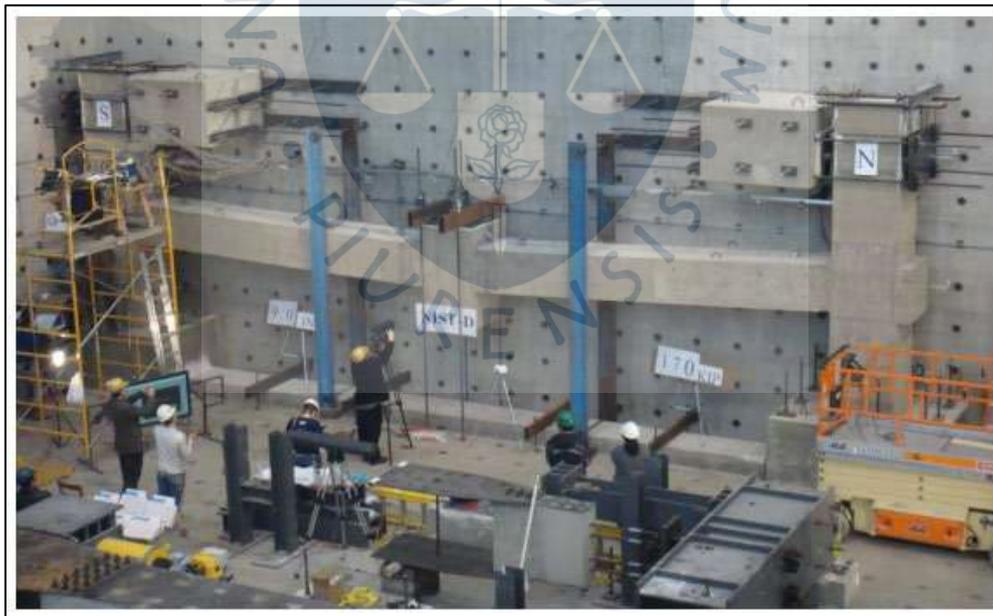
## Capítulo 3

### Análisis experimental del escenario de remoción de una columna realizada por el Instituto Nacional de Estándares y Tecnología de los Estados Unidos

#### 3.1 Alcance del estudio

La comunidad de ingeniería ha detectado que la vulnerabilidad debido a colapsos desproporcionados sigue presente. Además, los requerimientos para analizar el colapso progresivo de los códigos como el ACI están basados en un análisis subjetivo de los expertos, pero no se contaba con datos de bases experimentales.

El Instituto Nacional de Estándares y Tecnología realizó en 2011 un programa de investigación sobre la mitigación del colapso estructural desproporcionado realizando ensayos experimentales en pórticos de tres columnas y dos vigas a los que se les aplicó un desplazamiento vertical en la columna central con el objetivo de reproducir los efectos de un escenario de remoción de columna (ver Figura 32). (Lew, Sadeck, Main, Pujol, & Sozen, 2011)



**Figura 32. Espécimen del pórtico Special Moment Frame**

Fuente: Lew, Sadeck, Main, Pujol, & Sozen (2011)

Esta investigación consistió en construir dos pórticos que forman parte de la estructura de dos edificios de 10 pisos diseñados con dos categorías de diseño sísmico diferentes, categoría C y categoría D. Categorías que se otorgan a las estructuras dependiendo de su uso y de la severidad del sismo de diseño. A cada categoría les correspondió un tipo diferente de pórtico: *Intermediate Moment Frame* o IMF, y *Special Moment Frame* o SMF.

Estos dos sistemas estructurales fueron diseñados de acuerdo con la norma ACI 318 del 2002, y los pórticos construidos constaban de dos vigas pertenecientes al tercer nivel y tres columnas cuyo extremo inferior limita con la altura media del segundo nivel y su extremo superior limita con la altura media del tercer nivel.

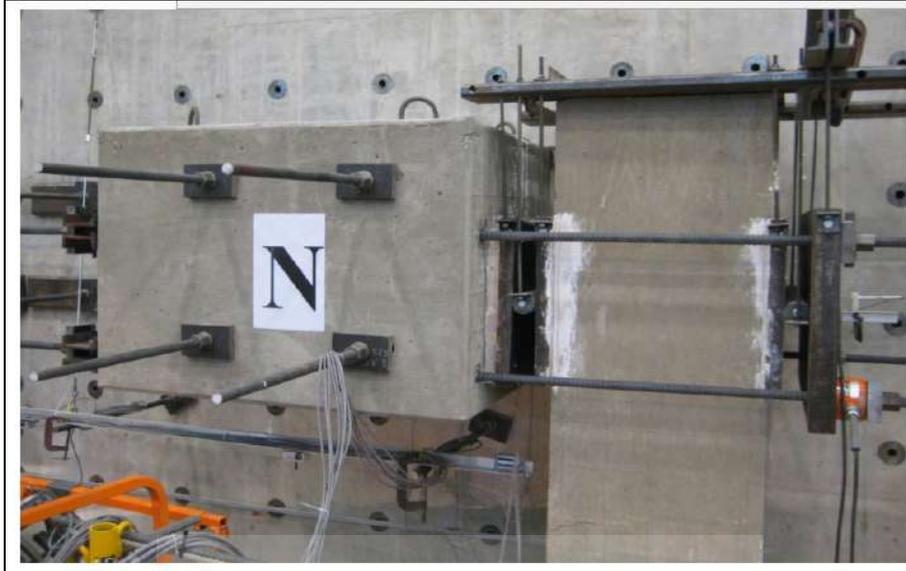
Los ingenieros que construyeron los pórticos consideraron importante que, en el extremo inferior de las columnas exteriores de ambos pórticos, se restringiera tanto el desplazamiento como la rotación en cualquier dirección a través de unas zapatas que estuvieron sujetas al suelo del experimento por bloques de acero como se ve en la Figura 33.

Así también se restringió el desplazamiento a las columnas en la dirección del eje paralelo al de las vigas, a través de un rodillo de acero, como se puede ver en la Figura 34.



**Figura 33. Bloques de acero utilizados para evitar el deslizamiento de las zapatas**

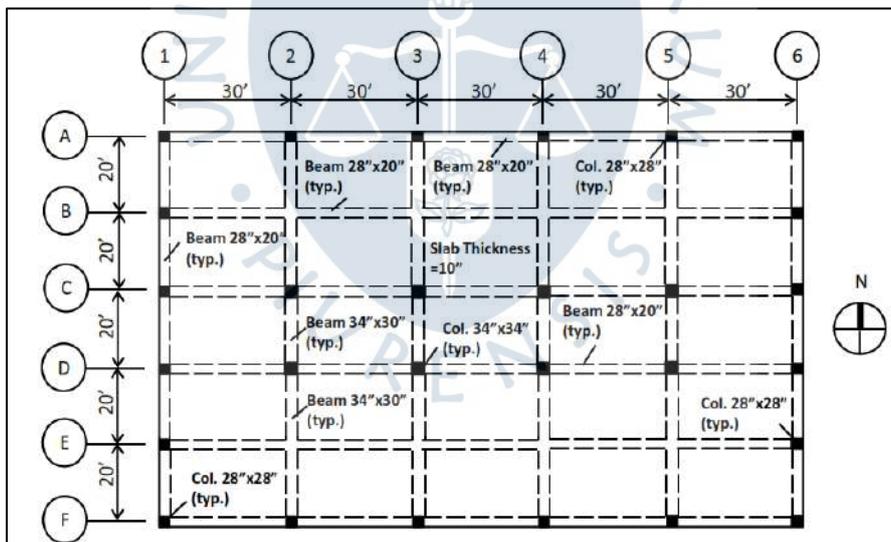
Fuente: Lew, Sadeck, Main, Pujol, & Sozen (2011)



**Figura 34. Mecanismo que restringe el desplazamiento en la dirección perpendicular a la columna a través de rodillos de acero**

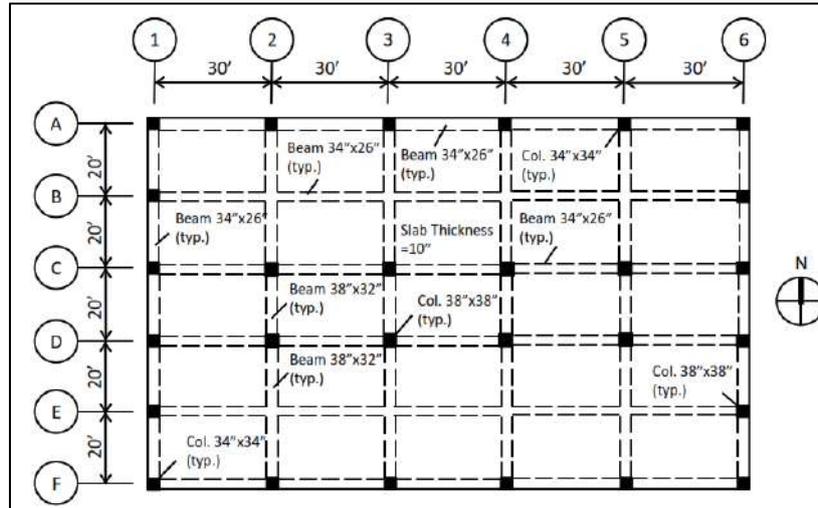
Fuente: Lew, Sadeck, Main, Pujol, & Sozen (2011)

De acuerdo con las Figura 35 y la Figura 36, en la que se pueden ver las dimensiones de las vigas y las columnas para cada tipo de diseño, los pórticos que se estudiaron pertenecen al eje 1, entre el eje B y el eje D.



**Figura 35. Vista de planta y dimensiones de elementos estructurales de la estructura de la categoría C**

Fuente: Lew, Sadeck, Main, Pujol, & Sozen (2011)



**Figura 36. Vista de planta y dimensiones de elementos estructurales de la estructura de la categoría D**

Fuente: Lew, Sadeck, Main, Pujol, & Sozen (2011)

### 3.2 Propiedades de los materiales

El concreto tiene un peso específico de  $23.6 \text{ KN/m}^3$ , el acero es ASTM 615 – Grado 60. La resistencia a la compresión y a la tensión para ambos pórticos se presentan en la Tabla 1, los cuales fueron obtenidos a partir de cilindros de concreto de “6”x”12”.

En la Tabla 2 y Tabla 3, se pueden ver las propiedades de las barras de acero para el pórtico IMF y SMF, respectivamente.

**Tabla 1. Resistencia a la compresión y tensión de cilindros de concreto**

Pórtico	Resistencia a la Compresión para vigas y columnas (MPA)	Resistencia a la Tensión para vigas y columnas (MPA)
IMF	32	3.1
SMF	36	2.9

Fuente: Lew, Sadeck, Main, Pujol, & Sozen (2011)

**Tabla 2. Propiedades mecánicas de las barras de acero en el pórtico IMF**

Descripción	Esfuerzo de fluencia (MPA)	Esfuerzo último (MPA)	Deformación de ruptura
Acero longitudinal superior de vigas	476	648	21%
Acero longitudinal inferior de vigas	462	641	18%
Acero longitudinal vertical de columnas	483	690	17%
Acero de estribos de vigas y columnas	524	710	14%

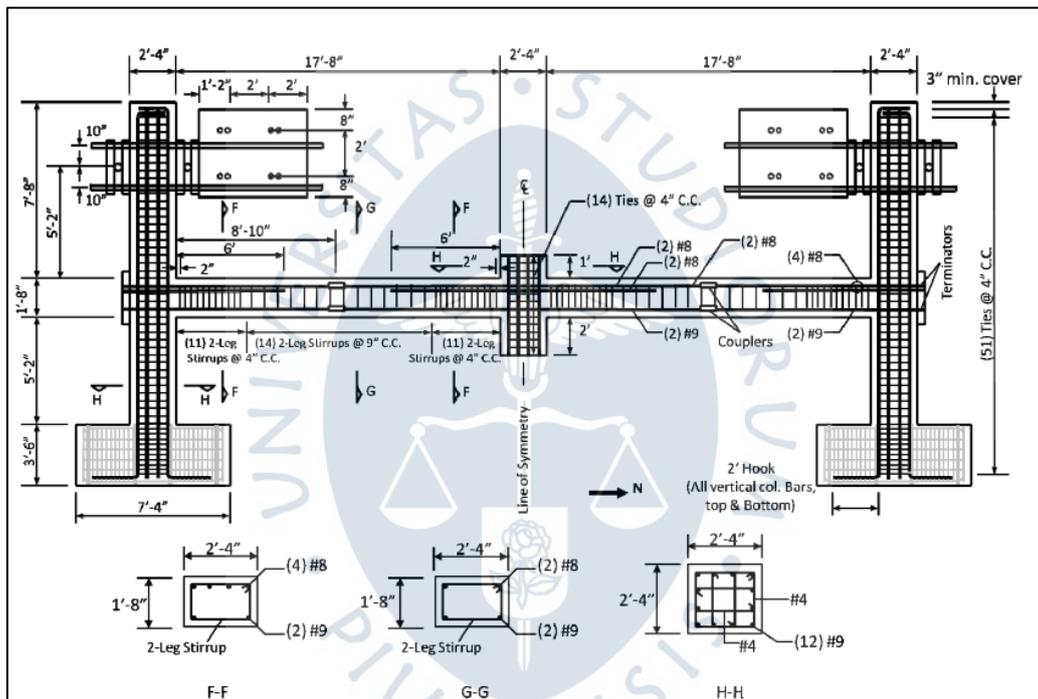
Fuente: Lew, Sadeck, Main, Pujol, & Sozen (2011)

**Tabla 3. Propiedades mecánicas de las barras de acero en el pórtico SMF**

Ítem	Esfuerzo de fluencia (MPA)	Esfuerzo último (MPA)	Deformación de ruptura
Acero longitudinal de vigas	476	648	21%
Acero longitudinal vertical de columnas	503	731	16%
Acero de estribos de vigas y columnas	545	676	15%

Fuente: Lew, Sadeck, Main, Pujol, & Sozen (2011)

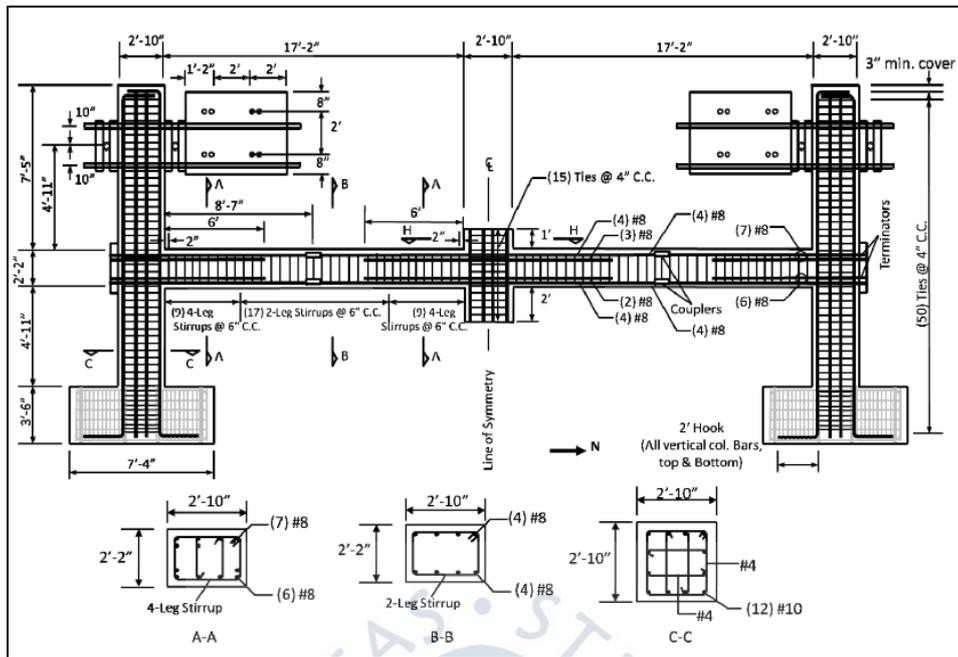
En la Figura 37 y la Figura 38, se presentan la disposición de aceros y las dimensiones de las columnas y vigas del pórtico IMF y SMF respectivamente.



**Figura 37. Detalle del pórtico IMF**

Fuente: Lew, Sadeck, Main, Pujol, & Sozen (2011)

A ambos sistemas se les aplicó un desplazamiento a una tasa de una pulgada por minuto. Después de incrementos de 2.5 pulgadas, los especímenes fueron inspeccionados con la finalidad de obtener datos de deformaciones, rotaciones, formación de grietas. Este desplazamiento se aplicó hasta que una barra de acero o más fallaran.



**Figura 38. Detalles del pórtico SMF**

Fuente: Lew, Sadeck, Main, Pujol, & Sozen (2011)

### 3.3 Instrumentación de medición

#### Transductores de desplazamiento

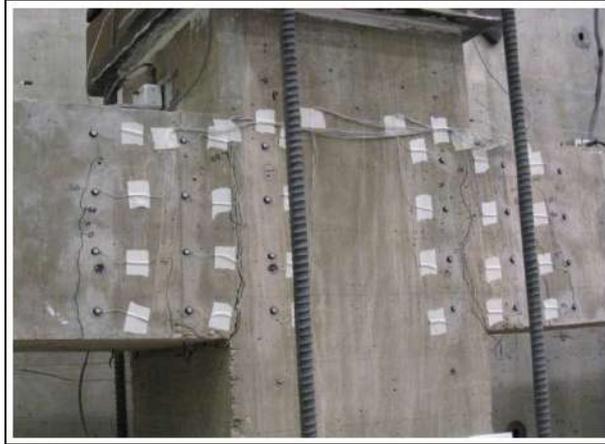
Se esperaba que la columna central tenga un desplazamiento pronunciado respecto a su posición inicial. Por tal motivo se utilizaron 2 transductores de posición tipo resorte con un rango de 1.8m y una precisión de 0.1mm. Además, se ubicaron 8 transductores de posición a lo largo de la luz de las vigas para medir su desplazamiento vertical, de los cuales 2 midieron el cambio de longitud de las vigas. Finalmente, se usaron 8 transductores de desplazamiento lineal variable o LVDT con una precisión de 0.127 mm para medir el desplazamiento horizontal de las columnas.

#### Inclinómetros

4 inclinómetros fueron ubicados en la parte superior de las vigas a 30 cm de la cara de las columnas para medir la rotación de las vigas.

#### Equipos de medición de deformaciones superficial

Los equipos de medición llamados Optotrack ubicados en las regiones de unión viga columna miden la deformación de la superficie y es posible ubicar las grietas del concreto como se visualiza en la Figura 39.

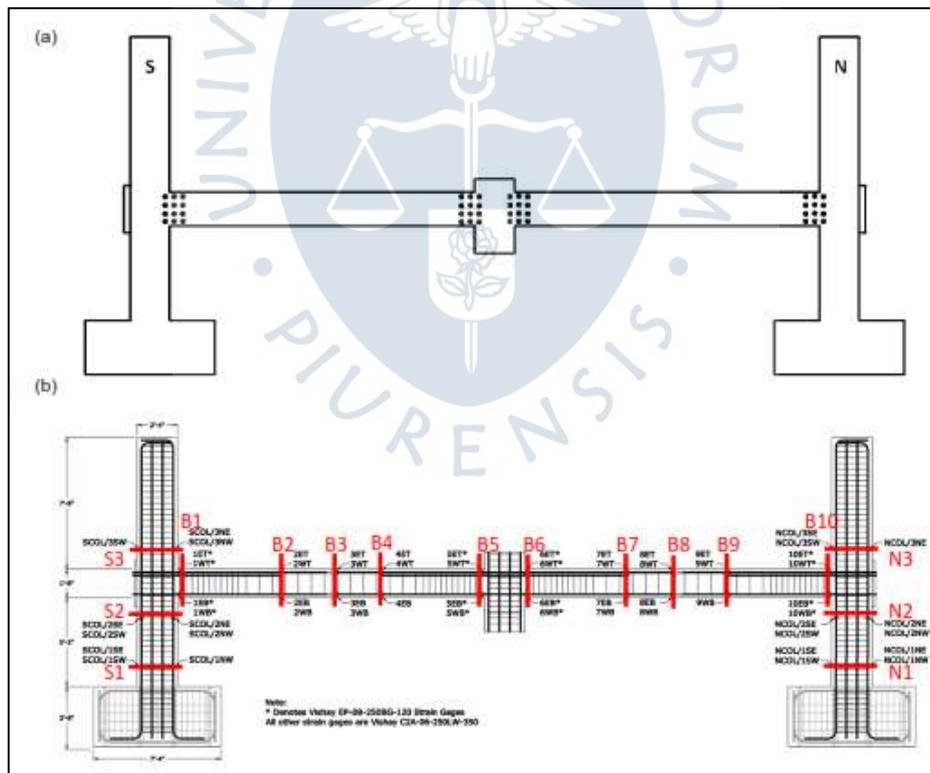


**Figura 39. Ubicación de los equipos de medición de grietas en concreto**

Fuente: Lew, Sadeck, Main, Pujol, & Sozen (2011)

### Extensómetros

Los extensómetros uniaxiales fueron ubicados en la superficie de las barras de acero tanto de vigas como columnas como se puede ver en la Figura 40 (b), con la finalidad de registrar experimentalmente los esfuerzos axiales y los momentos flectores en las vigas y las columnas e incluso la acción catenaria de las vigas.



**Figura 40. (a) Ubicación de los equipos de medición de grietas en concreto, (b) Ubicación de los extensómetros en el espécimen**

Fuente: Lew, Sadeck, Main, Pujol, & Sozen (2011)

### 3.4 Resultados del experimento

En esta sección se presentan los resultados de ambos experimentos (IMF y SMF) que incluyen el registro visual del comportamiento y los modos de falla de cada espécimen.

#### 3.4.1 Intermediate Moment Frame

**3.4.1.1 Modo de falla.** El desplazamiento vertical y rotación de las vigas cerca de la columna central fueron pronunciadas antes de la falla. La falla ocurrió de acuerdo a la siguiente secuencia de eventos: 1. aplastamiento del concreto de la parte superior de las vigas cerca de la columna central. 2. Aparición de las grietas por flexión en las vigas. 3. Fractura de una de las barras de acero inferior que se encontraba en una de las grietas más pronunciadas.

La fractura de la barra de acero ocurrió cuando el desplazamiento vertical de la columna central alcanzó 1092mm, con una rotación de las vigas de 10.3°. La carga aplicada producto de la aplicación del desplazamiento fue de 547KN. La segunda barra se fracturó cuando la columna central alcanzó un desplazamiento vertical de 1130mm, momento en el cual se terminó el experimento

La Figura 41 y Figura 42, muestran el resultado del experimento y el modo de falla experimental respectivamente.



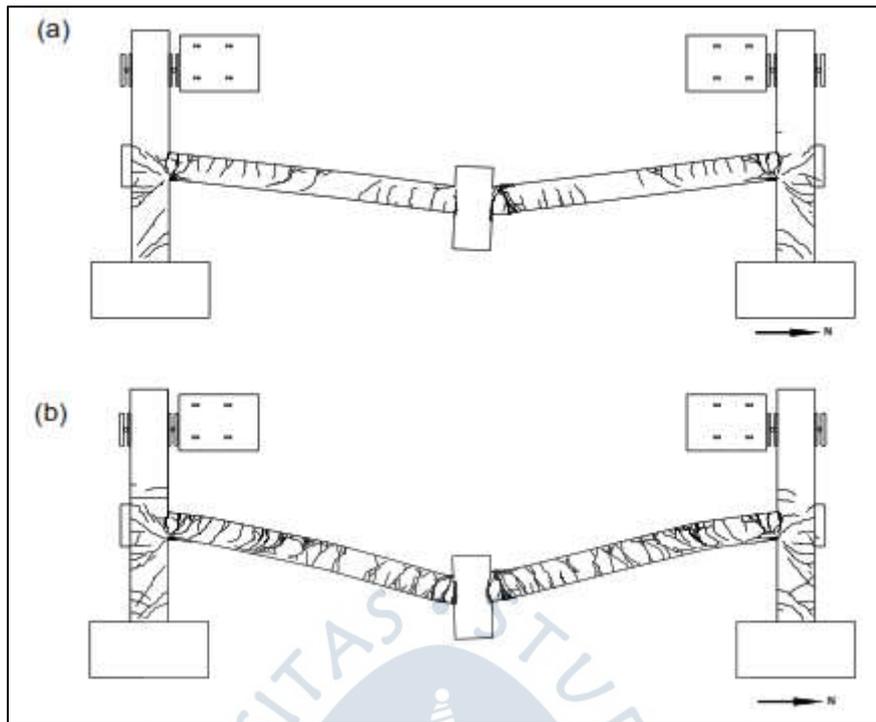
**Figura 41. Desplazamiento vertical final de la columna central del espécimen IMF**

Fuente: Lew, Sadeck, Main, Pujol, & Sozen (2011)



**Figura 42. Modo de falla del espécimen IMF**  
 Fuente: Lew, Sadeck, Main, Pujol, & Sozen (2011)

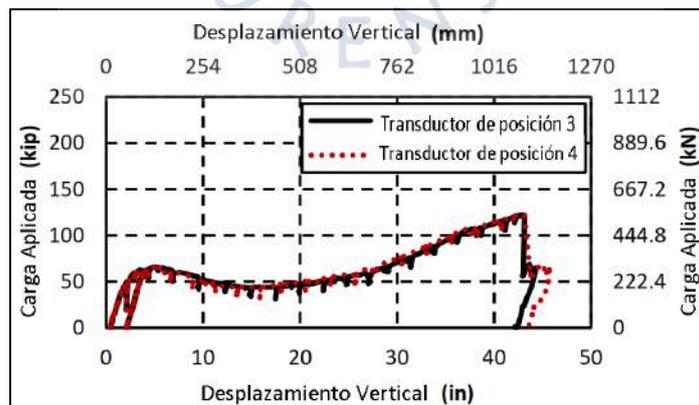
**3.4.1.2 Patrones de agrietamiento.** Cuando el desplazamiento vertical comenzó, se logró observar las primeras grietas por flexión a lo largo de las vigas, así como grietas en la mitad inferior de las columnas de los extremos. La columna central alcanzó un desplazamiento vertical de 90mm, grietas por cortante aparecieron en la mitad inferior de las columnas de los extremos. Luego, a los 110mm se observaron grietas en las vigas cerca de las columnas de los extremos. A los 173mm se desarrollaron grietas en las vigas cerca de la cara norte de la columna central. A mayor desplazamiento de la columna central, se notó que las grietas eran más intensas en la viga norte del espécimen. La Figura 43(a) muestra la disposición de las grietas en el espécimen hasta el desplazamiento vertical de 610mm. Aquí la grieta más pronunciada tenía 33 mm de ancho. Cuando se alcanzó la profundidad máxima de desplazamiento, aparecieron grietas de cara a cara cerca a ambas caras de la columna central. La Figura 43(b) muestra la disposición final de las grietas en el espécimen habiendo terminado el experimento.



**Figura 43. (a) Patrón de agrietamiento del test del espécimen IMF a los 610mm de desplazamiento de la columna central (b) y a los 1092mm de desplazamiento de la columna central**

Fuente: Lew, Sadeck, Main, Pujol, & Sozen (2011)

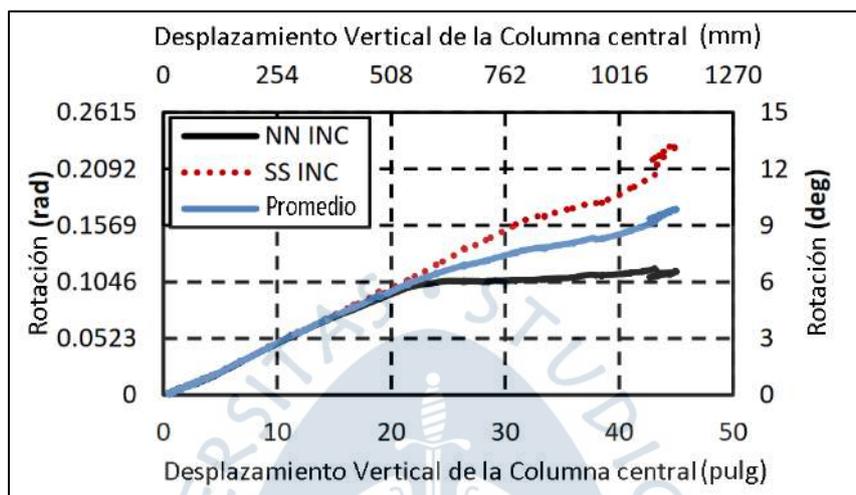
**3.4.1.3 Medidas de desplazamiento.** En la Figura 44, el NIST presenta los resultados del experimento correspondiente al pórtico IMF. El comportamiento de esta estructura tiene tres puntos importantes: Los dos primeros fueron dos picos; el primero que llega a 296KN cuando la columna central se desplaza 127mm verticalmente hacia abajo y el segundo pico que llega a 547KN cuando la columna se desplaza 1092mm. El tercer punto es el punto más bajo entre los dos picos de la gráfica en donde la carga disminuye a 296KN cuando la columna se desplaza 406mm.



**Figura 44. Carga vertical aplicada vs deflexión vertical de la columna central**

Fuente: Lew, Sadeck, Main, Pujol, & Sozen (2011)

La Figura 45 muestra las medidas de rotación pertenecientes a los inclinómetros colocados cerca de la columna sur (SS INC) y a la columna norte (NN INC) vs el desplazamiento de la columna central. La rotación de la viga sur y norte es igual en ambos casos hasta que el espécimen alcanza los 508mm. El incremento del desplazamiento vertical de la columna central, hizo que la parte inferior de la viga sur cerca de la columna del extremo sur, se agrietara haciendo que la sección transversal efectiva de la viga se redujera. Este evento hizo que la viga sur tuviera mayor rotación en comparación con la viga norte. La máxima rotación promedio fue de  $9.1^\circ$ .



**Figura 45. Rotación de viga sur (SS INC) y norte (NN INC) vs el desplazamiento vertical de la columna central**

Fuente: Lew, Sadeck, Main, Pujol, & Sozen (2011)

### 3.4.2 Special Moment Frame

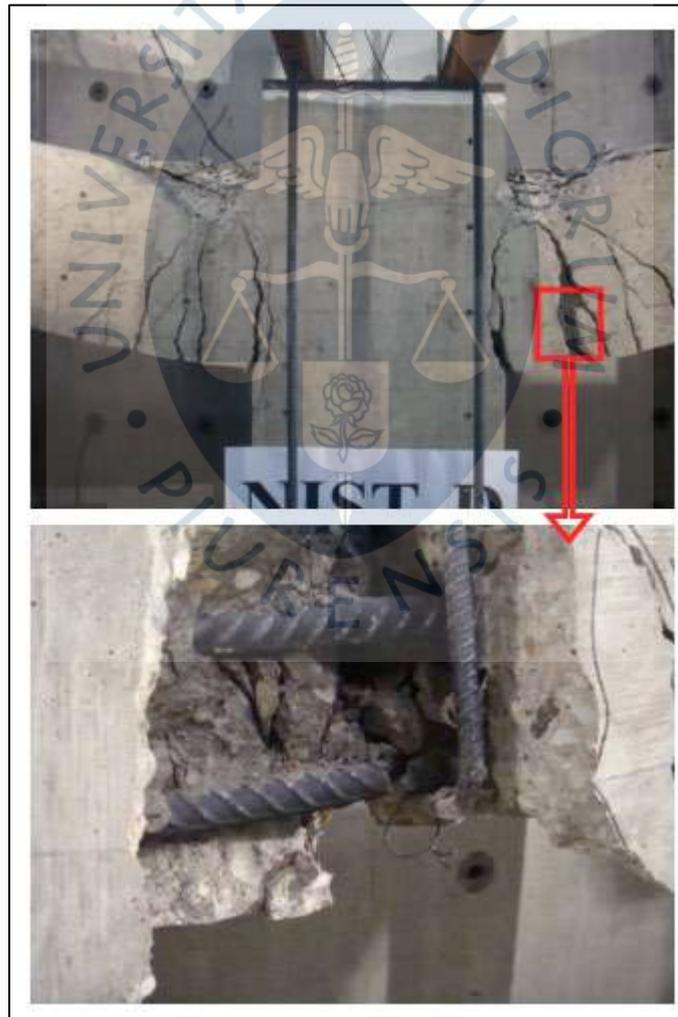
**3.4.2.1 Modo de falla.** El espécimen SMF experimentó deflexiones mayores que las del espécimen IMF antes de la falla. Este espécimen falló cuando la columna central se había desplazado 1219mm que corresponde a una rotación de  $11.5^\circ$  y una carga aplicada de 1232KN. La falla inició por la fractura de una de las barras inferiores de acero cerca de la cara norte de la columna central. Finalmente, todos los aceros inferiores se fracturaron al continuar con el desplazamiento vertical de la columna central.

La Figura 46 y Figura 47, muestran el resultado final del experimento y el modo de falla experimental respectivamente.



**Figura 46. Desplazamiento vertical final de la columna central del espécimen SMF**

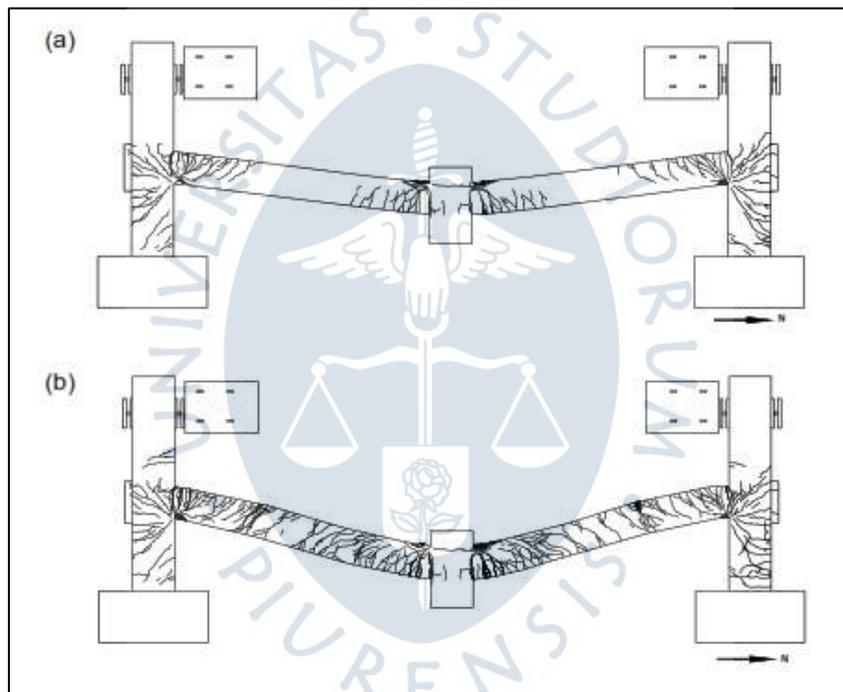
Fuente: Lew, Sadeck, Main, Pujol, & Sozen (2011)



**Figura 47. Modo de falla del espécimen SMF**

Fuente: Lew, Sadeck, Main, Pujol, & Sozen (2011)

**3.4.2.2 Patrones de agrietamiento.** Cuando el desplazamiento vertical comenzó, se logró observar las primeras grietas por flexión a lo largo de las vigas, así como grietas en la mitad inferior de las columnas de los extremos. La columna central alcanzó un desplazamiento vertical de 36mm., Grietas por cortante aparecieron en la mitad inferior de las columnas de los extremos. Luego, a los 44mm se observaron grietas en las vigas cerca de las columnas de los extremos y grietas horizontales en la columna central. A los 80mm se desarrollaron grietas por compresión en las vigas cerca de la columna central y a los 96mm también se observaron grietas en las vigas cerca de las columnas de los extremos. La Figura 48(a) muestra la disposición de las grietas en el espécimen hasta el desplazamiento vertical de 622mm. Aquí la grieta más pronunciada tenía 18 mm de ancho. En las vigas, las grietas se concentraron en la parte cercana a la unión viga columna de los extremos, además de grietas cerca de la columna central en los puntos de fractura del acero. Cuando se alcanzó la profundidad máxima de desplazamiento, aparecieron grietas de cara a cara cerca a ambas caras de la columna central. La Figura 48 (b) muestra la disposición final de las grietas en el espécimen habiendo terminado el experimento.



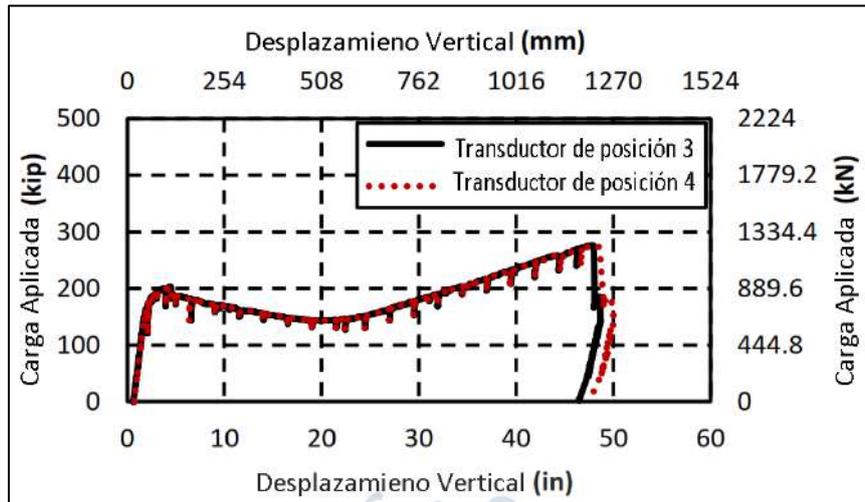
**Figura 48. (a) Patrón de agrietamiento del test del espécimen SMF a los 622mm de desplazamiento de la columna central (b) y a los 1219mm de desplazamiento de la columna central**

Fuente: Lew, Sadeck, Main, Pujol, & Sozen (2011)

**3.4.2.3 Medidas de desplazamiento.** En la Figura 49 el NIST presenta los resultados del experimento correspondiente al pórtico SMF. El comportamiento de esta estructura tiene tres puntos importantes: Los dos primeros fueron dos picos; el primero que llega a 903KN cuando la columna central se desplaza 112mm verticalmente hacia abajo y el segundo pico que llega a 1232KN cuando la columna se desplaza 1219mm. El tercer punto es el punto más bajo entre los dos picos de la gráfica en donde la carga disminuye a 641KN cuando la columna se desplaza 508mm.

Cuando se alcanzó el primer pico se detectó un desplazamiento en la zapata de la columna norte que empezó con 6.4mm y alcanzó los 19.6 mm en total. Esto se debió al

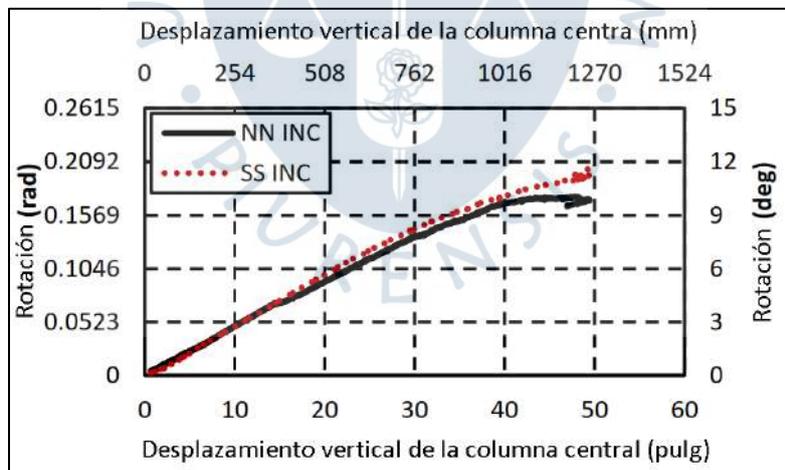
deslizamiento no previsto de la zapata norte. Al ser este el primer test que se realizó, se corrigió este error en el test del espécimen SMF añadiendo bloques de acero.



**Figura 49. Carga vertical aplicada vs deflexión vertical de la columna central**

Fuente: Lew, Sadeck, Main, Pujol, & Sozen (2011)

La Figura 50 muestra las medidas de rotación pertenecientes a los inclinómetros colocados cerca de la columna sur (SS INC) y a la columna norte (NN INC) vs el desplazamiento de la columna central. La rotación de la viga sur y norte es igual en ambos casos hasta el final del test. La máxima rotación promedio fue de  $9.1^\circ$  y presenta un comportamiento lineal respecto al desplazamiento vertical de la columna central hasta que se alcanzan los 762mm.



**Figura 50. Rotación de viga sur (SS INC) y norte (NN INC) vs el desplazamiento vertical de la columna central**

Fuente: Lew, Sadeck, Main, Pujol, & Sozen (2011)

El espécimen del *Special Moment Frame* es el abordado en esta investigación realizando la simulación en el programa *Extreme Loading for Structures*. Los resultados expuestos en el capítulo siguiente tienen buena relación con los resultados experimentales de este capítulo, haciendo al programa y a la herramienta de análisis, el *Applied Element Method*, material de confianza para futuras investigaciones.

## Capítulo 4

### Simulación numérica de la unión viga-columna en el programa *Extreme Loading for Structures*

En este capítulo se definirán las propiedades necesarias que el programa *Extreme Loading for Structures* utiliza para simular los experimentos. Se presentan los tests de sensibilidad llevados a cabo, para determinar parámetros exactos de 3 propiedades, un test de sensibilidad del mallado y un último test de sensibilidad al comportamiento de los experimentos numéricos. Finalmente se presentan los resultados de los tests de sensibilidad para llegar a ciertas conclusiones.

#### 4.1 Propiedades generales de los materiales en ELS

##### 4.1.1 Módulo de Young (*Young's Modulus*)

Es relación entre el esfuerzo normal y la deformación unitaria correspondiente al rango elástico del comportamiento del material, tanto para esfuerzo de compresión como para esfuerzos de tensión. El análisis dimensional de este parámetro es de la siguiente forma: [Fuerza]/[Distancia]<sup>2</sup> o [M][L]<sup>-1</sup>[T]<sup>-2</sup>. (Applied Science International, 2004a).

Según el *American Concrete Institute*, (2019), el módulo de Young del concreto se calcula a través de la fórmula de la Ecuación 21.

$$E_c = W_c^{1.5} 0.14 \sqrt{f'_c} \quad \text{Ecuación 21}$$

Donde  $E_c$  es el módulo de elasticidad,  $W_c$  es el peso específico del concreto y  $f'_c$  es la resistencia a compresión del concreto en la que comienza a agrietarse.

En este código también se establece que el módulo de Young del acero es 29000000 psi o 2038901.78 Kg./cm<sup>2</sup>

##### 4.1.2 Módulo de corte (*Shear Modulus*)

Es la relación entre el esfuerzo por cortante y la deformación por cortante dentro del rango elástico del comportamiento del concreto relacionada con el módulo de elasticidad y está definido por la Ecuación 22.

$$G = \frac{E_c}{2(1 + \nu)} \quad \text{Ecuación 22}$$

Donde,  $G$  es el módulo de corte,  $E_c$  es el módulo de elasticidad y  $\nu$  es el coeficiente de Poisson, para el cual el ELS considera un valor de 0.25. Así el módulo de corte es el 40%

del módulo de elasticidad. Según el *American Concrete Institute*, (2019), esta relación corresponde para el concreto como para el acero.

#### **4.1.3 Peso Específico (Specific Weight)**

El peso específico de un material se calcula de la siguiente manera: Peso específico = Masa específica x aceleración gravitacional. La masa específica es la cantidad de masa por unidad de volumen de un material. Si este parámetro es cero, no se considerará el peso propio del elemento ni tampoco el efecto dinámico. El peso específico del concreto reforzado es de 2400 Kg./m<sup>3</sup> el cual ya toma en consideración el peso del acero, (Applied Science International, 2004a). El peso específico de sólo las barras de acero para el concreto reforzado es 0.00785 Kg./cm<sup>3</sup>.

#### **4.1.4 Coeficiente de Fricción (Friction Coefficient)**

Es un factor utilizado para calcular la envolvente de falla de corte-compresión de Mohr-Coulumb descrita en la sección 4.2.2., Esta envolvente permite conocer el esfuerzo cortante que alcanza el material. También permite calcular la fricción entre dos elementos que entran en contacto.

Lignola, (2007) propone la fórmula de la Ecuación 23 para calcular el ángulo de fricción interna para el concreto utilizando como parámetro la resistencia a la compresión  $f'_c$  en MPA. La tangente de este ángulo representa el coeficiente de fricción según el *Applied Science International*, (2004a)

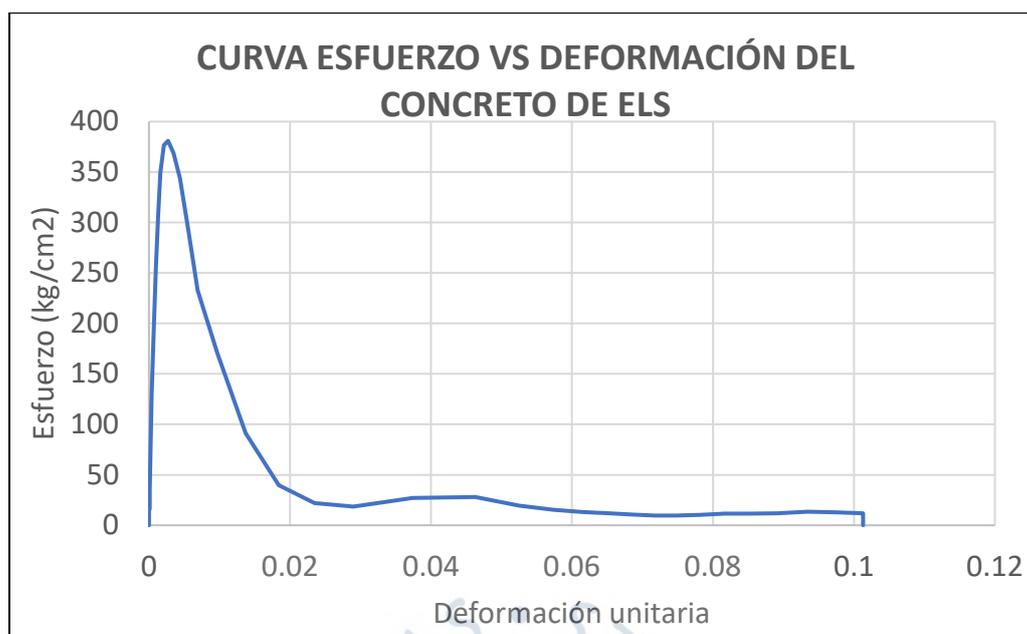
$$\Phi = 36^\circ + 1^\circ \left( \frac{f'_c}{35} \right) \leq 45^\circ$$

*Ecuación 23*

#### **4.1.5 Deformación de Separación (Separation Strain)**

Representa la deformación en la cual los elementos generados por ELS que conforman el material se separan definitivamente y cuando estos entran en contacto nuevamente, se comportarían como elementos rígidos separados. (Applied Science International, 2004a).

La separación de elementos ocurre cuando la matriz de resortes alcanza el valor de Separation Strain. En la Figura 51 se puede ver el comportamiento de un resorte que pertenece a una viga de concreto al que se le aplican cargas de compresión, y el valor de Separation Strain que se utilizó fue de 0.1. Así, este valor controla la ductilidad del material simulado y toma en cuenta la participación del acero presente, ya que los resortes pertenecientes a las barras de acero se separan cuando los resortes del concreto a su alrededor alcanzan su Separation Strain. Por tal motivo los resortes del concreto deben tomar en cuenta el aporte del acero para que se mantenga un comportamiento real del concreto reforzado.



**Figura 51. Gráfica esfuerzo-deformación del concreto en compresión**

## 4.2 Propiedades del concreto

### 4.2.1 Esfuerzo máximo de compresión/tensión (*Maximum Tensile/Compressive Stress*)

El esfuerzo de tensión máximo que puede resistir el concreto es aquel esfuerzo en el que ocurre el agrietamiento. En el acero, es el esfuerzo de ruptura de la barra o su esfuerzo último de tracción.

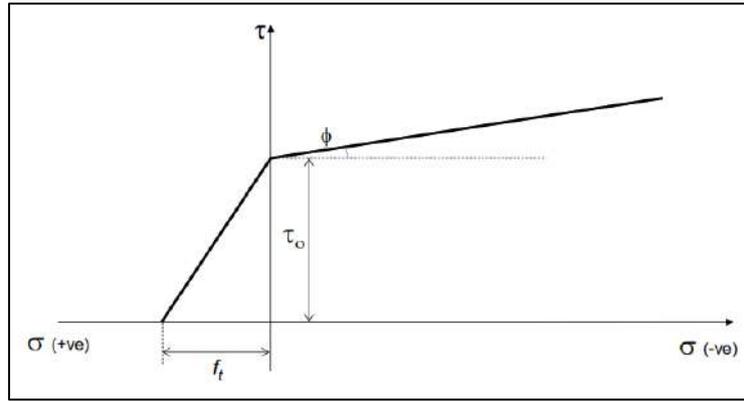
El esfuerzo de compresión máximo es aquel esfuerzo en el que el concreto falla por compresión y el acero llega hasta el esfuerzo último o de ruptura. El análisis dimensional de este parámetro es de la siguiente forma:  $[Fuerza]/[Distancia]^2$  o  $[M][L]^{-1}[T]^{-2}$ .

### 4.2.2 Esfuerzo de corte (*Shear Strength*)

La Resistencia al corte está definida como la resistencia del material al cortante puro, es decir cuando la compresión es cero. Si el material está sujeto a una carga combinada de compresión y corte, éste sigue la envolvente de Mohr-Coulomb como se muestra en la Figura 52. Esta envolvente está gobernada por la Ecuación 24.

$$\tau = \tau_0 + \mu\sigma \quad \text{Ecuación 24}$$

Donde,  $\tau$  es la resistencia al cortante bajo cargas normales y cortante  $\tau_0$  es la resistencia al cortante puro,  $\mu$  es el coeficiente de fricción  $\tan(\Phi)$ ,  $\Phi$  es el ángulo de fricción interna,  $\sigma$  es el esfuerzo normal.



**Figura 52. Envolvente de Mohr-Coulomb**

Fuente: Applied Science International (2004a)

Como se puede ver en la Figura 52, al aumentar el esfuerzo por tracción el esfuerzo por cortante disminuye proporcionalmente.

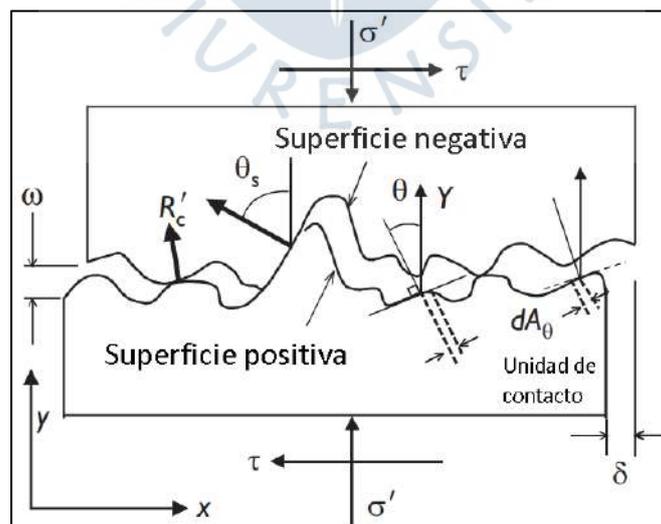
El valor de  $\tau_0$  es calculado a través de la Ecuación 25, según Maekawa & Okamura, (1990) este representa el esfuerzo de transferencia de corte.

$$\tau_0 = 18f'_c{}^{1/3} \quad \text{Ecuación 25}$$

Maekawa & Okamura, (1990) propusieron un modelo de “densidad de contacto” en donde se puede representar la geometría de la superficie de grieta a través de una función probabilística de densidad de contacto y en cada punto de contacto obtenido, una transferencia de esfuerzo local es analizado.

Para concretos normales la forma de las grietas son rugosas debido a los agregados, a diferencia de los concreto de alta resistencia y baja resistencia en donde la grieta atraviesa los agregados.

Se describió la geometría de la grieta de forma matemática a través de la definición de superficies de grieta positiva y negativa respecto al eje de coordenadas como se puede ver en la Figura 53.



**Figura 53. Superficies positivas y negativas en el modelo de densidad de contacto**

Fuente: Maekawa, Pimanmas, & Okamura (2003)

### 4.3 Propiedades del acero

#### 4.3.1 Esfuerzo de fluencia de tensión/compresión (*Tensile/Compressive Yield Stress*)

El esfuerzo de fluencia es el esfuerzo en el cual el acero permanece en constante elongación al aumentar una carga aplicada, pero mantiene el esfuerzo constante. Esto ocurre tanto para cargas de tracción como de compresión. Las unidades de este parámetro son  $[\text{Fuerza}]/[\text{Distancia}]^2$  o  $[\text{M}][\text{L}]^{-1}[\text{T}]^{-2}$ .

#### 4.3.2 Deformación última de tensión/compresión (*Tensile/Compressive Ultimate Strain*)

Es la deformación unitaria del acero que corresponde al esfuerzo último o de ruptura tanto para tensión, como para compresión. La unidad para este parámetro es porcentaje (%).

#### 4.3.3 Esfuerzo último/Esfuerzo fluencia de tensión/Compresión (*Tensile/Compressive Ultimate/Yield Stress*)

ELS utiliza esta relación para calcular el esfuerzo último a partir del esfuerzo de fluencia tanto para tracción como para compresión. Así se puede configurar el material para que no falle utilizando una relación muy alta. Es una propiedad adimensional.

### 4.4 Propiedades numéricas propias del *Extreme Loading for Structures*

#### 4.4.1 Ratio de amortiguación externa (*External Damping Ratio*)

En ELS, el amortiguamiento está dividido en amortiguamiento interno y externo. El amortiguamiento interno se presenta en el comportamiento de la estructura en los siguientes casos: Agrietamiento del concreto, liberación de energía debido a la aplicación de carga histerética, fricción entre elementos, la abertura y cierre de grietas, el efecto de colisión y rebote.

El amortiguamiento interno se presenta en el análisis no lineal; es decir, que cuando el comportamiento es elástico, es necesario un factor de amortiguamiento externo que se calcula a partir de la Ecuación 2, siendo el coeficiente de amortiguamiento  $[c]$  el de la Ecuación 1

$$[C] = 2\xi w[M] \quad \text{Ecuación 26}$$

$$[M]\Delta\ddot{u} + [C]\Delta\dot{u} + [K]\Delta u = \Delta f(t) + R_M + R_G \quad \text{Ecuación 27}$$

El manual teórico del ELS propone el valor "0" como un valor por defecto, diciendo que, en la mayoría de los casos no lineales, el amortiguamiento es simulado correctamente a través del amortiguamiento interno.

#### 4.4.2 Ratio de rigidez de contacto normal/por cortante (*Normal/Shear Contact Stiffness Ratio*)

Cuando ocurre un contacto entre elementos durante el análisis, aparecen resortes en estos puntos de colisión que se encargan de transferir energía. Un valor muy alto de la rigidez de estos resortes ocasiona una gran fuerza de choque, mientras que un valor muy bajo causa una reducción a la fuerza que transmite el resorte.

En caso de colisión aparecen tres resortes, uno normal y dos de corte. En caso de que el contacto que se produzca sea de la naturaleza esquina-cara, el resorte normal es perpendicular a la cara del elemento y los dos resortes de corte pertenecen al plano de la

cara del elemento. Por otro lado, en caso de contacto arista-arista, el resorte normal es perpendicular al plano que se genera por estas dos aristas y los dos resortes de corte pertenecen al plano que se genera por estas dos aristas. (Applied Science International, 2004a).

Las propiedades de los resortes son gobernadas por el material que tenga la menor resistencia y es calculado a partir de la Ecuación 28.

$$K = \frac{EA}{D} \quad \text{Ecuación 28}$$

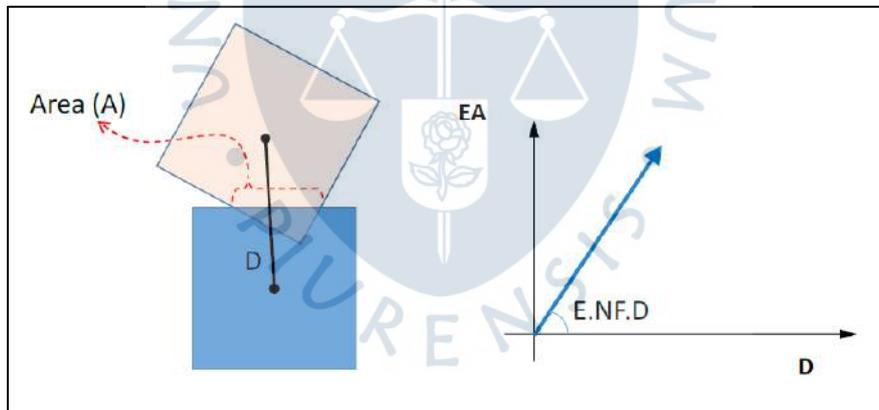
En donde K es la rigidez del resorte normal, E es el menor módulo de elasticidad de los dos elementos que tienen contacto entre sí, A es el área promedio de contacto y D es la distancia entre el centro de cada elemento tal y como se muestra en la Figura 54. El *Normal Stiffness Factor* "NF" se calcula a través de la Ecuación 29.

$$NF = \frac{A}{D^2} \quad \text{Ecuación 29}$$

Entonces la rigidez del resorte normal queda de la siguiente manera:

$$K = E \times NF \times D \quad \text{Ecuación 30}$$

El valor por defecto del *Normal Stiffness Factor* que el manual establece para todos los materiales de 0.0001.



**Figura 54. Ilustración de los parámetros para el cálculo del Normal Stiffness Factor (izquierda). Rigidez del resorte normal de colisión (derecha)**

Fuente: Applied Science International (2004a)

El caso del *Shear Stiffness Factor* es parecido al *Normal Stiffness Factor*, pero al ser las fuerzas normales mayores que las de corte, se determina un valor de 0.00001 a este factor (El-Mahdy, El-Kasaby, Abusafa, & El-Gamal, 2017). De la misma forma se presenta la Ecuación 31.

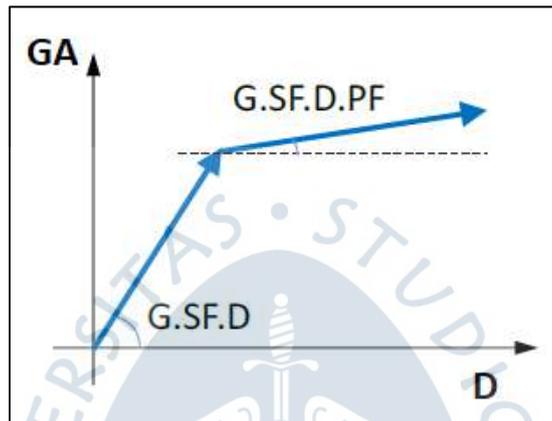
$$K_S = G \times SF \times D \quad \text{Ecuación 31}$$

Donde,  $K_s$  es la rigidez de corte,  $G$  es el módulo de corte,  $SF$  es el *Shear Stiffness Factor*. Esta ecuación se respeta siempre y cuando no exista deslizamiento entre elementos, porque cuando la fuerza de corte es mayor al coeficiente de fricción x fuerza normal, la rigidez de corte se calcula de acuerdo con la Ecuación 32.

$$K_s = G \times SF \times D \times PF$$

*Ecuación 32*

Donde,  $PF$  es el menor *Post-failure factor* que se explica en la sección 4.4.5. En la Figura 55, se presenta la rigidez de corte de forma gráfica.



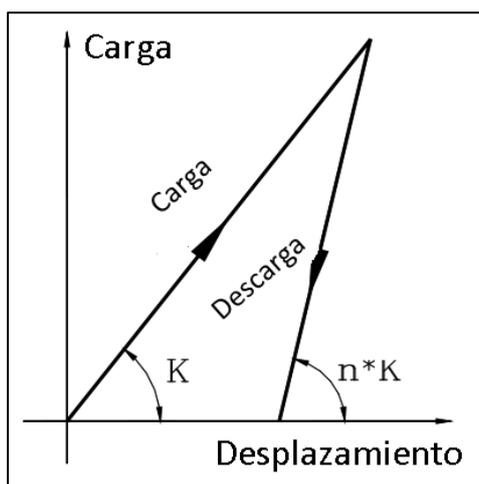
**Figura 55. Rigidez del resorte de corte de colisión**

Fuente: Applied Science International (2004a)

#### **4.4.3 Factor de descarga de resorte de contacto (*Contact Spring Unloading Stiffness Factor*)**

Cuando ocurre una colisión entre dos elementos, parte de la energía cinética se pierde. ELS toma un valor "r" que representa el ratio entre la velocidad relativa antes y después de la colisión. "r" tiene un rango de "0" a "1", siendo "1" cuando la velocidad después de la colisión es igual que la anterior, es decir que no se disipa energía en lo absoluto, y "0" cuando toda la energía se pierde y la velocidad después de la colisión es "0" también.

En la Figura 56, se presenta la relación entre carga y descarga de un resorte que aparece en caso de contacto entre dos elementos. Esta carga y descarga representa el acercamiento y el alejamiento de los elementos, respectivamente. También se puede ver el valor "n" que utiliza el ELS para representar el ratio entre la rigidez de carga y descarga, siendo este valor calculado a partir de la Ecuación 33.



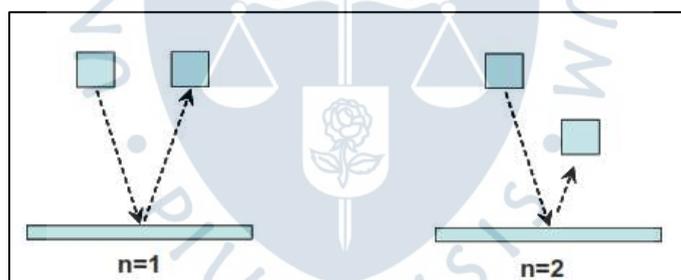
**Figura 56. Relación carga-descarga del resorte de contacto antes y después de la colisión**

Fuente: Applied Science International (2004a)

$$r = \frac{1}{\sqrt{n}}$$

*Ecuación 33*

Así, cuando “n” es cero, no hay disipación de energía y la rigidez del resorte de carga y descarga son iguales, y cuando “n” se acerca al infinito significa que se pierde totalmente la energía cinética. En la Figura 57, se puede notar el efecto del valor “n”.



**Figura 57. Efecto de rebote con valores de n diferentes**

Fuente: Applied Science International (2004a)

Esta propiedad no se estudió en esta tesis debido a que no existe efecto de rebote por contacto entre elementos de la simulación. Por tal motivo se utilizó el factor por defecto del programa ELS

#### **4.4.4 Coeficiente de expansión por temperatura (Linear Temperature Expansion Coefficient)**

ELS puede tomar en cuenta los esfuerzos internos por el aumento o disminución de la temperatura. Estos cambios de temperatura producen una deformación en los resortes que es calculada a partir de la Ecuación 34.

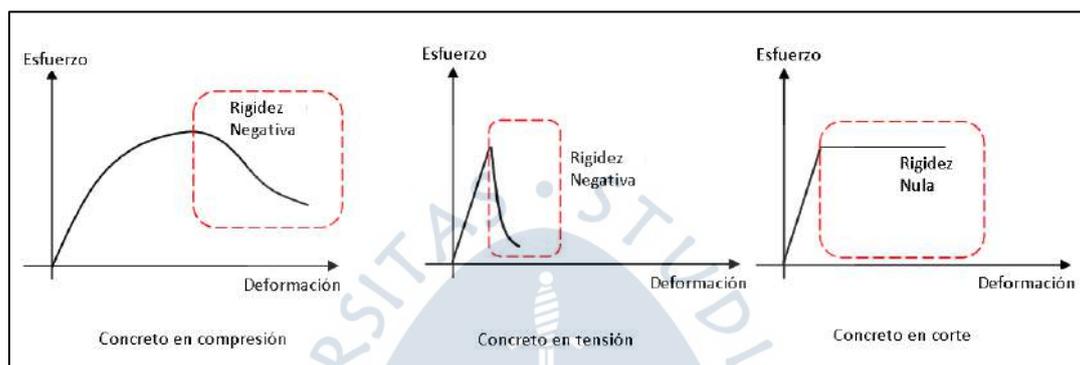
$$\varepsilon = \alpha \Delta T$$

*Ecuación 34*

Donde,  $\varepsilon$  es la deformación por temperatura,  $\alpha$  es el coeficiente de expansión térmica (*Linear Temperature Expansion Coefficient*) y  $\Delta T$  es el cambio de temperatura. ELS distribuye el cambio de temperatura a cada resorte.

#### 4.4.5 Factor de rigidez normal/por cortante post - falla (*Post-failure Shear/Normal Stiffness Factor*)

El comportamiento del concreto en compresión, tensión o corte tiene un pico que representa su mayor resistencia. Cuando la rigidez es pequeña, negativa o cero como se muestra en la Figura 58, el programa reemplaza esta rigidez por una rigidez mínima que es igual al uno por ciento de la rigidez inicial, para evitar problemas numéricos de divergencia en el análisis.



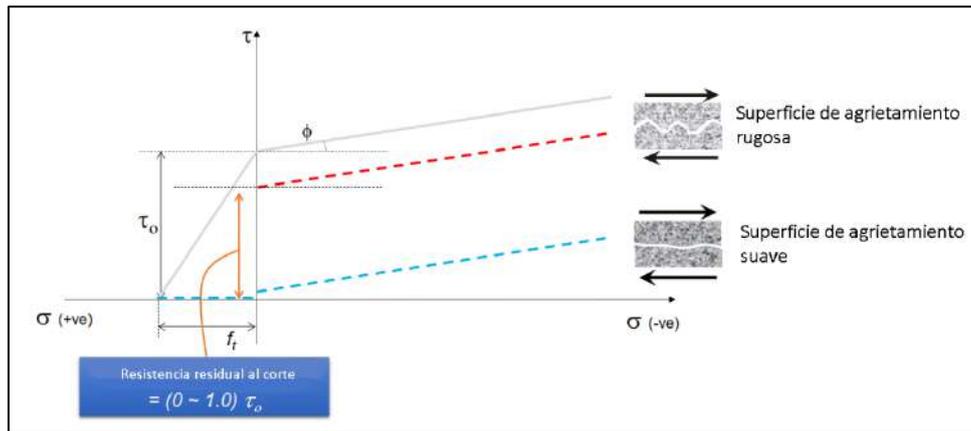
**Figura 58. Comportamiento del concreto ante esfuerzos de compresión, tensión y corte**

Fuente: Applied Science International (2004a)

Ciertamente, esto genera una diferencia entre el esfuerzo del resorte y el esfuerzo calculado; sin embargo, este desbalance es corregido al aplicarlo a través de una fuerza en la dirección contraria gracias al vector de carga residual  $R_M$  presente en la Ecuación 2.

#### 4.4.6 Factor de rugosidad (*Roughness Factor*)

Cuando un material quebradizo como el concreto se agrieta, el esfuerzo por cortante en esta zona es afectado por la rugosidad de la superficie de la grieta, así como el esfuerzo normal actuando sobre ella. El esfuerzo cortante presente en las caras de las grietas va a ser muy diferente cuando estas caras tienen una rugosidad alta o suave cuando estas grietas tienden a cerrarse debido a un esfuerzo de compresión. Este factor toma valores desde "0" a "1", siendo "0" para caras de grietas suaves y "1" para caras de grietas rugosas. En la Figura 59, se puede ver como este factor hace que las caras de las grietas presenten un porcentaje del valor total del esfuerzo por cortante. Este factor también tiene el nombre de "*Residual Shear Strength Factor*".



**Figura 59. Roughness Factor**

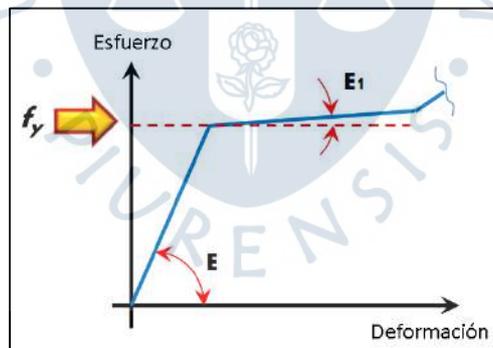
Fuente: Applied Science International (2004a)

#### 4.4.7 Ratio de rigidez post - fluencia en tension/compression (*Tensile/Compressive Post-Yield Stiffness Ratio*)

Parámetro propio del acero, al igual que el *Post-failure Stiffness Factor* en el concreto, este factor controla la estabilidad numérica del comportamiento del acero. El estado de fluencia en el acero es un estado en el que la relación esfuerzo-deformación es constante y horizontal.

ELS necesita un valor mínimo de rigidez para evitar esa divergencia numérica, y este es un ratio entre el estado después de la fluencia y antes de la fluencia. Dicha relación se ve representada por  $E_1$  y  $E$  en la Figura 60.

El valor por defecto que presenta el manual del ELS para materiales como el acero y el aluminio es de 0.01.



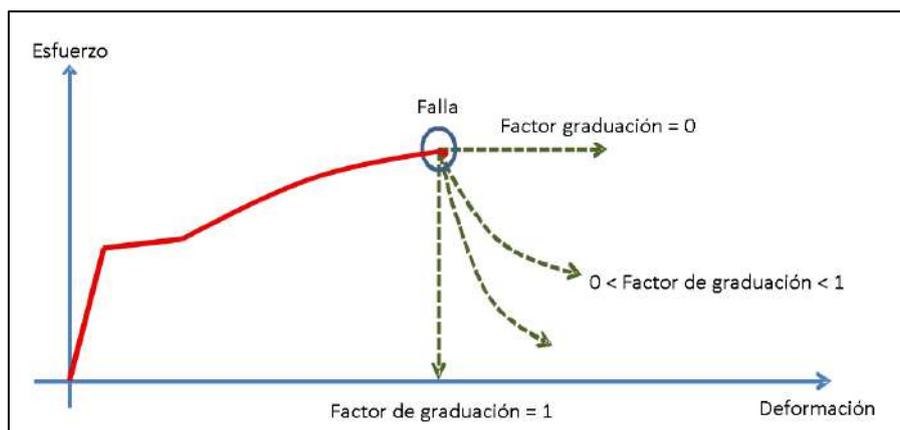
**Figura 60. Post Yield Stiffness Ratio**

Fuente: Applied Science International (2004a)

#### 4.4.8 Factor de graduación de falla (*Failure Softening Factor*)

La ruptura de materiales dúctiles como las barras de acero, se produce a altos niveles de esfuerzo. La repentina pérdida de ese esfuerzo puede convenir en altas concentraciones de esfuerzo e inestabilidad numérica. Es por eso que ELS utiliza un factor denominado *Failure Softening Factor* que reduce estas concentraciones de esfuerzo gradualmente. Este factor toma valores entre "0" y "1", siendo "1" cuando el esfuerzo cae repentinamente sin ninguna reducción y "0" cuando no se reduce en ningún momento la

concentración de esfuerzos y se mantiene un comportamiento plástico como se puede ver en la Figura 61. ELS recomienda un valor por defecto de “0.1”.



**Figura 61. Failure Softening Factor**

Fuente: Applied Science International (2004a)

#### 4.4.9 Factor de esfuerzo por cortante (*Shear Stress Weight*)

La fractura de una barra de refuerzo en el concreto reforzado ocurre cuando la suma de los esfuerzos alcanza la resistencia última de la barra como se describe en la Ecuación 35.

$$\sqrt{\sigma^2 + \tau_1^2 + \tau_2^2} = f_u \quad \text{Ecuación 35}$$

Donde,  $\sigma$  es el esfuerzo normal,  $\tau_1$  y  $\tau_2$  son los esfuerzos de corte en ambas direcciones, cada uno correspondiente a un resorte de contacto, y  $f_u$  es la resistencia última de la barra de acero.

Cuando la barra de acero está sometida a altos niveles de corte puede causar una falla temprana. Por tal motivo, se introduce el *Shear Stress Weight* cuyo rango se encuentra entre el “0” y “1”. Cuando este factor es “0” significa que los esfuerzos cortantes son nulos en la Ecuación 35 y “1” cuando estos valores se toman por completo sin ningún tipo de disminución.

Al no tener un valor exacto de esta propiedad que pueda ser utilizado en los modelos, se optó por dejar el valor por defecto del ELS, que es 1 puesto que las demás simulaciones que se encuentran predeterminadas en el programa utilizan este valor.

#### 4.5 Matriz de sensibilidad

El primer test de sensibilidad que se llevó a cabo intentó confirmar la afirmación que proponen AlHafian, (2013) y Kim & Wee, (2016): El *Separation Strain* del concreto debe ser mayor al *Ultimate Strain* del acero. En el pórtico SMF, el *Ultimate Strain* del acero fue 0.21% y los valores recomendados según el manual del ELS, (Applied Science International, 2004a) son de 0.1% o de 0.2% y estipula que éstos producen buenos resultados para la mayoría de los materiales.

Así, se eligieron los valores de 0.1%, 0.15%, 0.22%, 0.3% y 0.5% para las 5 simulaciones correspondientes a este primer test de sensibilidad. En la Tabla 4 y Tabla 5, se pueden ver las propiedades de todos los 16 parámetros de concreto y 20 parámetros del acero para las simulaciones 1.1, 1.2, 1.3, 1.4 y 1.5.

**Tabla 4. Propiedades del concreto para las simulaciones del primer test de sensibilidad**

<b>Propiedades del concreto</b>	<b>Und</b>	<b>Simulación</b>
<i>Young's Modulus</i>	kg/cm <sup>2</sup>	315381.28
<i>Shear Modulus</i>	kg/cm <sup>2</sup>	126152.51
<i>Separation Strain</i>		0.10/0.15/0.22/0.3/0.5*
<i>Friction Coefficient</i>		0.80
<i>Specific Weight</i>	kg/cm <sup>3</sup>	0.0024
<i>External Damping Ratio</i>		0.00
<i>Normal Contact Stiffness Factor</i>		0.0001
<i>Shear Contact Stiffness Factor</i>		0.00001
<i>Contact Spring Unloading Stiffness Factor</i>		2.00
<i>Linear Temperature Expansion Coefficient</i>		0.0000145
<i>Maximum Tensile Stress</i>	kg/cm <sup>2</sup>	29.57
<i>Maximum Compressive Stress</i>	kg/cm <sup>2</sup>	367.10
<i>Post-Failure Normal Stiffness Factor</i>		0.01
<i>Post-Failure Shear Stiffness Factor</i>		0.01
<i>Shear Strength</i>	kg/cm <sup>2</sup>	128.88
<i>Roughness Factor</i>		1

Nota: (\*) Valor del *Separation Strain* para las simulaciones 1.1, 1.2, 1.3, 1.4, 1.5 respectivamente

**Tabla 5. Propiedades del acero para las simulaciones del primer test de sensibilidad**

<b>Propiedades del acero</b>	<b>Und</b>	<b>Vigas</b>	<b>Estribos</b>	<b>Columnas</b>
<i>Young's Modulus</i>	kg/cm <sup>2</sup>	2038901.78	2038901.78	2038901.78
<i>Shear Modulus</i>	kg/cm <sup>2</sup>	815560.71	815560.71	815560.71
<i>Separation Strain</i>		0.10	0.10	0.10
<i>Friction Coefficient</i>		0.80	0.80	0.80
<i>Specific Weight</i>	kg/cm <sup>3</sup>	0.00785	0.00785	0.00785
<i>External Damping Ratio</i>		0.00	0.00	0.00
<i>Normal Contact Stiffness Factor</i>		0.0001	0.0001	0.0001
<i>Shear Contact Stiffness Factor</i>		0.00001	0.00001	0.00001
<i>Contact Spring Unloading Stiffness Factor</i>		2.00	2.00	2.00
<i>Linear Temperature Expansion Coefficient</i>		0.000013	0.000013	0.000013
<i>Tensile Yield Stress</i>	kg/cm <sup>2</sup>	4851.18	5557.45	5129.17

Propiedades del acero	Und	Vigas	Estribos	Columnas
<i>Tensile Ultimate Strain</i>	kg/cm2	0.40	0.15	0.16
<i>Tensile Post Yield Stiffness Ratio</i>		0.01	0.01	0.01
<i>Tensile Ultimate/Yield Stress Ratio</i>		1.36	1.24	1.45
<i>Compressive Yield Stress</i>	kg/cm2	4851.18		
<i>Compressive Ultimate Strain</i>		0.21		
<i>Compressive Post Yield Stiffness Ratio</i>		0.01		
<i>Compressive Ultimate/Yield Stress Ratio</i>		1.36		
<i>Failure Softening Factor</i>		0.10	0.10	0.10
<i>Shear Stress Weight</i>		1.00	1.00	1.00

Nota: Las propiedades del acero se mantienen iguales para las 5 simulaciones de este test.

El segundo test de sensibilidad se basó en el cambio de los valores del *Separation Strain* del acero, porque AlHafian, (2013) dice que en el caso del concreto reforzado, los elementos que representan las barras de acero se separan cuando los resortes del concreto que se encuentra alrededor de las barras desaparecen. Por tal motivo, el *Separation Strain* del acero no debería modificar el comportamiento de la estructura.

Hay tres tipos de barras de acero en estos modelos, los cuales fueron denominados de la siguiente forma: A<sub>0</sub>, barras de acero longitudinal de las vigas; E<sub>0</sub>, estribos de las columnas y vigas; y C<sub>0</sub>, barras de acero longitudinal de las columnas.

La simulación 2.1 de este test de sensibilidad tomó los valores de *Separation Strain* del acero para A<sub>0</sub>, de 0.1%; E<sub>0</sub>, 0.1%; y C<sub>0</sub>, 0.1%, al ser éste el valor recomendado por el manual teórico del ELS.

La simulación 2.2 tomó los valores de *Separation Strain* del acero para A<sub>0</sub>, de 0.2%; E<sub>0</sub>, 0.1% y C<sub>0</sub>, 0.1%; la simulación 2.3 tomó los valores de *Separation Strain* del acero para A<sub>0</sub>, de 0.3%; E<sub>0</sub>, 0.1% y C<sub>0</sub>, 0.1%. La simulación 2.4 tomó los mismos valores del *Ultimate Strain* tanto para el acero longitudinal de las vigas y columnas como de los estribos para A<sub>0</sub>, de 0.4%; E<sub>0</sub>, 0.15%; y C<sub>0</sub>, 0.16%. Por último, la simulación 2.5 tomó valores mayores al *Ultimate Strain* del acero para A<sub>0</sub>, de 0.9; E<sub>0</sub>, 0.65; y C<sub>0</sub>, 0.66.

Estas cinco simulaciones tuvieron como finalidad analizar la influencia del valor del *Separation Strain* del acero, en el comportamiento de la estructura.

En la Tabla 6 y la Tabla 7, se puede ver las propiedades del concreto y acero, correspondientemente, que se utilizaron en las simulaciones computacionales.

**Tabla 6. Propiedades del concreto para las simulaciones del segundo test de sensibilidad**

Propiedades del concreto	Und	Simulación
<i>Young's Modulus</i>	kg/cm2	315381.28
<i>Shear Modulus</i>	kg/cm2	126152.51
<i>Separation Strain</i>		0.10
Propiedades del concreto	Und	Simulación

<i>Friction Coefficient</i>		0.80
<i>Specific Weight</i>	kg/cm <sup>3</sup>	0.0024
<i>External Damping Ratio</i>		0.00
<i>Normal Contact Stiffness Factor</i>		0.0001
<i>Shear Contact Stiffness Factor</i>		0.00001
<i>Contact Spring Unloading Stiffness Factor</i>		2.00
<i>Linear Temperature Expansion Coefficient</i>		0.0000145
<i>Maximum Tensile Stress</i>	kg/cm <sup>2</sup>	29.57
<i>Maximum Compressive Stress</i>	kg/cm <sup>2</sup>	367.10
<i>Post-Failure Normal Stiffness Factor</i>		0.01
<i>Post-Failure Shear Stiffness Factor</i>		0.01
<i>Shear Strength</i>	kg/cm <sup>2</sup>	128.88
<i>Roughness Factor</i>		1

Nota: Las propiedades del concreto se mantienen iguales para las 5 simulaciones de este test.

**Tabla 7. Propiedades del acero para las simulaciones del segundo test de sensibilidad**

<b>Propiedades del acero</b>	<b>Und</b>	<b>Vigas</b>	<b>Estribos</b>	<b>Columnas</b>
<i>Young's Modulus</i>	kg/cm <sup>2</sup>	2038901.78	2038901.78	2038901.78
<i>Shear Modulus</i>	kg/cm <sup>2</sup>	815560.71	815560.71	815560.71
<i>Separation Strain</i>		0.1/0.2/0.3/0.4/0.9*	0.1/0.1/0.1/0.15/0.16*	0.1/0.1/0.1/0.65/0.66*
<i>Friction Coefficient</i>		0.80	0.80	0.80
<i>Specific Weight</i>	kg/cm <sup>3</sup>	0.00785	0.00785	0.00785
<i>External Damping Ratio</i>		0.00	0.00	0.00
<i>Normal Contact Stiffness Factor</i>		0.0001	0.0001	0.0001
<i>Shear Contact Stiffness Factor</i>		0.00001	0.00001	0.00001
<i>Contact Spring Unloading Stiffness Factor</i>		2.00	2.00	2.00
<i>Linear Temperature Expansion Coefficient</i>		0.000013	0.000013	0.000013
<i>Tensile Yield Stress</i>	kg/cm <sup>2</sup>	4851.18	5557.45	5129.17
<i>Tensile Ultimate Strain</i>	kg/cm <sup>2</sup>	0.40	0.15	0.16
<i>Tensile Post Yield Stiffness Ratio</i>		0.01	0.01	0.01
<i>Tensile Ultimate/Yield Stress Ratio</i>		1.36	1.24	1.45
<i>Compressive Yield Stress</i>	kg/cm <sup>2</sup>	4851.18		
<i>Compressive Ultimate Strain</i>		0.21		

Propiedades del acero	Und	Vigas	Estribos	Columnas
<i>Compressive Post Yield Stiffness Ratio</i>		0.01		
<i>Compressive Ultimate/Yield Stress Ratio</i>		1.36		
<i>Failure Softening Factor</i>		0.10	0.10	0.10
<i>Shear Stress Weight</i>		1.00	1.00	1.00

Nota: (\*) Valor del *Separation Strain* para la simulación 2.1, 2.2, 2.3, 2.4, 2.5 respectivamente

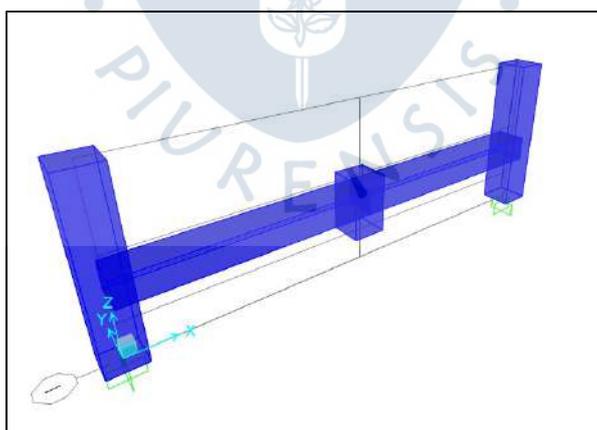
El tercer test de sensibilidad se basó en el cambio de valores para el parámetro del *External Damping Ratio*. Se necesita comprobar cuál es el valor que mejor se adecúa al comportamiento de la estructura debido que el manual dice que “0” es un valor acertado para la mayoría de los casos, pero también propone la fórmula de la Ecuación 36 para determinar el valor de este coeficiente.

$$[C] = 2\xi w[M] \quad \text{Ecuación 36}$$

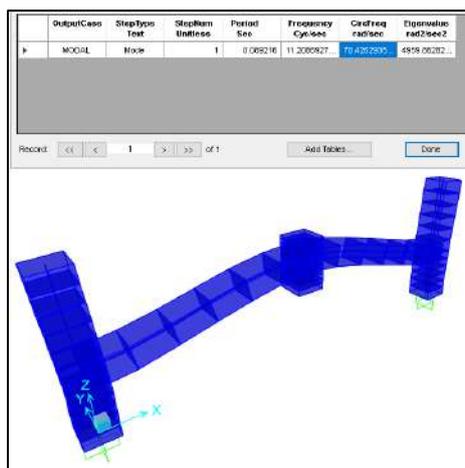
Utilizando el programa SAP2000, se simuló la estructura y se obtuvo la frecuencia natural correspondiente al primer modo de vibrar, tal y como se puede ver en la Figura 62 y en la Figura 63. La frecuencia natural  $w$  fue 70.4 rad/seg, el amortiguamiento  $\xi$  fue 0.05, entonces el valor del *External Damping Ratio (EDR)* fue de 7.04 al reemplazar los valores de los parámetros de la Ecuación 1.

De tal forma, se propusieron ocho simulaciones en las cuales se cambiaron el valor del *External Damping Ratio* del concreto de la siguiente forma: simulación 3.1, EDR=0; simulación 3.2, EDR=1.5; simulación 3.3, EDR= 3; simulación 3.4, EDR= 4.5; simulación 3.5, EDR= 6; simulación 3.6, EDR= 7; simulación 3.7, EDR= 8.5; y simulación 3.8, EDR=10.

En la Tabla 8 se pueden ver las propiedades del concreto en las ocho simulaciones y en la Tabla 9 se puede ver las propiedades del acero de las mismas.



**Figura 62. Simulación en SAP2000 del pórtico SMF**



**Figura 63. Frecuencia natural del pórtico (superior), primer modo de vibrar de la estructura (inferior)**

**Tabla 8. Propiedades del concreto para las simulaciones del tercer test de sensibilidad**

Propiedades del concreto	Und	Simulación
<i>Young's Modulus</i>	kg/cm <sup>2</sup>	315381.28
<i>Shear Modulus</i>	kg/cm <sup>2</sup>	126152.51
<i>Separation Strain</i>		0.10
<i>Friction Coefficient</i>		0.80
<i>Specific Weight</i>	kg/cm <sup>3</sup>	0.0024
<i>External Damping Ratio</i>		0.0/1.5/3.0/4.5/6.0/7.0/8.5/10.0*
<i>Normal Contact Stiffness Factor</i>		0.0001
<i>Shear Contact Stiffness Factor</i>		0.00001
<i>Contact Spring Unloading Stiffness Factor</i>		2.00
<i>Linear Temperature Expansion Coefficient</i>		0.0000145
<i>Maximum Tensile Stress</i>	kg/cm <sup>2</sup>	29.57
<i>Maximum Compressive Stress</i>	kg/cm <sup>2</sup>	367.10
<i>Post-Failure Normal Stiffness Factor</i>		0.01
<i>Post-Failure Shear Stiffness Factor</i>		0.01
<i>Shear Strength</i>	kg/cm <sup>2</sup>	128.88
<i>Roughness Factor</i>		1

Nota: (\*) Valor del *External Damping Ratio* para las simulaciones 3.1, 3.2, 3.3, 3.4, 3.5, 3.6, 3.7, 3.8 respectivamente

**Tabla 9. Propiedades del acero para las simulaciones del tercer test de sensibilidad**

Propiedades del acero	Und	Vigas	Estribos	Columnas
<i>Young's Modulus</i>	kg/cm <sup>2</sup>	2038901.78	2038901.78	2038901.78
<i>Shear Modulus</i>	kg/cm <sup>2</sup>	815560.71	815560.71	815560.71
<i>Separation Strain</i>		0.10	0.10	0.10
<i>Friction Coefficient</i>		0.80	0.80	0.80
<i>Specific Weight</i>	kg/cm <sup>3</sup>	0.00785	0.00785	0.00785
<i>External Damping Ratio</i>		0.00	0.00	0.00
<i>Normal Contact Stiffness Factor</i>		0.0001	0.0001	0.0001
<i>Shear Contact Stiffness Factor</i>		0.00001	0.00001	0.00001
<i>Contact Spring Unloading Stiffness Factor</i>		2.00	2.00	2.00
<i>Linear Temperature Expansion Coefficient</i>		0.000013	0.000013	0.000013
<i>Tensile Yield Stress</i>	kg/cm <sup>2</sup>	4851.18	5557.45	5129.17
<i>Tensile Ultimate Strain</i>	kg/cm <sup>2</sup>	0.40	0.15	0.16
<i>Tensile Post Yield Stiffness Ratio</i>		0.01	0.01	0.01
<i>Tensile Ultimate/Yield Stress Ratio</i>		1.36	1.24	1.45
<i>Compressive Yield Stress</i>	kg/cm <sup>2</sup>	4851.18		
<i>Compressive Ultimate Strain</i>		0.21		
<i>Compressive Post Yield Stiffness Ratio</i>		0.01		
<i>Compressive Ultimate/Yield Stress Ratio</i>		1.36		
<i>Failure Softening Factor</i>		0.10	0.10	0.10
<i>Shear Stress Weight</i>		1.00	1.00	1.00

Nota: Las propiedades del acero se mantienen iguales para las 8 simulaciones de este test.

El cuarto test de sensibilidad consideró la variación de los valores del parámetro del concreto del *Roughness Factor*, porque el manual del ELS brinda muy poca información acerca de esta propiedad y recomienda el valor de "0"; sin embargo, éste acepta un rango de valores del "0" al "1" y se necesita conocer su influencia en el comportamiento de la estructura.

En la Tabla 10 y la Tabla 11, se presentan las propiedades del concreto y acero respectivamente, adecuadas a las tres simulaciones de este test de sensibilidad. Los valores adoptados fueron 0, 0.5 y 1 respectivamente.

**Tabla 10. Propiedades del concreto para las simulaciones del cuarto test de sensibilidad**

<b>Propiedades del concreto</b>	<b>Und</b>	<b>Simulación</b>
<i>Young's Modulus</i>	kg/cm <sup>2</sup>	315381.28
<i>Shear Modulus</i>	kg/cm <sup>2</sup>	126152.51
<i>Separation Strain</i>		0.10
<i>Friction Coefficient</i>		0.80
<i>Specific Weight</i>	kg/cm <sup>3</sup>	0.0024
<i>External Damping Ratio</i>		0.0
<i>Normal Contact Stiffness Factor</i>		0.0001
<i>Shear Contact Stiffness Factor</i>		0.00001
<i>Contact Spring Unloading Stiffness Factor</i>		2.00
<i>Linear Temperature Expansion Coefficient</i>		0.0000145
<i>Maximum Tensile Stress</i>	kg/cm <sup>2</sup>	29.57
<i>Maximum Compressive Stress</i>	kg/cm <sup>2</sup>	367.10
<i>Post-Failure Normal Stiffness Factor</i>		0.01
<i>Post-Failure Shear Stiffness Factor</i>		0.01
<i>Shear Strength</i>	kg/cm <sup>2</sup>	128.88
<i>Roughness Factor</i>		0.0/0.5/1.0*

Nota: (\*) Valor del *Roughness Factor* para las simulaciones 4.1, 4.2, 4.3 respectivamente

**Tabla 11. Propiedades del acero para las simulaciones del cuarto test de sensibilidad**

<b>Propiedades del acero</b>	<b>Und</b>	<b>Vigas</b>	<b>Estribos</b>	<b>Columnas</b>
<i>Young's Modulus</i>	kg/cm <sup>2</sup>	2038901.78	2038901.78	2038901.78
<i>Shear Modulus</i>	kg/cm <sup>2</sup>	815560.71	815560.71	815560.71
<i>Separation Strain</i>		0.10	0.10	0.10
<i>Friction Coefficient</i>		0.80	0.80	0.80
<i>Specific Weight</i>	kg/cm <sup>3</sup>	0.00785	0.00785	0.00785
<i>External Damping Ratio</i>		0.00	0.00	0.00
<i>Normal Contact Stiffness Factor</i>		0.0001	0.0001	0.0001
<i>Shear Contact Stiffness Factor</i>		0.00001	0.00001	0.00001
<i>Contact Spring Unloading Stiffness Factor</i>		2.00	2.00	2.00
<i>Linear Temperature Expansion Coefficient</i>		0.000013	0.000013	0.000013

<b>Propiedades del acero</b>	<b>Und</b>	<b>Vigas</b>	<b>Estribos</b>	<b>Columnas</b>
<i>Tensile Yield Stress</i>	kg/cm2	4851.18	5557.45	5129.17
<i>Tensile Ultimate Strain</i>	kg/cm2	0.40	0.15	0.16
<i>Tensile Post Yield Stiffness Ratio</i>		0.01	0.01	0.01
<i>Tensile Ultimate/Yield Stress Ratio</i>		1.36	1.24	1.45
<i>Compressive Yield Stress</i>	kg/cm2	4851.18		
<i>Compressive Ultimate Strain</i>		0.21		
<i>Compressive Post Yield Stiffness Ratio</i>		0.01		
<i>Compressive Ultimate/Yield Stress Ratio</i>		1.36		
<i>Failure Softening Factor</i>		0.10	0.10	0.10
<i>Shear Stress Weight</i>		1.00	1.00	1.00

Nota: Las propiedades del acero se mantienen iguales para las 3 simulaciones de este test.

Otra propuesta de esta tesis incluye un quinto test de sensibilidad del mallado para comparar los resultados de estas diferentes disposiciones en ELS. Según Gohel, Patel, V., & Joshi, (2013) la refinación del mallado, es decir la disminución de la medida de los elementos no presenta mejores resultados que las simulaciones con elementos más grandes. Este programa permite refinar el mallado por partes, con el objetivo de no congestionar lugares innecesarios en el análisis y reducir el tiempo de simulación. De tal forma se aprovecha la ventaja de la conectividad parcial del ELS según la cual el mallado de las columnas y las vigas no tienen que coincidir entre sí.

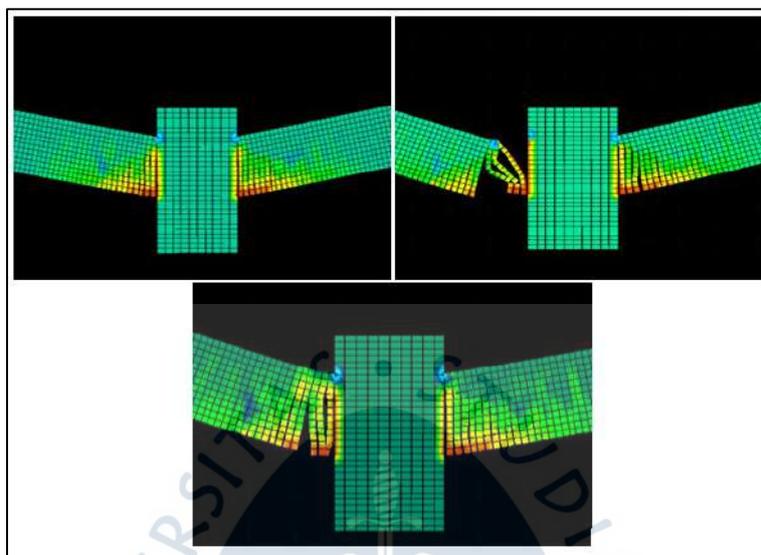
El modelo original con el que se realizaron las 21 simulaciones pertenecientes a los anteriores test de sensibilidad tiene 3824 elementos dispuestos de la siguiente manera:

El eje x es paralelo a las vigas, el eje z es paralelo a las columnas y el eje y es perpendicular a los dos anteriores. Las vigas están compuestas por 1212 elementos cada una; 101, en el eje x; 1, en el eje y; 12, en el eje z. Las columnas de los extremos están compuestas por 550 elementos cada una; 11, en el eje x; 1 en el eje y; y 50, en el eje z. Finalmente, la columna central está compuesta por 330 elementos; 11, en el eje x; 1 en el eje y; y 30, en el eje z.

En el eje y sólo se utilizó un elemento porque la carga fue aplicada en una dirección y los efectos más críticos se pueden apreciar en el plano compuesto por el eje x y eje z.

Se propusieron tres simulaciones en las cuales, se cambió el mallado únicamente de las vigas en el eje "z" debido a que eran en estas en las que aparecían la mayor cantidad de grietas. La primera cuenta con 1212 elementos en cada viga dispuestos en 101 elemento en la dirección "x", 1 elemento en la dirección "y" y 12 elemento en la dirección "z". La segunda, con 3000 elementos en cada viga dispuestos en 100 elementos en la dirección "x", 1 elemento en "y" y 30 elementos en la dirección "z". Finalmente, la tercera, con 7000 elementos en cada viga dispuesto en 100 elementos en la dirección "x", 1 elemento en "y" y 70 elementos en la dirección "z". Cómo se puede notar, se decidió refinar el mallado en la dirección "z". Las propiedades de los materiales presentes en estas tres simulaciones se encuentran en la Tabla 4 y la Tabla 5, tanto para concreto, como para acero, respectivamente.

Después de haber realizado estos tests numéricos, se detectaron simulaciones que, a pesar de contar con las mismas propiedades, misma geometría, y misma aplicación de carga, se obtenían diferencias en la curva fuerza aplicada vs desplazamiento después del segundo pico del comportamiento tendiendo a un comportamiento errático post-falla. Tres de las ocho simulaciones se presentan en la Figura 64. Se podrá visualizar los resultados de las ocho simulaciones en el punto 4.6.6



**Figura 64. Resultado de grietas en 3 de las 8 simulaciones del sexto test de sensibilidad: Test 2 (superior izquierda), test 3 (superior derecha) y test 6 (inferior)**

Por tal motivo se propuso el sexto test de sensibilidad que constó de ocho simulaciones a la misma estructura en ELS con la finalidad de confirmar o descartar la idea anterior.

En la Tabla 12 y Tabla 13 se presentan las propiedades que se utilizaron en el quinto y el sexto test sensibilidad

**Tabla 12. Propiedades del concreto para las simulaciones del test de sensibilidad del mallado y del test de post-falla**

Propiedades del concreto	Und	Simulación
<i>Young's Modulus</i>	kg/cm <sup>2</sup>	315381.28
<i>Shear Modulus</i>	kg/cm <sup>2</sup>	126152.51
<i>Separation Strain</i>		0.15
<i>Friction Coefficient</i>		0.80
<i>Specific Weight</i>	kg/cm <sup>3</sup>	0.0024
<i>External Damping Ratio</i>		0.0
<i>Normal Contact Stiffness Factor</i>		0.0001
<i>Shear Contact Stiffness Factor</i>		0.00001
<i>Contact Spring Unloading Stiffness Factor</i>		2.00

<b>Propiedades del concreto</b>	<b>Und</b>	<b>Simulación</b>
<i>Linear Temperature Expansion Coefficient</i>		0.0000145
<i>Maximum Tensile Stress</i>	kg/cm2	29.57
<i>Maximum Compressive Stress</i>	kg/cm2	367.10
<i>Post-Failure Normal Stiffness Factor</i>		0.01
<i>Post-Failure Shear Stiffness Factor</i>		0.01
<i>Shear Strength</i>	kg/cm2	128.88
<i>Roughness Factor</i>		1

Nota: Las propiedades del concreto se mantienen iguales para las 3 simulaciones del test del mallado y las 8 simulaciones del test de post-falla.

**Tabla 13. Propiedades del acero para las simulaciones del test de sensibilidad del mallado y del test de post-falla**

<b>Propiedades del acero</b>	<b>Und</b>	<b>Vigas</b>	<b>Estribos</b>	<b>Columnas</b>
<i>Young's Modulus</i>	kg/cm2	2038901.78	2038901.78	2038901.78
<i>Shear Modulus</i>	kg/cm2	815560.71	815560.71	815560.71
<i>Separation Strain</i>		0.10	0.10	0.10
<i>Friction Coefficient</i>		0.80	0.80	0.80
<i>Specific Weight</i>	kg/cm3	0.00785	0.00785	0.00785
<i>External Damping Ratio</i>		0.00	0.00	0.00
<i>Normal Contact Stiffness Factor</i>		0.0001	0.0001	0.0001
<i>Shear Contact Stiffness Factor</i>		0.00001	0.00001	0.00001
<i>Contact Spring Unloading Stiffness Factor</i>		2.00	2.00	2.00
<i>Linear Temperature Expansion Coefficient</i>		0.000013	0.000013	0.000013
<i>Tensile Yield Stress</i>	kg/cm2	4851.18	5557.45	5129.17
<i>Tensile Ultimate Strain</i>	kg/cm2	0.40	0.15	0.16
<i>Tensile Post Yield Stiffness Ratio</i>		0.01	0.01	0.01
<i>Tensile Ultimate/Yield Stress Ratio</i>		1.36	1.24	1.45
<i>Compressive Yield Stress</i>	kg/cm2	4851.18		
<i>Compressive Ultimate Strain</i>		0.21		
<i>Compressive Post Yield Stiffness Ratio</i>		0.01		
<i>Compressive Ultimate/Yield Stress Ratio</i>		1.36		
<i>Failure Softening Factor</i>		0.10	0.10	0.10
<i>Shear Stress Weight</i>		1.00	1.00	1.00

Nota: Las propiedades del acero se mantienen iguales para las 3 simulaciones del test del mallado y las 8 simulaciones del test de post-falla.

A continuación, se presenta la Tabla 14 que contiene la codificación de los 6 test de sensibilidad llevados a cabo en esta tesis.

**Tabla 14. Codificación del análisis de sensibilidad**

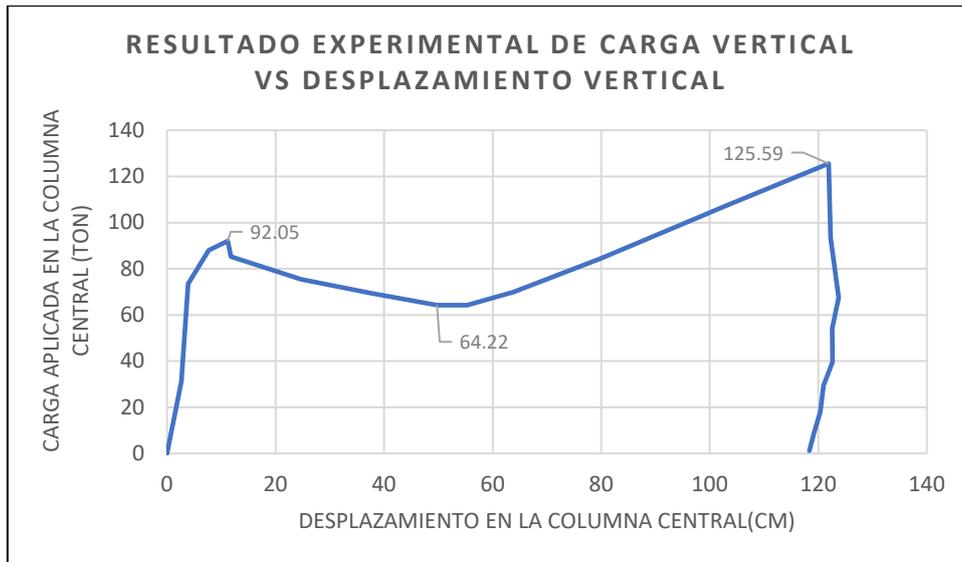
Descripción	Test de sensibilidad	Valor del parámetro utilizado
<b>Primer test de sensibilidad</b>	SSC1	<i>Separation Strain</i> del concreto = 0.1
	SSC2	<i>Separation Strain</i> del concreto = 0.15
	SSC3	<i>Separation Strain</i> del concreto = 0.22
	SSC4	<i>Separation Strain</i> del concreto = 0.33
	SSC5	<i>Separation Strain</i> del concreto = 0.5
<b>Segundo test de sensibilidad</b>	SSA1	<i>Separation Strain</i> del acero (vigas) = 0.1 <i>Separation Strain</i> del acero (estribos) = 0.1 <i>Separation Strain</i> del acero columnas) = 0.1
	SSA2	<i>Separation Strain</i> del acero (vigas) = 0.2 <i>Separation Strain</i> del acero (estribos) = 0.1 <i>Separation Strain</i> del acero columnas) = 0.1
	SSA3	<i>Separation Strain</i> del acero (vigas) = 0.3 <i>Separation Strain</i> del acero (estribos) = 0.1 <i>Separation Strain</i> del acero columnas) = 0.1
	SSA4	<i>Separation Strain</i> del acero (vigas) = 0.4 <i>Separation Strain</i> del acero (estribos) = 0.15 <i>Separation Strain</i> del acero columnas) = 0.65
	SSA5	<i>Separation Strain</i> del acero (vigas) = 0.9 <i>Separation Strain</i> del acero (estribos) = 0.16 <i>Separation Strain</i> del acero columnas) = 0.66
<b>Tercer test de sensibilidad</b>	EDR1	<i>External damping ratio</i> = 0.0
	EDR2	<i>External damping ratio</i> = 1.5
	EDR3	<i>External damping ratio</i> = 3.0
	EDR4	<i>External damping ratio</i> = 4.5
	EDR5	<i>External damping ratio</i> = 6.0
	EDR6	<i>External damping ratio</i> = 7.0
	EDR7	<i>External damping ratio</i> = 8.5
	EDR8	<i>External damping ratio</i> = 10.0

**Tabla 15. Codificación del análisis de sensibilidad**

<b>Cuarto test de sensibilidad</b>	RF1	<i>Roughness factor</i> = 0.0
	RF2	<i>Roughness factor</i> = 0.5
	RF3	<i>Roughness factor</i> = 1.0
<b>Quinto test de sensibilidad</b>	M1	Número de elementos en la dirección z = 12
	M2	Número de elementos en la dirección z = 30
	M3	Número de elementos en la dirección z = 70
<b>Sexto test de sensibilidad</b>	ULT1	Propiedades de las tablas 12 y 13
	ULT2	Propiedades de las tablas 12 y 13
	ULT3	Propiedades de las tablas 12 y 13
	ULT4	Propiedades de las tablas 12 y 13
	ULT5	Propiedades de las tablas 12 y 13
	ULT6	Propiedades de las tablas 12 y 13
	ULT7	Propiedades de las tablas 12 y 13
	ULT8	Propiedades de las tablas 12 y 13

#### 4.6 Resultados

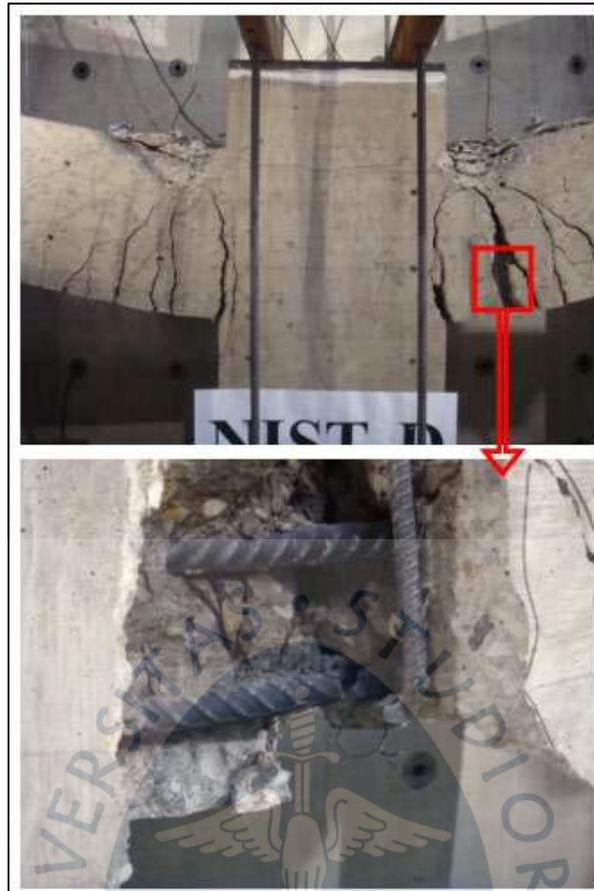
En la Figura 65, El NIST presenta los resultados del experimento correspondiente al pórtico SMF. El comportamiento de esta estructura tiene tres puntos importantes, dos picos, el primero que llega a 92.05 toneladas cuando la columna central se desplazada 11.2cm verticalmente hacia abajo y el segundo pico que llega a 125.59 toneladas cuando la columna se desplaza 121.9 cm. El tercer punto es el punto más bajo entre los dos picos de la gráfica en donde la carga disminuye a 64.22 toneladas cuando la columna se desplaza 49.75cm.



**Figura 65. Resultado experimental de carga vertical vs desplazamiento vertical de la columna central del pórtico SMF**  
Fuente: Lew, Sadeck, Main, Pujol, & Sozen (2011)

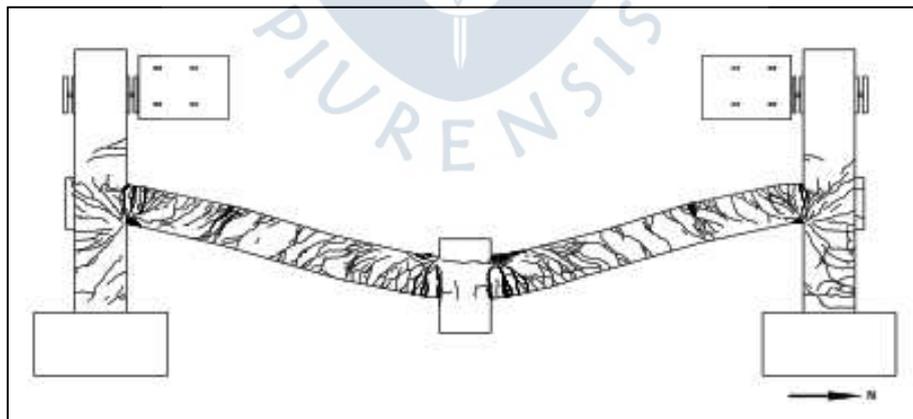


**Figura 66. Resultado experimental general del pórtico SMF**  
Fuente: Lew, Sadeck, Main, Pujol, & Sozen (2011)



**Figura 67. Falla presente en el pórtico SMF**

Fuente: Lew, Sadeck, Main, Pujol, & Sozen (2011)



**Figura 68. Patrones de grieta a los 1219 mm de desplazamiento vertical de la columna central**

Fuente: Lew, Sadeck, Main, Pujol, & Sozen (2011)

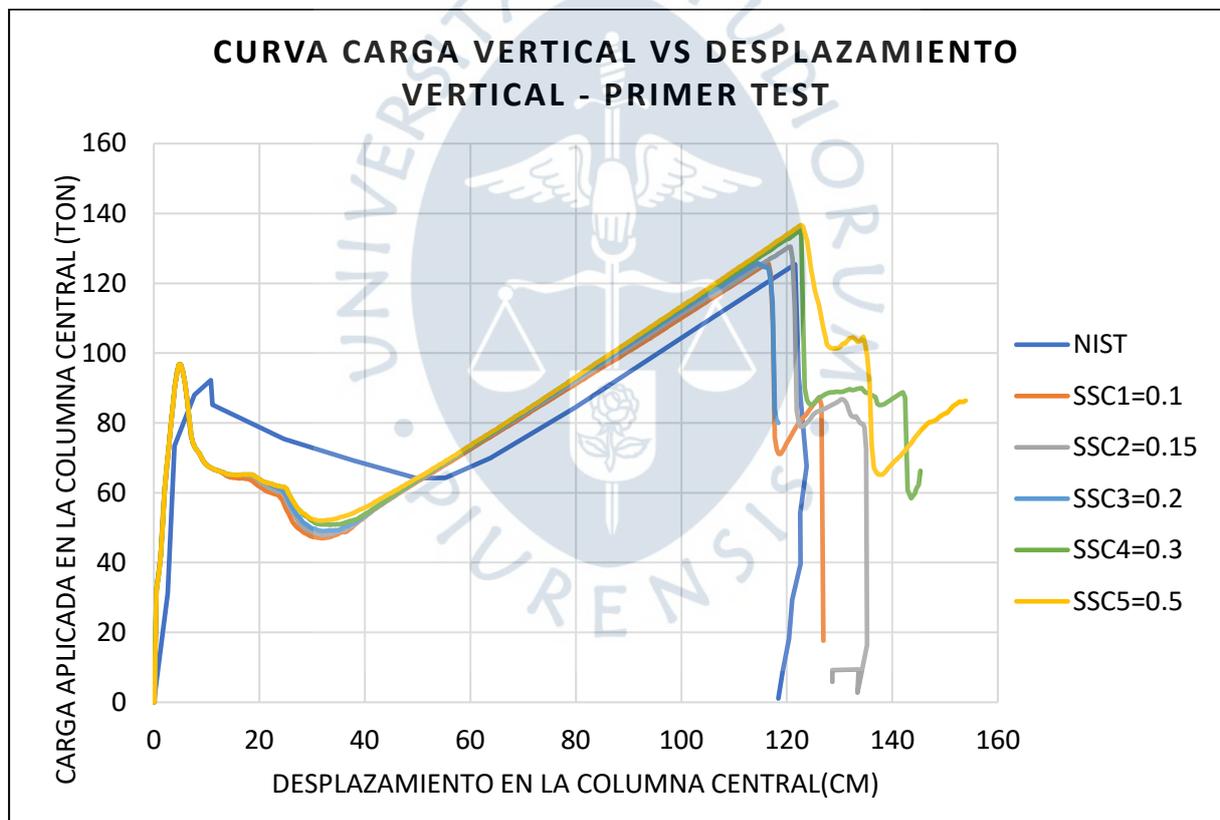
Después de realizar el experimento se obtuvieron además los resultados presentes en las Figura 66, Figura 67 y Figura 68. La estructura alcanza el desplazamiento límite cuando los aceros inferiores de la viga ubicada al norte de la columna central fallan y se produce la grieta más pronunciada del experimento. También se encuentran grietas en la

parte central de las vigas y cerca de las columnas laterales en la parte superior. Estas grietas aparecen durante la sollicitación del desplazamiento de forma continua y este es el resultado cuando la columna es desplazada verticalmente 1219mm. (Lew, Sadeck, Main, Pujol, & Sozen, 2011)

Conociendo los resultados experimentales se presentan a continuación los resultados de los seis test de sensibilidad que se realizaron en el programa *Extreme Loading for Structures*.

#### 4.6.1 Primer test de sensibilidad

Los resultados que se obtuvieron del primer test de sensibilidad se pueden visualizar en la Figura 69, del cual todas las cinco simulaciones alcanzan el primer pico con 96.7 toneladas y un desplazamiento vertical de la columna central de 5.13 cm. Las simulaciones sobrepasan el resultado experimental del primer pico por 5.1 % en el eje de las ordenadas correspondiente a la carga aplicada en la columna central, pero llegan a este primer pico antes de lo que se espera con 5% de error respecto del desplazamiento total de la columna central.



**Figura 69. Carga vertical vs desplazamiento vertical de la columna central del primer test de sensibilidad**

La simulación 1.1 en la que el *Separation Strain* del concreto es 0.1, el punto más bajo entre los dos picos de la curva se da a las 47.02 toneladas cuando el desplazamiento de la columna central alcanza las 32.11 cm; así, el error de la carga aplicada es de 26.8% y el error por desplazamiento de la columna es de 14.5%.

El segundo pico correspondiente a esta simulación alcanza las 125.58 toneladas que corresponden a 116.19cm del desplazamiento vertical de la columna central; así también, el error de la carga aplicada es de 0.01% y el error por desplazamiento de la columna es de 4.7%.

La simulación 1.2 en la que el *Separation Strain* del concreto es 0.15, el punto más bajo entre los dos picos de la curva se da a las 47.94 toneladas cuando el desplazamiento de la columna central alcanza las 32.11 cm; así, el error de la carga aplicada es de 25.4% y el error por desplazamiento de la columna es de 14.5%.

El segundo pico correspondiente a esta simulación alcanza las 130.48 toneladas que corresponden a 120.72cm del desplazamiento vertical de la columna central; así también, el error de la carga aplicada es de 3.9% y el error por desplazamiento de la columna es de 1%.

La simulación 1.3 en la que el *Separation Strain* del concreto es 0.22, el punto más bajo entre los dos picos de la curva se da a las 49 toneladas cuando el desplazamiento de la columna central alcanza las 32.1 cm; así, el error de la carga aplicada es de 23.7% y el error por desplazamiento de la columna es de 14.5%.

El segundo pico correspondiente a esta simulación alcanza las 125.7 toneladas que corresponden a 114.6cm del desplazamiento vertical de la columna central; así también, el error de la carga aplicada es de 0.1% y el error por desplazamiento de la columna es de 6%.

La simulación 1.4 en la que el *Separation Strain* del concreto es 0.3, el punto más bajo entre los dos picos de la curva se da a las 50.8 toneladas cuando el desplazamiento de la columna central alcanza las 33.3 cm; así, el error de la carga aplicada es de 20.9% y el error por desplazamiento de la columna es de 13.5%

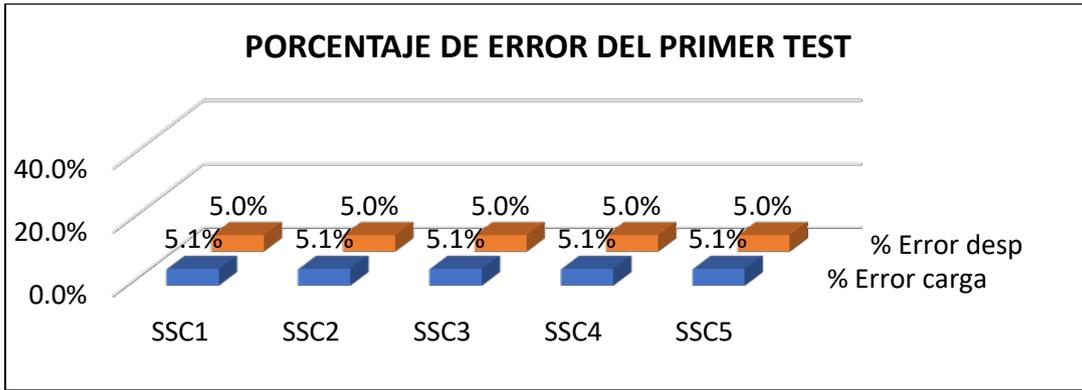
El segundo pico correspondiente a esta simulación alcanza las 135.3 toneladas que corresponden a 122.7cm del desplazamiento vertical de la columna central; así también, el error de la carga aplicada es de 7.7% y el error por desplazamiento de la columna es de 0.7%.

La simulación 1.5 en la que el *Separation Strain* del concreto es 0.5, el punto más bajo entre los dos picos de la curva se da a las 52 toneladas cuando el desplazamiento de la columna central alcanza las 31.3 cm; así, el error de la carga aplicada es de 19% y el error por desplazamiento de la columna es de 15.1%

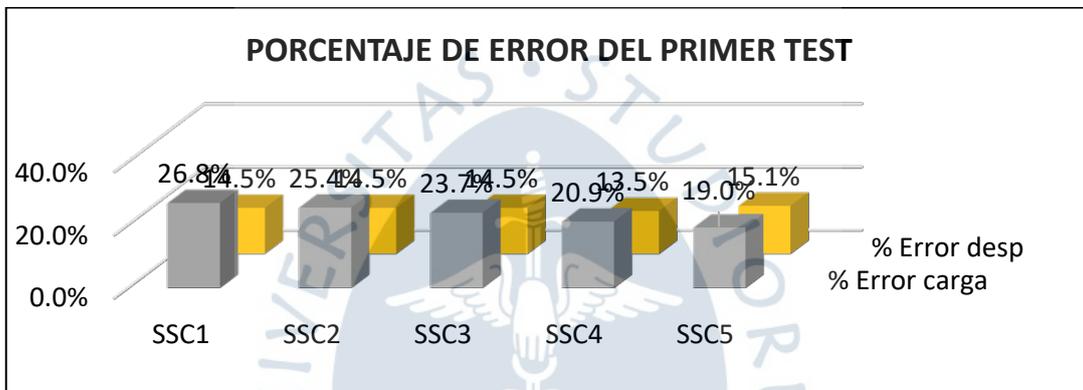
El segundo pico correspondiente a esta simulación alcanza las 136.7 toneladas que corresponden a 122.7cm del desplazamiento vertical de la columna central; así también, el error de la carga aplicada es de 8.8% y el error por desplazamiento de la columna es de 0.7%.

La Figura 70, Figura 71 y Figura 72 recopilan todos los porcentajes de error presentes en estas simulaciones siendo el punto más bajo entre los dos picos de la curva es el que menos se asemeja, pero estos picos tienen una gran similitud con los resultados experimentales.

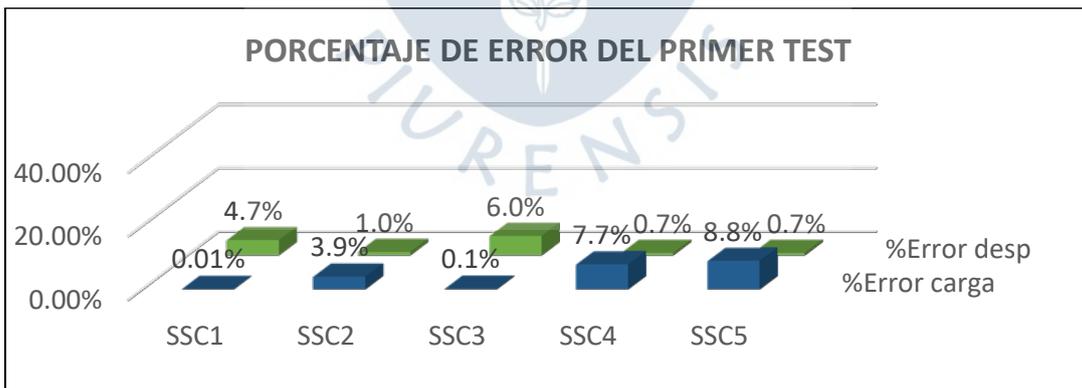
En este test, la simulación SSC1 tiene el menor error por carga y la SSC4 y la SSC5 tienen el menor error por desplazamiento. Las dos primeras simulaciones, SSC1 y SSC2 que corresponden al *Separation Strain* de 0.1 y 0.15, presentan los mejores resultados puesto que SSC3, SSC4 y SSC5 producen un error del orden del 6% para arriba.



**Figura 70. Porcentaje de error del primer pico de la curva “carga vertical vs desplazamiento vertical de columna” en las 5 simulaciones del primer test de sensibilidad**



**Figura 71. Porcentaje de error del punto más bajo entre los dos picos de la curva “carga vertical vs desplazamiento vertical de columna” en las 5 simulaciones del primer test de sensibilidad**



**Figura 72. Porcentaje de error del segundo pico de la curva “carga vertical vs desplazamiento vertical de columna” en las 5 simulaciones del primer test de sensibilidad**

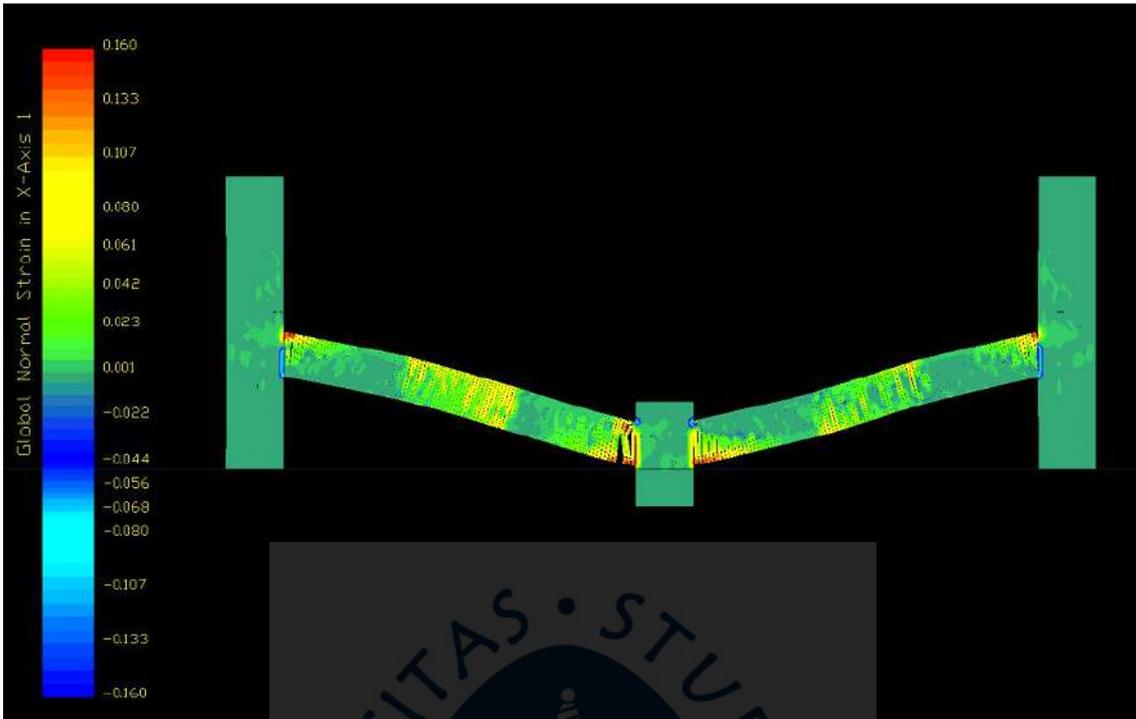


Figura 73. Resultado de la simulación numérica en *Extreme Loading for Structures* y contornos de la deformación normal en el eje x de los resortes utilizando el test SSC2 (*Separation Strain* del concreto = 0.15)

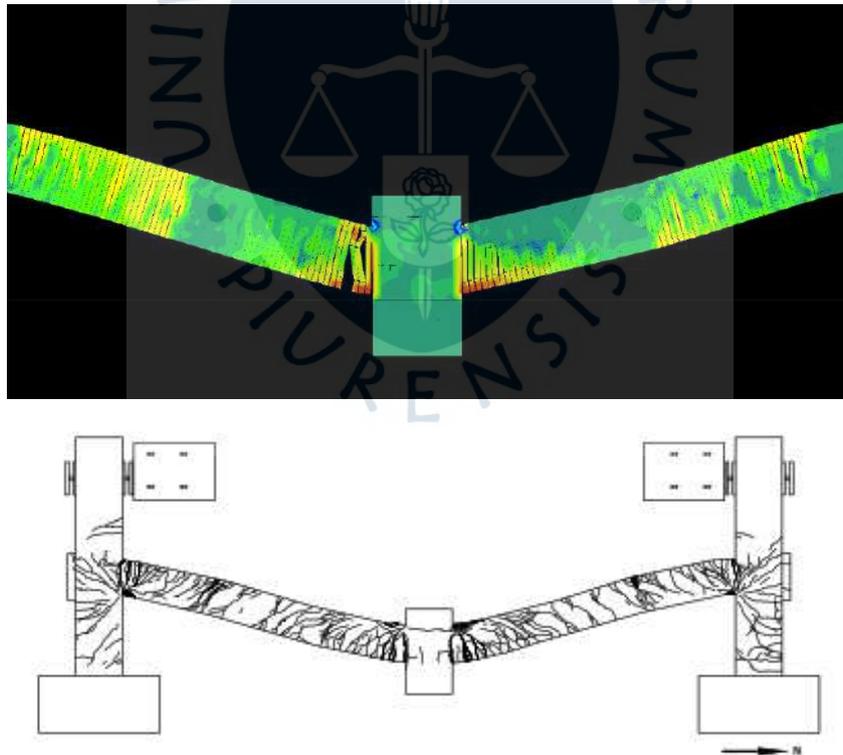


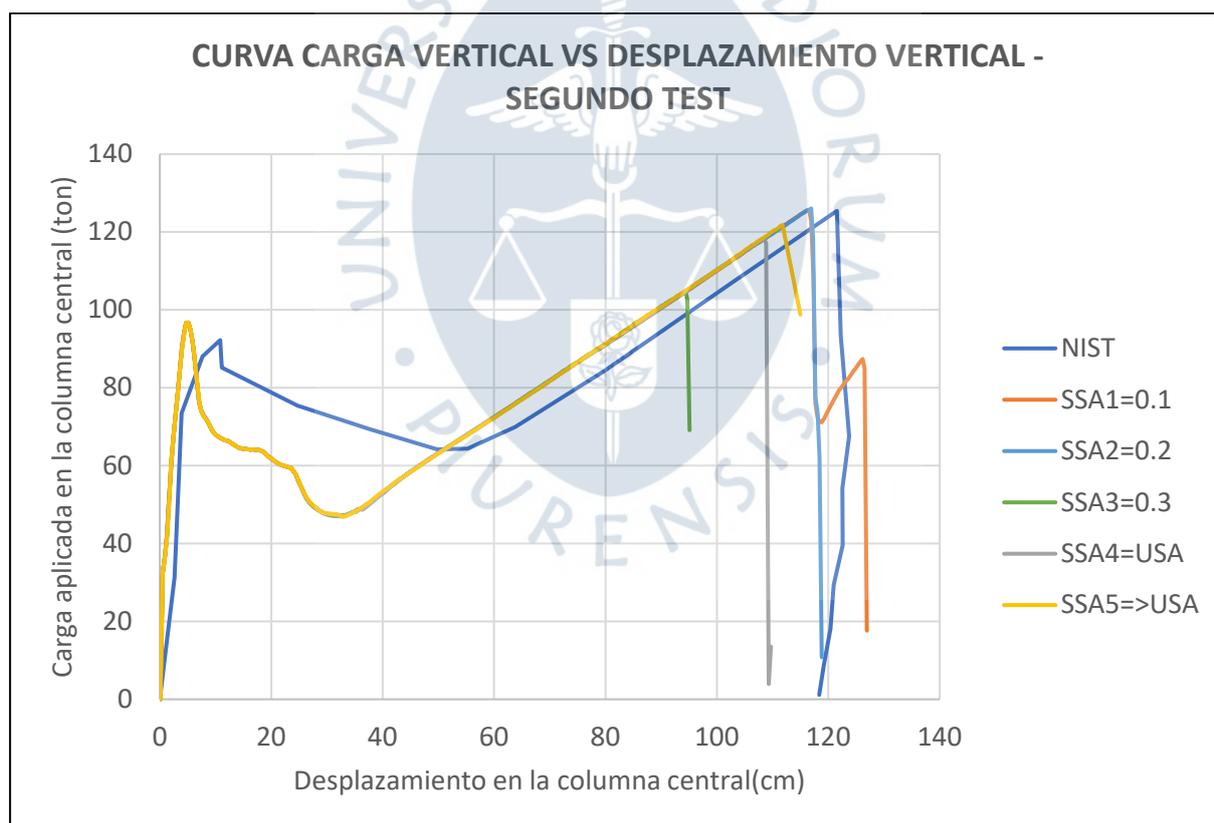
Figura 74. Resultado de la simulación numérica de las vigas cerca a la columna central en *Extreme Loading for Structures* utilizando el test SSC2 (*Separation Strain* del concreto = 0.15)

En esta tesis se presenta el resultado numérico de la simulación que utiliza el parámetro de *Separation Strain* de 0.15 con las que se obtuvieron los mejores resultados en este primer test. Se afirma que los resultados son buenos porque queda demostrado que ELS puede replicar los acontecimientos de las pruebas experimentales tal y como se presenta en las Figura 73 y Figura 74.

Aunque la grieta propuesta por ELS no se encuentra en la ubicación derecha como es lo que pasó con el experimento, la estructura es simétrica y la sollicitación de desplazamiento fue en la columna central. Eso significa que los resultados deben ser simétricos lo cual no ocurre ni en el experimento ni en ELS. No se ha podido comprobar si los resultados que otorga ELS pertenecen a un plano vertical en específico siendo el plano anterior del espécimen o el plano posterior. Lo cual se recomienda tomar en cuenta en alguna futura investigación

#### 4.6.2 Segundo test de sensibilidad

En la Figura 75 se presentan los resultados del segundo test de sensibilidad donde USA es la abreviatura de *Ultimate Strain* del acero en el test SS4 y SS5. Al igual que el primer test, estas cinco simulaciones mantienen el primer pico de 96.7 toneladas y un desplazamiento vertical de la columna central de 5.13 cm que presentan un error de 5.1% y 5% respectivamente.



**Figura 75. Carga vertical vs Desplazamiento vertical de la columna central del segundo test de sensibilidad**

Los valores de carga y desplazamiento vertical de la columna en el punto más bajo entre los dos picos de la simulación 2.1 son de 47.02 toneladas que presenta error de 26.8%, y 32.11 cm con un error con respecto a los resultados experimentales de 14.5%.

En esta simulación, el segundo pico alcanza las 125.58 toneladas cuando la columna se desplaza 116.19cm de su posición inicial. La carga de la simulación presenta un error de 0.01% respecto al resultado experimental, de la misma forma el desplazamiento supone un error de 4.7%.

En la simulación 2.2, los valores de carga y desplazamiento vertical de la columna en el punto más bajo entre los dos picos son de 47.09 toneladas que presenta error de 26.7%, y 31.72 cm con un error con respecto a los resultados experimentales de 14.8%.

En esta simulación, el segundo pico alcanza las 126.04 toneladas cuando la columna se desplaza 116.91cm de su posición inicial. La carga de la simulación presenta un error de 0.4% respecto al resultado experimental, de la misma forma el desplazamiento supone un error de 4.1%.

En la simulación 2.3, los valores de carga y desplazamiento vertical de la columna en el punto más bajo entre los dos picos son de 47.1 toneladas que presenta error de 26.7%, y 31.3 cm con un error con respecto a los resultados experimentales de 15.1%.

En esta simulación, el segundo pico alcanza las 104.7 toneladas cuando la columna se desplaza 94.4cm de su posición inicial. La carga de la simulación presenta un error de 16.6% respecto al resultado experimental, de la misma forma el desplazamiento supone un error de 22.6%.

En la simulación 2.4, los valores de carga y desplazamiento vertical de la columna en el punto más bajo entre los dos picos son de 46.87 toneladas que presenta error de 27%, y 32.88 cm con un error con respecto a los resultados experimentales de 13.8%.

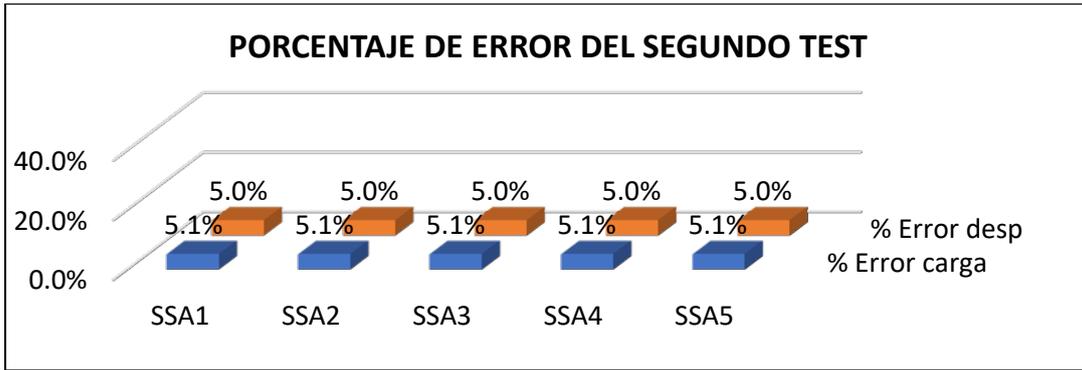
En esta simulación, el segundo pico alcanza las 118.22 toneladas cuando la columna se desplaza 108.46cm de su posición inicial. La carga de la simulación presenta un error de 5.9% respecto al resultado experimental, de la misma forma el desplazamiento supone un error de 11%.

En la simulación 2.5, los valores de carga y desplazamiento vertical de la columna en el punto más bajo entre los dos picos son de 46.9 toneladas que presenta error de 27%, y 32.9 cm con un error con respecto a los resultados experimentales de 13.8%.

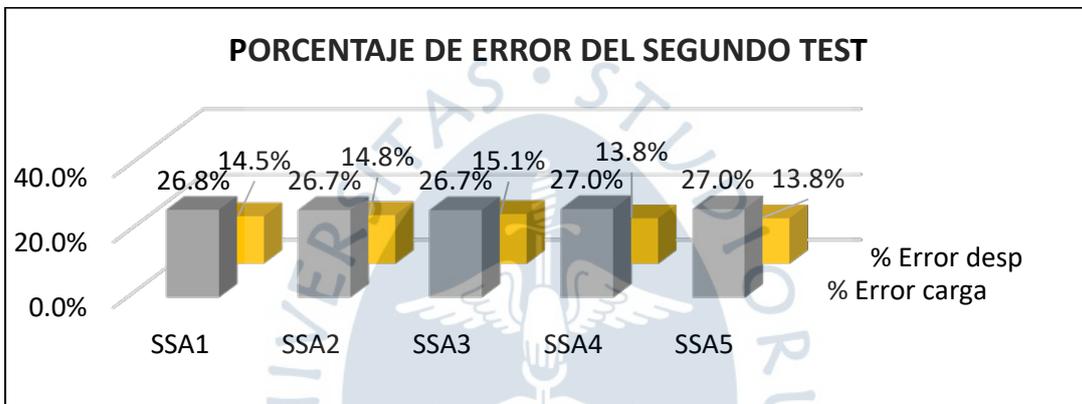
En esta simulación, el segundo pico alcanza las 121.8 toneladas cuando la columna se desplaza 111.8cm de su posición inicial. La carga de la simulación presenta un error de 3% respecto al resultado experimental, de la misma forma el desplazamiento supone un error de 8.3%.

La Figura 76, Figura 77 y Figura 78 muestran los porcentajes de error por carga o desplazamiento en la columna central. Se puede ver que en el primer pico no tiene variaciones y el punto más bajo entre los dos picos de la curva presenta diferencias mínimas por el cambio de las variables de *Separation Strain* del acero porque el porcentaje de error con respecto a los resultados experimentales se mantienen constantes. Pero es en el segundo pico de la curva que se notan las diferencias.

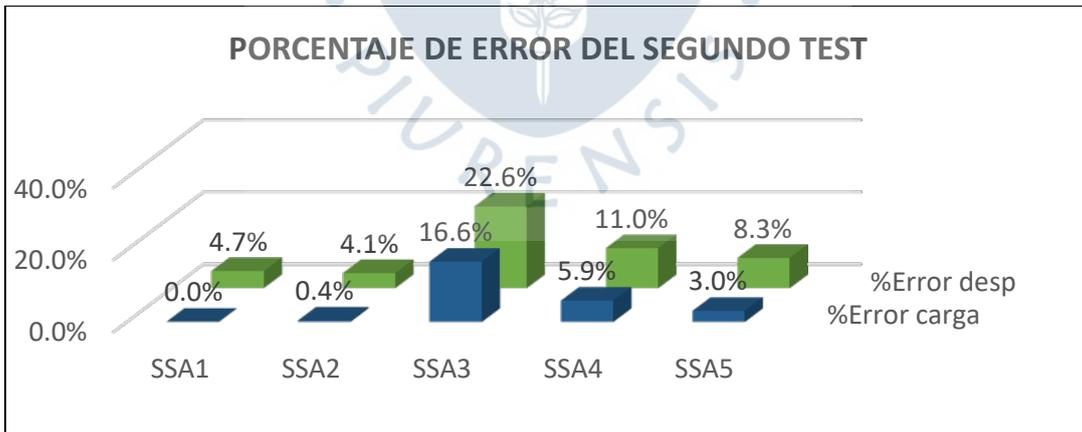
Muy diferente a lo que se suponía en un principio, puesto que este parámetro no inflúa en el comportamiento, se puede decir que los valores *Separation Strain* del acero de 0.1 y 0.2 son los que mejor respuesta tienen, puesto que 0.3, 0.4 y 0.9 presentan diferencias desde 8% hasta 23%.



**Figura 76. Porcentaje de error del primer pico de la curva “carga vertical vs desplazamiento vertical de columna” en las 5 simulaciones del segundo test de sensibilidad**



**Figura 77. Porcentaje de error del punto más bajo entre los dos picos de la curva “carga vertical vs desplazamiento vertical de columna” en las 5 simulaciones del segundo test de sensibilidad**



**Figura 78. Porcentaje de error del segundo pico de la curva “carga vertical vs desplazamiento vertical de columna” en las 5 simulaciones del primer test de sensibilidad**

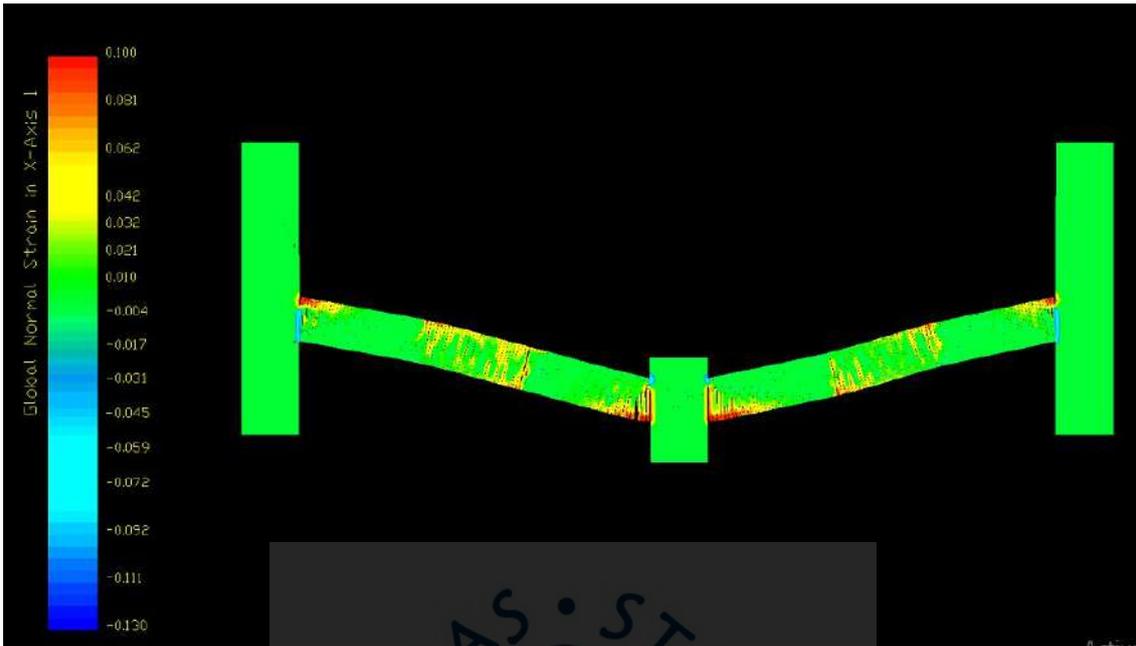


Figura 79. Resultado del modelo numérico en *Extreme Loading for Structures* y contornos de la deformación normal en el eje x de los resortes utilizando el test SSA1 (separation Strain del acero = 0.10)

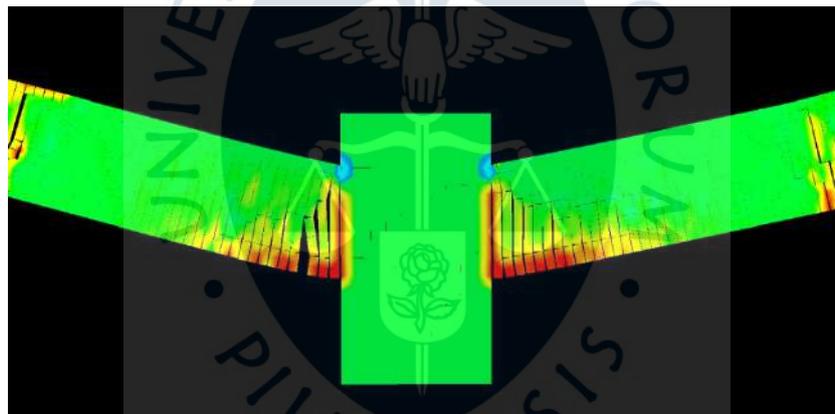
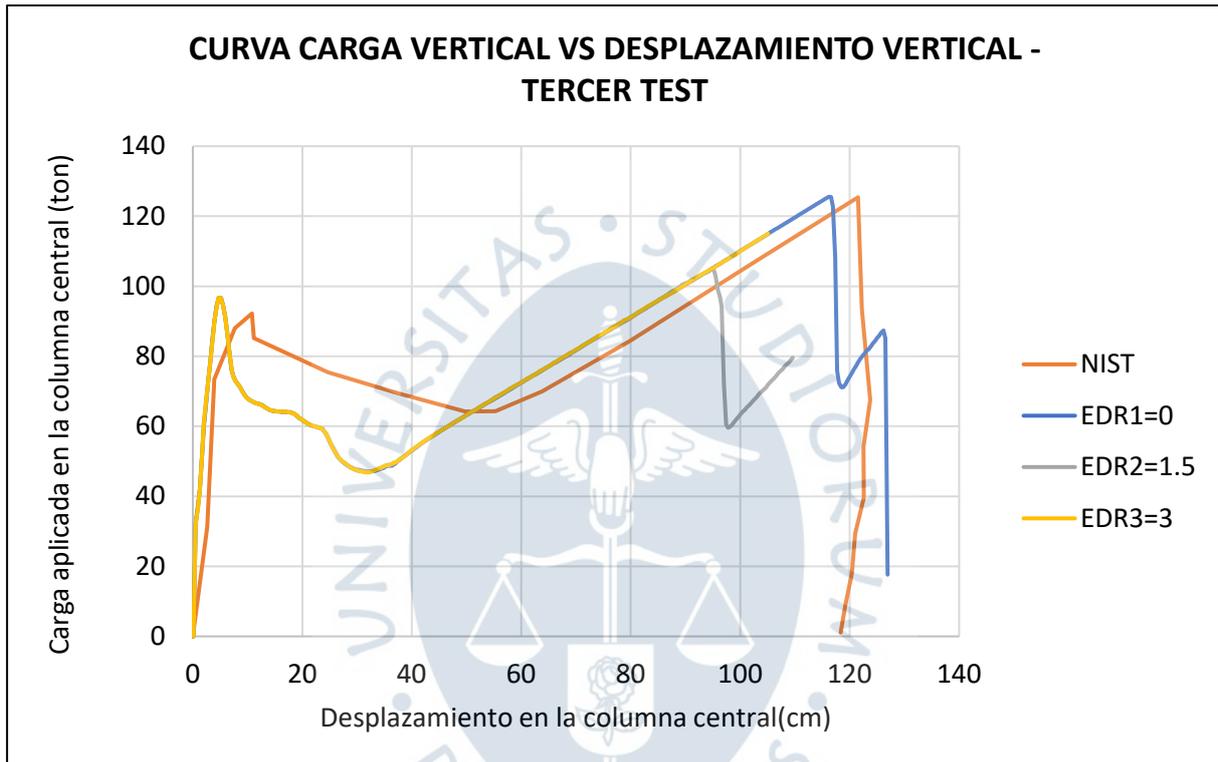


Figura 80. Resultado del modelo numérico de las vigas cerca a la columna central en *Extreme Loading for Structures* utilizando el test SSA1 (separation Strain del acero = 0.10)

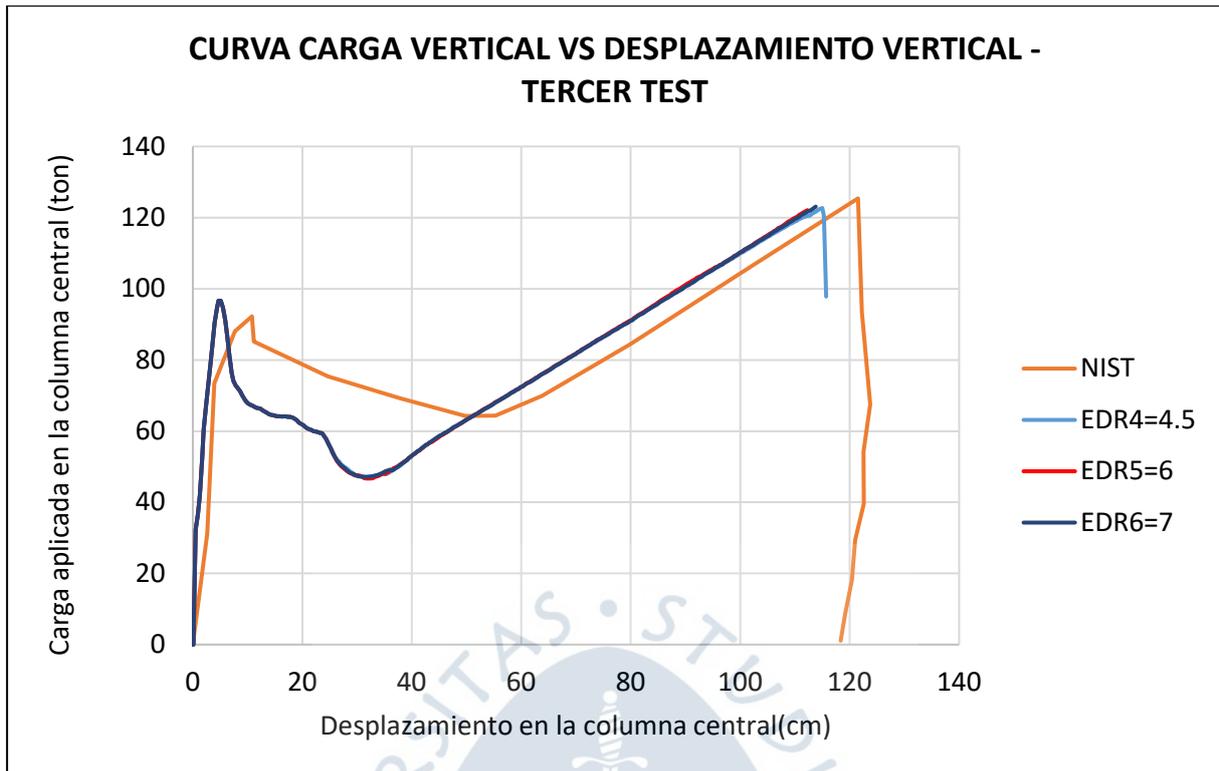
Al igual que los resultados del primer test de sensibilidad se presentan los respectivos del segundo test en las Figura 79 y Figura 80. Ya que el valor del *separation strain* del acero que se asumió en el primer test es el más cercano al resultado experimental, la simulación en ELS es similar a la primera, la grieta más pronunciada se encuentra en la parte izquierda de la columna central.

#### 4.6.3 Tercer test de sensibilidad

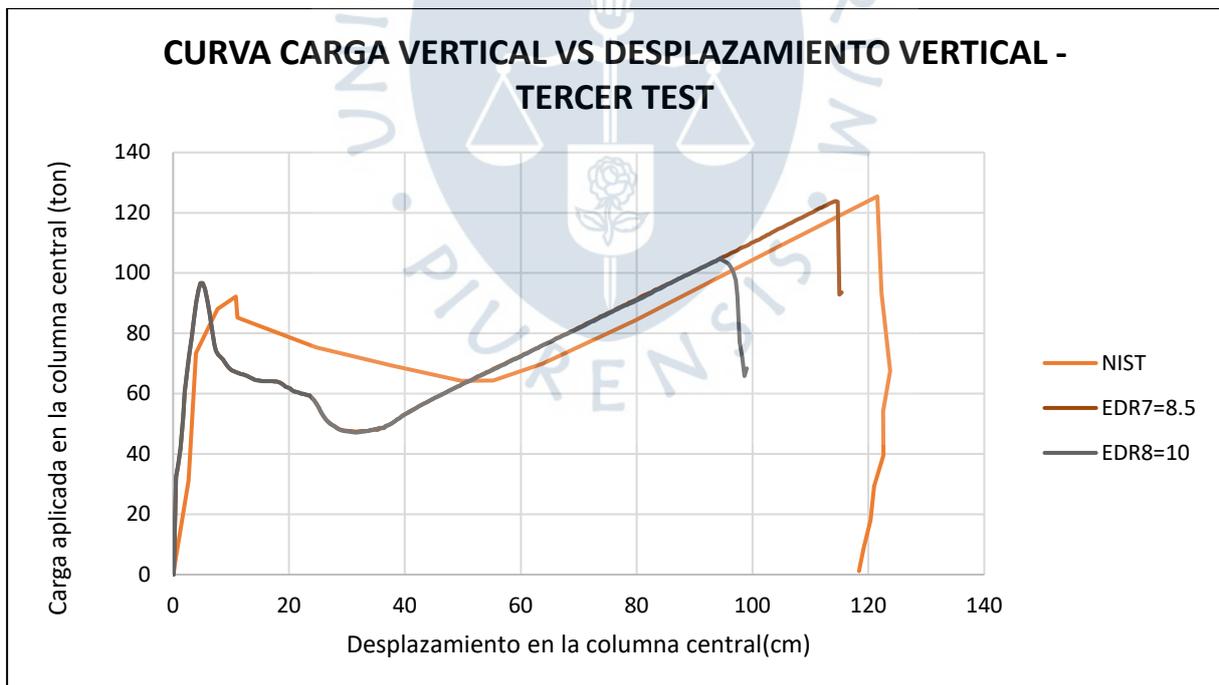
La Figura 81, Figura 82 y Figura 83 presentan los comportamientos de las simulaciones pertenecientes al tercer test de sensibilidad que prueba los efectos del cambio del *External Damping Ratio* del concreto.



**Figura 81. Carga vertical vs Desplazamiento vertical de la columna central del tercer test de sensibilidad**



**Figura 82. Carga vertical vs Desplazamiento vertical de la columna central del tercer test de sensibilidad**



**Figura 83. Carga vertical vs Desplazamiento vertical de la columna central del tercer test de sensibilidad**

Tal como lo dice el manual del ELS, el amortiguamiento interno es suficiente para la mayoría de casos no lineales y se puede comprobar con este test de sensibilidad. Puesto que el valor de "0" es el que otorgó mejores resultados en comparación del resto de las simulaciones.

Las ocho simulaciones comparten el primer pico del comportamiento que alcanzan las 96.7 toneladas cuando se alcanzan los 5.13 cm con un error correspondiente de 5.1 %, y de 5% respectivamente.

La simulación 3.1 en la cual el *External Damping Ratio* es 0, el punto más bajo entre los dos picos de la gráfica carga vs desplazamiento de la columna central alcanza las 47.02 toneladas cuando la columna se desplaza hacia abajo 32.11 cm representando así un error de 26.8% por parte de las cargas aplicadas, y 14.5% por parte del desplazamiento de la columna.

El segundo pico del comportamiento de esta simulación alcanza 125.58 toneladas cuando la columna central se desplaza 116.19 cm. Estos resultados mantienen un error de 0.01% respecto al resultado experimental, de la misma forma el desplazamiento supone un error de 4.7%.

La simulación 3.2 en la cual el *External Damping Ratio* es 1.5, el punto más bajo entre los dos picos de la gráfica carga vs desplazamiento de la columna central alcanza las 47.2 toneladas cuando la columna se desplaza hacia abajo 32.3 cm representado así un error de 26.5% por parte de las cargas aplicadas, y 14.3% por parte del desplazamiento de la columna.

El segundo pico del comportamiento de esta simulación alcanza 105.2 toneladas cuando la columna central se desplaza 95.1 cm. Estos resultados mantienen un error de 16.2% respecto al resultado experimental, de la misma forma el desplazamiento supone un error de 22%.

La simulación 3.3 en la cual el *External Damping Ratio* es 3, el punto más bajo entre los dos picos de la gráfica carga vs desplazamiento de la columna central alcanza las 46.8 toneladas cuando la columna se desplaza hacia abajo 31.9 cm representado así un error de 27.1% por parte de las cargas aplicadas, y 14.6% por parte del desplazamiento de la columna.

El segundo pico del comportamiento de esta simulación alcanza 115 toneladas cuando la columna central se desplaza 105.1 cm. Estos resultados mantienen un error de 8.4% respecto al resultado experimental, de la misma forma el desplazamiento supone un error de 13.8%.

La simulación 3.4 en la cual el *External Damping Ratio* es 4.5, el punto más bajo entre los dos picos de la gráfica carga vs desplazamiento de la columna central alcanza las 47.1 toneladas cuando la columna se desplaza hacia abajo 31.7 cm representado así un error de 26.7% por parte de las cargas aplicadas, y 14.8% por parte del desplazamiento de la columna.

El segundo pico del comportamiento de esta simulación alcanza 122.7 toneladas cuando la columna central se desplaza 115 cm. Estos resultados mantienen un error de 2.3% respecto al resultado experimental, de la misma forma el desplazamiento supone un error de 5.7%.

La simulación 3.5 en la cual el *External Damping Ratio* es 6, el punto más bajo entre los dos picos de la gráfica carga vs desplazamiento de la columna central alcanza las 46.7 toneladas cuando la columna se desplaza hacia abajo 32.1 cm representado así un error de 27.3% por parte de las cargas aplicadas, y 14.5% por parte del desplazamiento de la columna.

El segundo pico del comportamiento de esta simulación alcanza 122.1 toneladas cuando la columna central se desplaza 112.3 cm. Estos resultados mantienen un error de 2.8% respecto al resultado experimental, de la misma forma el desplazamiento supone un error de 7.9%.

La simulación 3.6 en la cual el *External Damping Ratio* es 7, el punto más bajo entre los dos picos de la gráfica carga vs desplazamiento de la columna central alcanza las 47.1 toneladas cuando la columna se desplaza hacia abajo 32.1 cm representado así un error de 26.7% por parte de las cargas aplicadas, y 14.5% por parte del desplazamiento de la columna.

El segundo pico del comportamiento de esta simulación alcanza 123.1 toneladas cuando la columna central se desplaza 113.8 cm. Estos resultados mantienen un error de 2% respecto al resultado experimental, de la misma forma el desplazamiento supone un error de 6.6%.

La simulación 3.7 en la cual el *External Damping Ratio* es 8.5, el punto más bajo entre los dos picos de la gráfica carga vs desplazamiento de la columna central alcanza las 47.4 toneladas cuando la columna se desplaza hacia abajo 31.5 cm representado así un error de 26.2% por parte de las cargas aplicadas, y 15% por parte del desplazamiento de la columna.

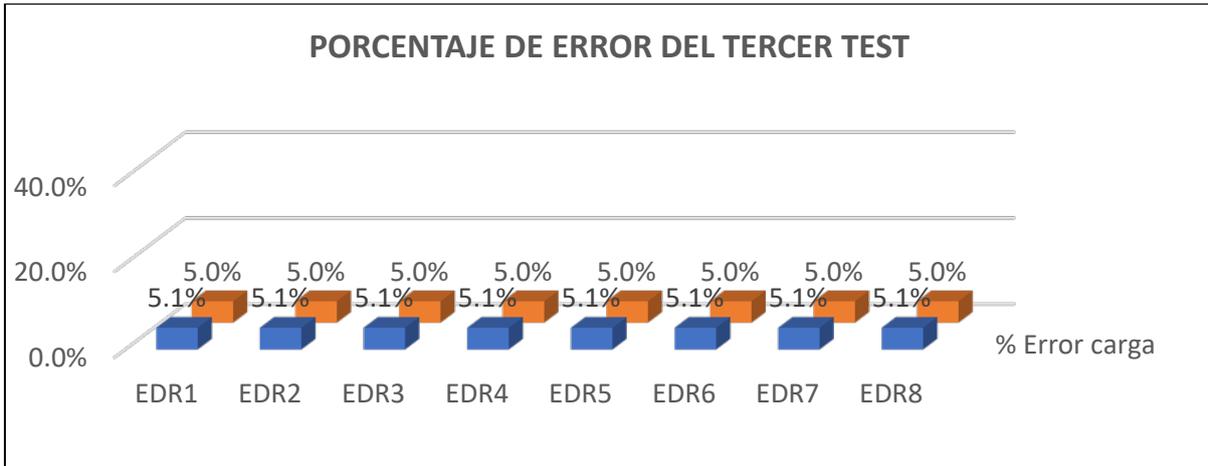
El segundo pico del comportamiento de esta simulación alcanza 123.9 toneladas cuando la columna central se desplaza 114.3 cm. Estos resultados mantienen un error de 1.3% respecto al resultado experimental, de la misma forma el desplazamiento supone un error de 6.2%.

La simulación 3.8 en la cual el *External Damping Ratio* es 10, el punto más bajo entre los dos picos de la gráfica carga vs desplazamiento de la columna central alcanza las 47.1 toneladas cuando la columna se desplaza hacia abajo 31.5 cm representado así un error de 26.7% por parte de las cargas aplicadas, y 15% por parte del desplazamiento de la columna.

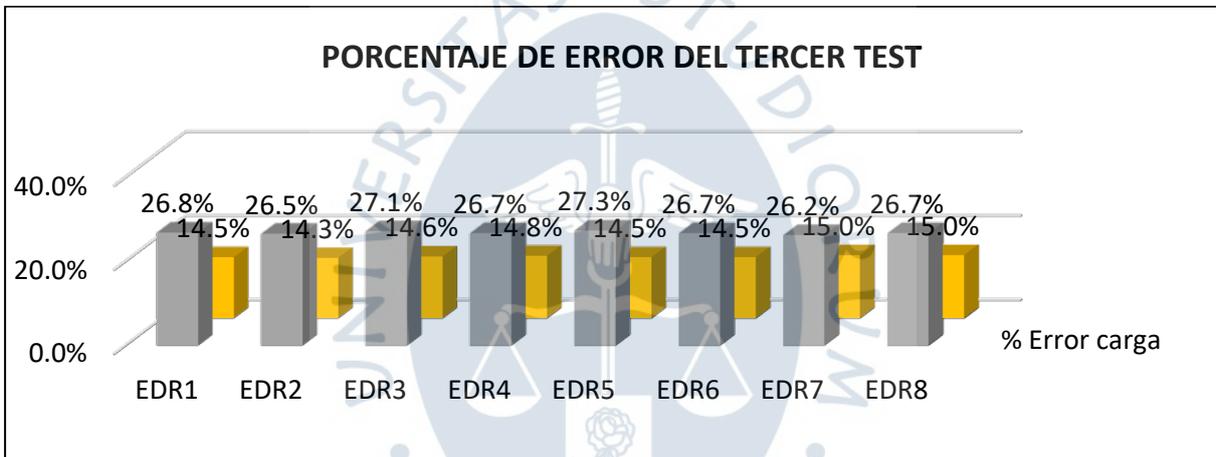
El segundo pico del comportamiento de esta simulación alcanza 104.8 toneladas cuando la columna central se desplaza 94.4 cm. Estos resultados mantienen un error de 16.6% respecto al resultado experimental, de la misma forma el desplazamiento supone un error de 22.6%.

La Figura 84, Figura 85 y Figura 86 presenta el porcentaje de error en el primer pico, punto más bajo entre los dos picos y segundo pico de la curva respectivamente. Según estos resultados, el primer pico y el punto más bajo entre los dos picos mantiene un error constante a pesar del cambio de valores del *External Damping Ratio*. Pero es el segundo pico en el cual se notan las diferencias importantes.

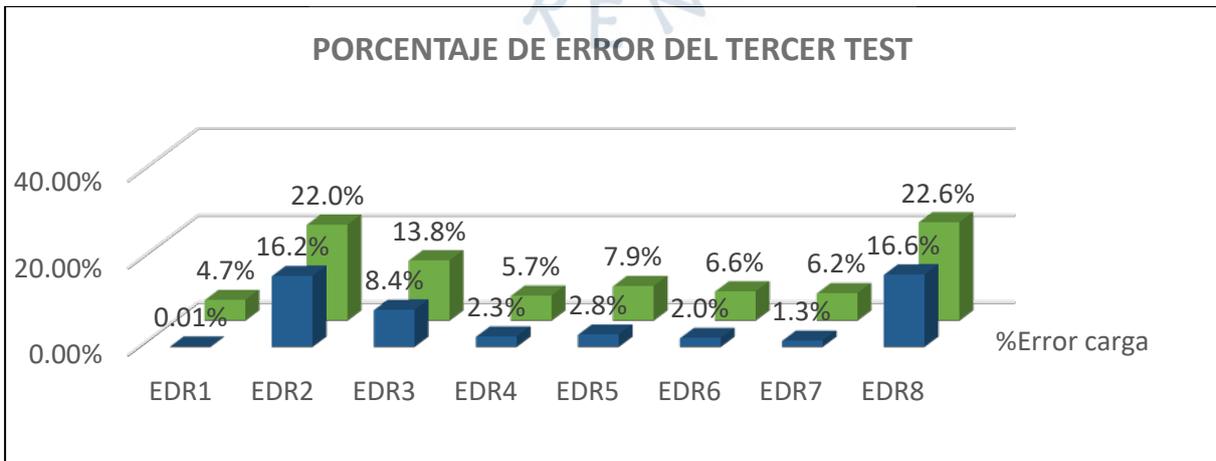
Se puede concluir que el valor del *External Damping Ratio* de "0" en este análisis es el que mejor se acerca al resultado experimental teniendo incluso menor porcentaje de error que el calculado con la frecuencia natural de "7". Entonces se confirma la suposición de que el *Internal Damping Ratio* es suficiente para representar bien el comportamiento de la estructura.



**Figura 84. Porcentaje de error del primer pico de la curva “carga vertical vs desplazamiento vertical de columna” en las 8 simulaciones del tercer test de sensibilidad**

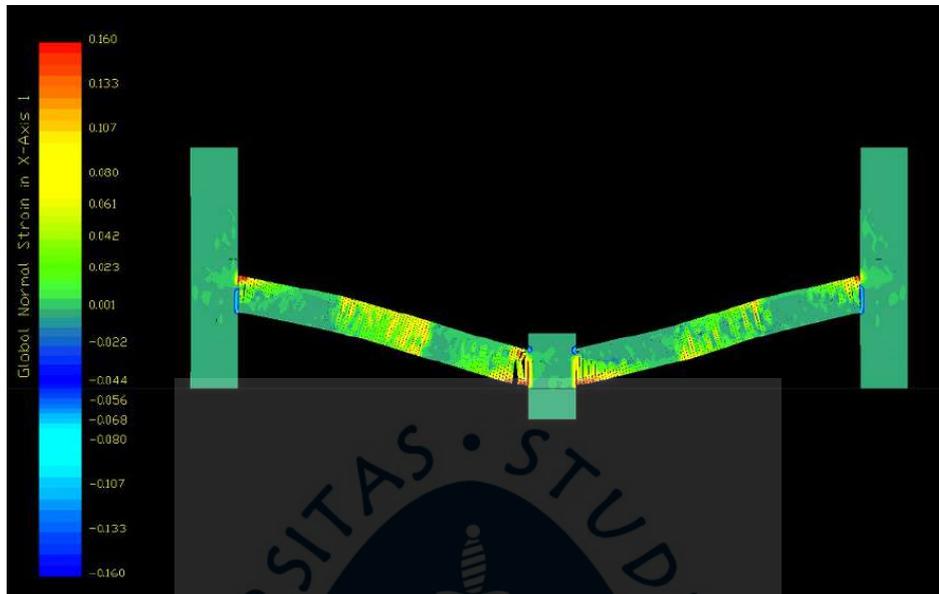


**Figura 85. Porcentaje de error del punto más bajo entre los dos picos de la curva “carga vertical vs desplazamiento vertical de columna” en las 8 simulaciones del tercer test de sensibilidad**

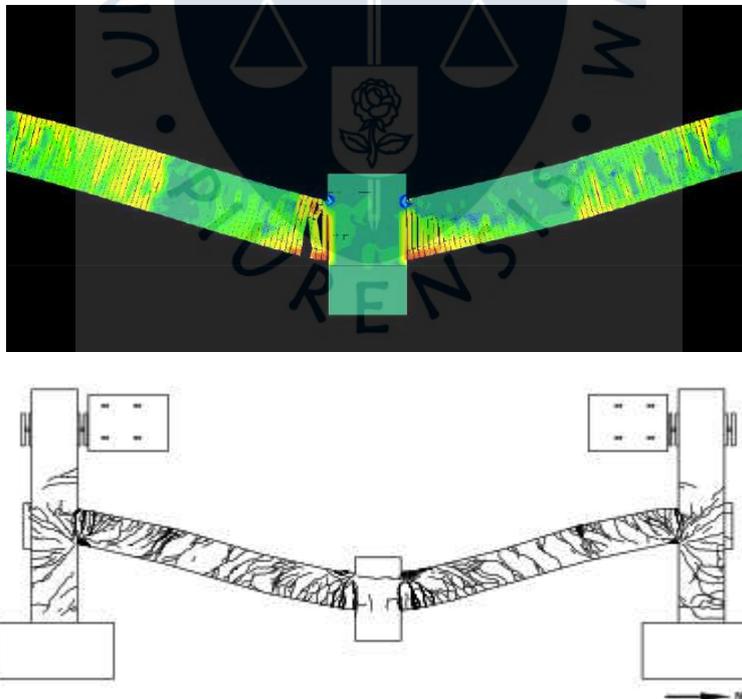


**Figura 86. Porcentaje de error del segundo pico de la curva “carga vertical vs desplazamiento vertical de columna” en las 8 simulaciones del tercer test de sensibilidad**

La Figura 87 y Figura 88 presentan los resultados de la simulación del espécimen SMF en ELS cuando el parámetro de *External damping ratio* es de 0 cabe recalcar que este resultado es el mismo que se obtuvo en el primer test puesto que se utilizaron los mismos parámetros.



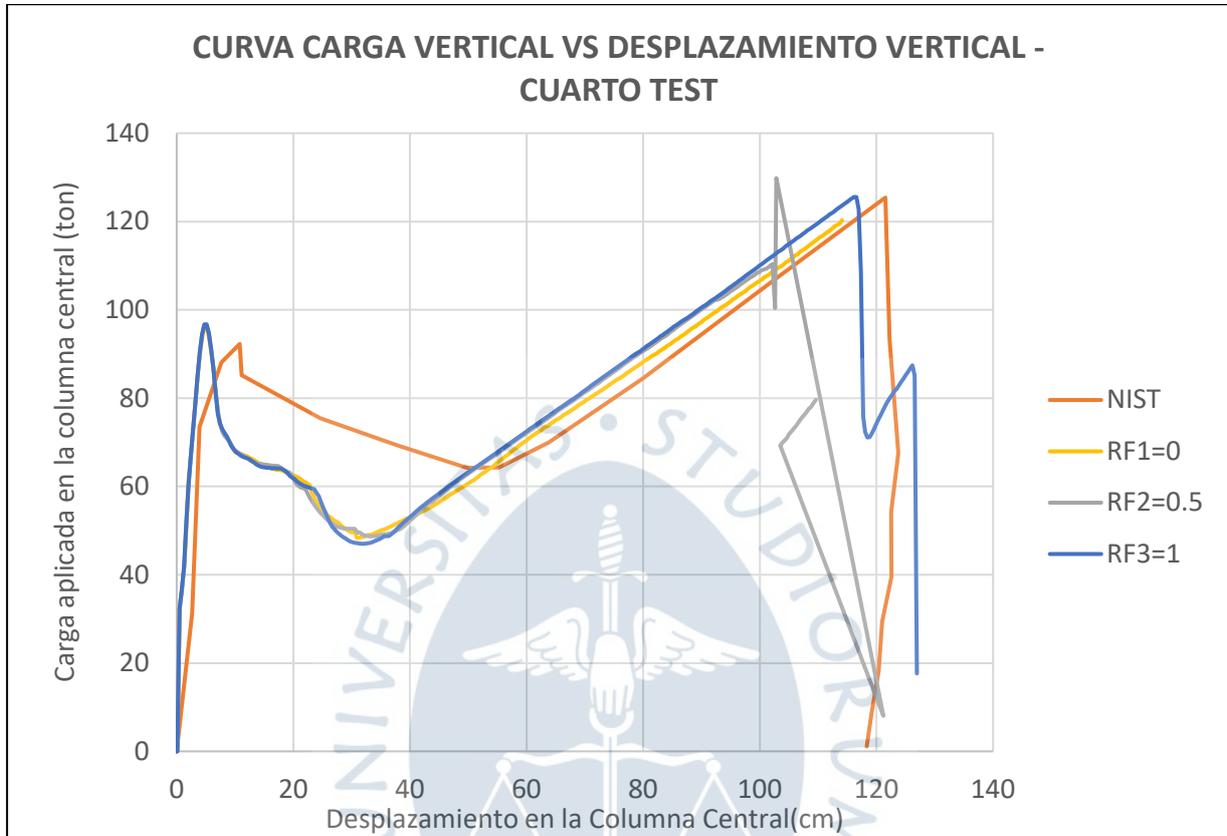
**Figura 87. Resultado de la simulación numérica en *Extreme Loading for Structures* y contornos de la deformación normal en el eje x de los resortes utilizando el test EDR1 (*external damping ratio* = 0)**



**Figura 88. Resultado de la simulación numérica de las vigas cerca a la columna central en *Extreme Loading for Structures* utilizando el test EDR1 (*external damping ratio* = 0)**

#### 4.6.4 Cuarto test de sensibilidad

La Figura 89 presentan los resultados del cuarto test de sensibilidad en el cual se cambian los valores del *Roughness Factor* tomando los valores de 0, 0.5 y 1 para compararlos con los resultados experimentales.



**Figura 89. Carga vertical vs desplazamiento vertical de la columna central del cuarto test de sensibilidad**

La simulación 4.1 en el cual el *Roughness Factor* es 0, el primer pico alcanza las 96.1 toneladas cuando la columna central se desplaza verticalmente hacia abajo 4.7 cm, estos resultados presentan un error de 4.4 %, y de 5.3% respectivamente.

La carga aplicada y el desplazamiento correspondiente al punto más bajo entre los dos picos de la curva es de 48.3 toneladas y 30.9 cm, presentando un error de 24.8% por parte de las cargas aplicadas, y 15.5% por parte del desplazamiento de la columna.

El segundo pico de la curva alcanza las 120.3 toneladas cuando la columna se desplaza hacia abajo 114.1 cm, esto presenta un error de 4.2% por parte de la carga aplicada y 6.4% por parte del movimiento vertical de la columna

La simulación 4.2 en el cual el *Roughness Factor* es 0.5, el primer pico alcanza las 96.68 toneladas cuando la columna central se desplaza verticalmente hacia abajo 5.13 cm, estos resultados presentan un error de 5%, y de 5% respectivamente.

La carga aplicada y el desplazamiento correspondiente al punto más bajo entre los dos picos de la curva es de 48.7 toneladas y 33.26 cm, presentando un error de 24.2% por parte de las cargas aplicadas, y 13.5% por parte del desplazamiento de la columna.

El segundo pico de la curva alcanza las 110.36 toneladas cuando la columna se desplaza hacia abajo 102.19 cm, esto presenta un error de 12.1% por parte de la carga aplicada y 16.2% por parte del movimiento vertical de la columna.

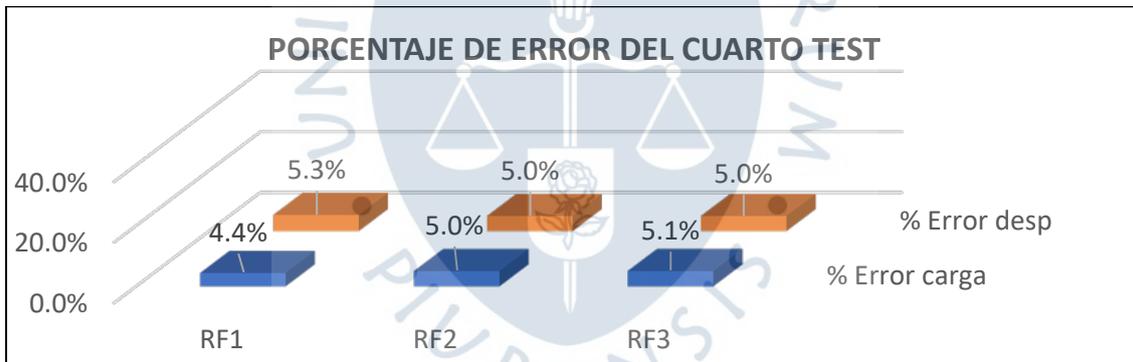
La simulación 4.3 en el cual el *Roughness Factor* es 1, el primer pico alcanza las 96.7 toneladas cuando la columna central se desplaza verticalmente hacia abajo 5.13 cm, estos resultados presentan un error de 5.1%, y de 5% respectivamente.

La carga aplicada y el desplazamiento correspondiente al punto más bajo entre los dos picos de la curva es de 47.02 toneladas y 32.11 cm, presentando un error de 26.8% por parte de las cargas aplicadas, y 14.5% por parte del desplazamiento de la columna.

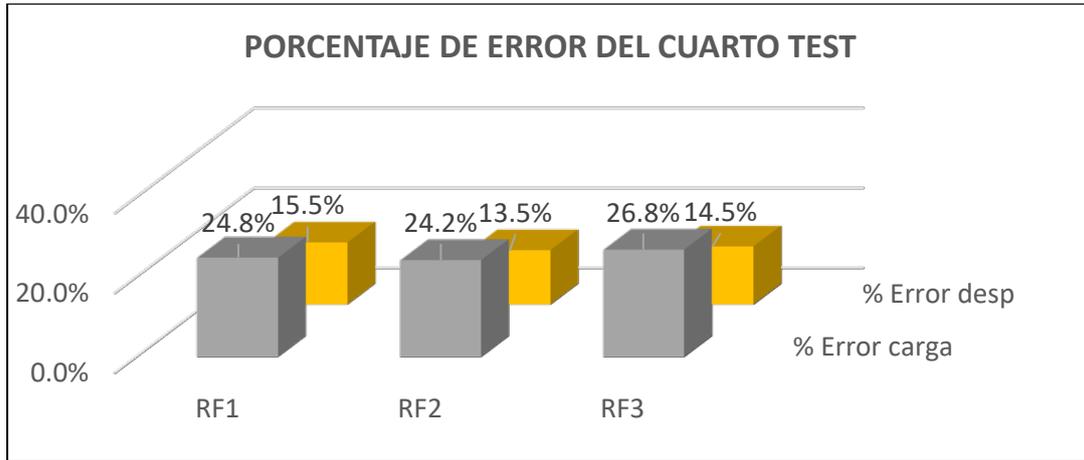
El segundo pico de la curva alcanza las 125.58 toneladas cuando la columna se desplaza hacia abajo 116.19 cm, esto presenta un error de 0.01% por parte de la carga aplicada y 4.7% por parte del movimiento vertical de la columna.

La Figura 90, Figura 91 y Figura 92 presentan los porcentajes de error de carga y desplazamiento de la columna en donde el primer pico y punto más bajo entre los dos picos de la curva no se ven muy afectados por el cambio de valores del *Roughness Factor* y es nuevamente en el segundo pico en donde se notan los cambios más importantes.

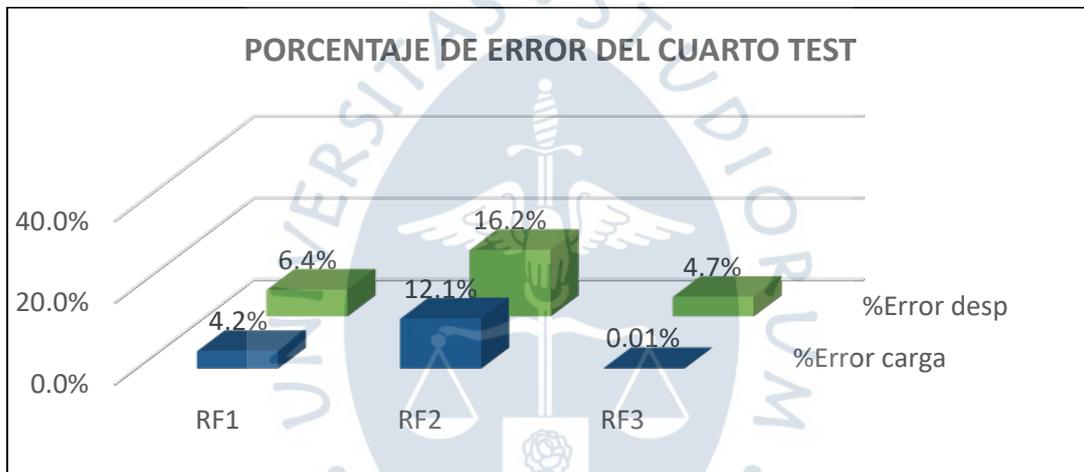
Cuando el *Roughness Factor* es "1", el porcentaje de error en el segundo pico de la curva es mucho menor que cuando es "0" y "0.5" resultando la simulación RF3 como la de mejor resultados en este análisis. También porque el test RF3 pudo completar el comportamiento completo incluyendo la caída desde el segundo pico en la gráfica fuerza aplicada vs deformación.



**Figura 90. Porcentaje de error del primer pico de la curva "carga vertical vs desplazamiento vertical de columna" en las 3 simulaciones del cuarto test de sensibilidad**



**Figura 91. Porcentaje de error del punto más bajo entre los dos picos de la curva “carga vertical vs desplazamiento vertical de columna” en las 3 simulaciones del cuarto test de sensibilidad**



**Figura 92. Porcentaje de error del segundo pico de la curva “carga vertical vs desplazamiento vertical de columna” en las 3 simulaciones del cuarto test de sensibilidad**

Habiendo terminado los 4 primeros tests de sensibilidad, se presenta un resumen de los resultados de cada análisis numérico en la Figura 93. Se señalan los parámetros estudiados en los cuadros de color naranja. Estos valores corresponden a los mejores resultados obtenidos y en color verde se pueden ver los valores que se asumieron para estos parámetros en los otros tests.

	Test 1	Test 2	Test 3	Test 4
<b>Propiedades del concreto</b>				
Young's Modulus	315381.28	315381.28	315381.28	315381.28
Shear Modulus	126152.51	126152.51	126152.51	126152.51
Separation Strain (SSC)	0.10 - 0.15 - 0.22 - 0.3 - 0.5	0.1	0.1	0.1
Friction Coefficient	0.8	0.8	0.8	0.8
Specific Weight	0.0024	0.0024	0.0024	0.0024
External Damping Ratio (EDR)	0	0	0.0 - 1.5 - 3.0 - 4.5 6.0 - 7.0 - 8.5 - 10.0	0
Normal Contact Stiffness Factor	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001
Shear Contact Stiffness Factor	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001
Contact Spring Unloading Stiffness Factor	2	2	2	2
Linear Temperature Expansion Coefficient	0.0000145	0.0000145	0.0000145	0.0000145
Maximum Tensile Stress	29.57	29.57	29.57	29.57
Maximum Compressive Stress	367.1	367.1	367.1	367.1
Post-Failure Normal Stiffness Factor	0.01	0.01	0.01	0.01
Post-Failure Shear Stiffness Factor	0.01	0.01	0.01	0.01
Shear Strength	128.88	128.88	128.88	128.88
Roughness Factor (RF)	1	1	1	0.0 - 0.5 - 1.0
<b>Propiedades del acero</b>				
Young's Modulus	2038901.78	2038901.78	2038901.78	2038901.78
Shear Modulus	815560.71	815560.71	815560.71	815560.71
Separation Strain (SSA)	0.1	0.1 - 0.2 - 0.3 - 0.4 - 0.9	0.1	0.1
Friction Coefficient	0.8	0.8	0.8	0.8
Specific Weight	0.00785	0.00785	0.00785	0.00785
External Damping Ratio	0	0	0	0
Normal Contact Stiffness Factor	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001
Shear Contact Stiffness Factor	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001
Contact Spring Unloading Stiffness Factor	2	2	2	2
Linear Temperature Expansion Coefficient	0.000013	0.000013	0.000013	0.000013
Tensile Yield Stress	4851.18	4851.18	4851.18	4851.18
Tensile Ultimate Strain	0.4	0.4	0.4	0.4
Tensile Post Yield Stiffness Ratio	0.01	0.01	0.01	0.01
Tensile Ultimate/Yield Stress Ratio	1.36	1.36	1.36	1.36
Compressive Yield Stress	4851.18	4851.18	4851.18	4851.18
Compressive Ultimate Strain	0.21	0.21	0.21	0.21
Compressive Post Yield Stiffness Ratio	0.01	0.01	0.01	0.01
Compressive Ultimate/Yield Stress Ratio	1.36	1.36	1.36	1.36
Failure Softening Factor	0.1	0.1	0.1	0.1
Shear Stress Weight	1	1	1	1

0.1 Parámetro estudiado  
0.1 - 0.2 - 0.3 - 0.4 - 0.9 Parámetro que obtuvo los mejores resultados  
0.0 - 1.5 - 3.0 - 4.5  
6.0 - 7.0 - 8.5 - 10.0 Valor que se asumió en los otros tests

**Figura 93 Resumen de resultados de los test de sensibilidad relacionados a las propiedades del concreto y acero**

#### 4.6.5 Quinto test de sensibilidad

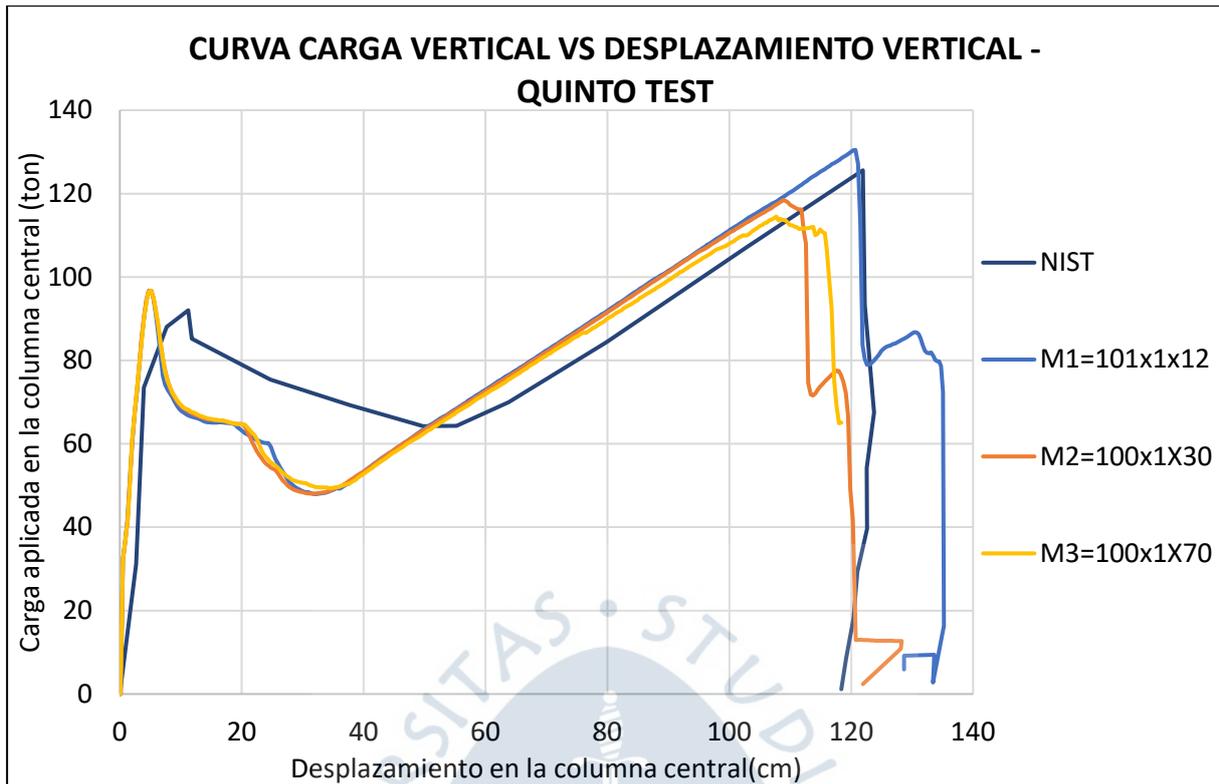
En la Figura 94 se pueden ver las curvas que producen las tres simulaciones las cuales cambian la cantidad de elemento de análisis en el eje z en las vigas.

Se comprueba que al realizar una refinación del mallado se puede conseguir el mismo modo de falla y la misma grieta en las simulaciones. Pero el comportamiento cambia en cuanto a la curva fuerza aplicada vs deformación. Las simulaciones con la mayor cantidad de elementos no llegan a alcanzar el segundo pico del comportamiento

Así, la simulación 5.1 alcanza el primer pico cuando la carga aplicada es 96.7 toneladas y el desplazamiento de la columna central es de 5.13 cm, tales datos tienen un error de 5.1% y de 5% respectivamente.

El punto más bajo entre los dos picos de la gráfica ocurre cuando la carga aplicada alcanza 47.94 toneladas representando un error de 25.4%, y la columna se desplaza 32.11 cm verticalmente hacia abajo que representa un error de 14.5%.

El segundo pico de la curva alcanza las 130.48 toneladas cuando la columna se desplaza hacia abajo 120.72 cm, esto presenta un error de 3.9% por parte de la carga aplicada y 1% por parte del movimiento vertical de la columna.



**Figura 94. Carga vertical vs Desplazamiento vertical de la columna central del quinto test de sensibilidad**

La simulación 5.2 alcanza el primer pico cuando la carga aplicada es 96.7 toneladas y el desplazamiento de la columna central es de 5.13 cm, tales datos tienen un error de 5.1% y de 5% respectivamente.

El punto más bajo entre los dos picos de la gráfica ocurre cuando la carga aplicada alcanza 48.02 toneladas representando un error de 25.2%, y la columna se desplaza 31.72 cm verticalmente hacia abajo que representa un error de 14.8%.

El segundo pico de la curva alcanza las 118.44 toneladas cuando la columna se desplaza hacia abajo 108.82 cm, esto presenta un error de 5.7% por parte de la carga aplicada y 10.7% por parte del movimiento vertical de la columna.

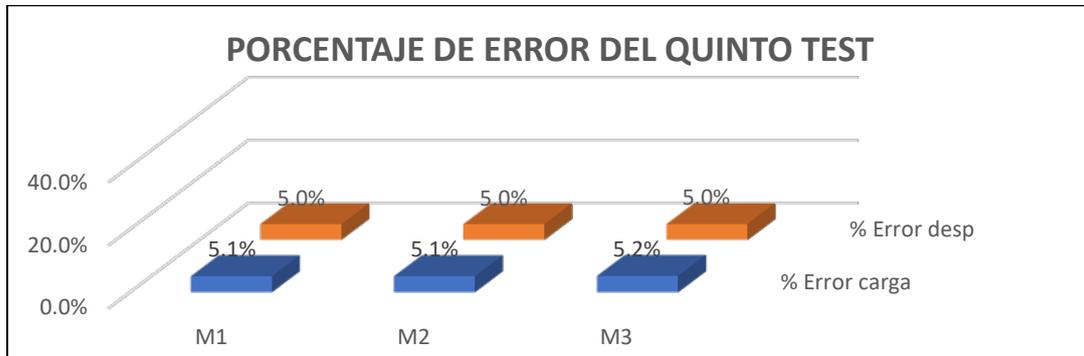
La simulación 5.3 alcanza el primer pico cuando la carga aplicada es 96.8 toneladas y el desplazamiento de la columna central es de 5.1 cm, tales datos tienen un error de 5.2%, y de 5% respectivamente.

El punto más bajo entre los dos picos de la gráfica ocurre cuando la carga aplicada alcanza 49.4 toneladas representando un error de 23.1%, y la columna se desplaza 34.6 cm verticalmente hacia abajo que representa un error de 14.9%.

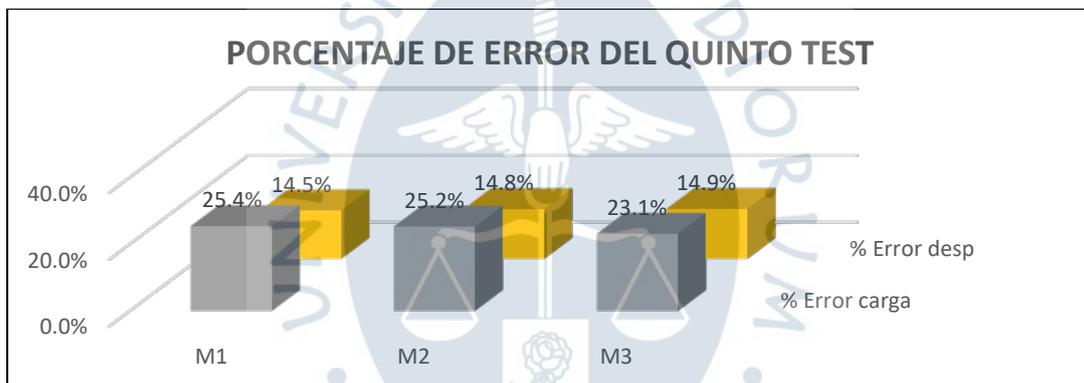
El segundo pico de la curva alcanza las 114.5 toneladas cuando la columna se desplaza hacia abajo 107.7 cm, esto presenta un error de 8.8% por parte de la carga aplicada y 11.6% por parte del movimiento vertical de la columna.

La Figura 95, Figura 96 y Figura 97 presentan los porcentajes de error de cargas aplicadas y desplazamiento de la columna central en el primer pico, punto más bajo entre los dos picos y segundo pico de la curva, siendo el segundo pico el que tiene más variación por el refinado de mallado.

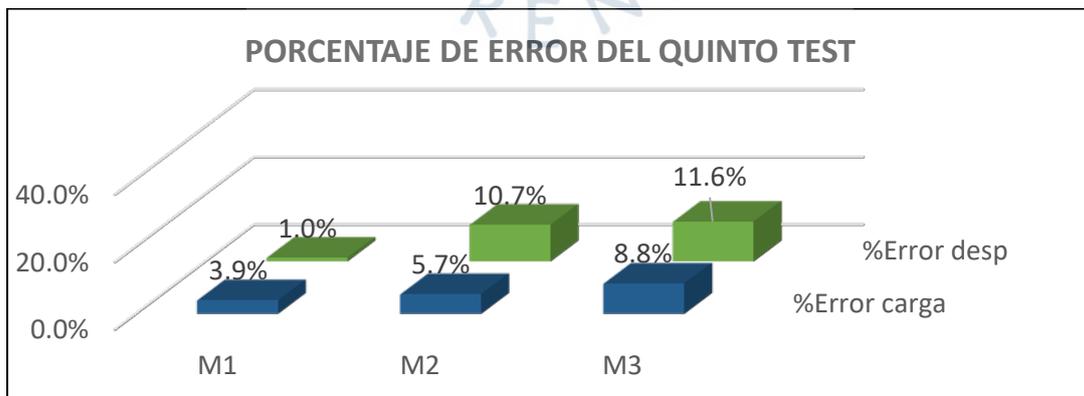
Para este caso, la refinación del mallado hizo que los resultados variaran ligeramente y se alejen de los resultados experimentales cuando el mallado es más refinado. Por lo tanto, para estos especímenes en específico, la simulación M1 presentó los mejores resultados.



**Figura 95. Porcentaje de error del primer pico de la curva “carga vertical vs desplazamiento vertical de columna” en las 3 simulaciones del quinto test de sensibilidad**



**Figura 96. Porcentaje de error del punto más bajo entre los dos picos de la curva “carga vertical vs desplazamiento vertical de columna” en las 3 simulaciones del quinto test de sensibilidad**



**Figura 97. Porcentaje de error del segundo pico de la curva “carga vertical vs desplazamiento vertical de columna” en las 3 simulaciones del quinto test de sensibilidad**

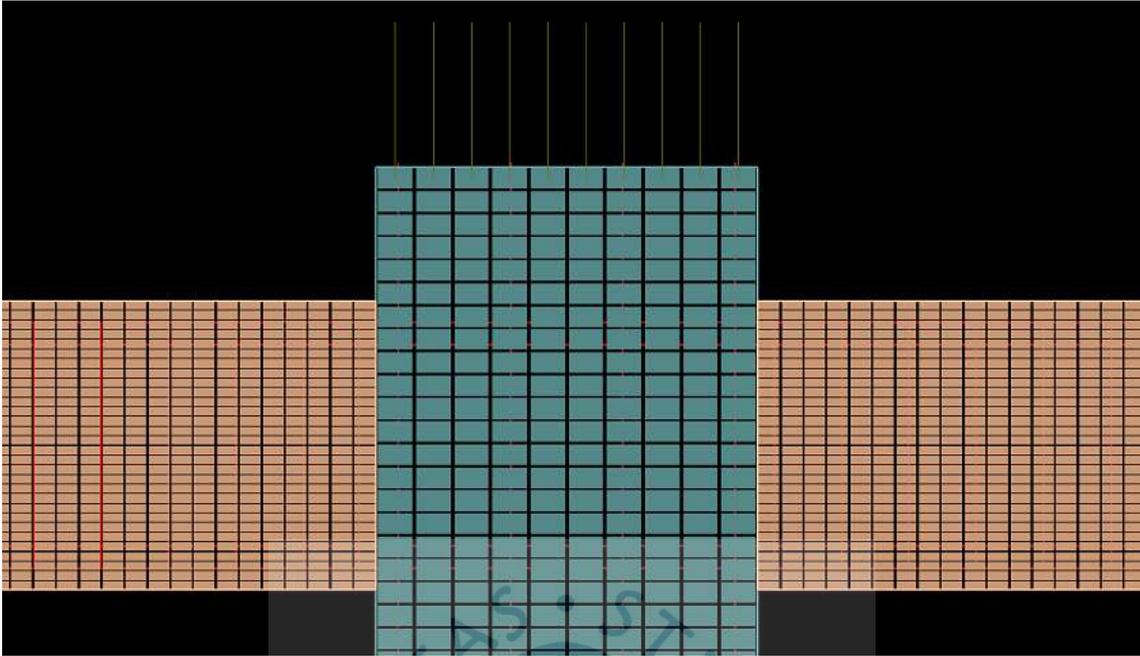


Figura 98. Vista la conexión parcial del mallado del test M2 (100x1x30)

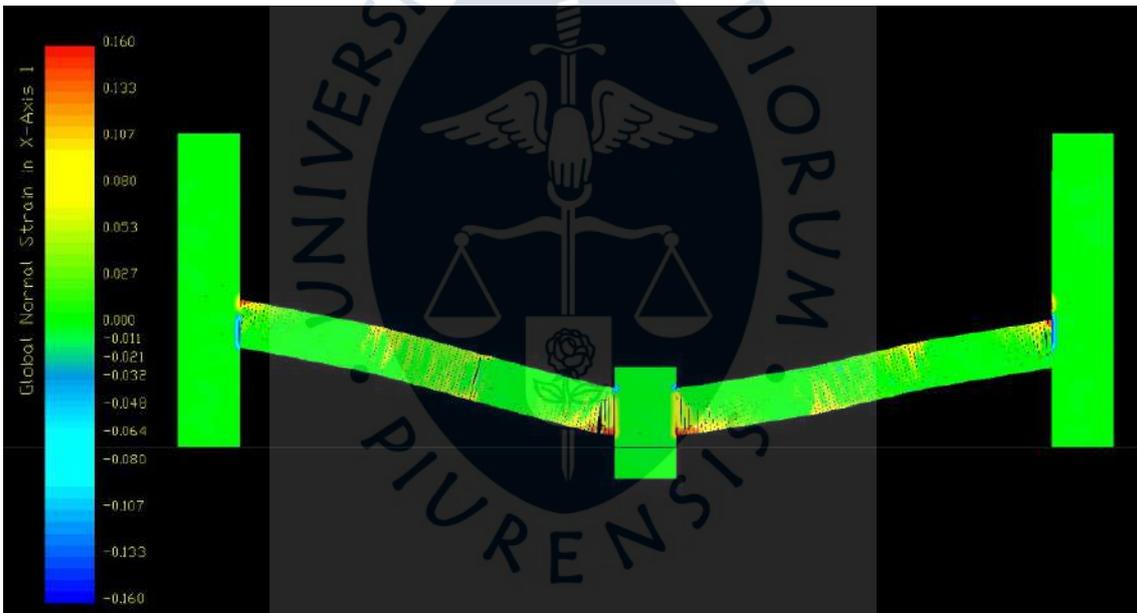
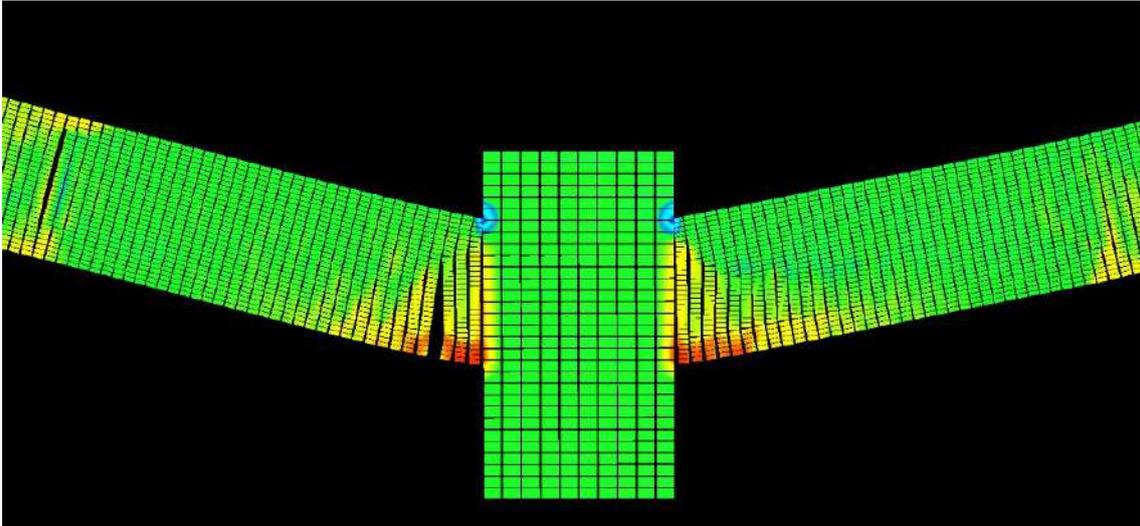
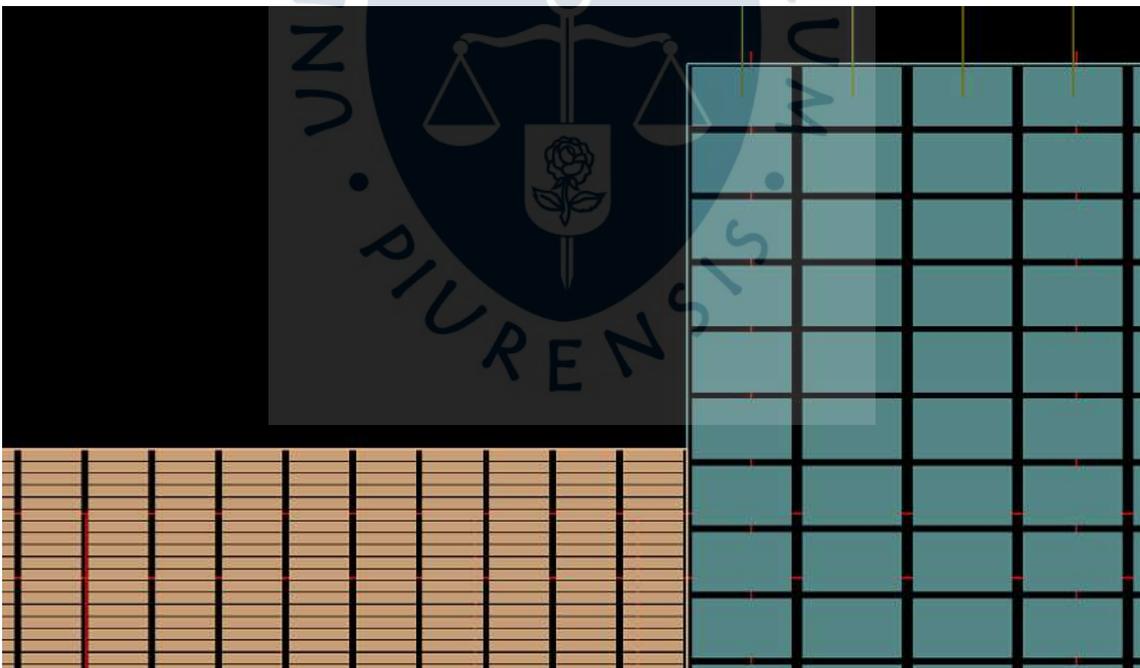


Figura 99. Resultado de la simulación numérica en *Extreme Loading for Structures* con un mejor mallado (100x1x30 elementos en cada viga)



**Figura 100. Resultado del modelo numérico de las vigas cerca a la columna central en *Extreme Loading for Structures* con un mejor mallado (100x1x30 elementos en cada viga)**

La primera refinación del mallado en la simulación fue un aumento de la cantidad de elementos en la dirección Z, dirección de la gravedad. Se obtuvo los resultados presentes en la Figura 98, Figura 99 y Figura 100, tanto como los resultados de la curva Carga Vertical vs Desplazamiento vertical de la columna central, la ubicación y desarrollo de las grietas se mantienen con respecto al mallado utilizado a lo largo de los primeros cinco tests.



**Figura 101. Vista la conexión parcial del mallado del test M3 (100x1x70)**

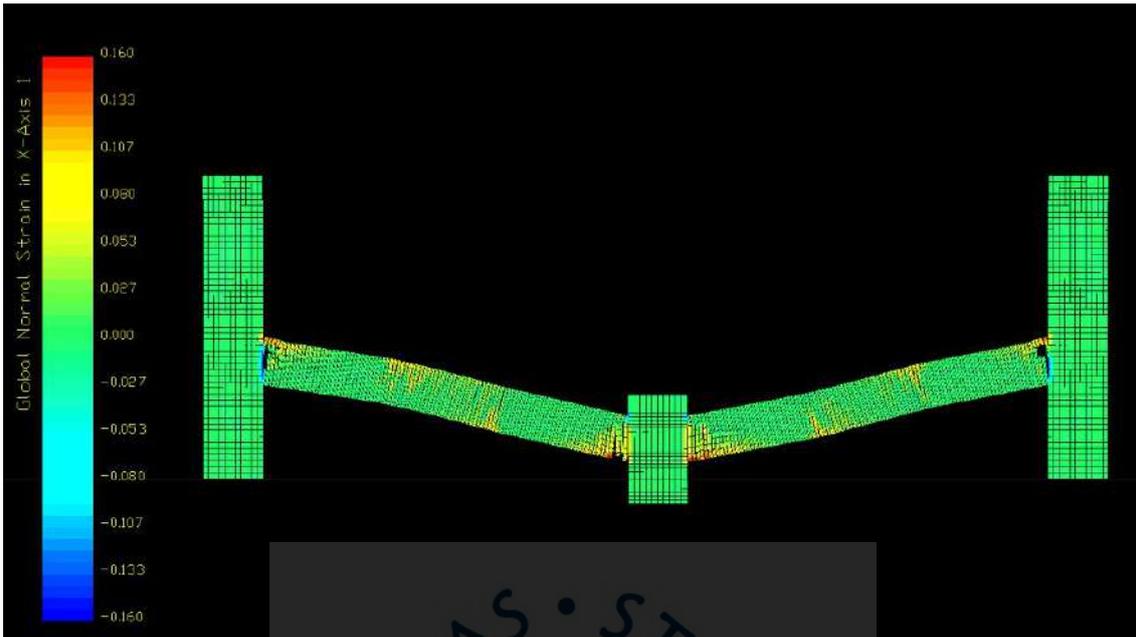


Figura 102. Resultado de la simulación numérica en *Extreme Loading for Structures* con un mejor mallado (100x1x70 elementos en cada viga)

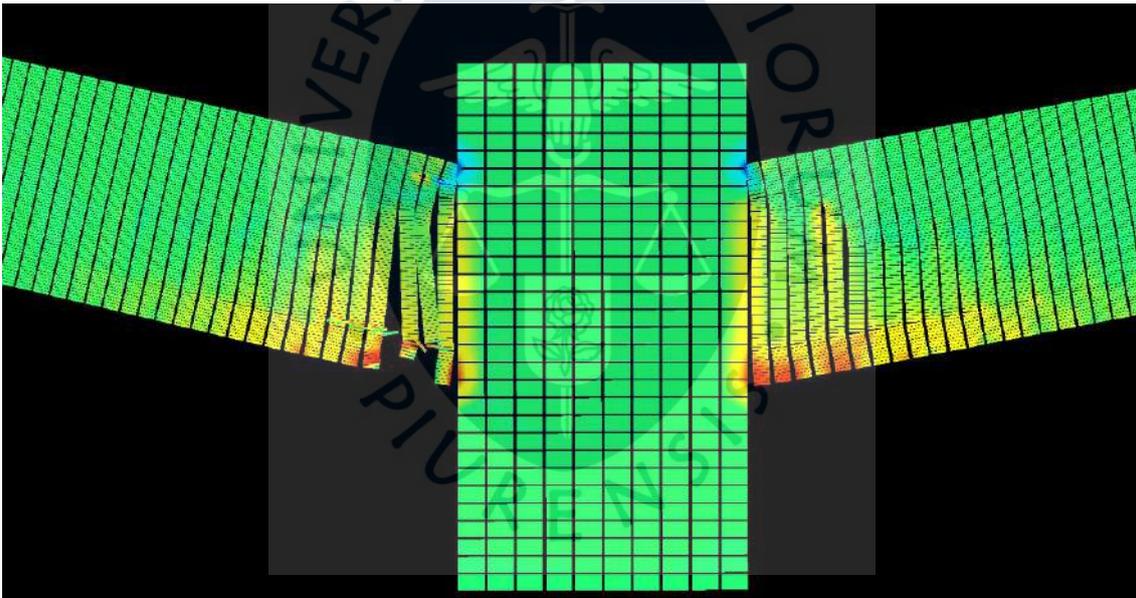
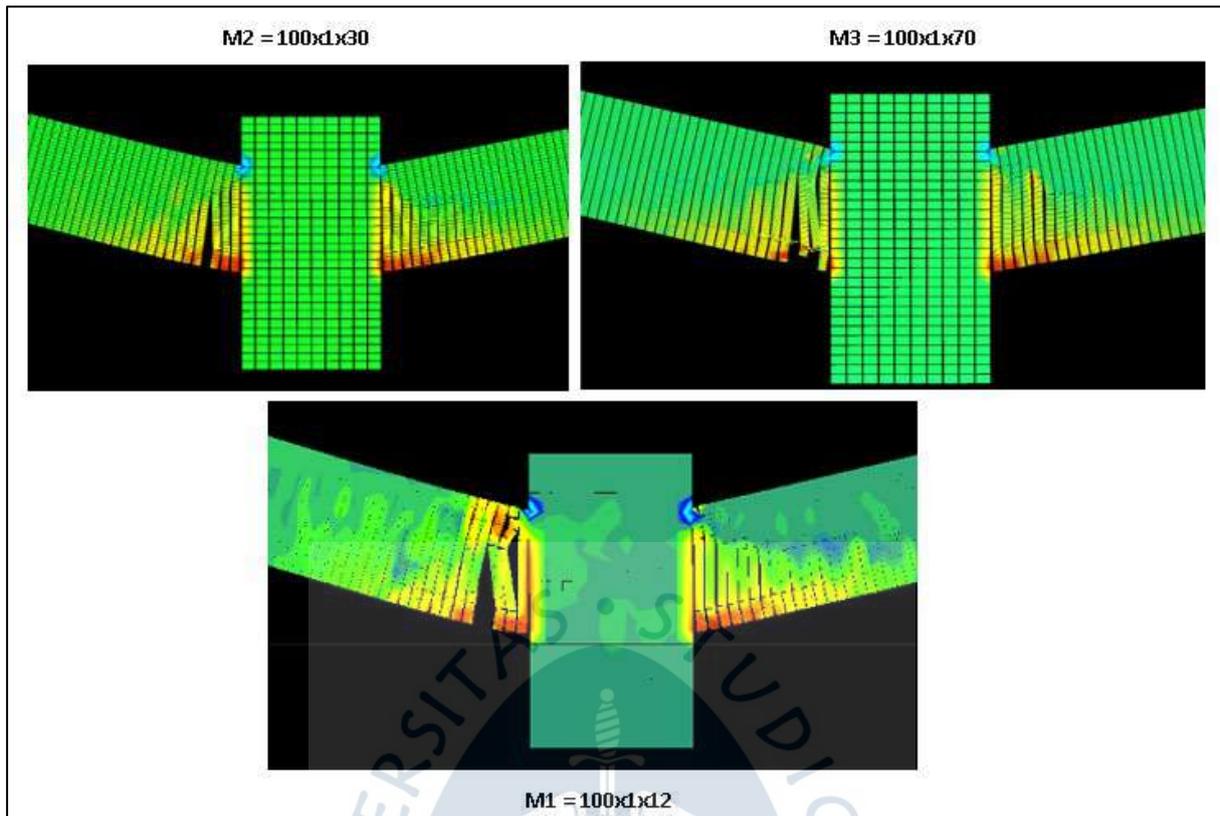


Figura 103. Resultado del modelo numérico de las vigas cerca a la columna central en *Extreme Loading for Structures* con un mejor mallado (100x1x70 elementos en cada viga)

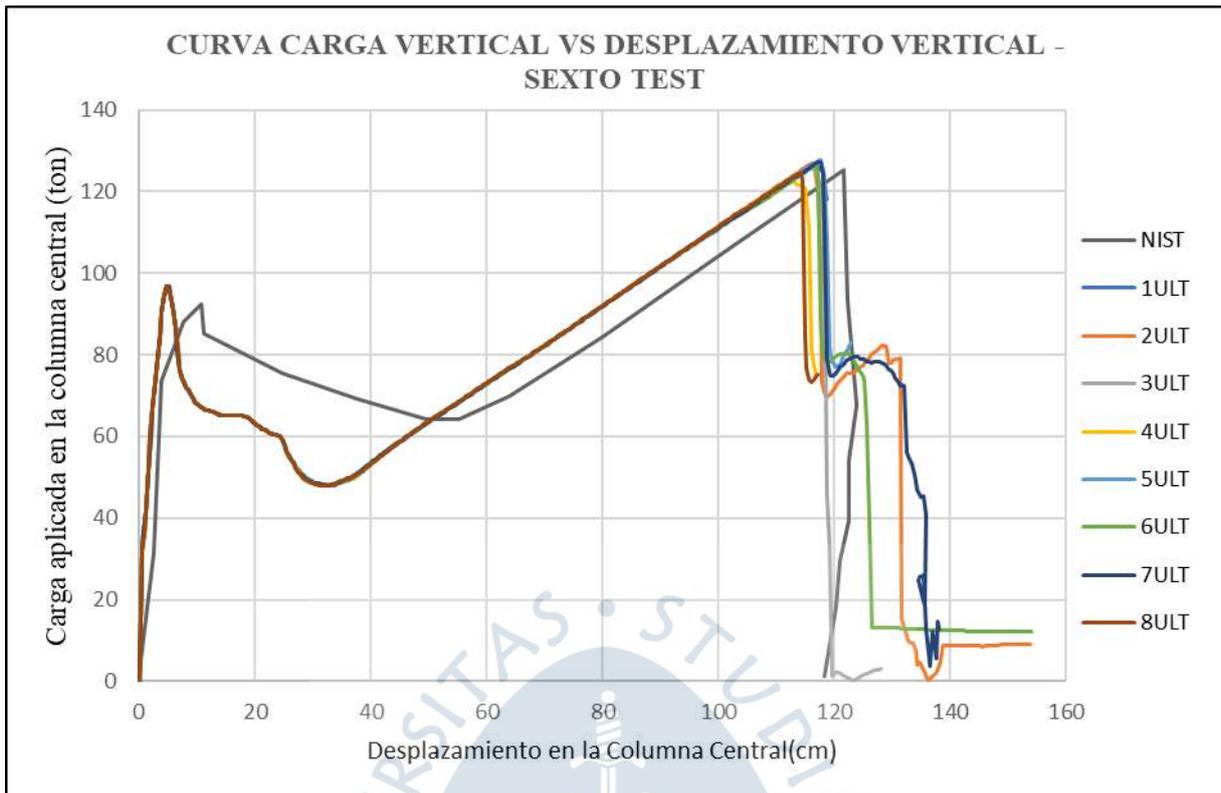


**Figura 104. Comparación entre los resultados numéricos de las simulaciones M1, M2 y M3**

De la misma forma se presentan los resultados de la refinación del mallado aún más agudo, reduciendo aún más el tamaño de los elementos en la dirección Z. Se puede notar que aún produce la grieta en el mismo lugar que las demás simulaciones por lo que se puede concluir que un mallado muy refinado no es un influyente en la obtención de buenos resultados. (ver Figura 101, Figura 102, Figura 103, Figura 104)

#### **4.6.6 Sexto test de sensibilidad**

En la Figura 105 se presentan los resultados de las ocho simulaciones correspondientes a este test de sensibilidad.



**Figura 105. Carga vertical vs desplazamiento vertical de la columna central del sexto test de sensibilidad**

Las ocho simulaciones mantienen el primer pico con un error por carga aplicada de 5.1% y un error máximo por desplazamiento de columna central de 5.2%, en este primer pico se alcanzan las 96.7 toneladas, y la mitad de las simulaciones produjeron un desplazamiento de 4.9cm y la otra mitad, 5.13 cm.

La simulación 6.1 presenta un punto más bajo entre los dos picos en la curva cuando la carga aplicada alcanza 47.9 toneladas que representa un error de 25.4%, y tiene un desplazamiento hacia abajo de la columna central de 32.9 cm que representa un error de 13.8%.

El segundo pico de esta simulación alcanza 126.4 toneladas y un error de 0.64%; así como el desplazamiento de la columna central es de 116.7 y un error de 4.3%.

La simulación 6.2 presenta un punto más bajo entre los dos picos en la curva cuando la carga aplicada alcanza 47.99 toneladas que representa un error de 25.3%, y tiene un desplazamiento hacia abajo de la columna central de 31.72 cm que representa un error de 14.8%.

El segundo pico de esta simulación alcanza 127.01 toneladas y un error de 1.1%; así como el desplazamiento de la columna central es de 116.43 y un error de 4.5%.

La simulación 6.3 presenta un punto más bajo entre los dos picos en la curva cuando la carga aplicada alcanza 48.15 toneladas que representa un error de 25%, y tiene un desplazamiento hacia abajo de la columna central de 32.5 cm que representa un error de 14.2%.

El segundo pico de esta simulación alcanza 125.95 toneladas y un error de 0.3%; así como el desplazamiento de la columna central es de 115.74 y un error de 5.1%.

La simulación 6.4 presenta un punto más bajo entre los dos picos en la curva cuando la carga aplicada alcanza 47.9 toneladas que representa un error de 25.4%, y tiene un desplazamiento hacia abajo de la columna central de 31.5 cm que representa un error de 15%.

El segundo pico de esta simulación alcanza 122.9 toneladas y un error de 2.1%; así como el desplazamiento de la columna central es de 112.7 y un error de 7.5%.

La simulación 6.5 presenta un punto más bajo entre los dos picos en la curva cuando la carga aplicada alcanza 48 toneladas que representa un error de 25.3%, y tiene un desplazamiento hacia abajo de la columna central de 33.3 cm que representa un error de 13.5%.

El segundo pico de esta simulación alcanza 127.9 toneladas y un error de 1.8%; así como el desplazamiento de la columna central es de 117.6 y un error de 3.5%.

La simulación 6.6 presenta un punto más bajo entre los dos picos en la curva cuando la carga aplicada alcanza 47.94 toneladas que representa un error de 25.4%, y tiene un desplazamiento hacia abajo de la columna central de 31.72 cm que representa un error de 14.8%.

El segundo pico de esta simulación alcanza 126.75 toneladas y un error de 0.9%; así como el desplazamiento de la columna central es de 116.82 y un error de 4.2%.

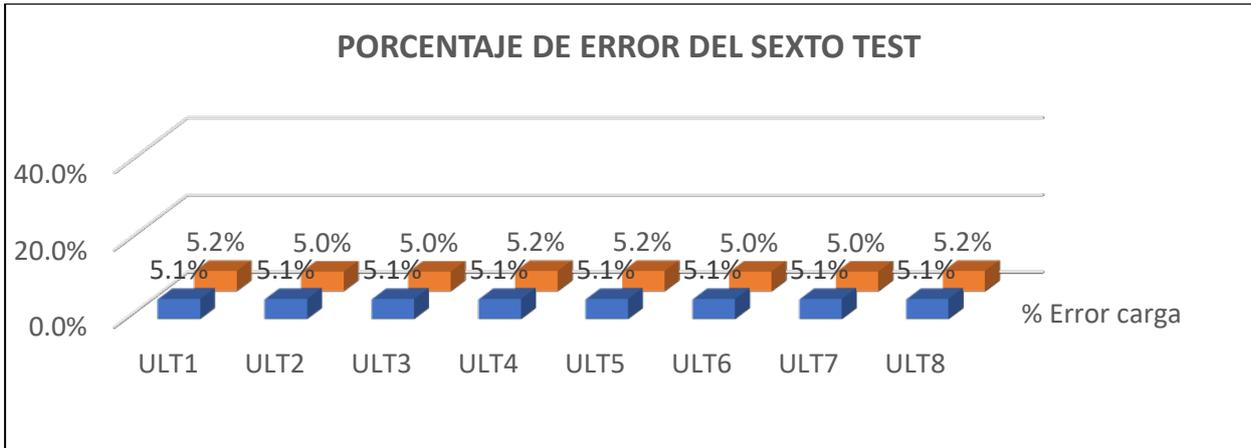
La simulación 6.7 presenta un punto más bajo entre los dos picos en la curva cuando la carga aplicada alcanza 48 toneladas que representa un error de 25.3%, y tiene un desplazamiento hacia abajo de la columna central de 32.49 cm que representa un error de 14.2%.

El segundo pico de esta simulación alcanza 127.24 toneladas y un error de 1.3%; así como el desplazamiento de la columna central es de 117.59 y un error de 3.5%.

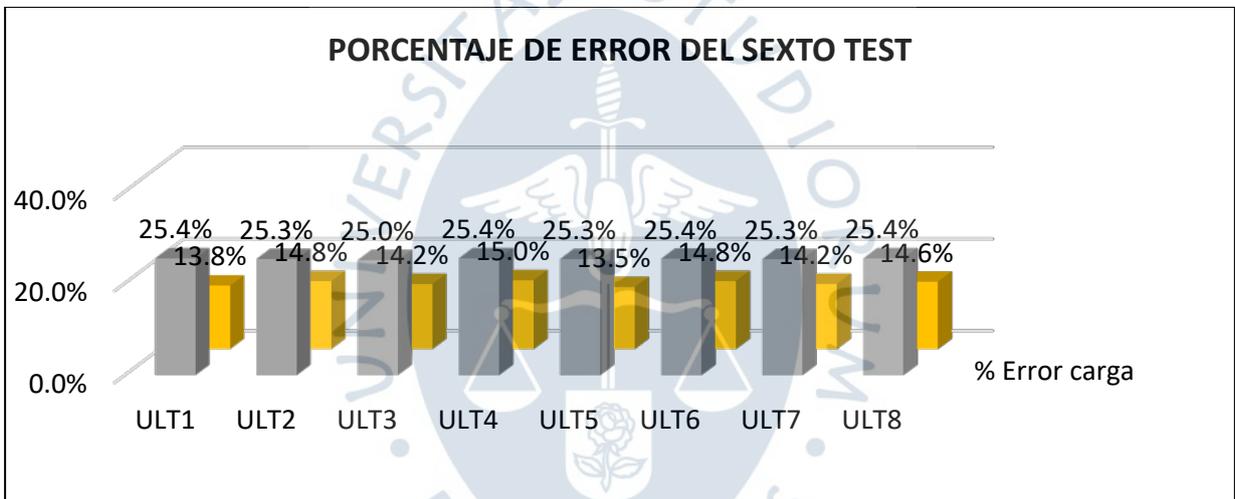
La simulación 6.8 presenta un punto más bajo entre los dos picos en la curva cuando la carga aplicada alcanza 47.9 toneladas que representa un error de 25.4%, y tiene un desplazamiento hacia abajo de la columna central de 31.9 cm que representa un error de 14.6%.

El segundo pico de esta simulación alcanza 124.8 toneladas y un error de 0.6%; así como el desplazamiento de la columna central es de 114.2 y un error de 6.3%.

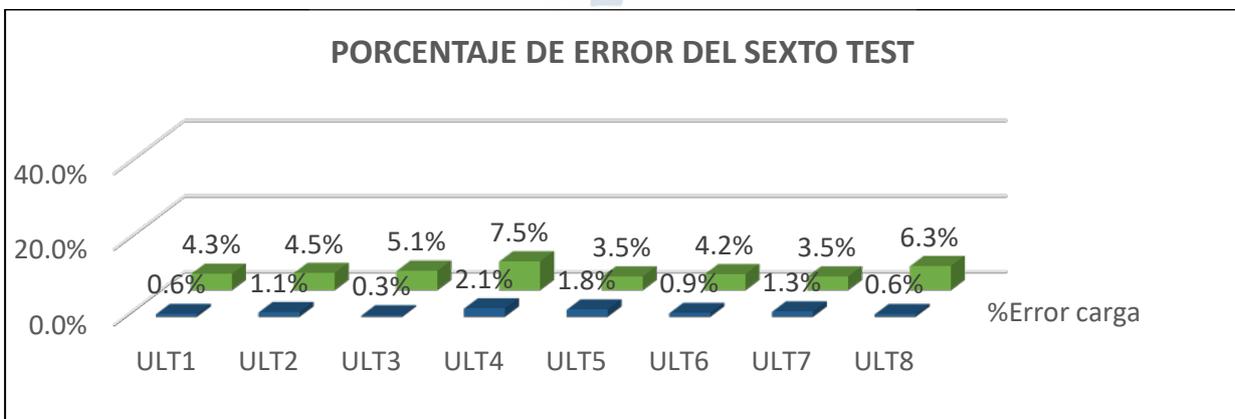
Las Figura 106, Figura 107 y Figura 108 presentan los porcentajes de error de las simulaciones de este test de sensibilidad que a pesar de ser el mismo modelo corrido en ocho ocasiones diferentes presentan resultados ligeramente diferentes en cuanto a este comportamiento estudiado. Todas las simulaciones son diferentes entre sí teniendo una diferencia máxima de 0.2% en el primer pico; de 1.5%, en el punto más bajo entre los dos picos; de 4%, en el segundo pico.



**Figura 106.** Porcentaje de error del primer pico de la curva “carga vertical vs desplazamiento vertical de columna” en las 8 simulaciones del sexto test de sensibilidad



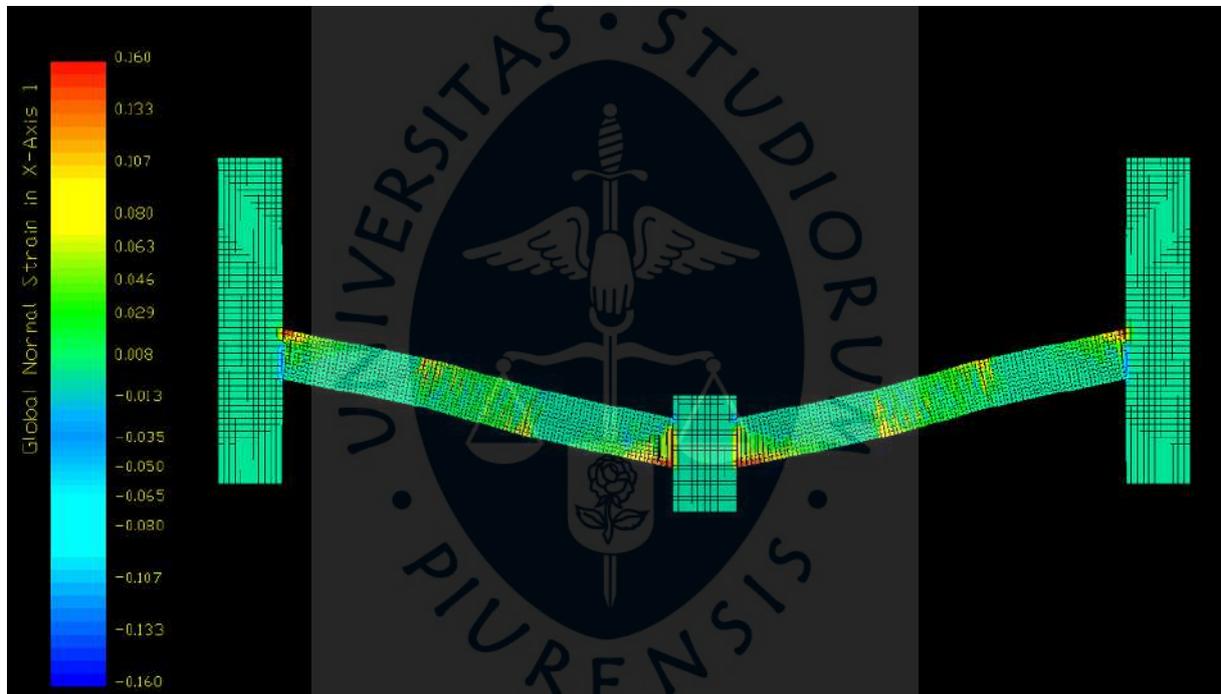
**Figura 107.** Porcentaje de error del punto más bajo entre los dos picos de la curva “carga vertical vs desplazamiento vertical de columna” en las 8 simulaciones del sexto test de sensibilidad



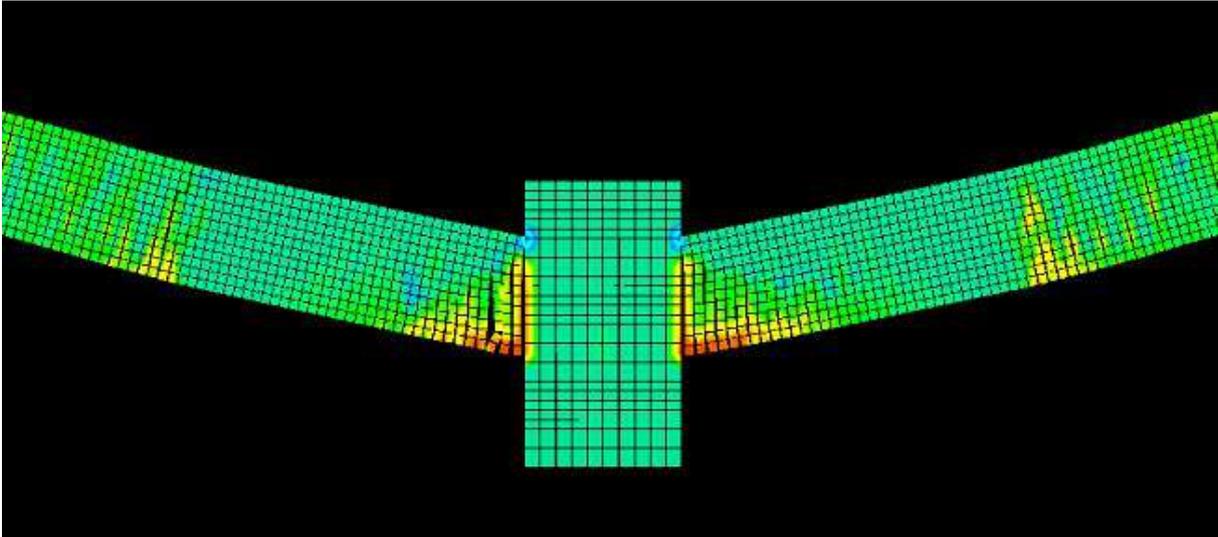
**Figura 108.** Porcentaje de error del segundo pico de la curva “carga vertical vs desplazamiento vertical de columna” en las 8 simulaciones del sexto test de sensibilidad

En cuanto a la disposición y ubicación de las grietas, las simulaciones tienen resultados similares, pero ninguno es exactamente igual al anterior a pesar de tener las mismas propiedades y la misma geometría. En la simulación 1 y 3 (ver Figura 109, Figura 110, Figura 113, Figura 114) la grieta característica del resultado experimental no llega a aparecer en la simulación, pero en la simulación 2, 4, 5, 6 y 7 (ver Figura 111, Figura 112, Figura 115, Figura 116, Figura 117, Figura 118, Figura 119, Figura 120, Figura 121, Figura 122, Figura 123, Figura 124) la grieta más pronunciada aparece en la posición exacta en comparación al resultado experimental.

Este último test demuestra la divergencia de los resultados cuando se acerca a la falla total del elemento. Dos de las ocho simulaciones no dieron los resultados esperados y las otras seis, otorgan resultados semejantes, pero nunca idénticos siendo el estado post-colapso el más errático y menos acertado.

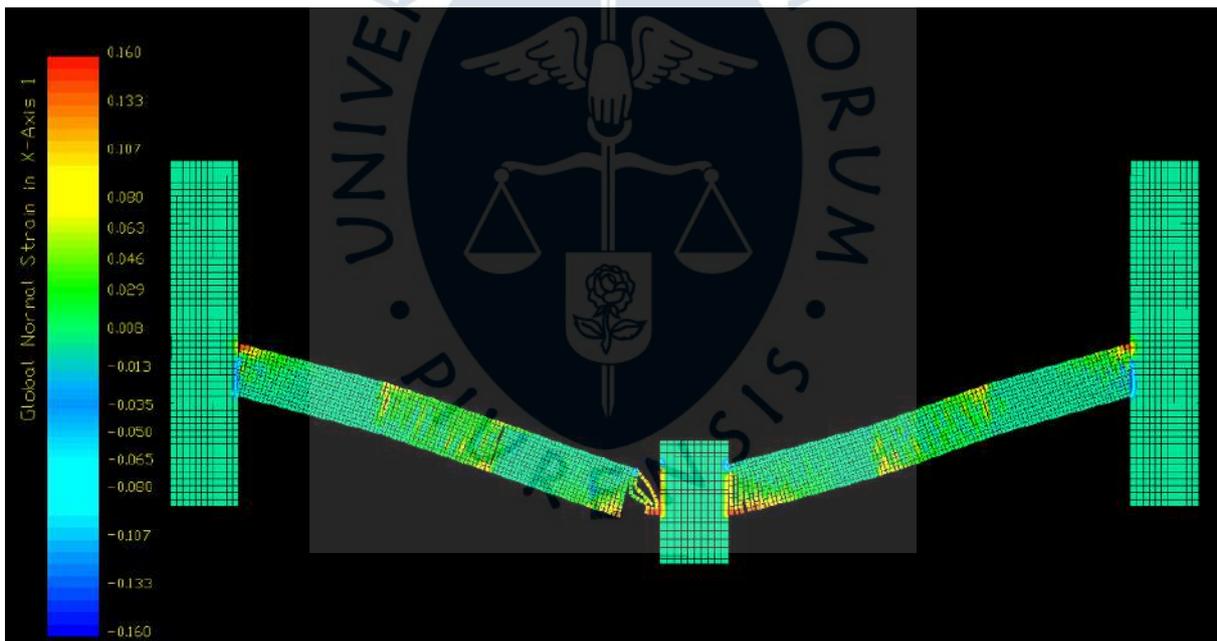


**Figura 109.** Resultado de la simulación ULT1 del sexto test en *Extreme Loading for Structures*

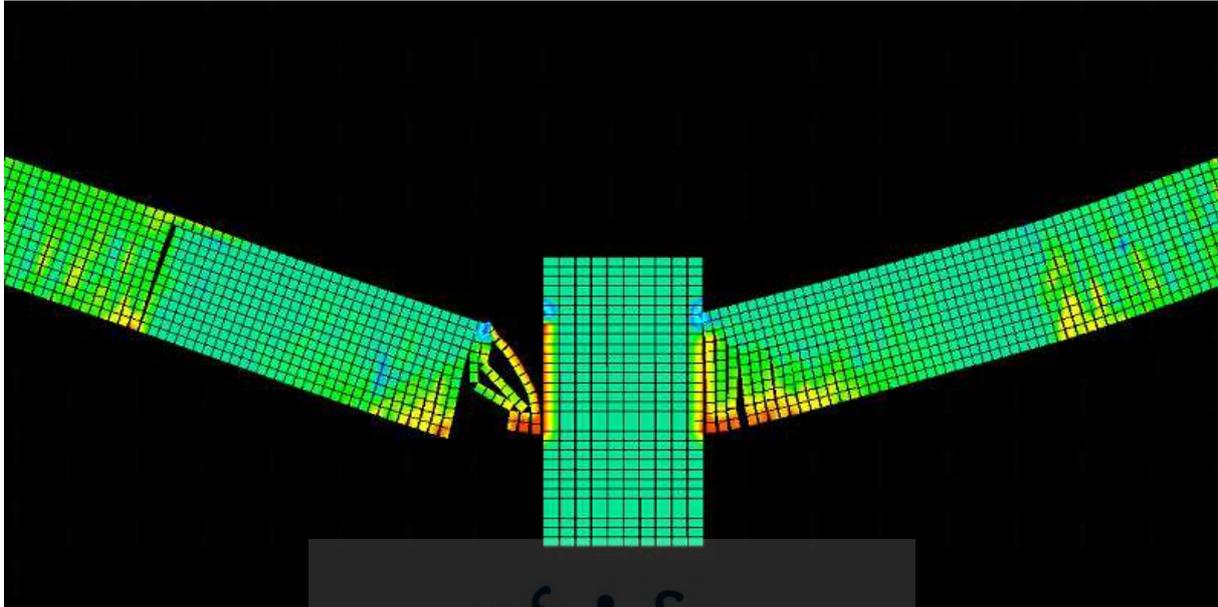


**Figura 110. Resultado de la simulación ULT1 del sexto test de las vigas cerca de la columna central en *Extreme Loading for Structures***

La primera simulación ULT1, logró capturar la grieta de manera menos pronunciada que las demás. Sin embargo, se nota la presencia de separaciones de los elementos a lo largo de la viga también.



**Figura 111. Resultado de la simulación ULT2 del sexto test en *Extreme Loading for Structures***

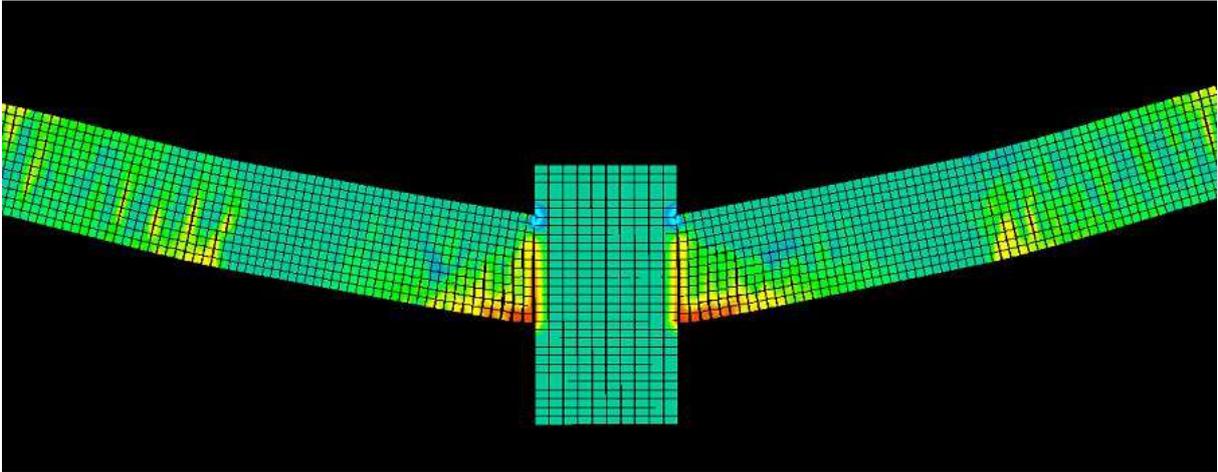


**Figura 112.** Resultado de la simulación ULT2 del sexto test de las vigas cerca de la columna central en *Extreme Loading for Structures*

La segunda simulación ULT2, terminó de manera explosiva. Ésta es la única de todas las simulaciones que terminó de esta forma y generó una incertidumbre acerca de la razón de que ésta en particular sea diferente a las demás. Se recomienda realizar el mismo test en las próximas investigaciones para confirmar o descartar esta hipótesis.

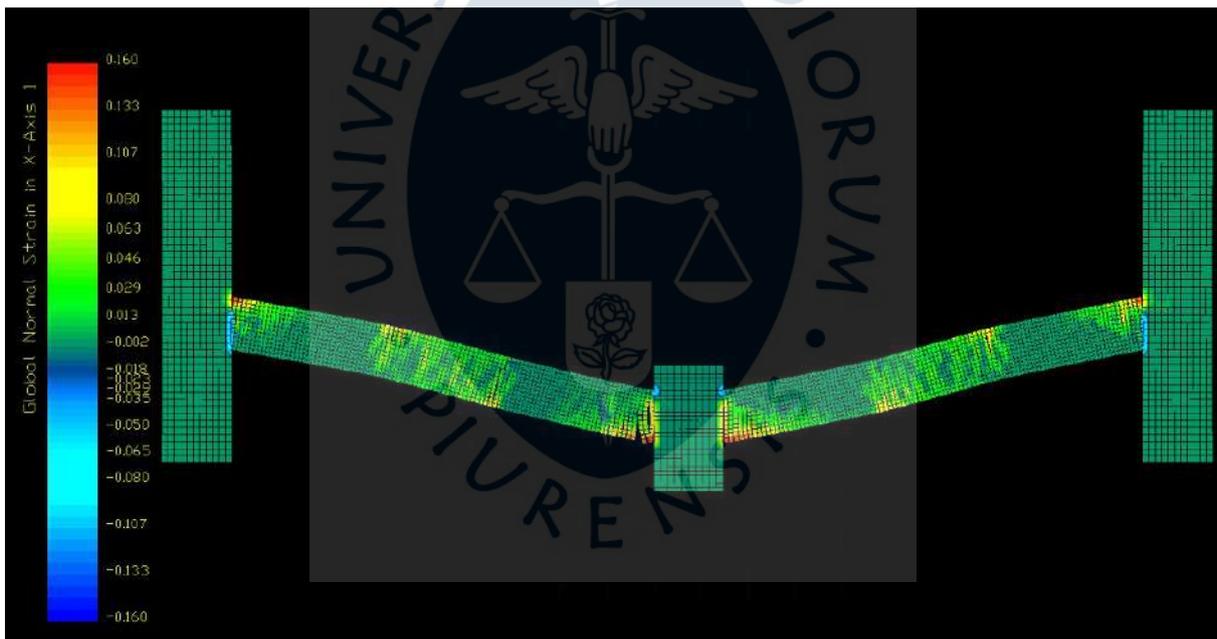


**Figura 113.** Resultado de la simulación ULT3 del sexto test en *Extreme Loading for Structures*

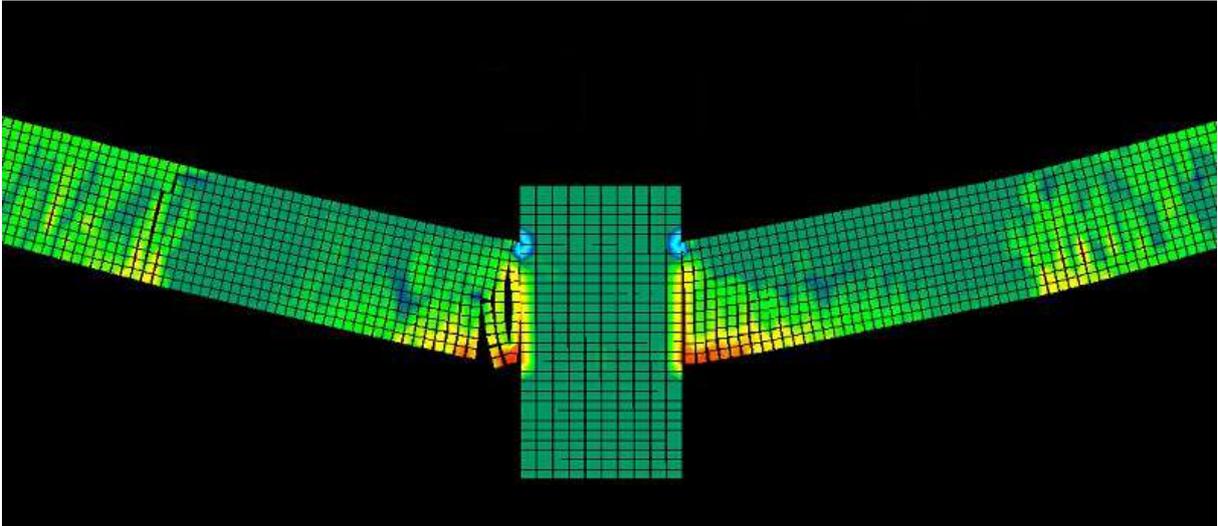


**Figura 114. Resultado de la simulación ULT3 del sexto test de las vigas cerca de la columna central en *Extreme Loading for Structures***

La tercera simulación ULT3, terminó sin ninguna grieta pronunciada. Es verdad que las grietas presentes a lo largo de la viga se mantuvieron en todas las simulaciones hasta ahora. Pero esta simulación, no representó de la manera que se espera la grieta más pronunciada.

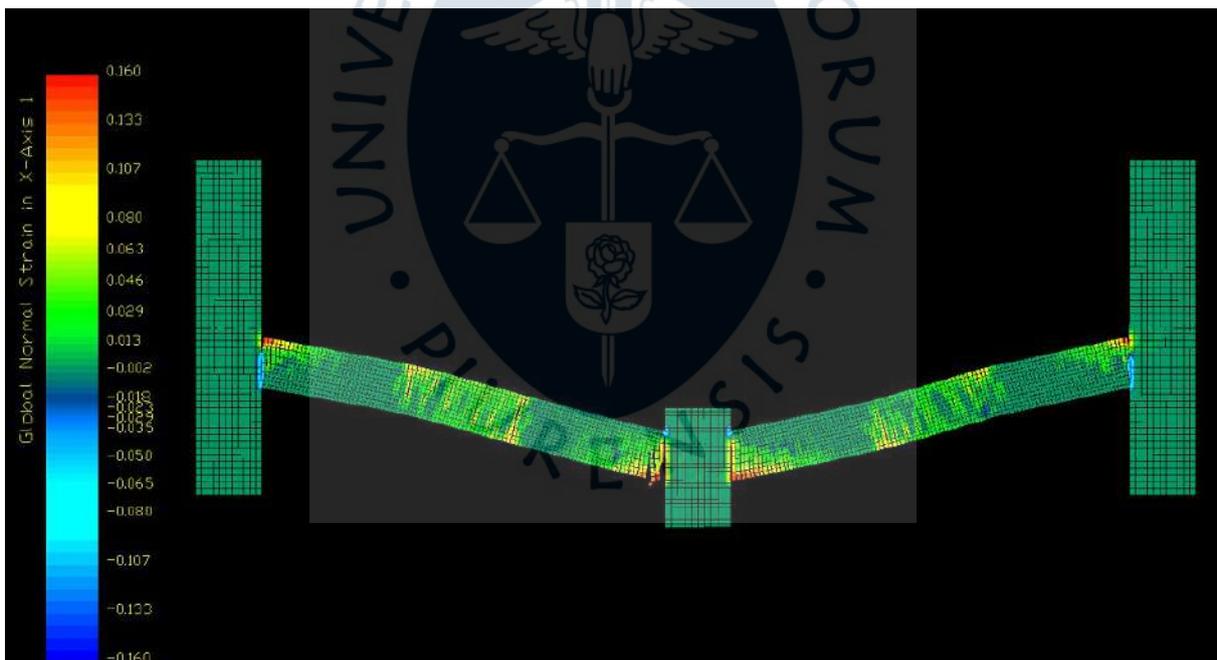


**Figura 115. Resultado de la simulación ULT4 del sexto test en *Extreme Loading for Structures***

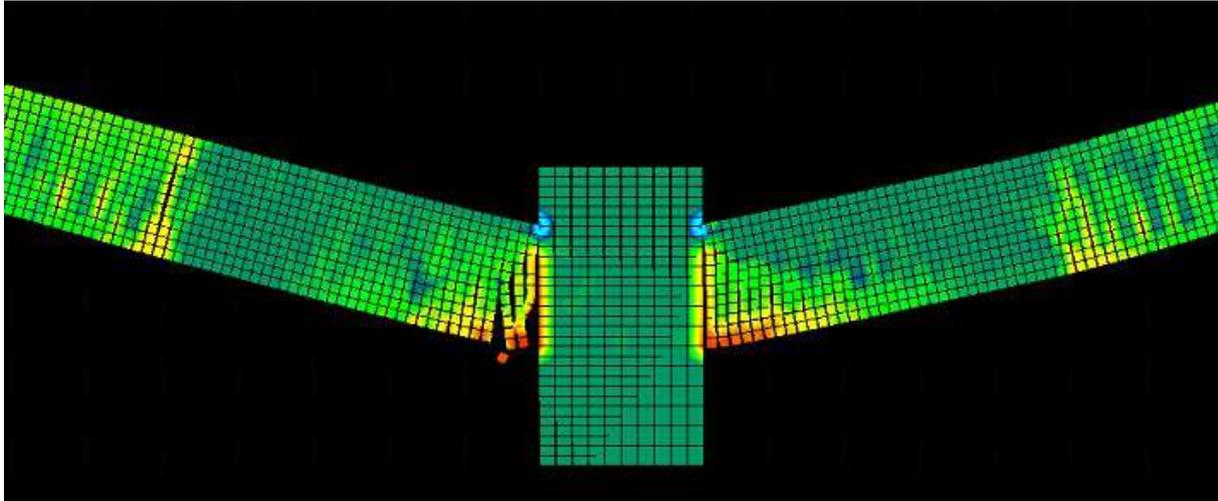


**Figura 116. Resultado de la simulación ULT4 del sexto test de las vigas cerca de la columna central en *Extreme Loading for Structures***

La cuarta simulación ULT4, tuvo un buen resultado en comparación con el test experimental y la simulación ULT1. El programa logró ubicar la grieta más pronunciada del sistema.

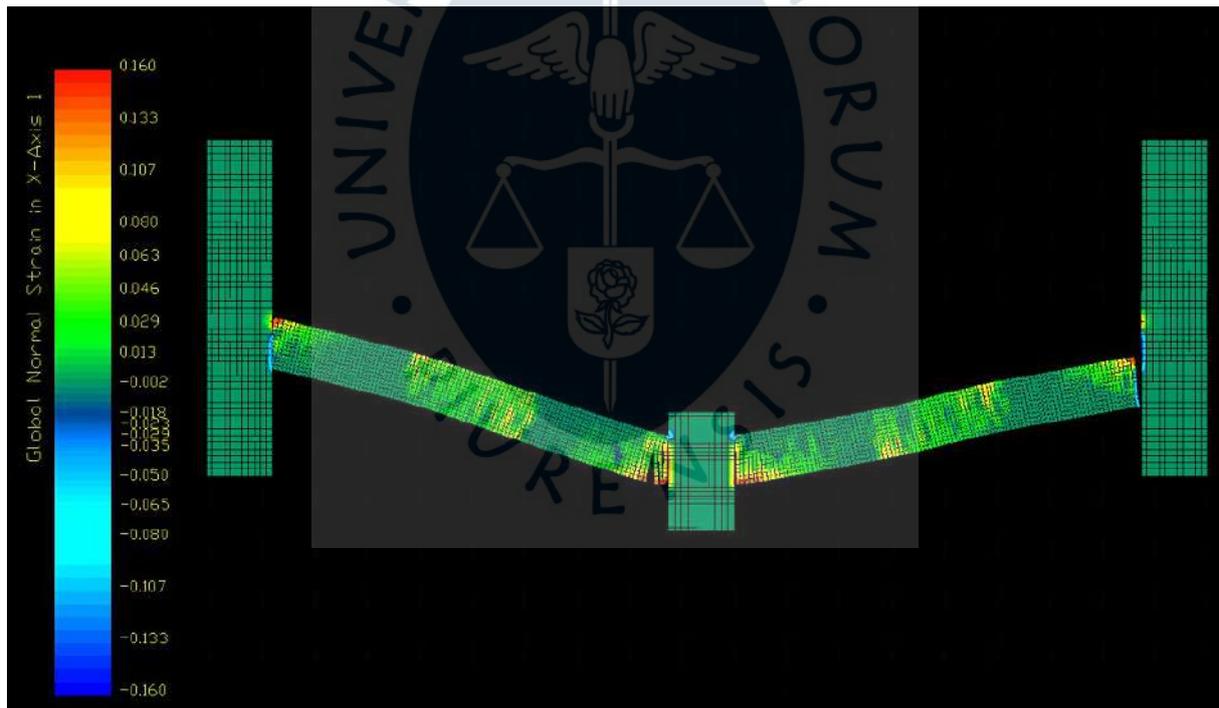


**Figura 117. Resultado de la simulación ULT5 del sexto test en *Extreme Loading for Structures***

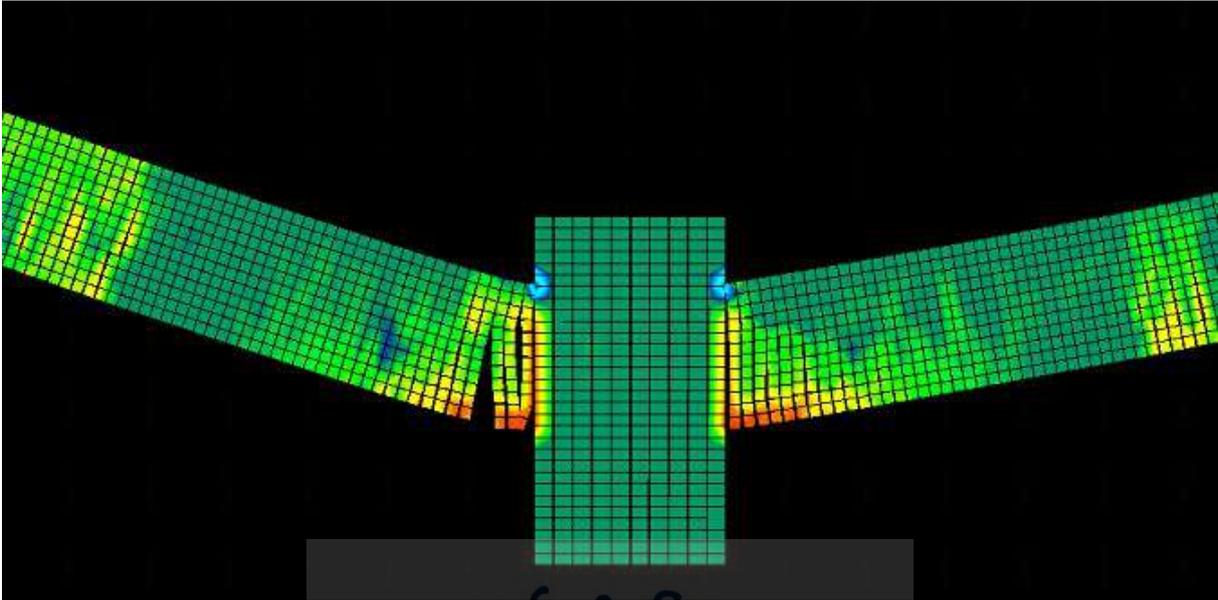


**Figura 118. Resultado de la simulación ULT5 del sexto test de las vigas cerca de la columna central en *Extreme Loading for Structures***

La quinta simulación ULT5, tuvo un buen resultado en comparación con el test experimental y la simulación ULT1 y ULT4. El programa logró ubicar la grieta más pronunciada del sistema. Sin, embargo, hubo diferencias mínimas en cuanto a la formación de la grieta.

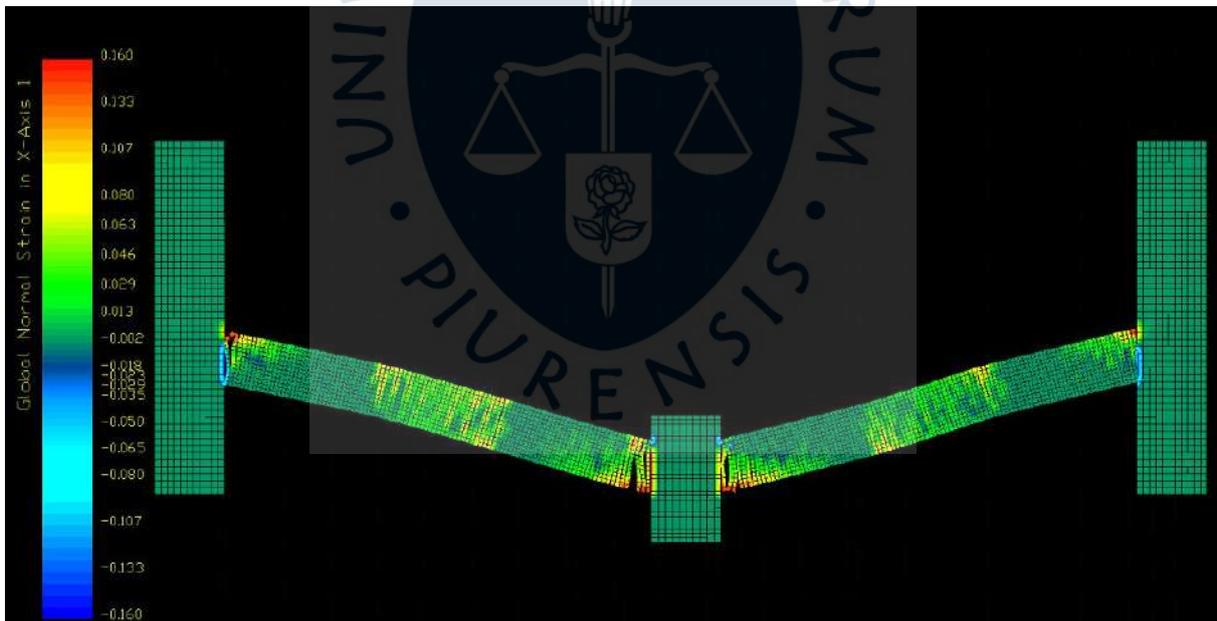


**Figura 119. Resultado de la simulación ULT6 del sexto test en *Extreme Loading for Structures***

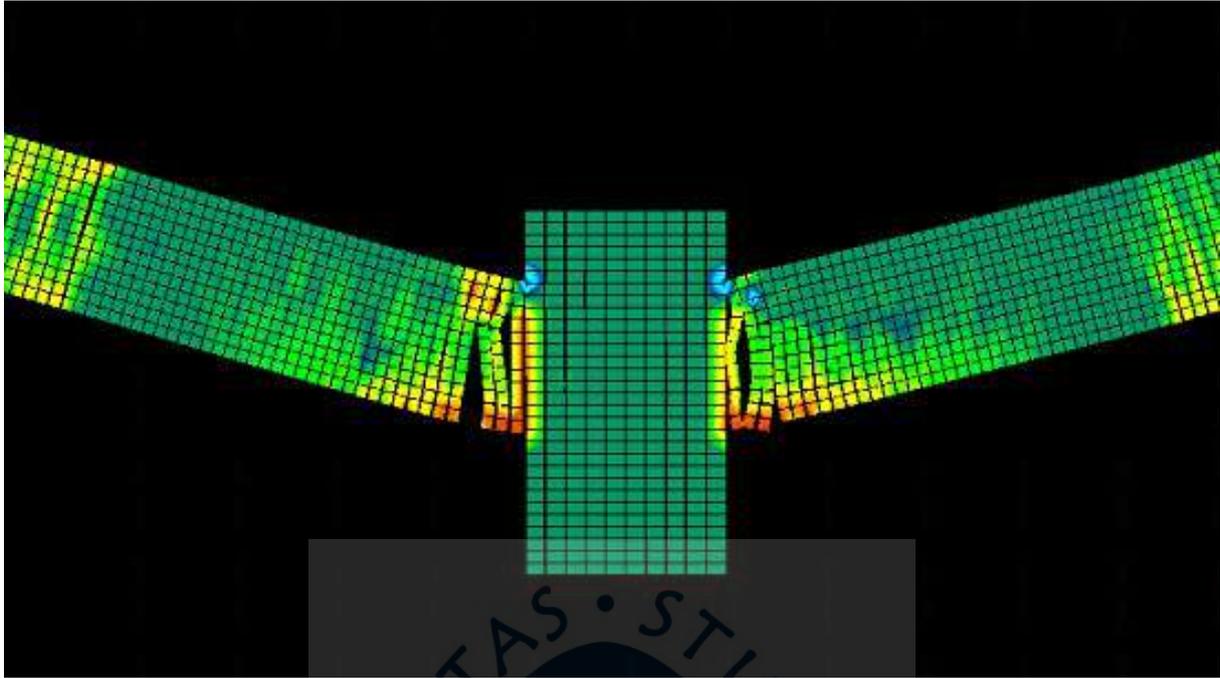


**Figura 120. Resultado de la simulación ULT6 del sexto test de las vigas cerca de la columna central en *Extreme Loading for Structures***

La sexta simulación ULT6, tuvo un buen resultado en comparación con el test experimental, la simulación ULT1, ULT4 y ULT5. El programa logró ubicar la grieta más pronunciada del sistema. Sin, embargo, hubo diferencias mínimas en cuanto a la formación de la grieta.

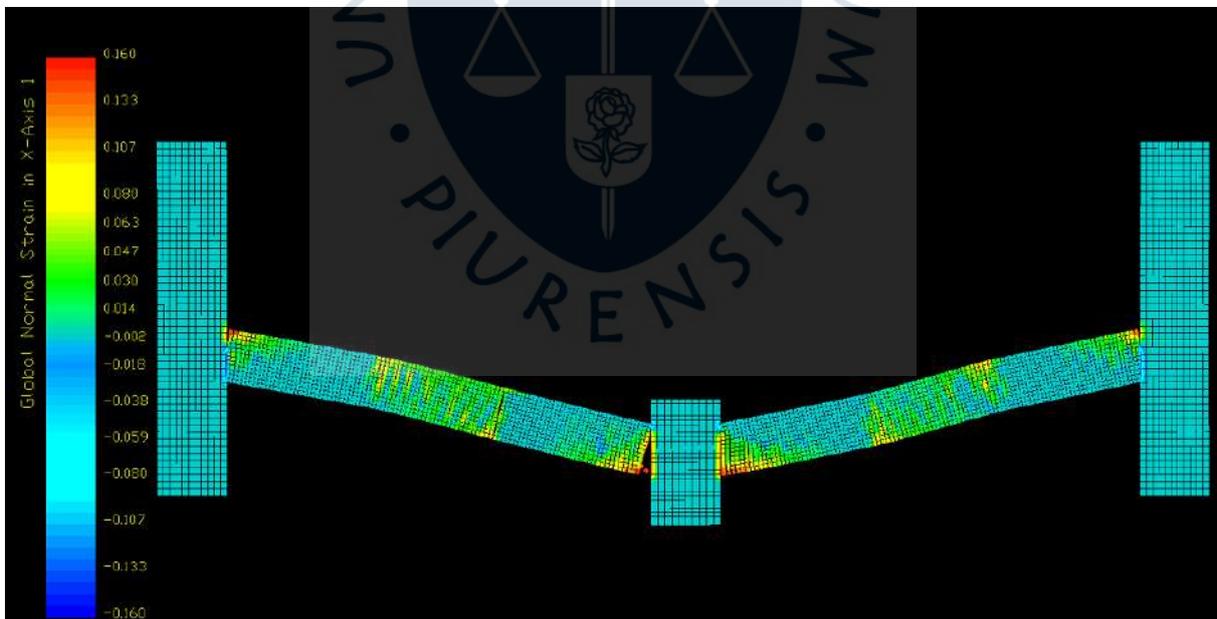


**Figura 121. Resultado de la simulación ULT7 del sexto test en *Extreme Loading for Structures***

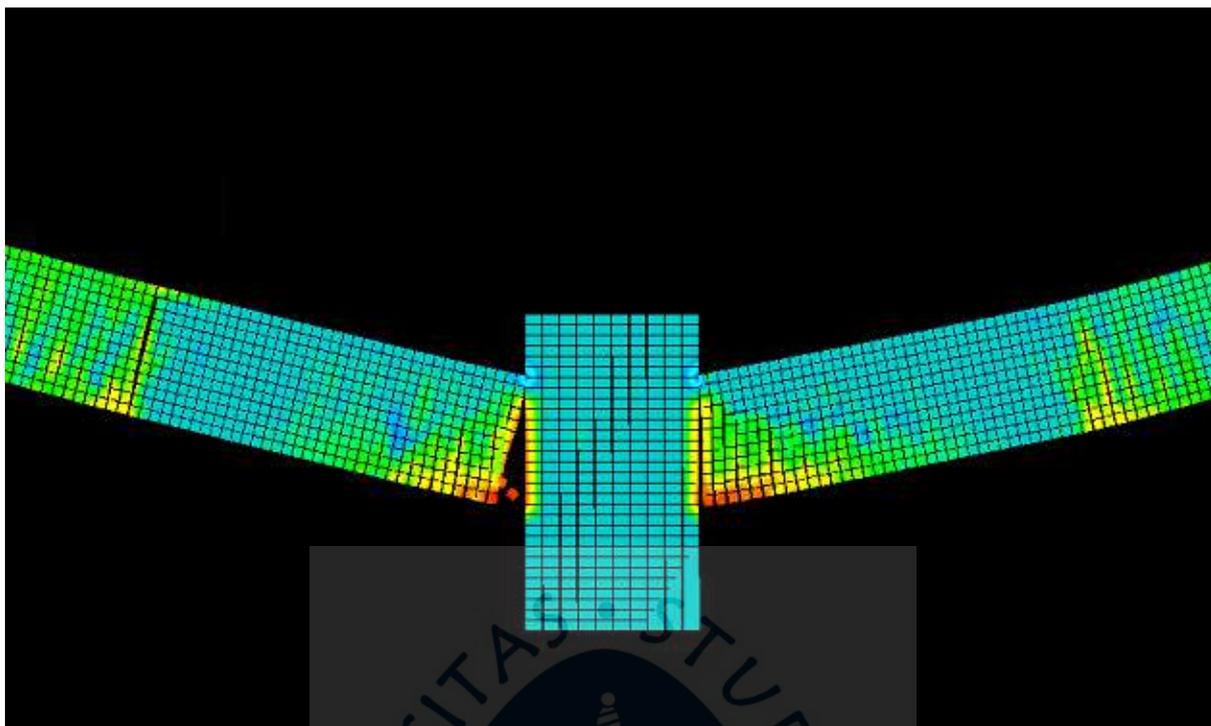


**Figura 122. Resultado de la simulación ULT7 del sexto test de las vigas cerca de la columna central en *Extreme Loading for Structures***

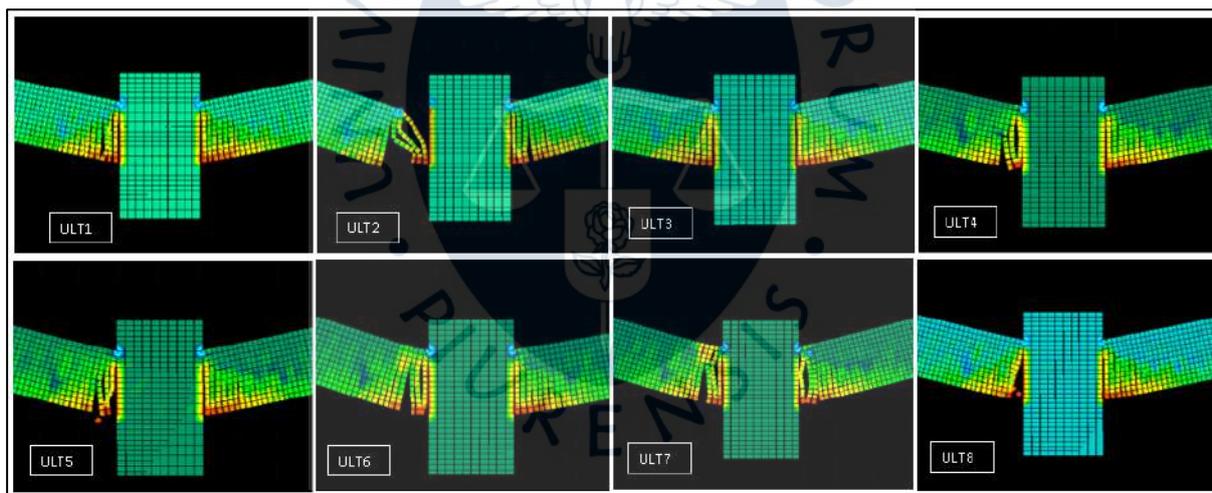
La séptima simulación ULT7, tuvo un buen resultado en comparación con el test experimental, la simulación ULT1, ULT4, ULT5 y ULT6. El programa logró ubicar la grieta más pronunciada del sistema. Sin, embargo, hubo diferencias mínimas en cuanto a la formación de la grieta con las demás simulaciones.



**Figura 123. Resultado de la simulación ULT8 del sexto test en *Extreme Loading for Structures***



**Figura 124. Resultado de la simulación ULT8 del sexto test de las vigas cerca de la columna central en *Extreme Loading for Structures***



**Figura 125. Comparación entre los resultados de las simulaciones ULT1, ULT2, ULT3, ULT4, ULT5, ULT6, ULT7 y ULT8**

Seis de las ocho simulaciones tuvieron resultados similares, logrando detectar la grieta más pronunciada del pórtico. Una de las simulaciones (ULT2) finalizó el test numérico con una respuesta explosiva y otra simulación (ULT3) terminó el test numérico sin lograr detectar la grieta pronunciada del sistema (Ver Figura 125)

Este hecho generó incertidumbre puesto que los resultados de este test no fueron los esperados. Sin embargo, siendo éste, uno de los pocos programas que existen en la actualidad con la capacidad de generar este análisis tan complejo y otorgar buenos resultados, a partir de un modelamiento simple; las simulaciones son aceptadas en esta tesis. Se recomienda realizar este test en futuras investigaciones para confirmar o descartar la hipótesis planteada.



## Conclusiones

Después de realizar todos los test de sensibilidad se concluyó lo siguiente:

**Se comprobó la simplicidad para interactuar con este programa y su capacidad de simular el patrón de agrietamiento sin conocimiento previo de su ubicación.** La interface software-usuario para simular la geometría y la disposición de los refuerzos facilitó mucho las simulaciones. Fue suficiente con conocer la geometría de los elementos, la carga aplicada y las propiedades de los materiales para conseguir una representación aceptable del comportamiento.

**Se consiguió representar el comportamiento a lo largo de la curva fuerza vs desplazamiento del experimento.** Con un error de 5% en el primer pico, 26.8% en el punto más bajo y 4.7% de error en el segundo pico, el programa logró obtener la curva tal y como se esperaba. A pesar de que el punto más bajo cuenta con un error grande, los otros dos picos mantuvieron un error por debajo del 5% haciendo que los resultados sean aceptables.

**El valor de 0.15 del *Separation Strain* del concreto fue el que tuvo los mejores resultados.** Analizando nuevamente el comportamiento a lo largo de la curva fuerza vs desplazamiento, este valor presentó un error en el primer pico de 5% y 3.9% en el segundo pico. Por tal motivo, el valor de este parámetro que más se acercó al resultado real es el de 0.15. Según el manual, un rango recomendado de valores para el *Separation Strain* del concreto es 0.1 a 0.5. Las simulaciones realizadas con valores en este rango distintos a 0.15, no presentaron diferencias importantes entre sí. El mayor error obtenido en estas simulaciones fue 8.8 %.

**Se comprobó que el *Separation Strain* del acero sí tiene efectos en los resultados de las simulaciones, siendo 0.1 el valor que se acerca más a los resultados de la curva fuerza-deformación del test experimental.** AlHafian, (2013) mencionó que el concreto controla el comportamiento de elementos de concreto reforzado. Por tal motivo se esperaba que el *Separation Strain* del acero no influiría en el comportamiento ni los resultados de las simulaciones. Sin embargo, valores de 0.1 y 0.2 fueron los que presentan mejor respuesta con 5% de error en el primer pico y 4.7% de error en el segundo pico. Los otros valores simulados de 0.3, 0.4 y 0.9 presentaron diferencias desde 8% hasta 23%.

**Se encontró que 0 es el valor del *External Damping Ratio* que representa mejor el comportamiento de la simulación.** El ELS ofrece las premisas para calcular el valor de este parámetro y dice también que este valor es 0 cuando los casos estudiados son no lineales debido a que el ratio de amortiguamiento interno cubre la disipación de energía para estos casos. Al realizar las simulaciones, el mejor resultado fue "0", estableciendo que el *Internal Damping Ratio* asumido por el software al aparecer las grietas, es suficiente para una buena simulación tanto en términos de la obtención de la

curva fuerza-desplazamiento con un error de 5% en el primer pico y 4.7% en el segundo pico, como en el patrón de agrietamiento.

**Un valor de 1 en el parámetro de *Roughness Factor* fue el que más se acercó a la respuesta experimental.** Este parámetro depende de la rugosidad de la grieta y por tanto del tipo de agregado adicionado al concreto. Por norma, el agregado del concreto no puede ser muy liso o redondeado debido a que los agregados presentan una menor adherencia. Por eso, lo normal es obtener una grieta que presente rugosidad, siendo 1 el valor de este parámetro que mejor se comportó y tuvo resultados más cercanos al experimento alcanzando un error de 5% en el primer pico y 4.7% de error en el segundo pico.

**La refinación del mallado no influyó en los resultados obtenidos.** Según la literatura, la refinación del mallado podría otorgar mejores resultados. En ELS, diferentes condiciones de mallado son sencillas de incorporar a las simulaciones debido a la conectividad parcial. Todo esto gracias a la unión de elementos por resortes y no por nodos.

Se disminuyó la dimensión de los elementos de toda la viga en el sentido del eje "Z" paralelo a las columnas. Con esta refinación del mallado se obtuvieron resultados que varían poco de los obtenidos de forma experimental. La diferencia entre la respuesta de la simulación y la respuesta real tiene un error en el primer pico entre 5.0% y 5.1%, y para el segundo pico, entre 3.9% a 11.6%. Por tanto, se concluye que la refinación del mallado no es influyente en los datos de salida de la simulación.

**Se concluyó que después de la falla, los resultados obtenidos del ELS fueron diferentes a pesar de que se introdujeron los mismos parámetros, mallado y geometría.** Después de haber realizado las simulaciones suficientes, se notó que para modelos en los que se repitieron los mismos parámetros y no se cambió su geometría, los resultados presentaron una diferencia al finalizar el test tanto en el modo de falla como en la curva esfuerzo – deformación. Por lo tanto, se observó que después de producida la falla, los datos obtenidos por el programa disminuyen su confiabilidad ya que no tienen la misma respuesta. Sin embargo, no hay ninguna diferencia durante toda la trayectoria de la curva y durante todo el proceso de falla.

**ELS es capaz de simular las grietas asimétricas que ocurren en una estructura simétrica.** La estructura experimental es una estructura simétrica a la cual se le aplicó un desplazamiento a la columna central. Esta estructura presentó una grieta principal en uno de las vigas con un patrón asimétrico. ELS fue capaz de capturar la grieta principal en uno de los lados mostrando la capacidad del programa de predecir de forma correcta el modo de falla de esta estructura.

**Se aprendió sobre el colapso progresivo y su influencia en las normativas y técnicas de análisis actuales.** En esta tesis se cubrió el colapso progresivo el cual es investigado en la actualidad con programas como el ELS y se pudo conocer casos reales con consecuencias reales. En Estados Unidos se ha utilizado herramientas de análisis como el *Applied Element Method* para desarrollar técnicas de diseños para edificaciones de gran importancia que tomen en cuenta el colapso progresivo.

## Recomendaciones

**Explorar la capacidad del ELS para simular el acero por elementos de bloques y por resortes.** El acero se puede modelar de dos formas en ELS. Una de ellas es la tratada en esta tesis en la que los aceros se modelan por elementos tipo línea que generan resortes en los pequeños bloques de concreto y así se puede transmitir información detallada de sus propiedades. Como concluye esta tesis, este enfoque es suficiente para poder obtener resultados acertados.

Sin embargo, existe otro método para añadir el comportamiento del acero a la estructura, que es incorporándolo como elemento tipo bloque que ocupe un espacio en el concreto y se le añadan las mismas propiedades que antes. En este tipo de modelo, al acero se le tiene que especificar el área de su sección transversal y se tiene que añadir propiedades a la sección de las caras entre el concreto y el acero.

**Se sugiere no utilizar un mallado muy refinado ya que los resultados no varían mucho con respecto a un mallado con mayor cantidad de elementos.** Según Gohel, Patel V. & Joshi (2013) y lo que se ha visto en esta tesis, el tamaño del elemento no influye en el comportamiento de la simulación en comparación a los resultados experimentales, es decir la refinación del mallado no varía en demasía los resultados de la simulación. Por tal motivo se recomienda no exigir mucho al procesamiento de la simulación haciendo mallados muy refinados puesto que los resultados serán parecidos.

**Se recomienda una investigación más profunda acerca de las diferencias que se presentan en los resultados de las simulaciones después de la falla.** Se recomienda una investigación acerca de los resultados de las simulaciones del sexto test de sensibilidad. A pesar de que seis de las ocho simulaciones otorgaron buenos resultados, la simulación ULT 3 no presentó la grieta esperada y la simulación ULT 2 falla de una manera explosiva. Los próximos investigadores pueden añadir este mismo test a sus casos específicos y confirmar o descartar esta observación.

**Realizar un análisis de sensibilidad completo a los parámetros de mayor importancia en el ELS.** Uno de los objetivos de la tesis fue explorar este nuevo software de análisis. Esto determinó ciertas limitaciones a su uso, debido a la cantidad de tiempo que se podía utilizar el software en cada ejecución del programa y a los costos correspondiente. Teniendo una mejor visión de los resultados obtenidos en esta tesis, se recomienda realizar un análisis de sensibilidad más completo, probando diferentes combinaciones de parámetros.



## Referencias bibliográficas

- AlHafian, S. (2013). *Seismic Progressive Collapse of Reinforced Concrete Frame Structures using the Applied Element Method*. Edimburgo: Heriot-Watt University.
- American Concrete Institute. (2019). *Building Code Requirement for Structural Concrete*. Farmington Hills.
- American Society of Civil Engineers. (2010). *Minimum Design Loads*. Virginia: American Society of Civil Engineers.
- Applied Science International. (2004a). *Extreme Loading for Structures. Theoretical Manual*. Obtenido de Applied Science International: <https://www.extremeloading.com/>
- Applied Science International. (2004b). *extremeloading.com*. Obtenido de <https://www.extremeloading.com/els-applications/progressive-collapse-analysis-software/>
- Asprone, D., Nanni, A., & Salem, H. &.-D. (2009). Applied Element Method Analysis of Porous GFRP Barrier Subjected to Blast. *Advances in Structural Engineering*.
- Brcic, S., & Cosic, M. (19 de Julio de 2014). *Applied Element Method (AEM) in Dynamic and Seismic Analysis*. Obtenido de [http://www.np.ac.rs/downloads/nm/nm\\_teh/gradj/mke\\_2b.pdf](http://www.np.ac.rs/downloads/nm/nm_teh/gradj/mke_2b.pdf)
- Cismasiu, C., Pinho, A., Moldovan, I., Ferreira, D., & Filho, J. (2017). Applied element method simulation of experimental failure modes in RC shear walls. *Computers and Concrete*.
- Dhakal, R. &. (2002). Path-dependent cyclic stress–strain relationship of reinforcing bar including buckling. *Engineering Structures*, 1383-1396.
- El-Mahdy, O., El-Kasaby, E., Abusafa, H., & El-Gamal, A. (2017). Application of AEM in progressive collapse dynamic analysis of R.C. structures. *Stavební obzor - Civil Engineering Journal*, 315-332.
- Gohel, V., Patel, V., P., & Joshi, D. (2013). Analysis of Frame using Applied Element Method (AEM). *Procedia Engineering*, 176-183.

- Griffin, J. (2008). Experimental and Analytical Investigation of Progressive Collapse Through Demolition Scenarios and Computer Modeling. *Department of Civil Engineering, North Carolina*.
- Helmy, H., Salem, H., & Mourad, S. (2013). Computer-Aided Assessment of Progressive Collapse of Reinforced Concrete Structures according to GSA Code. *Journal of Performance of Constructed Facilities*, 529-539.
- Hinman, E., & Hammond, D. (1996). *Lessons from the Oklahoma City bombing : defensive design techniques*. Nueva York: ASCE PRESS.
- Jendele, L., Cervenka, J., Saouma, V., & Pukl, R. (2001). *On the choice between discrete or smeared approach in practical structural FE analyses of concrete structures*. República Checa.
- Khalil, A. (2012). *UFC Progressive Collapse: Material Cost Savings*. Obtenido de Applied Science International: <https://www.appliedscienceint.com/ufc-progressive-collapse-material-cost-savings/>
- Kim, H., & Wee, H. (2016). Separation strain for progressive collapse analysis of reinforced concrete building using applied element method. *Advances in Structural Engineering*, 437-448.
- Lew, H. B., Sadeck, F., Main, J., Pujol, S., & Sozen, M. (2011). *An Experimental and Computational Study of Reinforced Concrete Assemblies under a Column Removal Scenario*. National Institute of Standards and Technology.
- Lignola, G. P. (2007). *RC hollow members confined with FRP: Experimental behavior and numerical modelling*. Naples.
- Lupoae, M. & (2009). Use of Applied Element Method to simulate the collapse of buildings. *SISOM 2009 and Session of the Comission of Acoustics, Bucharest*, 28-29.
- Macabuag, J. & (2008). Extending the Collapse Time of Non-Engineered Masonry Buildings Under Seismic Loading. *The Structural Engineer*, 31-33.
- Maekawa, k., & Okamura, H. (1985). The deformational Behavior and constitutive equation of concrete using elasto-plastic and fracture model. *Journal of the Faculty of Engineering*.
- Maekawa, K., & Okamura, H. (1990). *Non-linear analysis and constitutive models of reinforced concrete*. Tokyo: Department of Civil Engineering, University of Tokyo.
- Maekawa, K., Pimanmas, A., & Okamura, H. (2003). *Non Linear Mechanics of Reinforced Concrete*. London: Taylor & Francis e-Library.
- Meguro, K. (2001). Applied element method: A new efficient tool for design of structure considering its failure behavior. *International Center for Urban Safety Engineering*, 13-30.

- Moldovan, T., Marchiș, A., & Ioani, A. (2014). Progressive collapse analysis of an old RC structure subjected to extreme loading. *People, Buildings and Environment 2014*, (pp. 316-327). Kroměříž.
- Sasani, M. (2008). Response of a reinforced concrete infilled-frame structure to removal of two adjacent columns. *Engineering Structures*, 2478-2491.
- Tagel-Din, H. (1998). *A new efficient method for non linear, large deformation and collapse analysis*. Tokyo.
- Tagel-Din, H. (2009). *High Fidelity Modeling of Building Collapse with Realistic Visualization of Resulting Damage and Debris Using the Applied Element Method*. Applied Science International.
- Tagel-Din, H., & Rahman, N. (2006). Simulation of the Alfred P. Murrah Federal Building Collapse Due to Blast Loads. *Building Integration Solutions*.
- Universidad de los Andes. (2014). *Concepto técnico en relación a las causas más probables del colapso del edificio Space*. Bogotá.

