UNIVERSIDAD DE PIURA

REPOSITORIO INSTITUCIONAL PIRHUA

ESTUDIO DEL MECANISMO DE FALLA DE UNA LEVA DE DISCO CON SEGUIDOR DE RODILLO - ELECTROPERÚ S.A.

Carlos Enrique Chinchay De la Cruz

Piura, 24 de Noviembre de 2009

FACULTAD DE INGENIERÍA

Área Departamental de Ingeniería Mecánico-Eléctrica

Noviembre 2009

Esta obra está bajo una licencia Creative Commons Atribución-NoComercial-SinDerivadas 2.5 Perú

Repositorio institucional PIRHUA – Universidad de Piura

UNIVERSIDAD DE PIURA
FACULTAD DE INGENIERÍA
Departamento de Ingeniería Mecánica

"Estudio del mecanismo de falla de una leva de disco con seguidor de rodillo - ElectroPerú-S.A."

Tesis para obtener el título de
Ingeniero Mecánico-Eléctrico

Carlos Enrique Chinchay De La Cruz

Asesor: Ing. Jorge Yaksetig Castillo

Piura, Enero 2010

A mi familia,
porque con su esfuerzo
y dedicación me brindaron la
oportunidad de un próspero futuro.

PRÓLOGO

En el transcurrir del tiempo, en nuestro país, cada vez se hace más importante el tema vinculado con el mantenimiento. El mantenimiento adecuado y a tiempo de un determinado elemento puede evitar la pérdida del elemento o en el peor de los casos la pérdida de la maquina completa. Si ocurriese una falla en un determinado mecanismo, un efecto negativo importante es el impacto económico que esta tendría para la empresa, como es el caso de la empresa generadora Electroperú-S.A. Tumbes, que solicitó a la Universidad de Piura reparar, o si era necesario cambiar una leva que pertenecía al sistema de inyección de combustible del motor de uno de los grupos electrógenos MAK con los que cuenta.

En el laboratorio de mecánica el desarrollo de este tema fue muy interesante y fructífero, debido a que se afrontó el reto de fabricar una pieza que no se realiza en el país; innovando en tecnología de diseño y manufactura, se pudo cumplir con la meta trazada; todo el laboratorio de mecánica, incluyendo al Ingeniero Fernando Eduardo Sánchez – Elías Burstein fueron los protagonistas de esta hazaña. La Universidad de Piura no contenta con lo realizado, busca iniciar otro estudio basado en el análisis de esfuerzos y deformaciones de la leva en mención.

Los resultados y conclusiones de este análisis son un tema de mucha importancia debido a que permite prevenir fallas en el mecanismo, que es lo mismo a prevenir pérdidas cuantiosas en el aspecto económico. Por la confianza de permitirme realizar este estudio y por la ayuda brindada en todo momento, agradezco a todo el personal del laboratorio de mecánica de la universidad, en especial al Ingeniero Jorge Yaksetig Castillo por su tiempo y asesoramiento.

RESUMEN

El objetivo que se tiene en esta tesis es brindar información acerca de la ubicación de los puntos críticos de la nueva leva, con el fin de saber el origen de una posible falla y que hacer para contrarrestarla.

El primer capítulo trata acerca de la teoría de levas; sobre los diferentes tipos de levas y seguidores que existen en la industria, sobre los diagramas de desplazamiento que se utilizan para obtener el perfil final de una leva y sobre las diferentes técnicas avanzadas de diseño de levas. Un tema de gran importancia son los inconvenientes que se pueden presentar cuando se obtiene el perfil final de la leva, como son: el ángulo de presión y el radio de curvatura.

El segundo capítulo trata básicamente sobre los tratamientos térmicos y la influencia que tienen sobre los materiales para mejorar sus propiedades mecánicas, los tratamientos térmicos tienen un papel muy importante, debido a que muchas propiedades mecánicas que requerimos de un material para una determinada aplicación, no pertenecen a su naturaleza, por lo que nos vemos obligados a alterar sus propiedades mecánicas de acuerdo a nuestro exigencias utilizando los tratamientos térmicos.

El tercer capítulo hace referencia a la teoría de esfuerzos, trata acerca de los diferentes tipos de esfuerzos que se pueden presentar en una determinada pieza luego de que haya sido sometida a alguna fuerza, también se muestran distintas fórmulas que son de mucha utilidad para calcular dichos esfuerzos.

En el cuarto capítulo se hace referencia a todo lo relacionado con el software “Solidwork” y se emplea para calcular los puntos críticos de la leva, en los cuales se presentarán las condiciones más extremas de funcionamiento, en este análisis se emplean las herramientas de simulación avanzadas “Cosmoswork” y “Cosmosmotion”.

ÍNDICE

Introducción

El motivo principal de esta tesis es desarrollar un estudio sobre los diferentes esfuerzos que se pueden presentar en un mecanismo de leva de disco con seguidor de rodillo, este estudio surgió por la necesidad de la empresa ElectroPerú, a la que se le presentó un problema con el mecanismo de inyección de combustible en un motor de combustión interna perteneciente a uno de sus grupos electrógenos con los que cuenta. Para desarrollar satisfactoriamente esta tesis se necesitó de un análisis previo, en el cual se debía estudiar el diseño y la obtención del perfil final de la leva; este análisis se desarrollo en la tesis "Análisis, diseño y fabricación de una leva industrial mediante técnicas avanzadas de manufactura" la cual pertenece al Ingeniero Mecánico Eléctrico Fernando Eduardo Sánchez – Elías Burstein.

El interés sobre esta tesis nace con el hecho de que es imposible que algún grupo electrógeno de ElectroPerú se encuentre de "para" por un periodo de tiempo considerable, debido a que es una empresa generadora la cual debe producir en todo momento 9 MW de potencia como mínimo, como lo viene haciendo. La calidad de la energía que brinda esta empresa depende directamente de todos sus equipos generadores que actúan para producirla, en otras palabras y más específicamente, de todos los mecanismos que conforman estos equipos.

Lo que se busca con este estudio es predecir, mediante simulaciones, el punto o los puntos más críticos de una leva industrial en los cuales se originaría una falla, si es que la hubiese. El análisis, diseño y fabricación de una leva industrial, junto a la simulación de sus esfuerzos y deformaciones realizados en el país, más específicamente en la universidad de Piura, significa un gran avance en la tecnología de manufactura de diferentes piezas; ahora ya no se dependerá del fabricante original para obtener una pieza con iguales o mejores condiciones que la anterior, sino que se buscará crearla en nuestro país originando más trabajo y una rápida evolución de nuestra tecnología.

Capítulo I

DISEÑO DE LEVAS

1.1) Conceptos básicos.

Una leva es un elemento mecánico que sirve para impulsar a otro, llamado seguidor, para que éste tenga un movimiento específico. La potencia que se trasmite de la leva al seguidor se produce por contacto puntual o lineal (contacto directo).

El mecanismo leva-seguidor transforma el movimiento inicial de la leva (básicamente rotatorio), en uno de traslación, oscilatorio o ambos, del seguidor. Éste mecanismo está compuesto de dos elementos móviles, cada uno de ellos con un grado de libertad, leva (libertad de girar), seguidor (libertad de desplazarse verticalmente); ambos elementos están siempre en contacto, lo que permite establecer una ley de dependencia entre sus respectivos movimientos. En la figura 1.1 se puede observar un mecanismo de leva de disco con seguidor de rodillo. Las levas cumplen un papel muy importante en la mecánica moderna, debido a su tamaño reducido y a su lugar dentro del funcionamiento de la máquina. El campo de acción de las levas va aumentando con el paso del tiempo, con lo que se hace necesario contar con un estudio completo sobre las fallas en este mecanismo.

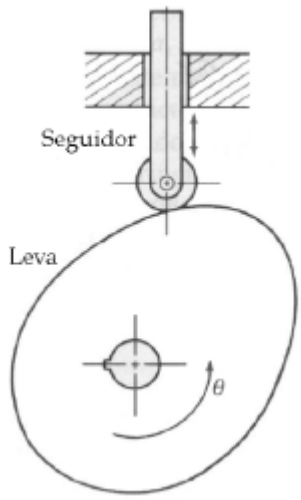


Figura 1.1 Mecanismo de leva de disco con seguidor de rodillo.

Como se puede observar en la figura 1.1, un mecanismo leva-seguidor tiene sólo dos elementos, esto lo hace muy sencillo, de tamaño reducido y poco costoso.

Como se mencionó anteriormente, se puede establecer una ley de dependencia entre los movimientos de la leva y el seguidor, llamada ley de desplazamiento del seguidor, esta ley depende directamente del perfil de la leva que, en teoría podría ser de cualquier forma deseada, esto hace que este mecanismo sea muy confiable y flexible a las condiciones de trabajo.

Las levas tienen una geometría diferente dependiendo de la tarea para la que ha sido fabricada, por este motivo el procedimiento para su diseño y fabricación varía con la aplicación. A medida que el trabajo se hace más pesado, el margen de error debe ser más pequeño y la elección del material de fabricación debe ser más exacta debido a los grandes esfuerzos que se generan.

Como consecuencia de la gran demanda de calidad y gracias a la tecnología actual, hoy en día las levas se pueden obtener por máquinas de control numérico, fresadoras, etc. Y si el volumen de producción o el material lo justifican, pueden obtenerse por moldeo, sinterización o fusión.

Para que el mecanismo leva-seguidor cumpla con la teoría (mecanismo de un grado de libertad) y para un correcto funcionamiento del mismo, el diseñador debe asegurar un contacto continuo entre la leva y el seguidor, ya que debido a las grandes velocidades de funcionamiento y a las propiedades físicas de los cuerpos, se puede interrumpir el contacto permanente entre estos elementos, que a sus velocidades de funcionamiento tendría graves consecuencias para el propio mecanismo y para el sistema al cual pertenece. Estas consecuencias se suelen contrarrestar comúnmente de dos formas: por medio de una fuerza opuesta al “salto” del seguidor (sea el propio peso del seguidor o un resorte acoplado), o a través de una restricción mecánica, según la disposición geométrica de los elementos.

1.2) Tipos de mecanismo leva-seguidor.

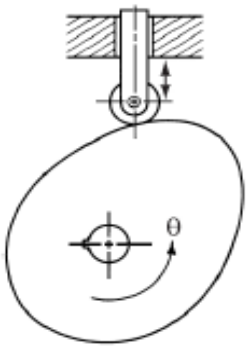
En la actualidad existe una gran variedad de mecanismos leva–seguidor, debido a esto, no es posible hablar de un solo grupo de mecanismo, por lo que es necesario establecer diferentes tipos de mecanismos dependiendo del trabajo que desempeñan. Los más comunes son:

- Tipos de mecanismos por geometría de la leva.
- Tipos de mecanismos por geometría del seguidor.
- Tipos de mecanismos por movimiento del seguidor.
- Tipos de mecanismos por tipo de cierre.

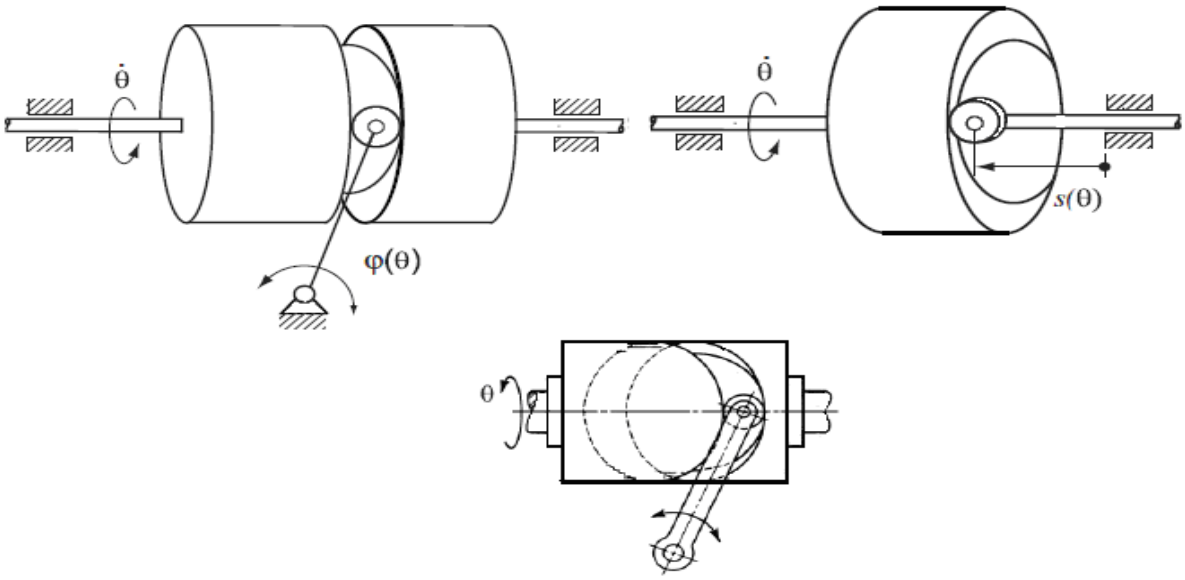
1.2.1) Tipos de mecanismos por geometría de la leva.

Para poder distinguir la gran variedad de perfiles de las levas, se usa una determinada terminología; según el perfil de las levas, estas se distinguen en:

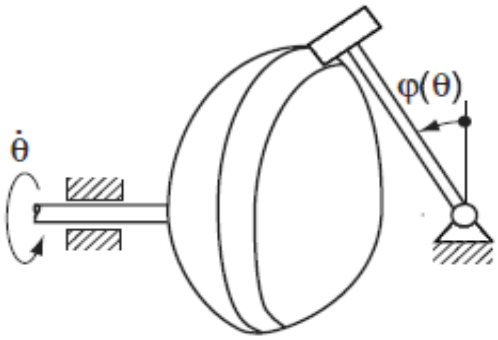
- De disco, de placa o radial (Figura 1.2a); las levas de disco son conocidas también como radiales debido a que el seguidor tiene un movimiento radial con respecto al centro de giro de la leva.
- Cilíndricas (Figura 1.2b); levas con geometría cilíndrica y movimiento axial cuyo seguidor se mueve en traslación, en rotación o en movimiento oscilante.
- Esféricas (Figura 1.2c); levas con geometría esférica cuyo seguidor se mueve en traslación o en rotación.
- Globoide (Figura 1.2d); levas con geometría globoide y movimiento axial cuyo seguidor puede combinar los movimientos radial y axial.
- De cuña (Figura 1.2e); levas con movimiento de traslación cuyo seguidor se mueve en traslación o en rotación.
- Cónicas (Figura 1.2f); levas de fabricación muy compleja.



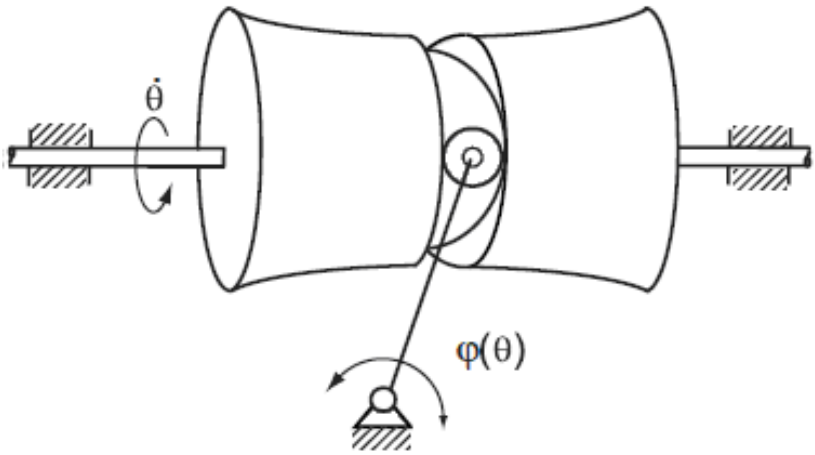
(a)



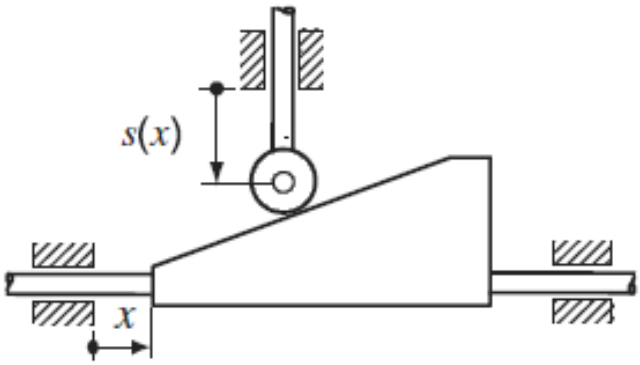
(b)



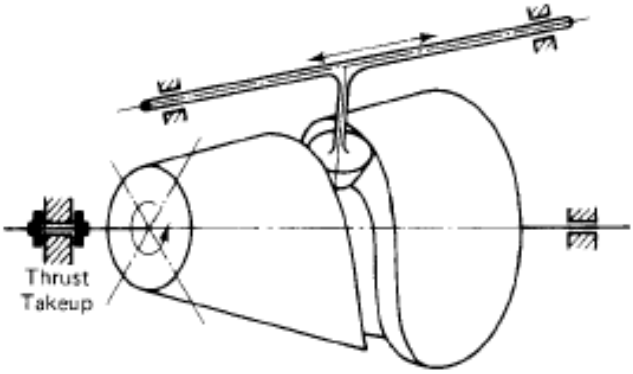
(c)



(d)



(e)



(f)

Figura 1.2 Tipos de levas.

1.2.2) Tipos de mecanismos por geometría del seguidor.

Al igual que las levas, los seguidores también cuentan con una gran variedad de formas, estas pueden ser:

- De rodillo, en traslación (Figura 1.3a); presenta poca fuerza de rozamiento en la superficie de contacto.
- De rodillo, en rotación (Figura 1.3b).
- De cara plana, en traslación (Figura 1.3c); son de fabricación muy sencilla y barata, y tienen una distribución de esfuerzos muy aceptable.
- De cara esférica, en rotación (Figura 1.3d).
- Puntual (Figura 1.3e); presenta una desfavorable distribución de esfuerzos de contacto, debido a que todo el trabajo se concentra en un solo punto; no son muy usados en la práctica.
- De cuña (Figura 1.3f); su función y sus propiedades son similares a las del seguidor de cara plana.

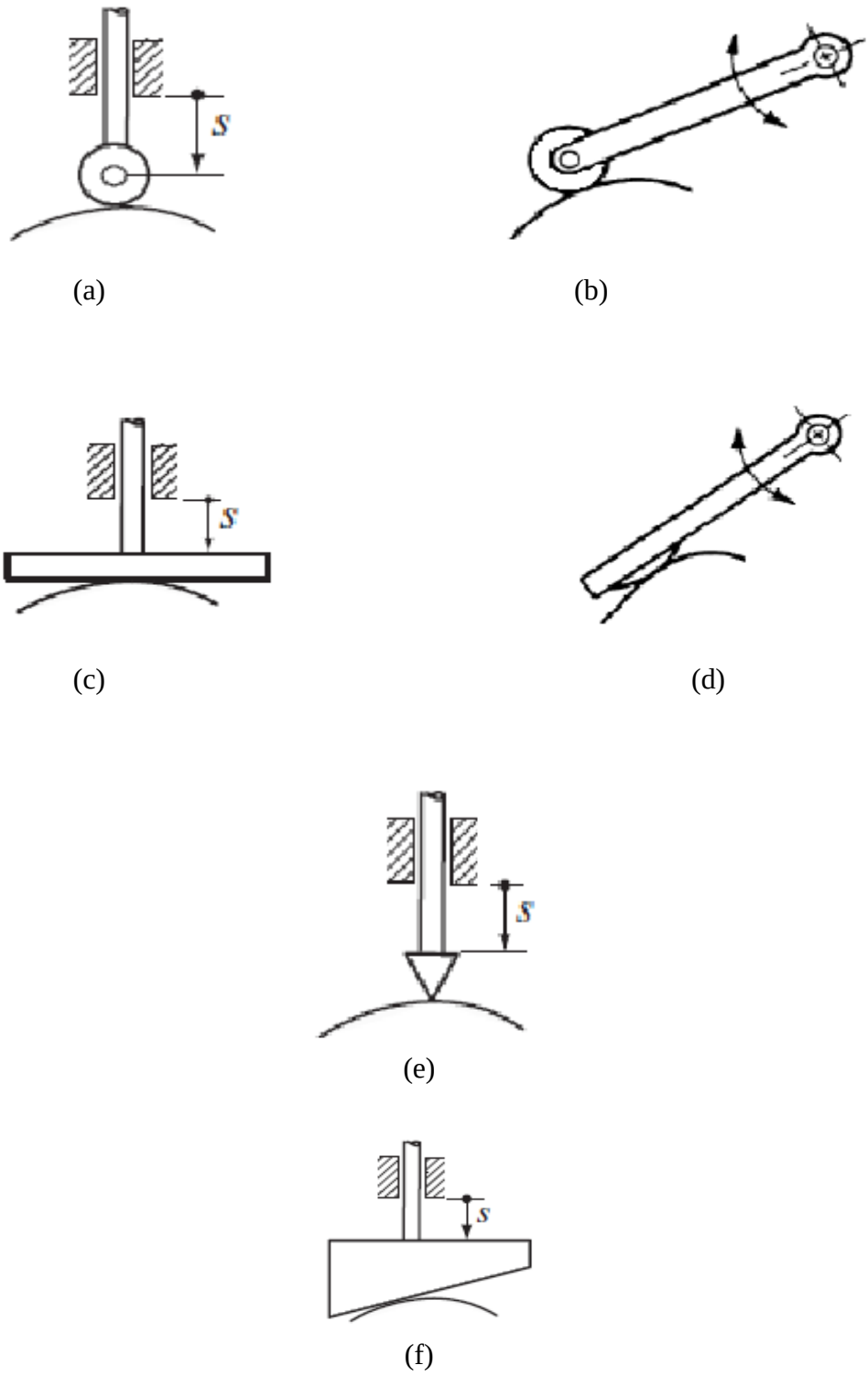


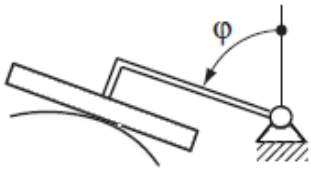
Figura 1.3 Tipos de seguidor.

El tipo de seguidor más utilizado en la industria es el seguidor de rodillo, debido a que presenta un mínimo desgaste por fricción y también una aceptable distribución de esfuerzos de contacto.

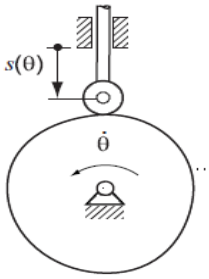
1.2.3) Tipos de mecanismos por movimiento del seguidor.

También se puede distinguir otro tipo de mecanismo leva-seguidor teniendo en cuenta el movimiento que realiza el seguidor. Estos pueden ser:

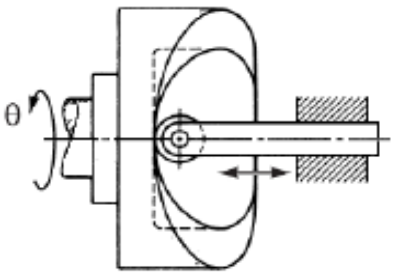
- Movimiento oscilatorio (Figura 1.4a); el seguidor oscila respecto a su eje de giro el cual puede ser paralelo o no al eje de giro de la leva.
- Movimiento de traslación:
  - Lineal o axial (Figura 1.1); cuando el seguidor tiene un movimiento lineal y paralelo al eje de giro de la leva.
  - Radial (Figura 1.4b); el eje del seguidor se encuentra en la dirección radial respecto al eje de giro de la leva.
  - Excéntrico (Figura 1.4c); el eje de rotación de la leva está desfasado respecto al eje de movimiento del seguidor.



(a)



(b)



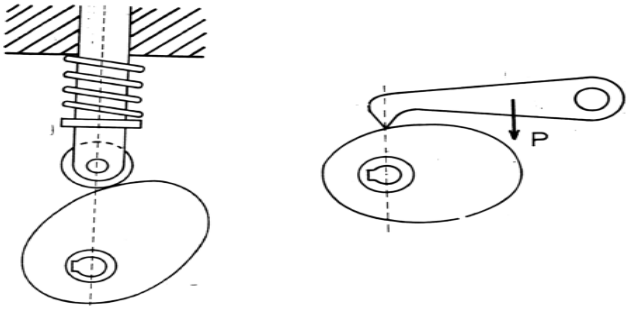
(c)

Figura 1.4 Tipos de movimiento del seguidor.

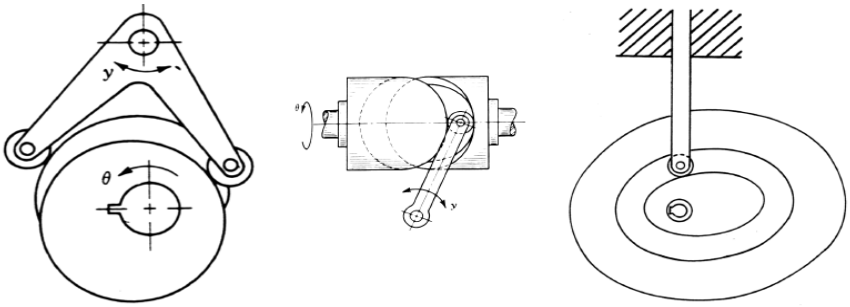
1.2.4) Tipos de mecanismos por tipo de cierre.

Una de las condiciones más importantes a tener en cuenta por el proyectista al momento de diseñar el mecanismo leva-seguidor, es garantizar el contacto permanente o cierre entre la leva y el seguidor, esto se puede conseguir de las siguientes maneras:

- Cierre de fuerza (Figura 1.5a); se necesita utilizar una fuerza externa al mecanismo propiamente dicho (puede ser el peso del seguidor o un resorte acoplado) para mantener el contacto entre el seguidor y la leva.
- Cierre de forma (Figura 1.5b); se asegura el contacto permanente mediante la propia geometría de sus elementos (mayormente se vería la geometría del seguidor).



(a)



(b)

Figura 1.5 Tipos de cierre.

1.3) Representación y nomenclatura del mecanismo leva-seguidor.

El mecanismo citado en esta tesis tiene una terminología muy variada e importante a tener en cuenta para su buen diseño. En la figura 1.6, se muestra la nomenclatura más representativa de este mecanismo.

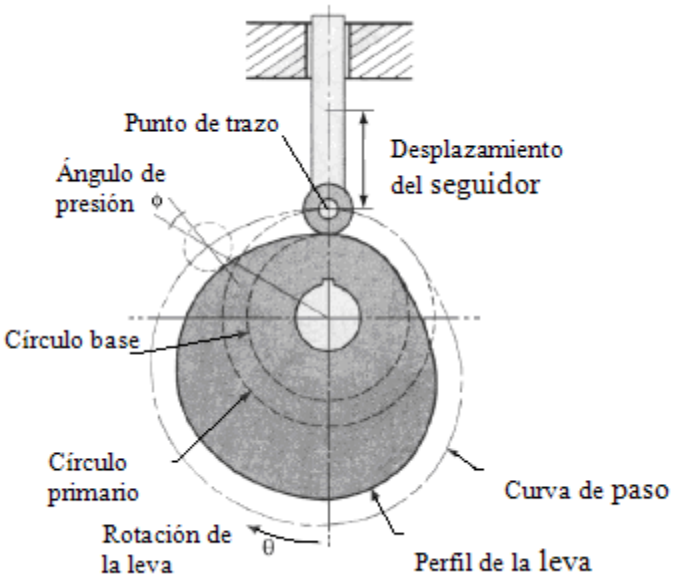


Figura 1.6 Nomenclatura del mecanismo leva-seguidor.

Punto de trazo: es un punto de referencia situado en el centro del rodillo del seguidor.

Ángulo de presión: es el ángulo formado por la recta perpendicular a la superficie de la leva en el punto de contacto entre esta y el seguidor, con la recta que contiene la dirección de la velocidad y el desplazamiento del seguidor.

Círculo base: es el círculo más pequeño con radio R_b, que se puede trazar con centro en el eje de rotación de la leva y tangente a su perfil.

Círculo primario: es el círculo más pequeño con radio R_o, que se puede trazar con centro en el eje de rotación de la leva y tangente a la curva descrita por el punto de trazo (curva de paso).

Curva de paso: es la curva descrita por el punto de trazo al completarse una vuelta de la leva, y tiene una geometría similar al perfil de la leva.

Desplazamiento o carrera: es la distancia que hay entre las dos posiciones extremas del seguidor (inferior o valle, superior o cima).

También hay un término muy importante en la terminología de este mecanismo que es la excentricidad y viene a ser la distancia entre el eje del seguidor y el centro de giro de la leva.

1.4) Desplazamiento del seguidor.

Durante el funcionamiento del mecanismo en estudio, el seguidor se mueve siguiendo una secuencia de subida y bajada, el ciclo de movimiento del mecanismo

leva-seguidor se traduce a una vuelta completa de la leva. Cuando esto ocurre, el seguidor describe una trayectoria que varía dependiendo del perfil de la leva, para el caso de ejemplo se considera un perfil cualquiera y se obtiene la trayectoria del seguidor, como se muestra en la figura 1.7.

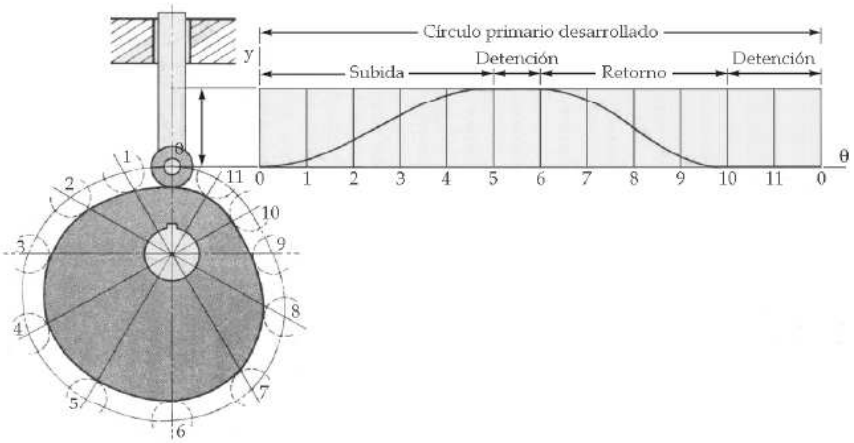


Figura 1.7 Perfil de una leva y diagrama de desplazamiento del seguidor.

Para obtener el recorrido del seguidor en el eje de coordenadas, en teoría se procede a colocar una pluma en el punto de trazo del mecanismo. A medida que la leva va girando se va dibujando el recorrido del seguidor en los ejes coordenados, el eje de las abscisas representa el ángulo de giro (θ). Es decir, se procede a dividir la longitud del círculo primario en partes iguales, y cada una de esas partes representa un ángulo de giro; para el caso del ejemplo, la longitud del círculo primario se ha dividido en doce partes iguales y cada una de ellas representa un ángulo de giro de 30°; el eje de las ordenadas representa el recorrido del seguidor en “y”, este recorrido es igual a la diferencia entre el radio máximo y mínimo del perfil de la leva. En la figura anterior se muestran los distintos movimientos que realiza el seguidor durante una vuelta completa de la leva. En primer lugar el seguidor realiza un movimiento de “subida” en el cual la distancia entre el eje de giro de la leva y el perfil físico de la misma va en aumento hasta llegar al punto máximo (punto 5), donde se realiza la primera “detención”; después de esto, el seguidor emprende el movimiento de “retorno” acercándose al centro de giro de la leva hasta llegar al punto mínimo (0 ó 12), donde se realiza la segunda “detención”.

El diagrama de desplazamiento del seguidor son funciones que relacionan el ángulo girado de la leva con el desplazamiento del seguidor en “y”. Como se dijo anteriormente, el perfil de una leva depende directamente de la aplicación que la requiere. Las características de un diagrama de desplazamiento, tales como, la duración de detención y el desplazamiento total del seguidor, son determinadas completamente por las especificaciones de la aplicación. Sin embargo, hay muchos movimientos posibles para el seguidor que se pueden usar para la subida y retorno. En general la aplicación dictará que movimiento es más adecuado dependiendo de la situación. Uno de los pasos principales en el diseño de una leva es la elección de formas apropiadas para estos movimientos.

Una vez que estos movimientos han sido definidos y la relación entre el ángulo de giro (θ) y la carrera (y) ha sido especificada ($y = y(\theta)$), es posible construir el diagrama de desplazamiento con mucha precisión.

La relación entre "θ" e "y", describe de forma exacta el perfil de la leva y permite realizar su trazado y determinar su comportamiento dinámico.

La forma de la curva del diagrama de desplazamiento puede parecer en un principio no muy importante, pero el mecanismo leva-seguidor es justamente un segmento de un sistema mecánico dinámico, es decir, de un sistema cuyo desempeño puede depender de las propiedades inerciales y de impacto de la leva y el seguidor. Por lo tanto, la velocidad, la aceleración y en ocasiones, las derivadas de mayor orden del desplazamiento del seguidor son de gran importancia.

Para llegar al diagrama de desplazamiento óptimo, se tratarán los distintos diagramas de desplazamiento que se conocen, a medida que se van mejorando sus deficiencias.

El diagrama de desplazamiento más simple es una línea recta entre el desplazamiento cero del seguidor y el final del movimiento de "subida". Este perfil se conoce comúnmente como diagrama de desplazamiento uniforme o de velocidad constante. En la figura 1.8 se muestra el movimiento de subida, la velocidad y la aceleración.

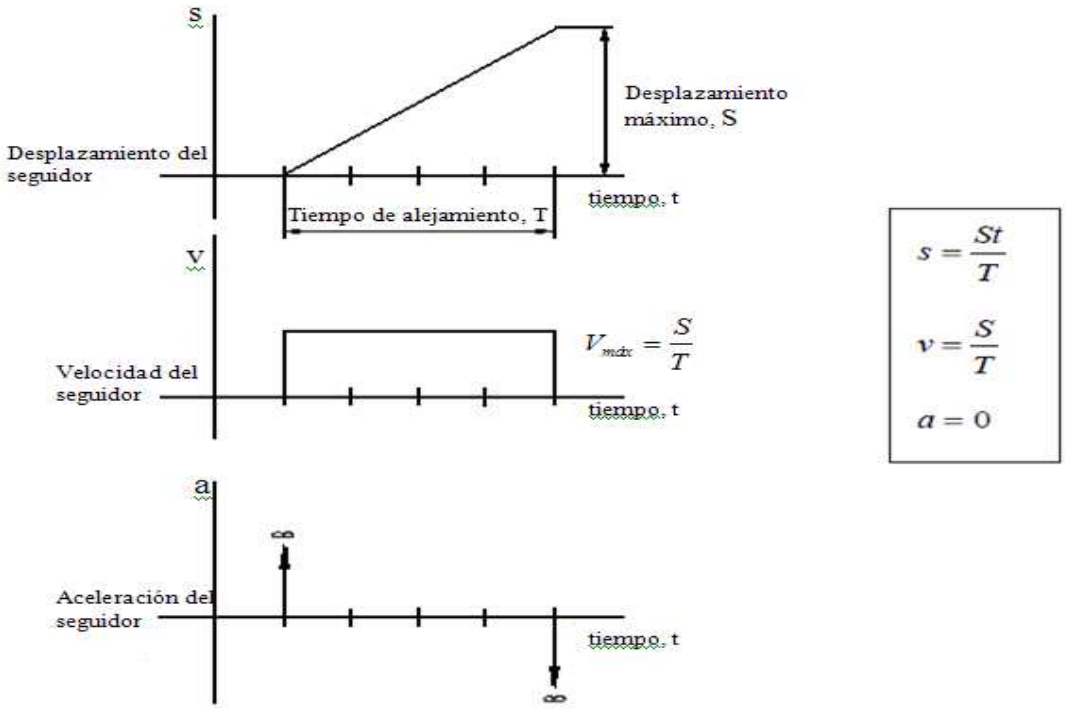


Figura 1.8 Diagrama de desplazamiento uniforme (s), velocidad (v), aceleración (a).

De la figura 1.8, el tiempo T también se puede expresar en grados sexagesimales, y éste a su vez en centímetros de la longitud del círculo primario. Como se puede observar de la figura anterior, la aceleración al inicio y al final del movimiento

tiene un valor infinito. En la práctica debido a la deformación elástica de los elementos del mecanismo, las aceleraciones y fuerzas de inercia tienen magnitudes finitas pero muy grandes, este fenómeno se conoce comúnmente como “golpe seco”, lo que es desfavorable para el mecanismo, debido a que puede provocar un gasto rápido del mismo, así como vibraciones, ruido y altos niveles de esfuerzos, por estas razones, esta ley se recomienda solamente para mecanismos de baja velocidad.

Para evitar todos los inconvenientes antes expuestos se usa a veces un diagrama de desplazamiento uniforme modificado, en el cual los cambios de velocidad se eliminan al suavizar el desplazamiento al inicio y al final de la “subida” mediante un movimiento parabólico que produce una aceleración constante (figura 1.9), o mediante un radio apropiado, el cual, cuanto más pequeño sea, más cerca estaremos de las condiciones indeseables del movimiento anterior, y cuanto más grande sea, más aceptables serán las aceleraciones en los extremos (figura 1.10). Si el radio es muy grande, se producirán velocidades muy altas en los puntos intermedios de cada movimiento, por lo que en la práctica, a menudo se escoge un radio igual al desplazamiento del seguidor.

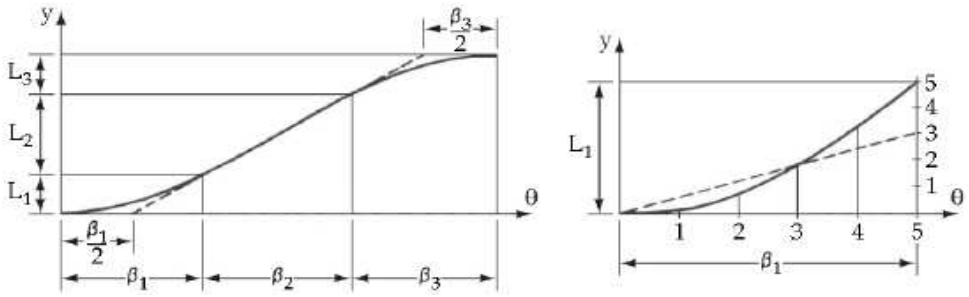


Figura 1.9 (a) Diagrama de desplazamiento uniforme modificado,
(b) Movimiento parabólico.

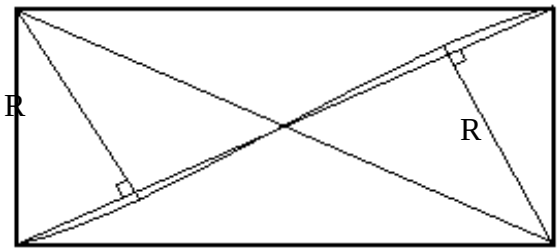
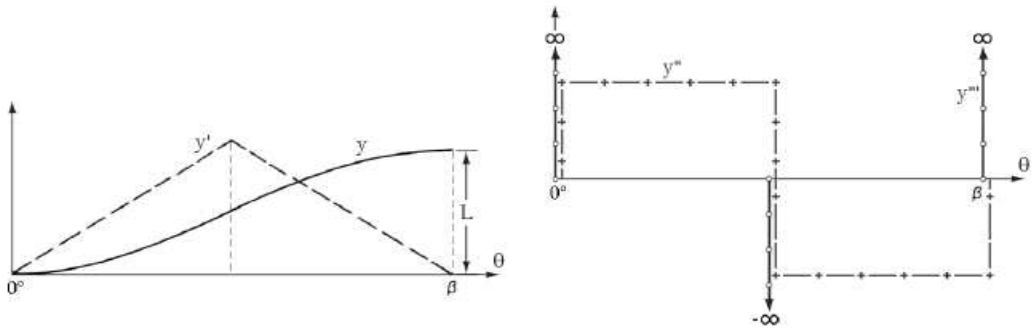


Figura 1.10 Diagrama de desplazamiento uniforme modificado con radio de redondeo.

Desafortunadamente, este diagrama tampoco brinda características muy convincentes. Así como en el diagrama de desplazamiento uniforme, la derivada de la velocidad (aceleración) no era aceptable porque presentaba valores infinitos al comienzo y final de cada movimiento; en el diagrama de desplazamiento uniforme modificado, la derivada de la aceleración, conocida como sobreaceleración o pulso tendrá picos infinitos en los mismos puntos.

La sobreaceleración es un punto muy importante en el estudio de las fallas de los mecanismos de levas; ésta derivada de la aceleración, se define como la razón de cambio respecto a tiempo de la fuerza de inercia, que indica los niveles de impacto. El impacto reduce la vida útil de los componentes mecánicos debido al desgaste de las superficies de contacto y a la fatiga de los componentes adyacentes.

Debido al problema de valores infinitos, surgió la necesidad de contar con nuevos y mejores perfiles de “subida” y “descenso”; lo que condujo a un estudio completo de algunos diagramas alternativos. Para obtener el mejor perfil de desplazamiento se tiene entre los más conocidos: El diagrama parabólico, armónico simple y cicloidal. Otros estudios han brindado posibles curvas, como son: los polinomios algebraicos con base canónica y los polinomios trigonométricos en base Fourier. Además se conocen métodos más avanzados de diseño como son las curvas de Nurbs y los polinomios algebraicos con base Bernstein que definen las leyes de desplazamiento por curvas de Bézier.
Para contrarrestar las desventajas antes mencionadas, en principio se puede optar por un perfil de aceleración constante, la cual es resultado de un perfil completamente parabólico; este perfil se muestra en la figura 1.11.

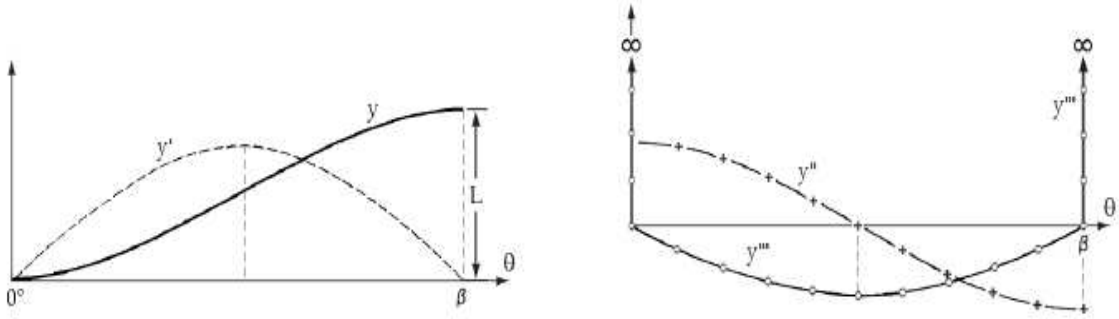


(a) (b)

Figura 1.11 (a) Diagrama de desplazamiento parabólico (y) y velocidad (y’)
(b) Diagrama de aceleración (y’’) y sobreaceleración (y’’’).

Como se puede observar, la aceleración tiene valores finitos, es constante positiva en la primera mitad de la subida, y constante negativa en la segunda mitad; también se puede observar que el diagrama de sobreaceleración presenta tres picos infinitos en los cambios brusco de pendiente de la velocidad y en las discontinuidades del diagrama de aceleración. Cuando un perfil de desplazamiento presenta picos infinitos, ya sea en la aceleración o en su derivada, automáticamente se hace no apto para el funcionamiento a grandes velocidades y en maquinaria pesada debido a que las fuerzas de inercia que se generan son muy altas.

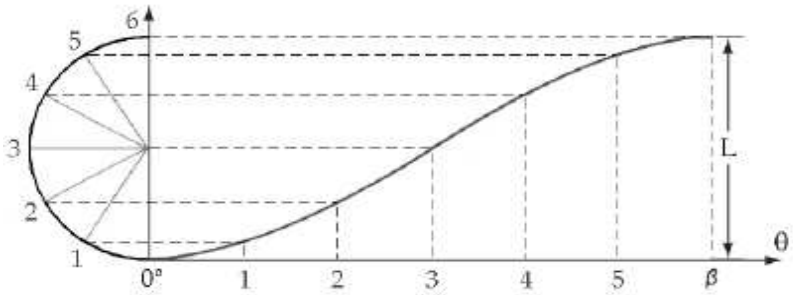
Por lo antes mencionado, para una leva pesada de alta velocidad, como la expuesta en esta tesis, se debe contar con un perfil descrito por un diagrama continuo y con cambios ligeros de pendiente. Otro perfil tomado en cuenta es el de desplazamiento armónico simple, el cual se muestra en la figura 1.12.



(a) (b)

Figura 1.12 (a) Diagrama de desplazamiento armónico simple (y) y velocidad (y')
(b) Diagrama de aceleración (y'') y sobreaceleración (y''').

Se puede observar que el perfil de aceleración es más suave, pero aunque su perfil tenga una naturaleza armónica, en θ=0 y en θ=β hay cambios súbitos de aceleración que ocasionan picos infinitos en el diagrama de sobreaceleración. A pesar de estas deficiencias, este perfil es mucho más usado que el parabólico debido a que presenta menos puntos críticos y es de fácil fabricación. La construcción gráfica de este perfil no demanda mucho esfuerzo y se puede observar en la figura 1.13 (a); una semicircunferencia que tiene un diámetro igual a la elevación L se divide en el mismo número de partes iguales en que se hace el eje de las abscisas, luego se trazan rectas perpendiculares a los ejes coordenados en cada una de las divisiones obteniéndose así puntos del perfil de desplazamiento (puntos de intersección entre las rectas). En la figura 1.13 (b) se muestra la ecuación de desplazamiento que rige este movimiento junto con sus derivadas.



$$y = \frac{L}{2}\left(1 - \cos\frac{\pi\theta}{\beta}\right)$$

$$y' = \frac{\pi L}{2\beta} sen \frac{\pi\theta}{\beta}$$

$$y'' = \frac{\pi^2 L}{2\beta^2} \cos\frac{\pi\theta}{\beta}$$

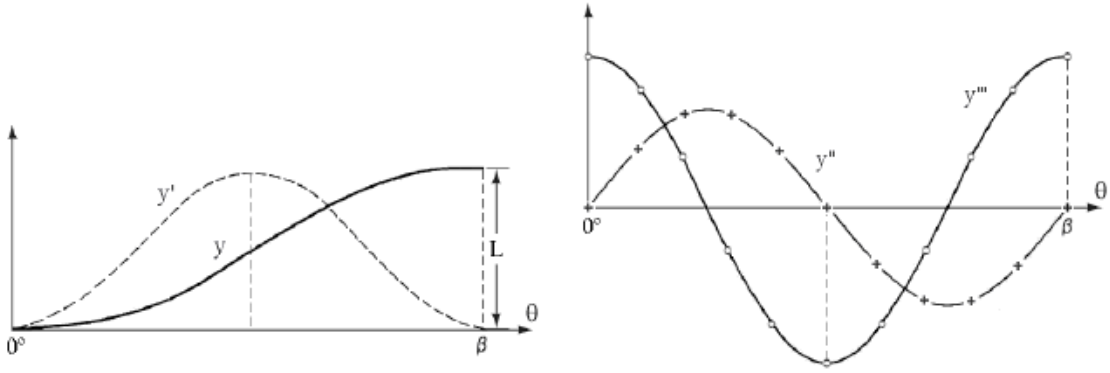
$$y''' = -\frac{\pi^3 L}{2\beta^3} sen \frac{\pi\theta}{\beta}$$

(a) (b)

Figura 1.13 (a) Método gráfico del diagrama armónico simple.
(b) Ecuación de desplazamiento y sus derivadas.

A veces, la semicircunferencia se dibuja modificada con forma de elipse, con el objetivo de conseguir un movimiento modificado. El procedimiento para trazar el diagrama es el mismo que con la circunferencia y se realiza con el eje mayor de la elipse paralelo al eje de abscisas. De ésta manera se consigue que las velocidades al inicio y final del movimiento sean menores que en el movimiento armónico simple.

Los dos ejemplos deficientes del diseño de una leva expuestos anteriormente (desplazamiento parabólico y armónico simple), llevan al diseñador a afirmar que el mejor método para un buen diseño de leva es empezar considerando las derivadas superiores como un primer paso para el análisis, en especial la aceleración. Esta función, incluyendo también la sobreaceleración, debe tener un interés especial por parte del proyectista. El diagrama de desplazamiento cicloidal, resulta de una función senoide de la aceleración (perteneciente a la familia de funciones armónicas), la cual se determina por la ecuación $a = Csen(2\pi\frac{\theta}{\beta})$, y cuya representación gráfica se muestra en la figura 1.14.



(a) (b)

Figura 1.14 (a) Diagrama de desplazamiento cicloidal (y) y velocidad (y')
(b) Diagrama de aceleración (y'') y sobreaceleración (y''').

En la ecuación anterior se ve una constante (C) que se conoce como la amplitud de la onda senoidal, para poder hallar su valor se necesita obtener las ecuaciones de la velocidad y del desplazamiento, y considerar sus condiciones de frontera. Se integra la aceleración dos veces y se tiene en cada caso:

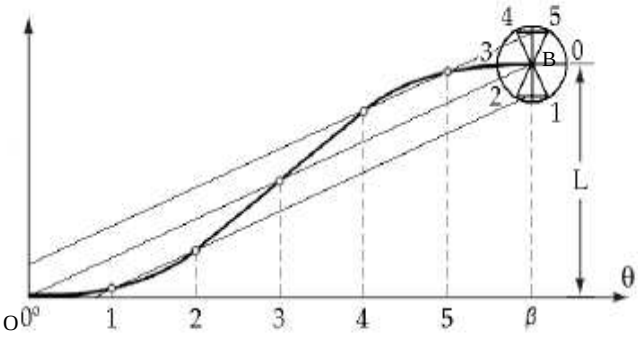
$v = -C\frac{\beta}{2\pi}\cos(2\pi\frac{\theta}{\beta}) + k_1$, condición de frontera, v=0 en θ=0, $k_1 = C\frac{\beta}{2\pi}$

$s = C\frac{\beta}{2\pi}\theta - C\frac{\beta^2}{4\pi^2}\mathrm{s}en(2\pi\frac{\theta}{\beta}) + k_2$, condiciones de frontera, s=0 en θ=0 y s=L en θ=β, de ésta integral se tiene que $k_2 = 0$ y $C = 2\pi\frac{L}{\beta^2}$. Con este valor de la constante C ya se tiene definida completamente la expresión del senoide.

Como se puede observar en la figura anterior, por primera vez, el perfil de sobreaceleración tiene valores finitos en todo el movimiento. También se ve que, tanto la velocidad como la aceleración no tienen ningún cambio brusco en su valor, ambas son nulas al comienzo y final de cada movimiento, lo que es ideal debido a la suavidad del empalme con el movimiento de detención.

Para construir el diagrama de desplazamiento cicloidal, se procede a trazar una circunferencia de diámetro L/π cuyo centro coincida con el punto B, luego se divide

en el mismo número de partes iguales en que se hace el eje de las abscisas (seis para el ejemplo), proyectar los puntos obtenidos en la circunferencia horizontalmente para intersectar a la vertical que pasa por B. Ahora desde todos los puntos obtenidos se trazan rectas paralelas a la diagonal OB, obteniéndose de esa forma el perfil deseado que se muestra en la figura 1.15.



$$y = L\left(\frac{\theta}{\beta} - \frac{1}{2\pi} sen \frac{2\pi\theta}{\beta}\right)$$

$$y' = \frac{L}{\beta}\left(1 - \cos\frac{2\pi\theta}{\beta}\right)$$

$$y'' = \frac{2\pi L}{\beta^2} sen \frac{2\pi\theta}{\beta}$$

$$y''' = \frac{4\pi^2 L}{\beta^3} \cos\frac{2\pi\theta}{\beta}$$

(a) (b)

Figura 1.15 (a) Método gráfico del diagrama cicloidal.
(b) Ecuación de desplazamiento y sus derivadas.

Hasta este punto se presentará un resumen de los diagramas vistos; en la figura 1.16 se muestra una comparación de las características cinemáticas de los 4 movimientos.

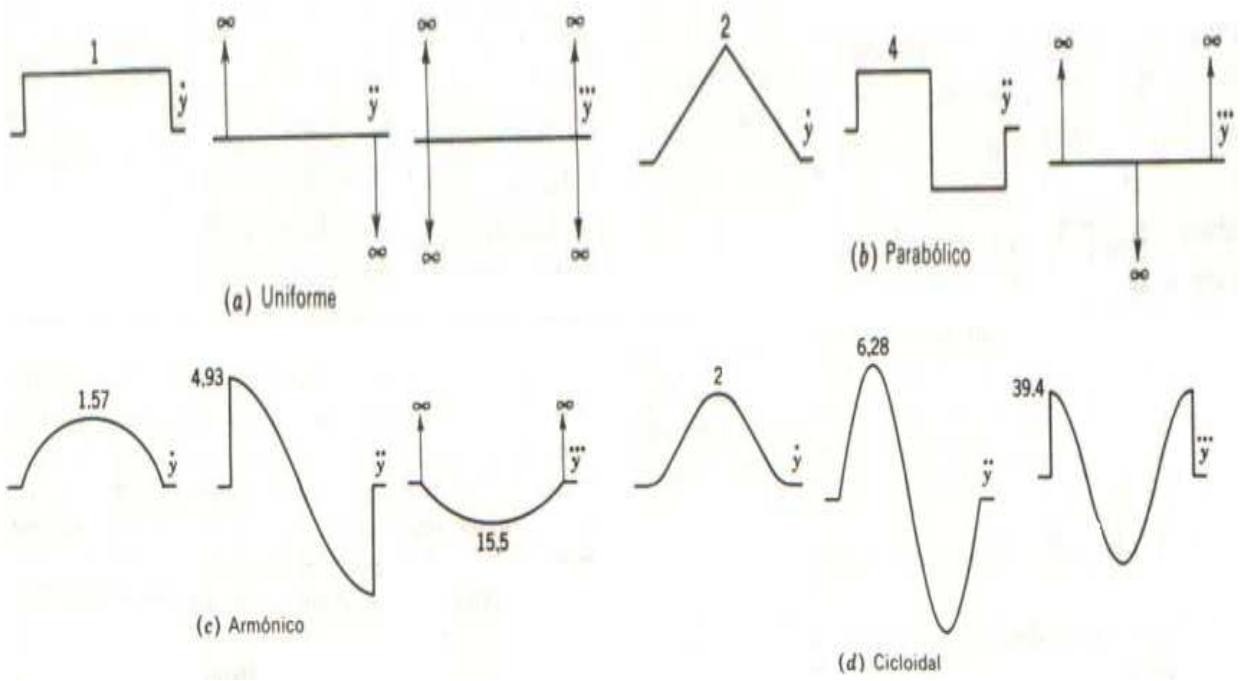
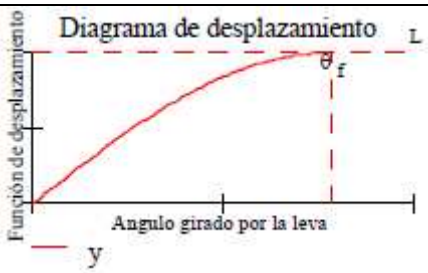
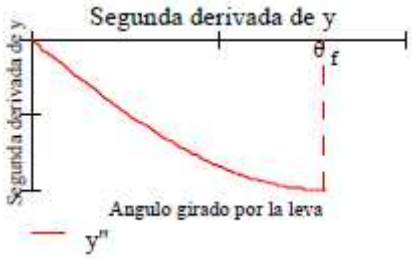
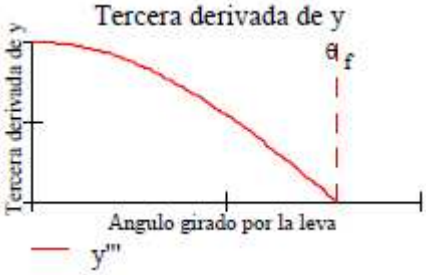
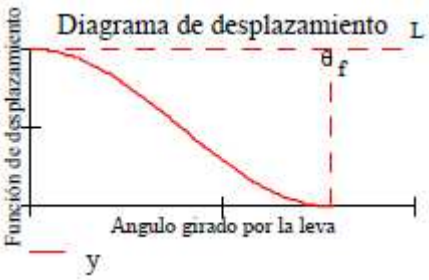
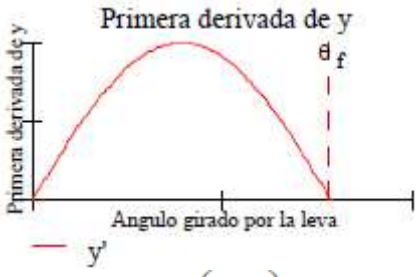
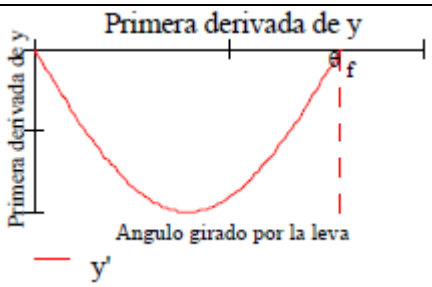
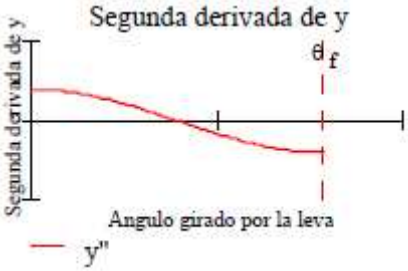
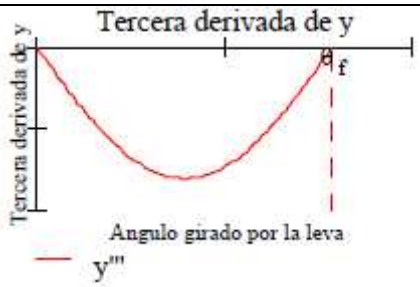
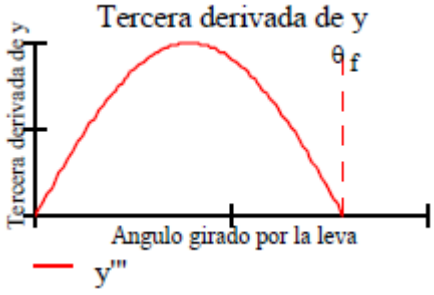


Figura 1.16 Características cinemáticas de los 4 movimientos vistos.

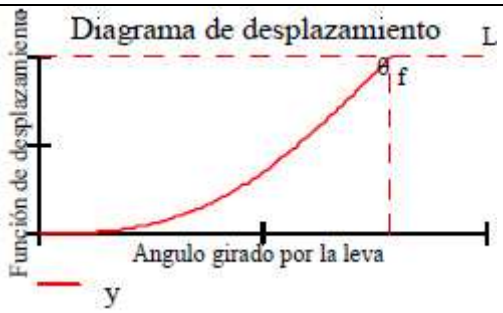
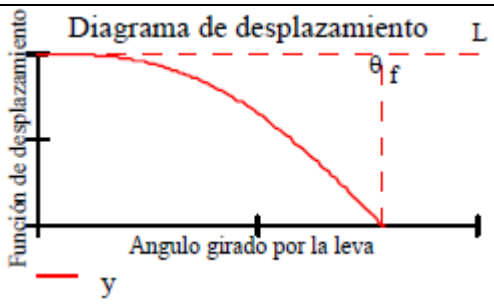
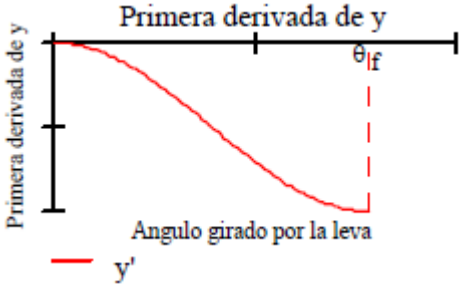
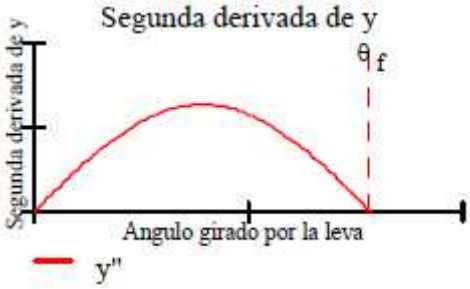
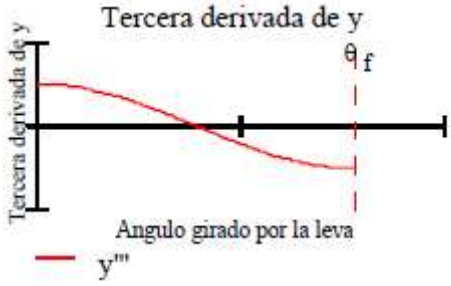
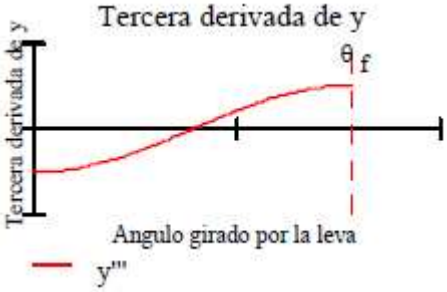
Función de desplazamiento armónico

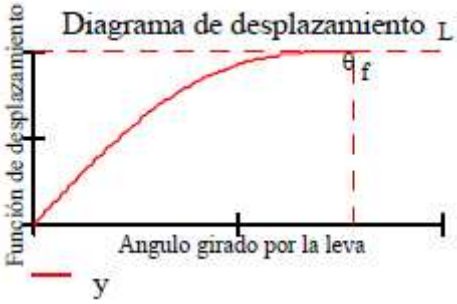
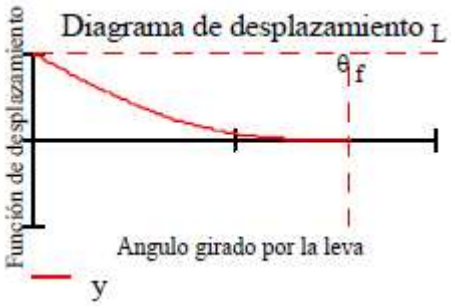
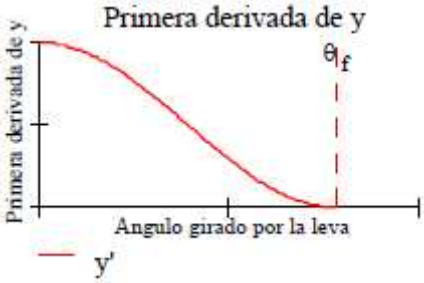
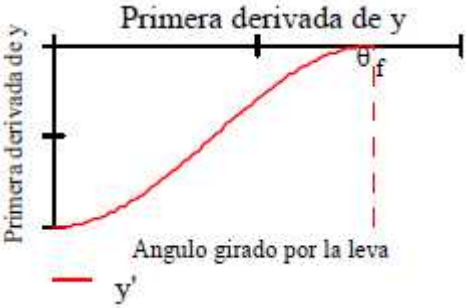
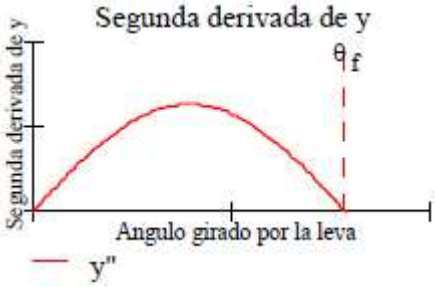
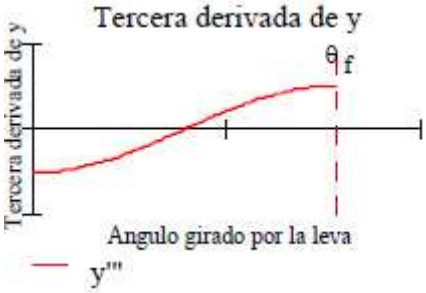
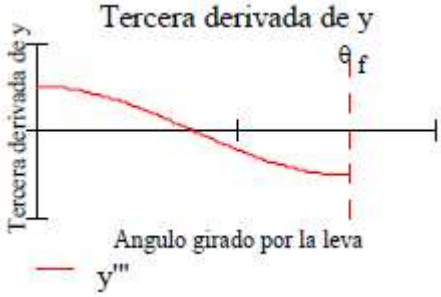
Desplazamiento de subida	Desplazamiento de bajada
S1	B1
 $y = L \cdot \left[1 - \cos\left(\frac{\pi \cdot \theta}{2 \cdot \theta_f}\right)\right]$	 $y = L \cdot \cos\left(\frac{\pi \cdot \theta}{2 \cdot \theta_f}\right)$
 $y' = \frac{\pi \cdot L}{2 \cdot \theta_f} \cdot \mathrm{sen}\left(\frac{\pi \cdot \theta}{2 \cdot \theta_f}\right)$	 $y' = -\frac{\pi \cdot L}{2 \cdot \theta_f} \cdot \mathrm{sen}\left(\frac{\pi \cdot \theta}{2 \cdot \theta_f}\right)$
 $y'' = \frac{\pi^2 \cdot L}{4 \cdot \theta_f^2} \cdot \cos\left(\frac{\pi \cdot \theta}{2 \cdot \theta_f}\right)$	 $y'' = -\frac{\pi^2 \cdot L}{4 \cdot \theta_f^2} \cdot \cos\left(\frac{\pi \cdot \theta}{2 \cdot \theta_f}\right)$
 $y''' = -\frac{\pi^3 \cdot L}{8 \cdot \theta_f^3} \cdot \mathrm{sen}\left(\frac{\pi \cdot \theta}{2 \cdot \theta_f}\right)$	 $y''' = \frac{\pi^3 \cdot L}{8 \cdot \theta_f^3} \cdot \mathrm{sen}\left(\frac{\pi \cdot \theta}{2 \cdot \theta_f}\right)$

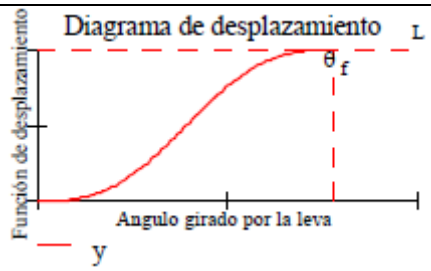
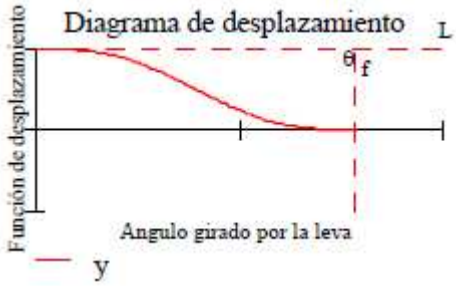
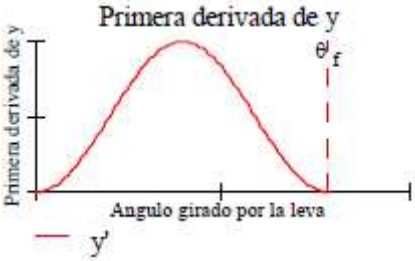
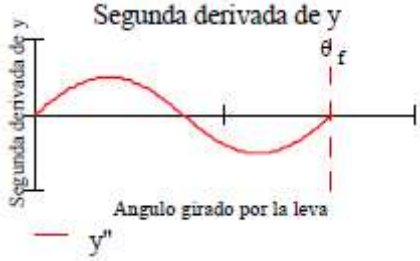
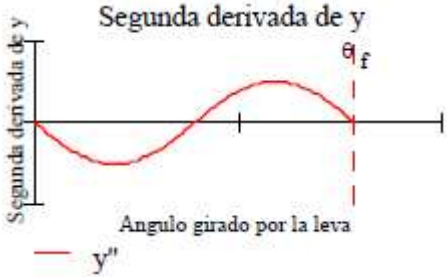
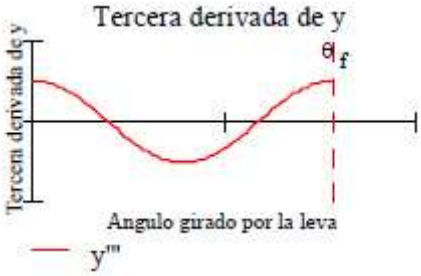
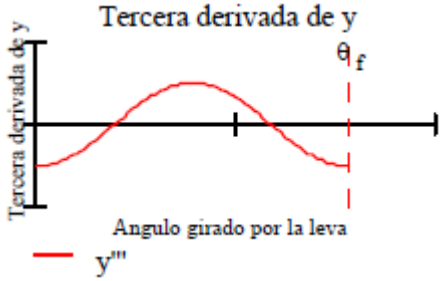
S2	B2
 $y = L \cdot \mathrm{sen}\left(\frac{\pi \cdot \theta}{2 \cdot \theta_f}\right)$	 $y = L \cdot \left[1 - \mathrm{sen}\left(\frac{\pi \cdot \theta}{2 \cdot \theta_f}\right)\right]$
 $y' = \frac{\pi \cdot L}{2 \cdot \theta_f} \cdot \cos\left(\frac{\pi \cdot \theta}{2 \cdot \theta_f}\right)$	 $y' = -\frac{\pi \cdot L}{2 \cdot \theta_f} \cdot \cos\left(\frac{\pi \cdot \theta}{2 \cdot \theta_f}\right)$
 $y'' = -\frac{\pi^2 \cdot L}{4 \cdot \theta_f^2} \cdot \mathrm{sen}\left(\frac{\pi \cdot \theta}{2 \cdot \theta_f}\right)$	 $y'' = \frac{\pi^2 \cdot L}{4 \cdot \theta_f^2} \cdot \mathrm{sen}\left(\frac{\pi \cdot \theta}{2 \cdot \theta_f}\right)$
 $y''' = -\frac{\pi^3 \cdot L}{8 \cdot \theta_f^3} \cdot \cos\left(\frac{\pi \cdot \theta}{2 \cdot \theta_f}\right)$	 $y''' = \frac{\pi^3 \cdot L}{8 \cdot \theta_f^3} \cdot \cos\left(\frac{\pi \cdot \theta}{2 \cdot \theta_f}\right)$

S3	B3
 $y=\frac{L}{2}\cdot\left[1-\cos\left(\frac{\pi\cdot\theta}{\theta_f}\right)\right]$	 $y=\frac{L}{2}\cdot\left[1+\cos\left(\frac{\pi\cdot\theta}{\theta_f}\right)\right]$
 $y'=\frac{\pi\cdot L}{2\cdot\theta_f}\cdot\mathrm{sen}\left(\frac{\pi\cdot\theta}{\theta_f}\right)$	 $y'=-\frac{\pi\cdot L}{2\cdot\theta_f}\cdot\mathrm{sen}\left(\frac{\pi\cdot\theta}{\theta_f}\right)$
 $y''=\frac{\pi^2\cdot L}{2\cdot\theta_f^2}\cdot\cos\left(\frac{\pi\cdot\theta}{\theta_f}\right)$	 $y''=-\frac{\pi^2\cdot L}{2\cdot\theta_f^2}\cdot\cos\left(\frac{\pi\cdot\theta}{\theta_f}\right)$
 $y'''=-\frac{\pi^3\cdot L}{2\cdot\theta_f^3}\cdot\mathrm{sen}\left(\frac{\pi\cdot\theta}{\theta_f}\right)$	 $y'''=\frac{\pi^3\cdot L}{2\cdot\theta_f^3}\cdot\mathrm{sen}\left(\frac{\pi\cdot\theta}{\theta_f}\right)$

Función de desplazamiento cicloidal

Desplazamiento de subida	Desplazamiento de bajada
S1	B1
 $y = L \cdot \left[\frac{\theta}{\theta_f} - \frac{1}{\pi} \operatorname{sen}\left(\frac{\pi \cdot \theta}{\theta_f} \right) \right]$	 $y = L \cdot \left[1 - \frac{\theta}{\theta_f} + \frac{1}{\pi} \operatorname{sen}\left(\frac{\pi \cdot \theta}{\theta_f} \right) \right]$
 $y' = \frac{L}{\theta_f} \cdot \left[1 - \cos\left(\frac{\pi \cdot \theta}{\theta_f} \right) \right]$	 $y' = -\frac{L}{\theta_f} \cdot \left[1 - \cos\left(\frac{\pi \cdot \theta}{\theta_f} \right) \right]$
 $y'' = \frac{\pi \cdot L}{\theta_f^2} \cdot \operatorname{sen}\left(\frac{\pi \cdot \theta}{\theta_f} \right)$	 $y'' = -\frac{\pi \cdot L}{\theta_f^2} \cdot \operatorname{sen}\left(\frac{\pi \cdot \theta}{\theta_f} \right)$
 $y''' = \frac{\pi^2 \cdot L}{\theta_f^3} \cdot \cos\left(\frac{\pi \cdot \theta}{\theta_f} \right)$	 $y''' = -\frac{\pi^2 \cdot L}{\theta_f^3} \cdot \cos\left(\frac{\pi \cdot \theta}{\theta_f} \right)$

S2	B2
 $y = L \cdot \left[\frac{\theta}{\theta_f} + \frac{1}{\pi} \operatorname{sen}\left(\frac{\pi \cdot \theta}{\theta_f} \right) \right]$	 $y = L \cdot \left[1 - \frac{\theta}{\theta_f} - \frac{1}{\pi} \operatorname{sen}\left(\frac{\pi \cdot \theta}{\theta_f} \right) \right]$
 $y' = \frac{L}{\theta_f} \cdot \left[1 + \cos\left(\frac{\pi \cdot \theta}{\theta_f} \right) \right]$	 $y' = -\frac{L}{\theta_f} \cdot \left[1 + \cos\left(\frac{\pi \cdot \theta}{\theta_f} \right) \right]$
 $y'' = -\frac{\pi \cdot L}{\theta_f^2} \cdot \operatorname{sen}\left(\frac{\pi \cdot \theta}{\theta_f} \right)$	 $y'' = \frac{\pi \cdot L}{\theta_f^2} \cdot \operatorname{sen}\left(\frac{\pi \cdot \theta}{\theta_f} \right)$
 $y''' = -\frac{\pi^2 \cdot L}{\theta_f^3} \cdot \cos\left(\frac{\pi \cdot \theta}{\theta_f} \right)$	 $y''' = \frac{\pi^2 \cdot L}{\theta_f^3} \cdot \cos\left(\frac{\pi \cdot \theta}{\theta_f} \right)$

S3	B3
 $y = L \cdot \left[\frac{\theta}{\theta_f} - \frac{1}{2 \cdot \pi} \operatorname{sen}\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot \theta}{\theta_f} \right) \right]$	 $y = L \cdot \left[1 - \frac{\theta}{\theta_f} + \frac{1}{2 \cdot \pi} \operatorname{sen}\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot \theta}{\theta_f} \right) \right]$
 $y' = \frac{L}{\theta_f} \cdot \left[1 - \cos\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot \theta}{\theta_f} \right) \right]$	 $y' = -\frac{L}{\theta_f} \cdot \left[1 - \cos\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot \theta}{\theta_f} \right) \right]$
 $y'' = \frac{2 \cdot \pi \cdot L}{\theta_f^2} \cdot \operatorname{sen}\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot \theta}{\theta_f} \right)$	 $y'' = -\frac{2 \cdot \pi \cdot L}{\theta_f^2} \cdot \operatorname{sen}\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot \theta}{\theta_f} \right)$
 $y''' = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot L}{\theta_f^3} \cdot \cos\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot \theta}{\theta_f} \right)$	 $y''' = -\frac{4 \cdot \pi^2 \cdot L}{\theta_f^3} \cdot \cos\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot \theta}{\theta_f} \right)$

Anteriormente se ha tratado de forma independiente distintos diagramas de desplazamiento que se utilizan para obtener el perfil deseado de una leva; también existe la posibilidad de combinar partes de un movimiento armónico, parabólico o

cicloidal de tal manera que se obtengan mejores diagramas dependiendo de la aplicación. De esta manera se llega a dos movimientos muy ventajosos: el trapecial modificado y el seno modificado. El primero, es una combinación de parábolas y cicloides, y es capaz de minimizar los valores máximos de aceleración. El segundo, es una combinación de armónicas y cicloides, y asegura picos de velocidad menores en comparación con los otros perfiles.

La necesidad de contar con movimientos más flexibles a las exigencias debido a que no siempre es suficiente combinar curvas de distinto tipo, hace necesario utilizar cada vez con más frecuencias las curvas polinómicas. La clase de funciones polinomiales es quizá la más útil que puede ser utilizada para el diseño de levas. Los polinomios se pueden adaptar a la mayor variedad de especificaciones de diseño, no están limitados a aplicaciones de uno o dos movimientos de detención. La ecuación general de un polinomio se define como:

$$y = c_0 + c_1 x + c_2 x^2 + c_3 x^3 + c_4 x^4 + \ldots + c_n x^n \qquad (1.1)$$

Donde “y” es el desplazamiento del seguidor, “x” es la variable independiente que hasta el momento se ha denotado como $\frac{\theta}{\beta}$ o en función del tiempo y los coeficientes C_n son incógnitas que dependen de las condiciones de frontera.

Como ejemplo de este método se supone que se tienen las siguientes condiciones de frontera para un cierto desplazamiento deseado:

En θ=0: y=0 y’=0 y’’=0

En θ=β: y=L y’=0 y’’=0

Como se tienen 6 condiciones de frontera, entonces el polinomio será de grado 5.

$$y = c_0 + c_1\left(\frac{\theta}{\beta}\right) + c_2\left(\frac{\theta}{\beta}\right)^2 + c_3\left(\frac{\theta}{\beta}\right)^3 + c_4\left(\frac{\theta}{\beta}\right)^4 + c_5\left(\frac{\theta}{\beta}\right)^5 \qquad (1.2)$$

$$y' = \frac{1}{\beta}\left(c_1 + 2c_2\left(\frac{\theta}{\beta}\right) + 3c_3\left(\frac{\theta}{\beta}\right)^2 + 4c_4\left(\frac{\theta}{\beta}\right)^3 + 5c_5\left(\frac{\theta}{\beta}\right)^4\right) \qquad (1.3)$$

$$y'' = \frac{1}{\beta^2}\left(2c_2 + 6c_3\left(\frac{\theta}{\beta}\right) + 12c_4\left(\frac{\theta}{\beta}\right)^2 + 20c_5\left(\frac{\theta}{\beta}\right)^3\right) \qquad (1.4)$$

Se tiene la ecuación de desplazamiento con sus respectivas derivadas y se procede a sustituir las condiciones de frontera.

En θ=0:

$$0 = c_0 \qquad 0 = \frac{1}{\beta}(c_1) \qquad 0 = \frac{1}{\beta^2}(2c_2)$$

En θ=β:

$$L = c_0 + c_1 + c_2 + c_3 + c_4 + c_5$$

$$0 = \frac{1}{\beta}(c_1 + 2c_2 + 3c_3 + 4c_4 + 5c_5)$$

$$0 = \frac{1}{\beta^2}(2c_2 + 6c_3 + 12c_4 + 20c_5)$$

Se resuelve este sistema de ecuaciones y se obtienen los valores de los coeficientes C_n:

$$c_0 = 0 \qquad c_1 = 0 \qquad c_2 = 0 \qquad c_3 = 10L \qquad c_4 = -15L \qquad c_5 = 6L$$

Se reemplaza estos valores en las ecuaciones (1.2), (1.3) y (1.4):

$$y = L\left(10\left(\frac{\theta}{\beta}\right)^3 - 15\left(\frac{\theta}{\beta}\right)^4 + 6\left(\frac{\theta}{\beta}\right)^5\right) \tag{1.5}$$

$$y' = \frac{L}{\beta}\left(30\left(\frac{\theta}{\beta}\right)^2 - 60\left(\frac{\theta}{\beta}\right)^3 + 30\left(\frac{\theta}{\beta}\right)^4\right) \tag{1.6}$$

$$y'' = \frac{L}{\beta^2}\left(60\left(\frac{\theta}{\beta}\right) - 180\left(\frac{\theta}{\beta}\right)^2 + 120\left(\frac{\theta}{\beta}\right)^3\right) \tag{1.7}$$

En algunas ocasiones, las ecuaciones anteriores son conocidas como “ecuaciones de movimiento polinomial 3-4-5”. Es de utilidad saber que también existen ecuaciones de movimiento polinomial 4-5-6-7, las cuales presentan una ecuación de desplazamiento diferente a la ecuación (1.5):

$$y = L\left(35\left(\frac{\theta}{\beta}\right)^4 - 84\left(\frac{\theta}{\beta}\right)^5 + 70\left(\frac{\theta}{\beta}\right)^6 - 204\left(\frac{\theta}{\beta}\right)^7\right) \tag{1.8}$$

Una de las principales ventajas de esta función polinomial es que se obtiene una aceleración más suave que permite controlar mejor las vibraciones. Se puede decir que a medida que se requiera de un perfil de leva más exacto la función polinomial irá aumentando de grado.

Vistas las funciones polinomiales y los diferentes diagramas tradicionales, ahora se puede empezar ha estudiar algunas técnicas que son de mucha ayuda para la

obtención del perfil de una leva. Estas técnicas avanzadas se conocen como "Curvas de Bézier" o "polinomios en base de Bernstein".

Los polinomios de base canónica o de base Fourier junto con los diagramas tradicionales no tienen un significado geométrico. Es decir, un cambio en algunos de sus coeficientes no produce ningún efecto intuitivo en la forma de la función que se va a generar o se desea obtener. Si se presenta la necesidad de ajustar un perfil obliga al diseñador a cambiar completamente de función realizando nuevos cálculos y operaciones matemáticas. Este inconveniente no ocurre cuando se trata de las curvas de Bézier las cuales son más sencillas de utilizar debido a su naturaleza geométrica intuitiva. Estas curvas ofrecen la posibilidad de manipular sus puntos de control para obtener el perfil deseado, así como también, controlar las aceleraciones de la ley de desplazamiento y los efectos dinámicos debido a la aceleración del seguidor.

La definición de la ley de desplazamiento del seguidor por medio de estos polinomios en base n se define sobre un dominio unitario y se representa:

$$b(u) = \sum_{i=0}^{n} b_i B_i^n(u) \qquad u \in [0,1] \qquad (1.9)$$

$$B_i^n(u) = \binom{n}{i} u^i (1-u)^{n-i} = C_n^i u^i (1-u)^{n-i}; \qquad i=0,\ldots,n \qquad (1.10)$$

$$\binom{n}{i} = \frac{n!}{i!(n-i)!} \qquad (1.11)$$

$i=0,\ldots,n; \qquad B_i^n(u) = 0 \qquad i \notin \{0,\ldots,n\}$

Donde los n+1 coeficientes b_i se denominan ordenadas de Bézier, la gráfica b(u) se conoce como "curva de Bézier no paramétrica". Cada ordenada b_i define un punto b_i de coordenadas $b_i = \left(\frac{1}{n}, b_i\right)$ denominado punto de control que se encuentran equidistantes en el eje de las abscisas.

Las ecuaciones anteriores deben cumplir con algunas propiedades como:

Satisfacer la fórmula recursiva: $B_i^n(u) = (1-u) B_i^{n-1}(u) + u B_{i-1}^{n-1}(u)$ con $B_0^0 = 0$

Es una partición de la unidad: $\sum_{i=0}^{n} B_i^n(u) = 1$

Posee positividad: $B_i^n(u) \geq 0$ para $u \in [0,1]$ y simetría: $B_i^n(u) = B_{n-1}^n(1-u)$

Presenta un máximo para la abscisa: $u = \frac{i}{n}$

En la ecuación (1.9) el polinomio $B_i^n(u)$ se puede definir como la influencia de b_i en la curva $b(u)$, esta influencia es máxima cuando $B_i^n(u)$ presente su máximo valor.

En la figura 1.17 se muestra una curva de Bézier, en la cual se puede apreciar que los puntos de control de frontera (inicial y final) pasan por la misma curva sin tener influencia alguna. Sin embargo, los puntos de control intermedios sí influyen, de tal manera que al desplazar verticalmente un punto b_i modificando el valor de su ordenada, la curva tiende a seguirlos deformándose en sus proximidades. También se puede observa que el valor máximo de la curva no sobrepasa el valor del punto de control máximo.

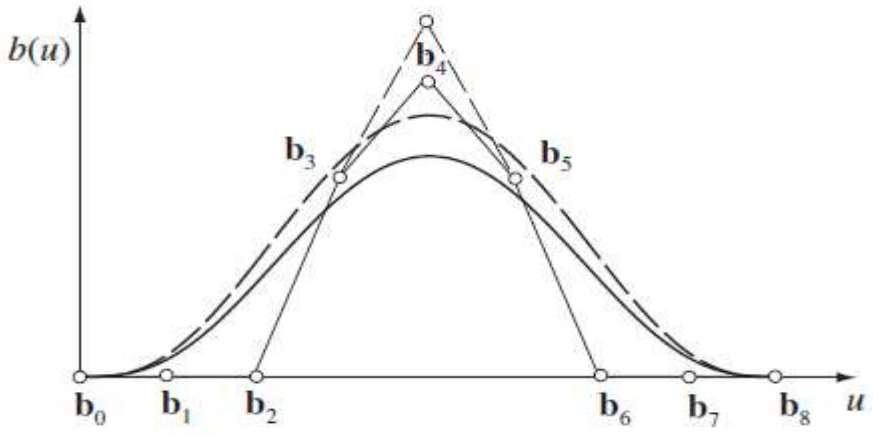


Figura 1.17 Curvas de Bézier.

La curva de Bézier tiende a seguir al polinomio de control, desplazándose siempre hasta la ubicación de éste, esto le permite al proyectista tener un grado de intuición sobre la ley de desplazamiento de la leva, si se cambia algún punto de control, toda la curva variará de tal forma que se acomode según “todos” los puntos de control.

Si se desea utilizar curvas de Bézier para definir una función $b(\theta)$ de la variable independiente θ definida en un dominio no unitario $\theta \in [\theta_i, \theta_f]$, es necesario realizar un cambio lineal de variable en la ecuación 1.9

$$\theta \in [\theta_i, \theta_f] \rightarrow u \in [0,1]$$
$$u = \frac{\theta - \theta_i}{\theta_f - \theta_i}$$

Para que una ley de desplazamiento sea útil, la primera característica que debe tener es la continuidad. El grado de continuidad indica hasta que derivada la función seguirá siendo continua. Por ejemplo, una curva C^0 es continua pero su derivada no, una curva C^1 será continua junto con su primera derivada y así sucesivamente. En el caso de las curvas de Bézier, las derivadas r-ésimas al inicio y final sólo

dependen de los r + 1 puntos de control más próximos, por este motivo las condiciones de continuidad entre curvas son más sencillas.

Las curvas de Bézier se adaptan fácilmente al diseño de la ley de desplazamiento del seguidor debido a su suavidad y flexibilidad. Estas leyes se pueden diseñar por tramos de unión o por desplazamientos completos. Para contar con un análisis completo de las leyes de desplazamiento, se tomarán en cuenta sólo curvas de Bézier de grados 5, 7 y 9 con continuidades C^2, C^3 y C^4 según el tramo de unión en estudio.

Sólo de modo ilustrativo se tomará el movimiento de transición de altura de subida completa. En las ecuaciones (1.12), (1.13) y (1.14) se muestran las curvas de grado 5, 7 y 9 respectivamente, también los puntos de control que se adaptan a este movimiento. $u = \dfrac{\theta}{\beta}$ y b', b'', b''', son las derivadas del desplazamiento.

$$
\begin{aligned}
b(u) &= L\left(10u^3 - 15u^4 + 6u^5\right) \quad ; \qquad b_i = \{000111\} \\
b'(u) &= \frac{L}{\beta}\left(30u^2 - 60u^3 + 30u^4\right) \qquad (1.12) \\
b''(u) &= \frac{L}{\beta^2}\left(60u - 180u^2 + 120u^3\right) \\
b'''(u) &= \frac{L}{\beta^3}\left(60 - 360u + 360u^2\right)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
b(u) &= L\left(35u^4 - 84u^5 + 70u^6 - 20u^7\right) \quad ; \qquad b_i = \{00001111\} \\
b'(u) &= \frac{L}{\beta}\left(140u^3 - 420u^4 + 420u^5 - 140u^6\right) \qquad (1.13) \\
b''(u) &= \frac{L}{\beta^2}\left(420u^2 - 1680u^3 + 2100u^4 - 840u^5\right) \\
b'''(u) &= \frac{L}{\beta^3}\left(840u - 5040u^3 + 8400u^3 - 4200u^4\right)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
b(u) &= L\left(126u^5 - 420u^6 + 540u^7 - 315u^8 + 70u^9\right); \qquad b_i = \{0000011111\} \\
b'(u) &= \frac{L}{\beta}\left(630u^4 - 2520u^5 + 3780u^6 - 2520u^7 + 630u^8\right) \qquad (1.14) \\
b''(u) &= \frac{L}{\beta^2}\left(2520u^3 - 12600u^4 + 22680u^5 - 17640u^6 + 5040u^7\right) \\
b'''(u) &= \frac{L}{\beta^3}\left(7560u^2 - 50400u^3 + 113400u^4 - 105840u^5 + 35280u^6\right)
\end{aligned}
$$

En la figura 1.18 se muestra el movimiento de subida completa para los diferentes grados de la curva de desplazamiento, en ésta figura se observa que la variación en

la pendiente depende del grado de la curva (5,7 u 9). También se presenta sus respectivas derivadas.

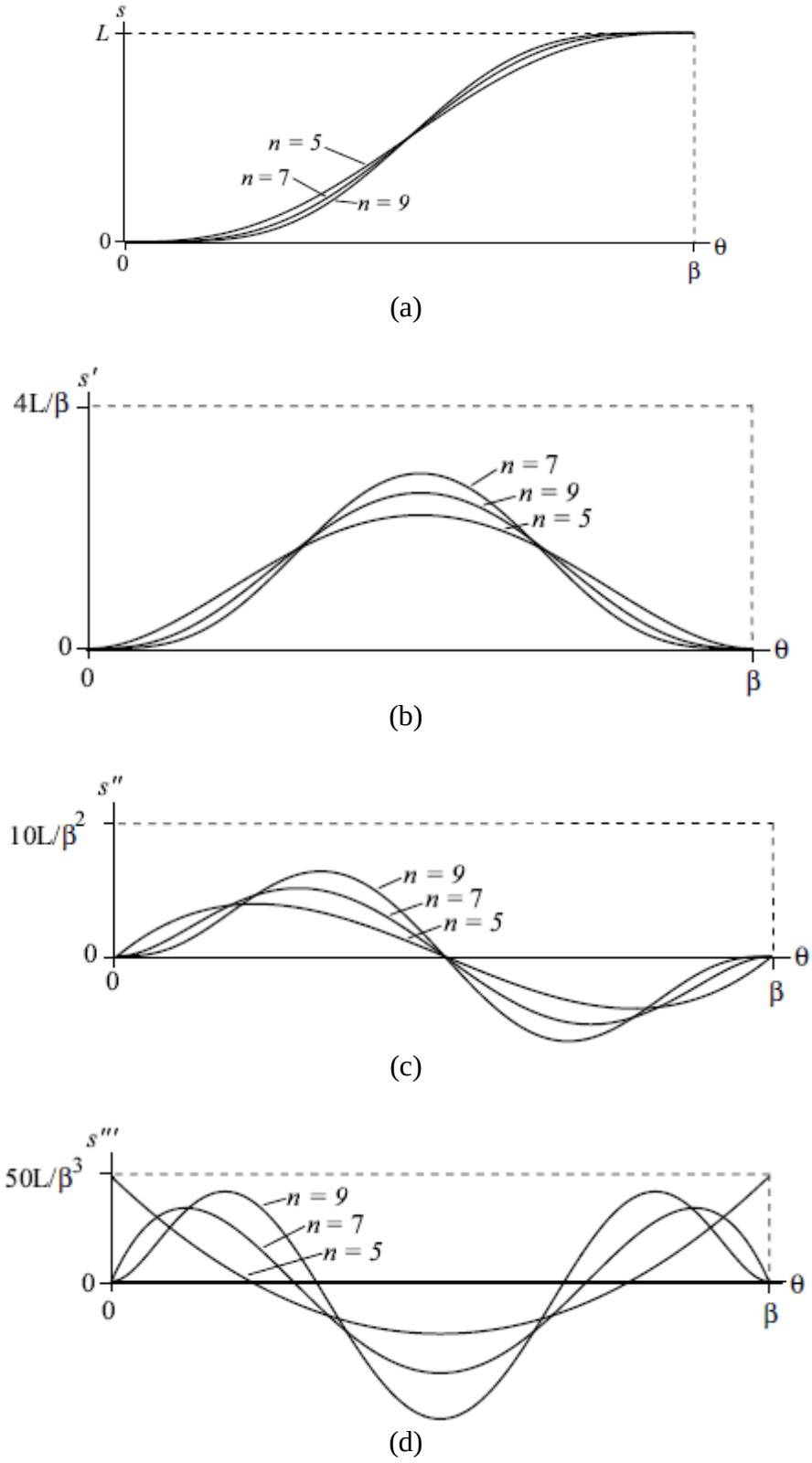


Figura 1.18 (a) curvas de desplazamiento en movimiento de subida completa, (b) de velocidad, (c) de aceleración, (d) de sobreaceleración.

1.5) Obtención del perfil de la leva.

Los métodos para obtener un perfil de leva deseado pueden ser gráficos y analíticos. Los métodos gráficos se encuentran en la mayoría de la literatura consultada y en principio sería como la expuesta en la figura 1.7. El desarrollo de este método se resume a continuación: una vez que se cuenta con el diagrama de desplazamiento, se traza el círculo base de la leva, y luego ambos se dividen en secciones y partes iguales, después de haber dibujado cada división sobre la circunferencia base se aumenta en dirección radial el valor de la ordenada correspondiente del diagrama de desplazamiento, y por último se procede a unir todos los punto hallados obteniendo así el perfil deseado.

En la actualidad, para los diseños en aplicaciones industriales los métodos gráficos de diseño han sido sustituidos por métodos de diseño analíticos. Este proceso resulta más sencillo gracias a la aparición de computadores y software, los cuales además de trabajar a gran velocidad, le permiten al proyectista simular el comportamiento del mecanismo antes de ser fabricado, y así poder analizar las posibles fallas (esfuerzos, resistencia) en el diseño y prevenir cualquier inconveniente post-fabricación. También nos proporcionan de mucha información de diseño, indispensable para un estudio. Otra de las facilidades que ofrece el software es que trabaja con mucha precisión, contribuyendo a una disminución en el error de diseño del perfil de leva. Las máquinas de control numérico también pueden ser usadas con la información que se obtiene del computador.

El perfil de una leva cuyo seguidor se desplaza en dirección radial, se describe utilizando la función de desplazamiento $y(\theta)$ y el radio del círculo base R_B, mediante la abscisa “m” y la ordenada “n” de la siguiente forma:

$$m = \left(R_B + y(\theta)\right)\cos\theta \qquad n = \left(R_B + y(\theta)\right) sen\theta$$

1.6) Comprobación del perfil de leva

La comprobación del perfil, es el último paso en el diseño de la leva, después de haber analizado los diferentes métodos tradicionales y polinómicos se eligió un diagrama que no presenta cambios bruscos de pendiente, es decir, no sólo se centró el estudio en el diagrama de desplazamiento, sino que también se consideró importante la velocidad, aceleración y sobreaceleración, cuando ya se tiene definido el diagrama final del perfil, se debe revisar que el diseño sea geométricamente aceptable. Existen dos factores que determinan si las características físicas de la pieza son correctas: El ángulo de presión y el radio de curvatura.

1.6.1) Ángulo de presión

El ángulo de presión varía durante todo el ciclo de giro de la leva y es el ángulo formado por la recta perpendicular a la superficie de la leva en el punto de contacto

entre ésta y el seguidor con la recta que contiene la dirección de la velocidad y el desplazamiento del seguidor. La dirección perpendicular a la superficie de la leva es también la dirección de la fuerza que ejerce ésta sobre el seguidor. Como se trató anteriormente el ángulo de presión por lo general es menor a 30° debido a que, un valor grande de este ángulo produciría una gran fuerza lateral ejercida sobre el vástago del seguidor que tenderá a flexionarlo, produciendo un gran desgaste en poco tiempo y también considerables vibraciones que impedirán un avance suave y continuo del seguidor. Para el caso del mecanismo tratado en esta tesis (excentricidad nula) el ángulo de presión obedece a la siguiente expresión:

$$\tan\phi = \frac{y'(\theta)}{y(\theta)+R_p}$$

$$\phi = \arctan\left(\frac{y'(\theta)}{y(\theta)+R_p}\right)$$

Donde $y(\theta)$ es la ecuación del desplazamiento y R_p es el radio del círculo primario. Para encontrar el máximo valor del ángulo de presión se tiene que derivar respecto a θ y luego igualar la derivada a cero; con esto se puede encontrar el valor de θ que hace que ϕ sea máximo.

A menudo se suele relacionar los ángulos θ y ϕ con el cociente $\frac{R_p}{L}$, de esta manera se asegura de dos formas diferentes que el ángulo de presión no supere su valor límite (30°); Para un desplazamiento total L en un ángulo de giro dado (θ), se puede hallar un valor óptimo para el radio primario; o de otra forma, para una relación $\frac{R_p}{L}$ determinada, se puede hallar un valor óptimo para θ.

Estudios de alto nivel han permitido desarrollar gráficas que relacionan el cociente $\frac{R_p}{L}$ con valores de β, con el fin de asegurar que el ángulo de giro no sobrepase el valor límite. En su tesis doctoral, C. H. Acevedo Peñaloza desarrolla una serie de gráficos que consideran esta relación; para el movimiento de subida completa de una curva de Bézier se cuenta con gráficas de grado 5 y continuidad C^2, grado 7 y continuidad C^3 y grado 9 y continuidad C^4, y que el ángulo de presión no supere los 25°, 28° y 30° en cada una de ellas. En la figura 1.19 se muestran estas gráficas.

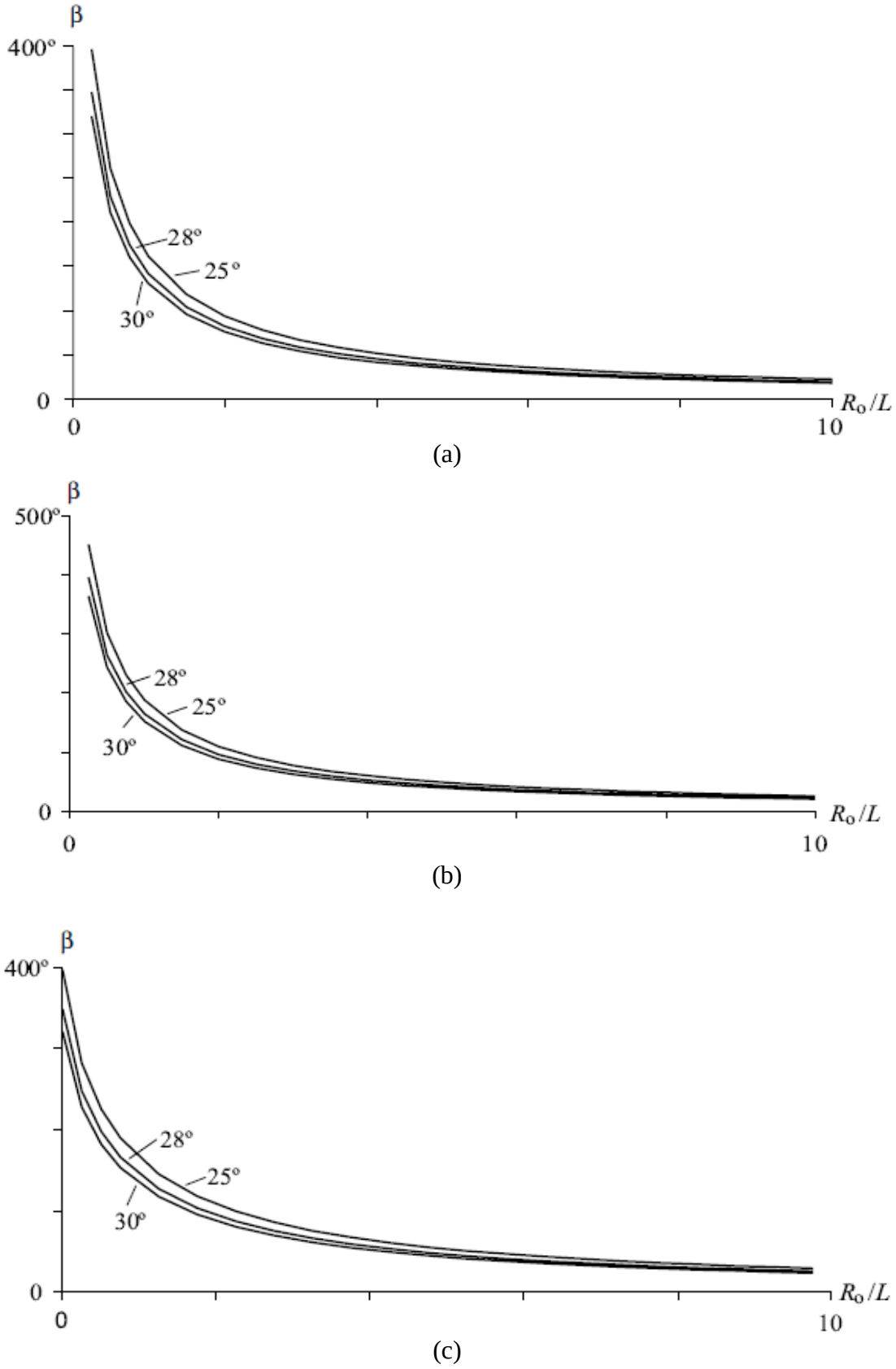


Figura 1.19 Ángulo de presión del movimiento de transición de altura de subida completa de la curva de Bézier, (a) de grado 5 y continuidad C^2, (b) de grado 7 y continuidad C^3, (c) de grado 9 y continuidad C^4.

1.6.2) Radio de curvatura

El radio de curvatura es también un factor importante para la comprobación del perfil de leva, si este parámetro toma valores incorrectos se pueden presentar algunos inconvenientes al igual que el ángulo de presión. Si el radio de curvatura de la leva en sus tramos cóncavos es menor que el radio del rodillo se puede presentar dos puntos de contacto entre la leva y el seguidor, si el radio de curvatura en la superficie de la leva es igual a cero impide el correcto desplazamiento del seguidor. Ambos inconvenientes se muestran en la figura 1.20.

Para poder cumplir con todas las condiciones de diseño de levas, incluyendo también evitar los inconvenientes anteriormente vistos, se recomienda que el radio de curvatura sea el mínimo posible, y que al mismo tiempo sea mayor que el radio del rodillo. Esta recomendación se observa en la figura 1.21.

(a) (b)

Figura 1.20 (a) Radio de curvatura de la leva menor que el radio del rodillo.
(b) radio de curvatura de la leva igual a cero.

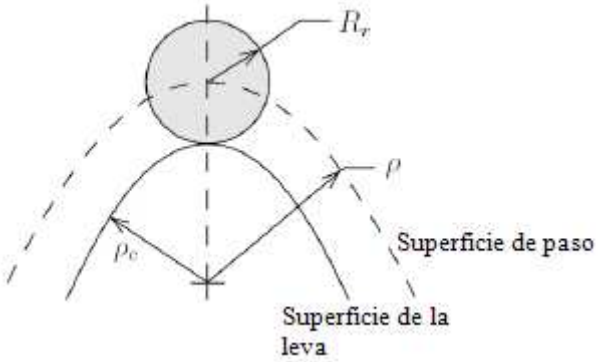
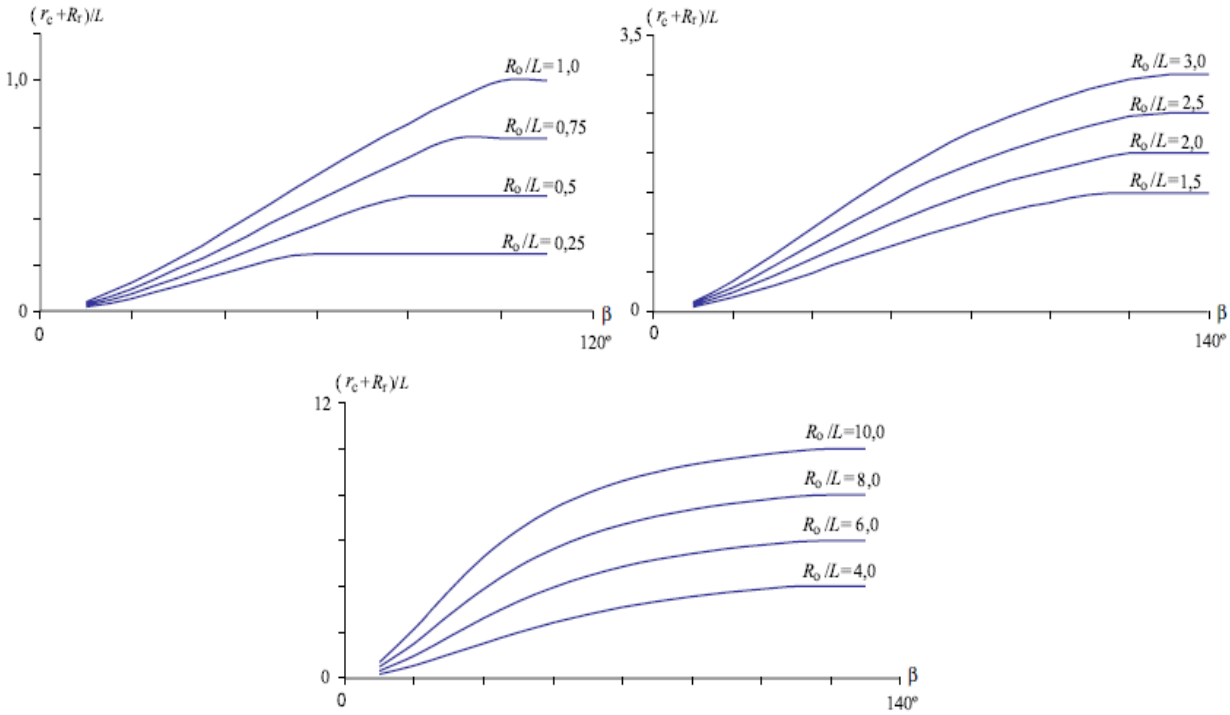


Figura 1.21 Recomendación de diseño.

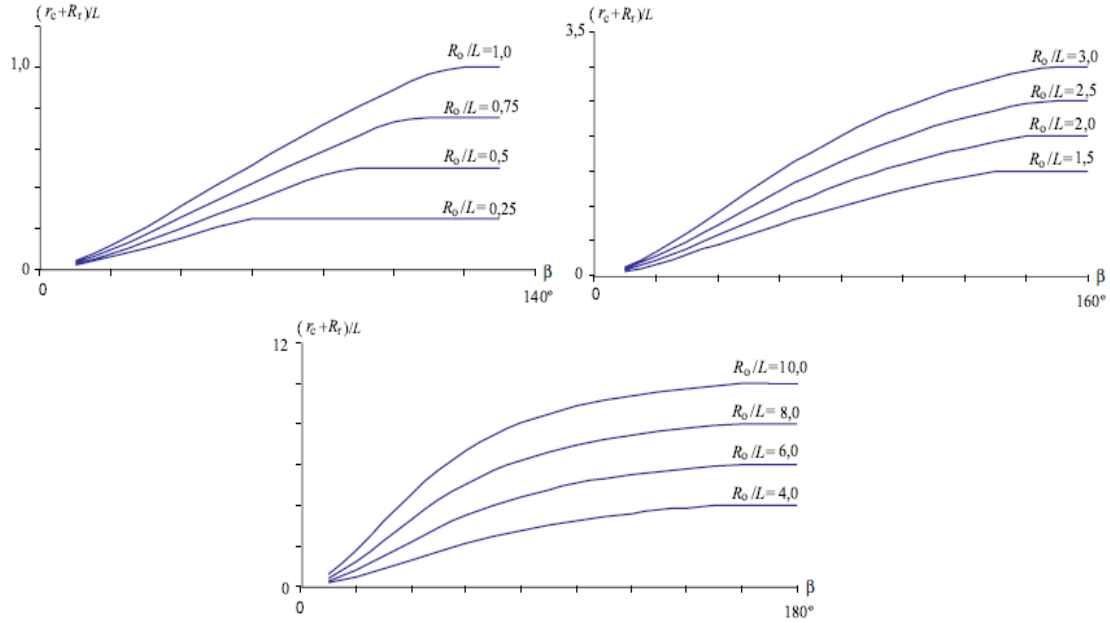
En la bibliografía citada se encuentra una expresión que representa el radio de curvatura de la superficie de paso (ρ) en función de θ.

$$\rho(\theta)=\frac{\left[\left(R_P+y(\theta)\right)^2+\left(y'(\theta)\right)^2\right]^{3/2}}{\left(R_P+y(\theta)\right)^2+2\left(y'(\theta)\right)^2-\left(R_P+y(\theta)\right)\left(y''(\theta)\right)}$$

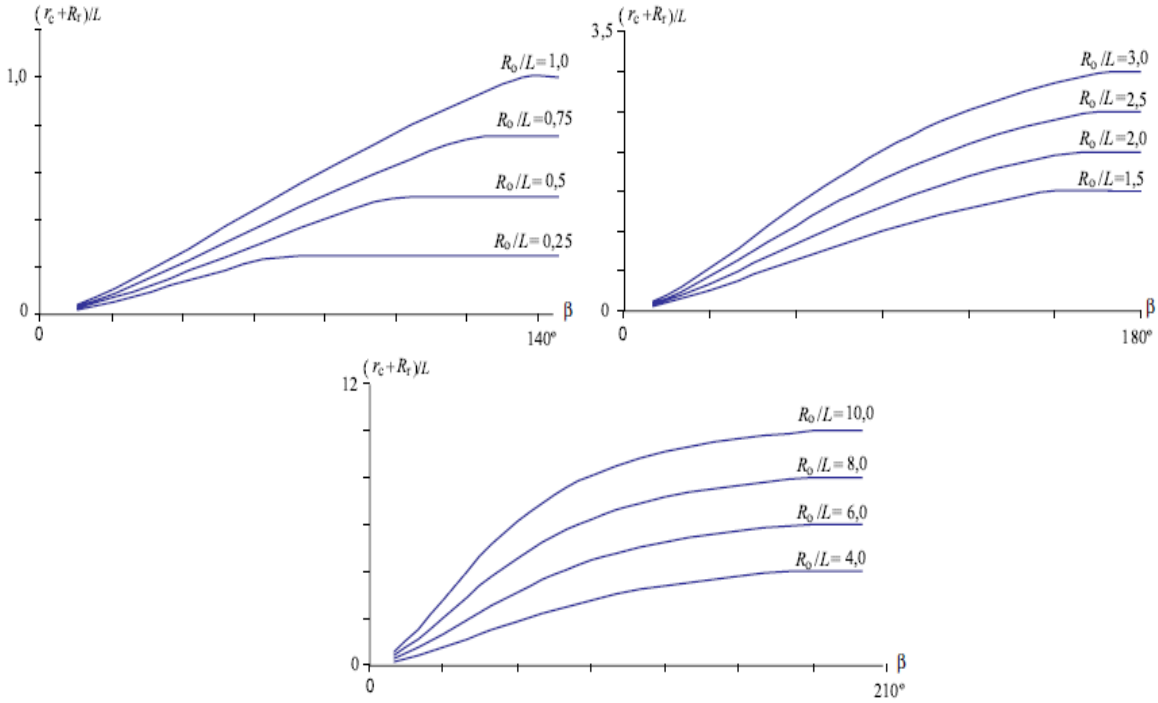
Para calcular ésta expresión partiendo de las ya conocidas curvas de Bézier se hace uso de la Tesis doctoral antes mencionada. En esta tesis, al igual que para el ángulo de presión se a desarrollado gráficos que relacionan el Ángulo β con el cociente $\frac{\rho}{L}$, en la figura 1.22 se muestra las gráficas de grado 5,7 y 9, y continuidad C^2, C^3 y C^4 respectivamente, para el movimiento de transición de altura de subida completa.



(a)



(b)



(c)

Figura 1.22 relación entre el Ángulo β con el cociente $\frac{\rho}{L}$ en un movimiento de transición de altura de subida completa de la curva de Bézier, (a) de grado 5 y continuidad C^2, (b) de grado 7 y continuidad C^3, (c) de grado 9 y continuidad C^4.

Por la diversidad de bibliografía utilizada cabe resaltar que el radio del círculo primario se denota como R_p o R_0.

Capítulo II

TRATAMIENTOS TÉRMICOS Y SELECCIÓN DEL MATERIAL PARA LA FABRICACIÓN DE LEVAS

2.1) Introducción.

Como se dijo en el capítulo anterior, para que un mecanismo leva-seguidor sea vida útil de la leva como la del seguidor, deben ser muy largas. Una forma muy versátil de conseguir esto es mediante los tratamientos térmicos. Por este motivo es muy importante elegir el tratamiento térmico más adecuado para las condiciones de trabajo establecidas. Una de las principales características que debe tener una leva es su dureza, la cual puede aumentar o disminuir, siempre que su estructura molecular lo permita.

2.2) Aplicación de los tratamientos térmicos.

Mayormente los tratamientos térmicos son utilizados con el fin de aumentar la dureza superficial de la leva, estos se aplican una vez que la pieza haya sido mecanizada. Con tratamientos térmicos adecuados se pueden reducir considerablemente los esfuerzos internos de una pieza causados por fuerzas externas, el tamaño de grano, incrementar la tenacidad o producir un interior dúctil con una superficie dura. La clave de los tratamientos térmicos son las reacciones que se producen en el material (en aceros y en aleaciones no férreas) durante el calentamiento y enfriamiento de la pieza.

Para tener un panorama más claro de las temperaturas a las que debe estar un elemento para que se le pueda aplicar tal o cual tratamiento, es necesario contar con un diagrama de cambio de fase, tal como el diagrama hierro-carbono mostrado en la figura 2.1. En esta figura se muestran las temperaturas a las que ocurren los cambios de fase, dependiendo de los materiales diluidos.

En el diagrama ocurren varias transformaciones, de las cuales la más importante es la formación austenítica debido a su utilización técnica, esta transformación ocurre a 723 °C, y se conoce como “temperatura eutectoide”. Mediante su control se puede lograr definir completamente las propiedades mecánicas del acero.

La microestructura final del acero depende directamente de la velocidad de enfriamiento. Si el enfriamiento es muy lento, se tendrá una mezcla eutectoide conocida como perlita, que no es más que capas alternadas de ferrita y cementita. Mientras más lento sea el proceso de enfriamiento, las capas serán más gruesas y el tamaño de grano del acero será mayor.

Para obtener perlita con capas más delgadas es necesario que el enfriamiento sea más rápido. Mientras más delgadas sean las capas de perlita, más duro será el acero.

En la figura se muestra algunas fases del acero: α, δ, γ, cuyos nombres son Perlita, Austenita, Martensita respectivamente.

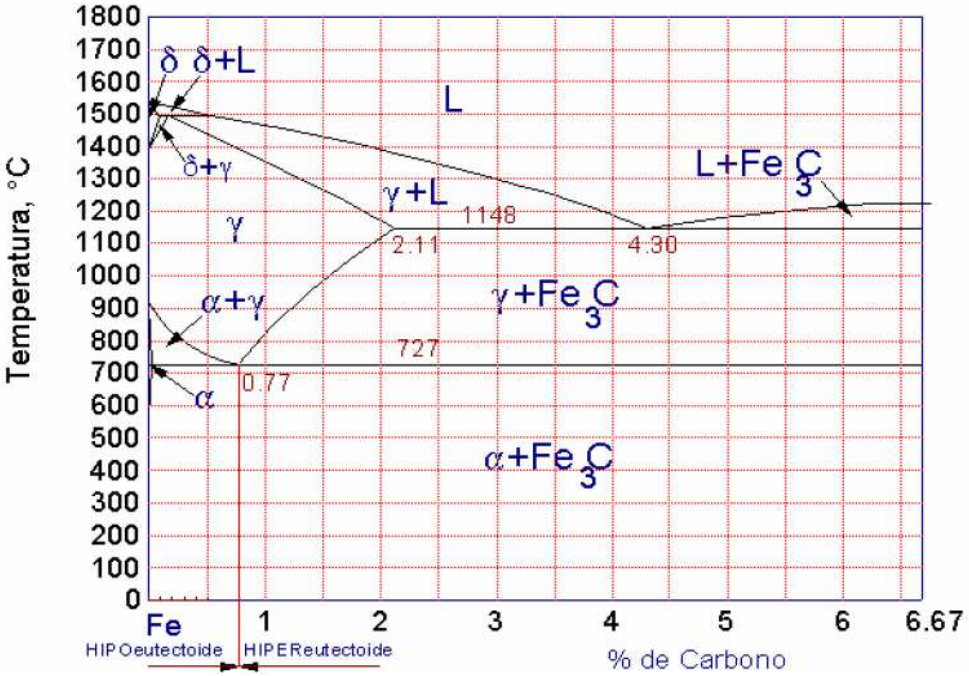


Figura 2.1 Diagrama de cambio de fase Hierro-Carbono.

2.3) Tratamientos térmicos y termoquímicos.

Gracias a estos tratamientos es posible variar las propiedades mecánicas de los materiales como son la dureza, tenacidad, ductilidad, etc. Estos tratamientos se clasifican en:

- Térmicos.
- Termoquímicos.

2.3.1) Térmicos.

2.3.1.1) Temple.

La finalidad de este tratamiento térmico es aumentar la dureza y resistencia del acero, para ello se calienta hasta temperaturas un poco mayores que la crítica superior A_C (entre 900-950 °C) transformando Austenita en Martensita gracias a unas velocidades de enfriamiento muy elevadas, superiores a la crítica. Para obtener el máximo valor de dureza el enfriamiento se puede llevar acabo en agua, si no se desea tanta dureza el enfriamiento se puede hacer en algún tipo de aceite.
Cabe resaltar que la dureza es directamente proporcional a la fragilidad. Es decir, si una pieza tiene un máximo de dureza también va a tener un elevado valor de fragilidad y viceversa. A mayor temperatura de temple mayor será la dureza y por tanto mayor la fragilidad.

Para poder realizar un tratamiento de temple se deben tener en cuenta ciertos factores importantes:

- Dimensión y forma de la pieza.
- Composición de la aleación o del acero.
- Temperatura de calentamiento.
- Medio de enfriamiento.

En la figura 2.2 se muestra la zona de temperaturas a la que es sometida la pieza para el temple.

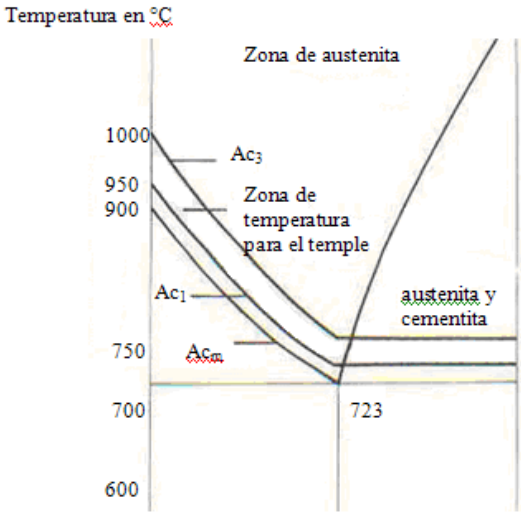


Figura 2.2 Temperaturas para el tratamiento de temple.

2.3.1.2) Revenido.

Es un tratamiento térmico cuya finalidad es diminuir la fragilidad presente en la pieza luego que ha sido sometida al temple. Este tratamiento consiste en calentar un acero recién templado hasta una temperatura más baja que la temperatura crítica inferior, para luego enfriar. Normalmente el enfriado se realiza al aire libre pero también se puede realizar en agua o aceite.
El revenido disminuya en algún porcentaje la dureza y la resistencia mecánica de la pieza, aunque al mismo tiempo aumenta la tenacidad y elimina las tensiones internas generadas por el temple.

El revenido transforma la estructura del acero en una menos dura que la Martensita, la cual se conoce con el nombre de “Sorbita”. Cabe decir que el temple junto al máximo revenido se denomina “Bonificado”.

En la figura 2.3 se muestra la temperatura a la que es sometida la pieza luego del temple, también vemos el orden en el tiempo de los tratamientos térmicos hasta aquí mencionados.

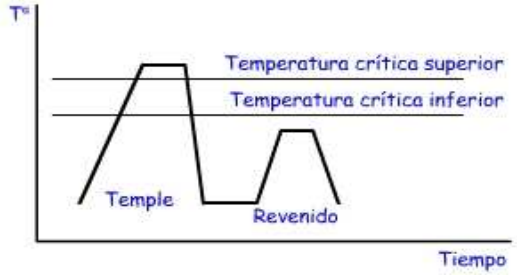


Figura 2.3 Temperatura del revenido.

2.3.1.3) Recocido.

El recocido tiene la finalidad de aumentar la elasticidad del material, al mismo tiempo que disminuye la dureza. También elimina las tensiones producidas en el temple y facilita el mecanizado de la pieza al afinar el grano, homogeneizar la estructura y ablandar el material.

Este tratamiento térmico consiste en calentar el material hasta una temperatura establecida, durante un cierto tiempo; luego se enfría lentamente a una velocidad conocida.

Las temperaturas del recocido son relativamente bajas. Los tiempos de calentamiento y enfriamiento dependen directamente de la forma y tamaño de la pieza.

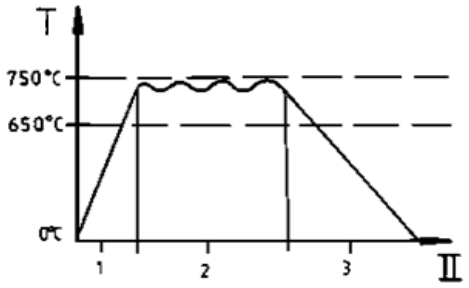


Figura 2.4 Temperatura del recocido.

2.3.1.4) Normalizado.

El tratamiento de normalizado se utiliza para afinar el grano disminuyendo al tamaño medio de la microestructura. Este tratamiento se usa en los aceros que han sufrido una deformación en frío, debido a que estos presentan tamaños de granos relativamente grandes y de forma irregular.

El normalizado consiste en un calentamiento a temperaturas por encima de la temperatura crítica superior (20-40 °C por encima), luego se mantiene esa temperatura hasta convertir la ferrita en austenita y finalmente, se realiza un enfriamiento al aire libre. En la figura 2.5 se muestra el tramo de calentamiento, de conversión y de enfriamiento.

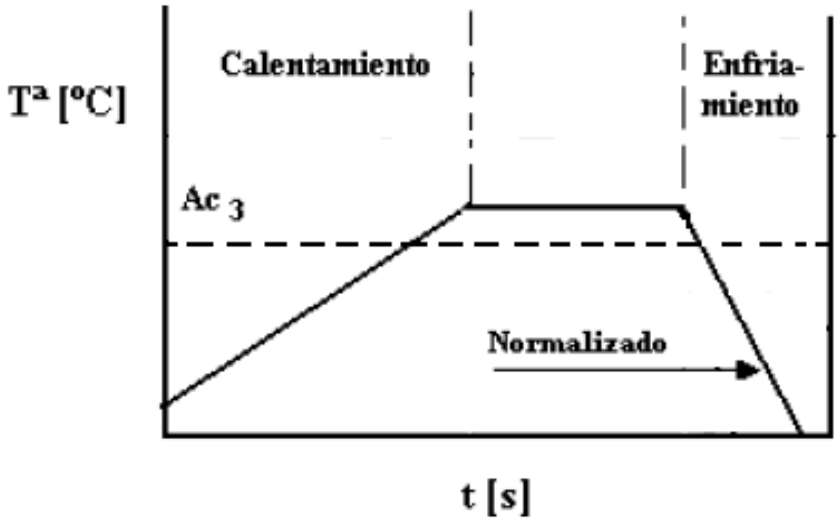


Figura 2.5 Representación del proceso de normalizado.

En la figura 2.6 se muestra un gráfico donde se compara como se realiza el proceso de enfriamiento en el recocido, normalizado y temple.

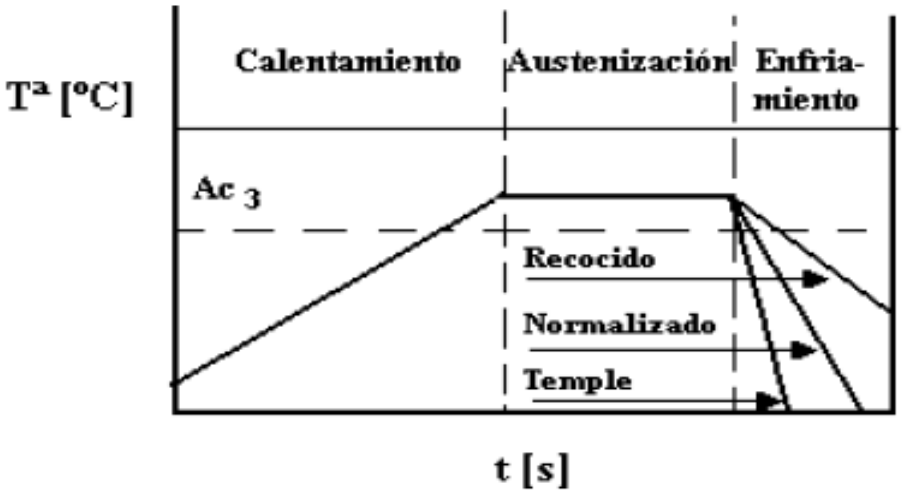


Figura 2.6 Enfriamiento (recocido-normalizado-temple).

2.3.2) Termoquímicos.

Los tratamientos termoquímicos son tratamientos térmicos en los que no sólo se presentan cambios en la estructura del acero, sino también se producen cambios en la composición química de la capa superficial, añadiendo químicos en una zona y profundidad determinada.

2.3.2.1) Cementación.

Aumenta la concentración de carbono en la superficie para poder elevar la dureza superficial y para obtener piezas con gran resistencia al desgaste (engranajes, cigüeñales, rodillos, levas, crucetas, articulaciones, etc.). Después de la cementación, la pieza se templa, para de ese modo obtener una pieza con gran dureza superficial pero que cuyo núcleo (no cementado) tenga buena tenacidad.

2.3.2.2) Nitruración.

Al igual que en la cementación, lo que se busca con la nitruración es aumentar la dureza superficial, aunque lo hace en mayor medida. Para que la dureza sea mayor en la nitruración se incorpora nitrógeno en la superficie de la pieza.

Para llevar a cabo el proceso de incorporar nitrógeno en la superficie de la pieza se tiene que contar con unas temperaturas ya establecidas, las cuales están en el rango de 400 a 570 °C, dentro de una corriente de gas amoniaco, más nitrógeno.

En la figura 2.7 se ilustra de alguna manera el proceso de nitruración, partiendo de la temperatura ambiente hasta una temperatura predicha (calentamiento), luego se enfría a una velocidad establecida al aire libre.

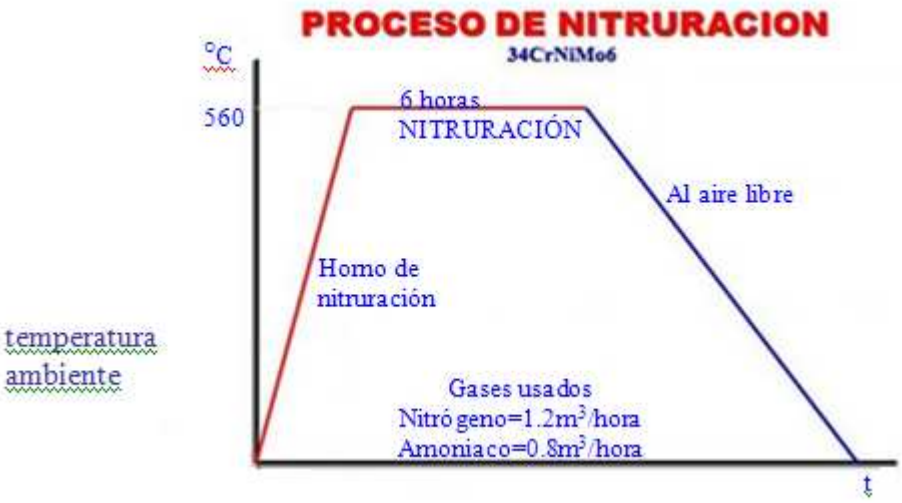


Figura 2.7 Temperaturas de nitruración.

2.3.2.3) Cianuración.

La cianuración es un tratamiento térmico de endurecimiento superficial de pieza de acero de tamaño pequeño. Se requiere de temperaturas entre 760 y 950 °C, también se utilizan baños de cianuro, carbonato y cianato sódico; de los cuales proviene su nombre. La cianuración se aplica en los aceros cuando se necesita contar con una superficie dura y resistente al desgaste, para esto se requiere un baño de cianuro fundido.

Se puede afirmar que la cianuración es un tratamiento térmico que se lleva a cabo entre la cementación y la nitruración, debido a que gracias a la combinación del carbono y el nitrógeno se consigue el endurecimiento buscado a una temperatura preestablecida.

2.3.2.4) Carbonitruración.

El tratamiento termoquímico de carbonitruración también se conoce como cianuración líquida. Para este proceso se utiliza un ambiente carburante con presencia de amoniaco y se aplica para endurecer la superficie y evitar la corrosión. Las temperaturas que se necesitan están en el orden de 650 a 850 °C, y es también necesario un temple y revenido posterior.

2.3.2.5) Sulfinización.

Emplea el azufre y brinda un aumento en la resistencia al desgaste. Para poder introducir el azufre al metal, este se calienta a bajas temperaturas (560 °C) en un baño de sales.

Existe una amplia gama de procedimientos de endurecimiento superficial con la utilización del cianuro y el nitrógeno, a los cuales también se les conoce como carbonitrurados o cianurados. En estos procesos con ayuda de las sales del cianuro y del amoniaco se obtienen superficies duras.

2.4) Clasificación de los aceros.

Como hemos visto hasta el momento, existen muchos tratamientos térmicos y termoquímicos que alteran las propiedades físicas y químicas de los aceros, creando una amplia variedad de estos.

Con el rápido incremento de las variedades del acero, surgió la necesidad de contar con diversos procedimientos que sirvan para agruparlos.

Para ilustrar un poco más esta idea, en esta tesis se citan tres de los más importante grupos:

Uno de ellos, es el contenido de elementos de aleación. En función de éstos se dividen en: aceros al carbono, aceros de baja aleación y aceros de media aleación, entre otros.

El siguiente grupo, es la clasificación en función del medio de temple utilizado. En este grupo se tienen aceros de temple en agua, aceros de temple en aceite y aceros de temple al aire libre.

Por último, los aceros se clasifican en función al uso para el que son fabricados. Estos son los aceros rápidos y aceros para trabajos en frío.

Con lo antes expuesto, en la vida diaria existe una gran variedad de aceros que podrían ser utilizados para resolver una determinada aplicación debido a sus beneficios mecánicos. Por este motivo, para elegir tal o cual material se hace uso de otros factores de comparación. Como por ejemplo, su accesibilidad y costo; este último de mucha importancia al momento de definir el material.

2.5) Identificación del material.

Para poder identificar el material de fabricación de una pieza, se debe realizar un análisis metalográfico. Para la leva en estudio; en su tesis, el Ing. Fernando E. Sánchez – Elías Burstein, concluyó que la pieza había sido sometida a un

proceso de cementación (presencia de una capa oscura en su exterior) para evitar el desgaste superficial, y a un proceso de bonificado para obtener martensita revenida, tenaz y resistente a la deformación.

En las figuras 2.8 se muestra la característica de la pieza que revela una cementación y las microestructuras de la pieza en ambas secciones.

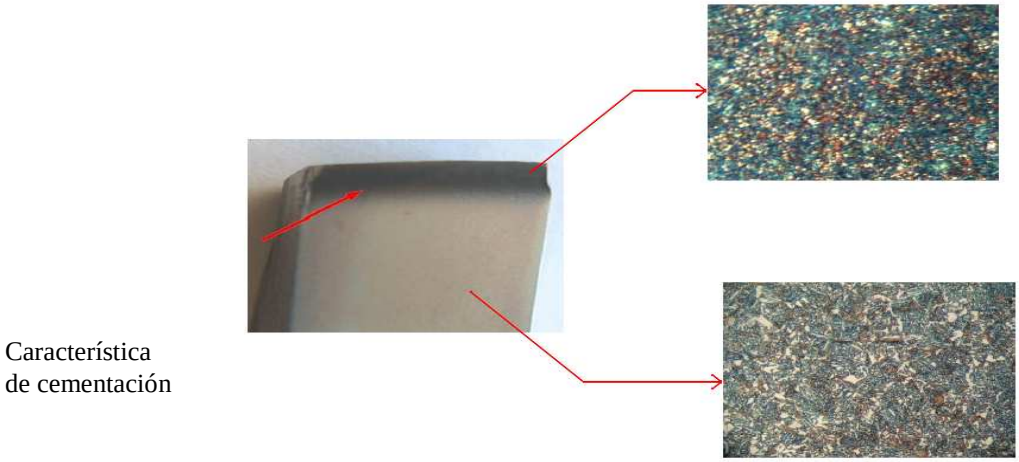


Figura 2.8 Muestra de la pieza real, microestructura de la capa superficial y del metal base.

Para este acero, pruebas realizadas en el durómetro Rockwell muestran que la capa superficial tiene una dureza de 47 HRC (escala Rockwell C que utiliza un penetrador de punta de diamante) y que el metal base tiene una dureza de 97 HRB (escala Rockwell B que utiliza como penetrador una esfera de acero de 1/16’’ de diámetro). Con todo esto decimos que, el material utilizado en la leva en estudio es un acero con bajo contenido de carbono (0.1697%), sometido al tratamiento de bonificado y cementado con durezas de 97 HRB y 47 HRC y un espesor de capa superficial de 2,5 milímetros.

Para la leva que fue fabricada, se utilizó como material principal acero fino al carbono AISI 1045, un acero de muy buena calidad y que posee una dureza media de 91HRB, es un acero tenaz, resistente, mecanizable y soldable.

Para garantizar una buena resistencia al desgaste en el camino de rodadura, se eliminó una cantidad de material principal de esta zona, quedando una franja en bajo relieve con pocos milímetros de profundidad que fue rellenada con soldadura Citodur 600, un acero aleado de alta dureza (54 HRC) y muy resistente al desgaste.

Lo expuesto anteriormente es muy importante debido a que, al momento de analizar los esfuerzos en la superficie de contacto en el próximo capítulo, se considerará un acero 1045 para el rodillo y para la superficie de la leva. Se realizará esta simplificación debido a que sus consecuencias no son relevantes.

Capítulo III

ANÁLISIS Y CÁLCULO DE LOS ESFUERZOS DE CONTACTO EN LA LEVA EN ESTUDIO

3.1) Teoría de contacto.

Debido a que el funcionamiento del mecanismo leva-seguidor se basa en el contacto directo de sus elementos se debe considerar de vital importancia el tema de los esfuerzos generados en la superficie de rodadura, la cual, como se indicó en el capítulo anterior tiene una gran resistencia al desgaste. Estos esfuerzos dependen de la geometría y las cargas en el mecanismo, así como también del material utilizado para la fabricación de cada una de sus piezas.

En la realidad las levas son elementos tridimensionales, con lo cual cualquier análisis que se haga de esta pieza también debe ser tridimensional. Para simplificar los cálculos al momento de analizar los esfuerzos, se considera un estudio en el plano, donde los esfuerzos son bidimensionales con sus dos componentes principales: normal y tangencial. Ésta simplificación es válida debido a que las levas son consideradas elementos axialmente cortos.

Como se conoce, entre la leva y el seguidor existe un área de contacto debido a la acción de las fuerzas y a la elasticidad de los cuerpos que es igual al espesor de la pieza más delgada (l) por lo que se deforma el material menos deformable (2a). Como se observa el área de contacto es muy pequeña, lo que ocasiona altísimos esfuerzos de compresión entre la leva y el seguidor. En teoría ésta área de contacto sería una línea debido a que los materiales se consideran indeformables. La distribución de presión en la realidad es de forma semielipsoidal sobre la huella de contacto. El área de contacto en dos cilindros (simplificación del caso en estudio) es un rectángulo de dimensiones 2.a (ancho) y l (largo), esto se muestra en la figura 3.1.

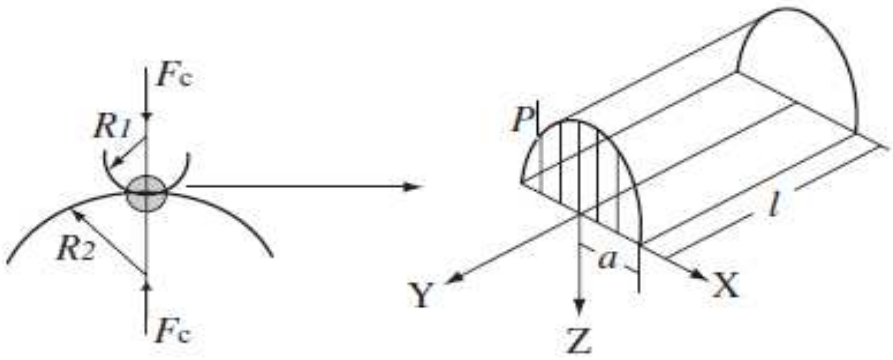


Figura 3.1 Distribución de presión semielipsoidal sobre la huella de contacto.

En la figura se muestra una serie de variables muy importantes para el análisis de esfuerzos en el mecanismo.

Según el Doctor Carlos H. Acevedo Peñaloza la expresión para "a" (ancho de la huella) está dada de la siguiente manera

$$a=\sqrt{\left(\frac{4F_c}{\pi l}\frac{\frac{\left(1-\upsilon_1^2\right)}{E_1}+\frac{\left(1-\upsilon_2^2\right)}{E_2}}{\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}}\right)} \qquad (3.1)$$

Donde:

F_c : Fuerza de contacto.

R_1 y R_2 : Radios de curvatura de cada material.

E_1 y E_2 : Módulos de elasticidad de cada material.

υ_1 y υ_2 : Relaciones de Poisson de cada material.

l : Profundidad de la huella de contacto.

La presión de contacto según el doctor Peñaloza está en función de la posición en la coordenada "x", ésta expresión está también en función de la presión máxima que se genera en la superficie de contacto.

$$P = P_{Max}\sqrt{1-\left(\frac{x}{a}\right)^2} \tag{3.2}$$

Donde: $P_{Max} = \frac{2F_c}{\pi a l}$ y $-a \leq x \geq a$, las presiones al inicio y al final de la huella de contacto son nulas.

Los esfuerzos se pueden tratar de dos formas diferentes; esfuerzo plano (cilindros paralelos axialmente cortos) y deformación plana (cilindros paralelos axialmente largos).

3.1.1) Esfuerzos de contacto en rodamiento puro.

Cuando se trata este tipo de esfuerzos se considera que el seguidor tiene un movimiento de rotación sin deslizamiento, es por eso que en la superficie de rodadura los esfuerzos tienen dirección normal y son de compresión. Estos esfuerzos van disminuyendo a medida que se va profundizando en la pieza; por teoría se sabe que los esfuerzos en la superficie de contacto se definen de la siguiente forma, para una fuerza perpendicular:

$$\sigma_x = 0$$

$$\sigma_z = -P_{máx} \tag{3.3}$$

Con los esfuerzos en cada uno de sus respectivos ejes cartesianos, se puede aplicar la teoría del círculo de Mohr para hallar el esfuerzo cortante máximo que está en el eje Z y por debajo de la superficie a una distancia de $Z_{\tau_{máx}} = 0,786a$.

$$\tau = 0,304P_{máx} \tag{3.4}$$

3.1.2) Esfuerzos de contacto en rodamiento con fuerza tangencial.

Uno de los casos que se pueden presentar en los mecanismos de leva-seguidor es el de cargas combinadas, es decir, cargas normales y tangenciales que actúan sobre la pieza al mismo tiempo. Las cargas normales se originan por el rodamiento entre el seguidor y la leva tal y como vimos anteriormente, mientras que las cargas tangenciales se originan por el deslizamiento entre estos dos elementos. Las cargas combinadas se generan por inconvenientes en el funcionamiento del mecanismo. Por ejemplo, velocidades de giro de la leva variables en el tiempo o un mal

arranque del mecanismo. En esta sección se trata sobre las dos componentes (normal y tangencial) que forman parte de los esfuerzos principales.

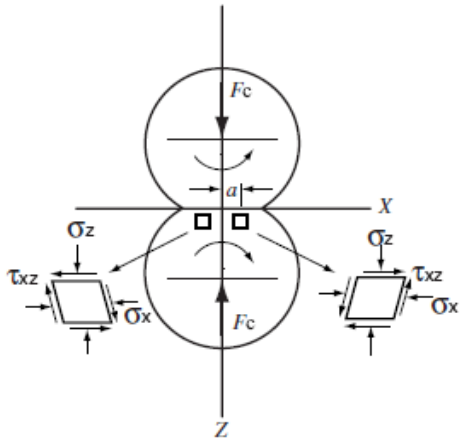


Figura 3.2 Esfuerzos de contacto en rodamiento con fuerza tangencial.

En la figura 3.2 se muestra la forma como se presentan las dos componentes normal y tangencial de los esfuerzos sobre elementos diferenciales elegidos en la superficie de contacto.

Las ecuaciones que definen los esfuerzos presentes en la superficie de rodadura están dadas para el caso de cilindro sobre cilindro.

$$\sigma_x = \sigma_{x_n} + \sigma_{x_t}$$

$$\sigma_z = \sigma_{z_n} + \sigma_{z_t} \qquad (3.5)$$

$$\tau_{xz} = \tau_{xz_n} + \tau_{xz_t}$$

El esfuerzo originado por la fuerza deslizante está identificado por el subíndice t, mientras que el esfuerzo originado por la fuerza normal se define por el subíndice n; la suma de estos esfuerzos, cada uno en su dirección correspondiente, proporciona el estado de esfuerzos completo del elemento diferencial elegido.

3.1.3) Esfuerzos complejos

Para el caso del mecanismo en estudio la distribución de esfuerzos más semejante a la realidad se da en los elementos sometidos a esfuerzos cortante y normal combinados.

Con la finalidad de ilustrar un poco más el tema de esfuerzos se considera necesario tratar sobre las distribuciones de esfuerzos.

3.1.3.1) Esfuerzo cortante puro.

En la figura 3.3 se muestra el elemento de espesor unitario sometido a este tipo de esfuerzos, en el cual se busca un equilibrio de fuerzas en la zona triangular; fuerzas perpendiculares y tangenciales al plano PC respectivamente.

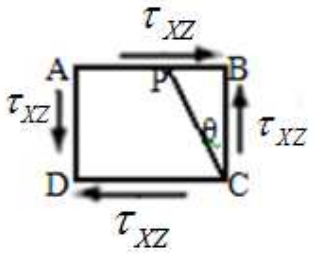


Figura 3.3 Distribución de esfuerzo cortante puro.

Para el plano perpendicular a PC se tiene:

$$\sigma_\theta * \left(\overline{PC} * 1\right) = \tau_{xz} * \left(\overline{BC} * 1\right).sen\theta + \tau_{xz} * \left(\overline{PB} * 1\right).\cos\theta \tag{3.6}$$

$$\sigma_\theta * \cancel{\overline{PC}} = \tau_{xz} * \cancel{\overline{PC}}.\cos\theta.sen\theta + \tau_{xz} * \cancel{\overline{PC}}.sen\theta.\cos\theta \tag{3.7}$$

$$\underline{\sigma_\theta = \tau_{xz}.sen\left(2\theta\right)} \tag{3.8}$$

Ahora para el plano tangencial a PC se tiene:

$$\tau_\theta * \overline{PC} = \tau_{xz} * \overline{PB}.sen\theta - \tau_{xz} * \overline{BC}.\cos\theta \tag{3.9}$$

$$\tau_\theta * \overline{PC} = \tau_{xz} * \overline{PC}.sen\theta.sen\theta - \tau_{xz} * \overline{PC}.\cos\theta.\cos\theta \tag{3.10}$$

$$\tau_\theta * \cancel{\overline{PC}} = \tau_{xz} * \cancel{\overline{PC}}.sen\theta.sen\theta + \tau_{xz} * \cancel{\overline{PC}}.\cos\theta.\cos\theta \tag{3.11}$$

$$\tau_\theta = \tau_{xz}.\left(sen^2\theta - \cos^2\theta\right) \tag{3.12}$$

$$\tau_\theta = -\tau_{xz}.\left(\cos^2\theta - sen^2\theta\right) \tag{3.13}$$

$$\underline{\tau_\theta = -\tau_{xz}.\cos\left(2\theta\right)} \tag{3.14}$$

3.1.3.2) Esfuerzos normales perpendiculares.

Para este tipo de esfuerzos se considera un elemento diferencial de espesor unitario el cual se presenta en la figura 3.4, en esta sección también se busca un equilibrio de fuerzas en la zona triangular, fuerzas perpendiculares y tangenciales al plano PC respectivamente.

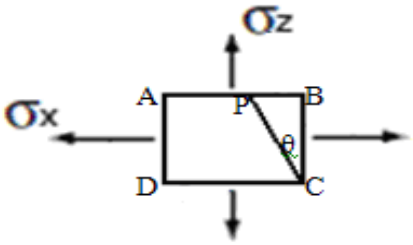


Figura 3.4 Distribución de esfuerzos normales perpendiculares.

Para el plano perpendicular a PC se tiene:

$$\sigma_\theta * \left(\overline{PC} * 1\right) = \sigma_x * \left(\overline{BC} * 1\right).\cos\theta + \sigma_z * \left(\overline{PB} * 1\right).sen\theta \tag{3.15}$$

$$\sigma_\theta * \cancel{\overline{PC}} = \sigma_x * \cancel{\overline{PC}}.\cos\theta.\cos\theta + \sigma_z * \cancel{\overline{PC}}.sen\theta.sen\theta \tag{3.16}$$

$$\sigma_\theta = \sigma_x.\cos^2\theta + \sigma_z.sen^2\theta \tag{3.17}$$

$$\sigma_\theta = \frac{\sigma_x}{2}.\left(1+\cos(2\theta)\right) + \frac{\sigma_z}{2}.\left(1-\cos(2\theta)\right) \tag{3.18}$$

$$\underline{\sigma_\theta = \frac{1}{2}.\left(\sigma_x + \sigma_z\right) + \frac{1}{2}.\left(\sigma_x - \sigma_z\right).\cos(2\theta)} \tag{3.19}$$

Ahora para el plano tangente a PC se tiene:

$$\tau_\theta * \left(\overline{PC} * 1\right) = \sigma_x * \left(\overline{BC} * 1\right).sen\theta - \sigma_z * \left(\overline{PB} * 1\right).\cos\theta \tag{3.20}$$

$$\tau_\theta * \cancel{\overline{PC}} = \sigma_x * \cancel{\overline{PC}}.\cos\theta.sen\theta - \sigma_z * \cancel{\overline{PC}}.sen\theta.\cos\theta \tag{3.21}$$

$$\tau_\theta = \sigma_x.\cos\theta.sen\theta - \sigma_z.sen\theta.\cos\theta \tag{3.22}$$

$$\tau_\theta = \frac{1}{2}.(\sigma_x - \sigma_z).sen(2\theta) \qquad (3.23)$$

3.1.3.3 Esfuerzos cortante y normal combinados.

En la figura 3.2 se muestra un elemento diferencial de la pieza, en el cual se puede apreciar los esfuerzos que se generan. Para esta distribución de esfuerzos se encuentran expresiones que permitan obtener los esfuerzos principales y el esfuerzo cortante máximo de una manera más rápida. Se cuenta con el mismo elemento de espesor unitario sometido ahora a esfuerzos cortante y normal combinados, como se muestra en la figura 3.5

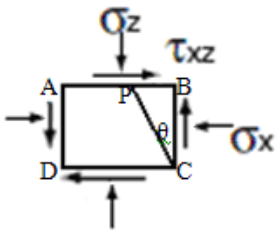


Figura 3.5 Distribución de esfuerzos en un elemento diferencial de la superficie de rodadura.

σ_x y σ_y pueden ser de compresión o de tracción y pueden ser el resultado de fuerzas normales o de flexión.

Los esfuerzos cortantes pueden tener cualquier sentido (+ sentido horario ó – sentido antihorario) y también diferentes orígenes, es decir, estos esfuerzos pueden resultar de fuerzas cortantes o de torsión.

La distribución de esfuerzos de la figura anterior se puede considerar como la suma de las dos distribuciones antes mencionadas; esta distribución de esfuerzos representa un sistema completo de esfuerzos para cualquier circunstancia de carga aplicada en dos dimensiones (como se consideró el mecanismo en estudio).

Si se suman las expresiones 3.8 y 3.19 se obtendrá el esfuerzo perpendicular al plano PC.

$$\sigma_\theta = \frac{1}{2}.(\sigma_x + \sigma_z) + \frac{1}{2}.(\sigma_x - \sigma_z).\cos(2\theta) + \tau_{xz}.sen(2\theta) \qquad (3.24)$$

Ahora si se suman las expresiones 3.14 y 3.23 se obtendrá el esfuerzo tangencial al plano PC.

$$\tau_\theta = \frac{1}{2}.(\sigma_x - \sigma_z).sen(2\theta) - \tau_{xz}.\cos(2\theta) \tag{3.25}$$

Estas expresiones permiten calcular ahora los esfuerzos máximos y mínimos derivándolas e igualándolas a cero.

$$\frac{d\sigma_\theta}{d\theta} = 0 \tag{3.26}$$

$$\frac{d\sigma_\theta}{d\theta} = -\frac{2}{2}.(\sigma_x - \sigma_z).sen(2\theta) + 2\tau_{xz}.\cos(2\theta) = 0 \tag{3.27}$$

$$(\sigma_x - \sigma_z).sen(2\theta) = 2\tau_{xz}.\cos(2\theta) \tag{3.28}$$

$$\tan(2\theta) = \frac{2\tau_{xz}}{(\sigma_x - \sigma_z)} \tag{3.29}$$

Si se analiza la ecuación 3.29 se puede ver que define un triángulo rectángulo como se aprecia en la figura 3.6

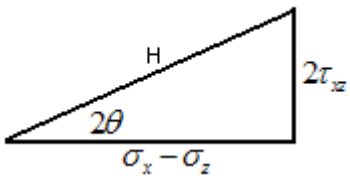


Figura 3.6 Triángulo definido por la ecuación 3.29.

En el triángulo se define H como:

$$H = \sqrt{(\sigma_x - \sigma_z)^2 + 4\tau_{xz}^2} \tag{3.30}$$

$$sen(2\theta) = \frac{2\tau_{xz}}{\sqrt{(\sigma_x - \sigma_z)^2 + 4\tau_{xz}^2}} \tag{3.31}$$

$$\cos(2\theta) = \frac{\sigma_x - \sigma_z}{\sqrt{(\sigma_x - \sigma_z)^2 + 4\tau_{xz}^2}} \tag{3.32}$$

Se reemplazan las ecuaciones 3.31 y 3.32 en la ecuación 3.24 y se obtiene finalmente las expresiones que corresponden a los esfuerzos principales.

$$\sigma_1 \acute{o} \sigma_2 = \frac{1}{2}.(\sigma_x + \sigma_z) + \frac{1}{2}.(\sigma_x - \sigma_z).\frac{\sigma_x - \sigma_z}{\sqrt{(\sigma_x - \sigma_z)^2 + 4\tau_{xz}^2}} + \tau_{xz}.\frac{2\tau_{xz}}{\sqrt{(\sigma_x - \sigma_z)^2 + 4\tau_{xz}^2}}.\frac{2}{2} \tag{3.33}$$

$$\sigma_1 \acute{o} \sigma_2 = \frac{1}{2}.(\sigma_x + \sigma_z) \pm \frac{1}{2}.\frac{(\sigma_x - \sigma_z)^2 + 4\tau_{xz}^2}{\sqrt{(\sigma_x - \sigma_z)^2 + 4\tau_{xz}^2}} \tag{3.34}$$

$$\sigma_1 = \frac{1}{2}.(\sigma_x + \sigma_z) + \frac{1}{2}.\sqrt{(\sigma_x - \sigma_z)^2 + 4\tau_{xz}^2} \tag{3.35}$$

$$\sigma_2 = \frac{1}{2}.(\sigma_x + \sigma_z) - \frac{1}{2}.\sqrt{(\sigma_x - \sigma_z)^2 + 4\tau_{xz}^2} \tag{3.36}$$

Los esfuerzos principales se presentan como los esfuerzos normales perpendiculares, en planos mutuamente perpendiculares, denominados planos principales; pero con el elemento diferencial girado un ángulo θ.

Para comprobar lo afirmado en el párrafo anterior, se reemplazan las ecuaciones 3.31 y 3.32 en la ecuación 3.25:

$$\tau_\theta = \frac{1}{2}.(\sigma_x - \sigma_z).\frac{2\tau_{xz}}{\sqrt{(\sigma_x - \sigma_z)^2 + 4\tau_{xz}^2}} - \tau_{xz}.\frac{\sigma_x - \sigma_z}{\sqrt{(\sigma_x - \sigma_z)^2 + 4\tau_{xz}^2}} \tag{3.37}$$

$$\tau_\theta = \frac{\tau_{xz}(\sigma_x - \sigma_z)}{\sqrt{(\sigma_x - \sigma_z)^2 + 4\tau_{xz}^2}} - \frac{(\sigma_x - \sigma_z)\tau_{xz}}{\sqrt{(\sigma_x - \sigma_z)^2 + 4\tau_{xz}^2}} \tag{3.38}$$

$$\tau_\theta = 0 \tag{3.39}$$

Ahora, para hallar el esfuerzo cortante máximo se considera la ecuación 3.23, en la cual si se hace $\sigma_x = \sigma_1$ y $\sigma_z = \sigma_2$, la expresión queda de la siguiente manera:

$$\tau = \frac{1}{2}.(\sigma_1 - \sigma_2).sen(2\theta) \tag{3.40}$$

Con la expresión 3.40, el esfuerzo cortante máximo quedaría definido como:

$$\tau_{máx} = \frac{1}{2}.(\sigma_1 - \sigma_2) \qquad (3.41)$$

Para los esfuerzos cortante y normal existe una herramienta que permite una solución gráfica: el círculo de Mohr.

Para la figura 3.5 se encuentra gráficamente el esfuerzo normal y el esfuerzo cortante que actúa sobre cualquier plano inclinado en un ángulo θ respecto al plano sobre el cual actúa σ_x.

- Se toma un elemento diferencial como el de la figura 3.5.
- Se asignan los ejes: σ para las abscisas y τ para las ordenadas.
- Se grafican los esfuerzos que actúa en las caras perpendiculares AB y BC.
    - Para σ: (+) en tracción y (-) en compresión.
    - Para τ: (+) sentido horario y (-) sentido antihorario.

  Con esto, se obtiene dos puntos de la gráfica (AB y BC)
- Se une con una recta los puntos obtenidos.
- El punto O es la intersección de la línea que une AB y BC con el eje de las abcisas, y es también el centro del círculo de Mohr.

Cada punto que se encuentre sobre la circunferencia representará un estado de esfuerzos en cualquier plano que pase por el punto C.

Para los pasos antes mencionados y considerando un estado de esfuerzos cualquiera, en modo de ejemplo se muestra en la figura 3.7 el círculo de Mohr.

$\overline{BC}$ (120Mpa, -40Mpa)
$\overline{AB}$ (40Mpa, 40Mpa)

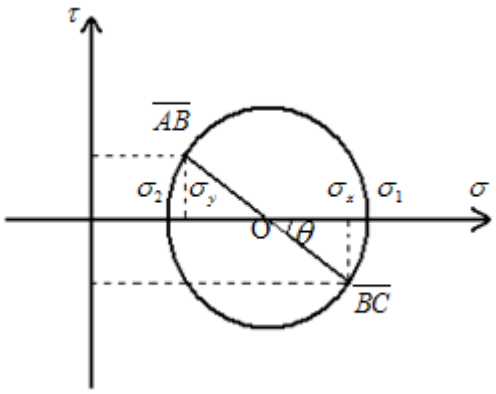


Figura 3.7 Círculo de Mohr.

El círculo de Mohr tiene los siguientes parámetros:

- Centro = $\frac{1}{2}(\sigma_x - \sigma_z)$.
- Radio = $\tau_{máx}$.
- En el círculo de Mohr, el ángulo que gira el elemento diferencial en los esfuerzos principales, se duplica.
- cuando τ es cero los esfuerzos normales coinciden con los esfuerzos principales (σ_1 y σ_2).

3.1.4) Deformación en la superficie de contacto.

Como se encuentra en el libro de mecanismos de Shigley, Joseph Edward, la deformación se puede definir como la diferencia de longitud en valor absoluto entre la longitud inicial y la longitud final. Mayormente la deformación se conoce como el cambio de longitud sobre unidad de longitud y se expresa de la siguiente manera.

$$\frac{l_F - l_I}{l_I} = \frac{\delta_n}{l_I} \tag{3.42}$$

Donde l_F es la longitud final, l_I es la longitud inicial y δ es la diferencia entre la longitud final e inicial, siendo el subíndice el indicador de la dirección en la que ocurre la deformación, que para el caso del subíndice n sería la dirección normal. Si se toma en cuenta la distribución de presiones en la huella de contacto la dirección normal representa el eje Z-Z.

Tal y como se muestra en el mecanismo leva-seguidor, la deformación en la dirección normal se originan por la fuerza de compresión. Un límite muy importante ha tener en cuenta para esta fuerza, es que la deformación que se origina debido a la compresión permanezca siempre en la región elástica, con el fin de que no aparezcan deformaciones permanentes que afecten al correcto funcionamiento del mecanismo en cuestión.

Se muestra una expresión que se utiliza comúnmente para el estudio de la deformación normal en el caso de cilindros cortos, es decir, para el caso de leva en estudio.

$$\delta = 0,0003\varepsilon_E^{2,7}\frac{F_C}{l^{0,8}} \tag{3.43}$$

La expresión de la deformación mostrada anteriormente está en función de la fuerza de compresión, la longitud de la pieza y una constante del material (ε_E), esta constante a su vez está en función del módulo de elasticidad (E) y del coeficiente de Poisson (υ).

$$\varepsilon_E = \sqrt[3]{\frac{113883\left(\frac{E_1}{1-\upsilon^2}+\frac{E_2}{1-\upsilon^2}\right)}{\left(\frac{E_1}{1-\upsilon^2}\cdot\frac{E_2}{1-\upsilon^2}\right)}} \tag{3.44}$$

3.2) Teoría de falla.

La teoría de falla desarrolla conceptos que son de mucha ayuda para el proyectista que quiere diseñar alguna pieza en particular, ya que le permite saber en que situación la pieza corre el riesgo de fallar.

Uno de los esfuerzos más simples que se puede presentar en un elemento, es el esfuerzo normal directo, como el que soporta el alambre que sostiene la carga en la figura 3.8.

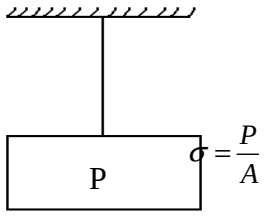


Figura 3.8 Alambre sometido a la carga P.

Siendo P el peso de la carga y A el área transversal del alambre.

Para verificar si el alambre falla o no falla, basta con comparar el valor del esfuerzo al que está sometido el alambre (σ) con el valor del esfuerzo de fluencia del material (σ_y), el cual se encuentra en tablas.

La comparación es posible, debido a que las probetas utilizadas para obtener las tablas de materiales fueron sometidas a esfuerzos de tracción puro (como es el caso de la figura 3.8)

Si se tiene un elemento sometido a una combinación de esfuerzos, como es el caso del mecanismo leva-seguidor en estudio, ya no se puede hacer una comparación directa entre, los esfuerzos a los que está sometido el elemento y el valor de (σ_y) de las tablas de materiales.

Una teoría de falla busca encontrar un sistema equivalente, convertir una situación de esfuerzos complejos a una de esfuerzo normal directo, sin alterar el efecto de la carga sobre la pieza sometida; esta equivalencia se muestra gráficamente en la figura 3.9.

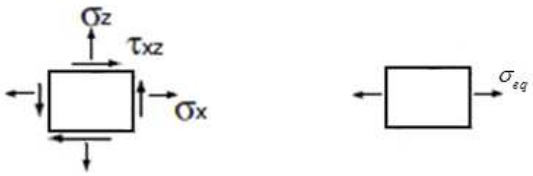


Figura 3.9 Equivalencia entre esfuerzos complejos y esfuerzo normal directo.

Ambos elementos son equivalentes, porque si uno falla el otro también.

Las teorías de falla se desarrollan ampliamente, tanto para materiales dúctiles como para materiales frágiles, en este estudio sólo se tratará sobre las teorías de falla para materiales dúctiles.

3.2.1) Teorías de falla para materiales dúctiles.

3.2.1.1) Teoría del máximo esfuerzo cortante (Teoría de TRESCA).

Se dice que un elemento falla cuando el esfuerzo cortante máximo alcanza el valor del cortante máximo en el instante de la fluencia de una probeta del mismo material.

En la figura 3.10 se muestra la distribución de esfuerzos complejos para un elemento cualquiera y en la figura 3.11 se muestra la distribución de esfuerzos para la probeta, ambas con su círculo de Mohr.

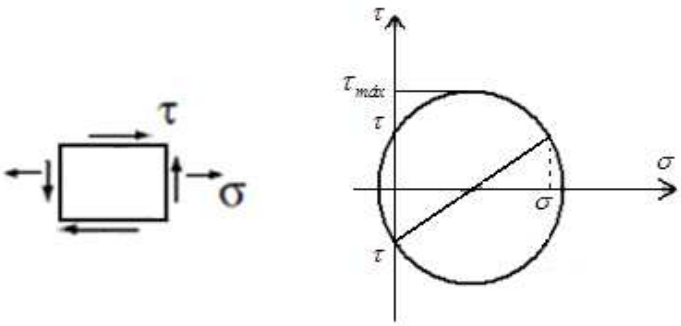


Figura 3.10 Distribución de esfuerzos complejos para un elemento cualquiera.

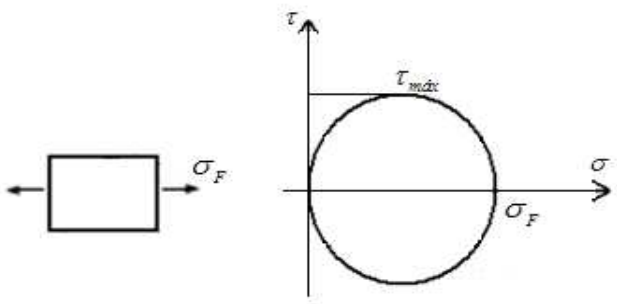


Figura 3.11 Distribución de esfuerzos para la probeta.

Para la figura 3.10 el esfuerzo cortante máximo se define como:

$$\tau_{máx} = \sqrt{\left(\frac{\sigma}{2}\right)^2 + \tau^2} \tag{3.45}$$

Mientras que para la figura 3.11 el esfuerzo cortante máximo se define como:

$$\tau_{máx} = \frac{\sigma_F}{2} \tag{3.46}$$

Igualando las expresiones (3.45) y (3.46) para cumplir con la definición de la teoría de TRESCA se tiene:

$$\frac{\sigma_F}{2} = \sqrt{\left(\frac{\sigma}{2}\right)^2 + \tau^2} \tag{3.47}$$

$$\sigma_F = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \tag{3.48}$$

Si se cumple la igualdad de la expresión (3.48), se puede afirmar que el elemento fallará.

Como se trabaja con materiales dúctiles, se debe cumplir que:

$$\sigma_{eq} = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \tag{3.49}$$

Si $\sigma_{eq} \langle \sigma_F$, la pieza no falla.

Si $\sigma_{eq} \geq \sigma_F$, la pieza falla.

El esfuerzo equivalente de la expresión (3.49) está definido para el caso particular analizado de la figura 3.10. Esto quiere decir, que para cada estado de esfuerzo se tiene un esfuerzo equivalente (σ_{eq}).

Para el estado de esfuerzo que se presenta en el mecanismo leva-seguidor como el mostrado en la figura 3.5, el esfuerzo equivalente se define como:

$$\sigma_{eq} = \sqrt{\left(\sigma_x - \sigma_z\right)^2 + 4\tau_{xz}^2} \tag{3.50}$$

3.2.1.2) Teoría de la energía de distorsión (Teoría de VON MISES).

Se dice que un elemento falla cuando su energía de distorsión alcanza el valor de la energía de distorsión en el instante de la fluencia de una probeta del mismo material.

La falla de un elemento está basada en el cambio de forma; la energía de distorsión se define como:

$$\mu_{dist} = \frac{1}{12G}\left[\left(\sigma_1 - \sigma_2\right)^2 + \left(\sigma_2 - \sigma_3\right)^2 + \left(\sigma_1 - \sigma_3\right)^2\right] \tag{3.51}$$

Como ya se sabe, en una probeta $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$, por lo tanto, la energía de distorsión de una probeta está dada por:

$$\mu_{dist} = \frac{\sigma_1^2}{6G} \tag{3.52}$$

En el instante de la fluencia, la energía de distorsión se convierte en:

$$\mu_{dist} = \frac{\sigma_F^2}{6G} \tag{3.53}$$

Para un estado de esfuerzo biaxial, se puede utilizar la ecuación 3.51, pero con un valor de $\sigma_3 = 0$:

$$\mu_{dist} = \frac{1}{12G}\left[\left(\sigma_1 - \sigma_2\right)^2 + \sigma_2^2 + \sigma_1^2\right] \tag{3.54}$$

$$\mu_{dist} = \frac{1}{6G}\left[\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1\sigma_2\right] \tag{3.55}$$

Para cumplir con la teoría de VON MISES, se igualan las expresiones 3.53 y 3.55:

$$\frac{\sigma_F^2}{6G} = \frac{1}{6G}\left[\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1\sigma_2\right] \tag{3.56}$$

$$\sigma_F = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1\sigma_2} \tag{3.57}$$

Si se reemplazan las ecuaciones 3.35 y 3.36 en la expresión 3.57 se tiene:

$$\sigma_F = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_z^2 - \sigma_x\sigma_z + 3\tau_{xz}^2} \tag{3.58}$$

Como se trata con materiales dúctiles, se debe cumplir que:

$$\sigma_{eq} = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_z^2 - \sigma_x\sigma_z + 3\tau_{xz}^2} \tag{3.59}$$

Si $\sigma_{eq} \langle \sigma_F$, la pieza no falla.

Si $\sigma_{eq} \geq \sigma_F$, la pieza falla.

Para el tema de diseño siempre se tiene en cuenta un factor de seguridad, el cual, es una constante que divide al esfuerzo de fluencia para que dicho cociente sea recién comparado con el esfuerzo equivalente. Este factor de seguridad absorbe algunos posibles errores que se hallan podido presentar al momento del diseño y el cálculo de los esfuerzos.

Si se considera un factor de seguridad, tanto para TRESCA como para VON MISES, las afirmaciones de: si falla o no falla se expresan de la siguiente manera.

Si $\sigma_{eq} \langle \frac{\sigma_F}{FS}$, la pieza no falla.

Si $\sigma_{eq} \geq \frac{\sigma_F}{FS}$, la pieza es muy probable que falle.

3.3) Cálculo de esfuerzos.

Para el desarrollo de este punto, en primer lugar se calculará los esfuerzos $\sigma_x, \sigma_z \; y \; \tau_{xz}$.

$$\sigma_x = 0 \tag{3.60}$$

$$\sigma_z = P_{máx} \tag{3.61}$$

De la ecuación 3.1 se tiene:

$$\upsilon = 0.29 \tag{3.62}$$

$$l = 0.065\,\text{m} \tag{3.63}$$

$$E = 2.05*10^{11}\ \text{Pa} \tag{3.64}$$

$$a = 3.027*10^{-4}\ \text{m} \tag{3.65}$$

Reemplazando los datos anteriores en la ecuación 3.2 se tiene:

$$P = P_{máx} = 338.43MPa \tag{3.66}$$

$$\sigma_z = 338.43MPa \tag{3.67}$$

Para calcular el esfuerzo cortante “xz” se procede de la siguiente manera:

$$\tau_{xz} = \frac{V}{A_r} = \frac{N.\mu_K}{2al} \tag{3.68}$$

$$\tau_{xz} = 1.79MPa \tag{3.69}$$

Teniendo los esfuerzos normales y cortantes, se procede a calcular el esfuerzo equivalente para poderlo comparar con el esfuerzo de fluencia del material y determinar si la pieza falla.

Considerando las ecuaciones 3.35 y 3.36 se tienen los esfuerzos principales $\sigma_1\, y\, \sigma_2$.

$$\sigma_1 = 338.44MPa \tag{3.70}$$

$$\sigma_2 = 0MPa \tag{3.71}$$

Teniendo los esfuerzos principales se procede calcular el esfuerzo equivalente.

$$\sigma_{eq} = 338.44MPa \tag{3.72}$$

Para el acero AISI 1045 el límite a la fluencia es de 413.8 MPa, con este dato y con el esfuerzo equivalente ya se puede afirmar si la pieza falla o no falla.

338.44MPa < 413.8MPa, esta comparación es cierta, con lo que se afirma que la pieza no falla.

Capítulo IV

MODELACIÓN SÓLIDA Y ANÁLISIS POR ELEMENTOS FINITOS

4.1) Introducción al Solidwork.

Solidwork es un programa de automatización de diseño mecánico en 3D que aprovecha un entorno gráfico basado en Microsoft Windows. Este programa es intuitivo y fácil de manejar. Su método de trabajo le permite al diseñador plasmar sus ideas de forma rápida sin necesidad de realizar operaciones complejas y lentas.

El Solidwork cuenta con unas características principales que la hacen una herramienta versátil y precisa. Éstas características son: su capacidad de ser asociativo, variacional y paramétrico de forma bidireccional con todas sus aplicaciones. Además utiliza el gestor de diseño (FeatureManager) que facilita enormemente la modificación rápida de operaciones tridimensionales y de croquis de operación sin tener que rehacer los diseños ya plasmados en el resto de sus documentos asociados.

Unas de las razones que hacen al Solidwork un software competitivo en el mercado del diseño mecánico es que junto con las herramientas de diseño de pieza, ensamblaje y dibujo este software también presenta herramientas de productividad, de gestión de proyectos, de presentación y de análisis y simulación. También es de gran importancia su capacidad de ser paramétrico, variacional y asociativo, además de usar funciones geométricas inteligentes. El Solidwork emplea un gestor de diseño que permite visualizar, editar, eliminar y actualizar cualquier operación realizada en una pieza de forma bidireccional entre todos los documentos asociados.

Solidwork es una solución de diseño tridimensional completa que integra un gran número de funciones avanzadas para facilitar el modelado de piezas, elaborar grandes ensamblajes, generar planos y otras funcionalidades que le permiten validar, comunicar y gestionar proyectos de forma rápida, fiable y precisa.

4.2) Características del Solidwork.

Para entender mejor el ambiente de trabajo en donde se desarrolla el Solidwork, se hablará de cada una de sus principales características (la asociatividad, las funciones geométricas inteligentes y el gestor de diseño).

4.2.1) Asociatividad.

La asociatividad básicamente se presenta entre los tres módulos que contiene el Solidwork: Pieza, Ensamblaje y Dibujo. Los cuales se muestran en la figura 4.1.

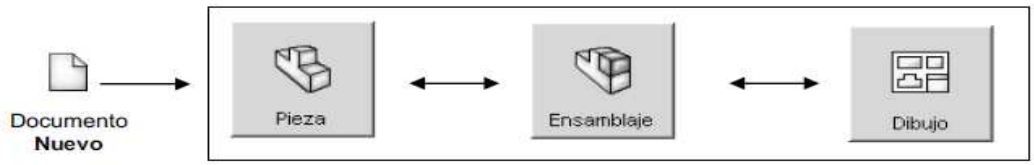


Figura 4.1 Modelos pieza, ensamblaje y dibujo.

Para realizar un ensamblaje se debe diseñar en ficheros de pieza distintos cada una de las piezas que lo conforman. El modulo de ensamblaje permite examinar e insertar cada una de las piezas en un solo documento de ensamble para asignarles las relaciones geométricas de posición necesarias para definir tridimensionalmente el ensamblaje. Teniendo el ensamblaje completamente definido gracias a la asociatividad entre módulos, podemos automáticamente obtener los planos de las piezas o del propio ensamblaje.

4.2.2) Funciones geométricas inteligentes.

La creación de taladros, chaflanes, redondeos, vaciados, entre otros, se pueden realizar de forma rápida, precisa e intuitiva. Los procesos que se realizan están guiados y se cuenta con una vista previa que permite visualizar la operación antes de ser aceptada.

Con la intención de ilustra un poco más lo citado anteriormente, se muestra en la figura 4.2 la función geométrica inteligente de taladro.

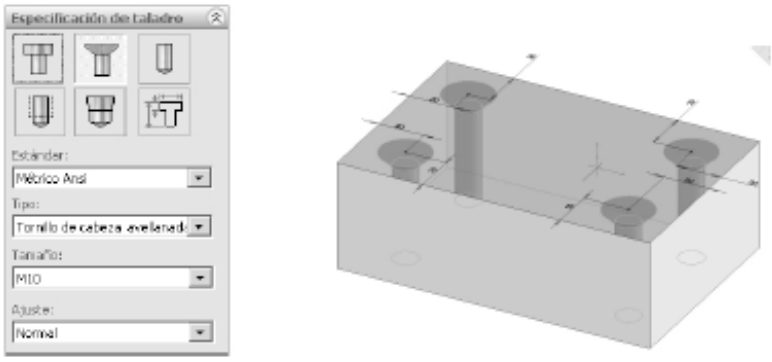


Figura 4.2 Función geométrica inteligente de taladro.

4.2.3) Gestor de diseño.

El gestor de diseño incluye de forma histórica todas las operaciones que se han llevado ha cabo para obtener la pieza deseada. El gestor de diseño permite interactuar directamente con la pieza, permite visualizar u ocultar operaciones, editarlas, eliminarlas. Es posible establecer nuevas relaciones de posición dependiendo de lo que se requiera en el momento del diseño. Para ilustra esta característica se tiene la figura 4.3.

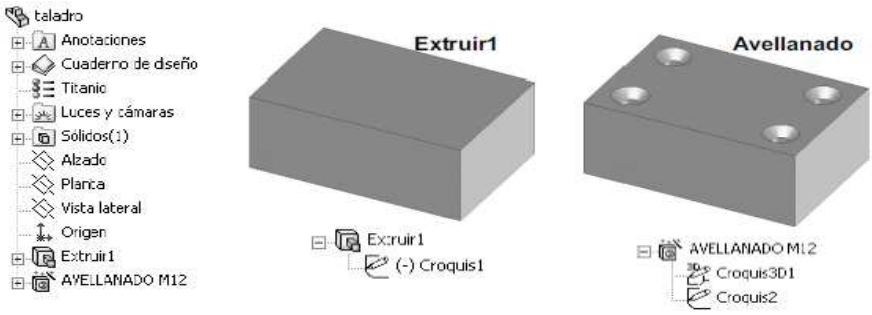


Figura 4.3 Gestor de diseño.

4.3) Modelación en Solidwork.

Para la modelación de la nueva leva se han empleado básicamente las características antes expuestas. La modelación se hace sencilla debido al lenguaje manejable que utiliza el Solidwork. El procedimiento para obtener una pieza es muy sencillo y automático.

4.3.1) Generación del sólido.

La leva consta de dos partes con el fin de simplificar la tarea de extracción de la misma al momento de su respectivo mantenimiento. Ambas partes, intervalo y ascenso, se muestran en la figura 4.4 y 4.5 respectivamente.

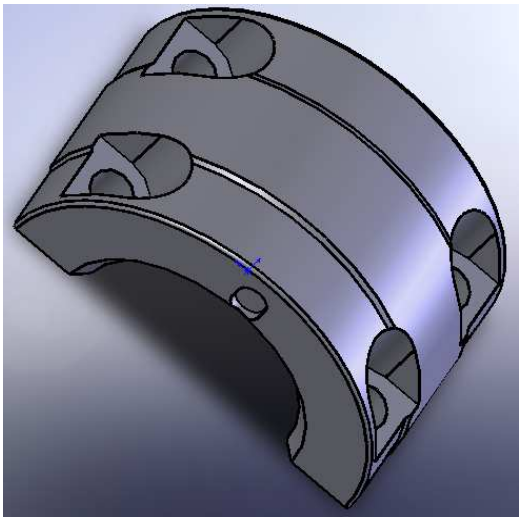


Figura 4.4 Parte intervalo de la leva.

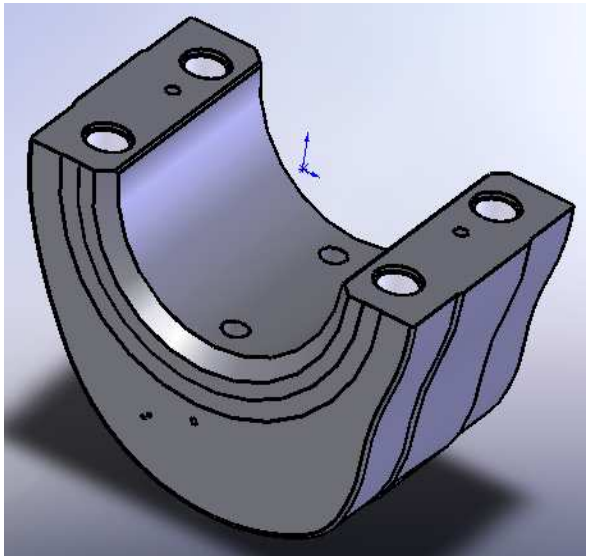
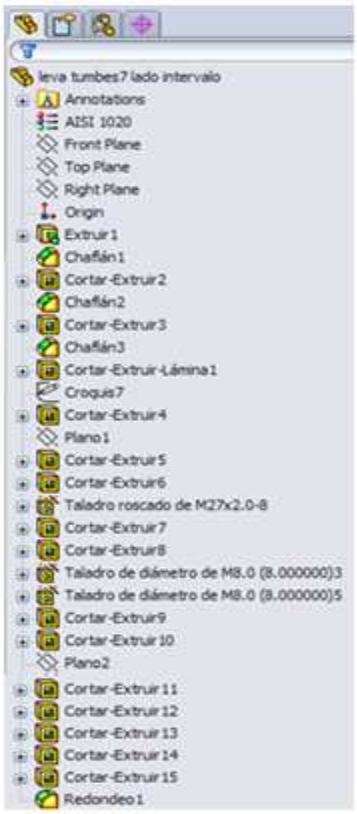


Figura 4.5 Parte ascenso de la leva.

En la figura 4.6, se muestra el historial de operaciones que fueron necesarias realizar para obtener las diferentes partes de la nueva leva. En la figura 4.7 se muestra el perfil final de la leva.



(a)

(b)

Figura 4.6 (a) Historial de operaciones de la parte intervalo.
(b) Historial de operaciones de la parte ascenso.

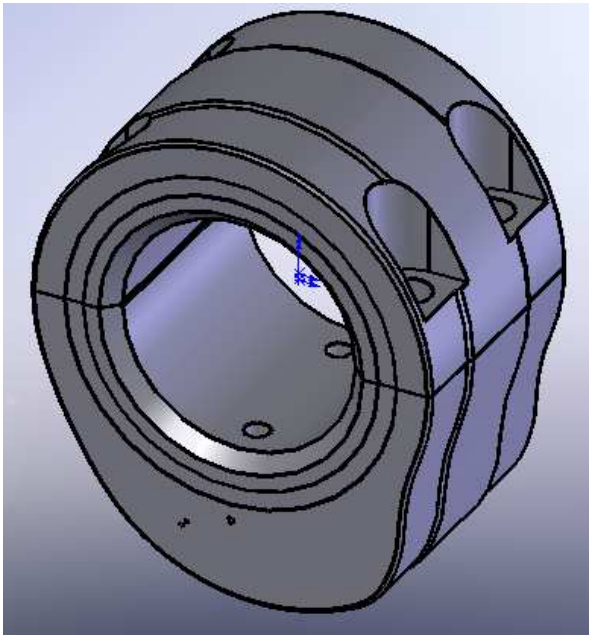


Figura 4.7 Perfil final de la leva.

Para generar la nueva leva se tuvieron en cuenta las siguientes características físicas del mecanismo:

- Elevación máxima del seguidor: 45 mm.
- Elevación del seguidor durante un giro de 40° (entre 5° y 45°).
- Descenso del seguidor durante un giro de 95° (entre 45° y 140°).
- Reposo del seguidor durante un giro de 225° (entre 140° y 360°)
- Diámetro del círculo base de la leva: 260 mm.
- Espesor de la leva: 165 mm.
- Diámetro del rodillo del seguidor: 60 mm.
- Espesor del rodillo del seguidor (pista de rodadura): 65 mm.
- Diámetro del eje de levas: 150 mm.
- Velocidad angular media de la leva: 225 rpm.
- Defectos debido al radio de curvatura: ninguno.
- Ángulo de presión entre los 18° y 30°.
- Zona crítica (falla): Ascenso del seguidor, entre los 20° y los 35°.
- Agujeros para refrigeración: 2 de 16 mm y 2 de 4 mm.
- Perforaciones: 4 pernos M27 x 2 mm, 2 para pines guía de 28 mm.
- Material de fabricación: Acero AISI 1045.
- Material de la nueva pista de rodadura: soldadura Citodur 600.

Para la generación del sólido se utilizó la fresadora MAHO, una máquina de control numérico computarizado que funciona con programación en código G.

4.4) Análisis FEM en el cosmoswork (Cosmosmotion).

El Cosmoswork es una aplicación completa que permite estudiar el comportamiento mecánico de modelos 3D de una forma precisa.

El Cosmoswork en un análisis estático me muestra los puntos críticos de la pieza para el estudio de tensión, deformación y deformación unitaria luego de haber aplicado una fuerza.

Dispone de herramientas para el análisis de frecuencia, análisis de pandeo, análisis térmico, análisis de optimización, análisis no lineal, análisis de prueba de caída, análisis de fatiga y análisis de respuesta dinámica.

Para poder estudiar las condiciones de funcionamiento de un ensamblaje por la simulación del movimiento de sus partes integrantes, el Solidwork cuenta con una herramienta de análisis y simulación avanzada conocida como Cosmosmotion. Ésta combina el movimiento basado en las condiciones físicas con las restricciones geométricas y contiene una gran variedad de herramientas de visualización de resultados: aceleración, vector de fuerza, colisiones, etc. Es una herramienta adecuada para crear prototipos virtuales y validar el funcionamiento del mecanismo diseñado.

4.4.1) Elaboración del estudio.

El mecanismo de leva-seguidor es un automatismo mecánico-dinámico, con lo cual se puede utilizar la herramienta de simulación avanzada Cosmosmotion. Al momento de realizar el análisis dinámico del mecanismo se puede notar que para la velocidad de giro real de la leva (225RPM, 1350°/seg.) existe un punto que cuenta con una gran particularidad.

En el esquema del sistema leva-seguidor real que se muestra en la figura 4.9, se presenta que para el punto mencionado anteriormente el seguidor se desprende de la superficie de rodadura de la leva, lo cual viola completamente el funcionamiento del mecanismo. Si se traduce este hecho al sistema real leva-seguidor, para que no suceda lo mismo que en el esquema, en el punto en cuestión el resorte ejercerá la máxima fuerza de compresión entre el seguidor y la leva debido a que la tendencia de separación entre la leva y el seguidor es mayor, y justamente la función del resorte es contrarrestar esta tendencia.

En la figura 4.9 se muestra la separación entre la leva y el seguidor.

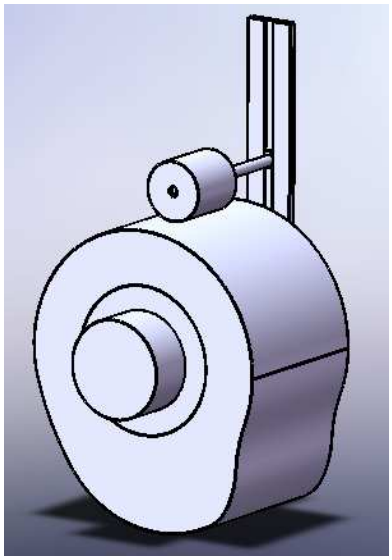


Figura 4.8 Esquema del mecanismo leva-seguidor.

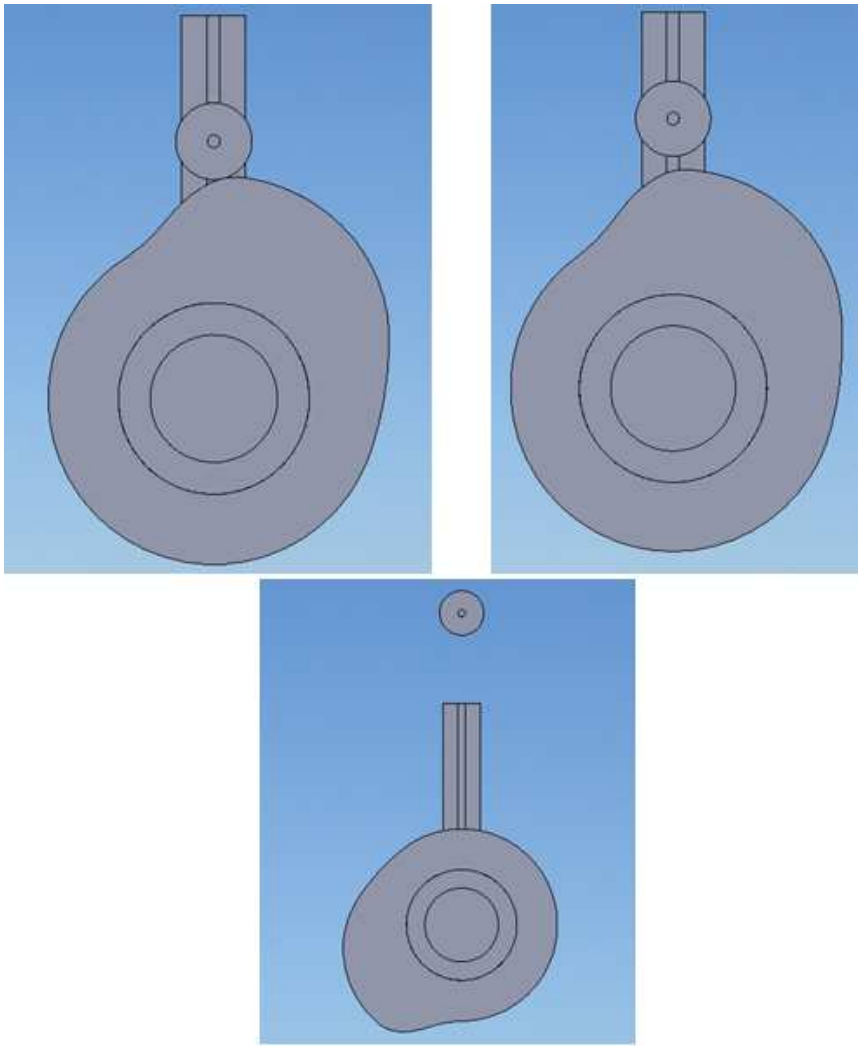


Figura 4.9 Separación entre el seguidor y la leva.

Una vez localizado el punto en el cual la fuerza que ejerce el resorte es mayor, se puede continuar el estudio utilizando el Cosmoswork, mediante un análisis estático. Éste análisis se realizará con valores de fuerza cualquiera debido a que lo que se busca es identificar los puntos de la leva de máximo esfuerzo y de máxima deformación.

Si se toma como posición inicial de la leva la mostrada en la figura 4.8, entonces, el punto donde el resorte ejerce máxima fuerza se encuentra sobre la superficie de rodadura a 146° aproximadamente. Lo anterior se ilustra mejor en la figura 4.10.

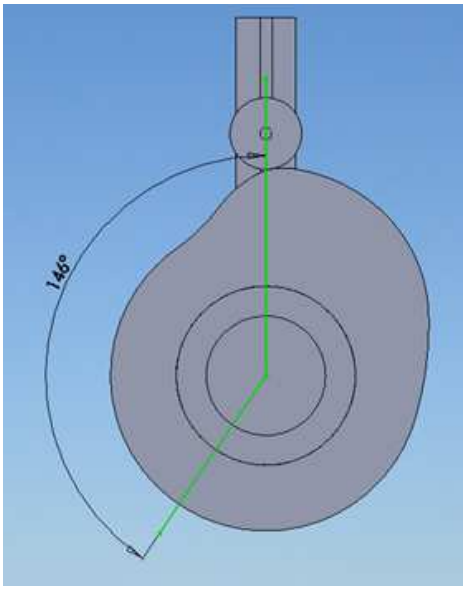


Figura 4.10 Posición del punto en cuestión.

A continuación se procede a realizar el análisis estático de la leva en la posición mostrada en la figura 4.10.

4.4.2) Asignación del material.

Para que el diseño de la nueva leva brinde un factor de seguridad lo suficientemente alto, considerando todos los posibles errores de diseño. Se debe dar gran interés a lo que es el tema del material; como ya se mencionó anteriormente. El ángulo de presión de la nueva leva excede los valores adecuados en algunos lugares, sin embargo su geometría es invariable, es por ello que la mejor solución se encuentra en la mejora del material. Se elige un material base tenaz y resistente y un material extremadamente duro para la superficie de rodadura.

Para el material base se utilizó acero fino al carbono AISI 1045, un metal de alta calidad y gran pureza, con 0,45% de carbono, 0,7% de manganeso y 0,3% de silicio. Su dureza media es de 91 HRB. Este acero es básicamente tenaz, resistente, mecanizable y soldable, muy adecuado para las piezas que se encuentran constantemente sometidas a esfuerzos y que pueden fallar por fatiga. Con la intención de brindar a la superficie de rodadura la máxima resistencia al desgaste, se optó por eliminar de esta zona mediante mecanizado un poco de material, dejándola en bajo relieve unos pocos milímetros. El material removido fue sustituido por recargue con electrodos de soldadura; el primer electrodo fue un Acero Inoxidable 29/9 con el cual se preparó aporte. Sobre este aporte se aplicó un electrodo de soldadura denominado “Citodur 600”, cuya composición es la de un acero muy resistente al desgaste.

Para fines prácticos, en la búsqueda de los puntos de máximos esfuerzos se considera para la simulación que la leva está compuesta sólo por el acero AISI 1045.

Para asignar el material en Cosmoswork (Solidwork) se tienen que seguir una serie de pasos:

- Se abre la pieza en estudio.
- Se habilita la herramienta de simulación avanzada "Cosmoswork" seleccionando Herramienta -> complementos -> check en la parte izquierda de Cosmoswork.
- Se hace click derecho en el nombre de la pieza, en la parte superior del historial de operaciones.
- Se selecciona "Estudio".
- Se hace click en nombre-"Malla sólida" y en tipo-"Estático".
- Se aprueba la operación haciendo click en ✔.
- Se hace click derecho en "sólido" y se pica en "aplicar el material a todo…".
- Aparece una ventana de material en la que se selecciona "desde archivo de biblioteca" y se hace click en "cosmos materials".
- Se hace click en Steel-AISI 1045 y aparecerán todas las propiedades del material, luego se hace click en "Aceptar".

Una vez realizados los pasos anteriores, ya se tiene el material de la pieza definido completamente.

4.4.3) Aplicación de cargas y restricciones.

Cuando se tiene completamente definido el punto de la leva donde se presenta la máxima fuerza aplicada por el resorte, a continuación se debe establecer las restricciones del movimiento y su respectiva carga.

Las restricciones se colocaron en la cavidad de los 4 pernos de la leva. Al igual como para definir el material de la leva, para aplicar las diferentes restricciones se respetaron los siguientes pasos:

- Luego de haber iniciado el estudio en Cosmoswork, se hace click derecho en cargas y restricciones y se selecciona restricciones.
- Luego se selecciona las caras o aristas que se quiere restringir y se aprueba la operación picando en ✔.

Una vez definidas las restricciones, se puede continuar aplicando la carga en el lugar deseado.

- Primero se debe particionar la superficie de rodadura para generar una superficie que permitirá aplicar la presión en la dirección adecuada tal como se muestra en la figura 4.11.

- Se define un plano perpendicular a la dirección de la presión; para esto se necesita de un eje y un plano de referencia (plano lateral). Se selecciona ambos elementos, luego se ingresa a Insertar -> Geometría de referencia->Plano, el plano generado tendrá la posibilidad de rotar los grados que sean necesarios para llegar a la posición adecuada.
- Ahora se genera un plano paralelo al plano generado en el paso anterior, para esto se vuelve a ingresar a Insertar -> Geometría de referencia->Plano,
- Luego se traza en el plano líneas en forma de cruz (si se quiere aplicar una fuerza puntual) o líneas paralelas formando un área (si se quiere aplicar presión), la intersección de las líneas o el centro del área debe coincidir con el origen de la leva.
- Por ultimo se ingresa a Insertar -> Curva -> Línea de partición y se proyectan sobre la superficie de rodadura.

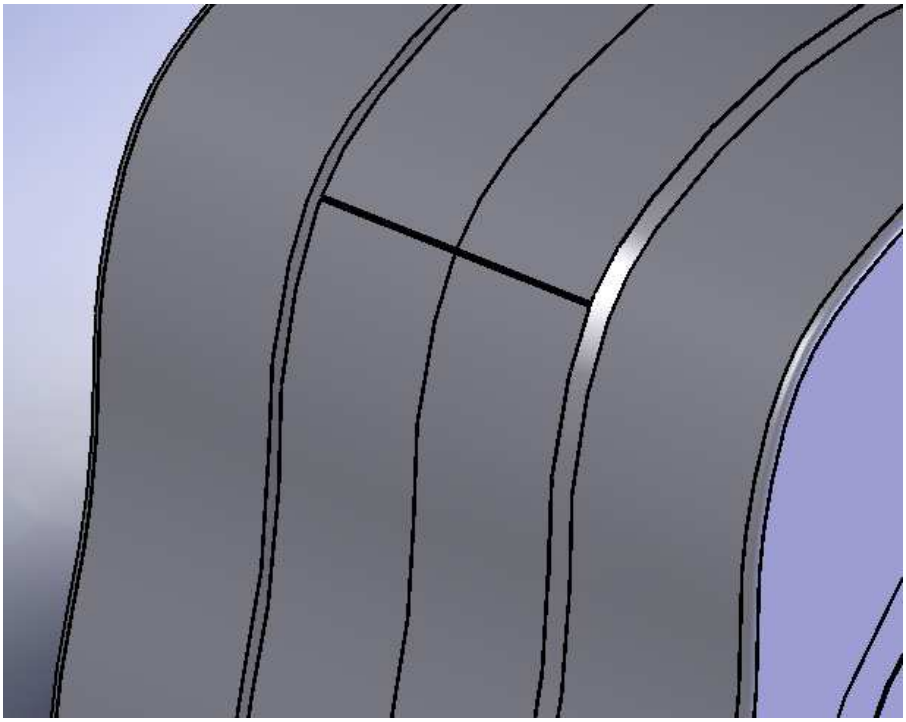
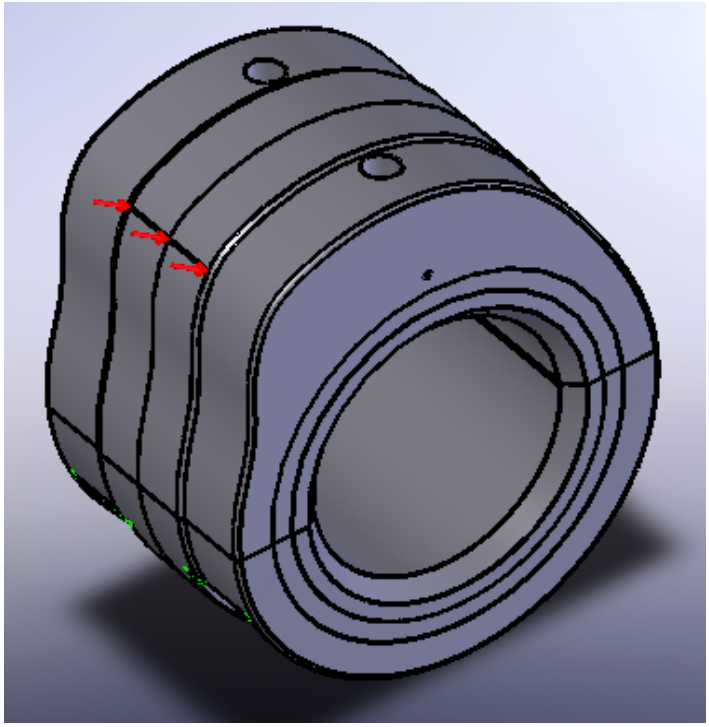


Figura 4.11 Superficie generada por la partición de la superficie de rodadura.

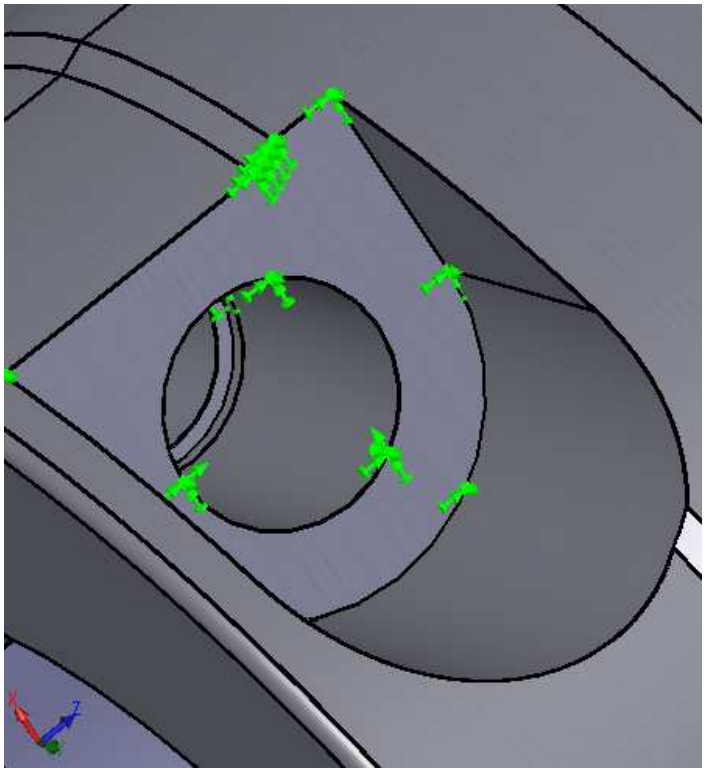
- Luego se selecciona para aprobar la operación.

➢ Cuando se tiene lista la partición se hace click en cargas y restricciones y se selecciona presión.
➢ Por último, se selecciona el área de aplicación de la presión y se le asigna un valor.

Para ilustrar mejor lo que es cargas y restricciones se muestra la figura 4.12. En esta figura se muestra la presión con su respectiva dirección (representada por una flecha de color roja) y todas las restricciones (representada por flechas de color verde).



(a)



(b)

Figura 4.12 (a) Representación de la presión.
(b) Representación de las restricciones.

4.4.4) Mallado.

Cuando ya se tiene el material de la pieza definido y las cargas y restricciones especificadas se procede a ejecutar el mallado de la pieza.

El mallado discretiza la pieza en un número de elementos finitos para calcular los desplazamientos en cada nodo con el fin de poder calcular la deformación y luego los esfuerzos en la pieza.

Mientras más fino sea el mallado, los resultados serán más exactos. Por este motivo se trabaja con el mallado más fino que puede proporcionar el Solidwork.

Para llevar a cabo el mallado se realiza el siguiente paso:

- Cuando se tiene abierto el estudio en Cosmoswork se hace click derecho en Malla y luego se pica en crear malla.

La pieza mallada se muestra en la figura 4.13.

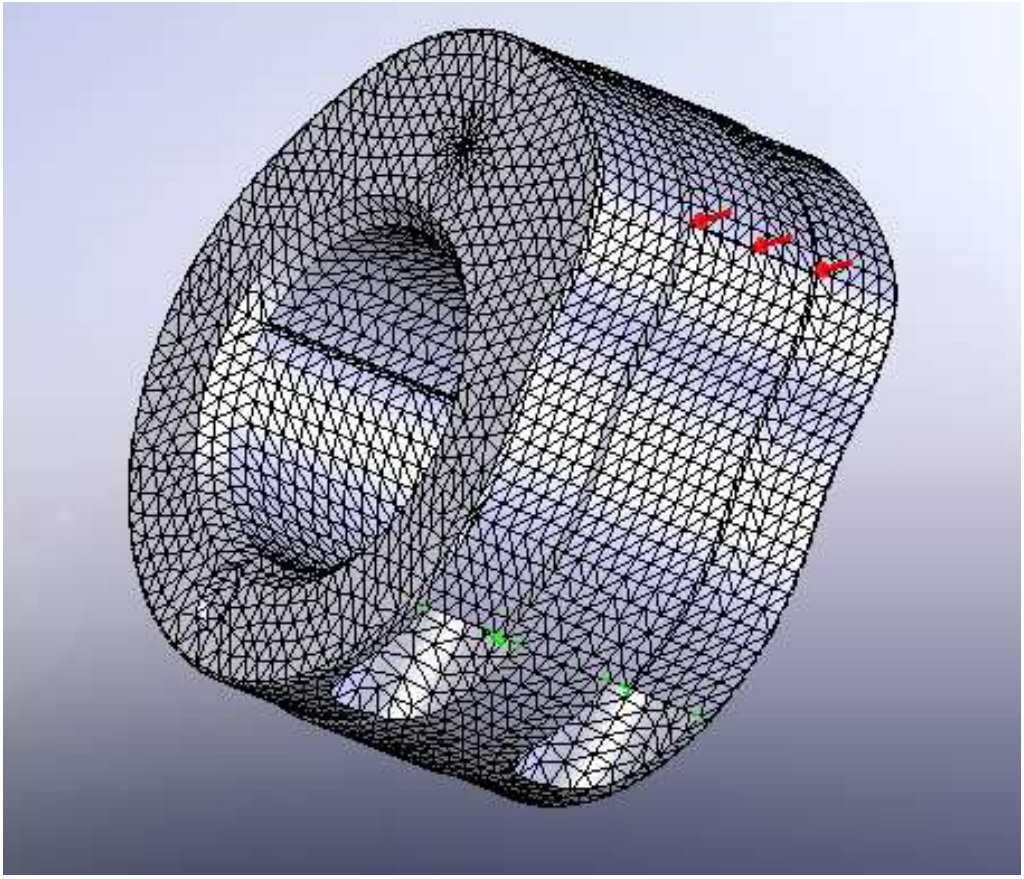
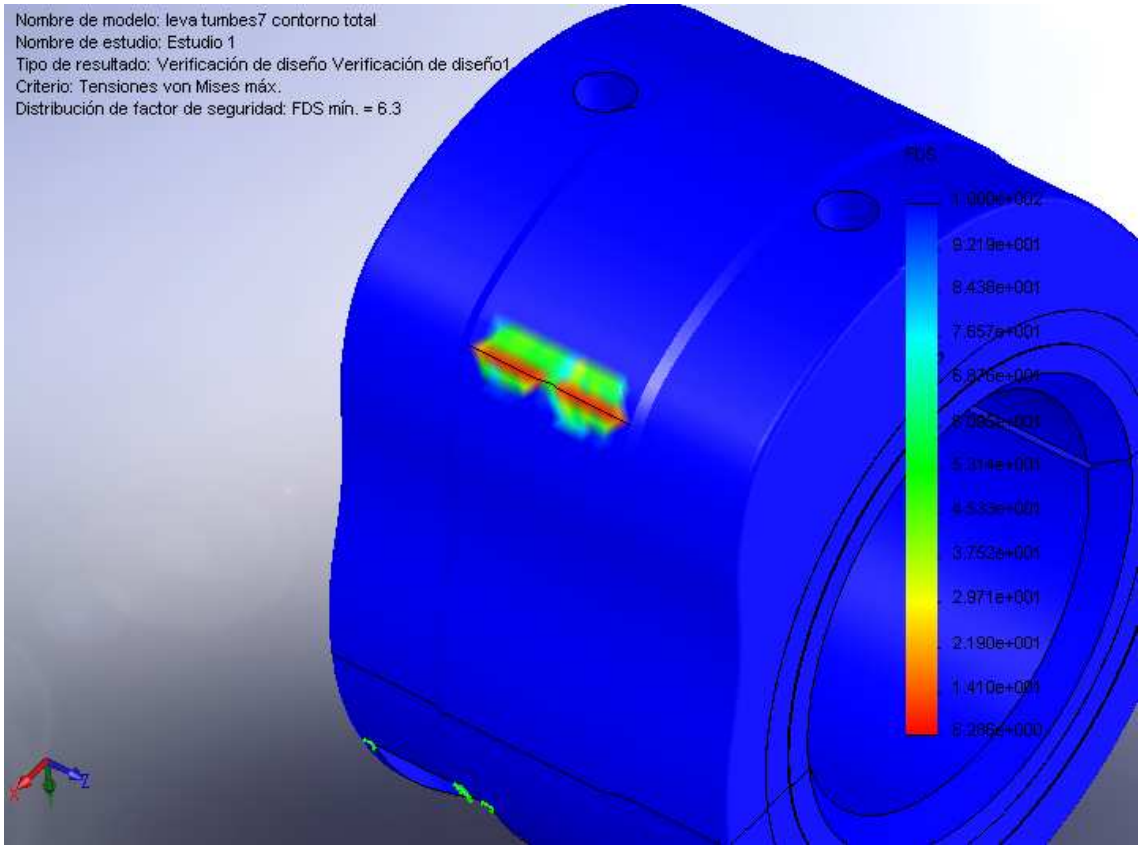


Figura 4.13 Pieza mallada.

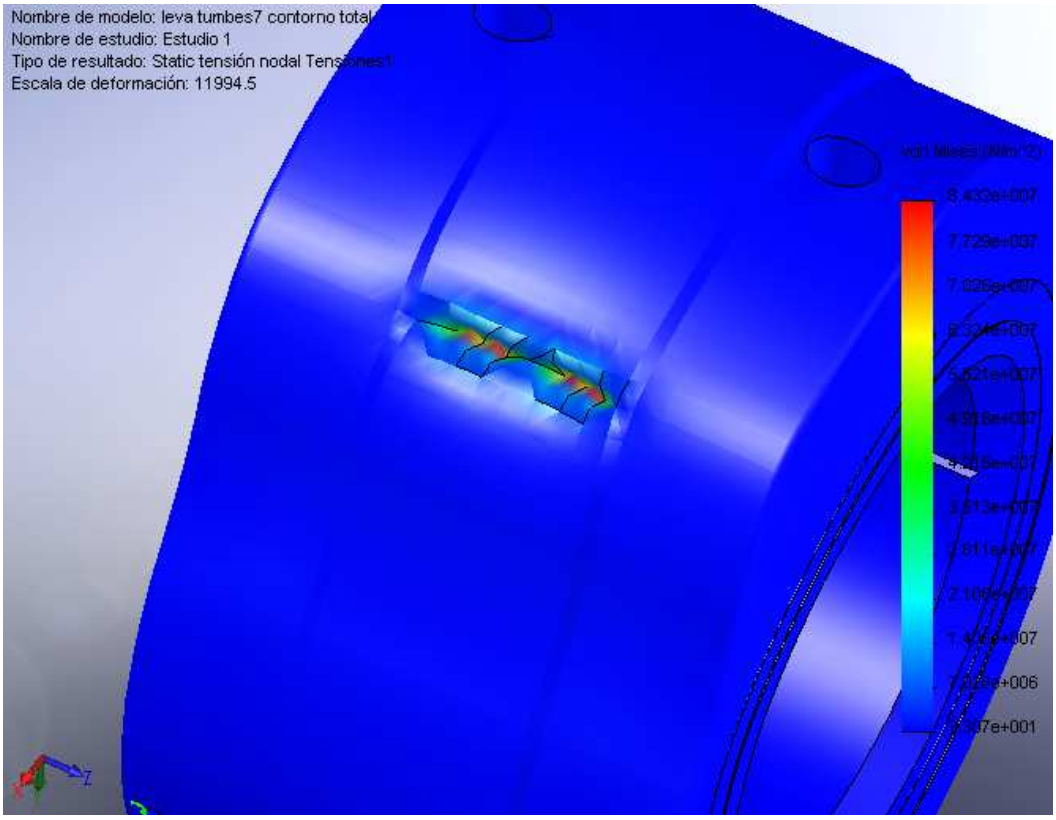
4.4.5) Ejecución del estudio.

Para la ejecución del estudio se irá probando diferentes presiones hasta que el factor de seguridad que me muestra Solidwork sea igual o menor que 1. Es para este caso en que la pieza fallará.

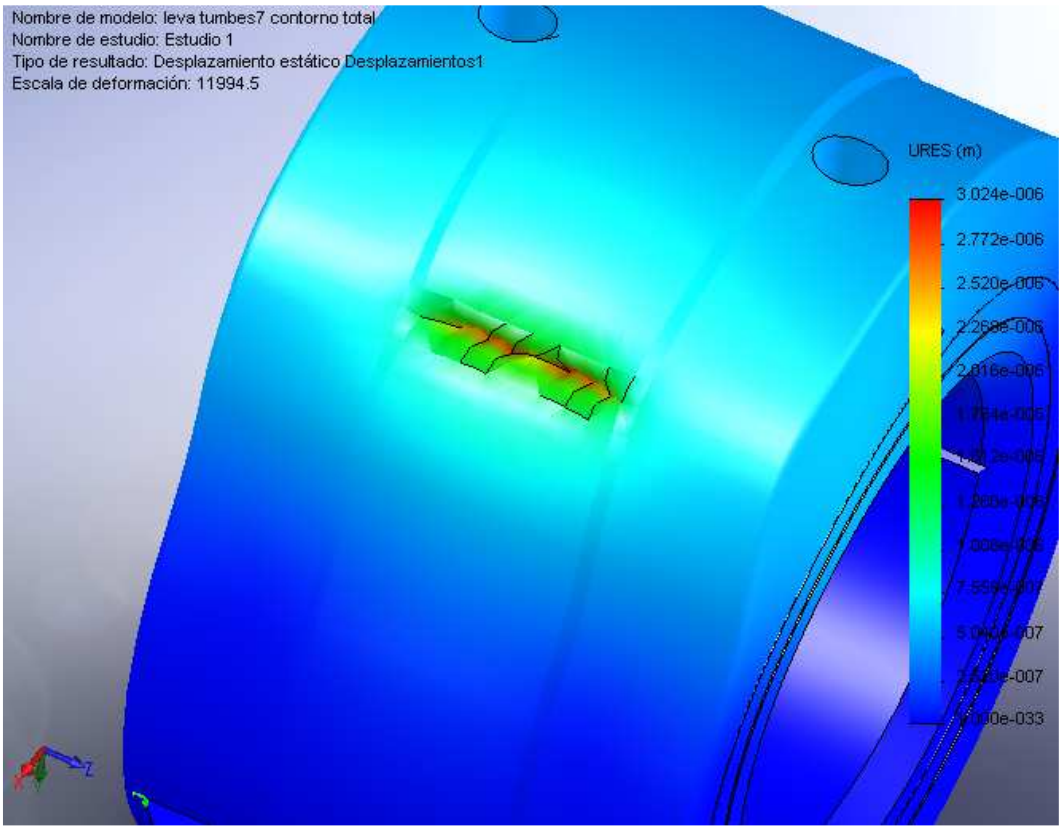
Para una presión de 300MPa, se tiene un factor de seguridad de 6.3. En la figura 4.14 se muestra la verificación del diseño, las tensiones, los desplazamientos y las deformaciones unitarias respectivamente.



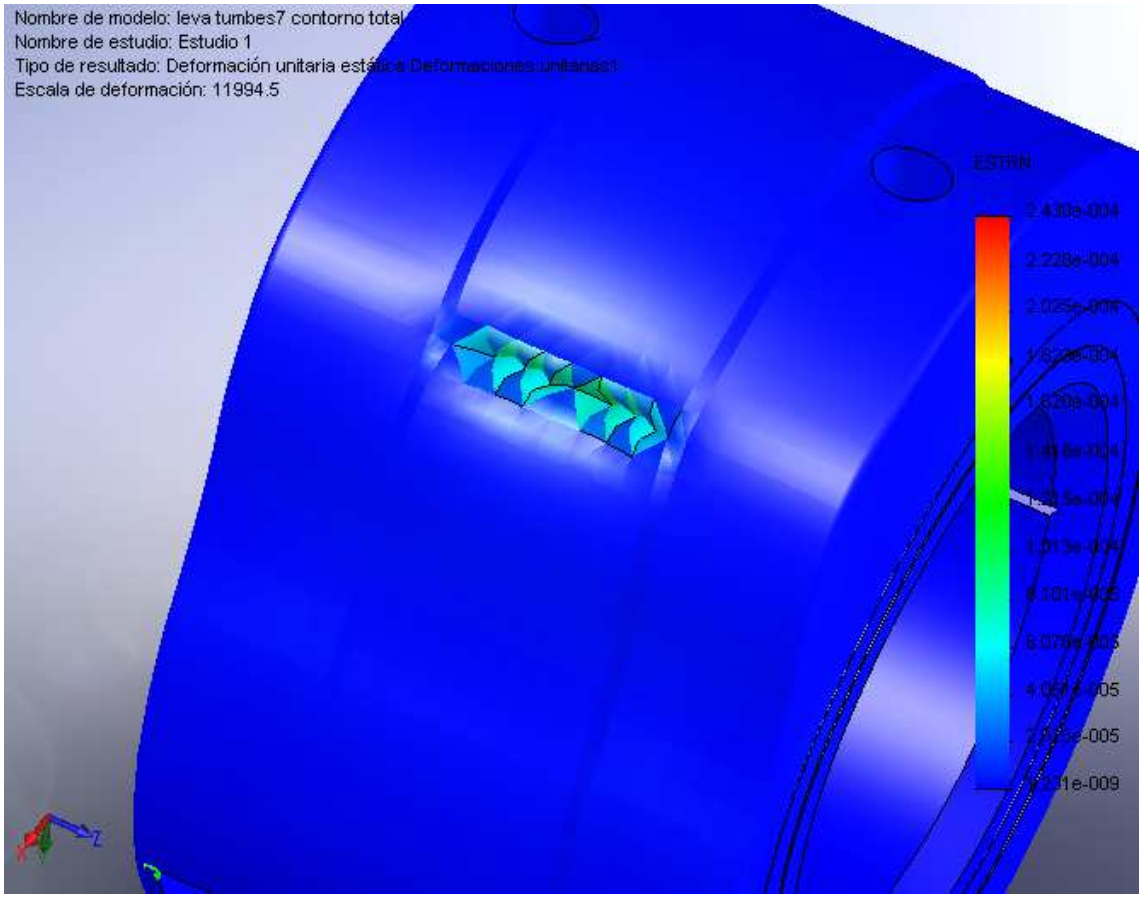
(a)


Nombre de modelo: leva tumbes7 contorno total
Nombre de estudio: Estudio 1
Tipo de resultado: Static tensión nodal Tensiones1
Escala de deformación: 11994.5

(b)


Nombre de modelo: leva tumbes7 contorno total
Nombre de estudio: Estudio 1
Tipo de resultado: Desplazamiento estático Desplazamientos1
Escala de deformación: 11994.5
URES (m)
3.024e-006
2.772e-006
2.520e-006
2.268e-006
2.016e-006
1.764e-006
1.512e-006
1.260e-006
1.008e-006
7.559e-007
5.040e-007
2.521e-007
0.000e-033

(c)



(d)

Figura 4.14 (a) Verificación del diseño, (b) Estado de tensiones, (c) Estado de desplazamientos y d) Estado de deformaciones unitarias.

Como se puede ver en la figura anterior, la superficie que tiende a ser crítica es la que está sobre la superficie de rodadura donde se presenta la separación entre la leva y el seguidor, antes mencionada.

Con esta primera simulación se justifica la falla que tuvo la leva original que llevo a todo este estudio.

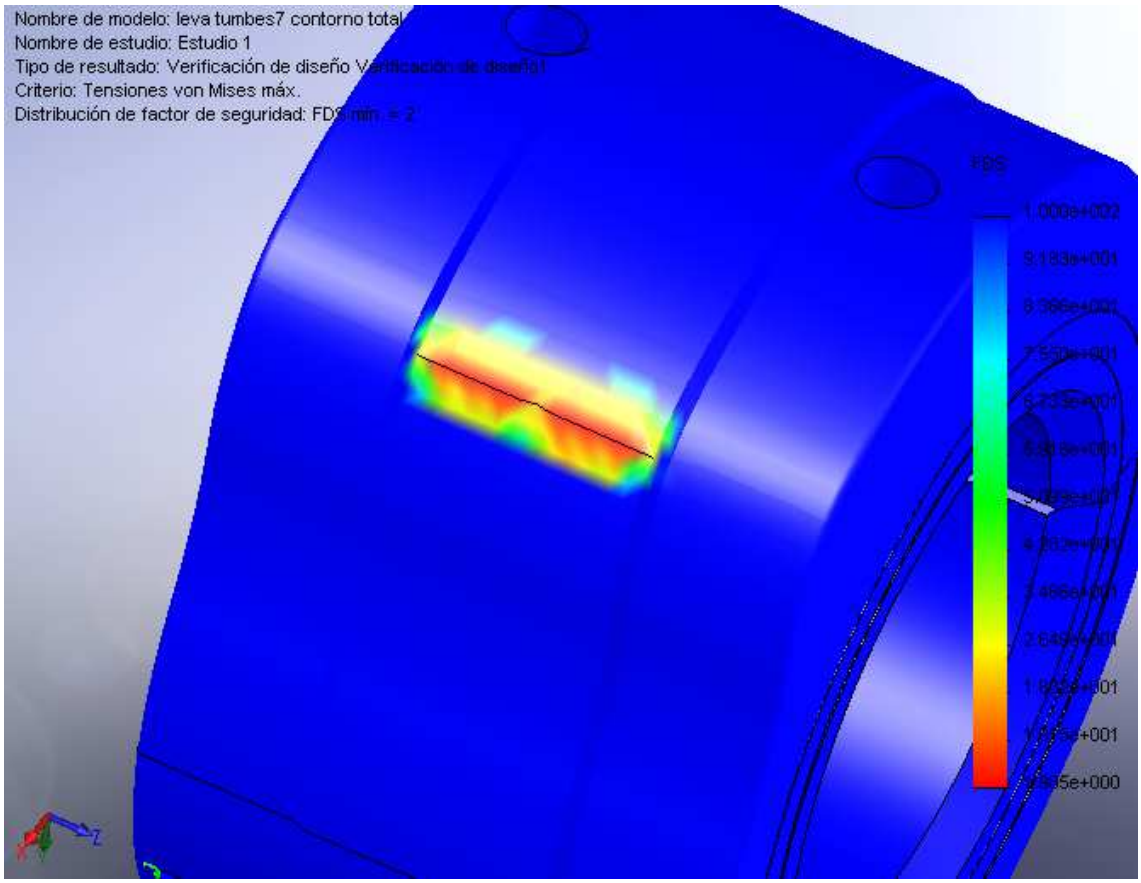
En la práctica, siempre el factor de seguridad es mayor que uno con el fin de tener un cierto intervalo de seguridad el cual absorba los diferentes errores de cálculo y las consecuencias de las simplificaciones que hayan sido necesarias realizar para poder llegar al perfil final de la leva.

Con fin de evitar la fallar completa de la pieza (destrucción) la cual sería muy inadecuada para el mecanismo completo desde el punto de vista económico, se recurre a establecer como factor de seguridad mínimo permisible un valor igual a dos.

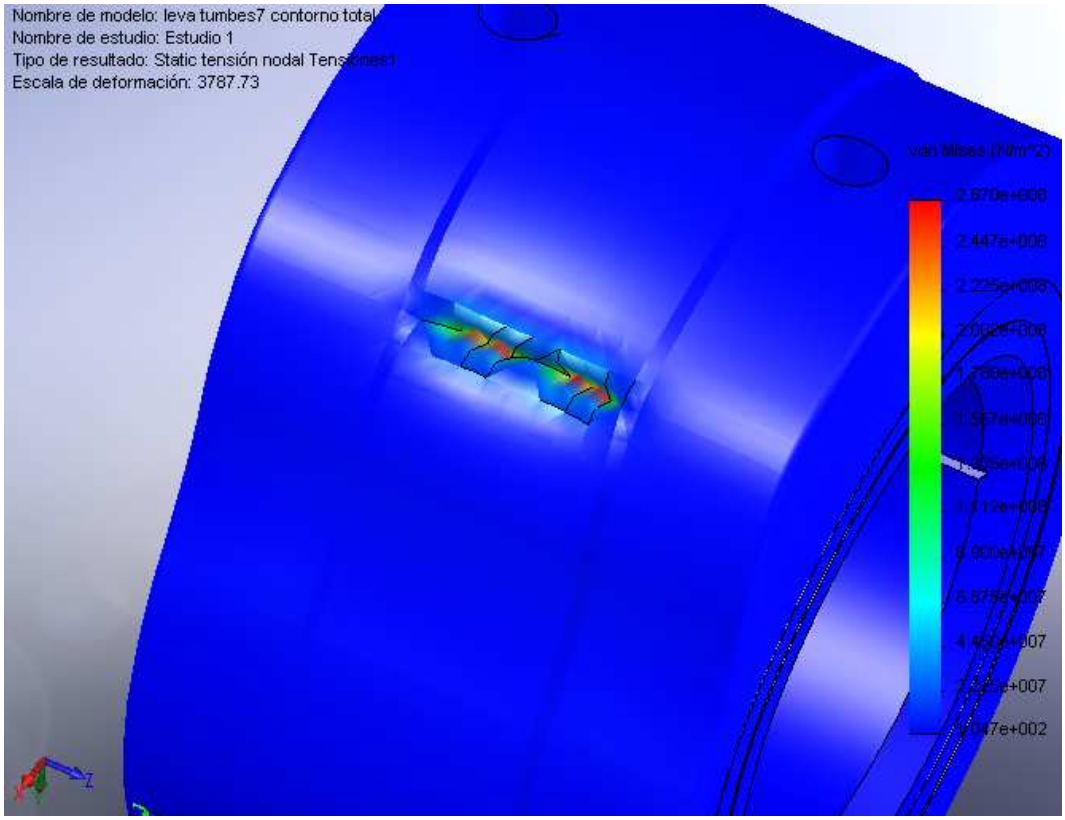
Con el factor de seguridad igual a dos se dice que no es necesario que la pieza soporte un valor igual a su límite de tracción o de fluencia para que se afirme

que la pieza falló, basta que soporte un valor un poco mayor a la mitad de su límite de tracción o de fluencia para tomar en cuenta dicha afirmación.

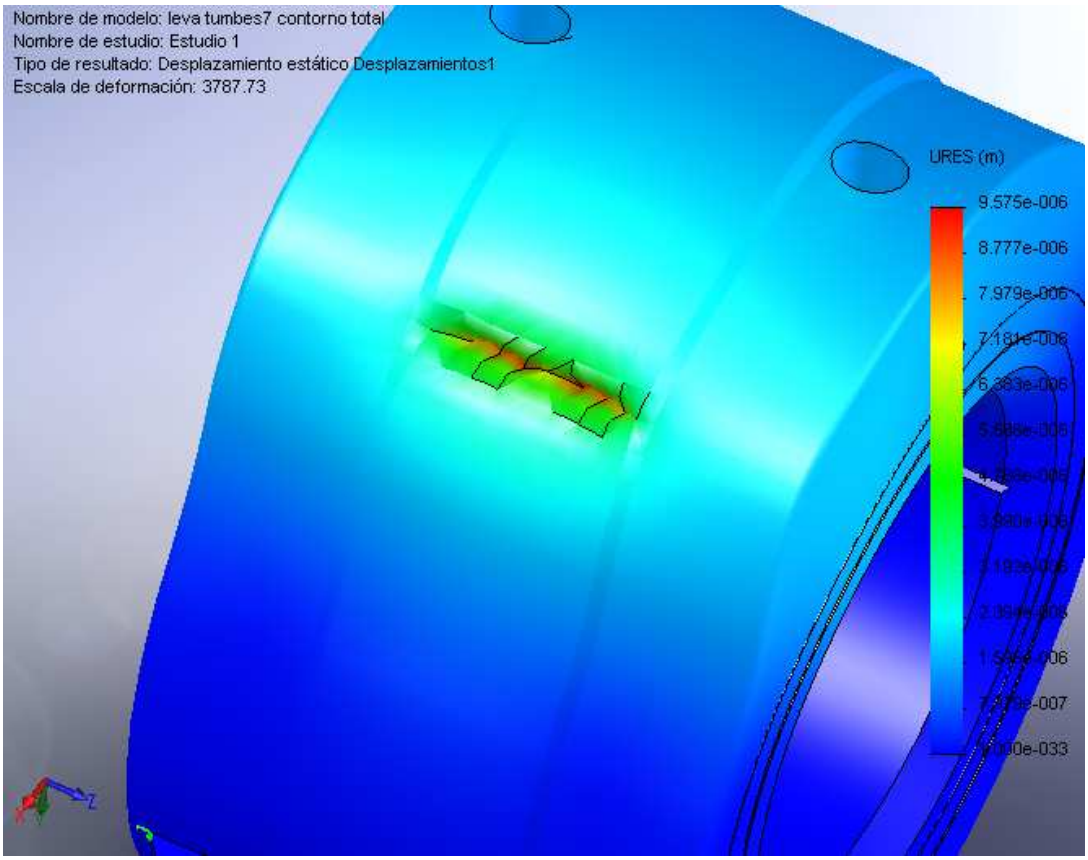
El factor de seguridad igual a dos se alcanza con una presión aproximada de 950MPa, como se muestra a continuación en la figura 4.15.



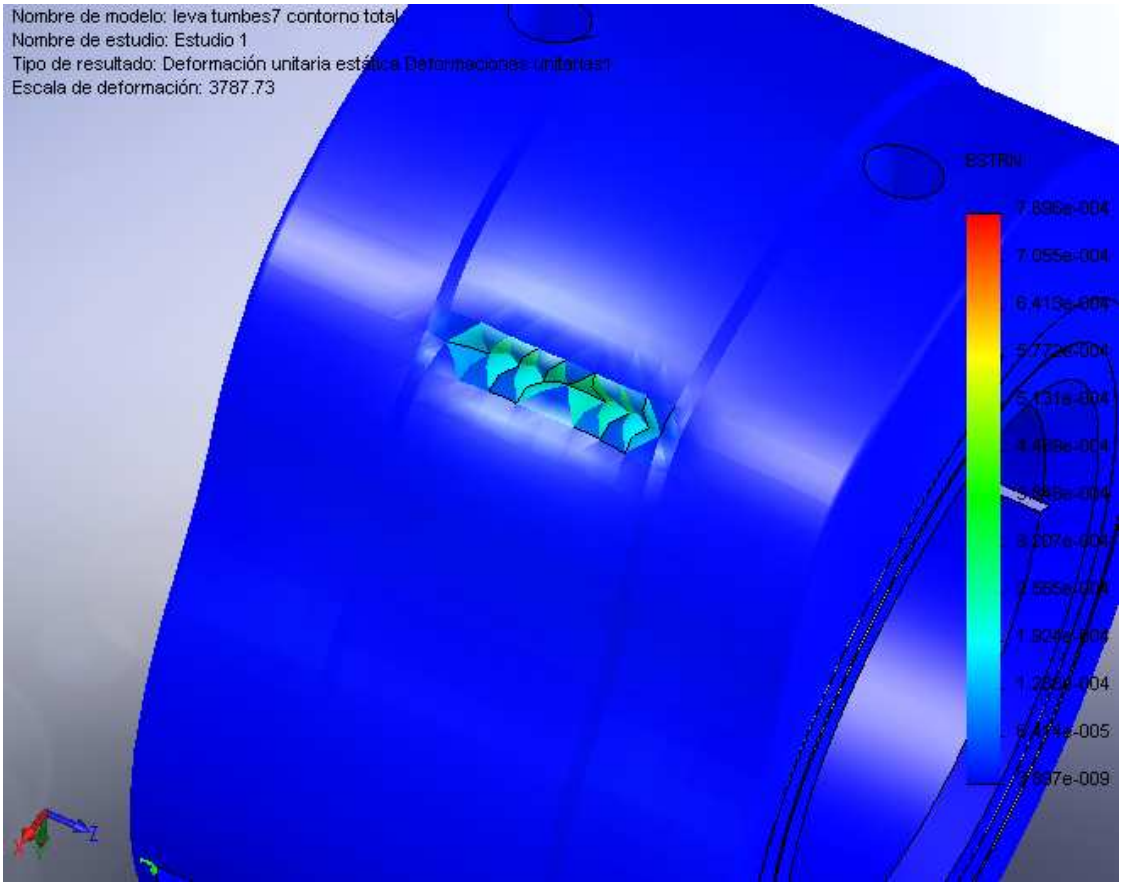
(a)


Nombre de modelo: leva tumbes7 contorno total
Nombre de estudio: Estudio 1
Escala de deformación: 3787.73

(b)


Nombre de modelo: leva tumbes7 contorno total
Nombre de estudio: Estudio 1
Tipo de resultado: Desplazamiento estático Desplazamientos1
Escala de deformación: 3787.73
URES (m)
9.575e-006
8.777e-006
7.979e-006

(c)



(d)

Figura 4.15 (a) Verificación del diseño, (b) Estado de tensiones, (c) Estado de desplazamientos y d) Estado de deformaciones unitarias.

Para la fuerza de contacto real que se da en el sistema leva-seguidor, la cual corresponde a la suma de la fuerza que ejerce el resorte con la fuerza que ejerce el peso de todo el sistema del rodillo, se tiene un factor de seguridad muy aceptable.

La fuerza de contacto se calcula de la siguiente manera, citando la figura 4.16:

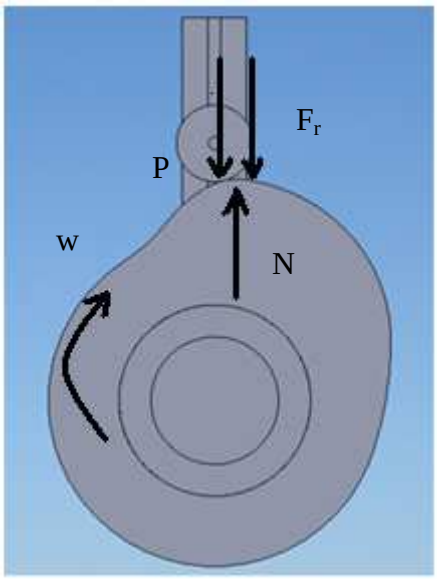


Figura 4.16 Esquema para calcular la fuerza de contacto.

$$N - F_r - P = m.a \tag{4.1}$$

Como en el punto crítico el seguidor tiende a separarse de la superficie de rodadura de la leva, se puede considerar que en ese punto la normal es cero.

$$0 - F_r - P = m.a \tag{4.2}$$

La masa calculada en el capítulo anterior es igual a aproximadamente a 40 Kg. y la aceleración calculada en el anexo uno es igual a -261.530157. Con los datos anteriores la ecuación 4.2 queda:

$$-F_r - P = 40\left(-261.530157\right) \tag{4.3}$$

$$F_{contacto} = F_r + P \tag{4.4}$$

$$F_{contacto} = 10461.20628N \tag{4.5}$$

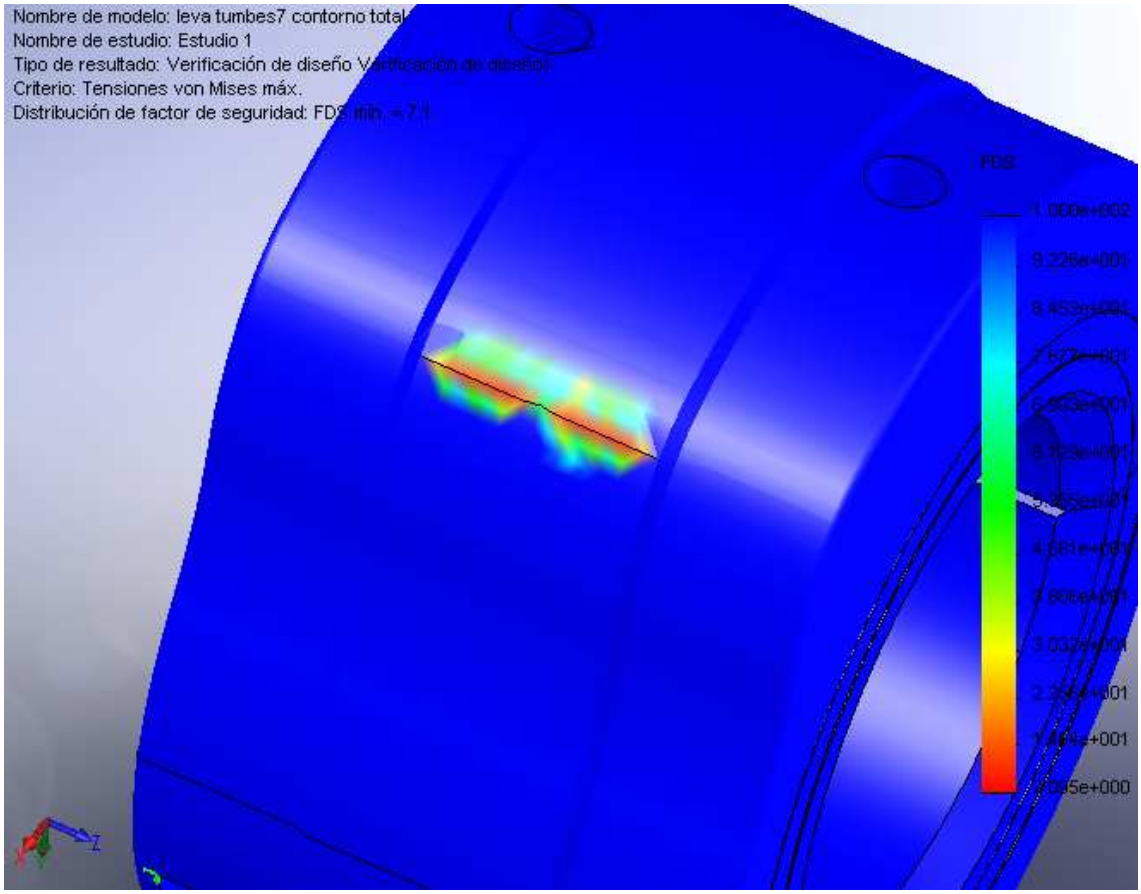
Si se quiere hallar la presión que ejerce la fuerza de contacto sobre la superficie de contacto sólo se tiene que dividir la fuerza entre el área de dicha superficie ($2a*l$).

La presión producto de la superficie de contacto sería:

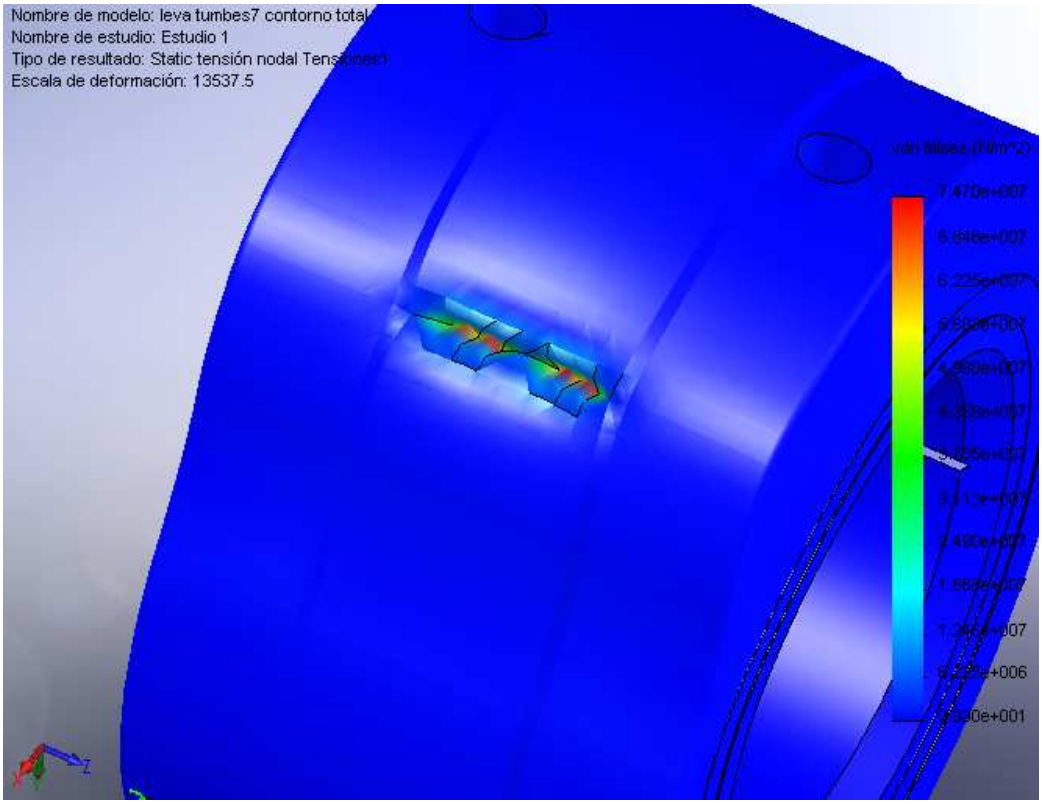
$$P = 265.8048MPa \tag{4.6}$$

Si se compara esta presión con la presión de la figura 4.14 (300MPa), se puede asegurar que es menor, con lo que podemos pensar que el factor de seguridad correspondiente la presión de 265.8048MPa es mayor que 6.3. La pieza no falla por la presión que ejerce el resorte sobre la superficie de rodadura.

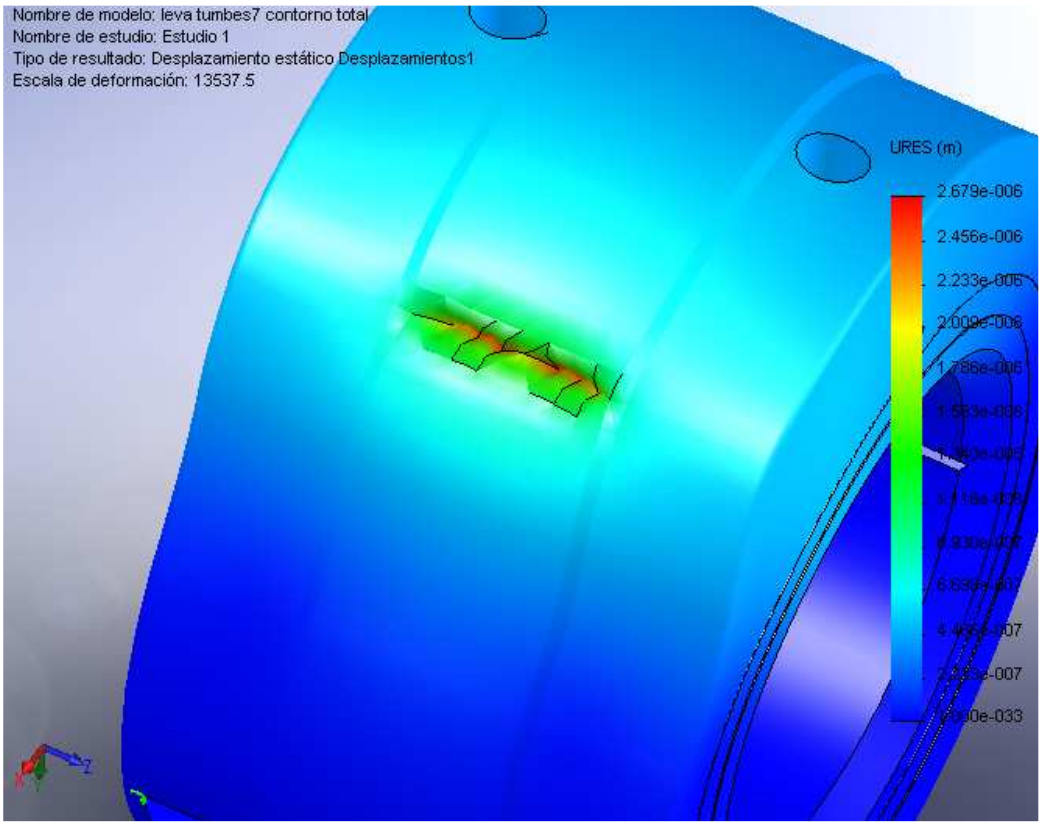
Para saber con certeza el factor de seguridad correspondiente a la fuerza de contacto, mostramos la figura 4.17.



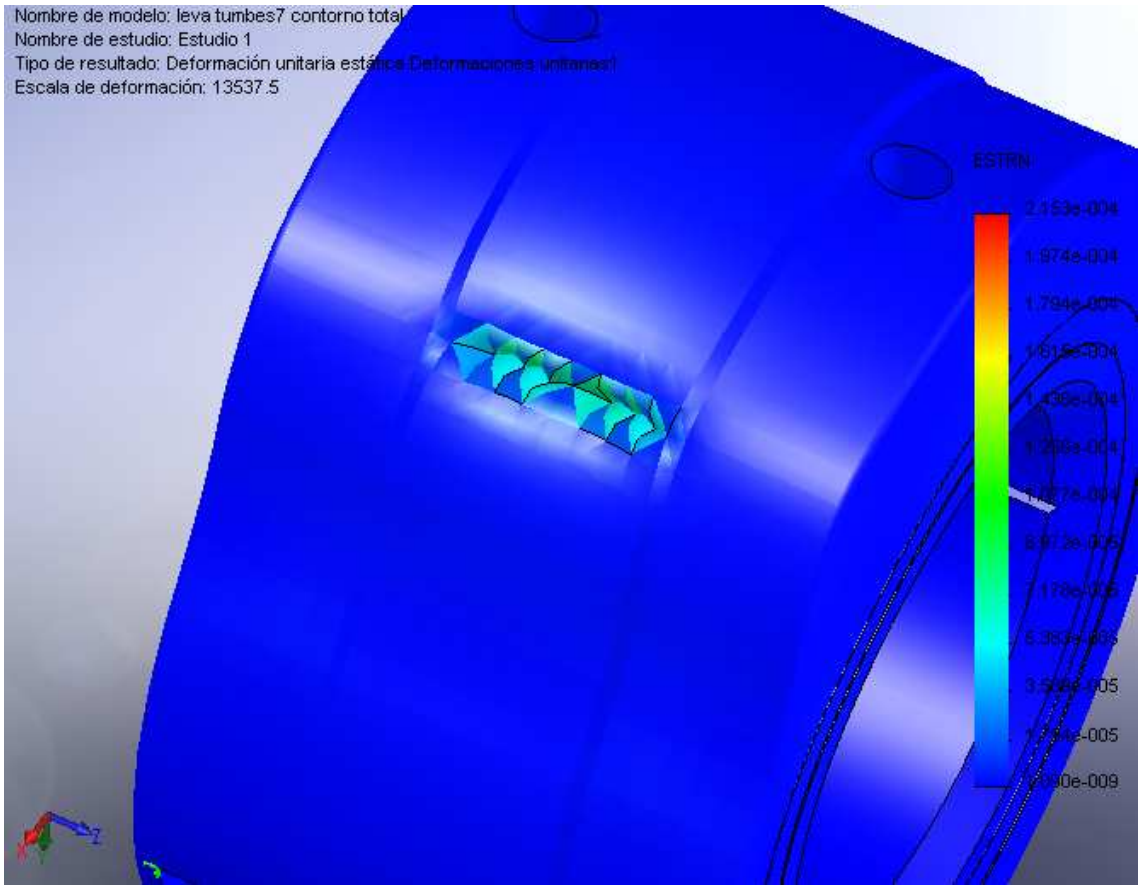
(a)


Nombre de modelo: leva tumbes7 contorno total
Nombre de estudio: Estudio 1
Escala de deformación: 13537.5

(b)


Nombre de modelo: leva tumbes7 contorno total
Nombre de estudio: Estudio 1
Tipo de resultado: Desplazamiento estático Desplazamientos1
Escala de deformación: 13537.5
URES (m)
2.679e-006
2.456e-006
2.233e-006

(c)



(d)

Figura 4.17 (a) Verificación del diseño, (b) Estado de tensiones, (c) Estado de desplazamientos y d) Estado de deformaciones unitarias.

Con los gráficos anteriores se concluye que la leva no falla por fluencia.

Si se sigue con la teoría de falla se debe analizar si la pieza falla por fatiga.

Para el análisis por fatiga se necesita un esfuerzo máximo y mínimo; estos esfuerzos son:

$$\sigma_{mín} = 0MPa \tag{4.7}$$

Para seguir con la convención de signos utilizada en todos los textos de mecánica se le asigna el signo a la presión máxima, con lo cual el esfuerzo máximo queda:

$$\sigma_{máx} = P_{máx} = -338.4332MPa \tag{4.8}$$

Con los esfuerzos máximos y mínimos se puede calcular el esfuerzo medio y alternante.

$$\sigma_m = \frac{\left(\sigma_{máx} + \sigma_{mín}\right)}{2} = -169.2166MPa \tag{4.9}$$

$$\sigma_a = \frac{\left(\sigma_{máx} - \sigma_{mín}\right)}{2} = -169.2166MPa \tag{4.10}$$

Cabe resaltar una vez más que el signo negativo es sólo para indicar que los esfuerzos son de compresión.

El esfuerzo último de tensión para el acero AISI1045 es 673.7MPa.

Según la teoría de fatiga el esfuerzo teórico ($S_e^{'}$) es igual a:

$$S_e^{'} = S_{ut} * 0.5 \tag{4.11}$$

$$S_e^{'} = 336.85MPa \tag{4.12}$$

Al contar con el esfuerzo teórico se puede calcular el esfuerzo corregido:

$$S_e = K_a K_b K_c K_d K_e K_v * S_e^{'} \tag{4.13}$$

Los valores de “K” son los factores que modifican el límite de resistencia a la fatiga.

- El valor de K_a se conoce como factor de superficie.
- El valor de K_b se conoce como factor de tamaño.
- El valor de K_c se conoce como factor de confiabilidad.
- El valor de K_d se conoce como factor de temperatura.
- El valor de K_e es el valor inverso del verdadero factor de concentración de esfuerzos en fatiga.
- El valor de K_v se conoce como factor de corrección.

Si se consideran las superficies de contacto rectificadas, lo cual es una buena consideración, el factor de superficie es igual a 0.9.

Para el cálculo del factor de tamaño se considera a la leva como un eje cuya sección transversal es circular y tiene un área de 43735.278 mm^2; como es un elemento rotatorio se considera sólo el 95% del área transversal, con esta área se calcula el diámetro de la sección circular $d = 230mm$.

Para poder utilizar las formulas para calcular el K_b, se debe corregir el diámetro calculado anteriormente con la siguiente fórmula:

$$d_e = 0.370d \tag{4.14}$$

$$d_e = 85.1mm \tag{4.15}$$

Con el nuevo diámetro se puede calcular el factor de tamaño mediante la siguiente expresión:

$$k_b = 1.51 d_e^{-0.157} \tag{4.16}$$

El factor k_b que se considera es 0.752.

Para contar con una confiabilidad de 0.90, se considera un factor de confiabilidad de 0.897 según tablas.

El factor de temperatura se considera igual a 1 debido a que se asume una temperatura de trabajo ≤ a 450 °C.

Para calcular el valor de K_e se debe considerar las siguientes fórmulas.

$$K_e = \left(\frac{1}{K_f} \right) \tag{4.17}$$

$$K_f = 1 + q\left(K_t - 1\right) \tag{4.18}$$

Siendo "q" la sensibilidad a la concentración de esfuerzos y K_t el factor de concentración de esfuerzos geométrico.

Para tener un buen factor de seguridad en los cálculos, se considera un factor "K_t" igual a 1.1 y una sensibilidad a la concentración de esfuerzos igual a 0.2, debido, a que el radio de la muesca se considera 0, por tanto, "K_f" será igual a 1.02.

Si se considera la ecuación 4.17, se tiene que:

$$K_e = 0.98 \tag{4.19}$$

Para un mejor y más confiable resultado se considera un valor de K_v menor que la unidad, para que de esta forma se tomen en cuenta los efectos de la corrosión o de algunos factores externos que afecten el buen funcionamiento del mecanismo

$$K_v = 0.9 \tag{4.20}$$

De la ecuación 4.13, se obtiene:

$$S_e = 0.537 S_e^{'} \tag{4.21}$$

De la ecuación 4.12 y 4.21, se obtiene:

$$S_e = 180.971 MPa \tag{4.22}$$

Se sabe que la leva es un elemento que tiene esfuerzos de compresión fluctuantes sobre la superficie de rodadura en dirección radial.

Esto permite utilizar un diagrama que es de mucha ayuda para definir si una pieza tiene vida infinita o no, es el diagrama de Goodman el cual se muestra en la figura 4.18.

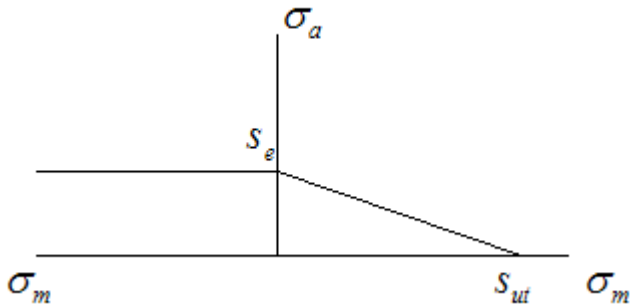


Figura 4.18. Diagrama de Goodman.

Este diagrama dice que cuando un elemento está sometido a compresión el esfuerzo alternante permanece constante para cualquier valor de esfuerzo medio.

Con lo anterior se puede decir que la ecuación de Goodman (4.23) se ve modificada y se muestra en la ecuación 4.24.

$$\frac{\sigma_a}{S_e} + \frac{\sigma_m}{S_{ut}} = \frac{1}{FS} \tag{4.23}$$

$$\frac{\sigma_a}{S_e} = \frac{1}{FS} \tag{4.24}$$

Si se reemplaza los datos de las ecuaciones 4.10 y 4.22 en la ecuación 4.24, se tiene un factor de seguridad de:

$$\frac{169.2166}{180.971} = \frac{1}{FS} \tag{4.25}$$

$$FS = 1.069 \tag{4.26}$$

Como se puede apreciar, el factor de seguridad es mayor que uno, es decir, de acuerdo con la teoría de fatiga la pieza no falla.

Cuando una pieza no falla ni por fatiga ni por fluencia se puede afirmar que la pieza tiene vida infinita, esta afirmación se puede apoyar en la figura 4.19, la cual muestra el diagrama S-N (esfuerzo-número de ciclos); para una mejor apreciación, en una escala doblemente logarítmica, es decir, tanto las abscisas como las ordenadas se grafican con el valor del logaritmo.

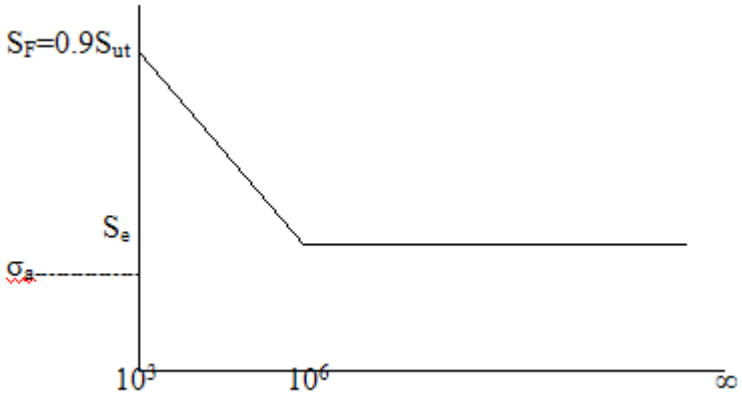


Figura4.19. Diagrama S-N.

Como se puede ver el esfuerzo alternante es menor que el límite de resistencia a la fatiga corregido, con lo cual se reafirma que la pieza tiene vida infinita.

Como el factor de seguridad es muy cercano a uno, el peor de los casos sería que la pieza tenga una vida de 10^6 ciclos de trabajo o un número cercano a este valor.

De lo anterior surge una pregunta muy interesante; si la pieza no falla por fluencia ni por fatiga, entonces, ¿Cuál es el móvil que ocasiona la falla periódica del mecanismo leva-seguidor?, en otras palabras, ¿Qué es lo que origina el mal funcionamiento del grupo electrógeno MAK?

Es posible que el motivo de falla del grupo MAK pueda estar en los diferentes mecanismos que convergen en el sistema leva-seguidor.

Conclusiones y recomendaciones

I.) Conclusiones

Luego de la satisfactoria fabricación y el correcto reemplazo de la nueva leva, surgió una idea que buscaba asegurar aún más el eficaz desempeño de la nueva leva en su trabajo; la cual consistía en realizar un estudio del mecanismo de falla del sistema leva-seguidor. Con este estudio se concluyen algunos puntos que explican la falla suscitada en la empresa Electro Perú.

- La falla del mecanismo consistió en una deformación que se presentó en la superficie de rodadura de la leva, esta deformación alteró significativamente el desplazamiento del seguidor, lo que ocasionaba una situación de funcionamiento no adecuada para esta aplicación en particular.

- La deformación en la superficie de rodadura de la leva se originó debido a las altas fuerzas de compresión y a las fuerzas de desplazamiento que actuaban constantemente sobre la leva en la sección indicada como crítica (a 146° de la posición inicial mostrada en la figura 4.8).

- Si no existiera un resorte en el sistema; en el punto crítico, el rodillo saldría despedido de la superficie de rodadura, es decir, se separaría de la leva debido a la gran aceleración lineal que alcanzaría el rodillo. La acción del resorte es justamente de contrarrestar el efecto que tiene la aceleración sobre el rodillo, este conflicto entre la aceleración y el resorte genera altas fuerzas de contacto entre la leva y el seguidor, lo que fue la causa del problema.

- Para tener un alto grado de confiabilidad en afirmar que la vida útil de la pieza es suficientemente larga como para cubrir la inversión de su fabricación, se debe asignar como mínimo un factor de seguridad para los valores de esfuerzos, un valor igual o mayor a dos, como se dijo en el capítulo IV.

- La pieza actualmente ya falló trabajando un total de 5200 horas aproximadamente, lo que es óptimo para los intereses de la empresa en cuanto a ingresos.

II.) Recomendaciones

Teniendo el estudio de falla del mecanismo leva-seguidor terminado, se considera necesario dar algunas pautas para evitar inconvenientes en el normal funcionamiento de dicho mecanismo. Se considera importante hacer algunas sugerencias desde el punto de vista del mantenimiento, debido a que la pieza ya pasó por un minucioso estudio sobre su diseño y fabricación.

- Realizar estudios sobre el estado de las piezas en un nivel macro y microestructural de una manera continua, podría ser cada seis meses o un año, esto depende de la disponibilidad y el acceso a dichas piezas.

- Desde un nivel más específico, para la superficie de rodadura de la pieza, se puede optar por tomar en cuenta un procedimiento de endurecimiento selectivo, buscando todos los medios para llevarlo a cabo, el cual consiste en asignar más dureza a zonas específicas de la pieza; una zona muy apropiada para esta aplicación sería el punto crítico sobre la superficie de rodadura de la leva. Uno de los procedimientos de endurecimiento selectivo más desarrollado es el temple superficial por inducción, el cual permite logra características metalúrgicas y mecánicas extremadamente favorables en zonas determinadas de cualquier pieza.

- Se debe cuidar que las aceleraciones en el funcionamiento del mecanismo sean las menores posibles, debido que a mayor aceleración se requerirá de una fuerza del resorte mayor, ocasionando fuerzas de contacto elevadas; las aceraciones se pueden disminuir afinando el arranque del motor.

- Se tiene la sospecha de que la falla no se deba al material ni mucho menos a la función de desplazamiento de la leva. Se piensa que tal vez la falla se deba a un desbalance del árbol de levas. Otra sospecha es que el canal del seguidor no esté exactamente perpendicular a la vista horizontal de la leva, esto es muy perjudicial para todo el mecanismo debido a que si eso estuviese sucediendo, el ángulo de presión estaría por encima de los valores límites de funcionamiento.

- Con lo que sucede actualmente (sólo uno de los grupos electrógenos falla), la última sospecha toma más importancia. Se recomienda analizar con urgencia la dirección del canal del seguidor debido a que puede ser la verdadera causa del problema.

Anexo

Con la intención de relacionar la posición inicial del mecanismo, mostrada en la figura 4.8 y las tablas que a continuación se presentan, se aclara que estas tablas están calculadas haciendo referencia a una posición en particular, diferente a la asignada en esta tesis; ambas posiciones difieren en un ángulo de 108°, por este motivo, en las tablas se marca la aceleración máxima en un ángulo de giro de 38°, mientras que en esta tesis ese ángulo de giro es considerado como 146°.

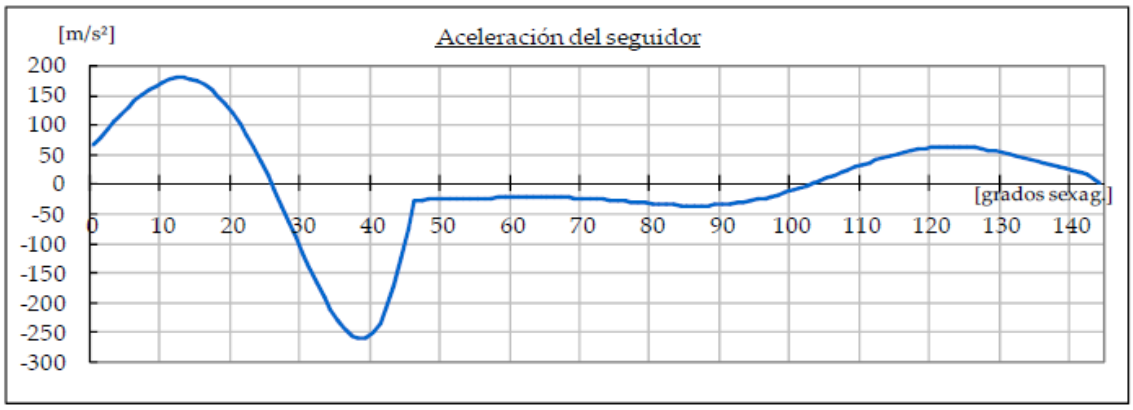
Anexo 1: Datos obtenidos después de usar el método de Bézier modificado.

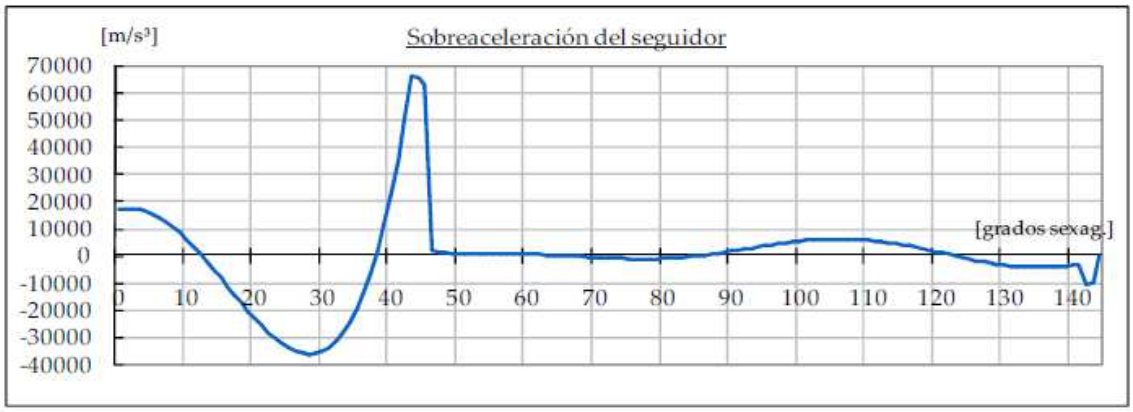
Ángulo [grad. sex.]	Tiempo [seg]	Desplazam. [mm]		Velocidad [m/s]		Aceleración [m/s²]		Sobreacelerac. [m/s³]
0	0.000000	0.000000		0.023971		64.973266		16978.739227
1	0.000741	0.017756		0.072099		77.550110		17266.084994
2	0.001481	0.071163		0.129544		90.339802		17210.805768
3	0.002222	0.167121		0.196462		103.088547		16818.337183
4	0.002963	0.312648		0.272824		115.546575		16097.171357
5	0.003704	0.514740		0.358414		127.470406		15058.762370
6	0.004444	0.780232		0.452836		138.625044		13717.414209
7	0.005185	1.115666		0.555522		148.786092		12090.154013
8	0.005926	1.527163		0.665733		157.741762		10196.593493
9	0.006667	2.020299		0.782579		165.294794		8058.781572
10	0.007407	2.599988		0.905020		171.264262		5701.051291
11	0.008148	3.270373		1.031882		175.487263		3149.864159
12	0.008889	4.034730		1.161873		177.820495		433.655151
13	0.009630	4.895376		1.293592		178.141721		-2417.318379
14	0.010370	5.853592		1.425549		176.351115		-5371.120561
15	0.011111	6.909554		1.556179		172.372507		-8394.270316
16	0.011852	8.062279		1.683862		166.154529		-11451.860750
17	0.012593	9.309585		1.806940		157.671669		-14507.661267
18	0.013333	10.648059		1.923734		146.925254		-17524.199042
19	0.014074	12.073047		2.032567		133.944366		-20462.816491
20	0.014815	13.578652		2.131785		118.786724		-23283.701429
21	0.015556	15.157752		2.219775		101.539537		-25945.886584
22	0.016296	16.802030		2.294990		82.320362		-28407.215234
23	0.017037	18.502022		2.355968		61.277981		-30624.269747
24	0.017778	20.247184		2.401359		38.593336		-32552.259878
25	0.018519	22.025968		2.429947		14.480551		-34144.867727
26	0.019259	23.825928		2.440673		-10.811943		-35354.046395
27	0.020000	25.633834		2.432664		-37.000126		-36129.769330
28	0.020741	27.435808		2.405257		-63.762918		-36419.727664
29	0.021481	29.217479		2.358025		-90.740494		-36168.972641
30	0.022222	30.964164		2.290810		-117.532326		-35319.500671
31	0.022963	32.661060		2.203749		-143.694919		-33809.778340
32	0.023704	34.293467		2.097308		-168.739199		-31574.205068
33	0.024444	35.847028		1.972316		-192.127499		-28542.511041
34	0.025185	37.308003		1.829999		-213.270100		-24639.088277
35	0.025926	38.663558		1.672021		-231.521276		-19782.252730
36	0.026667	39.902092		1.500524		-246.174797		-13883.435485
37	0.027407	41.013592		1.318172		-256.458823		-6846.301191
38	0.028148	41.990016		1.128203		-261.530157		1434.207960
39	0.028889	42.825721		0.934477		-260.467781		11072.904403
40	0.029630	43.517927		0.741538		-252.265630		22195.464990
41	0.030370	44.067214		0.554674		-235.824545		34939.619848
42	0.031111	44.478084		0.379990		-209.943345		49456.421701
43	0.031852	44.759558		0.224476		-173.308958		65911.596888
44	0.032593	44.925836		0.096099		-124.485553		65582.219528
45	0.033333	44.997020		0.003887		-75.906131		62862.704156
46	0.034074	44.999900		-0.052339		-29.341165		1693.407187
47	0.034815	44.961130		-0.074074		-28.086789		1232.400559

Ángulo [grad. sex.]	Tiempo [seg]	Desplazam. [mm]		Velocidad [m/s]		Aceleración [m/s²]		Sobreacelerac. [m/s³]
48	0.035556	44.906261		-0.094879		-27.173900		885.971451
49	0.036296	44.835980		-0.115007		-26.517625		634.791291
50	0.037037	44.750790		-0.134650		-26.047409		461.135202
51	0.037778	44.651049		-0.153944		-25.705828		348.891095
52	0.038519	44.537016		-0.172986		-25.447390		283.558464
53	0.039259	44.408878		-0.191836		-25.237346		252.236573
54	0.040000	44.266778		-0.210530		-25.050505		243.601889
55	0.040741	44.110830		-0.229086		-24.870059		247.874819
56	0.041481	43.941136		-0.247508		-24.686448		256.775952
57	0.042222	43.757797		-0.265794		-24.496243		263.472311
58	0.042963	43.560912		-0.283940		-24.301079		262.514036
59	0.043704	43.350586		-0.301941		-24.106624		249.762291
60	0.044444	43.126927		-0.319797		-23.921615		222.309100
61	0.045185	42.890040		-0.337517		-23.756941		178.390041
62	0.045926	42.640027		-0.355115		-23.624801		117.290725
63	0.046667	42.376979		-0.372615		-23.537919		39.248116
64	0.047407	42.100968		-0.390050		-23.508846		-54.652298
65	0.048148	41.812042		-0.407464		-23.549329		-162.582339
66	0.048889	41.510217		-0.424908		-23.669760		-282.078905
67	0.049630	41.195470		-0.442441		-23.878708		-410.152511
68	0.050370	40.867736		-0.460129		-24.182524		-543.395606
69	0.051111	40.526899		-0.478042		-24.585040		-678.089434
70	0.051852	40.172794		-0.496253		-25.087328		-810.308576
71	0.052593	39.805199		-0.514837		-25.687557		-936.022023
72	0.053333	39.423838		-0.533864		-26.380906		-1051.189972
73	0.054074	39.028383		-0.553406		-27.159566		-1151.855356
74	0.054815	38.618453		-0.573524		-28.012792		-1234.229402
75	0.055556	38.193621		-0.594274		-28.927036		-1294.770458
76	0.056296	37.753417		-0.615702		-29.886125		-1330.255405
77	0.057037	37.297342		-0.637839		-30.871499		-1337.843217
78	0.057778	36.824869		-0.660707		-31.862494		-1315.130095
79	0.058519	36.335456		-0.684309		-32.836665		-1260.195910
80	0.059259	35.828560		-0.708633		-33.770143		-1171.641635
81	0.060000	35.303647		-0.733647		-34.638026		-1048.617649
82	0.060741	34.760205		-0.759305		-35.414780		-890.842822
83	0.061481	34.197756		-0.785538		-36.074663		-698.614418
84	0.062222	33.615876		-0.812260		-36.592156		-472.808983
85	0.062963	33.014201		-0.839366		-36.942384		-214.874376
86	0.063704	32.392449		-0.866730		-37.101551		73.186669
87	0.064444	31.750427		-0.894213		-37.047338		388.841117
88	0.065185	31.088046		-0.921656		-36.759308		729.057832
89	0.065926	30.405339		-0.948885		-36.219265		1090.346859
90	0.066667	29.702461		-0.975714		-35.411601		1468.805180
91	0.067407	28.979710		-1.001945		-34.323597		1860.168265
92	0.068148	28.237529		-1.027369		-32.945694		2259.866680
93	0.068889	27.476515		-1.051774		-31.271719		2663.087014
94	0.069630	26.697423		-1.074938		-29.299062		3064.836244
95	0.070370	25.901173		-1.096641		-27.028813		3460.008814
96	0.071111	25.088846		-1.116662		-24.465843		3843.455439

Ángulo [grad. sex.]	Tiempo [seg]	Desplazam. [mm]		Velocidad [m/s]		Aceleración [m/s²]		Sobreacelerac. [m/s³]
97	0.071852	24.261689		-1.134785		-21.618839		4210.052875
98	0.072593	23.421107		-1.150799		-18.500282		4554.773734
99	0.073333	22.568664		-1.164503		-15.126375		4872.755485
100	0.074074	21.706069		-1.175708		-11.516927		5159.367795
101	0.074815	20.835174		-1.184239		-7.695173		5410.277398
102	0.075556	19.957960		-1.189939		-3.687560		5621.509666
103	0.076296	19.076524		-1.192670		0.476521		5789.506178
104	0.077037	18.193064		-1.192317		4.765044		5911.177499
105	0.077778	17.309866		-1.188788		9.143694		5983.950607
106	0.078519	16.429283		-1.182015		13.576250		6005.810273
107	0.079259	15.553716		-1.171958		18.024999		5975.333953
108	0.080000	14.685599		-1.158606		22.451172		5891.719645
109	0.080741	13.827372		-1.141976		26.815409		5754.806396
110	0.081481	12.981464		-1.122113		31.078228		5565.087092
111	0.082222	12.150270		-1.099092		35.200515		5323.713354
112	0.082963	11.336128		-1.073017		39.144007		5032.492357
113	0.083704	10.541300		-1.044022		42.871779		4693.875542
114	0.084444	9.767951		-1.012265		46.348723		4310.939257
115	0.085185	9.018125		-0.977932		49.542012		3887.357429
116	0.085926	8.293731		-0.941235		52.421536		3427.366493
117	0.086667	7.596520		-0.902404		54.960326		2935.722880
118	0.087407	6.928073		-0.861692		57.134935		2417.653432
119	0.088148	6.289782		-0.819370		58.925790		1878.799220
120	0.088889	5.682841		-0.775722		60.317493		1325.153321
121	0.089630	5.108232		-0.731042		61.299088		762.993160
122	0.090370	4.566720		-0.685635		61.864268		198.808135
123	0.091111	4.058842		-0.639810		62.011533		-360.776733
124	0.091852	3.584909		-0.593875		61.744291		-909.080268
125	0.092593	3.145001		-0.548139		61.070899		-1439.446866
126	0.093333	2.738972		-0.502901		60.004642		-1945.329532
127	0.094074	2.366453		-0.458453		58.563657		-2420.373245
128	0.094815	2.026858		-0.415073		56.770788		-2858.497640
129	0.095556	1.719397		-0.373020		54.653382		-3253.977956
130	0.096296	1.443085		-0.332536		52.243028		-3601.523174
131	0.097037	1.196762		-0.293838		49.575233		-3896.350264
132	0.097778	0.979104		-0.257115		46.689048		-4134.253446
133	0.098519	0.788649		-0.222531		43.626638		-4311.667362
134	0.099259	0.623811		-0.190215		40.432810		-4425.723083
135	0.100000	0.482911		-0.160265		37.154497		-4474.295873
136	0.100741	0.364196		-0.132743		33.840203		-4456.043651
137	0.101481	0.265868		-0.107676		30.539430		-4370.435157
138	0.102222	0.186108		-0.085054		27.302071		-4217.766812
139	0.102963	0.123105		-0.064830		24.177799		-3999.167353
140	0.103704	0.075083		-0.046921		21.215453		-3716.589360
141	0.104444	0.040326		-0.031206		18.462424		-3372.786832
142	0.105185	0.017211		-0.017530		15.964063		-11154.624853
143	0.105926	0.004226		-0.005705		7.701378		-10396.860544
144	0.106667	0.000000		0.000000		0.000000		0.000000

Anexo 2: Gráficas obtenidas después de usar el método de Bézier modificado.





Anexo3: Perfil de la leva en coordenadas polares.