



UNIVERSIDAD
DE PIURA

REPOSITORIO INSTITUCIONAL
PIRHUA

ESTUDIO GENERALIZADO DEL DIMENSIONAMIENTO ÓPTIMO DE CANALES DE ALIMENTACIÓN DE CENTRALES HIDROELÉCTRICAS

Reynaldo Villar-Guevara

Piura, 1985

FACULTAD DE INGENIERÍA

Área Departamental de Ingeniería Industrial

Villar, R. (1985). *Estudio generalizado del dimensionamiento óptimo de canales de alimentación de centrales hidroeléctricas* (Tesis para optar el título de Ingeniero Industrial). Universidad de Piura. Facultad de Ingeniería. Programa Académico de Ingeniería Industrial. Piura, Perú.



Esta obra está bajo una licencia

[Creative Commons Atribución-NoComercial-SinDerivar 4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/)

[Repositorio institucional PIRHUA – Universidad de Piura](https://repositorio.institucional.pirhua.edu.pe/)

UNIVERSIDAD DE PIURA

FACULTAD DE INGENIERIA

Programa Académico de Ingeniería Industrial

**“Estudio Generalizado del
Dimensionamiento óptimo
de Canales de Alimentación
de Centrales Hidroeléctricas”**

**Tesis que presenta el Bachiller en
Ciencias de la Ingeniería**

Agustín Reynaldo Villar Guevara

**Para Optar el Título de
INGENIERO INDUSTRIAL**

PIURA - PERU

1985

P R O L O G O

Cuando una oficina de Ingeniería ha de diseñar un canal de alimentación de una central hidroeléctrica, dispone de una serie de gráficos en los que, conociendo el caudal y eligiendo una pendiente para el canal, se obtienen de una u otra forma, todas las dimensiones del mismo.

También se sabe que si se escoge una pendiente pequeña, la sección de canal y su costo, resultan más elevados que si se escogiera una pendiente mayor, siempre dentro de ciertos límites admisibles. Pero si la pendiente del canal es mayor, la diferencia de cotas entre el comienzo y el final del mismo supone una disminución de la altura del salto de agua disponible y, por lo tanto, una mayor pérdida de producción posible de energía eléctrica, de alto valor actualmente, que si la pendiente fuera menor.

El ingeniero que deseara optimizar el diseño buscando un compromiso entre ambos conceptos económicos, debería ir evaluando toda una serie de proyectos posibles, hasta escoger el más conveniente después de bastantes días de cálculos, pues, además, los gráficos de diseño no suelen estar preparados para los diversos taludes de cerros por los que puede discurrir el canal.

Los pocos estudios que existen para determinar diseños óptimos, tienen el grave inconveniente que han sido realizados para unas circunstancias económicas y técnicas propias de un determinado país y de una determinada época. En otro lugar o en otro tiempo, con diferentes costos de materiales, de mano de obra, de costo de energía, etc., estos diseños son inútiles, o al menos, no cumplen su objetivo. Y, naturalmente, en los países en vías de desarrollo, se carece por completo de estudios propios al respecto, y que, por otra parte, de existir, si no se actualizaran, quedarían obsoletos en un año o dos máximo.

Actualmente, toda empresa de Ingeniería de proyectos dispone de computadoras, inclusive de abundantes computadoras personales, las cuales permitirían, de desarrollarse un programa de cómputo adecuado, calcular el diseño óptimo en cuestión de segundos. Y este programa de optimización, para cualquier tipo de diseño de canal, pequeño o grande, resulta ser uno de los fines de esta tesis.

Pero, aún más, aplicándolo a una buena serie de casos generalizados, se ha logrado obtener unas fórmulas inéditas para cada una de las di mensiones óptimas de la sección de pequeños y medianos canales, en función de todas las variables técnico-económicas fundamentales que intervienen en todo diseño de un canal. Conseguido esto, puede calcularse un anteproyecto, de diseño y presupuesto, de un canal de alimentación de una central no muy grande con sólo conocer las correspondientes variables téc nico-económicas del lugar para el momento de la construcción y disponer de una calculadora de bolsillo (con funciones) a un costo mínimo y en un tiempo de minutos.

Todo ello ha sido posible gracias al permanente aliento en el trabajo por parte del asesor, Dr. Ing. Miguel Samper, por su confianza, casi seguridad, de que esas fórmulas existían y era posible encontrarlas, como así, felizmente sucedió, tal como se explica detalladamente en el estudio desarrollado a continuación.

INTRODUCCION

CAPITULO I

<u>CANALES DE ALIMENTACION OPTIMOS PARA CENTRALES HIDROELECTRICAS</u>	1
LOS CANALES COMO CONDUCCIONES ABIERTAS	1
CANAL DE ALIMENTACION DE UNA CENTRAL HIDRAULICA	3
CONCEPTO DE OPTIMIZACION UTILIZADO	7
DIMENSIONAMIENTO OPTIMO DEL CANAL	8
PRINCIPALES COSTOS EN UN CANAL DE ALIMENTACION	11

CAPITULO II

<u>LAS PERDIDAS ENERGETICAS DE UN CANAL DE ALIMENTACION</u>	13
PERDIDA DE ENERGIA POTENCIAL HIDRAULICA	13
PENDIENTE DEL CANAL	14
PERDIDAS VOLUMETRICAS	16
PERDIDAS POR EVAPORACION	16
PERDIDAS POR FILTRACION	20
CAUDAL DE DISEÑO DEL CANAL	22
ESTIMACION DE LA PERDIDA DE CAUDAL	23
RENDIMIENTOS	24
UTILIZACION ANUAL DE LA CENTRAL	27
COSTO DE LA PERDIDA ENERGETICA	31
GEOMETRIA DE LA SECCION DEL CANAL	32
CONDICIONES DE FLUJO EN CANALES ABIERTOS	36
CALCULO DE LA VELOCIDAD MEDIA EN UN CANAL	39

	INDICE
	Pág.
VELOCIDADES MINIMA Y MAXIMA EN UN CANAL	45
EXPRESION GENERAL DEL COSTO DE ENERGIA PERDIDA	47
<u>CAPITULO III</u>	
<u>COSTO DE CONSTRUCCION DE CANALES DE ALIMENTACION</u>	49
FACTOR DE AMORTIZACION DEL CAPITAL E INTERESES	49
INTERES DEL CAPITAL DE INVERSION	50
TIPOS DE REVESTIMIENTO USADOS PARA CANALES	56
FORMULACION DEL COSTO DE REVESTIMIENTO	58
EXCAVACION DEL CANAL	61
FORMULACION DEL COSTO DE EXCAVACION	64
EXPRESION GENERAL DEL COSTO ANUAL ESPECIFICO DE CONSTRUCCION	69
FORMAS OPTIMAS DE SECCIONES DE CANAL EN TERRENO LLANO	70
<u>CAPITULO IV</u>	
<u>CALCULO NUMERICO DEL DIMENSIONAMIENTO OPTIMO DE CANALES DE ALIMENTACION</u>	80
FUNCIONES, VARIABLES Y PARAMETROS	80
DESCRIPCION DEL METODO DE MINIMIZACION	82
CONDICIONES FISICAS DEL PROBLEMA SOBRE EL CUAL SE APLICA EL ALGORITMO DE MINIMIZACION	92
DIMENSIONES Y COSTOS UNITARIOS DEL CANAL EN FUNCION DE LOS PARAMETROS DE CONSTRUCCION	96
EXPRESION MATEMATICA QUE RELACIONA VALORES OPTIMOS Y PARAMETROS DE CONSTRUCCION	103

	INDICE
	Pág.
APLICACION DE LA REGRESION MULTIVARIANTE A LOS CANALES	109
ALGORITMO USADO PARA APLICAR LA REGRESION MULTIVARIANTE	112
RESULTADOS OBTENIDOS	122
<u>CAPITULO V</u>	
<u>OPTIMIZACION DE DISEÑOS PARTICULARES DE CANALES DE ALIMENTACION</u>	134
DISEÑO CONVENCIONAL	142
DISEÑO OPTIMIZADO	142
<u>CAPITULO VI</u>	
<u>OPTIMIZACION DEL DISEÑO PARA GRANDES CANALES DE ALIMENTACION</u>	144
EMPUJE DE TIERRAS EN CANALES GRANDES	144
EVALUACION DE LOS COSTOS	145
TEORIA DEL EMPUJE DE TIERRA APLICADO AL DISEÑO OPTIMO DE	
CANALES	149
CALCULO DE LA ARMADURA DE ACERO NECESARIA	154
OBTENCION DEL DISEÑO OPTIMO PARA CANALES GRANDES	159
CONCLUSIONES	166
APENDICE	170
BIBLIOGRAFIA	185

I N T R O D U C C I O N

La producción de energía eléctrica es uno de los factores de mayor importancia para un país. Una de las formas más usuales de obtener dicha energía en el Perú, es el aprovechamiento de un salto de agua mediante una central hidroeléctrica. Pero no se trata de obtener energía a cualquier precio; en este campo, como en muchos otros, debe imperar el concepto de alcanzar los objetivos propuestos con los más bajos costos posibles.

Dentro de este concepto, se inscribe el dimensionamiento óptimo de los canales de alimentación de centrales hidroeléctricas. Este tipo de canales es de uso frecuente para provocar un desnivel o salto de agua aprovechable; mediante el uso del canal, se puede conducir el agua del cauce de un río hasta el punto en que se considere más conveniente llevarla hacia las turbinas de la central mediante las tuberías de presión, y así generar energía eléctrica.

Pero el uso del canal supone algunos costos. En primer término, para usar el canal hay que construirlo (costo de construcción) y, para que el agua pueda ser conducida por el canal, éste debe poseer una pendiente, que a su vez provoca una disminución de la altura del salto aprovechable, disminuyendo también la energía eléctrica a producir (costo de energía perdida). Finalmente, el canal requiere de un mínimo de mantenimiento para estar siempre operativo (costo de mantenimiento).

Todos estos costos no son homogéneos en cuanto a unidades; mientras que el costo de construcción es un costo total o inversión económica necesaria que se da una sola vez en el tiempo, el costo de la energía dejada de producir y el costo de mantenimiento son costos que se registran por unidad de tiempo mientras el canal esté en funcionamiento. Por lo tanto, hace falta referirlos, de alguna manera, a una misma unidad en el tiempo.

El costo referido al mantenimiento es muy pequeño y se puede considerar constante e independiente de las dimensiones de la sección recta del canal. El costo de construcción está directamente relacionado con la geometría de la citada sección, e igual sucede con el costo de energía perdida, que es función o proporción directa de la pendiente, la cual depende también de la geometría de la sección del canal, aunque en sentido contrario al costo de construcción.

Con estas relaciones existentes, entre los costos y la geometría de la sección del canal, el dimensionamiento óptimo debe entenderse como la determinación de las características geométricas de la sección recta del canal que originen los menores costos totales debidos al uso y a la construcción del canal.

Establecida así la idea del dimensionamiento óptimo (óptimo, naturalmente, sólo para aquellos lugares en que se valoren las pérdidas energéticas), el paso siguiente será determinar, lo más aproximadamente posible, las expresiones de los mencionados costos en función de las características geométricas de la sección recta del canal.

Una vez logrado esto, hace falta un adecuado proceso de cálculo que permita la minimización de la suma de todos los costos mencionados. Las dimensiones, correspondientes a dicha suma mínima de costos, serán las óptimas.

Para el presente estudio, se han elegido como dimensiones principales de la sección recta del canal, la solera o fondo (X), la profundidad o tirante (Y) y el talud de la paredes del canal (Z); todas las demás dimensiones geométricas de la sección del canal, serán función de estas tres variables independientes optimizadas.

Habiéndose aplicado el procedimiento a centenares de casos concretos, y por medio de una regresión potencial multivariable, se obtienen unas expresiones sencillas que dan directamente las dimensiones del canal óptimo en el caso general de centrales pequeñas y medianas. Para poder comparar con otros proyectos se dan también otras expresiones sencillas para la suma total de los costos anuales mínimos (de energía perdida y de construcción), así como para la inversión económica necesaria para la construcción del canal, en forma separada.

A continuación se resume el contenido de cada uno de los capítulos que conforman el presente estudio:

En el capítulo I, se da una explicación inicial sobre los canales, sus usos, su aplicación específica en una central hidroeléctrica y los costos que genera su uso; asimismo, se define el concepto de optimización y cómo se aplica al diseño de canales.

En el capítulo II se analizan todos los factores que afectan la producción de energía eléctrica, desde los que están relacionados directamente con la central (rendimiento, utilización), hasta los que conciernen al canal mismo (pendiente, pérdidas volumétricas, velocidad, geometría de la sección recta, rugosidad del lecho), para finalmente deducir una expresión para el costo de energía perdida o dejada de producir.

En el capítulo III se sigue igual proceso de definición y análisis del anterior capítulo, pero aplicado a los costos de construcción, los cuales son, esencialmente, dos: costo de excavación y costo de revestimiento. En ambos casos, se han buscado los criterios que proporcionen mayor seguridad a la construcción. En este capítulo se hace una revisión del concepto tradicional de sección hidráulicamente óptima, haciéndose notar que es válido únicamente en casos de terreno plano o de pequeña inclinación, pero no para terrenos empinados (caso de faldas de cerros). El factor económico es también considerado en la definición del factor de amortización, el cual permite referir a unidades de tiempo estos costos atemporales.

El capítulo IV se constituye como el más importante, ya que en él se proporciona el método de cálculo que permite la optimización (minimización) de los costos totales, es decir, de la suma de los costos deducidos en los capítulos II y III. En primer lugar, se definen las variables y parámetros a usar; luego se explica el método numérico de minimización, adecuándolo a las características físicas del problema. Inmediatamente se proporciona un algoritmo que permite la obtención de valores óptimos para el diseño de canales, suponiendo diversas condiciones de construcción. Haciendo uso de estos resultados óptimos, y mediante el uso del al

goritmo de regresión multivariante, explicado también en este capítulo, se deducen unas sencillas expresiones que proporcionan directamente los costos y dimensiones óptimos en función de las características hidro-topográficas del salto y de las condiciones de construcción y financieras de cada caso.

El capítulo V consiste en una aplicación del método de optimización explicado en el capítulo anterior, a un diseño particular de canales de alimentación. Se definen las particularidades del diseño y se adecúa el método a ellas. Finalmente, se hace una comparación entre los resultados obtenidos con el diseño convencional y con el diseño optimizado.

En el capítulo VI también se realiza una aplicación del mencionado método, pero esta vez es a canales grandes, en los cuales cobra especial importancia el empuje del terreno por el cual circula el canal. Este empuje de tierras obliga, si es el caso, al reforzamiento del concreto de revestimiento, con armadura de acero.

Aquí se expone la teoría del empuje de tierras, y su efecto sobre el diseño del canal; se proporciona un método sencillo del cálculo del acero de refuerzo necesario, el cual debe integrarse el método de optimización. Con esto se completaría un método para optimizar cualquier diseño que se considere. Por último, se hace una aplicación práctica para determinadas condiciones de construcción.

En el capítulo de las conclusiones se expone el esquema del procedimiento práctico de aplicación de los resultados obtenidos en el presen-

te estudio, pro parte del ingeniero diseñador del anteproyecto de un salto.

Todos los cálculos realizados con los algoritmos definidos en el capítulo IV, han sido hechos con la ayuda del computador "Professional 300. Digital", del Laboratorio de Electrónica de la Universidad de Piura; pero, a efectos prácticos, para usar el programa de cómputo de optimización para los casos especiales o grandes canales (en que no se utilicen las fórmulas generales obtenidas) puede utilizarse cualquier pequeño computador personal con lenguaje "BASIC".

CAPITULO I

CANALES DE ALIMENTACION OPTIMOS PARA CENTRALES HIDROELECTRICAS

LOS CANALES COMO CONDUCCIONES ABIERTAS

En Hidráulica, se considera como canal abierto a toda conducción o conducto en que el agua fluye con superficie libre (1).

Existen diversos tipos de canales y se pueden clasificar de acuerdo a distintas características que ellos poseen. Una clasificación bastante general puede hacerse atendiendo al origen, y así los canales pueden ser naturales o artificiales.

Dentro de la denominación de canales naturales se consideran todos los cursos de agua presentes de manera natural sobre la superficie de la tierra (quebradas, ríos, etc.); se incluyen también las corrientes subterráneas que llevan agua con una superficie libre. Este tipo de canales posee, generalmente, gran irregularidad en sus propiedades hidráulicas; por lo tanto, su estudio requiere conocimientos en otros campos científicos relacionados con la conformación de la estructura del terreno por el cual discurre el canal. Esta amplitud de conocimientos necesarios obliga a conformar un tema aparte denominado Hidráulica de ríos, que no corresponde al estudio presente.

(1) VEN TE CHOW
Hidráulica de los canales abiertos. pág. 24.
Editorial DIANA. México.

Por su parte los canales artificiales son aquéllos construidos especialmente por el hombre, como por ejemplo: canales de irrigación, de navegación, alcantarillas, etc.

Las propiedades hidráulicas de estos canales obedecen a leyes bastante regulares; por esto pueden ser controladas o proyectadas para el cumplimiento de requerimientos establecidos, y con una razonable seguridad de alcanzar o cumplir exitosamente estos requerimientos.

En cuanto a la utilización de canales abiertos artificiales, construidos con una determinada finalidad, se han mencionado ya algunos usos, como el de obtener nivel adecuado para la navegación, proveer determinado caudal de agua para irrigación de zonas cultivables, conducción de agua potable o de aguas servidas (desagüe) para una ciudad o industria, conducción de agua largas distancias para su aprovechamiento en un salto y generar energía, etc.

De acuerdo a las circunstancias y finalidad con que se construyen los canales abiertos, éstos reciben diversos nombres. Así se tiene:

- . Canal propiamente dicho, que es, por lo general, de largo recorrido y con suave pendiente. Se construye sobre la tierra y puede ser, o no, revestido con mampostería, asfalto, concreto, etc.
- . Acueducto, que es un canal hecho de madera, metal, concreto, etc., normalmente elevado sobre la superficie del terreno con la finalidad de llevar agua a través de una depresión.
- . Alcantarilla, que es un canal cubierto, de corta longitud, y en el cual el fluido ocupa parcialmente la sección recta de dicho canal.

. Túnel o galería con superficie libre o escurrimiento abierto, que es un canal también cubierto, de larga longitud; se usa para llevar agua a través de cualquier obstrucción en el terreno, como puede ser un cerro.

CANAL DE ALIMENTACION DE UNA CENTRAL HIDRAULICA

La producción de energía en una central hidroeléctrica depende del desnivel o salto útil "H" (m). Este salto puede ser natural, como en el caso de cataratas, o puede ser artificial, producido con este determinado fin. En este último caso, se puede lograr un desnivel de agua por atajamiento de las aguas de un río mediante una represa, o bien, derivando la corriente de agua por un canal lateral o galería subterránea, con menor rugosidad, y por lo tanto, menor pendiente que el cauce original por el cual discurría; esto hará aumentar el desnivel entre las aguas del canal o galería y el cauce del río conforme aumenta su longitud, y en un punto adecuado se podrá hacer uso del desnivel logrado.

En general, al utilizar galerías subterráneas, sean o no de presión, se encarece mucho más la central que utilizando canal abierto, pero a veces esto último no resulta posible. Habitualmente pueden lograrse diversas combinaciones de represa y canal de derivación, obteniendo así el salto más adecuado. Una vez logrado el desnivel, las aguas se conducen a continuación a las turbinas, directamente a las cámaras de éstas o por medio de una tubería de presión.

Las partes esenciales de una central hidroeléctrica son, en una disposición general, las siguientes:

- 1.- Azud o represa de derivación.
- 2.- Canal de derivación y/o galería subterránea.
- 3.- Depósito de carga (o chimenea de equilibrio.) ? *estos son no lo mismo*
- 4.- Tubería forzada.
- 5.- Casa de máquinas (Central eléctrica).
- 6.- Canal de desagüe.

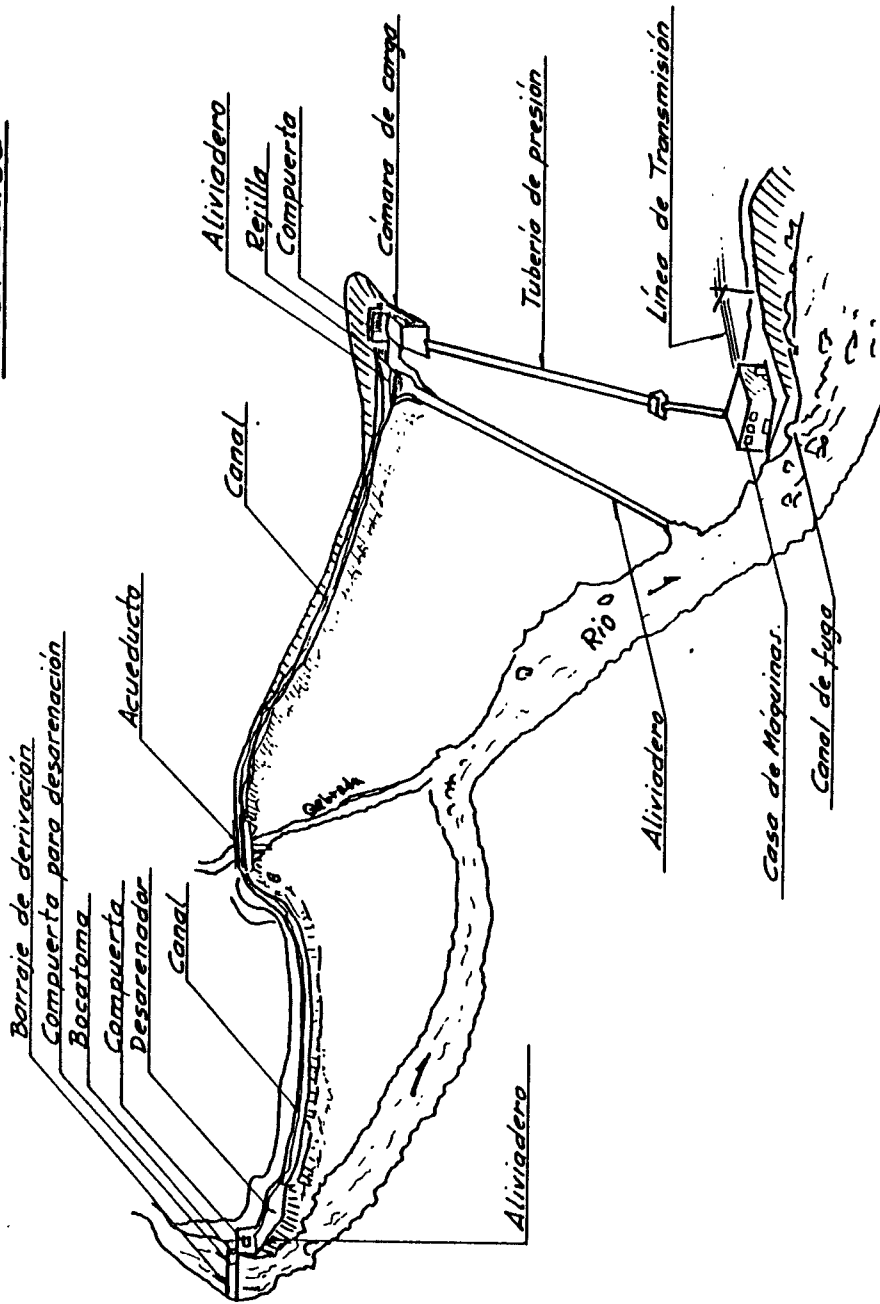
Es de notar que no siempre los saltos de agua constan de todos estos elementos, sino que de acuerdo a las características propias de cada caso pueden faltar algunos.

Siendo el canal de derivación materia del presente estudio, interesarán las disposiciones que consideren su uso. En las centrales hidroeléctricas sin galería ni canal de derivación, la tubería de presión arranca directamente desde la represa. A veces, incluso, se prescinde de esta tubería de presión en las llamadas centrales a pie de presa.

En saltos de poca altura (menos de 12 m), el agua conducida por el canal desemboca directamente en la cámara de turbinas; y cuando el salto es mayor, el canal termina en un ensanchamiento, llamado cámara de carga, y de aquí parte la tubería de presión que, en conducción forzada, lleva el agua a las turbinas.

Esta última disposición, la más general en pequeñas y medianas centrales hidroeléctricas, es la que se representa en la figura adjunta, para servir de referencia posteriormente.

Croquis de una Central Hidráulica



Dentro de los canales de derivación, interesa optimizar aquéllos que llevan el agua hacia la tubería de presión, pues estos canales se caracterizan por tener una apreciable longitud (5 a 10 km.) que permite lograr un desnivel adecuado para las aguas.

Las centrales hidroeléctricas que usan un canal para llevar directamente el agua a las cámaras de las turbinas tipo Hélice o Kaplan, se caracterizan por la poca longitud de los canales; éstos tienen como misión primordial ubicar la central eléctrica en un sitio más seguro, y la optimización del presente estudio no les reporta especial utilidad por su escasa longitud.

En lo que se refiere a los caudales usados y potencias producidas, se consideran como pequeñas y medianas centrales a aquéllas que requieren caudales comprendidos entre los $0.1 \text{ m}^3/\text{s}$ y $10 \text{ m}^3/\text{s}$, produciendo potencias comprendidas entre los 100 kW y 30 MW. Estos saltos de agua requieren canales no muy profundos, que no exigen, generalmente, concreto reforzado para resistir el empuje del terreno.

Para mayores potencias, en saltos con caudales de hasta $100 \text{ m}^3/\text{s}$, cuando el canal discurre entre cerros, se debe disponer de una adecuada defensa contra el empuje de tierras. Esto se logra reforzando con acero el concreto del revestimiento interior del canal, o con otros procedimientos adecuados, lo que complica la construcción del mismo. Se les dedica atención en la parte final de este estudio.

CONCEPTO DE OPTIMIZACION UTILIZADO

La optimización de un proyecto o diseño consiste en la búsqueda y la determinación de la solución que conduzca al mejor conjunto de consecuencias económicas, manteniendo siempre las características y la finalidad del proyecto o diseño; siendo esto lo que se entiende por buscar la mejor solución al problema. En el campo práctico no se dan casi nunca problemas estrictamente técnicos: siempre los fines son técnico-económicos, y la búsqueda de la mejor solución en ingeniería se mueve en esta doble dimensión técnica y económica.

Al diseñar hay que considerar, además del logro de los fines técnicos del caso, tres consecuencias de orden económico (1) :

- 1.- El costo necesario para realizarlo (inversión).
- 2.- Los gastos periódicos que origina (pérdidas, consumo, manejo, mantenimiento, etc.).
- 3.- La economía positiva esperable (reducción de costos o aumento de beneficios).

El objeto de este estudio es encontrar métodos para buscar la mejor solución a la vista de estas tres consecuencias, trabajando en la primera y en la segunda para tratar de lograr la tercera.

(1) ESCOLA, Rafael
Optimización de Magnitudes en Ingeniería, pág. 13.
Ediciones CEDEL. Barcelona 1982.

DIMENSIONAMIENTO OPTIMO DEL CANAL

La conducción del agua hacia una central hidráulica va desde la toma (en el río o represa) hasta las turbinas y desde éstas nuevamente al río. La conducción del agua hacia las turbinas se logra con el uso combinado de canal y tubería de presión, descartando en este estudio la posibilidad de una comunicación directa a las turbinas.

Este transporte, abierto o cerrado, debe conseguirse de la manera más eficiente posible, que para el presente caso se traduce en hacer mínima la suma de las pérdidas de carga y de caudal con los gastos de construcción y de mantenimiento necesarios.

Considerando estas condiciones en lo que respecta al estudio en cuestión, se debe buscar la sección más económica sobre la cual se realice la construcción del canal. Dado que se trabaja con grandes longitudes, resulta de la mayor importancia definir bien las dimensiones más apropiadas del canal bajo cada circunstancia que se presente, ya que pequeñas variaciones influirían bastante sobre los costos de construcción y de energía producida.

Más en concreto, se tiene que al proyectar un canal con una pendiente fuerte, la sección transversal será pequeña y, como consecuencia, el costo de construcción será bajo, pero se pierde una apreciable altura, lo que disminuye la potencia disponible al igual que la energía obtenida. Por el contrario, al diseñar el canal con una baja pendiente, se obtiene una sección transversal grande al igual que su costo; en cambio se habrá perdido muy poca altura, teniéndose por lo tanto mayor cantidad de poten-

cia disponible y de energía que en el caso anterior. Como se ve, el problema no es meramente técnico y, tal como se anunció, se mueve en la doble dimensión técnico-económica. Por lo tanto, el dimensionamiento óptimo del canal consistirá en buscar y determinar la solución que conduzca al mejor resultado económico en conjunto.

El hecho de buscar una solución que conduzca a los mejores resultados, presupone la existencia de un número más o menos grande, o incluso infinito, de soluciones posibles, de las cuales se obtiene la óptima.

Estas soluciones se obtienen al variar las características geométricas principales del canal, dentro de rangos más o menos extensos, determinados por las condiciones de factibilidad técnica, así como por las condiciones físicas del terreno.

La búsqueda de las dimensiones óptimas no se realiza como una simple elección entre distintas formas de sección del canal, sino como la búsqueda de los mejores valores para cada una de las características geométricas de dicha sección; la forma vendrá determinada por los valores obtenidos para las diferentes dimensiones.

En el caso de los canales de centrales hidráulicas, el costo necesario de inversión es esencialmente el de excavación y revestimiento del lecho del canal, mientras que los costos periódicos corresponderán fundamentalmente a la mayor o menor pérdida de energía que ocasione el canal. De otro lado, los gastos de mantenimiento (limpieza y reparaciones) son escasos y bastante constantes para un caudal determinado, por lo que no se consideran especialmente en este estudio, al no influir en el mínimo buscado.

Ahora bien, como se ha dicho, el diseño de la ingeniería involucra el hacer muchas selecciones de entre diversas alternativas y dimensionamientos físicamente posibles; además, la selección de entre un grupo o rango de posibilidades debe hacerse basada en consideraciones económicas. A cada alternativa analizada se le debe expresar en unidades monetarias antes de realizar la selección. Si las alternativas no pueden expresarse en unidades monetarias, la selección no se puede efectuar. Así se tiene que la unidad monetaria es la única unidad de medida capaz de aplicarse a conceptos tan diversos como kilovatios-hora de energía eléctrica, excavación de terreno en determinadas condiciones, construcción de concreto y accesorios de obras civiles.

Por lo tanto, el estudio económico, para encontrar la solución óptima, debe comprender los puntos siguientes (1):

- 1.- Identificar y definir claramente en términos físicos las alternativas factibles con sus dimensiones correspondientes.
- 2.- Traducir, en la medida de lo posible, las estimaciones físicas de cada alternativa con sus dimensiones a estimaciones monetarias.
- 3.- Colocar las estimaciones monetarias en una base de comparación en el tiempo por medio de conversiones adecuadas, tales como las empleadas en las matemáticas del interés simple o compuesto.

(1) LINSLEY, R.E. y FRANZINI, J.B.
Ingeniería de los recursos hidráulicos, pág. 441.
CECSA. México.

PRINCIPALES COSTOS EN UN CANAL DE ALIMENTACION

En los apartados precedentes se ha hecho mención de los costos relativos a canales de alimentación de centrales hidroeléctricas; ahora se les asignará un símbolo o letra que permita y facilite su posterior uso:

C_0 = costo de la energía eléctrica perdida, expresado en unidades monetarias por año y por metro lineal de canal (UM/m año).

C_1 = costo específico anual del revestimiento del canal, expresado también en unidades monetarias por año y por metro lineal de canal (UM/m año).

C_2 = costo específico anual de excavación del canal (UM/m año).

Los costos específicos totales de revestimiento y excavación del canal, sumados, constituyen la inversión económica necesaria para la construcción de cada metro de canal, y se expresarían en (UM/m), unidades distintas a las del costo de la energía eléctrica anual perdida. Aparece aquí la necesidad de expresar el costo de inversión y de pérdidas energéticas en unidades monetarias referidas a la misma unidad de tiempo; esto es necesario para poder obtener la suma de todos los costos homogéneos que es el objeto de la minimización. Para obtener unidades monetarias referidas a la misma unidad de tiempo, basta multiplicar el costo de inversión con un coeficiente "A" (año^{-1}), que permita obtener el costo equivalente anual de dicha inversión y, por tanto, en iguales unidades que las del costo de pérdidas energéticas.

Entonces la suma de costos anuales o costo total a minimizar será sencillamente:

$$C = C_0 + C_1 + C_2 \quad (\text{UM/m año})$$

La definición y explicación de cada uno de ellos, así como de los elementos que en ellos intervienen, serán tratados en los siguientes capítulos.

Resulta evidente, por otra parte, que si no se valorara la pérdida de altura de salto producido por la pendiente del canal, esto es, si no se consideraran de interés las pérdidas energéticas en el mismo ($C_0 = 0$), el diseño óptimo sería el de menor costo de inversión ($C_1 + C_2$), el cual corresponde al canal de sección recta mínima posible que ocasione la velocidad límite máxima permitida para el flujo de agua sin deterioro del revestimiento del mismo; haciéndose así superfluo, de alguna manera, todo el estudio presente, en este caso concreto.

CAPITULO II

LAS PERDIDAS ENERGETICAS DE UN CANAL DE ALIMENTACION

PERDIDA DE ENERGIA POTENCIAL HIDRAULICA

La energía potencial teórica total de un caudal "Q" (m³/s) de agua situado a una altura "H" (m), viene dada por la expresión (1):

$$g \delta Q H \quad (W)$$

Donde "g" (m/s²) representa el valor de la aceleración de la gravedad (9.80665 m/s²) y "δ" la densidad del agua. Considerando un valor promedio de la densidad del agua igual a 1000 kg/m³, se obtiene la siguiente expresión para la energía, expresada en kilowatios, de dicha masa de agua:

$$\delta g Q H \quad \begin{array}{c} \text{KN} \\ \frac{\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} \cdot \frac{\text{m}^3}{\text{s}} \cdot \text{m} = \frac{\text{KN} \cdot \text{m}}{\text{s}} = (\text{kW}) \end{array}$$

Aplicando este concepto a un canal, éste, para permitir la circulación de agua, requiere de una cierta pendiente, la cual disminuye la energía potencial de dicho caudal aprovechable.

La pérdida de energía potencial en un desnivel de "H" (m) correspondiente a un tramo del canal de longitud "ΔL" (m) será:

$$P_{\text{Perd}} = \delta g Q \Delta H \quad (\text{kW})$$

Expresando esta potencia perdida por unidad de longitud de canal, se obtiene una pérdida específica, por metro de:

$$P_{\text{Perd}} = \delta g Q \Delta H / \Delta L \quad (\text{kW/m})$$

(1) SCHOKLITSCH, A.

Construcciones Hidráulicas, Tomo II, pág. 251.
Editorial Gustavo Gili G. S.A.

PENDIENTE DEL CANAL

Como se ha mencionado en apartados anteriores, la pendiente del canal es una característica que tiene gran influencia sobre los costos de construcción y de energía producida en el caso de canales de alimentación.

Estos canales, evidentemente deben tener una pendiente menor que la del cauce del río, desde donde se deriva el agua, para que cumplan su misión. No hay peligro de que se incumpla esta condición limitante al utilizar pendientes de canal inferiores a la centésima, como se hace habitualmente.

Los cambios de pendiente óptima, causados por la variación en las condiciones topográficas y/o geológicas de los cerros, originan cambios correspondientes en la sección del canal, por lo que no deben tratar de evitarse debido a sus implicancias en la parte económica, aunque puedan suponer cierta complicación técnica adicional. Esto se explica considerando que las dimensiones de la sección del canal son optimizadas de acuerdo a las condiciones que presenta el terreno, y si éstas van variando por tramos en la zona por donde se desea que vaya el canal, se tendrá que ir optimizando tramo por tramo, para la consiguiente optimización del canal en su totalidad.

Dentro de las limitaciones impuestas por la topografía, la ruta exacta de un canal quedará definida por las pendientes que se deduzcan más adecuadas a lo largo del canal. El término pendiente se define directamente como la tangente del ángulo de inclinación " θ " del lecho del canal con la horizontal. Esto es:

$$J = \operatorname{tg} \theta = \Delta H / (\Delta L^2 - \Delta H^2)^{1/2} =$$

$$= (\Delta H / \Delta L) (1 - \Delta H / \Delta L)^{-1/2} \quad (\text{m/m})$$

Desarrollando en serie el término binomial (1):

$$J = (\Delta H / \Delta L) (1 + 1/2 (\Delta H / \Delta L)^2 - 3/8 (\Delta H / \Delta L)^4 + \dots)$$

Ahora bien, " $\Delta H / \Delta L$ " es el Seno de " θ " y dado que las pendientes de los canales de derivación resultan del orden de las milésimas, e incluso de las cienmilésimas a veces, significa que el ángulo " θ " es muy próximo a cero y por lo tanto resulta aceptable igualar el seno y la tangente de dicho ángulo. Esta aproximación equivale a despreciar los términos de potencias superiores a 1 en el desarrollo en serie de " J ", lo cual se justifica numéricamente, ya que si " $\Delta H / \Delta L$ " es también del orden de las milésimas, el término cuadrático estará en las millonésimas, con lo que resulta despreciable, y más aún los siguientes términos potenciales de la serie. En definitiva:

$$J = \operatorname{tg} \theta \simeq \Delta H / \Delta L = \operatorname{Sen} \theta \quad (\text{m/m})$$

Por lo que no resulta incorrecto, matemáticamente hablando, redefinir la pendiente de un canal de alimentación como el seno del ángulo de inclinación (2) :

$$J = \operatorname{sen} \theta \quad (\text{m/m})$$

De todo ello se deduce que la pérdida específica de energía por unidad de longitud, debida al uso del canal, quedaría así expresada en función de la pendiente:

$$g Q J \quad (\text{kW/m})$$

(2) VEN TE CHOW

Obra citada, pág. 93.

(1) SAMPER O., Miguel. "Complementos de Algebra" Tomo I, pág. 110. Ediciones Universidad de Piura. 1983.

PERDIDAS VOLUMETRICAS

La misión, en términos generales, de los canales de alimentación en estudio, es llevar el agua aprovechable de un río hasta las proximidades de la central sin pérdida apreciable de la altura del salto, y, mediante turbinas, generar energía con ella. El caudal que discurra por el canal tendrá que ser suficiente para satisfacer las necesidades de alimentación de las turbinas. Este caudal máximo de diseño de las turbinas, denominado caudal turbinable "Q" (m^3/s), sería el mínimo caudal que debe suministrar el canal. Si la central no utilizara toda su capacidad por trabajar en ocasiones por debajo de su máxima potencia, el caudal sobrante se eliminaría por los rebosaderos o aliviaderos de la cámara de carga. Sin embargo, hay que tener en cuenta que el caudal que se transporta por el canal a lo largo de su recorrido debe ser superior a este valor final "Q", debido a dos factores que suponen una disminución o pérdida de volumen de agua a lo largo del mismo. Estos factores son la evaporación y la filtración del agua del canal.

PERDIDAS POR EVAPORACION

La evaporación da razón de la pérdida de volumen de agua por unidad de superficie y de tiempo, causada por la radiación solar y las diferencias de temperatura y humedad. Esta pérdida es muy distinta de acuerdo a las circunstancias, debido a las variaciones del viento, de la latitud, de la nubosidad, de la temperatura ambiental, del movimiento de la capa superficial del agua, etc.

Un límite superior de la evaporación anual que puede tener lugar en un canal puede obtenerse mediante el siguiente razonamiento (1):

La radiación promedio anual que, como máximo llega a la superficie de la tierra es del orden de $700 \text{ cal/cm}^2 \cdot \text{día}$. Una superficie de agua libre refleja de un 5% a un 15% de esta radiación incidente. Por tanto, como para evaporar 1 cm^3 de agua se precisan 585 calorías, si toda la radiación neta se aplicase a evaporar agua, se obtendría una evaporación promedio de 11 mm por día, es decir, un máximo anual de 4000 mm por año aproximadamente.

Sin embargo, las mayores medidas registradas en el mundo, de 3200 mm/año en Eliath (Israel) (2) sólo llegan hasta un 80% de este máximo, y habitualmente los valores registrados son aún muchísimo menores en regiones altas, de cordilleras, por donde discurren los canales de derivación de centrales hidroeléctricas. A manera de referencia se exponen algunos datos a continuación (3):

<u>Zona</u>	<u>Evaporación (mm / año)</u>	<u>% del Máximo</u>
Regiones Tropicales secas	3000	75
Regiones Tropicales húmedas	1500	38
Francia	660-1500	16-38
Lagos Michigan y Hurón	643	16
Lagos de alta montaña (2,000 m)	200	5

(1) CUSTODIO, E. - LLAMAS, R. "Hidrología Subterránea". Tomo I, págs. 320-321. Ediciones OMEGA. Barcelona, 1975.

(2) DAVIS, S.N. - DE WIEST, R.J.M. "Hydrogeology". pág. 18. Wiley, New York, 1966.

(3) REMENIERAS, G. "L'Hidrologie de l'Ingénieur". pág. 199. Eyrolles Editeur, París, 1960.

Resulta claro que las pérdidas totales en el canal debidas a la evaporación estarán en relación directa con la longitud del mismo, ya que de acuerdo a la longitud se tendrá mayor superficie libre del canal a través de la cual se pierde agua.

Para aclarar un poco las unidades en que se expresa la evaporación, cabe decir que la unidad mm/día equivale a litros de agua que se evapora por metro cuadrado de superficie libre por día:

$$\text{mm} = 10^6 \text{ mm}^3 / 10^6 \text{ mm}^2 = (10^2 \text{ mm})^3 / (10^3 \text{ mm})^2 = \text{dm}^3 / \text{m}^2 = 1 / \text{m}^2$$

La expresión que permite calcular el volumen máximo de agua que puede perderse por evaporación a lo largo de todo el canal será, por lo tanto:

$$Q_e = B h_e L_c \quad (\text{m}^3/\text{s})$$

donde: B = ancho de la superficie libre del canal (m)

$$h_e = \text{evaporación máxima promedio} = \\ = 11 \text{ mm/día} = 127 \cdot 10^{-9} \text{ m}^3/\text{m}^2 \cdot \text{s}$$

$$L_c = \text{longitud del canal (m)}.$$

Expresando el volumen perdido por evaporación como una fracción del caudal turbinable mediante un coeficiente "e", se tiene:

$$Q_e = e Q \quad (\text{m}^3/\text{s})$$

$$e = Q_e / Q = B h_e L_c / Q < 1$$

Considerando diseños habituales para canales de pequeñas centrales (1) se han escogido valores representativos a partir de los cuales se harán los

(1) NOZAKI, Tsuguo.

Guía para la elaboración de Proyectos de pequeñas centrales Hidroeléctricas destinadas a la electrificación rural del Perú, págs. 48, 49, 50. JICA (Japan International Cooperation Agency) 1980.

cálculos de pérdida por evaporación, a fin de evaluar la magnitud de ésta. Para estos cálculos se ha considerado una longitud de 10 km de canal como valor máximo y los caudales usados son de $0.1 \text{ m}^3/\text{s}$ y $10 \text{ m}^3/\text{s}$, valores extremos usados en peñías y medianas centrales.

Los cálculos realizados se muestran a continuación:

- Para $Q = 0.1 \text{ m}^3/\text{s}$, considerando el canal que ofrezca mayor superficie libre, se tiene el correspondiente a la pendiente $J = 1:1000$ y con talud de paredes del canal $Z = 1:0.1$; este canal tiene un tirante de $Y = 0.4 \text{ m}$ y una superficie libre de $B = 0.58 \text{ m}$. Por lo tanto:

$$\begin{aligned} Q_e &= (0.58) (127 \cdot 10^{-9}) (10 \cdot 10^3) \\ &= 7366 \cdot 10^{-7} && (\text{m}^3/\text{s}) \\ e &= Q_e/Q \approx 7 \cdot 10^{-3} \end{aligned}$$

- Para $Q = 10 \text{ m}^3/\text{s}$, haciendo iguales consideraciones que para $0.1 \text{ m}^3/\text{s}$: características del canal : $J = 1:1000$; $Z = 1:0.3$

$$\begin{aligned} Y &= 1.9 && (\text{m}) \\ B &= 2.85 && (\text{m}) \\ Q_e &= (2.85) (127 \cdot 10^{-9}) (10 \cdot 10^3) \\ &= 3619 \cdot 10^{-7} && (\text{m}^3/\text{s}) \\ e &\approx 4 \cdot 10^{-4} \end{aligned}$$

Y por extrapolación, para canales mayores, hasta de $100 \text{ m}^3/\text{s}$ por ejemplo, es de esperarse que el coeficiente "e" de evaporación vuelva a disminuir, por lo menos, en otro orden de magnitud (10^{-1}). Hay que recordar que estos valores son los máximos teóricamente posibles, y que en la práctica, difícilmente superarán el 30% de este valor.

PERDIDAS POR FILTRACION

La filtración es la pérdida de volumen de agua causada por la permeabilidad del revestimiento del lecho del canal y por la presencia de juntas de dilatación en el mismo, a través de las cuales se elimina parte del caudal.

El revestimiento de concreto utilizado en los canales del presente estudio permite tener pérdidas muy pequeñas, muchísimo menores que en los canales no revestidos. Entre otros métodos, la siguiente fórmula empírica de Davis-Wilson (1) permite determinar la magnitud de la filtración:

$$q = p P Y^{1/3} \cdot 10^{-7} \quad (\text{m}^3/\text{s} \cdot \text{m})$$

donde : p = coeficiente de permeabilidad del revestimiento del canal.

P = perímetro mojado de la sección del canal (m).

Y = tirante de agua (m).

Para el coeficiente "p" está asignado un valor igual a la unidad por cada 100 mm de espesor de concreto. Asumiendo una proporcionalidad inversa de la permeabilidad con el espesor, este coeficiente "p" podría tomarse igual a $p = 0.1/E$, siendo "E" el espesor de concreto expresado en metros.

Entonces el volumen perdido debido a la filtración será:

$$Q_h = q L_c \quad (\text{m}^3/\text{s})$$

donde " L_c " es la longitud del canal en metros.

(1) Apuntes personales sobre Canales de Dr. Suhan Gökcesu, pág. 37.

Al igual que para la pérdida por evaporación, la pérdida por filtración se puede expresar como una fracción del caudal turbinable mediante un coeficiente "h" :

$$Q_h = h Q \quad (\text{m}^3/\text{s})$$

$$h = Q_h/Q = P Y^{1/3} L_c/E Q \cdot 10^8 < 1$$

Cálculos basados en las mismas consideraciones hechas para la evaporación en cuanto a diseño de canales, permitirán evaluar la magnitud de las pérdidas por filtración.

En este caso se hace necesaria una previa evaluación del espesor de revestimiento usado; este espesor tendrá que ser tomado en su promedio, en razón de que el diseño usado considera un revestimiento variable con el tirante.

Según Nozaki, para $Q = 0.1$ (m³/s)

resulta $Y = 0.4$ (m)

$$E = (2(0.22 \times 0.4 + 0.06 + 0.1 \times 0.4 + 0.08)/2 + 0.1 \times 0.4 + 0.08)/3$$

$$= 0.13 \quad (\text{m})$$

Además $P = 1.376$ (m)

y $L_c = 10 \cdot 10^3$ (m)

Por lo tanto:

$$Q_h = (1.376) (0.4)^{1/3} (10 \cdot 10^3) / (13 \cdot 10^6) =$$

$$= 779 \cdot 10^{-6} \quad (\text{m}^3/\text{s})$$

$$h = Q_h/Q \approx 8 \cdot 10^{-3}$$

Para $Q = 10 \text{ m}^3/\text{s}$, correspondería: $Y = 1.9$ (m)

$E = 0.34$ (m)

$P = 6.057$ (m)

Haciendo el cálculo:

$$\begin{aligned}
 Q_h &= (6.057) (1.9)^{1/3} (10 \cdot 10^3) / (34 \cdot 10^8) \\
 &= 22 \cdot 10^{-4} && (\text{m}^3/\text{s}) \\
 h &\approx 2 \cdot 10^{-4}
 \end{aligned}$$

Y del mismo modo que en la evaporación, es de esperar que en canales de mayor dimensión siga disminuyendo más aún la proporción de agua perdida por filtración, en más de un orden de magnitud para $Q = 100 \text{ m}^3/\text{s}$ por ejemplo.

CAUDAL DE DISEÑO DEL CANAL

Debido a las pérdidas volumétricas, el canal debe ser dimensionado para un caudal " Q^* " superior al máximo turbinable " Q " de la central, el cual sería variable en cada punto. Según lo enunciado, este caudal sería:

$$\begin{aligned}
 Q^* &= Q + Q_e + Q_h = \\
 &= Q (1 + Q_e/Q + Q_h/Q) = \\
 &= Q (1 + e + h) && (\text{m}^3/\text{s})
 \end{aligned}$$

Este caudal de diseño " Q^* " será máximo en la bocatoma de la represa o azud, y corresponde a la longitud máxima del canal, " L_c ", medida desde el final del canal hacia la bocatoma, y como se ve, para su cálculo sirven los valores de " e " y " h " calculados anteriormente; y será mínimo, en la entrada a la cámara de carga de la central, en que $Q^* = Q$.

Por lo tanto, el caudal promedio para el cual debe diseñarse el canal, y con el cual se efectúa el cálculo de costo y pérdidas, sería:

$$\begin{aligned} Q' &= (Q + Q^*)/2 = \\ &= (1 + e/2 + h/2)Q = \\ &= kQ \qquad \qquad \qquad (m^3/s) \end{aligned}$$

donde $k > 1$.

ESTIMACION DE LA PERDIDA DE CAUDAL

Basándose en los cálculos realizados independientemente para la evaporación y la filtración, se procede ahora a hacer una estimación de los valores de "Q'" necesarios cuando se requiere valores para "Q" de 0.1 m³/s y 10 m³/s que se consideran como extremos en pequeñas centrales.

Para $Q = 0.1 \text{ m}^3/\text{s}$:

$$\begin{aligned} Q' &= (1 + 7366 \cdot 10^{-6}/2 + 779 \cdot 10^{-5}/2)0.1 = \\ &= 0.10075 \qquad \qquad \qquad (m^3/s) \end{aligned}$$

Para $Q = 10 \text{ m}^3/\text{s}$:

$$\begin{aligned} Q' &= (1 + 36195 \cdot 10^{-8}/2 + 220 \cdot 10^{-6}/2) 10 = \\ &= 10.0029 \qquad \qquad \qquad (m^3/s) \end{aligned}$$

En ambos casos los caudales promedio de diseño se ven modificados, teóricamente como máximo, con un pequeño exceso, tan pequeño que para $Q = 0.1 \text{ m}^3/\text{s}$ representaría menos del 1% del caudal turbinable, y para $Q = 10 \text{ m}^3/\text{s}$ menos del 0.5% del mismo. Y por lo expresado anteriormente, este porcentaje seguirá disminuyendo aún más en canales mayores. Esto significa que,

en adelante, puede considerarse "Q" el caudal del canal a todos los efectos sin error apreciable.

El hecho notable de la disminución relativa de las pérdidas por evaporación y filtración con relación al aumento del volumen de agua manejado, y con el consiguiente aumento de las dimensiones de la sección del canal, es explicable teniendo en cuenta que las pérdidas volumétricas están en función de la superficie libre del canal (caso de evaporación) y del perímetro mojado (caso de filtración); es decir, que, como mucho, las pérdidas variarían con un factor cuadrático, propio de superficies, mientras que el caudal, por ser una unidad de volumen por tiempo, variará con un factor cúbico, propio de volúmenes. Por lo tanto, un aumento de dimensiones afectará más al volumen (caudal) que a la superficie (pérdida), y si esta variación es mayor, será aún más apreciable la proporción entre caudal y pérdidas volumétricas.

Retornando a la pérdida de energía, que es lo que ocupa el presente capítulo, ésta podría seguir expresándose así siempre, sin incluir ningún factor por pérdidas volumétricas:

$$\zeta g Q J \quad (\text{kW/m})$$

RENDIMIENTOS

La expresión anterior de la energía perdida se refiere a la pérdida de energía potencial del agua que transporta el canal, pero no se corresponde exactamente con la pérdida de energía eléctrica, que sí es valorizable en unidades monetarias (U M).

La central en su conjunto tiene un rendimiento " η ", y sólo esta fracción de energía potencial hidráulica se convierte en eléctrica; por lo tanto " η " es el factor de proporcionalidad de energía potencial hidráulica a energía eléctrica.

La pérdida específica de energía eléctrica propiamente dicha, por unidad de longitud, será solamente:

$$\delta \cdot \eta \cdot g \cdot Q \cdot J \quad (\text{kW/m})$$

Para cada salto en particular debe estimarse su rendimiento global. A título de ejemplo exclusivamente, y sin gran rigurosidad, dada la fuerte variación que puede existir, se muestran a continuación rendimientos habituales de los distintos elementos de un salto de agua de mediana potencia (1):

<u>Elemento</u>	<u>Rendimiento %</u>
Entrada al canal	99
Canal de derivación	98
Tubería forzada	98
Turbina	85
Organos de la turbina	98
Generadores	92
Canal de desagüe	98

(1) SANTOS S., Fernando
 Apuntes de Máquinas Hidráulicas y Fluidos.
 Primera Parte: Turbinas Hidráulicas, pág. 13.
 Universidad de Navarra, 1981.

El rendimiento global de la central, sería el producto de todos los rendimientos:

$$\eta = 0.99 \times 0.98 \times 0.98 \times 0.85 \times 0.98 \times 0.92 \times 0.98$$

$$\approx 0.72$$

Si la energía eléctrica no es evaluada o vendida en la propia central, sino que se evalúa en plaza o lugar de distribución, no debe tomarse el rendimiento de la central exclusivamente, sino que debe considerarse también todo el complejo eléctrico de transmisión y distribución, con sus respectivos rendimientos. Para este caso, y también a título orientativo, se tienen los siguientes rendimientos parciales adicionales (1):

<u>Elemento</u>	<u>Rendimiento %</u>
Transformadores elevadores	96
Líneas de transporte alta tensión	93
Transformadores reductores	96
Líneas de transporte baja tensión	97

El rendimiento total del sistema bajaría en este caso a:

$$\eta = 0.72 \times 0.96 \times 0.93 \times 0.96 \times 0.97$$

$$\approx 0.60$$

Hay que tener en cuenta, sin embargo, que estos rendimientos dependen mucho del tamaño de la central, pues por efecto de escala, las pequeñas centrales tienen peores rendimientos que las grandes, ya que, en general, la energía producible tiene proporcionalidad con el volumen del material (po

(1) SANTOS S., F.
Obra citada, pág. 13.

tencia 3), mientras que las pérdidas energéticas varían más con las superficies (potencia 2), en forma similar, aunque más compleja, a las pérdidas volumétricas.

UTILIZACION ANUAL DE LA CENTRAL

Hasta el momento se ha supuesto que todo el caudal "Q" (m^3/s) que conduce el canal está siendo utilizado por la central; pero en realidad no es así, y el caudal de agua no utilizado es eliminado por el aliviadero de la cámara de carga de la central.

Incluso para la pérdida de energía eléctrica considerada hasta ahora, se ha supuesto que la central está consumiendo todo el caudal "Q", esto es, está trabajando a plena potencia, originando la pérdida energética tal y como ha sido calculada hasta el momento.

Sin embargo, las centrales eléctricas están destinadas a satisfacer necesidades de energía eléctrica muy variada, tales como: alumbrado, motores, hornos, etc. De acuerdo al número de estas necesidades, así como de la potencia que cada una de ellas requiera, dependerá la potencia que la central debe proporcionar para cubrir la demanda.

De hecho, esta demanda de energía eléctrica varía en cada época del año, en cada día del año e incluso, dentro de cada día, varía también a las distintas horas del día.

Por lo tanto, durante el año, la central no trabajaría a su máxima potencia, trabaja con carga variable de acuerdo a las necesidades de consumo. Naturalmente se exceptúa el caso de las centrales de base que trabajan a potencia continua.

Hay un concepto que relaciona el trabajo de la central con máxima potencia y con carga variable; a este concepto se le llama "Utilización Anual" y se define como el número de horas anuales "U" que debería trabajar la instalación a su plena carga, para que la energía producida sea igual a la que la central produce trabajando a carga variable en el año (1).

Matemáticamente, la utilización "U" se calcularía así:

$$U = \int_0^{T_a} P(t) dt / P \quad (\text{h/año})$$

siendo "P" la potencia instalada de la central, y " T_a " representa el tiempo de funcionamiento anual de la central.

Este tiempo " T_a " es el número total de horas del año:

$$T_a = 24 \times 365 = 8760 \text{ h/año}$$

al que se le puede descontar o no las horas en que la central no funciona (Potencia cero), horas que son invertidas en el mantenimiento de la central y reparación de posibles averías. Este tiempo de no funcionamiento puede considerarse del orden del 5% del total de horas del año, por lo " T_a " sería del orden de:

$$T_a = 0.95 \times 365 \times 24 \simeq 8300 \text{ h}$$

(1) RAMIREZ V., J. - BELTRAN V., L.
Centrales eléctricas. Enciclopedia CEAC de Electricidad, pág. 30.
Ediciones CEAC, S.A., 1980. 4a. Edición.

Dado que en el período de mantenimiento la potencia es nula, no habría in conveniente en definir en cualquier caso:

$$U = \int_0^{8760} P(t) dt/P \quad (\text{h/año})$$

Teniendo en cuenta que, en una central con canal de derivación, el salto bruto "H" (m) es prácticamente constante, y que la potencia puede expresarse como:

$$P(t) = \eta \delta g H Q(t) \quad (\text{W})$$

$$P = \eta \delta g H Q \quad (\text{W})$$

la utilización "U" puede también calcularse, sustituyendo en la integral, en función del caudal turbinado, Q(t), a lo largo del tiempo:

$$U = \int_0^{8760} Q(t) dt/Q \quad (\text{h/año})$$

Existe otro concepto alternativo que ayuda a medir el no aprovechamiento total del caudal "Q" máximo y es el del "factor de carga o utilización : f", y que se define como la relación entre el número de horas de utilización anual y el número total de horas al año (1). La expresión del factor de utilización "f" sería:

$$f = U/8760$$

A continuación se dan algunos valores generales de "U" y "f" a título orientativo:

(1) RAMIREZ V., J - BELTRAN V., L.
Obra citada, pág. 30.

	$\underline{U(h/a\bar{n}o)}$	\underline{f}
Para suministros de pequeñas ciudades	1200 - 2000	0.15 - 0.25
Para suministros de grandes ciudades	2000 - 3500	0.25 - 0.4
Para grandes suministros (regiones)	3500 - 5000	0.4 - 0.55

Es necesario aclarar que, para el caso de pequeñas centrales, estos valores pueden ser muy diferentes de los promedios de consumo de las ciudades. De otro lado, es claro que si se trata de una central independiente que alimenta una pequeña población, su utilización será similar a la de pequeñas ciudades no industriales.

Otra posibilidad sería si se tratara de una pequeña central interconectada a una red general de distribución eléctrica, pues en este caso se podría adoptar otras modalidades. Si fuera central de plena utilización o central de base, esto es, funcionando a plena potencia permanentemente (dejando la regulación del consumo a centrales hidroeléctricas con represa de almacenamiento o a centrales térmicas diesel o a turbinas de gas), la utilización será total, luego:

$$U = T_a \quad (h/a\bar{n}o)$$

$$f = U/T_a \simeq 0.95$$

Si fuera una central de punta, es decir, utilizada exclusivamente en horas punta (3 a 4 h/día) a plena potencia, y el resto del día desconectada (tal vez por estar rellenando su reservorio de acumulación diario), la utilización y factor de utilización serían:

$$3/24 \leq f \leq 4/24$$

$$1/8 \leq f \leq 1/6$$

$$U = f \cdot T_a \simeq 1000 \text{ a } 1400 \quad (h/a\bar{n}o)$$

De acuerdo a todo lo expuesto, la energía eléctrica anual perdida a causa del canal sería la correspondiente al número "U" de horas anuales equivalentes a la central trabajando a plena potencia, es decir, con caudal "Q" turbinable máximo:

$$\eta g Q J U \quad (\text{kW h/m.año})$$

COSTO DE LA PERDIDA ENERGETICA

Una vez obtenida la expresión que permite conocer la energía eléctrica perdida al año y por unidad de longitud del canal, el costo de esta energía será el producto del precio de venta de la energía " P_e " (UM/kWh), por la cantidad de energía perdida en estas condiciones.

Respecto al precio, hay que tener en cuenta si se define el precio de energía en central o el precio de energía ya puesta en el lugar de su consumo. En cada caso, el rendimiento global " η " de producción energética debe considerarse en central o en plaza, tal como corresponda a la situación particular.

La expresión del costo de la energía perdida sería:

$$\eta g Q J U P_e \quad (\text{UM/m.año})$$

Ahora bien, tanto " P_e " como " η " y " U " dependen del tipo y ubicación de la central y se encuentran de algún modo relacionados, de tal manera que su producto viene a significar el valor real de la energía eléctrica anual por kW instalado.

Considerando pues, el parámetro compuesto, denominado " P_0 " :

$$P_0 = \eta U P_e \quad (\text{UM/kW año})$$

Luego el costo quedaría así expresado:

$$C_0 = \delta g Q J P_0 \quad (\text{UM/m.año})$$

Esta expresión, bastante simplificada, no es definitiva y puede desarrollarse más, pues los valores de "Q" y "J" no son independientes entre sí: existe una relación entre ellos, dependiente de la geometría del canal, de las características de su revestimiento, así como de sus condiciones de flujo, que se desarrolla en los apartados siguientes.

GEOMETRIA DE LA SECCION DEL CANAL

Dentro de las formas de sección usadas en canales, la forma trapezoidal es la más común. Particularmente para los canales de alimentación para centrales hidráulicas, el hecho de ir revestidos de concreto les permite usar las paredes laterales verticales; este es el caso de los canales cuadrados o rectangulares.

Todas estas formas de sección poseen unos elementos geométricos comunes que sirven para facilitar cálculos relacionados con el diseño y construcción de canales.

Los elementos geométricos, esto es, las propiedades de la sección del canal que pueden ser definidos totalmente por la geometría de la sección y por el tirante de agua, que serán utilizados en este estudio por ser los

más frecuentemente usados en los cálculos de flujo en canales, se dan a continuación (1):

- . El tirante de agua "Y", es la distancia vertical desde el punto más bajo de la sección del canal hasta la superficie libre.

Es importante considerar el tirante de sección "d", que es la altura de agua normal a la dirección del flujo (2). Para un canal con una inclinación longitudinal o pendiente "J", esto es, con un ángulo "θ"

($J = \text{tg}\theta$) del lecho del canal con la horizontal, se tiene $d = Y \cos \theta$.

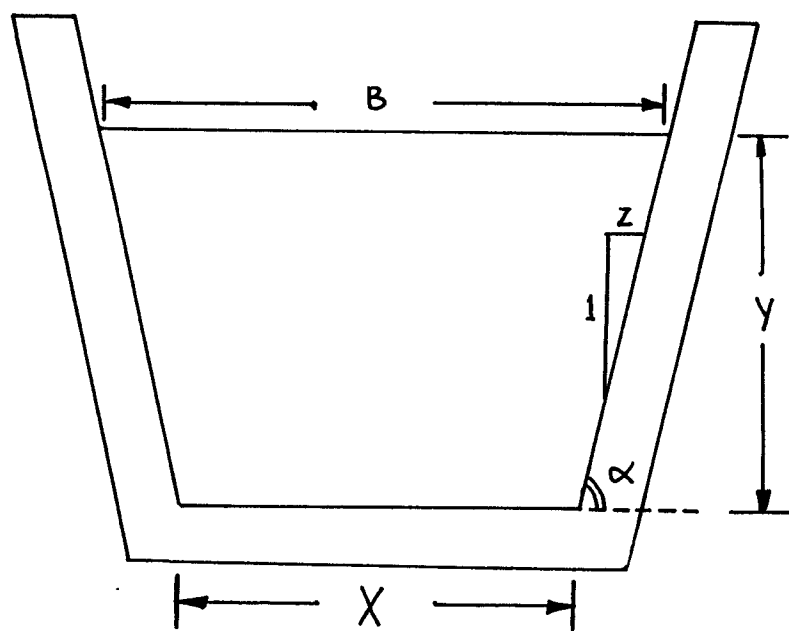
Para el caso de canales con un alto valor de pendiente, sería necesario considerar la diferencia que existe entre los valores de "Y" y "d"; pero no es éste el caso de los canales que ocupan el presente estudio, ya que en éstos se trata de mantener la altura de agua lo más posible, para lo cual se usan pendientes pequeñas, y tal como se explicó anteriormente puede considerarse:

$$\text{tg } \theta \simeq \text{sen } \theta \quad ; \quad \cos \theta \simeq 1$$

$$d = Y \quad (m)$$

- . La solera "X", es el ancho del fondo del canal (3).
- . El talud transversal "Z", es la cotangente del ángulo "α" de inclinación de las paredes del canal ($Z = \text{cotg } \alpha$).

(1) ORDÓÑEZ, A. y SALAS, J. "Tablas de diseños de Canales". pág. 3. Ministerio de Agricultura. Oficina General de Ingeniería y Proyectos. Departamento de Ingeniería. Lima, 1974.
 (2) VEN TE CHOW. Obra citada, pág. 27.
 (3) SCHOKLITSCH, A. Obra citada. Tomo II, pág. 261.



Sección recta del canal

Estas 3 dimensiones: "X", "Y", "Z" serán las variables independientes fundamentales a utilizar en el estudio de optimización. El resto de elementos de la geometría de la sección del canal, que se expresan a continuación, serán referidos a estas tres variables independientes.

- . El ancho superficial "B", es el ancho del canal en la superficie del agua:

$$B = X + 2 Z Y \quad (m)$$

- . El área "S", es el área mojada de la sección transversal normal a la dirección del flujo:

$$S = (X + YZ) Y \quad (m)$$

- . El perímetro mojado "P", es la longitud de la línea de intersección de la superficie o área mojada del canal con un plano normal a la dirección del flujo:

$$P = X + 2Y (1 + Z^2)^{1/2} \quad (m)$$

- . El radio hidráulico "R", es la relación entre el área "S" y el perímetro mojado "P":

$$\begin{aligned} R &= S/P = \\ &= (X + ZY)Y / X + 2Y (1 + Z^2)^{1/2} \quad (m) \end{aligned}$$

- . El tirante medio hidráulico "D", es la relación entre el área "S" y el ancho superficial "B":

$$\begin{aligned} D &= S/B = \\ &= (X + ZY)Y / (X + 2ZY) \quad (m) \end{aligned}$$

- . El factor de sección de flujo crítico "FSC", es el producto del área "S" y la raíz cuadrada del tirante medio hidráulico "D":

$$FSC = S/D^{1/2} \quad (m^{3/2})$$

- . El factor de sección de flujo uniforme "FSU", es el producto del área "S" y el radio hidráulico "R" elevado a la potencia 2/3 :

$$FSU = SR^{2/3} \quad (m^{8/3})$$

Cabe hacer la aclaración que la simbología adoptada es una mezcla de la simbología americana y europea, con la finalidad de utilizar letras mayúsculas para uso en el computador; y utilizando otro símbolo distinto cuando uno mismo significa distinto en Europa y América ("B", por ejemplo).

Las 3 variables esenciales de la geometría del canal (X,Y,Z), coinciden con las 3 variables independientes a optimizar en el presente estudio. La elección de estas letras para las variables independientes se justificaría en razón de que son las variables independientes por excelencia, usadas en la mayoría de cálculos matemáticos clásicos.

CONDICIONES DE FLUJO EN CANALES ABIERTOS

Dado que el agua es el elemento portador de la energía mecánica, que luego pasará a energía eléctrica, y siendo el agua conducida a través de un canal abierto, resulta muy importante conocer las leyes que gobiernan dicha conducción y las condiciones en que éstas se cumplen.

Como característica resaltante, aparece la complicación de la mecánica de fluidos en canales abiertos respecto a la mecánica de fluidos en conductos cerrados (1).

Se han establecido distintas clasificaciones de los flujos en canales, y para esto se han considerado algunas características del flujo a fin de determinar parámetros que permitan tipificarlos; así se ha llegado a números adimensionales como el de Reynolds o el de Froude que clasifican al flujo como permanente o no permanente, uniforme o variado, tranquilo o rápido, laminar o turbulento, etc.

Considerando la clasificación de flujo como laminar o turbulento, se ha llegado a la conclusión, luego de muchas observaciones y experiencias, que el flujo laminar ocurre muy raramente en la mayor parte de canales abiertos, y, más aún, su presencia requiere de condiciones muy especiales en los canales (2).

Como comprobación de ello, se aplica el número de Reynolds con la finalidad de ver el tipo de flujo.

Por definición:

$$R_e = VR / \nu$$

= v · h_c / ν

donde "V" es la velocidad media del agua; "R", el radio hidráulico y "ν" indica el valor de la viscosidad cinemática que se estima en unos 10⁻⁶ s/m² para una temperatura de 20°C.

(1) STREETER y WILIE. "Mecánica de los fluidos" pág. 611.
Mc Graw-Hill, 1979.

(2) VEN TE CHOW. Obra citada, pág. 17.

Se considera flujo laminar para $R_e < 500$, y turbulento para $R_e > 2000$, un flujo con " R_e " comprendido entre 500 y 2000 se considera como transitorio entre laminar y turbulento (1).

Otra manera de expresar " R_e ", considerando las definiciones de " V " ($= Q/S$) y de " R " ($= S/P$), sería:

$$\begin{aligned} R_e &= (Q/S) (S/P) / \nu \\ &= Q/P \end{aligned}$$

Para la no existencia de régimen turbulento pleno ($R_e < 2000$), se estiman a continuación los valores de perímetro mojado " P " requeridos para los caudales mínimo y máximo usados en este estudio:

$$\text{Para } Q = 0.1 \text{ m}^3/\text{s} : P > 50 \text{ m}$$

$$\text{Para } Q = 100 \text{ m}^3/\text{s} : P > 50,000 \text{ m}$$

Resultan unos valores exagerados y absurdos en canales con estos caudales, y más aún si se considera un $R_e < 500$ para flujo laminar pleno:

$$\text{Para } Q = 0.1 \text{ m}^3/\text{s} : P > 200 \text{ m}$$

$$\text{Para } Q = 100 \text{ m}^3/\text{s} : P > 200,000 \text{ m}$$

Teniendo en cuenta estos datos resulta un hecho la presencia siempre de flujo turbulento en los canales. Esto ha llevado a los estudiosos de la materia a deducir todas las fórmulas para estudio y descripción del flujo en conductos abiertos con el presupuesto de la existencia de flujo turbulento, y se considera buena la generalización para la mayoría de canales.

(1) STREETER y WILIE.
Obra citada, pág. 611.

Todas las características explicadas a continuación se ubican en el contexto de esta consideración generalizada.

CALCULO DE LA VELOCIDAD MEDIA EN UN CANAL

La relación existente entre el caudal "Q" y el área "S" de la sección recta del canal, el cociente de ambos, es la velocidad media del flujo de agua en el canal, tal como se ha explicado anteriormente:

$$V = Q / S \qquad \qquad \qquad (m/s)$$

En realidad existe una distribución de velocidades de flujo en la sección recta del canal, dependiente de muchos factores tales como el caudal, geometría, tipo de revestimiento, etc.

Teóricamente, la velocidad del fluido debe ser nula en las paredes del canal y generalmente aumenta conforme se aleja de ellas. El valor máximo se presenta debajo de la superficie libre, a una distancia de 0.05 a 0.25 veces el tamaño del tirante de agua, y el valor medio a una distancia aproximada de 0.6 veces el tamaño del tirante (1).

El tema que ocupa el presente apartado ha sido objeto de estudio de los investigadores desde mediados del siglo XVIII, y con el correr del tiempo se han propuesto gran número de fórmulas para realizar el cálculo de la velocidad del agua. Como en los inicios de toda investigación, los primeros resultados obtenidos aparecen ahora como cosa sin mayor fundamento.

(1) STREETER y WILIE.
Obra citada, pág. 613.

Conforme se fue investigando, se fue conociendo más sobre los factores que influyen sobre la velocidad media; en este sentido se dio un gran avance por parte de H. Darcy quien en 1857, luego de numerosas y exactas mediciones, demostró la influencia notable de la naturaleza del cauce mojado, y, desde ese entonces, todas las fórmulas consideran la influencia de este factor mediante el uso de los coeficientes de rugosidad del lecho del canal.

Pero alrededor de un siglo antes, ya el ingeniero francés A. Chézy había ideado una fórmula para el cálculo de la velocidad; usando una expresión de tipo monomio, que luego se convirtió en el tipo de mejor aceptación, la velocidad quedaba así definida (1) :

$$V = c (R J)^{1/2} \quad (m/s)$$

donde "R" representa el radio hidráulico del canal y "J" la pendiente del mismo, mientras que la constante "c" se denomina factor de resistencia del flujo, ó "c" de Chézy.

Esta inicial fórmula propuesta es bastante sencilla y de fácil manejo para cuestiones teóricas, y como se ve, considera en el factor "c" una resistencia del flujo, aunque, como ya se ha mencionado, es a partir de los estudios de Darcy que la idea de rugosidad es considerada en su real importancia.

Precisamente es en torno a "c" donde se centran las investigaciones a fin de determinar su naturaleza y de que otros factores depende; es decir, en definitiva, cómo reconocer el factor "c" para canales en distintas circunstancias de flujo.

(1) LINSLEY y FRANZINI. Obra citada, pág. 314.

Como resultado de estas investigaciones se propusieron varias expresiones para calcular "c", y es así como en el año 1869, los ingenieros suizos Ganguillet y Kutter presentan la llamada fórmula G.K. (1), cuya expresión es la siguiente:

$$c = (23 + 1/n + 0.00155/J) / (1 + (23 + 0.00155/J) n / R^{1/2})$$

De forma particular, Kutter presenta una alternativa de cálculo para este mismo factor en vista de simplificarlo y de hacerlo dependiente de menos parámetros; su expresión es la siguiente (2) :

$$c = 100 R^{1/2} / (m + R^{1/2})$$

En ambas fórmulas propuestas aparecen como valores nuevos los coeficientes "m" y "n" los cuales intentan dar razón de la rugosidad del cauce del canal; ellos son determinados experimentalmente, llegándose incluso a relacionarlos de la siguiente forma aproximada:

$$m \simeq 100 n - 1$$

Posterior a la fórmula G.K. aparece otra, propuesta nuevamente por un francés, y así en 1897 H. Bazin, quién trabajó junto con H. Darcy, presentó su fórmula para el cálculo de "c" (3):

$$c = 87 R^{1/2} / (\gamma + R^{1/2})$$

Aparece aquí " γ " con la misma finalidad que tienen "m" y "n" en las anteriores expresiones, y la determinación de su valor es, igualmente, de naturaleza experimental.

-
- (1) ACADEMIA HÜTTE DE BERLIN. "Manual del Ingeniero" Hütte III, pág.1067 Editorial Gustavo Gili S.A. Barcelona, 1971.
 (2) SCHOKLITSCH, A. Obra citada, Tomo I, pág. 100.
 (3) FERRERO, José H. "Manual de Hidráulica", pág. 22. Editorial Alhambra, S.A.

Cabe hacer una aclaración respecto a las fórmulas hasta el momento expuestas: todas ellas han sido expresadas de tal forma que sean usadas con unidades del Sistema Internacional; este detalle hace que aparezcan, algunas de ellas, distintas a su formulación original, pero está puesto con la idea de usar un único sistema de unidades para todas las magnitudes que aparecen en el presente estudio.

Otras fórmulas, ya no para el valor de "c", sino para la velocidad media y que difieren algo de la inicial de Chézy, son las propuestas por (1):

$$\text{Ph. Gauckler} \quad : \quad V = (1/n)J^{1/2} R^{2/3} \quad (\text{m/s})$$

$$\text{Ph. Forchheimer} \quad : \quad V = (1/n)J^{1/2} R^{0.7} \quad (\text{m/s})$$

El valor de "n" que aparece en ambas se puede tomar, con suficiente precisión, igual al de Ganguillet y Kutter.

Como cuestión especial, cabe mencionar que la expresión proporcionada por Gauckler es mucho más conocida o de mayor difusión, bajo el nombre de fórmula de Manning, aunque cronológicamente corresponda a Gauckler el haber tenido la primicia de la proposición, ya que él lo hizo en 1868, mientras que Manning presentó la fórmula en 1889. Pero, como para complicar la paternidad de la fórmula, es el mismo Manning quien menciona que la fórmula había sido sugerida por G.H.L. Hagen. Terciando en este asunto aparece Strickler quien también presentó independientemente la misma fórmula en 1923.

(1) SCHOKLITSCH, A. Obra citada, Tomo I, pág. 113.

El hecho de que muchas personas desarrollaran estudios sobre el tema, de manera independiente, explica la existencia de una misma fórmula bajo distintos nombres.

Para liquidar el asunto, no de la paternidad de la fórmula, sino del uso generalizado de una única fórmula para la velocidad media, la fórmula de Manning fue sugerida para uso internacional por Lindquist en Estocolmo (1933), siendo recomendada finalmente en 1936 en la tercera "World Power Conference" en Washington D.C. (1).

Considerando entonces la fórmula de Manning como la de uso internacional, resulta de lo más interesante compararla con la que podría considerarse como su precursora, la de Chézy:

$$v = (1/n)J^{1/2} R^{2/3} = c(RJ)^{1/2} \quad (\text{m/s})$$

$$\text{luego} \quad c = (1/n)R^{1/6} \quad (\text{m}^{1/2}/\text{s})$$

Esta última expresión proporciona una relación muy importante entre el "c" de Chézy y el "n" de Manning, llegándose a considerar la fórmula de Manning como variación de la fórmula de Chézy.

Las investigaciones en torno a éstos y otros aspectos continúan, pero, para el presente estudio, se ha considerado solamente lo expuesto en este apartado, prefiriéndose la fórmula de Manning por su extendido uso y fácil manejo.

Como referencia se indica a continuación el margen de variación de los valores de "n" que corresponden a distintas terminaciones, o acabados de

(1) VEN TE CHOW. Obra citada, pág. 98.

construcción, del concreto del revestimiento (1):

Concreto:	<u>"n"</u>		
	<u>Mínimo</u>	<u>Normal</u>	<u>Máximo</u>
Terminado con cuchara	0.011	0.013	0.015
Terminado con lechada	0.013	0.015	0.016
Terminado con grava en el fondo	0.015	0.017	0.020
Sin terminar	0.014	0.017	0.020

A modo de ejemplo, se exponen a continuación distintos valores de "n" obtenidos experimentalmente de canales reales con revestimiento de concreto (2):

<u>Obra</u>	<u>Anchura de superficie libre (m)</u>	<u>Pendiente (°/∞)</u>	<u>Radio hidráulico (m)</u>	<u>"n"</u>	
				<u>De hasta</u>	<u>Promedio</u>
Klamath Falls	3.35	0.55	0.33	0.0113	
		0.70	0.75	0.0148	0.0125
		0.68	0.32	0.0131	
King Hill, Idaho	2.61	1.81	0.55	0.0124	0.0128
		1.90	0.56	0.0133	
Pacific Gas & Electric Co.	1.22	1.99	0.30	-	0.0135
Lindsay - Strathmore California	1.75	0.96	0.37	0.0142	0.0143
				0.0143	
Hamilton Mill, Montana	2.13	0.61	0.59	-	0.0146
Yakima	1.71	1.49	0.43	-	0.0154

(1) VEN TE CHOW. Obra citada, pág. 108.

(2) SCHOKLITSCH, A. Obra citada, Tomo I, pág. 102.

VELOCIDADES MINIMA Y MAXIMA EN UN CANAL

Al hablar de velocidad de agua en un canal no se han establecido límites para su valor, pero siendo esta magnitud una característica determinante del tipo de flujo en el canal, debe estar entre ciertos límites dentro de los cuales se verifiquen las hipótesis previamente establecidas, aparte de que, como se verá luego, la velocidad puede afectar la estructura misma del canal.

Tan importante resulta el establecer límites para la velocidad del agua que, si el diseño económicamente óptimo obligara a excederlos, habría que desecharla. Por ello, en el proceso de cálculo habrá que chequear los valores resultantes de la velocidad, y si están fuera de los límites, se deben reconsiderar las dimensiones más económicas precisamente en el mismo límite.

El agua ocasiona problemas en un canal especialmente por su velocidad próxima a las paredes, que no es exactamente igual a la velocidad media, ni siquiera proporcional, pues, como se ha visto, la distribución de velocidades de flujo en la sección recta del canal es bastante difícil de determinar. De todas formas, la velocidad media es la referencia más próxima a toda esta problemática.

Uno de los problemas debidos a la velocidad del agua, que se presenta en los canales, es el de la sedimentación, y es problema porque disminuye la sección transversal normal a la dirección del flujo y, por lo tanto, el caudal que circula por el canal, que a su vez está relacionado directamente con la potencia producible por la central hidroeléctrica. Hay,

pues, que evitar la sedimentación, que no es otra cosa que el asentamiento sobre el lecho del canal de las pequeñas partículas, generalmente abrasivas, transportadas precisamente por el agua conducida en el canal.

Estas partículas se depositan sobre el lecho del canal debido a la insuficiencia de velocidad que no puede arrastrarlas; luego, la velocidad mínima permitida será la más baja velocidad que impida la sedimentación. Evidentemente este problema no existe, o se ve muy reducido, si el agua del canal no contiene casi partículas que pueden sedimentar. Por lo general, el agua usada para centrales hidroeléctricas contiene cierta cantidad, pero pequeña, de estas partículas, ya que dispone habitualmente de un desarenador apropiado, a continuación de la bocatoma del canal, al comienzo del mismo. Por otra parte, esta sedimentación favorece un menor desgaste de los álabes de la turbina, pero exige una limpieza anual o semestral del canal, de las partículas arrastradas por el viento y depositadas en el canal a lo largo de toda su trayectoria.

De todas formas, se requiere un límite inferior de velocidad en el canal, para evitar el crecimiento de musgo en las paredes del canal, lo cual acontece con agua estancada o casi estancada por su poca velocidad de circulación; este fenómeno aumentaría el coeficiente de rugosidad de las paredes y solera del canal, disminuyendo el caudal de alimentación.

Para evitarlo, debe fijarse el límite de velocidad mínima en 0.75 m/s (1). Otro problema bastante grave en canales no revestidos, pero menos frecuente en los revestidos, es el de la erosión. Este fenómeno consiste en la

(1) VEN TE CHOW
Obra citada, pág. 152.

devastación o destrucción del lecho del canal por efecto de la alta velocidad del agua conducida y el material abrasivo que lleva el agua en suspensión.

Al igual que la sedimentación, la erosión puede variar el coeficiente de rugosidad del canal y consecuentemente el caudal y la cantidad de potencia producible; pero lógicamente, la gravedad del problema está en la destrucción del canal mismo.

Se impone también, por lo tanto, un control en el proceso de cálculo sobre las velocidades máximas permisibles en el canal. En el caso específico de revestimiento de concreto, se tomará como velocidad máxima permisible la de 12 m/s para el caso de conducir agua sin sedimento abrasivo, pero no debería exceder los 4 m/s el agua con sedimento abrasivo (1).

EXPRESION GENERAL DEL COSTO DE ENERGIA PERDIDA

En la última expresión deducida para el costo de energía perdida, quedó por relacionar los valores del caudal "Q" y de la pendiente "J"; a este fin han colaborado los apartados precedentes sobre las condiciones de flujo en canales abiertos y su geometría.

De lo expuesto se puede obtener una relación muy importante, al igualar la expresión general de velocidad media con la proporcionada por Manning:

(1) LINSLEY y FRANZINI
Obra citada, pág. 333.

$$Q/S = (1/n)J^{1/2} R^{2/3} \quad (\text{m/s})$$

$$\text{luego } J = n^2 Q^2 / (S^2 R^{4/3}) \quad (\text{m/m})$$

Reemplazando esta expresión de la pendiente "J" en la del costo de energía perdida, se tiene:

$$C_0 = g (n^2 Q^3 P_0) / (S^2 R^{4/3}) \quad (\text{UM/m.año})$$

A fin de simplificar la expresión obtenida y dado que el coeficiente "n" y el caudal "Q" son características propias del canal, y que "P₀" representa el precio equivalente de la energía producida a partir del agua conducida por el canal, su conjunción, tal como aparece en la fórmula, puede considerarse un parámetro constante e independiente de las dimensiones geométricas del canal.

Dicha expresión se denominará, en adelante, factor de energía "F",

$$F = n^2 Q^3 P_0 \quad (\text{UM} \cdot \text{m}^{10/3} \cdot \text{s}^2/\text{año})$$

quedando el costo de la energía perdida expresado, de manera definitiva, de la siguiente forma:

$$C_0 = g F / (S^2 R^{4/3}) \quad (\text{UM/m.año})$$

CAPITULO III

COSTO DE CONSTRUCCION DE CANALES DE ALIMENTACION

FACTOR DE AMORTIZACION DEL CAPITAL E INTERESES

El costo de la energía dejada de producir, por la necesaria inclinación o pendiente que ha de darse al canal, es un costo continuo, temporal: se da en el tiempo, proporcional (aproximadamente) al tiempo que transcurre; un costo que se expresa por unidad de tiempo, por ejemplo, UM/año, y que empieza a costar a partir de la puesta en marcha de la central.

En cambio, el costo de construcción del canal es previo a la puesta en marcha de la central, y, en definitiva, viene dado en unidades monetarias (UM) no temporales, totales y no por año, por lo tanto.

Es necesario homogenizar las unidades del costo de pérdidas energéticas y las del costo de inversión para que puedan sumarse y hallar su mínimo. Quizá el sistema más sencillo sería repartir el capital de inversión entre todos los años de vida útil previstos para el funcionamiento de la central; pero esto significa no valorar el costo del dinero en sí mismo, que tiene un precio medible por el interés del capital.

Hay un hecho real que quizá puede ayudar a determinar con más precisión un coeficiente que transfiere el costo de inversión atemporal en un costo unitario, por unidad de tiempo (por año). Este hecho se refiere a intentar construir la central con un préstamo monetario e ir amortizándolo con sus intereses a cuotas constantes anuales, una vez comenzado el funciona-

miento de la misma en que empieza a producir rentas por la venta de energía, y hasta el final de su vida útil.

Es evidente que tanto las pérdidas energéticas anuales en el canal, como la cuota constante anual de amortización e intereses (que mide la inversión en un período anual), son ya comparables, homogéneas en el tiempo, sumables y capaces de ser reducidas al mínimo posible.

INTERES DEL CAPITAL DE INVERSION

En general, para realizar cualquier tipo de construcción es habitual recurrir a un préstamo de capital para poder efectuar determinado trabajo. Sin embargo, los resultados matemáticos que se obtendrán serán independientes de la forma en que se haya de financiar la construcción.

Este préstamo de capital siempre va acompañado de una tasa de interés "i" que representa el pago que se hace al prestamista por el uso del dinero y, de alguna manera, representa el costo de éste.

Otra característica del préstamo es el número de períodos en que se debe pagar o amortizar el mismo. Este número de períodos "N", que generalmente se cuenta en años, se hará coincidir con la vida útil que tendrá la construcción, al objeto de obtener el valor real promedio anual del costo de inversión.

La magnitud del capital "C" prestado estará en relación directa con el tamaño del diseño admitido para la construcción a realizar y será, por lo tanto, variable.

Por otra parte, existen dos tipos de interés: el simple y el compuesto. El interés simple se usa aún comúnmente para préstamos a corto plazo o de bajo interés, y su uso implica el cálculo de intereses una sola vez, al final del período concertado para el préstamo. Un capital "C" puesto bajo un interés "i", en un período de "N" años se convertirá al final de éste en (1) :

$$\begin{aligned} C + C i N &= \\ = C (1 + iN) &\quad \text{(UM)} \end{aligned}$$

Supuesto el caso de tener que pagar un préstamo, acordado bajo condiciones como las arriba mencionadas, mediante la modalidad de pago de cuotas constantes anuales, la deuda quedará saldada cuando el monto del capital prestado más sus intereses ganados sea igual a la suma de los montos de las cuotas más sus intereses respectivos.

Una manera de realizar este cálculo es suponer que se coloca, al inicio de cada año, la cuota anual "Ca" en un banco al interés "i", capitalizando al final de cada año y volviendo a repetir la operación al año siguiente, pero añadiendo además la cuota "Ca" correspondiente al año que se inicia.

(1) STEPHEN P. SHAO
Matemáticas y Métodos cuantitativos para Comercio y Economía. pág.284
SOUTH WESTERN PUBLISHING Co. 1978. Cincinnati OHIO. EUA.

El acumulado total de esta operación al final del período de "N" años será:

$$Ca(1+i) + Ca(1+2i) + Ca(1+3i) + \dots + Ca(1+Ni) \quad (\text{UM})$$

Donde "Ca(1+i)" representa el monto de la última cuota "Ca" capitalizada, "Ca(1+2i)" es el monto de la penúltima cuota y sus respectivas capitalizaciones, así hasta llegar a "Ca(1+Ni)" que es el monto de la primera cuota y sus capitalizaciones.

Esta suma o acumulado puede representarse así:

$$Ca(1+i) + (1+2i) + (1+3i) + \dots + (1+Ni) \quad (\text{UM})$$

Se puede apreciar una serie aritmética de razón "i" con "N" términos, cuya suma se puede expresar como:

$$\begin{aligned} & Ca(N((1+i) + (1+Ni))/2) \\ & = Ca(N + Ni(N+1)/2) \end{aligned} \quad (\text{UM})$$

Igualando los montos de capital y cuotas anuales:

$$\begin{aligned} C(1+Ni) &= Ca(N + Ni(N+1)/2) \\ Ca &= C((1+Ni)/(N + Ni(N+1)/2)) \end{aligned} \quad (\text{UM/año})$$

Con esto se ha obtenido la manera de convertir el capital "C" en una anualidad "Ca". El factor que multiplica a "C" se puede denominar factor de amortización "A", y permite calcular la anualidad con la cual amortizar el préstamo (1):

$$\begin{aligned} Ca &= AC \quad (\text{UM/año}) \\ A &= (1+Ni)/(N + Ni(N+1)/2) \quad (\text{año}^{-1}) \end{aligned}$$

(1) ESCOLA, Rafael
Obra citada, pág. 64.

El caso del interés compuesto es el más común, el de mayor uso para préstamos a largo plazo o con intereses más altos como son los actuales; los intereses se calculan para más de un período. El interés de cada período se suma (compuesto o invertido) al capital, antes de calcular el interés para el siguiente período. La suma final al terminar el período de préstamo se llama monto compuesto (1).

Así se tendría que un capital "C" en un año se convertiría, a la tasa de interés "i", en: $C(1 + i)$ (UM)

En el segundo año sería: $(C(1 + i))(1 + i) =$
 $= C(1 + i)^2$ (UM)

En el tercero : $(C(1 + i)^2)(1 + i) = C(1 + i)^3$ (UM)

Generalizando para "N" años: $C(1 + i)^N$ (UM)

Evidentemente, si el interés "i" es pequeño respecto a la unidad, por el desarrollo binomial de Newton, se tendría:

$$(1 + i)^N = 1 + Ni + \frac{N(N - 1)}{2}i^2 + \frac{N(N - 1)(N - 2)}{6}i^3 + \dots$$

Despreciando las potencias de "i" mayores que la unidad, caso de ser "i" pequeño, el desarrollo quedaría:

$$(1 + i)^N \simeq 1 + Ni$$

correspondiente a la fórmula de interés simple anteriormente expuesta.

Suponiendo iguales condiciones que para el interés simple, excepto que la cuota anual "Ca" se coloca en el banco al final de cada período, el acumu

(1) STEPHEN P. SHAO
 Obra citada, pág. 286.

lado de las cuotas anuales con sus intereses ganados será:

$$Ca + Ca(1 + i) + Ca(1 + i)^2 + \dots + Ca(1 + i)^{N-1} \quad (\text{UM})$$

En este acumulado, "Ca" representa la última cuota anual, "Ca(1 + i)" es la penúltima cuota con sus intereses, y así hasta llegar a "Ca(1 + i)^{N-1}" que es la primera cuota y sus intereses.

También aquí se puede expresar el monto como:

$$Ca (1 + (1 + i) + (1 + i)^2 + \dots + (1 + i)^{N-1}) \quad (\text{UM})$$

En este caso se aprecia una serie geométrica de razón "(1 + i)", con "N" términos, cuya suma puede expresarse así:

$$\begin{aligned} & Ca(1(1 - (1 + i)^N)/(1 - (1 + i))) = \\ & = Ca((1 + i)^N - 1)/i \end{aligned} \quad (\text{UM})$$

Igualando montos de capital prestado y cuotas:

$$C(1 + i)^N = Ca((1 + i)^N - 1)/i$$

$$\text{despejando: } Ca = C(i(1 + i)^N / ((1 + i)^N - 1)) \quad (\text{UM/año})$$

Con lo cual se ha obtenido la anualidad a pagar en caso de interés compuesto, y el factor de amortización a usar es el que aparece multiplicando a "C" (1):

$$A = i(1 + i)^N / ((1 + i)^N - 1) \quad (\text{año}^{-1})$$

(1) TSUGUO, Nozaki

Guía para estimación preliminar de los metrados y costos para la estructura de una central hidroeléctrica.

Ministerio de Energía y Minas Perú - 2a. Edición 1985 - pág. 113.

Este coeficiente ha sido obtenido por cálculo en términos de un empréstito con características especialmente adaptadas al estudio en cuestión, pero Eugene L. Grant explica que aunque ha sido deducido con respecto a un determinado tipo de financiamiento, los totales calculados son los costos anuales equivalentes y por lo tanto ésta es la mejor forma de medir el valor del dinero a lo largo del tiempo, independientemente del tipo de financiamiento usado (1).

A pesar de dicha afirmación, no deja de ser cierto que el coeficiente se encuentra afectado directamente por el tipo de interés empleado, el cual debe ser elegido teniendo en cuenta las circunstancias particulares de cada caso. Por supuesto, en todo momento se ha hecho la suposición de que el interés utilizado "i", es el interés real del dinero, previamente deflacionado para que no incluya la deteriorización de la moneda con el tiempo. Considerando estos puntos, la selección del tipo de interés a usar para determinado caso, tendrá una considerable influencia sobre el diseño óptimo.

Retornando al punto de la vida útil o duración de la central hidráulica, es práctica general considerarla menor que la vida útil probable. Esta idea se ve apoyada por la actuación combinada de diversos factores, entre los que se cuentan los desastres naturales, que reducen la vida total de servicio. Más en favor de esta práctica: para estructuras de larga vida útil, una diferencia grande en la estimación de dicha vida tiene un efecto menor sobre el costo anual que una diferencia moderada en la tasa de interés. Así, por ejemplo, si se toma una vida útil de 45 años y se au-

(1) LINSLEY y FRANZINI
Obra citada, pág. 446.

menta a 100, y al mismo tiempo el interés utilizado se aumenta del 8 al 10%, el incremento del costo anual debido al aumento de la tasa de interés es superior a la reducción de costo por considerar una duración más larga.

En caso de que la construcción requiera de bienes con necesidad de seguros contra accidentes, el costo de este seguro es un cargo de inversión y, por lo tanto, puede incluirse en el interés "i" del capital. Tratamiento similar reciben los bienes sujetos a los impuestos generales a la propiedad basados en auto-avalúos. En estas condiciones, el interés a usar se determina multiplicando la tasa de impuesto aplicada por la relación probable del avalúo entre el costo inicial (1).

Condiciones distintas a las expuestas, que pueden considerarse como las más generales, merecen tratamiento especial para determinar el interés a usar. Este tratamiento es más complejo y escapa al alcance del presente estudio.

TIPOS DE REVESTIMIENTO USADOS PARA CANALES

La finalidad con que se hace el revestimiento del lecho del canal no es otra que prevenir la erosión y disminuir las pérdidas de agua por filtración, así como las pérdidas de carga por fricción. El revestimiento considerado en este estudio es de concreto, siendo el de uso casi general en todos los canales revestidos, variando sus características de rugosidad o espesor de acuerdo a las condiciones particulares de cada caso.

(1) LINSLEY y FRANZINI. Obra citada, pág. 448.

Existen otros tipos de revestimiento tales como asfalto, tablaestacado de madera o concreto, gaviones de grava y tela metálica, entre otros. Todos los resultados de este estudio pueden utilizarse para revestimiento no de concreto, con tal de usar los espesores, coeficientes de rugosidad y precios correspondientes a estos materiales, sin otra mayor disquisición.

El revestimiento de concreto usualmente es el más satisfactorio para canales de derivación, debido a su permanencia y a su permeabilidad. Esta última característica muchas veces no se debe en exclusiva al concreto; de la experiencia adquirida en canales de grandes dimensiones se llegó a un procedimiento para efectuar los revestimientos a base de concreto. Se emplea para ello una capa de concreto tan pobre en cemento que al principio no resulta impermeable; sirve solamente de defensa contra la erosión y constituye una base de apoyo para los lógamos que se sedimentan y tapan los poros del inicial revestimiento, lográndose así su impermeabilidad (1).

Sin embargo, en canales de centrales hidráulicas, que deben soportar cierto empuje de tierra, no siempre es posible utilizar concreto de baja clasificación para lograr cierto abaratamiento de su costo.

En la elección del tipo o calidad de concreto a usar en el revestimiento, influye de manera importante la rugosidad del mismo, ya que según esta característica se tendrán mejores o peores condiciones de flujo que afectarán al caudal de agua conducida en el canal.

(1) SCHOKLITSCH, A. Obra citada, Tomo II, pág. 255.

Como dato constructivo a considerar se debe mencionar la presencia de una subpresión debajo del revestimiento cuando el canal está vacío que puede causar serio daño (1). Asimismo, es muy importante disponer de drenaje de agua de lluvia del cerro, por debajo del canal, para evitar empujes de tierra superiores a los previstos que puedan destruir o desplazar el canal.

Sería conveniente, para la permeabilidad, que el revestimiento sea continuo; pero definitivamente, un revestimiento sin juntas no es factible, debido a que el fraguado del concreto, las variaciones de temperatura y los asientos del terreno originan deformaciones y variaciones de longitud que provocan grietas en el concreto.

Por este motivo, la construcción del revestimiento requiere la disposición de juntas de dilatación cada 5 ó 10 m de longitud (2). Estas juntas se hacen sin impermeabilización especial, pero se rellenan con asfalto en caliente.

FORMULACION DEL COSTO DE REVESTIMIENTO

El volumen de concreto para revestir el canal estará determinado por el producto del área de la sección transversal de revestimiento " S_1 ", por la longitud del segmento de canal considerado. Teniendo en cuenta esto, el

(1) LINSLEY y FRANZINI. Obra citada, pág. 335.

(2) NOZAKI, Tsuguo
Guía para la elaboración de proyectos de pequeñas centrales hidroeléctricas destinadas a la electrificación rural del Perú. pág. 20.
JICA (Japan International Cooperation Agency), 1980.

volumen por unidad de longitud será:

$$S_1 \quad (\text{m}^3/\text{m})$$

Para facilitar los cálculos posteriores, es conveniente definir un espesor equivalente "E", para el revestimiento, el cual puede considerarse, a efectos prácticos, como la relación o el cociente entre "S₁" y el perímetro mojado "P" de la sección recta del canal:

$$E = S_1/P \quad (\text{m})$$

De esta relación se puede obtener una expresión para "S₁" :

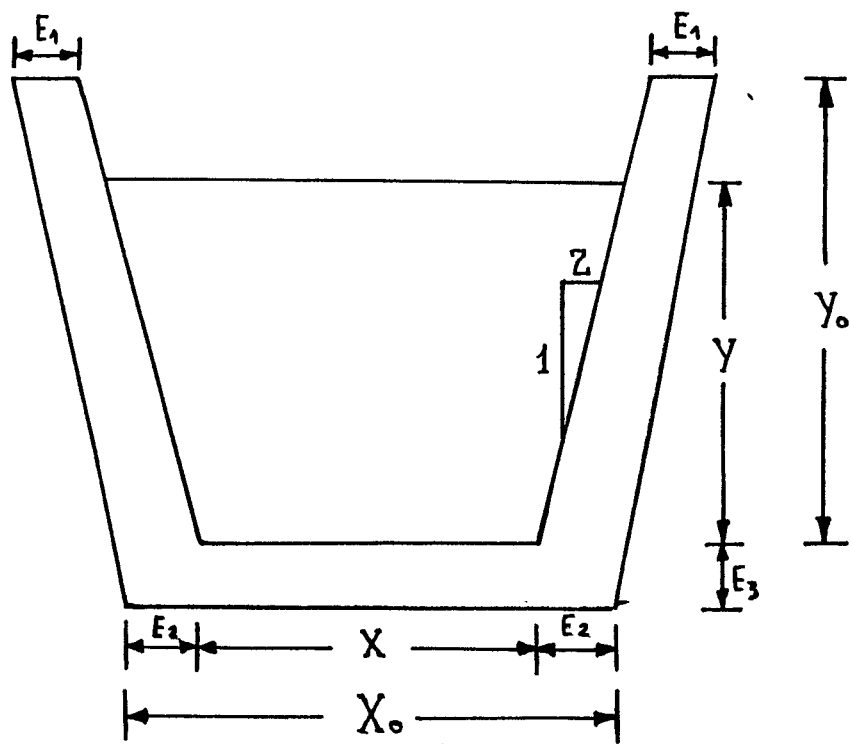
$$\begin{aligned} S_1 &= E P = \\ &= E(X + 2Y(1 + Z^2)^{1/2}) \quad (\text{m}^3/\text{m}) \end{aligned}$$

Si el costo específico de construcción en concreto por metro cúbico es "P_C" (UM/m³), el costo de revestimiento será:

$$\begin{aligned} P_C S_1 &= \\ &= P_C E P = \\ &= P_C E(X + 2Y(1 + Z^2)^{1/2}) \quad (\text{UM}/\text{m}) \end{aligned}$$

El producto del espesor "E" y del precio "P_C", puede considerarse como un solo parámetro que proporcionaría el precio de construcción del canal por metro cuadrado de revestimiento; esta idea encuadraría mejor la concepción del costo de revestimiento como función del área específica "P" de revestimiento, expresada, ya que ahora es una superficie específica, en (m²/m).

Tratando de explicitar un poco más el valor del espesor equivalente constante "E", de la figura que se muestra a continuación puede deducirse la



Sección recta del revestimiento del canal

siguiente relación, que proporciona un valor general del espesor "E":

$$E = S_1/P = (E_3(X + 2E_2) + Y_0(E_1 + E_2)(1 + Z^2)^{1/2}) / (X + 2Y(1 + Z^2)^{1/2}) \quad (m)$$

Suponiendo, como es habitual, un valor para "Y₀" de un 20% a 30% superior al tirante "Y", podría considerarse, para el caso de pequeños y medianos canales (para canales grandes se estudia más adelante):

$$Y_0 = 1.3Y \quad (m)$$

y de ello se deduce con suficiente aproximación: $E \simeq 1.2 E_0$, siendo "E₀" el espesor real promedio de concreto del revestimiento. De todas maneras, aparte de lo expuesto, esta determinación de "E" sigue siendo un problema del ingeniero constructor, que afrontará cada caso particular de acuerdo a su criterio de diseño del canal.

El presente estudio se limita a dar pautas generales, pero dejando amplia libertad para la aplicación de las mismas a los detalles particulares de cada caso. Por lo tanto, los resultados a obtener serán igualmente válidos, independientemente de que el canal tenga espesores variables en sus paredes laterales y/o solera del mismo, o bien de que tenga revestimiento de espesor constante continuo (esto es: $E_1 = E_2 = E_3 = E_0$).

EXCAVACION DEL CANAL

La forma de excavar el canal tiene una gran importancia y abarca dos aspectos fundamentales: el económico, en lo que se refiere al costo de la excavación de determinada cantidad de material, así como de su movimiento;

y el de seguridad, en cuanto a la estabilidad del terreno sobre el cual queda construido el canal.

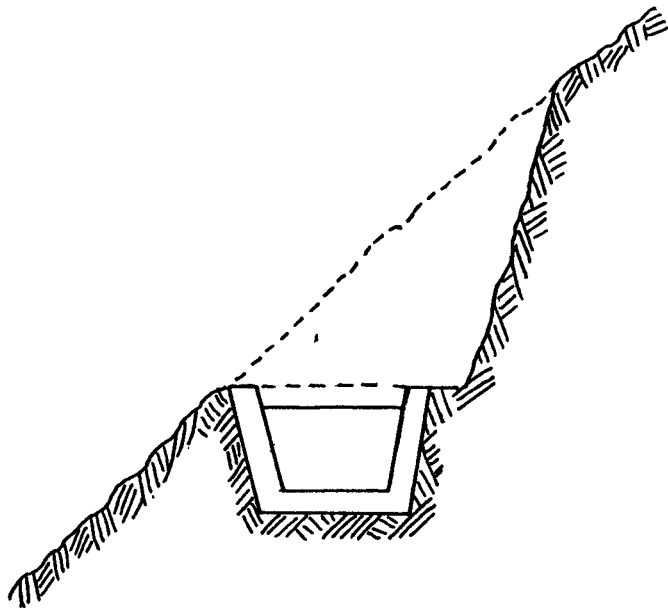
Básicamente, existen dos formas de excavar un canal que discurre por la ladera de un cerro: por desmote puro, y por desmote con terraplén.

Por lo general, el canal discurre, con su respectiva pendiente, por la ladera de un valle con un talud determinado. Excavar el canal sobre esta ladera requerirá excavar una parte de ésta con la finalidad de obtener un escalón plano sobre el cual profundizar el lecho del canal. La excavación para obtener el escalón plano se debe hacer hasta conseguir un talud seguro del terreno, y evitar así deslizamientos que puedan destruir el canal o impedir su construcción.

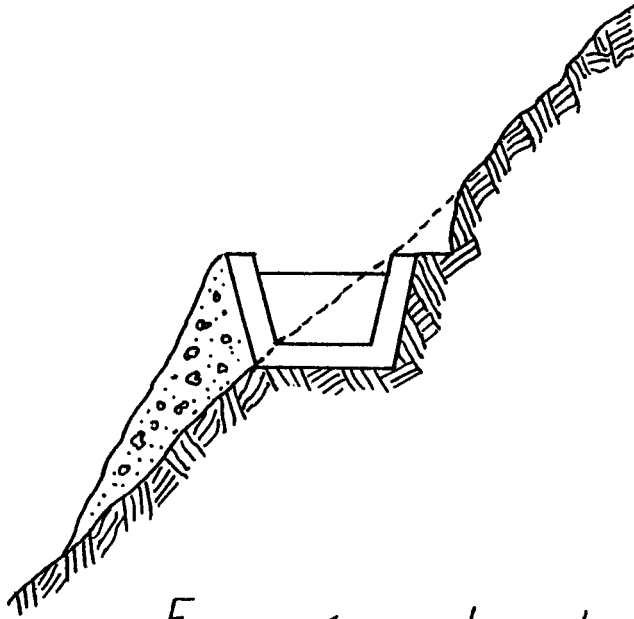
La excavación por desmote puro considera el escalón plano con el ancho adecuado para excavar sobre él toda la sección del canal; mientras, la excavación por desmote con terraplén considera sólo una parte de la sección del canal excavada sobre el escalón, completando la otra parte con el adecuado terraplén de la tierra excavada anteriormente de la ladera.

En ambos casos el volumen total de excavación será la suma de lo excavado sobre la ladera y de lo excavado sobre el escalón, es decir, de la excavación para la sección del canal en sí.

Considerando el volumen de tierra movido, por desmote puro hay más volumen que por desmote con terraplén; pero el hecho de hacer el terraplén significa un gasto adicional, también, ya que implica compactación del material del terraplén.



Excavación por desmonte puro



Excavación por desmonte con terraplén

Considerando la estabilidad del terreno, la excavación por desmonte con terraplén no es recomendable por problemas de deslizamientos potenciales provocados por lluvias o movimientos sísmicos (1), en los cuales resulta de vital importancia la diferencia de compactación del terreno (2).

Por lo tanto, en los cálculos que siguen, adoptando el mismo criterio de estabilidad del terreno como fundamental, se considerará solamente excavación por desmonte puro, por ofrecer mejores condiciones de seguridad bajo los mismos problemas ya mencionados (3).

FORMULACION DEL COSTO DE EXCAVACION

La sección recta total de excavación " S_2 " incluye la sección de excavación necesaria en la ladera superior (S_0), para preparar el escalón por donde discurrirá el lecho del canal, y el cual, a su vez, consta de la sección de excavación correspondiente al espacio interior del canal en sí (S_3); esta última sección consta, a su vez, del área mojada del canal (S) y de su parte superior libre, por la cual no circula agua.

Como se ve, en la figura:

$$S_2 = S_0 + S_1 + S_3 \quad (m^2)$$

(1) HÜTTE

Manual del Ingeniero, Tomo III, pág. 150.
2a. Edición. Editorial Gustavo Gili, S.A., 1950.

(2) SCHOKLITSCH, A. Obra citada, Tomo II, pág. 253.

(3) RAMIREZ - BELTRAN. Obra citada, pág. 105.

Considerando diseños habituales para canales de pequeñas y medianas centrales, se realizan a continuación cálculos y simplificaciones para obtener expresiones manejables para cada una de las secciones de excavación consideradas.

Para " S_0 " se tienen las siguientes deducciones geométricas:

$$S_0 = (B_0 + 2E_1 + W)N/2 \quad (m^2)$$

$$T_1 = (B_0 + 2E_1 + W + M)/N \quad (m/m)$$

$$T_0 = M/N \quad (m/m)$$

$$W \approx 0.15 (B_0 + 2E_1 + 1) \quad (m)$$

$$\text{Despejando "M" de "T}_0\text{" : } M = T_0 N \quad (m)$$

Reemplazando en " T_1 " :

$$T_1 = (B_0 + 2E_1 + W + T_0 N) / N \quad (m/m)$$

$$\text{Despejando "N" : } N = (B_0 + 2E_1 + W) / (T_1 - T_0) \quad (m)$$

Llamando a la diferencia de taludes ($T_1 - T_0$) talud equivalente " T ", la anterior expresión quedaría:

$$N = (B_0 + 2E_1 + W) / T \quad (m)$$

Luego la sección " S_0 " se expresaría así:

$$S_0 = (B_0 + 2E_1 + W)^2 / 2T \quad (m^2)$$

Reemplazando " W " por su valor estimado habitual en función de " B_0 ", se tendría:

$$S_0 = (B_0 + 2E_1 + 0.15 (B_0 + 2E_1 + 1))^2 / 2T \quad (m^2)$$

Asumiendo, a fin de simplificar y con buena aproximación, un valor de 1.2 B_0 para el término cuadrático, la expresión se simplifica a:

$$S_0 = (1.2 B_0)^2 / 2T = 0.72 B_0^2 / T \quad (\text{m}^2)$$

$$B_0 = (X + 2Y_0 Z) \quad (\text{m})$$

$$Y_0 = 1.3 Y \quad (\text{m})$$

finalmente queda:

$$S_0 = 0.72 (X + 2.6 Y Z)^2 / T \quad (\text{m}^2)$$

Para determinar también expresiones simples en las secciones de excavación del lecho del canal, trabajando con una serie de diseños clásicos (1), se han observado una serie de relaciones entre " S_3 " y " S ", y entre " S_1 " y el total de volumen del lecho que se necesita excavar: $S_1 + S_3$.

Tales relaciones, con sus respectivos datos se recogen en la tabla que a continuación se presenta:

(1) NOZAKI, Tsuguo
 Obra citada "Guía para la elaboración de Proyectos ...".
 págs. 48, 49 y 50.

	<u>Y</u> (m)	<u>S</u> (m ²)	<u>S₁</u> (m ²)	<u>S₃</u> (m ²)	<u>S₁ + S₃</u> (m ²)	<u>S₃/S</u>	<u>S₁/(S₁ + S₃)</u>
Z = 0.1	0.3	0.126	0.1774	0.1909	0.3654	1.5155	0.4774
	0.5	0.35	0.3387	0.504	0.8427	1.44	0.4019
	0.7	0.686	0.5501	0.9657	1.5159	1.4078	0.3629
	1.0	1.4	0.9558	1.9372	2.893	1.3837	0.3303
Z = 0.2	0.5	0.35	0.3322	0.504	0.8362	1.44	0.397
	0.7	0.686	0.5396	0.9657	1.5054	1.4078	0.3584
	1.0	1.4	0.9378	1.9372	2.8750	1.3837	0.3261
	1.5	3.15	1.8334	4.3	6.1334	1.365	0.2989
Z = 0.3	0.7	0.686	0.5291	0.9657	1.4949	1.4078	0.3539
	1.0	1.4	0.9198	1.9372	2.857	1.3837	0.3219
	1.5	3.15	1.7989	4.3	6.0989	1.365	0.2949
	2.0	5.6	2.963	7.5922	10.5552	1.3557	0.2807

A partir de esta tabla y mediante regresión lineal por mínimos cuadrados de los valores obtenidos, se pueden establecer las siguientes relaciones:

$$S_3 \approx 1.4 S \quad (\text{m}^2)$$

$$S_1 / (S_1 + S_3) \approx 0.3$$

Combinando adecuadamente ambas relaciones se llega a un valor aproximado para "S₁" de:

$$S_1 \approx 0.6 S \quad (\text{m}^2)$$

Por lo tanto, la suma de " S_1 " y " S_3 " resulta ser aproximadamente el doble del área mojada del canal:

$$\begin{aligned} S_1 + S_3 &= 2S \\ &= 2(X + YZ)Y \quad (\text{m}^2) \end{aligned}$$

Obtenidas estas expresiones, la sección S_2 quedaría como sigue:

$$S_2 = 2(X + YZ)Y + 0.72(X + 2.6YZ)^2/T \quad (\text{m}^2)$$

Si el costo específico de excavación por metro cúbico fuera " P_v " (UM/m³), el costo de excavación será:

$$P_v S_2 \quad (\text{UM/m})$$

EXPRESION GENERAL DEL COSTO ANUAL ESPECIFICO DE CONSTRUCCION

En las secciones precedentes referidas a los costos de revestimiento y de excavación, se establecieron dichos costos como unidades monetarias por metro lineal de canal, insistiéndose en la necesidad de referirlos a una misma unidad de tiempo, a fin de manejar magnitudes homogéneas. Con los factores de amortización se alcanza este fin; entonces los nuevos costos en el tiempo tienen también nuevas formulaciones:

. Para el costo equivalente anual de revestimiento:

$$C_1 = A P_c E P \quad (\text{UM/m.año})$$

Haciendo un sólo parámetro del producto del factor de amortización " A ", del precio o costo específico de construcción en concreto " P_c " y del espesor equivalente " E ", que se denominará " P_1 " expresado en (UM/m².año),

entonces este costo simplifica su expresión a:

$$C_1 = P_1 P \quad (\text{UM/m.año})$$

. Para el costo equivalente anual de excavación:

$$C_2 = A P_v S_2 \quad (\text{UM/m.año})$$

En este caso el producto del factor de amortización "A" y del costo específico de excavación " P_v " conforman el parámetro denominado " P_2 " expresado en (UM/m³.año). El costo de excavación pasa a expresarse así:

$$C_2 = P_2 S_2 \quad (\text{UM/m.año})$$

Y el costo total:

$$C_1 + C_2 = P_1 P + P_2 S_2 \quad (\text{UM/m.año})$$

FORMAS OPTIMAS DE SECCIONES DE CANAL EN TERRENO LLANO

Quando el canal discorra por terreno llano o ligeramente inclinado, es posible obtener las dimensiones económicamente óptimas en forma mucho más sencilla, siguiendo un procedimiento meramente analítico. El planteamiento, utilizado ampliamente desde hace tiempo para la determinación de secciones hidráulicamente óptimas, tiene como supuesto la no consideración de la pendiente lateral del terreno, por lo que en caso de ser ésta apreciable (ladera de un cerro, de un valle), deja de tener validez práctica.

En general, si un canal es requerido para conducir un determinado caudal "Q", con una determinada pendiente "J" y su revestimiento tiene un coeficiente de rugosidad "n", partiendo de la fórmula de Manning se puede lle-

gar a una relación que permite reconocer a la sección óptima que satisfaga los requerimientos, tanto hidráulicos como económicos.

Según la fórmula mencionada se tiene:

$$Q = (1/n) S J^{1/2} R^{2/3} \quad (\text{m}^3/\text{s})$$

donde: $R = S/P \quad (\text{m})$

Luego: $Q = (1/n) S J^{1/2} (S/P)^{2/3} =$
 $= (1/n) S^{5/3} J^{1/2} / P^{2/3} \quad (\text{m}^3/\text{s})$

despejando: $S = (Q \cdot n / J^{1/2})^{3/5} P^{2/5} \quad (\text{m}^2)$

y haciendo: $k = (Q \cdot n / J^{1/2})^{3/5}$

resulta que, para cada pendiente "J" y caudal "Q" (y por lo tanto, para unas determinadas pérdidas energéticas), se tendría:

$$S = k P^{2/5} \quad (\text{m}^2)$$

Esta última expresión muestra claramente la razón directa entre el perímetro mojado y la sección correspondiente. Por lo tanto, "P" será mínimo cuando "S" sea mínima.

Una vez llegado a esta relación, queda por ver si ésta sirve para reconocer o no la sección óptima. Dado que el volumen de excavación necesario para construir el canal, en terreno con ligera o nula inclinación transversal, es proporcional al perímetro mojado "P" con potencia 2/5, así como que el volumen de concreto necesario para su revestimiento, depende directamente del perímetro mojado también, entonces será necesario hacer mínima esta dimensión con la finalidad de reducir los costos de construc-

ción del canal, para unas mismas pérdidas energéticas, prefijadas por "Q" y "J".

La relación deducida anteriormente es de gran utilidad para dar con la sección óptima de un canal bajo determinadas condiciones de caudal y coeficiente de rugosidad, pues resultará ser la sección económicamente óptima aquella que tenga menor perímetro mojado y por tanto menos sección.

Por lo tanto, para el caso de que el canal discorra por terreno prácticamente llano, y sólo en este caso, se aplicará este criterio de que la forma óptima será aquella que conduzca un caudal "Q" con un mínimo perímetro "P", para determinar las dimensiones de varios casos particulares de secciones rectas para canales.

En primer término se determinará la forma rectangular óptima, en la cual el talud de las paredes del canal es nulo, esto es, las paredes del canal son verticales respecto al fondo o solera del mismo. Las características geométricas de esta sección son, para una anchura de fondo o solera, "X" y una profundidad o tirante, "Y":

$$S = XY \quad (m^2)$$

$$P = X + 2Y \quad (m)$$

$$\text{Despejando "X" de "S" : } X = S/Y \quad (m)$$

$$\text{Reemplazando en "P" : } P = S/Y + 2Y \quad (m)$$

Derivando respecto a "Y" para tratar de determinar el mínimo de "P", anulando la derivada:

$$\partial P / \partial Y = 1/Y \cdot \partial S / \partial Y - S/Y^2 + 2 = 0$$

Pero teniendo en cuenta que el mínimo de "P", lo es también de "S" la derivada de esta última se anulará al mismo tiempo que la de "P" en el mímo de éste, quedando:

$$- S/Y^2 + 2 = 0$$

$$S = 2Y^2 \quad (m^2)$$

Pero, $S = XY$, por lo tanto : $X = 2Y$ (m)

Con estos resultados en caso de sección rectangular, la sección óptima es aquélla en que la solera es el doble de la profundidad, es decir, se trata de la mitad de un cuadrado, o también, que se trata de un rectángulo de base igual al doble de su altura.

La siguiente clase de sección recta a optimizar es la trapezoidal, aquélla en la cual las paredes del canal tienen un cierto valor de talud "Z" a determinar.

Para valores de solera "X", de profundidad "Y", y de talud "Z", las características geométricas de la sección son:

$$S = (X + YZ) Y \quad (m^2)$$

$$P = X + 2Y(1 + Z^2)^{1/2} \quad (m)$$

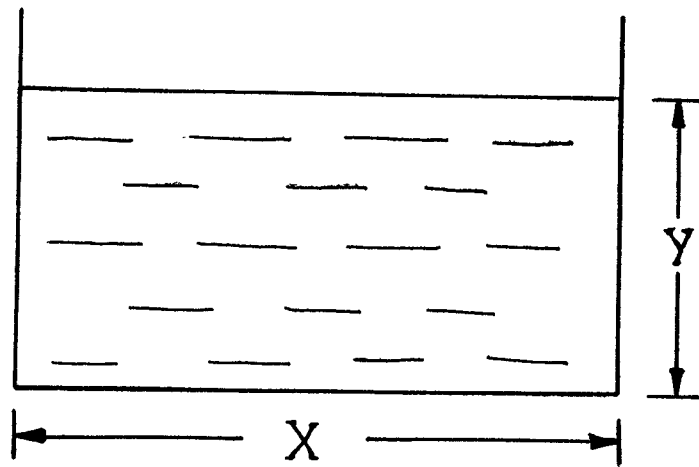
Siguiendo el mismo procedimiento usado para el caso rectangular tenemos:

$$P = S/Y - YZ + 2Y(1 + Z^2)^{1/2} \quad (m)$$

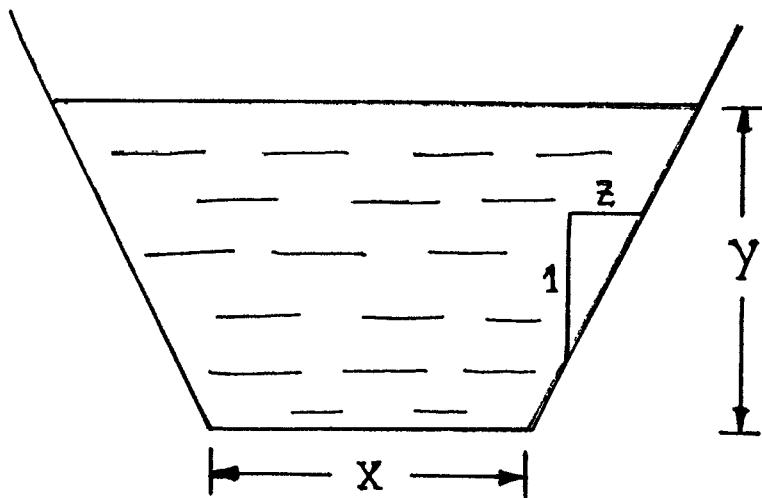
Derivando "P" respecto a "Z" e "Y" :

$$\partial P / \partial Y = \partial S / \partial Y \cdot 1/Y - S/Y^2 - Z + 2(1 + Z^2)^{1/2} \quad (I)$$

$$\partial P / \partial Z = \partial S / \partial Z \cdot 1/Y - Y + 2YZ/(1 + Z^2)^{1/2} \quad (II)$$



Sección rectangular óptima: $Z=0$; $X=2Y$



*Sección trapezoidal óptima: $Z=1/\sqrt{3}$
 $X=2\sqrt{3}Y/3$*

En (II) igualando a cero la derivada parcial de la sección "S", por las razones antedichas, luego de simplificar, se obtiene:

$$2Z = (1 + Z^2)^{1/2}$$

luego $Z = 1/\sqrt{3}$

Este valor de talud corresponde a una inclinación de 60° .

Procediendo en (I) de similar manera, se obtiene:

$$S = (2(1 + Z^2)^{1/2} - Z) Y^2 \quad (\text{m}^2)$$

reemplazando el valor de "Z" obtenido:

$$S = \sqrt{3} Y^2 \quad (\text{m}^2)$$

Con los valores obtenidos se puede calcular el perímetro:

$$\begin{aligned} P &= S/Y - YZ + 2(1 + Z^2)^{1/2} \\ &= 2 \sqrt{3} Y \end{aligned} \quad (\text{m})$$

De igual manera se procede para hallar la solera:

$$\begin{aligned} X &= S/Y - YZ \\ &= 2 \sqrt{3} Y/3 \end{aligned} \quad (\text{m})$$

A este punto hay que notar que el perímetro es exactamente 3 veces la solera ($P = 3X$), con lo cual se puede afirmar que los lados inclinados son de igual dimensión que la solera. Por lo tanto, en caso de sección trapezoidal, la sección óptima es un semihexágono.

Suponiendo ahora, que esté ya fijado previamente el valor del talud lateral (Z) del canal de sección trapezoidal, aunque si no vale $1/\sqrt{3}$ no será el óptimo, puede intentarse su optimización condicionada de todas for-

mas. Los valores de "S" y "P" deducidos anteriormente eran:

$$S = (X + YZ)Y \quad (m^2)$$

$$P = X + 2Y(1 + Z^2)^{1/2} \quad (m)$$

Eliminando "X", y derivando "P" y "S" con respecto a "Y" y anulando dichas derivadas parciales se obtuvo:

$$S = (2(1 + Z^2)^{1/2} - Z)Y^2 \quad (m^2)$$

Pero, con $S = (X + YZ)Y$, igualando ambas expresiones de "S", se puede despejar "X" :

$$X = 2Y((1 + Z^2)^{1/2} - Z) \quad (m)$$

$$\text{ó } X/2 = Y((1 + Z^2)^{1/2} - Z) \quad (m)$$

Según la geometría de la sección (ver figura):

$$(1 + Z^2)^{1/2} = \csc \alpha = AB/BC$$

$$Z = \cotg \alpha = AC/BC$$

$$X/2 = OC \quad (m)$$

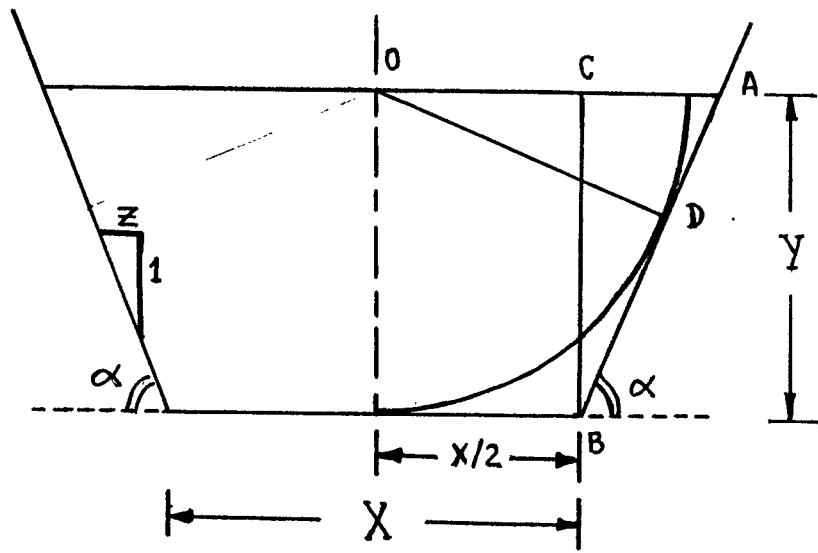
$$Y = BC \quad (m)$$

Reemplazando estos valores en la expresión de X/2 :

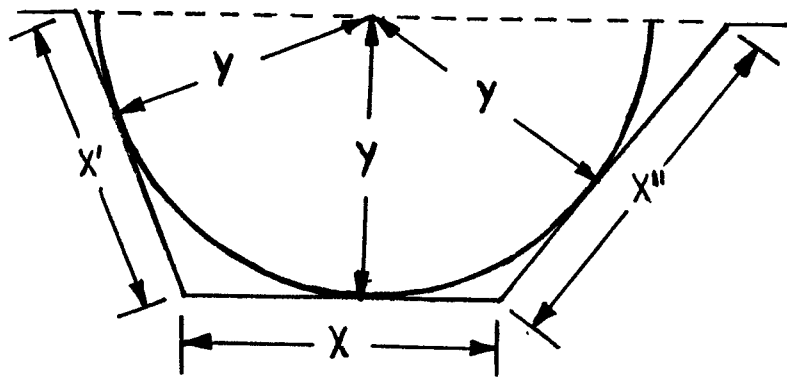
$$OC = BC(AB/BC - AC/BC) = AB - AC$$

pero : $OC = OA - AC$; luego : $OA - AC = AB - AC$, y finalmente : $OA = AB$

Según los resultados obtenidos se concluye que los triángulos rectángulos "ADO" y "ACB" son iguales, por lo tanto: $BC = OD$, y también resulta que "OD" es perpendicular a "AB", lo que significa que el perímetro del canal está circunscrito al semicírculo de radio "Y".



Sección trapezoidal con talud lateral Z fijo



Sección hidráulicamente óptima con radio hidráulico óptimo $R = Y/2$

En consecuencia, dado un talud "Z" fijo para una sección trapezoidal, ésta será óptima cuando pueda estar circunscrita a un semicírculo de diámetro coincidente con la superficie libre del canal. Fácilmente se comprueba que éste es el caso del canal rectangular ($Z = 0$) óptimo, circunscriptible a un semicírculo por ser su base doble de la altura. Este resultado es extensible a secciones poligonales de cualquier número de lados, desde triangulares (3 lados) hasta un número "n" cualquiera, simétricas o no: serán óptimas cuando sean circunscriptibles a un semicírculo. Si el número de lados es teóricamente infinito, la sección óptima es necesariamente el mismo semicírculo.

Teniendo en cuenta por último, que de todas las figuras geométricas planas de área dada el círculo es el que tiene menor perímetro, se deduce que la sección óptima de todas las posibles secciones rectas de canales es el semicírculo.

Sin embargo, no es frecuente construir canales semicirculares. Su construcción requiere maquinaria especial para su excavación, así como para el revestimiento del lecho, sin dejarse de lado las dificultades que puedan encontrarse con la estabilidad del material del terreno sobre el cual se trabaja. Todos estos factores provocan un elevado costo de construcción, de tal manera que la sección semicircular pierde sus ventajas de mínima área y mínimo perímetro mojado para obtener mínimo costo.

En su lugar debería usarse secciones que, si bien no tienen la condición de óptima, se aproximan bastante a ella y brindan las mayores y/o mejores ventajas económicas y técnicas para su construcción, secciones denominadas "más ventajosas" (1).

(1) SCHOKLITSCH, A. Obra citada, Tomo II, pág. 253.

Una característica de las formas hidráulicamente óptimas, esto es, circunscriptibles a un semicírculo, es que el radio hidráulico "R", es siempre igual a la mitad del tirante "Y", que en el semicírculo coincide con su radio geométrico.

Basándose en la figura que muestra un trapecoide circunscrito a un semicírculo, se puede ver que el área de la sección de dicho trapecoide es la suma de las áreas de los triángulos que la conforman y que tienen vértice común en el centro del semicírculo.

El área de la sección quedaría así:

$$S = YX'/2 + YX/2 + YX''/2 \quad (m^2)$$

El perímetro "P" tendría la siguiente expresión:

$$P = X' + X + X'' \quad (m)$$

Por lo tanto el radio hidráulico "R" sería siempre:

$$\begin{aligned} R &= (Y(X' + X + X'')/2)/(X' + X + X'') = \\ &= Y/2 \quad (m) \end{aligned}$$

En el caso del semicírculo, el radio hidráulico resultaría también:

$$\begin{aligned} R &= (\pi Y^2/2) / (\pi Y) = \\ &= Y/2 \quad (m) \end{aligned}$$

En todas las deducciones realizadas para llegar a las formas de sección hidráulicamente óptima, se han considerado constantes "Q" y "J", y por lo tanto, las pérdidas energéticas.

Las dimensiones más adecuadas, dentro de cada forma óptima, serán aquellas que ocasionen una suma de pérdidas energéticas más costo anual de inversión mínima, esto es, $C_0 + C_1 + C_2$, mínima.

Dado que el caso del terreno plano es un caso particular del más general, con talud lateral, que es el caso estudiado en el capítulo siguiente, las dimensiones óptimas se obtendrán de este último haciendo simplemente $T_1 \approx \infty$ en las fórmulas generales obtenidas.

Sin embargo, no ha de olvidarse que, todas las fórmulas generales obtenidas, hidráulicamente óptimas (mínimo costo de construcción para determinadas pérdidas energéticas), al ser válidas únicamente para terreno prácticamente llano, resultan casi inútiles para la mayor parte de los tramos de canales de alimentación de centrales, que discurren por terreno no llano, sobre los cerros de los valles en aprovechamiento.

CAPITULO IV

CALCULO NUMERICO DEL DIMENSIONAMIENTO OPTIMO DE CANALES DE ALIMENTACION

FUNCIONES, VARIABLES Y PARAMETROS

Las dimensiones óptimas del diseño del canal en cada punto a lo largo de su trazado, serán aquéllas, como ya se ha indicado anteriormente, que originen continuamente los menores costos totales anuales posibles; esto es que sea mínima la suma de costos de pérdidas energéticas (C_0) más los de excavación (C_2) y los de revestimiento (C_1) en cada tramo del canal.

El costo de las pérdidas energéticas resultó ser:

$$\begin{aligned} C_0 &= g F / S^2 R^{4/3} && (\text{UM/m.año}) \\ \text{Siendo} \quad F &= n^2 Q^3 P_0 && (\text{UM} \cdot \text{m}^{10/3} \cdot \text{s}^2/\text{año}) \\ P_0 &= \eta U P_e && (\text{UM/kW} \cdot \text{año}) \\ S &= (X + YZ)Y && (\text{m}^2) \\ R &= S / (X + 2Y(1 + Z^2)^{1/2}) && (\text{m}) \end{aligned}$$

El costo equivalente anual de excavación era:

$$\begin{aligned} C_2 &= P_2 S_2 && (\text{UM/m.año}) \\ \text{Siendo} \quad P_2 &= A P_v && (\text{UM/m}^3 \cdot \text{año}) \\ S_2 &= 2(X + YZ)Y + 0.72(X + 2.6 YZ)^2/T && (\text{m}^2) \\ T &= T_1 - T_0 && (\text{m/m}) \end{aligned}$$

Por último, el equivalente anual del costo de revestimiento:

$$\begin{aligned} C_1 &= P_1 P && (\text{UM/m.año}) \\ \text{Siendo} \quad P_1 &= A P_c E && (\text{UM/m}^2 \cdot \text{año}) \\ P &= X + 2Y(1 + Z^2)^{1/2} && (\text{m}) \end{aligned}$$

La función completa a minimizar sería:

$$\begin{aligned}
 C &= C_0 + C_1 + C_2 = \\
 &= g F / (S^2 R^{4/3}) + P_2 S_2 + P_1 P = \\
 &= g n^2 Q^3 \eta U P_e / ((X + YZ)Y)^2 (X + 2Y(1 + Z^2)^{1/2})^{4/3} + \\
 &\quad + A P_v (2(X + YZ)Y + 0.72(X + 2.6 YZ)^2 / T) + \\
 &\quad + A P_c E (X + 2Y(1 + Z^2)^{1/2}) \quad (\text{UM/m.año})
 \end{aligned}$$

En esta expresión aparecen una serie de parámetros generales del salto de agua en proyecto, tales como: Q , U , η , etc., así como de las condiciones socioeconómicas de la región: P_e , P_c , P_v , A , etc., y del método constructivo: n , E , etc. Uno de los parámetros (T), conocidos previamente, depende, sin embargo de las condiciones topográficas (T_1) y geológicas (T_0) de cada tramo del canal, variable a lo largo de su trazado; por lo tanto las dimensiones óptimas de cada punto del trazado del canal, dependerán de la variación secuencial de este parámetro a lo largo del mismo.

Y, por último, las variables independientes que fijan el diseño son tres: solera (X), tirante (Y) e inclinación lateral (Z). El problema es, por tanto, el de hallar el mínimo de una función (C) de 3 variables independientes (X, Y, Z), mínimo que deberá cumplir con las condiciones siguientes:

$$\partial C / \partial X = \partial C / \partial Y = \partial C / \partial Z = 0$$

Además, con las condiciones que indican de manera cierta que es mínimo y no máximo, ni punto de ensilladura.

DESCRIPCION DEL METODO DE MINIMIZACION

La mayoría de métodos de minimización de funciones se basan en el conocido método del gradiente que exige el conocimiento y la evaluación de las distintas derivadas de la función a minimizar. Aplicar este método a funciones de una sola variable, no presentará mayor problema que el surgido de la obtención de su derivada.

En cambio para funciones de varias variables, descontando el problema antes mencionado, la obtención del mínimo se ve sometida a las condiciones impuestas por la solución de un sistema de ecuaciones, por lo general, no lineales. Este sistema, a su vez, tiene su solución numérica sujeta a condiciones o criterios de convergencia, los cuales no son siempre factibles de cumplir (1), convirtiéndose por lo tanto en un problema difícil o imposible de resolver.

Partiendo de este presupuesto, de la poca factibilidad del método del gradiente para funciones de varias variables, se enfrenta la necesidad de un método que cumpla con la finalidad de obtener el mínimo de la función, y que a la vez no imponga condiciones que lo conviertan en poco práctico.

En el presente estudio se ha recurrido a un método, que si bien es cierto no cumple a cabalidad con la característica de convergencia rápida del método de gradiente, si lo hace en un grado bastante aceptable.

(1) COHEN, A.M. y otros.
Análisis Numérico, pág. 296.
Editorial Reverté, S.A., 1977, España.

Este método está basado en otro debido a H. Rosenbrock (1), y es como sigue:

Se parte de un punto X_0 , del cual se presume está cerca del mínimo a hallar, en la función que se denominará $f(X)$; también se considera un conjunto de vectores unitarios y de direcciones ortogonales entre sí, tantos como variables independientes tiene la función a minimizar. Inicialmente este conjunto de vectores y direcciones son los de los ejes coordenados; así se tiene:

$$E_{10} = (1, 0, 0, \dots, 0)$$

$$E_{20} = (0, 1, 0, \dots, 0)$$

$$E_{30} = (0, 0, 1, \dots, 0)$$

$$\vdots$$

$$E_{N0} = (0, 0, 0, \dots, 1)$$

donde "N" representa el número de variables independientes.

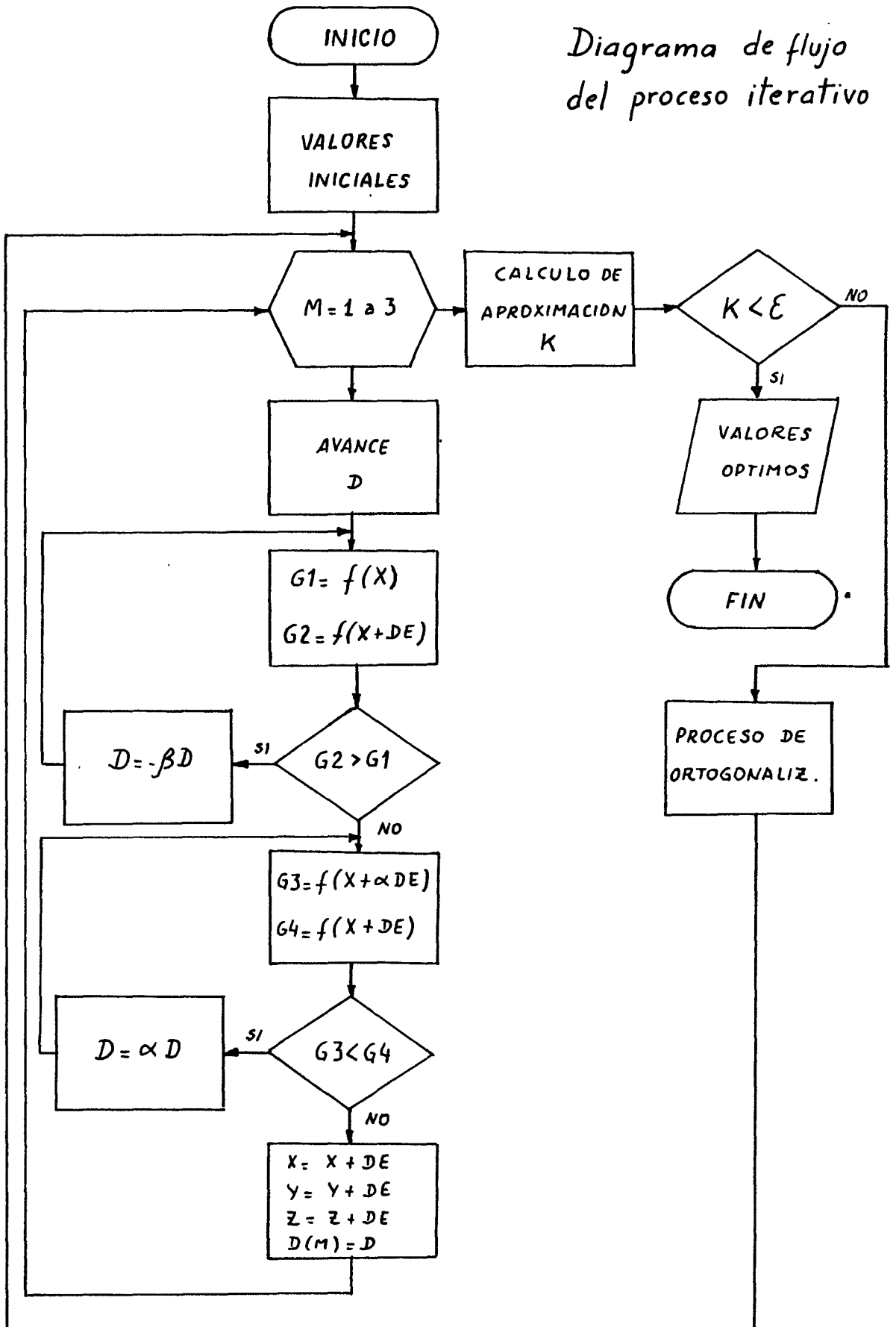
Ubicándose en la $(k + 1)$ ésima etapa iterativa del proceso, y tomando un paso " D_1 " en la dirección " E_{1k} ", se evalúa la función en el punto $(X_k + D_1 E_{1k})$ y se compara con el valor de la función en " X_k ".

Si $f(X_k + D_1 E_{1k}) > f(X_k)$, significa que el nuevo punto probado no hace "más" mínima la función que en el punto " X_k ".

Ante esta situación cabe pensar en la posibilidad de que el mínimo se encuentre en el sentido opuesto de la dirección inicialmente probada. Para considerar esta posibilidad se reemplaza el paso " D_1 " por: " $-\beta D_1$ ", don-

(1) COHEN, A.M.
Obra citada, pág. 301.

Diagrama de flujo del proceso iterativo



de " β " está comprendido entre 0 y 1; luego se repite el proceso de evaluación y comparación de funciones.

Ahora bien, regresando a la inicial comparación de funciones, si $f(x_k + D_1 E_{1k}) < f(x_k)$, significa que el paso dado ha permitido llegar a un punto en que la función es "más" mínima que en el punto " x_k ". En vista del éxito obtenido con este paso y en esta dirección, se puede intentar dar un paso mayor al ya efectuado. Para esto se sustituye " D_1 " por " αD_1 ", donde " α " debe ser mayor que 1, y se repite la respectiva evaluación y comparación de funciones.

En ambos casos de comparación de funciones, la alternativa sugerida es una manipulación sobre el paso realizado; en el caso de no minimizar la función, el hecho de cambiar a " $-\beta D_1$ ", con " β " comprendido entre 0 y 1, significa hacer una reducción del avance, mientras que, en el otro caso, al obtener un valor mejor de mínimo, es evidente la ampliación del avance con la esperanza de seguir con el éxito inicialmente obtenido.

Aplicando adecuadamente y combinando cada uno de estos casos de reducción y ampliación, según sea necesario, se llega a un mejor valor mínimo de la función, o al menos se ratifica el mejor valor obtenido, en esta dirección. Esta certeza la garantiza la misma mecánica del método.

En efecto, en el caso mencionado como de ampliación de avance, este no se realizará indefinidamente, ya que en determinado momento el paso o avance será tan grande que se saldrá o se ubicará lejos del mínimo buscado, pero, a la vez, habrá permitido el mejor acercamiento posible con los avances anteriores. El caso denominado de reducción, igualmente no se realizará

indefinidamente, porque el hecho mismo de ir reduciendo el avance hará que éste no influya sobre el cálculo o evaluación de la función debido a la pequeñez de su valor, dejando siempre un mejor valor aproximado del mínimo gracias a las anteriores reducciones.

Todo lo anteriormente expuesto ha sido aplicado en la dirección " E_{1k} ", con la finalidad de obtener el mejor avance " D_1 " en la mencionada dirección.

Ahora se procede a realizar un paso " D_2 " a partir del punto $(X_k + D_1 E_{1k})$, es decir, desde el punto que proporciona mejor valor del mínimo de la función, obtenido anteriormente. Este paso se realizará en la dirección " E_{2k} ". Se realizan similares comprobaciones a las hechas para la dirección " E_{1k} " y finalmente se obtiene el mejor valor de " D_2 ".

Igualmente se procede con las otras direcciones, a fin de obtener los mejores valores de " D_3 ", " D_4 ",... " D_N ", llegando finalmente a concluir la etapa $(k + 1)$ ésima en una aproximación " X_{k+1} " al punto de mínimo de la función. Esta aproximación a la que se ha llegado es:

$$X_{k+1} = X_k + D_1 E_{1k} + D_2 E_{2k} + \dots + D_N E_{Nk}$$

Llegado a este punto, el método requiere de un nuevo conjunto de vectores unitarios y direcciones ortogonales entre sí para proseguir la búsqueda del mínimo.

La mejor dirección de avance futuro parece ser aquella seguida desde el punto inicial de la etapa, " X_k ", al final de la misma, " X_{k+1} ", esto es, el vector:

$$A_1 = X_{k+1} - X_k = D_1 E_{1k} + D_2 E_{2k} + \dots + D_N E_{Nk}$$

Las demás direcciones de avance podrían ser cualesquiera, con tal de que no sean paralelas entre sí ningún par de ellas.

Por ejemplo, podría tomarse como segundo vector, " A_2 ", la suma de avances diferentes del primero; como tercero, las diferentes del primero y segundo, y así sucesivamente hasta el último " A_N " :

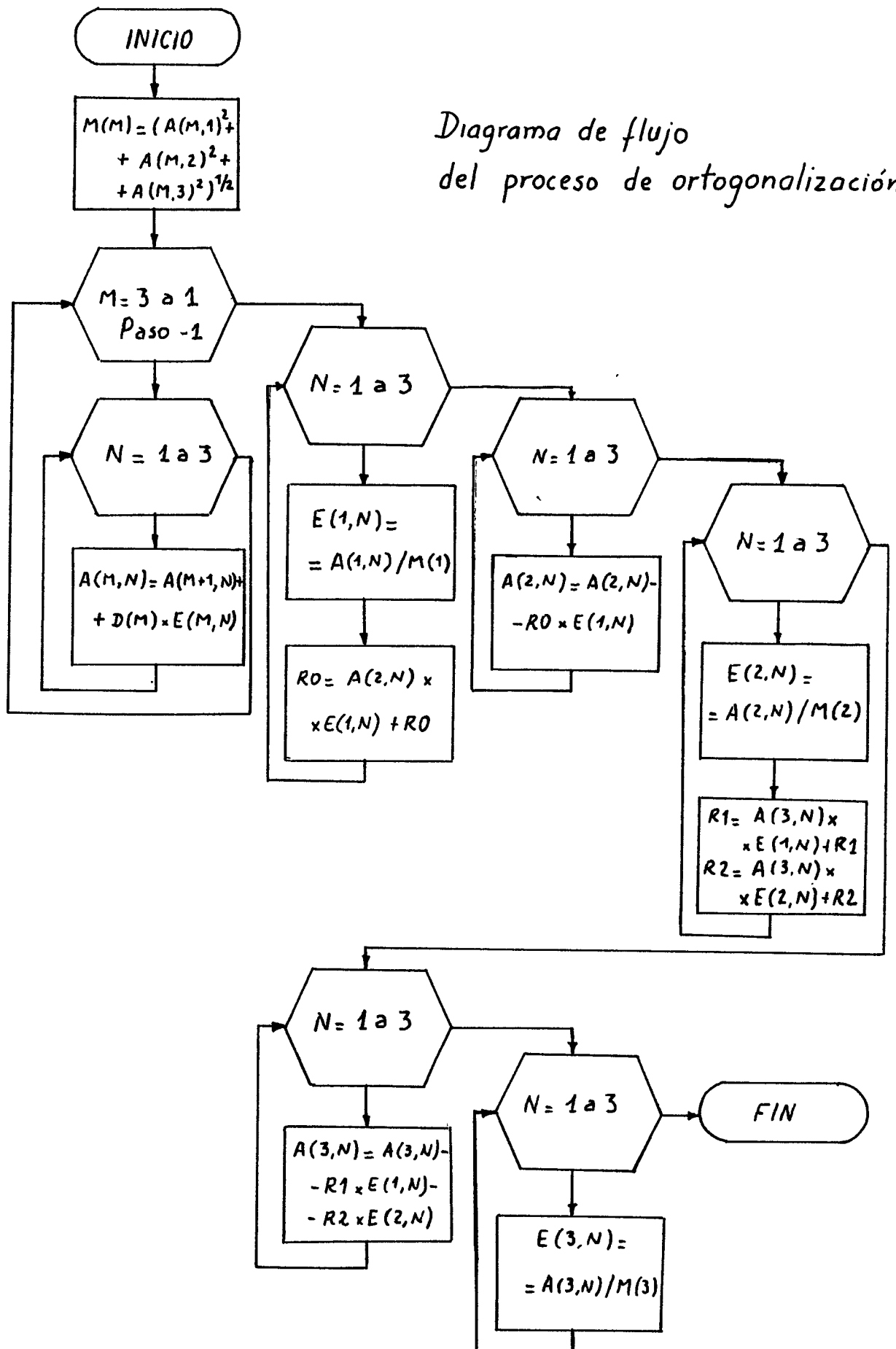
$$\begin{aligned} A_2 &= D_2 E_{2k} + D_3 E_{3k} + \dots + D_N E_{Nk} \\ A_3 &= \quad \quad \quad D_3 E_{3k} + \dots + D_N E_{Nk} \\ &\vdots \\ A_N &= \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad D_N E_{Nk} \end{aligned}$$

Sin embargo, estos avances nuevos deberían ser perpendiculares mutuamente entre sí y, para lograr esto, se procede a su ortogonalización por el método de Gram-Schmidt (1) y su posterior normalización para que resulten vectores unitarios:

$$\begin{aligned} B_1 &= A_1 \quad ; \quad E_{1,k+1} = B_1 / |B_1| \\ B_2 &= A_2 - (A_2 E_{1,k+1})(E_{1,k+1}) \quad ; \\ &\quad \quad \quad E_{2,k+1} = B_2 / |B_2| \\ &\vdots \\ B_N &= A_N - \sum_{i=1}^{N-1} (A_N E_{i,k+1}) E_{i,k+1} \quad ; \\ &\quad \quad \quad E_{N,k+1} = B_N / |B_N| \end{aligned}$$

(1) SAMPER OLIVA, Miguel
Complementos de Algebra (II), pág. 229.
Universidad de Piura, Perú, 1983.

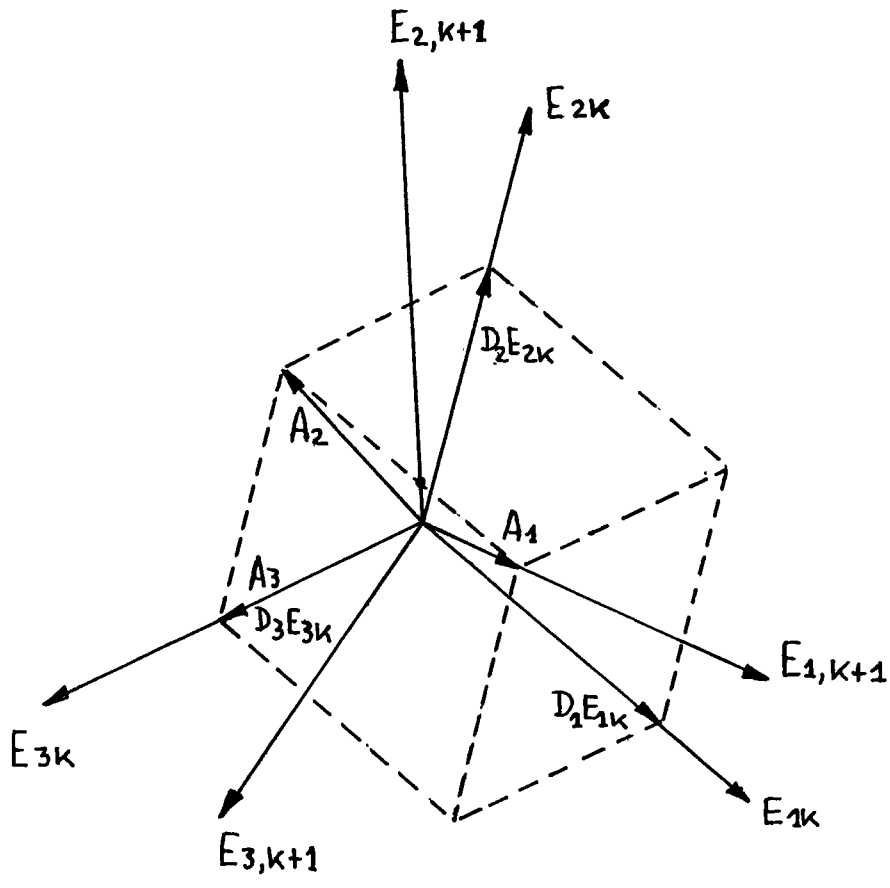
Diagrama de flujo del proceso de ortogonalización



El sistema ortonormal de vectores obtenido, " $E_{1,k+1}$ ", " $E_{2,k+1}$ ", "...", " $E_{N,k+1}$ " servirá de direcciones de búsqueda del mínimo en la siguiente etapa del proceso iterativo.

De todos estos nuevos vectores, el " $E_{1,k+1}$ " proporcionará la dirección de avance más rápido hacia el mínimo; el vector " $E_{2,k+1}$ " es la mejor dirección que se puede hallar normal a " $E_{1,k+1}$ ", pero no será tan efectiva para hallar el mínimo como lo es " $E_{1,k+1}$ "; igual sucede con los demás vectores, de tal forma que el " $E_{N,k+1}$ " aportará muy poco o casi nada en la búsqueda del mínimo.

A manera de ejemplo ilustrativo se muestra un gráfico, para el caso de tres variables, de la generación del nuevo vector " $E_{1,k+1}$ " partiendo de los vectores " E_{1k} ", " E_{2k} ", " E_{3k} " y de sus respectivos avances " D_1 ", " D_2 " y " D_3 ".



$E_{2,k+1}$ en el plano A_1A_2 y en el sentido de A_2

$E_{3,k+1}$ perpendicular al plano A_1A_2 y en el sentido de A_3

Hasta el momento se ha explicado como proceder en el método para mejorar el mínimo de la función, pero es característica de todo buen algoritmo indicar, no sólo los pasos a seguir para mejorar o llegar a un resultado, sino también cuando se concluye el proceso.

Existen dos alternativas de terminación que podrían denominarse clásicas para el cálculo numérico; la primera de ellas mediante la ejecución de un determinado número de iteraciones, tratándose de un método iterativo como lo es el estudiado; la segunda requiere de la verificación de una condición de aproximación o error en la principal magnitud calculada.

Para el presente método, se ha considerado la alternativa de la verificación de una condición de aproximación, ya que ella incluye en cierta forma a la otra alternativa, porque para llegar a un determinado grado de aproximación se necesita un número de iteraciones, que en algunos casos será mayor que en otros. Más adelante se verá mejor la ventaja que supone esta alternativa o criterio de terminación.

Matemáticamente este criterio se expresa de la siguiente manera:

$$|x_{k+1} - x_k| < \epsilon$$

Esto significa que el proceso terminará cuando el módulo de la diferencia entre los puntos obtenidos en dos iteraciones sucesivas (la distancia o separación entre ambos), sea menor a cierto valor " ϵ " que es una cantidad prevista de acuerdo a los requerimientos o condiciones para los cuales se aplica el método.

El cuestionamiento acerca de la aproximación alcanzada debe realizarse al final de cada iteración. En caso de ser acorde con lo requerido, signifi

caría la finalización de la búsqueda del valor mínimo, mientras que si no es buena, se debe proceder a la obtención de nuevos vectores que proporcionen mejores direcciones en las cuales seguir buscando.

CONDICIONES FISICAS DEL PROBLEMA SOBRE EL CUAL SE APLICA EL ALGORITMO DE MINIMIZACION

El procedimiento planteado debe aplicarse a la minimización de costos totales de la construcción y uso de canales de derivación para centrales hidráulicas.

Estos costos están expresados en una función matemática que incluye como variables principales las características geométricas de un canal: fondo o solera (X), profundidad o tirante (Y) y talud de las paredes del canal (Z), así como precios y otros datos relativos a la construcción del mismo y de la energía obtenida o por obtener en la central hidráulica con el agua conducida.

Como método matemático, el algoritmo de minimización encontrará la mejor solución matemática posible, pero no entrará en consideraciones de los aspectos físicos del problema.

Uno de los principales aspectos físicos radica en que se trabajará con magnitudes o dimensiones geométricas que no admiten valores negativos. Resulta innecesario advertir sobre lo absurdo de un canal con profundidad, solera o talud de valores negativos.

Esta consideración habrá que traducirla en una indicación dentro del algoritmo para poder evitar este problema.

En el método, por lo tanto, habrá que verificar la condición de no negatividad de las variables principales (X,Y,Z) antes de proceder a la evaluación de la función de costos a minimizar.

Como se recordará, la evaluación y comparación de funciones se encuadran dentro de dos procesos denominados de reducción y ampliación. En el caso de detectar valores negativos en el proceso de reducción, lo indicado será cambiar el sentido de la dirección en que se estaba avanzando; para esto se cambia el paso "D" a un paso " $-\beta D$ ", ya que si se registran valores negativos en determinada dirección, lo más lógico es pensar en seguir la dirección opuesta para evitarlos.

Si es en el proceso de ampliación en el cual se dan los valores negativos, lo más conveniente es abandonar la búsqueda en esa dirección y pasar a la siguiente.

Esta recomendación para el caso de ampliación se basa en que no es posible hacer un cambio del sentido de la dirección como en el caso de la reducción.

Se verá ahora otro de los aspectos físicos que tiene particular importancia sobre el criterio de terminación del proceso iterativo.

Recordando el criterio establecido para terminar, éste era:

$$|x_{k+1} - x_k| < \epsilon$$

Se ve la condición de aproximación como el módulo de una diferencia; esto implica la representación de " X_{k+1} " y " X_k " como vectores que definen la posición de los puntos obtenidos en las iteraciones. Por lo tanto, éstos podrían también expresarse así:

$$X_{k+1} = (X_{k+1}, Y_{k+1}, Z_{k+1})$$

$$X_k = (X_k, Y_k, Z_k)$$

El criterio de terminación se expresaría como:

$$((X_{k+1} - X_k)^2 + (Y_{k+1} - Y_k)^2 + (Z_{k+1} - Z_k)^2)^{1/2} < \xi$$

Suponiendo que se trabaja en el Sistema Internacional de medidas, "X" e "Y" se expresarían en metros, y puede considerarse como buena una aproximación del orden de los milímetros (10^{-3} m).

Esta aproximación para "X" e "Y" se puede extender para "Z" que es el valor de una cotangente, sin mayor problema. Otra forma de expresar el criterio de terminación es el siguiente:

$$(X_{k+1} - X_k)^2 + (Y_{k+1} - Y_k)^2 + (Z_{k+1} - Z_k)^2 < \xi'$$

Evaluando esta expresión con las aproximaciones consideradas para cada magnitud, con un valor de " ξ' " de 10^{-5} , se decidirá qué tan buena es la aproximación que se va alcanzando en el proceso iterativo.

Con este valor de aproximación estimado se espera obtener resultados para "X", "Y" y "Z" con una aproximación del orden de las milésimas, pues equivaldría a un valor de " ξ " anterior de $\sqrt{\xi'} \approx 3$ mm., adecuado para expresar "X" e "Y" en centímetros.

Pero hará falta verificar si esta aproximación es buena para el costo mínimo calculado. En otras palabras, se puede estar afinando en las dimensiones geométricas del canal con mucha precisión, pero los valores del costo pueden tener una aproximación poco aceptable.

Se hace necesaria, por lo tanto, una verificación conjunta de ambas aproximaciones para decidir acerca de la terminación del proceso. Aparece como más lógico comprobar en primer lugar la aproximación de las dimensiones geométricas del canal y, luego, la del costo, porque así se puede notar qué tanto afecta al costo una variación del orden de las milésimas en los valores de "X", "Y" y "Z".

Otro de los aspectos importantes del problema, y ya no tal vez en el orden o aspecto físico, es la herramienta a usar para realizar toda la serie de cálculos necesarios, ya sea calculadora, computador pequeño, etc. Y dentro de este aspecto importa mucho la precisión del cálculo que pueda realizar.

En el método de minimización se puede llegar a situaciones en que se realicen cálculos con cantidades cuyos valores se diferencien en muy poco y que, por falta de precisión, sean consideradas iguales cuando no sea lo más conveniente.

Esta falla puede traer como consecuencia que el método no converja hacia el valor mínimo y, por el contrario, oscile alrededor de este valor sin llegar nunca a él.

También por el lado de las cualidades del computador o calculadora interesa mucho la magnitud de los números con que puede trabajar (el más grande y el más pequeño); esto porque, en el método de minimización, se llegan a tener unos avances muy pequeños, especialmente cuando se está muy cerca del posible mínimo, que al ser multiplicados, elevados a potencias, etc., pueden dar lugar a números que escapan del orden de magnitud manejada por el computador.

Dentro del programa elaborado se consideran estas posibilidades, de tal manera que los avances que puedan ocasionar problemas, sean anulados. Esto hace que los siguientes vectores calculados en el proceso de ortogonalización sean nulos, con lo cual no se podrá seguir buscando el mínimo, quedando el anterior valor como el mejor.

DIMENSIONES Y COSTOS UNITARIOS DEL CANAL EN FUNCION DE LOS PARAMETROS DE CONSTRUCCION

Con el método de minimización anteriormente descrito se obtienen los mejores valores o los valores óptimos para las dimensiones y costos unitarios de un canal bajo determinadas condiciones de precio de excavación, de precio de revestimiento, de talud natural del valle, así como del denominado factor de energía, conceptos todos ellos explicados en la formulación de costos.

Por lo tanto, para cada uno de los distintos valores de estos parámetros de construcción, corresponderán determinados valores de dimensiones y costos unitarios óptimos del canal; el hecho de que para determinados valo-

res de parámetros haya una determinada forma de canal óptimo, puede conducir a pensar en la existencia de una relación entre unos y otros valores. Esta relación puede expresarse como una función matemática si se dan las debidas condiciones de correspondencia única entre unos valores y otros.

Pero para poder verificar estas condiciones de correspondencia, hace falta tener distintos valores óptimos de formas de canal y sus costos correspondientes, así como los parámetros que han intervenido para llegar a tales resultados. Una vez obtenidos estos valores, se puede tratar de deducir las relaciones existentes.

Para obtener distintos valores óptimos no hay más que buscarlos mediante el algoritmo de minimización, cambiando por supuesto los parámetros de construcción. Dentro del programa de computador, esto se logra proporcionando distintos valores de los parámetros, haciendo que se combinen para obtener o simular las distintas condiciones de construcción que se necesitan. Cada valor óptimo de dimensión del canal, así como de costo, estará asociado a una clave que permitirá identificarlo y ver a qué condiciones de construcción corresponde. Tanto los valores óptimos, como la clave de cada uno de los canales, serán archivados para su posterior uso.

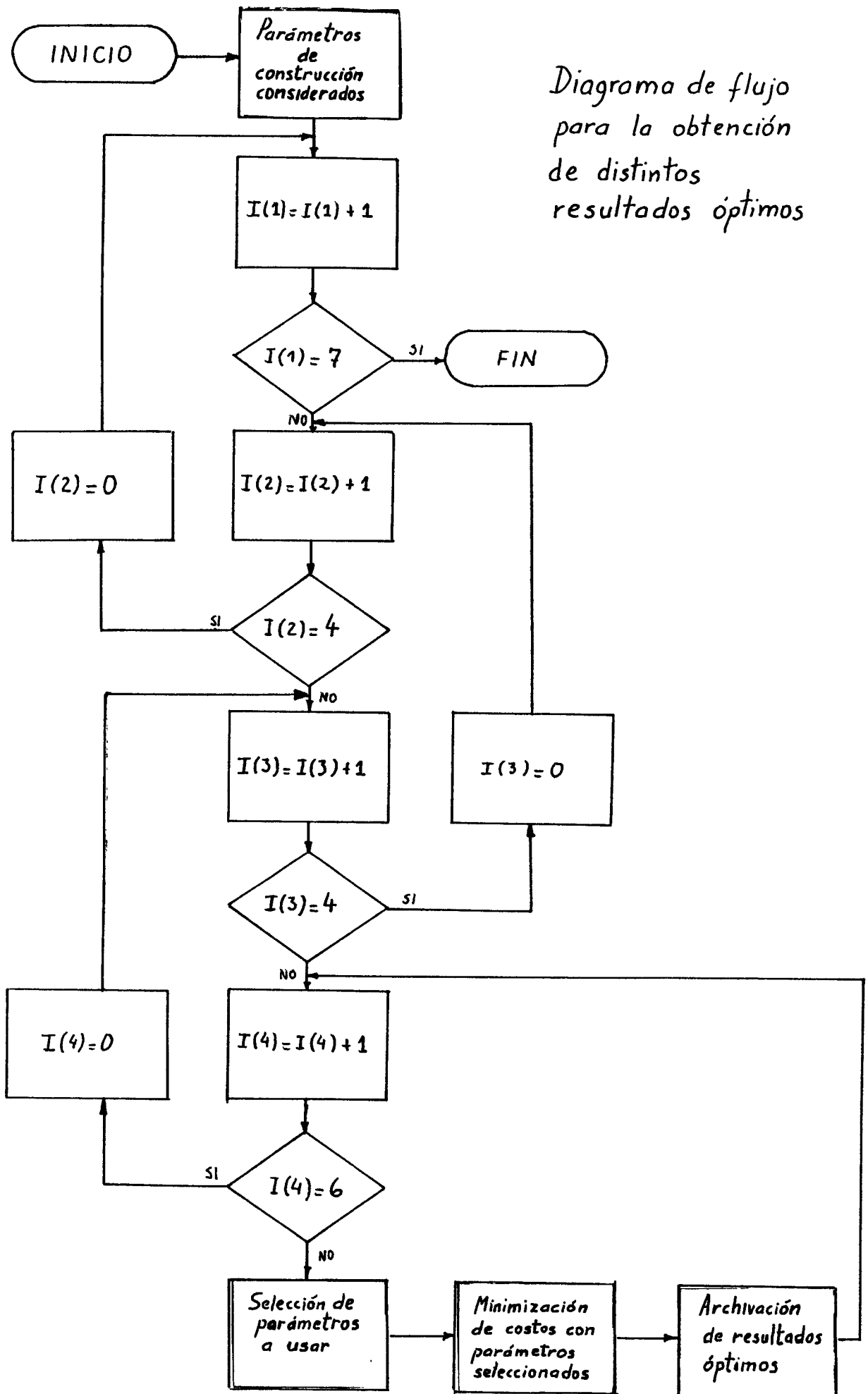
En el programa de computador para la minimización, tanto los parámetros como el punto inicial del proceso son definidos en líneas determinadas. Para pasar a calcular otro mínimo es necesario cambiar las mencionadas líneas.

El cambiar las líneas significaría detener la corrida del programa una vez obtenido un mínimo, y proporcionar nuevos datos para calcular otro mí

nimo. Esto significaría una pérdida de tiempo, y la necesidad de la presencia de una persona que ejecute los cambios. Con la finalidad de hacer, en la medida de lo posible, de la obtención de los valores óptimos o mínimos, un proceso automático, se han indexado los datos correspondientes a los parámetros de construcción a fin de que, mediante unos contadores, se controle la combinación total entre ellos. Esta combinación se verifica de la siguiente manera: al ser cuatro los parámetros a variar, para el primer mínimo a calcular se toma el primer valor de cada uno de ellos. Una vez obtenido este primer mínimo, se toma el segundo valor de cualquiera de los parámetros, por ejemplo del talud equivalente "T", y de los otros tres parámetros se sigue tomando el primero y se procede a calcular el siguiente mínimo.

Para tomar el segundo valor del parámetro elegido, se aumenta en 1 el contador que está asociado a este parámetro; este contador sirve también para formar la clave, con el resto de contadores de los demás parámetros, que identificará al mínimo que se obtiene en estas condiciones.

Para el cálculo del siguiente mínimo, en este caso el segundo, se necesita de un nuevo punto inicial. Este nuevo punto inicial hay que proporcionarlo de alguna manera, de lo contrario no seguiría el proceso. Como solución se ha hecho que el mínimo anterior sirva como punto inicial del siguiente a calcular.



Esto se justifica en parte por la razón de su misma condición de mínimo; y si los parámetros se colocan en una secuencia que permita que los mínimos calculados vayan saliendo en forma o en orden de magnitud creciente, es de esperar que el mínimo anterior sea una buena aproximación para el siguiente.

Siguiendo con la combinación de parámetros, se continúa tomando el siguiente valor del parámetro elegido y manteniendo el primero de los otros tres. Una vez usados todos los valores de ese parámetro, se elige otro parámetro, por ejemplo "P₂", y se toma su segundo valor, mientras que del parámetro que han variado todos sus valores, y de los otros dos, se toma el primero y se repite el proceso anterior totalmente.

Con esta mecánica de combinación se usan todos los valores de los distintos parámetros.

A continuación se expone la relación de los valores extremos e intermedios para los parámetros utilizados, los que suponen 270 diseños óptimos de tamaño creciente:

RELACION DE PARAMETROS DE CONTRUCCION CONSIDERADOS

FACTOR DE ENERGIA	: $F = \eta U P_e n^2 Q^3$
Valor mínimo	: $F = 0.75 \times 3000 \times 0.05 \times 0.012^2 \times 0.1^3 \simeq 162.10^{-7}$
Valor máximo	: $F = 0.85 \times 5000 \times 0.10 \times 0.020^2 \times 10^3 \simeq 170$
PRECIO DE REVESTIMIENTO:	$P_1 = A P_c E$
Valor mínimo	: $P_1 = 0.05 \times 50 \times 0.15 = 0.375$
Valor máximo	: $P_1 = 0.15 \times 200 \times 0.30 = 9$

PRECIO DE EXCAVACION : $P_2 = A P_v$
 Valor mínimo : $P_2 = 0.05 \times 6 = 0.3$
 Valor máximo : $P_2 = 0.15 \times 30 = 4.5$

TALUD EQUIVALENTE : $T = T_1 - T_0$
 Valor mínimo : $T = 1 - 2/3 = 1/3$
 Valor máximo : $T = 11 - 1 = 10$

RELACION DE INDICES CORRESPONDIENTES

	<u>1</u>	<u>2</u>	<u>3</u>	<u>4</u>	<u>5</u>	<u>6</u>
F	$162 \cdot 10^{-7}$	$41 \cdot 10^{-5}$	$104 \cdot 10^{-4}$	0.264	6.7	170
P_1	9	1.85	0.375			
P_2	4.5	1.35	0.3			
T	1/3	0.78	1.83	4.27	10	

Los distintos valores intermedios de los parámetros han sido calculados como las medias geométricas de los valores adjuntos con la finalidad de abarcar o considerar los valores más representativos comprendidos entre estos extremos, esto es, con igual distancia logarítmica entre ellos. Así mismo, se toman más o menos valores intermedios dependiendo de la importancia del parámetro en el sistema.

Al respecto de los parámetros de construcción es necesario hacer una aclaración. Salvo el correspondiente al talud equivalente, los otros tres hacen referencia a costos como de excavación, de revestimiento y de energía, que está incluido en el factor de energía. Al hablar de este tipo de costos es innegable una cierta correspondencia existente entre ellos, ya que

el costo de la energía influye sobre los insumos usados en la construcción, de tal manera que siempre habrá una relación entre estos tres parámetros. Esta aclaración se hace en razón de que, al tratar de obtener los distintos óptimos se combinarán parámetros que no guarden correspondencia entre sí, como debería suceder en términos reales, aunque, sí se darán algunas combinaciones razonables. De todas maneras esto no influye en el propósito de tratar de deducir algunas relaciones entre valores óptimos y parámetros. De lo que se trata es de llegar a una relación matemática, y a partir de ésta, hacer un ajuste a las realidades concretas a cada caso.

De otro lado, para someter a prueba el buen funcionamiento del programa de cómputo de dimensiones óptimas, se anuló la pendiente del cerro por el que discurre el canal, esto es, se consideró terreno llano, para el cual se conoce la forma óptima trapezoidal que es la semihexagonal.

Efectivamente, para cualesquiera valores asignables a los parámetros de caudal, precios, etc., cuando se hizo infinito el talud de la ladera del canal ($T_1 = T = 999,999 \approx \infty$), resultó que la inclinación óptima de las paredes laterales del canal era de 60° ($Z = 1/\sqrt{3}$), y la solera salía siempre:

$$x = 2Y / \sqrt{3} \quad (m)$$

que corresponde a una sección semihexagonal para el canal óptimo, tal como se había deducido teóricamente, mediante cálculo diferencial, en el capítulo anterior.

EXPRESION MATEMATICA QUE RELACIONA VALORES OPTIMOS Y PARAMETROS DE CONSTRUCCION

Teniendo ahora un volumen de datos, más o menos representativo, del comportamiento de la forma del canal y sus costos, bajo distintas condiciones de construcción, se procede ahora a la elección de la expresión matemática que mejor describa la posible relación existente.

Es práctica algo común en estos casos tratar de obtener una función del tipo potencial como la siguiente:

$$f(X_1, X_2, \dots, X_k) = k X_1^{e_1} X_2^{e_2} X_3^{e_3} \dots X_k^{e_k}$$

La dificultad de determinación de una expresión de este tipo obliga a pensar en otra expresión o en un procedimiento más común que facilite su cálculo.

El procedimiento auxiliar de esta situación es el de aplicar logaritmos a ambos miembros de la igualdad:

$$\ln f(X_1, X_2, \dots, X_k) = \ln k + e_1 \ln X_1 + e_2 \ln X_2 + \dots + e_k \ln X_k$$

Como se puede apreciar, ahora se enfrenta una expresión que relaciona linealmente los logaritmos de las variables con el logaritmo de la función.

Es harto conocido el proceso de ajuste o regresión lineal a expresiones del tipo univariable siguiente:

$$Y = aX + b$$

Pero como la expresión en estudio es más numerosa en variables indepen-

dientes, conviene hacer una extensión de los conceptos aplicados en el caso de un ajuste lineal sencillo (1).

Se tratará de seguir el mismo razonamiento o proceso para llegar a una fórmula final.

En primer lugar hay que definir la expresión lineal a obtener con la regresión, que se denominará multivariante, en razón de la multiplicidad de variables independientes:

$$Y_c = a + b_1 X_1 + b_2 X_2 + b_3 X_3 + \dots + b_k X_k$$

Seguidamente, de acuerdo a la técnica de los mínimos cuadrados, se trata de obtener los valores de "a", "b₁", "b₂" ... y "b_k" que hagan mínima la siguiente expresión:

$$G = \sum (Y - Y_c)^2$$

donde "Y" representa el valor de la función obtenido u observado en una experiencia, mientras que "Y_c" es el valor correspondiente a las mismas condiciones de "Y", pero obtenido a través de la fórmula o expresión lineal.

La expresión "G" puede escribirse así:

$$G = \sum (Y - a - b_1 X_1 - b_2 X_2 - \dots - b_k X_k)^2$$

Derivando respecto a cada uno de los coeficientes de la regresión, se llega a las siguientes ecuaciones que se igualan a cero según la condición de mínimo:

(1) MILLS, Richard L.
Estadística para Economía y Administración, pág. 390.
Editorial Mc Graw-Hill Latinoamericana, S.A.

$$a_n + b_1 \sum X_1 + b_2 \sum X_2 + b_3 \sum X_3 + \dots + b_k \sum X_k = \sum Y$$

$$a \sum X_1 + b_1 \sum X_1^2 + b_2 \sum X_1 X_2 + b_3 \sum X_1 X_3 + \dots + b_k \sum X_1 X_k = \sum YX_1$$

$$a \sum X_2 + b_1 \sum X_1 X_2 + b_2 \sum X_2^2 + b_3 \sum X_2 X_3 + \dots + b_k \sum X_2 X_k = \sum YX_2$$

$$\vdots$$

$$a \sum X_k + b_1 \sum X_1 X_k + b_2 \sum X_2 X_k + b_3 \sum X_3 X_k + \dots + b_k \sum X_k^2 = \sum YX_k$$

En la primera ecuación de este sistema el valor "n" se refiere al número de valores observados de la función "Y". Hay un total de (k + 1) ecuaciones, siendo "k" el número de variables independientes.

Este mismo sistema se puede escribir, de acuerdo al álgebra matricial, así:

$$MZ = d$$

donde "M" es una matriz cuadrada (k + 1), formada por los coeficientes que multiplican a los valores de "a" y de todos los "b"; "Z" representa el vector columna de las variables o incógnitas, y "d" es el otro vector columna de los términos independientes del sistema de ecuaciones.

De acuerdo a esta nomenclatura, se tiene:

$$M = \begin{bmatrix} n & \sum x_1 & \sum x_2 & \sum x_3 & \dots & \sum x_k \\ \sum x_1 & \sum x_1^2 & \sum x_1 x_2 & \sum x_1 x_3 & \dots & \sum x_1 x_k \\ \sum x_2 & \sum x_2 x_1 & \sum x_2^2 & \sum x_2 x_3 & \dots & \sum x_2 x_k \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sum x_k & \sum x_1 x_k & \sum x_2 x_k & \sum x_3 x_k & \dots & \sum x_k^2 \end{bmatrix}$$

$$Z = \begin{bmatrix} a \\ b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_k \end{bmatrix} ; \quad d = \begin{bmatrix} \sum Y \\ \sum x_1 Y \\ \sum x_2 Y \\ \vdots \\ \sum x_k Y \end{bmatrix}$$

Es de notar la simetría de la matriz "M", característica que puede aprovecharse para simplificar su cálculo.

El problema se reduce entonces a la resolución de un sistema de $(k + 1)$ ecuaciones con $(k + 1)$ variables. Una manera de hacerlo es resolver la ecuación matricial lineal anterior, mediante el previo cálculo de la matriz inversa de "M", y luego multiplicarla, por la izquierda, a ambos miembros de la ecuación:

$$\begin{aligned} M^{-1}(MZ) &= IZ = M^{-1}d \\ Z &= M^{-1}d \end{aligned}$$

Con esto se completa la descripción del método para realizar una regresión multivariante.

Luego de obtener una expresión matemática mediante el método descrito, se necesita ver qué tan acertadamente o qué tan fielmente, dicha expresión refleja el comportamiento de los valores "Y" observados. Para poder determinar esta cuestión se recurre al concepto de correlación, distinguiéndose a su vez en dos conceptos: uno de correlación total o múltiple, y otro de correlación parcial.

Respecto a la correlación total, se puede decir que mide el grado de asociación entre "Y" y las "k" variables independientes, sobre la expresión calculada con la regresión lineal multivariante.

La expresión general para el cuadrado del factor de correlación total o múltiple es (1):

$$R^2_{Y|X_1 X_2 \dots X_k} = 1 - \frac{\sum (Y - Y_c)^2}{\sum (Y - \bar{Y})^2}$$

En la cual aparece como nuevo el valor de " \bar{Y} ", que representa el valor medio de "Y", es decir, la media de todos los valores obtenidos.

La notación " $R_{Y|X_1 X_2 \dots X_k}$ " significa que se trata de una correlación entre "Y" y todas las "k" variables independientes. El término $(Y - Y_c)$ indica la diferencia entre un valor observado "Y" y el valor " Y_c " obtenido con la expresión de la regresión; en otras palabras, indica la variación del valor de "Y" que no se explica con el uso de la regresión.

Mientras que el término $(Y - \bar{Y})$ indica la variación entre cada valor observado y el valor medio de todos los observados, es decir, indica una variación total.

(1) MILLS, Richard L. Obra citada, pág. 395.

Vistas así las cosas, el factor de correlación aparece como la proporción de la variación que es explicada con el uso de la fórmula obtenida mediante la regresión.

En cuanto a la correlación parcial, ésta indica el grado de asociación entre "Y" y una variable independiente particular " X_j ", haciendo la consideración de que el resto de variables independientes se mantienen constantes, a fin de poder apreciar dicho grado de asociación.

La expresión general para el cuadrado del factor de correlación parcial es (1):

$$r^2_{YX_j | \text{todo } X_k \text{ excepto } X_j} =$$

$$= 1 - (1 - R^2_{Y|X_1 X_2 \dots X_k}) / (1 - R^2_{Y | \text{todo } X_k \text{ excepto } X_j})$$

De esta expresión es conocido el término " $R_{Y|X_1 X_2 \dots X_k}$ ". La notación " $r_{YX_j | \text{todo } X_k \text{ excepto } X_j}$ " indica la correlación parcial entre "Y" y la variable " X_j ", mientras que la notación " $R_{Y | \text{todo } X_k \text{ excepto } X_j}$ " indica la correlación total entre "Y" y todas las "k" variables, exceptuando la " X_j ".

Se puede notar que se necesita calcular dos correlaciones totales, una de ellas considerando todas las variables y la otra exceptuando a la " X_j ". Esto implica realizar dos veces el cálculo de regresión multivariante, una para cada caso, exceptuando y considerando la variable " X_j ".

(1) MILLS, Richard L.
Obra citada, pág. 395.

La información proporcionada por la correlación parcial justifica la realización del cálculo adicional. La correlación parcial indica la contribución de la variable " X_j " para que la expresión obtenida con la regresión se ajuste o refleje de buena manera al comportamiento de los valores observados.

No está de más indicar que, cuanto más cerca se encuentren de la unidad los factores de correlación total y parcial, de mejor calidad será la expresión obtenida y mayor influencia tendrá la variable " X_j " sobre el valor de " Y " calculado, respectivamente.

APLICACION DE LA REGRESION MULTIVARIANTE A LOS CANALES

Se ha explicado, por el momento, la parte matemática; hace falta ver ahora su aplicación al caso concreto que ocupa el presente estudio.

En primer lugar, hace falta determinar qué magnitudes de las optimizadas se tratarán de ajustar a una expresión potencial como la descrita anteriormente.

Se han optimizado las dimensiones geométricas: ancho de fondo " X ", profundidad de agua " Y ", y talud de las paredes " Z "; en cuanto a costos, se han minimizado los costos totales, y por lo tanto, el costo de energía, de excavación y de revestimiento que sumados dan los costos totales.

Resulta de lo más importante para el diseño del canal, obtener de manera directa las dimensiones geométricas óptimas del mismo, conociendo qué con

diciones de construcción se tienen; por lo tanto, las tres dimensiones mencionadas serán objeto de la regresión multivariante.

La importancia de los costos es innegable en diseños de cualquier tipo, luego los costos totales también entran a la regresión.

Dentro de los costos totales se encuentra el costo de energía perdida, que podría decirse es un costo que no sale del bolsillo de quien construye el canal; se trata de un dinero que se deja de percibir por la energía que se pierde al transportar el agua por el canal.

En cambio los costos de excavación y revestimiento representan una inversión económica necesaria para construir el canal; es un gasto que se debe realizar, para lo cual generalmente se recurre a un capital disponible o a un préstamo que posteriormente hay que amortizar.

Por lo tanto, parece como más importante conocer la inversión económica necesaria para construir el canal bajo determinadas condiciones de construcción.

Recordando los parámetros que incluyen los precios de excavación y revestimiento, éstos están pensados para proporcionar el costo anualizado, ya que incluyen el factor "A" de amortización.

Por lo tanto, a lo que se puede aplicar la regresión es a la suma de costos anuales de excavación y revestimiento, que no es otra cosa que la inversión económica anualizada; y si se quiere la inversión económica como

capital necesario a invertir, se debe dividir por el factor "A" usado en el diseño.

Aplicando la formulación de una expresión potencial para cada uno de los valores óptimos, sobre los cuales se va a hacer la regresión multivariante, se tiene:

$$X = k_1 F^{e_{11}} P_1^{e_{12}} P_2^{e_{13}} T^{e_{14}}$$

$$Y = k_2 F^{e_{21}} P_1^{e_{22}} P_2^{e_{23}} T^{e_{24}}$$

$$Z = k_3 F^{e_{31}} P_1^{e_{32}} P_2^{e_{33}} T^{e_{34}}$$

$$C = k_4 F^{e_{41}} P_1^{e_{42}} P_2^{e_{43}} T^{e_{44}}$$

$$I = k_5 F^{e_{51}} P_1^{e_{52}} P_2^{e_{53}} T^{e_{54}}/A$$

Mediante la aplicación de los logaritmos se llega a:

$$\ln X = \ln k_1 + e_{11} \ln F + e_{12} \ln P_1 + e_{13} \ln P_2 + e_{14} \ln T$$

$$\ln Y = \ln k_2 + e_{21} \ln F + e_{22} \ln P_1 + e_{23} \ln P_2 + e_{24} \ln T$$

$$\ln Z = \ln k_3 + e_{31} \ln F + e_{32} \ln P_1 + e_{33} \ln P_2 + e_{34} \ln T$$

$$\ln C = \ln k_4 + e_{41} \ln F + e_{42} \ln P_1 + e_{43} \ln P_2 + e_{44} \ln T$$

$$\ln AI = \ln k_5 + e_{51} \ln F + e_{52} \ln P_1 + e_{53} \ln P_2 + e_{54} \ln T$$

Se aprecia gran similitud con lo ya explicado en la parte matemática de la regresión.

Por manejarse una cantidad regular de datos referentes a canales, todos los cálculos se han hecho mediante el uso de un computador, con su respectivo programa, que se explica a continuación.

ALGORITMO USADO PARA APLICAR LA REGRESION MULTIVARIANTE

Como se ha venido diciendo, la regresión multivariante necesitará manipular una serie de datos a fin de tratar de ajustarlos a una expresión potencial ya definida en su forma general. Estos datos, en el caso concreto de los canales, se encuentran en los archivos que se han formado con los resultados obtenidos con el algoritmo de minimización, en las distintas condiciones de construcción simuladas.

Como primera parte de este procedimiento, se tendrá la identificación de los parámetros de construcción para los cuales se tienen las dimensiones óptimas y costos mínimos; es aquí donde encuentra su razón de ser la clave, que en su momento se definió. Esta clave, como se recordará, estaba formada por cuatro contadores, uno por parámetro; estos contadores o números se identifican de la siguiente manera: el primero indica qué valor de "F" se usa, el segundo el valor de " P_1 ", el tercero el valor de " P_2 " y el cuarto el valor de "T".

En vista de que se trata de una combinación lineal de logaritmos, el paso siguiente consistirá en aplicar logaritmos a estos parámetros y a los valores óptimos, con la finalidad de ir obteniendo la matriz de los coeficientes del sistema de ecuaciones y el vector de términos independientes respectivamente.

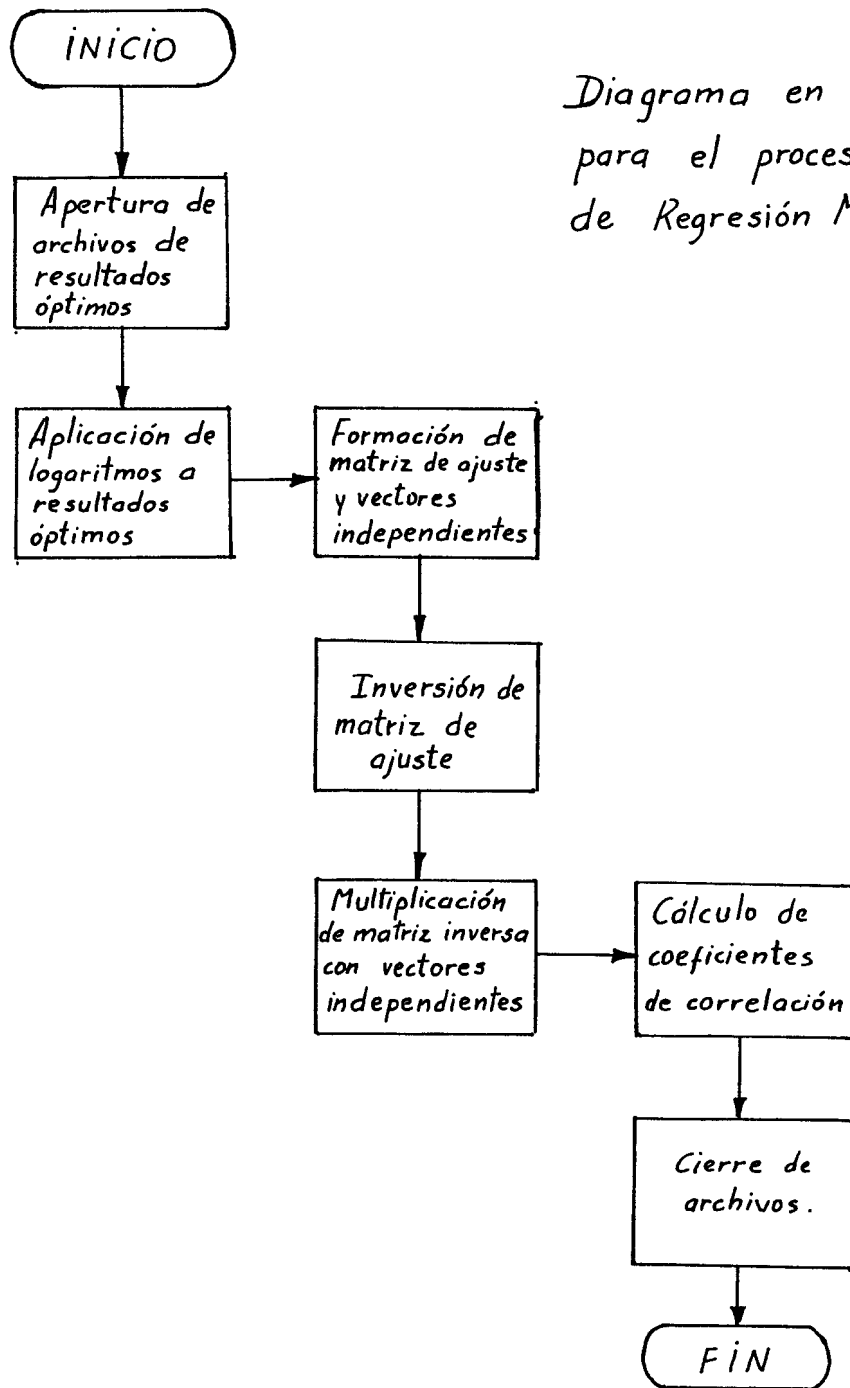


Diagrama en bloques para el proceso de Regresión Multivariante

Como característica de la matriz de coeficientes se mencionó su simetría; también aparece como característica el hecho que el elemento correspondiente a la fila 1 y la columna 1 corresponda al total de valores observados considerados para efectuar la regresión. Además, si se observa con un poco de detenimiento la matriz de coeficientes, y si se considera dentro de ésta la submatriz resultante de eliminar la primera fila y la primera columna, se puede ver que los coeficientes de esta submatriz aparecen como componentes de una tabla de doble entrada, formada por el producto, en cuanto a variables, pero no en sumatorias, de los coeficientes ubicados en la primera fila y en la primera columna.

Todas estas características servirán para hacer de la matriz, un proceso iterativo lo más sencillo posible.

Se usarán dos contadores, que servirán para ubicar la posición de cada coeficiente: un contador servirá para ubicar la fila y el otro la columna. En razón de que cada coeficiente es una sumatoria de logaritmos de parámetros, y éstos se ubican con la clave, habrá que ir pasando o examinando las claves una a una; luego de reconocer cada parámetro, se le aplica el logaritmo y pasa a formar parte de la sumatoria correspondiente a cada coeficiente de la matriz, sumatoria ésta que se irá acumulando conforme vayan pasando una a una todas las claves.

El elemento ubicado en la fila 1 y columna 1 irá aumentando conforme vaya pasando cada clave, convirtiéndose en cierta forma en un contador de éstas.

El resto de coeficientes de la primera fila son fáciles de calcular, ya que constituyen una suma de logaritmos de sencilla acumulación.

Los coeficientes de las demás filas son una sumatoria de productos de logaritmos, y para esto sirve la observación de la submatriz como tabla de doble entrada, es decir, que para cada clave, se va sumando el producto de los logaritmos de los parámetros que encabezan la fila y columna que ubican al coeficiente que se calcula.

La simetría de la matriz permite calcular la matriz triangular superior y luego haciendo un cambio de filas por columnas, completar la matriz. Esta maniobra se realiza verificando que, en el cálculo de los coeficientes que se va realizando fila por fila, el contador de la fila sea siempre menor que el contador de la columna; en caso contrario, se pasa a calcular el coeficiente de la siguiente fila en la misma columna y, cuando se haya completado toda una fila, se pasa a la siguiente; si se han completado todas las filas, la matriz ha terminado de incluir en sí misma los parámetros correspondientes a una determinada clave. Cuando hayan sido consideradas todas las claves, la matriz estará lista para pasar al siguiente paso.

Antes de proseguir con el algoritmo es necesario aclarar el orden en que van a ser tomados los parámetros, ya que en la explicación matemática de la regresión se ha establecido un orden para las variables, teniendo así " X_1 ", " X_2 ", " X_3 ", etc.

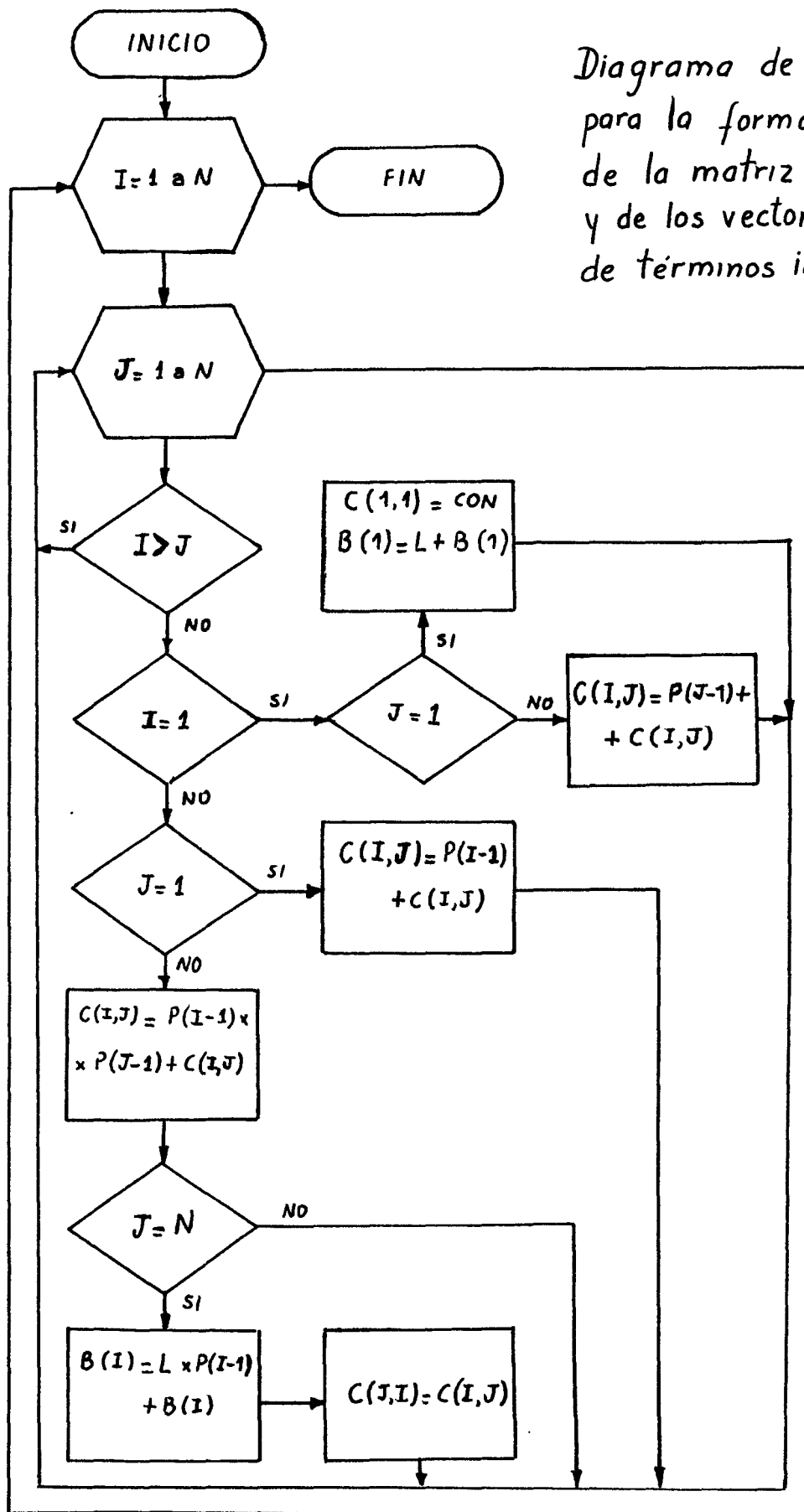


Diagrama de flujo para la formación de la matriz de ajuste y de los vectores de términos independientes.

En realidad el orden es para los logaritmos de los parámetros, correspondiéndose entonces de la siguiente forma: el logaritmo de "F" hará las veces de " X_1 ", el logaritmo de " P_1 " hará las de " X_2 ", el logaritmo de " P_2 " hará de " X_3 "; y, finalmente, el logaritmo de "T" hará de " X_4 ".

Aclarado el orden, no hay que olvidar que se necesitarán también los vectores de términos independientes, correspondientes a cada una de las magnitudes que están siendo sometidas a la regresión. Estos vectores independientes también poseen características que permiten facilitar su cálculo.

De manera similar a la matriz, su primer elemento es una sumatoria de los logaritmos de los valores observados, que en este caso corresponden a los valores óptimos.

El resto de elementos es la sumatoria de productos del logaritmo del valor observado, por el logaritmo del parámetro que encabeza la fila correspondiente a la posición de dichos elementos en el sistema de ecuaciones original.

Dadas estas características, conviene ubicar el cálculo de los componentes de los vectores de términos independientes, luego de terminar con el cálculo de los coeficientes de cada fila y antes de pasar a la siguiente. Este cálculo también requiere del uso de todos los datos ubicados en los archivos, y terminará cuando hayan sido considerados todos los valores óptimos.

Obtenidos los vectores de términos independientes, así como la matriz, el siguiente paso será la inversión de la matriz.

Existen diversos algoritmos o métodos de cálculo que permiten calcular la inversa de una matriz; para el presente caso se ha escogido el denominado método de pivoteo total, de mucho uso en cálculo numérico.

Se ha escogido este método, entre otras cosas, porque no necesita ejecutar muchos cálculos u operaciones con los coeficientes de la matriz, evitándose con esto problemas de redondeo de números, muy frecuentes en estos casos, y que podría traer graves consecuencias sobre la exactitud de los resultados a obtener. No se hace mayor comentario acerca del método de inversión de matriz, ya que es muy conocido y no ofrece ninguna novedad, comparado con el resto del método de regresión multivariante.

Como paso siguiente dentro del programa y a manera de prueba, se ejecuta la multiplicación de la matriz original por su inversa, a fin de verificar la obtención de la matriz identidad; esto garantiza la corrección y validez de la matriz inversa calculada.

Realizadas las verificaciones del caso, se procede a realizar el producto de la matriz inversa por cada uno de los vectores de términos independientes, para obtener los coeficientes de la expresión lineal de logaritmos, y que constituyen, en la expresión potencial, los exponentes de los parámetros, y el logaritmo de la constante que multiplica a toda la expresión.

Hasta este momento, se ha definido totalmente la expresión potencial para cada uno de los valores óptimos.

A continuación se explicará cómo proceder para calcular los coeficientes de correlación total.

Basándose en la forma general del coeficiente de correlación total, se ve la necesidad de calcular los valores medios de los logaritmos de los valores óptimos.

Como se recordará, el primer elemento de los vectores de términos independientes es la sumatoria de los logaritmos de todos los valores; luego, el valor medio se calculará dividiendo este primer elemento entre el número de valores considerados.

También se necesitará evaluar la expresión lineal deducida para cada una de las condiciones de construcción, y así poder hacer la comparación con el valor observado.

Conviene realizar este proceso calculando la desviación total y la desviación no explicada, e inmediatamente ir acumulando el cuadrado de estos valores; así, cuando se compare el siguiente, o siguientes valores, se irán sumando todos los cuadrados de las desviaciones para que, al cumplirse la comparación de todos los valores, se tengan acumuladas las sumas de los cuadrados de las desviaciones, y el cálculo final se reduzca a hacer la respectiva división y restar el resultado de 1.

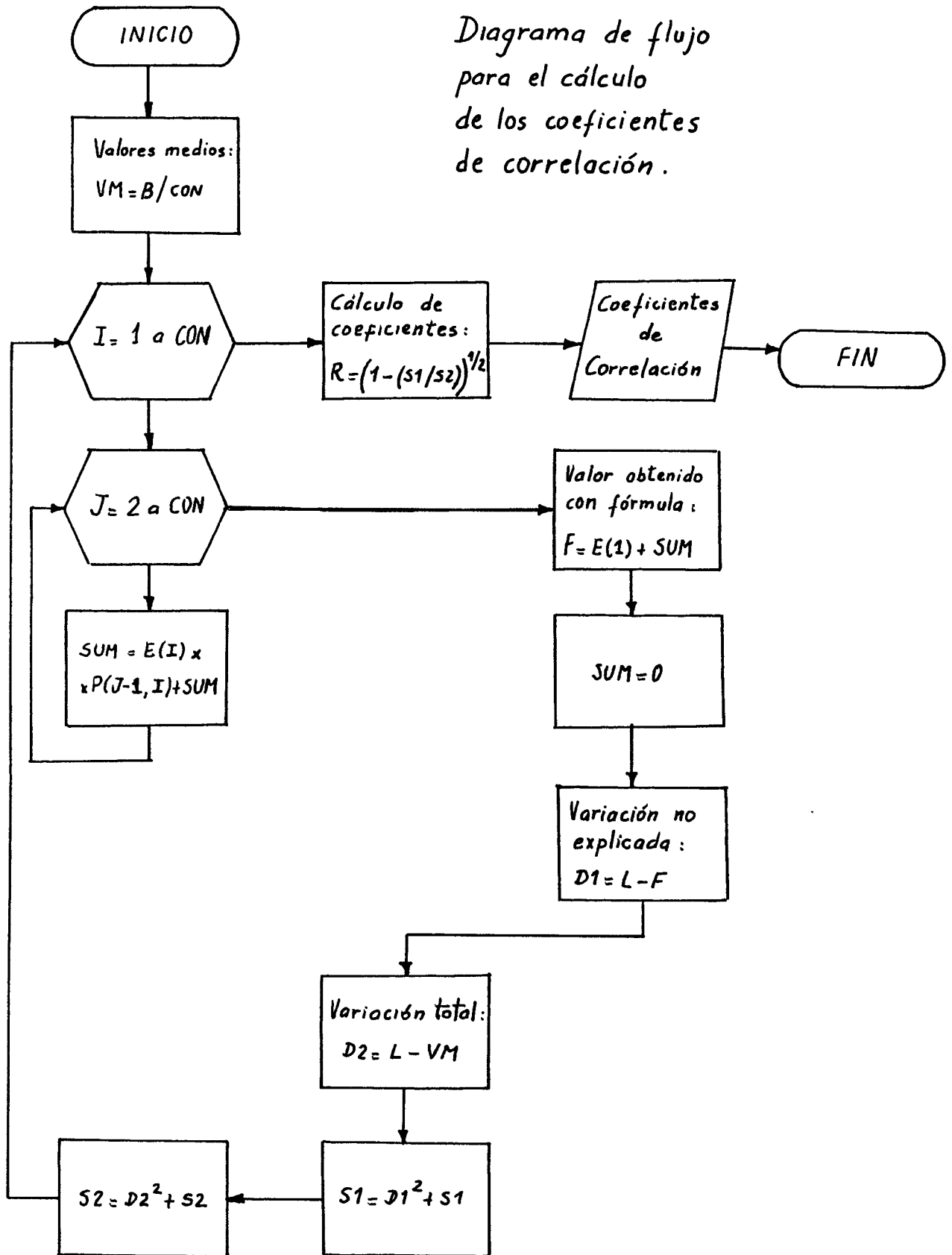
Está claro que este proceso se realiza para cada una de las dimensiones y costos que han sido objeto de la regresión.

Para calcular los coeficientes de correlación parcial es necesario iniciar el proceso de regresión, incluyendo en el programa una instrucción que permita hacer los cálculos exceptuando uno de los parámetros, e indicando al comienzo del programa que se trabajará con un parámetro menos.

Este proceso de regresión, con un parámetro menos, proporciona un coeficiente de correlación total y, de acuerdo a la expresión general del coeficiente de correlación parcial, ya se cuenta con los datos necesarios para calcularlo.

Este cálculo del factor de correlación parcial se realizará tantas veces como parámetros hay en la fórmula, y en cada vez se exceptúa uno de ellos. Esto permitirá apreciar el aporte de cada uno de los parámetros para una mejor expresión, y el aporte de todos los parámetros en general.

Diagrama de flujo para el cálculo de los coeficientes de correlación.



RESULTADOS OBTENIDOSMATRIZ DE AJUSTE

270	-796.038	164.842	54.0189	162.618
-796.038	10580.3	-486.002	-159.263	-479.443
164.842	-486.002	555.145	32.9799	99.2826
54.0189	-159.263	32.9799	342.168	32.5349
162.618	-479.443	99.2826	32.5349	488.32

MATRIZ INVERSA

.66296E-02	.358092E-03	-.134328E-02	-.603786E-03	-.154283E-02
.358092E-03	.121458E-03	0	0	0
-.134328E-02	0	.22002E-02	0	0
-.603786E-03	0	0	.301787E-02	0
-.154284E-02	0	0	0	.256162E-02

COEFICIENTES DE REGRESION

	<u>X</u>	<u>Y</u>	<u>Z</u>	<u>C</u>	<u>I</u>
K	1.43677	1.52203	.151573E-04	18.9863	14.4773
E (1)	.146789	.153871	-.324864	.210488	.20644
E (2)	-.714996E-01	-.142443	2.53216	.460178	.487179
E (3)	-.773154E-01	-.372745E-02	-2.08622	.320371	.300128
E (4)	.208161E-01	-.756512E-01	3.69389	-.771338E-01	
					-.689061E-01

COEFICIENTES DE CORRELACION

X :	.987646
Y :	.993981
Z :	.843973
C :	.980355
AI :	.980957

Se hace la salvedad de la aproximación del valor de "Z" obtenido mediante su expresión potencial, porque, a pesar de tener un aceptable valor del factor de correlación correspondiente de 0.844 (el menor referido a los factores de las demás expresiones que son superiores al 98%), la regresión multivariante realizada ha estado basada en los logaritmos de los valores óptimos, y en el caso de "Z", éstos han variado entre $1/\sqrt{3}$ (para terreno llano) y cero (para terreno empinado); al trabajar con estas cantidades de tan pequeña magnitud, se obtienen resultados relativamente dispares debido a las aproximaciones por redondeo del computador, resultando difícil correlacionarlos de manera exacta mediante una expresión lineal.

Con esta consideración matemática se explicaría la falta de aproximación para el talud de las paredes del canal.

De todas maneras, el esfuerzo de cálculo realizado para obtener las mencionadas expresiones potenciales, se ve justificado por los buenos resultados obtenidos con las demás dimensiones y costos.

En vista de tales resultados, se pueden escribir ya las expresiones obtenidas que proporcionan directamente los óptimos de las dimensiones "X", "Y" y "Z", así como de los costos totales "C" y de la inversión "I", deduc

cida del costo de construcción anualizado, partiendo de los valores de los parámetros de construcción de cada caso. Estas expresiones serían:

$$X = 1.44 F^{0.15} P_1^{-0.072} P_2^{-0.077} T^{0.021} \quad (\text{m})$$

$$Y = 1.52 F^{0.15} P_1^{-0.14} P_2^{-0.0037} T^{-0.075} \quad (\text{m})$$

$$Z = 151.10^{-7} F^{-0.32} P_1^{2.53} P_2^{-2.09} T^{3.69} \quad (\text{m/m})$$

$$C = 19.0 F^{0.21} P_1^{0.46} P_2^{0.32} T^{-0.077} \quad (\text{UM/m.año})$$

$$I = 14.5 F^{0.21} P_1^{0.49} P_2^{0.30} T^{-0.069}/A \quad (\text{UM/m})$$

Considerando que dichos parámetros de construcción son una composición de otros parámetros como los del salto de agua, de condiciones económicas, etc., estas expresiones pueden escribirse, para mayor claridad de aplicación, de la siguiente forma completa:

$$X = 1.44(\eta n^2 U P_e Q^3)^{0.15} (A E P_c)^{-0.072} (A P_v)^{0.077} (T_1 - T_0)^{0.021} \quad (\text{m})$$

$$Y = 1.52(\eta n^2 U P_e Q^3)^{0.15} (A E P_c)^{-0.14} (A P_v)^{-0.0037} (T_1 - T_0)^{-0.075} \quad (\text{m})$$

$$Z = 151.10^{-7}(\eta n^2 U P_e Q^3)^{-0.32} (A E P_c)^{2.53} (A P_v)^{-2.09} (T_1 - T_0)^{3.69} \quad (\text{m/m})$$

$$C = 19.0(\eta n^2 U P_e Q^3)^{0.21} (A E P_c)^{0.46} (A P_v)^{0.32} (T_1 - T_0)^{-0.077} \quad (\text{UM/m.año})$$

$$I = 14.5(\eta n^2 U P_e Q^3)^{0.21} (A E P_c)^{0.49} (A P_v)^{0.30} (T_1 - T_0)^{-0.069}/A \quad (\text{UM/m})$$

Y sacando base común al factor "A", quedan las siguientes fórmulas definitivas:

$$X = 1.44(\eta n^2 U P_e Q^3)^{0.15} (E P_c)^{-0.072} P_v^{-0.077} A^{-0.15} (T_1 - T_0)^{0.021} \quad (\text{m})$$

$$Y = 1.52(\eta n^2 U P_e Q^3)^{0.15} (E P_c)^{-0.14} P_v^{-0.0037} A^{-0.14} (T_1 - T_0)^{-0.075} \quad (\text{m})$$

$$Z = 151.10^{-7}(\eta n^2 U P_e Q^3)^{-0.32} (E P_c)^{2.53} P_v^{-2.09} A^{0.44} (T_1 - T_0)^{3.69} \quad (\text{m/m})$$

$$C = 19(\eta n^2 U P_e Q^3)^{0.21} (E P_c)^{0.46} P_v^{0.32} A^{0.78} (T_1 - T_0)^{-0.077} \quad (\text{UM/m.año})$$

$$I = 14.5(\eta n^2 U P_e Q^3)^{0.21} (E P_c)^{0.49} P_v^{0.30} A^{-0.21} (T_1 - T_0)^{-0.069} (\text{UM/m.año})$$

A continuación, y como referencia, se exponen los resultados auxiliares de los cálculos de los coeficientes de correlación parcial, a efectos de análisis de influencia de los diferentes parámetros de diseño.

Regresión Parcial 1

Sin considerar : T

Considerando : F, P₁, P₂

Matriz de Ajuste

270	-796.038	164.842	54.0189
-796.038	10580.3	-486.002	-159.263
164.842	-486.002	555.145	32.9799
54.0189	-159.263	32.9799	342.168

Matriz Inversa

.570037E-02	.358092E-03	-.134328E-02	-.603786E-03
.358092E-03	.121458E-03	0	0
-.134328E-02	0	.22002E-02	0
-.603786E-03	0	0	.301787E-02

Prueba: Matriz Identidad

1	0	0	0
0	1	.154972E-05	.143051E-05
0	0	1	0
0	0	0	1

Coefficientes de Regresión

	<u>X</u>	<u>Y</u>	<u>Z</u>	<u>C</u>	<u>I</u>
K	1.45489	1.45424	.140228E-03	18.1245	13.8888
E (1)	.146789	.153871	-.324864	.210488	.20644
E (2)	-.714996E-01	-.142443	2.53216	.460178	.487179
E (3)	-.773154E-01	-.372745E-02	-2.08622	.320371	.300128

Coefficientes de Correlación

X :	.987186
Y :	.988587
Z :	.593907
C :	.978063
AI :	.979101

Coefficientes de Correlación parcial

X : 0.1888784
 Y : 0.6864316
 Z : 0.7453228
 C : 0.3216261
 AI : 0.2965696

Regresión Parcial 2

Sin considerar : P_2

Considerando : F, P_1 , T

Matriz de Ajuste

270	-796.038	164.842	162.618
-796.038	10580.3	-486.002	-479.443
164.842	-486.002	555.145	99.2826
162.618	-479.443	99.2826	488.32

Matriz Inversa

.65088E-02	.358092E-03	-.134328E-02	-.154283E-02
.358092E-03	.121458E-03	0	0
-.134328E-02	0	.22002E-02	0
-.154284E-02	0	0	.256162E-02

Prueba: Matriz Identidad

1	0	0	0
-.137091E-05	1	.143051E-05	.202656E-05
0	0	1	0
0	0	0	1

Coefficientes de Regresión

	<u>X</u>	<u>Y</u>	<u>Z</u>	<u>C</u>	<u>I</u>
K	1.41471	1.5209	.998508E-05	20.2432	15.3732
E (1)	.146789	.153871	-.324864	.210488	.20644
E (2)	-.714996E-01	-.142443	2.53216	.460178	.487179
E (3)	.208161E-01	-.756512E-01	3.69389	-.771338E-01	
					-.68906E-01

Coefficientes de Correlación

X :	.982253
Y :	.99397
Z :	.78418
C :	.946242
AI :	.950639

Coefficientes de Correlación Parcial

X :	0.5495347
Y :	0.0426462
Z :	0.5028142
C :	0.7925659
AI :	0.7798803

Regresión Parcial 3Sin considerar : P_1 Considerando : F, P_2, T Matriz de Ajuste

270	-796.038	54.0189	162.618
-796.038	10580.3	-159.263	-479.443
54.0189	-159.263	342.168	32.5349
162.618	-479.443	32.5349	488.32

Matriz Inversa

.580949E-02	.358092E-03	-.603785E-03	-.154284E-02
.358092E-03	.121458E-03	0	0
-.603785E-03	0	.301787E-02	0
-.154284E-02	0	0	.256162E-02

Prueba: Matriz Identidad

1	0	0	0
-.13113E-05	1	.12517E-05	.214577E-05
0	0	1	0
0	0	0	1

Coefficientes de Regresión

	<u>X</u>	<u>Y</u>	<u>Z</u>	<u>C</u>	<u>I</u>
K	1.3754	1.39526	.711249E-04	25.1453	19.4923
E (1)	.146789	.153871	-.324864	.210488	.20644
E (2)	-.773154E-01	-.372746E-02	-2.08622	.320371	.300128
E (3)	.208161E-01	-.756512E-01	3.69389	-.771338E-01	
					-.689061E-01

Coefficientes de Correlación

X :	.981317
X :	.971521
Y :	.718034
C :	.880401
AI :	.866388

Coefficientes de Correlación Parcial

X :	0.5802111
Y :	0.8867037
Z :	0.6372463
C :	0.9094017
AI :	0.9212635

Regresión Parcial 4

Sin considerar : F

Considerando : P_1, P_2, T Matriz de Ajuste

270	164.842	54.0189	162.618
164.842	555.145	32.9799	99.2826
54.0189	32.9799	342.168	32.5349
162.618	99.2826	32.5349	488.32

Matriz Inversa

.557384E-02	-.134328E-02	-.603785E-03	-.154283E-02
-.134328E-02	.22002E-02	0	0
-.603785E-03	0	.301787E-02	0
-.154283E-02	0	0	.256162E-02

Prueba: Matriz Identidad

1	0	0	0
0	1	0	0
0	0	1	0
0	0	0	1

Coefficientes de Regresión

	<u>X</u>	<u>Y</u>	<u>Z</u>	<u>C</u>	<u>I</u>
K	.93204	.966947	.394991E-04	10.2077	7.87693
E (1)	-.714996E-01	-.142443	2.53216	.460178	.487179
E (2)	-.773154E-01	-.372746E-02	-2.08622	.320371	.300128
E (3)	.208161E-01	-.756512E-01	3.69389	-.771333E-01	
					-.689057E-01

Coefficientes de Correlación

X :	.154893
Y :	.234226
Z :	.808478
C :	.506161
AI :	.523304

Coefficientes de Correlación Parcial

X :	0.9873403
Y :	0.9936305
Z :	0.4115114
C :	0.9734965
AI :	0.9736787

A la vista de los valores obtenidos para los factores de correlación parcial, para cada uno de los parámetros de construcción, se puede determinar la mayor o menor influencia de éstos en cada una de las dimensiones y costos optimizados, y por lo tanto, se puede determinar la importancia de considerar, o no, determinado parámetro en las expresiones de los valores óptimos.

Si bien en el presente estudio no se ha profundizado más en este punto, que tendría por finalidad obtener mayor propiedad o un mejor enunciado para las expresiones potenciales, esto no le resta validez a los resultados alcanzados.

CAPITULO V

OPTIMIZACION DE DISEÑOS PARTICULARES DE CANALES DE ALIMENTACION

En el capítulo anterior se ha hecho uso del algoritmo de minimización para la optimización de las dimensiones de canales de alimentación. Para esto, se ha tenido en cuenta las características de un diseño general de canal, utilizando un espesor promedio que debe calcularse previamente para cada diseño particular que se pretenda. Y en base a una buena serie de resultados, se correlacionaron los valores óptimos con los parámetros de construcción, obteniéndose unas expresiones sencillas para las dimensiones y costos óptimos, siempre para este diseño generalizado de canal.

Resulta lógico pensar que el mismo algoritmo que ha sido aplicado a un diseño general, pueda también ser aplicado directamente a diseños específicos con sus características peculiares y optimizar en forma más precisa las dimensiones particulares por ellos establecidas.

A modo de ejemplo de aplicación a un tipo especial de diseño de canal, se ha elegido para este cometido el dimensionamiento propuesto por el ingeniero Tsuguo Nozaki, para el Perú, para canales de alimentación de pequeñas y medianas centrales hidroeléctricas (1).

Este diseño es muy representativo, ya que considera criterios de uso bastante generalizado para este tipo de canales.

(1) NOZAKI, T.

Obra citada "Guía para la elaboración de proyectos ...", págs. 48, 49, 50.

Como datos iniciales, se toma el valor del caudal "Q" y se escoge una pendiente "J" (con lo cual quedan ya automáticamente determinadas las pérdidas energéticas), limitándose a buscar las dimensiones que se consideran más adecuadas a esos parámetros iniciales.

Por otra parte, el programa de computador utilizado en el capítulo anterior para la minimización de la función de costos anuales, requiere de unas adaptaciones si se desea aplicar a otros casos específicos de diseño, al objeto de optimizarlos. Sin embargo, éstas se limitan al cambio de las líneas que ocupan las dimensiones del diseño general anterior por las del diseño particular que ahora se trata de optimizar.

La definición de las funciones de los costos sigue vigente para el actual diseño, adecuándolas, por supuesto, a las nuevas características. Así se tiene que, el costo anual de excavación seguirá siendo $AP_V S_2$, pero la expresión de "S₂" deberá deducirse de las dimensiones especificadas por el diseño particular. Para el costo de revestimiento, se considerará el valor directamente calculado para la sección "S₁" (y ya no el espesor promedio "E" multiplicado por el perímetro mojado "P"), la cual se multiplicará por el costo específico anualizado de construcción en concreto AP_C . Al igual que "S₂", la sección "S₁" tendrá una expresión deducida de su geometría particular establecida por el diseño.

Para este diseño específico, las dimensiones vienen a ser calculadas exactamente por las siguientes expresiones lineales:

$$E_1 = 0.1 Y + 0.08 \quad (m)$$

$$E_2 = 0.22 Y + 0.06 \quad (m)$$

$$E_3 = E_1 \quad (m)$$

$$X_0 = X + 2E_2 \quad (\text{m})$$

$$Y_0 = 1.3Y + 0.05 \quad (\text{m})$$

$$B_0 = X + 2Y_0 (1 + Z^2)^{1/2} \quad (\text{m})$$

$$W = 0.15 (B_0 + 2E_1 + 1) \quad (\text{m})$$

Las secciones de excavación y revestimiento vienen a continuación, deducidas directamente de la geometría del canal según puede comprobarse con la figura siguiente:

$$S_1 = (E_1 + E_2)Y_0 + E_3 X_0 \quad (\text{m}^2)$$

$$S_0 = (B_0 + 2E_1 + W)^2 / 2(T_1 - T_0) \quad (\text{m}^2)$$

$$S_3 = (X + B_0)Y_0 / 2 \quad (\text{m}^2)$$

$$S_2 = S_0 + S_1 + S_3 \quad (\text{m}^2)$$

Por último, los costos respectivos serían:

$$C_0 = gF / S^2 R^{4/3} \quad (\text{UM/m.año})$$

$$C_1 = AP_c S_1 \quad (\text{UM/m.año})$$

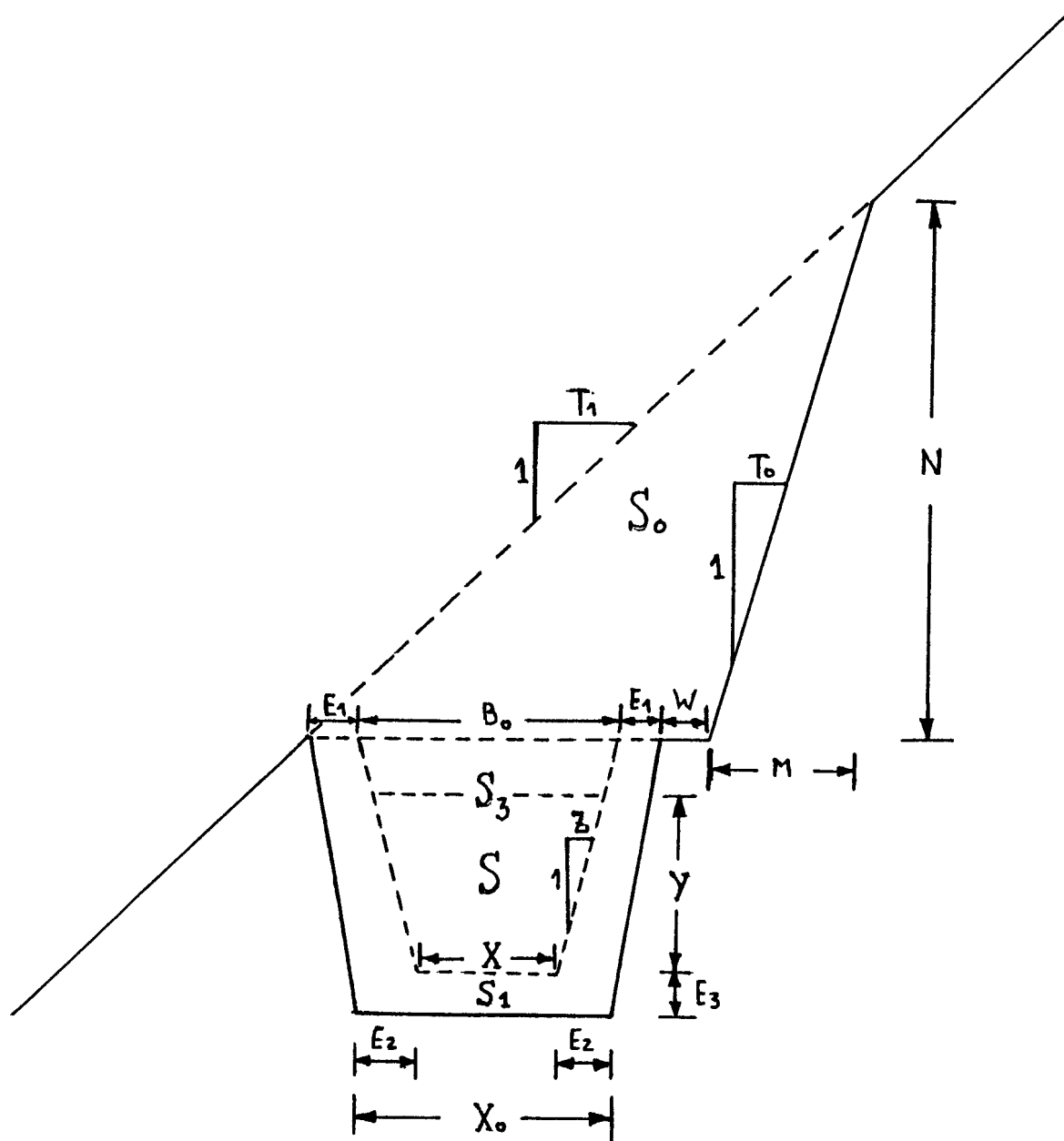
$$C_2 = AP_v S_2 \quad (\text{UM/m.año})$$

$$I = (C_1 + C_2) / A \quad (\text{UM/m.año})$$

Y la función que debe ser mínima:

$$C = C_0 + C_1 + C_2 \quad (\text{UM/m.año})$$

A esta función, por lo tanto, es a la que se aplica el mismo método numérico utilizado anteriormente para la optimización del diseño general, al objeto de obtener una mejor optimización en cada caso concreto.



Sección recta de la excavación del canal

En cuanto a los valores asignables de los parámetros del canal a optimizar, dado que las dimensiones del citado diseño han sido pensadas para ser válidas para ciertos valores del caudal, talud natural del terreno, talud del valle, precios específicos para energía eléctrica, construcción en concreto, excavación, etc., no van a escogerse los más actualizados, sino precisamente los mismos que utilizó el autor. Algunos de estos valores pueden ser tomados de la misma guía mencionada, y el resto de otra publicación del mismo autor (1), aunque no habría inconveniente en utilizar otros cualquiera que fueren en su momento. De esa forma, la comparación se hace más interesante, por trabajarse en el mismo campo. De manera específica se han escogido los siguientes valores para los tres ejemplos comparativos, correspondientes a los tres diseños ofrecidos por el ingeniero Nozaki, para tres rangos de caudales en pequeñas y medianas centrales:

$$\eta = 0.8$$

$$U = 4000 \text{ h/año}$$

$$P_e = \text{US\$ } 0.1/\text{kWh}$$

$$n = 0.015$$

$$Q = 0.5 ; 2 ; 8 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$A = 0.1/\text{año}$$

$$P_c = \text{US\$ } 70/\text{m}^3$$

$$P_v = \text{US\$ } 30/\text{m}^3$$

$$T_0 = 0.1 ; 0.2 ; 0.3$$

$$T_1 = 1.5$$

(1) NOZAKI, T.

Obra citada: "Guía para la estimación de metrados y costos ...",
pág. 13.

A partir de estos valores, se determinan los siguientes parámetros propios, para aplicarles el método de optimización del presente estudio:

$$F = 9.10^{-3} \quad ; \quad 0.576 \quad ; \quad 36.864$$

$$P_1 = 7$$

$$P_2 = 3$$

$$T = 1.2 \quad ; \quad 1.3 \quad ; \quad 1.4$$

Para el proceso de cálculo, se siguen tomando las tres dimensiones geométricas principales de la sección recta del canal como variables independientes: solera (X), tirante (Y) y talud de las paredes del canal (Z).

Este detalle permite la optimización total del diseño, en contraposición al diseño convencional estudiado, el cual considera relacionados los valores de "X", "Y" y "Z" con el caudal "Q" y la pendiente "J", con lo que la determinación de una dimensión condiciona todas las otras. Distinta situación ocurre al considerar las dimensiones independientes entre sí, ya que la optimización de cada una de ellas no es determinada por las restantes.

Luego de la optimización de costos, se procede a comparar estos resultados optimizados con los proporcionados por el ingeniero Nozaki.

Para poder realizar esta comparación es necesario calcular previamente la pendiente que se deduce de las dimensiones óptimas; con este valor de pendiente y caudal correspondientes a cada caso, se cuenta ya con los datos necesarios para usar los gráficos del diseño específico convencional, calcular sus dimensiones y obtener los costos que van a ser comparados.

La igualación de las pendientes favorece la comparación, pues ello equivale a establecer la igualdad de pérdidas energéticas, remitiéndose la comparación exclusivamente a los costos de inversión, al ser común el sumando de costos de pérdidas energéticas en el punto óptimo.

En vista de que las pendientes proporcionadas por los gráficos del diseño convencional son sólo unas pocas, regularmente espaciadas, no considerándose valores intermedios, lo más probable será que las pendientes óptimas, calculadas a partir de las dimensiones optimizadas, no encuentran un valor exacto al cual igualarse, y así no se podría establecer correctamente el valor de "Y" que corresponde al caso.

Para esto se recurre a la fórmula de Manning utilizada también por el diseño en cuestión, que permite calcular la pendiente "J" directamente en función del tirante "Y", considerando las particularidades de dicho diseño establecido, las cuales resultan ser:

$$\begin{array}{ll}
 \text{Para } Z = 0.1 & : R = 0.412 Y & (\text{m}) \\
 Z = 0.2 & : R = 0.432 Y & (\text{m}) \\
 Z = 0.3 & : R = 0.439 Y & (\text{m}) \\
 Y \text{ siempre} & : S = 1.4 Y^2 & (\text{m}^2)
 \end{array}$$

Despejando de la fórmula de Manning el valor de la pendiente "J", se obtiene:

$$J = n^2 Q^2 / S^2 R^{4/3} \quad (\text{m/m})$$

Reemplazando las expresiones de "R" y "S" respectivas, se puede despejar el valor del tirante "Y" para cada caso, sin tener que recurrir a los grá

ficos auxiliares del diseño específico:

$$\text{Para } Z = 0.1 \quad Y = (n^2 Q^2 / 0.6008 J)^{3/16} \quad (m)$$

$$Z = 0.2 \quad Y = (n^2 Q^2 / 0.64 J)^{3/16} \quad (m)$$

$$Z = 0.3 \quad Y = (n^2 Q^2 / 0.6539 J)^{3/16} \quad (m)$$

Con los valores de "Y", obtenidos con las expresiones deducidas, se cuenta con el dato necesario para ingresar a los gráficos que proporcionan los respectivos volúmenes de excavación y revestimiento de concreto.

Seguidamente, se evalúan los costos correspondientes de acuerdo a los precios establecidos.

A continuación, se muestran los resultados obtenidos con el diseño optimizado y con el diseño convencional. La ventaja que proporciona el uso del diseño optimizado sobre el convencional significa un ahorro de inversión entre 10 y 20%, lo cual hace que sea aún conveniente el cálculo de las dimensiones optimizadas para este diseño.

DISEÑO CONVENCIONAL

<u>Q</u> (m ³ /s)	<u>T</u>	<u>X</u> (m)	<u>Y</u> (m)	<u>Z</u>	<u>J</u> (°/∞)	<u>I</u> US \$/m.año
0.5	1.2	0.765	0.588	0.1	1.581	9.921
2	1.3	1.244	1.037	0.2	1.155	27.513
8	1.4	2.014	1.831	0.3	0.873	72.724

DISEÑO OPTIMIZADO

<u>Q</u> (m ³ /s)	<u>T</u>	<u>X*</u> (m)	<u>Y*</u> (m)	<u>Z*</u>	<u>J*</u> (°/∞)	<u>I*</u> US \$ /m.año	<u>Ahorro</u> 100(1 - I*/I) (%)
0.5	1.2	0.922	0.522	0	1.581	8.397	15.4
2	1.3	1.640	0.934	0	1.155	22.387	18.6
8	1.4	2.877	1.674	0	0.873	63.775	12.3

En este caso, pues, de optimización del diseño particular de canales de alimentación, propuesto por el ingeniero Nozaki, el método proporciona un nuevo dimensionamiento optimizado con sólo ligeramente mejores resultados, en cuanto a costos de construcción, que los proporcionados por el diseño convencional.

La comparación de ambos diseños podría llevar a pensar que la ventaja obtenida con el diseño optimizado no representa un ahorro significativo; pero no hay que olvidar que las condiciones en que se realizó esta comparación, eran las mismas establecidas por el diseño convencional, siendo de esperar, naturalmente, una mayor ventaja en condiciones distintas a las consideradas.

CAPITULO VI

OPTIMIZACION DEL DISEÑO PARA GRANDES CANALES DE ALIMENTACION

EMPUJE DE TIERRAS EN CANALES GRANDES

Los canales de alimentación de centrales hidráulicas discurren, en la mayor parte de su recorrido, a lo largo de las laderas de los cerros, previa excavación en los mismos. El revestimiento ha de sufrir el empuje del terreno, tanto del lado exterior como del interior de la ladera. El empuje sobre el revestimiento exterior puede despreciarse siempre, y más bien sucede que es el revestimiento el que se apoya en el terreno (empuje pasivo). En cambio, el empuje activo del terreno sobre el revestimiento del lado interior del canal puede tener valores importantes, y debe considerarse en los cálculos de canales que tengan más de un metro y medio de profundidad, lo cual viene a suponer caudales superiores a los $10 \text{ m}^3/\text{s}$, correspondiente a medianas y grandes centrales hidroeléctricas.

Supuesto un revestimiento de concreto en el canal, dada la escasa resistencia a los esfuerzos de tracción que posee dicho material, a partir de cierta altura del mismo es incapaz de soportar los esfuerzos de tracción a los que se vería sometido por el empuje del terreno.

Una inicial solución podría ser el aumento del espesor del revestimiento, en la margen interior del canal, para que éste actúe como muro de sostenimiento por gravedad, esto es, por su propio peso. El costo sería, en muchos casos, excesivo. Una alternativa usada es proteger el revestimiento del empuje del terreno por intercalación de un muro de rocas cementadas,

que se encargarían de soportar el citado empuje, también por gravedad.

La solución más general, y con frecuencia más económica, es hacer que el revestimiento de concreto resista los esfuerzos de tracción (flexión) por reforzamiento del mismo con armaduras de acero en la proporción conveniente, al menos en la margen interna del canal y parte de su solera.

EVALUACION DE LOS COSTOS

Adoptando la solución de concreto armado para el revestimiento, al costo del mismo obtenido con anterioridad, es preciso añadirle ahora el costo extra de la armadura de acero necesaria, y que en principio se puede expresar por:

$$C_3 = W_s P_3 \quad (\text{UM/m})$$

Siendo " W_s " (kg/m) el peso de armadura utilizado por metro de canal, y " P_3 " (UM/kg) el costo estimado, incluyendo su construcción, del acero utilizado.

La cantidad de acero a utilizar, superando siempre el valor mínimo reglamentado, será variable, para una misma situación topográfica y geológica del terreno, con la inclinación y altura de la pared del canal, pues cuanto mayor sea la inclinación o talud, menor será el empuje del terreno (aunque aumenta la superficie libre del canal y el volumen de excavación necesario), y cuanto menor sea la profundidad del canal, tanto será menor el citado empuje (aunque aumente la pendiente del canal y las pérdidas energéticas).

En definitiva, el diseño óptimo será aquél que origine una menor suma de costos energéticos y de inversión, incluyendo ahora el del acero del revestimiento.

Las pérdidas energéticas vienen dadas por la misma expresión desarrollada para centrales más pequeñas. Sin embargo, en el caso de canales grandes, las dimensiones geométricas para el cálculo de los costos de revestimiento y excavación sufrirían algunas modificaciones estimativas.

En concreto, la profundidad " Y_0 " del canal puede asumirse que, en canales más grandes, no es superior al 20% del tirante " Y " del mismo, en lugar del 30% estimado para canales más pequeños:

$$Y_0 = 1.2 Y \quad (m)$$

Esto supone que el área de excavación del lecho del canal (excluyendo el desmonte del cerro) ahora viene a ser:

$$S_L = 1.4 S \quad (m^2)$$

Y por lo mismo, no es de esperar que el espesor equivalente " E " supere al espesor promedio real del diseño, " E_0 ", en más del 10%, como idea aproximativa:

$$E = 1.1 E_0 \quad (m)$$

Siendo " E " el cociente entre el área de la sección recta del revestimiento " S_1 " y el perímetro mojado " P "; " S " el área mojada de la sección recta del canal y " S_L " el área de la sección recta de excavación del lecho del canal:

$$S_L = S_1 + S_3 \quad (m^2)$$

Las fórmulas de costos equivalentes anuales a minimizar quedarían ahora:

$$C_0 = gF / S^2 R^{4/3} \quad (\text{UM/m.año})$$

$$\text{con } F = \eta n^2 U P_e Q^3 \quad (\text{UM s}^2 \text{ m}^{10/3} / \text{año})$$

$$C_1 = P_1 P \quad (\text{UM/m.año})$$

$$\text{con } P_1 = A P_c E \quad (\text{UM/m}^2 \cdot \text{año})$$

$$P = X + 2Y(1 + Z^2)^{1/2} \quad (\text{m})$$

$$C_2 = P_2 S_2 \quad (\text{UM/m.año})$$

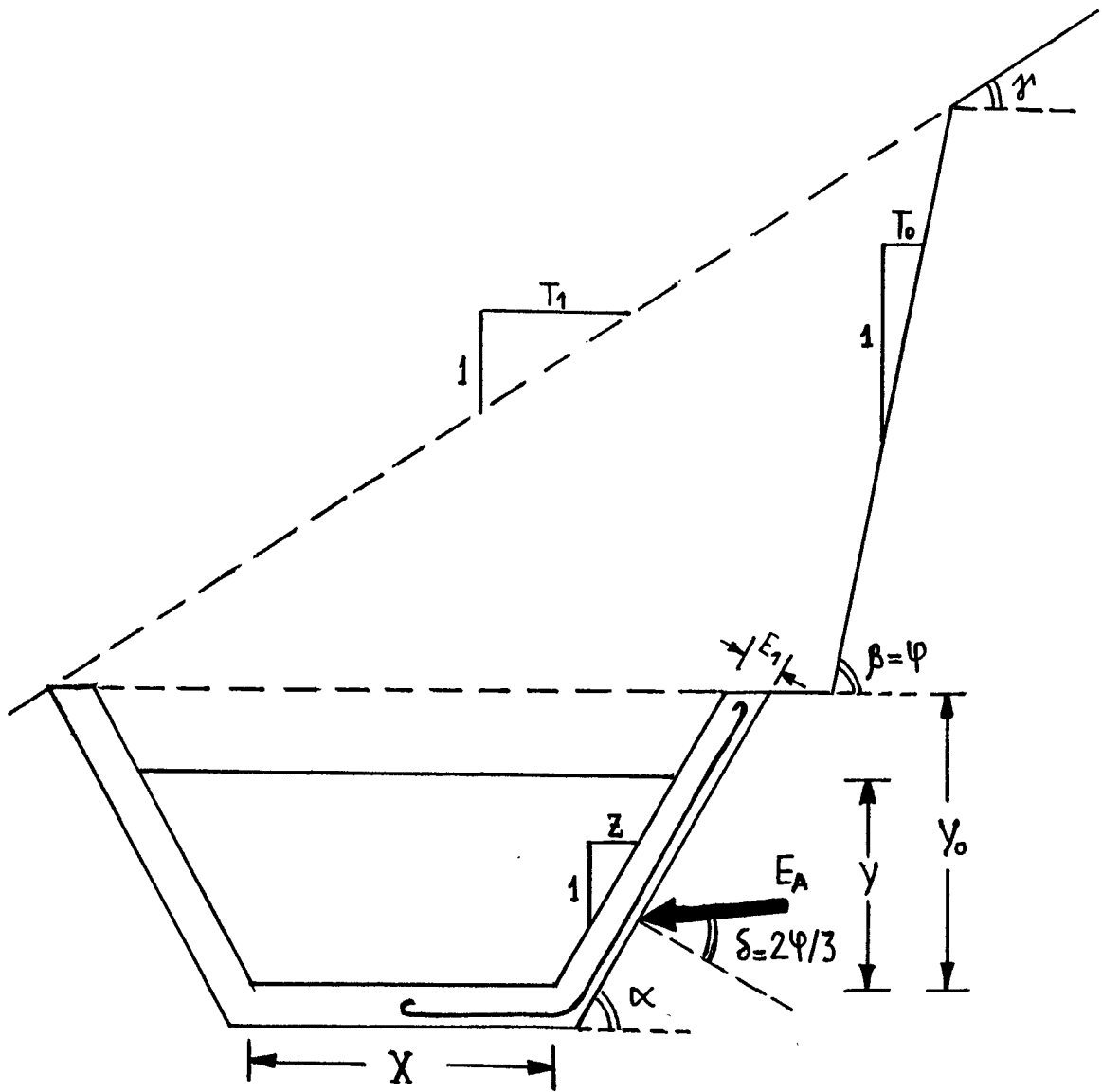
$$\text{con } S_2 = S_0 + S_L \quad (\text{m}^2)$$

$$S_0 = 0.72(X + 2.4YZ)^2 / (T_1 - T_0) \quad (\text{m}^2)$$

$$S_L = 1.4 S \quad (\text{m}^2)$$

$$S = (X + YZ) Y \quad (\text{m}^2)$$

$$C_3 = P_3 W_s \quad (\text{UM/m.año})$$



Empuje del terreno sobre el revestimiento del canal

TEORIA DEL EMPUJE DE TIERRA APLICADO AL DISEÑO OPTIMO DE CANALES

La expresión analítica más habitual para el valor del empuje del terreno, en el supuesto de homogeneidad e isotropía del suelo, de un buen drenaje del terreno (por filtros espaciados debajo de la solera del canal), y sin considerar cohesión en el mismo, es la deducida analíticamente por C.A. Coulomb (1776), basada en su teoría de que la posición más desfavorable de la superficie de deslizamiento, considerada plana (plano de fractura), es la que requiere de la máxima resistencia para asegurar el equilibrio. La componente horizontal del empuje activo del terreno resulta ser (1) :

$$E_{AH} = \frac{1}{2}(g\delta_t Y_0^2) \text{Sen}^2(\alpha - \varphi) / \text{Sen}^2 \alpha (1 + (\text{Sen}(\varphi + \delta) \text{Sen}(\varphi - \beta)) / \text{Sen}(\alpha + \delta) \text{Sen}(\alpha - \beta))^{1/2})^2 \quad (\text{N/m})$$

Y la componente vertical de dicho empuje:

$$E_{AV} = E_{AH} \text{ctg}(\alpha + \delta) \quad (\text{N/m})$$

Resultando para el valor total del empuje E_A (2) :

$$E_A = \frac{1}{2}(g\delta_t Y_0^2) \text{Sen}^2(\alpha - \varphi) / \text{Sen}^2 \alpha \text{Sen}(\alpha + \delta) (1 + (\text{Sen}(\varphi + \delta) \text{Sen}(\varphi - \beta)) / \text{Sen}(\alpha + \delta) \text{Sen}(\alpha - \beta))^{1/2})^2 \quad (\text{N/m})$$

(1) KLAUS-JÜRGEN SCHNEIDER

Bautabellen mit Berechnungshinweisen und Biespielen.
Ed. Werner-Verlag. 1982 (pág. 11.11)

(2) P. LEONARD CAPPER y W. FISHER CASSIE

The Mechanics of Engineering Soils

5a. Edición. Ed. E & F.N. SPON Londres, 1969. (Pág. 102).

En la que:

g : aceleración de la gravedad ($= 9.80665 \text{ m/s}^2$)

δ_t : densidad del terreno (kg/m^3)

Y_0 : altura vertical de la pared lateral de revestimiento del canal (m)

α : ángulo con la horizontal de dicha pared del canal

ψ : ángulo de rozamiento interno del suelo

δ : ángulo del empuje del terreno con la normal a la pared de revestimiento

β : ángulo del terreno en desmonte por encima del canal

Para el cálculo de la presión lateral o empuje del terreno, Rankine (1857) también investigó los estados de tensión, correspondientes a aquellos estados de equilibrio plástico que se producen simultáneamente en todos los puntos de una masa semiinfinita de suelo, sujeta sólo a su propio peso. Sin embargo, para calcular el empuje activo, adoptó la hipótesis de que el parámetro interno del muro de revestimiento era perfectamente liso (lo cual no se da en la realidad), pero con ello simplificaba enormemente el problema. Esta supeditación, de la inclinación " β " del terreno al valor del ángulo " δ ", no permite acomodarse a los resultados de la experiencia (1).

Ahora bien, como los parámetros internos de los muros de sostenimiento reales son siempre más o menos rugosos, las condiciones de borde para la teoría de Rankine raramente son satisfechas, de modo que los cálculos basados en dicha teoría encierran generalmente un error apreciable. La ma-

(1) HÜTTE

Manual del Ingeniero.

Ed. Gustavo Gili. 2a. Edición (1950), pág. 98.

yor parte de este error puede evitarse utilizando la teoría de Coulomb. El único inconveniente de esta teoría consiste en la necesidad de efectuar una simplificación con respecto a la forma de la superficie de deslizamiento. El error producido por esta hipótesis es, sin embargo, generalmente muy pequeño, comparado con el que resulta utilizando la teoría de Rankine (1).

En investigaciones más recientes, Reimbert ha podido comprobar que el ángulo con la horizontal de la porción recta de la superficie de deslizamiento, no resulta ser el teóricamente utilizado por Rankine (2), de $45^\circ \pm \psi/2$, sino que más bien, en la mayor parte de los casos, se acomoda mejor a $45^\circ \pm \psi/3$ (signo más (+) para empuje activo; signo menos (-) para empuje pasivo). Esto explica que, en general, las fórmulas de Rankine y de Coulomb den esfuerzos de terrenos superiores a los experimentados.

La fórmula aproximada deducida como consecuencia de estos nuevos resultados experimentales, y simplificada, para la componente horizontal, siempre independiente del estado de la superficie de revestimiento del canal, es (3) :

$$E_{AH} = g \delta_t Y_0^2 / 2 \left(\frac{\pi - 2\psi}{\pi + 2\psi} \right)^2 (1 + 2\beta/\pi) (\alpha - \psi) / (\pi/2 - \psi) \quad (\text{N/m})$$

Sin embargo, dada la novedad de esta sencilla expresión, se prefiere para el estudio presente, la antigua fórmula, tan utilizada, de Coulomb, a pe-

-
- (1) KARL TERZAGHI y RALPH B. PECK
Mecánica de Suelos en la Ingeniería Práctica.
Editorial Ateneo. 1960, págs. 167, 184.
- (2) JOSEPH E. BOWLES
Foundation Analysis and design.
Ed. Mc Graw-Hill Kogakusha Ltd. 1968, pág. 266.
- (3) MARCEL y ANDRE REIMBERT
Muros de Contención.
Ed. Técnicos Asociados S.A. (1976), pág. 126.

sar de dar resultados de un 10 a un 30% superiores a la realidad, lo cual aumenta la seguridad del diseño en un tema tan especial como el empuje de tierras.

Terzaghi sostiene que la teoría de Coulomb, aplicada a terrenos bien drenados, a pesar de su antigüedad, es tan satisfactoria como lo puede ser cualquier otra teoría moderna (1).

Con respecto al ángulo " δ " de fricción del terreno con el paramento del canal, éste, depende del ángulo " φ " de rozamiento interno del terreno, de su grado de humedad y de la rugosidad misma del concreto del revestimiento. En los casos más desfavorables, como por ejemplo, en terrenos coherentes anegados o en paredes de superficie muy lisa, puede llegar a ser nulo este ángulo " δ " ($\delta = 0$). Con terrenos bien drenados, y superficie de concreto bien rugosa, el máximo valor posible del ángulo " δ " es " φ " ($\delta = \varphi$). Sin embargo, para el cálculo del empuje del terreno por la fórmula de Coulomb no debe sobrepasarse el valor de: (2)

$$\delta = 2\varphi/3$$

El punto de aplicación de la fuerza total de empuje activo " E_A ", se encuentra a una profundidad, desde la parte superior de la pared de revestimiento, de:

$$Y_E = Y_0(2g\delta_t Y_0 + 3q)/(3g\delta_t Y_0 + 6q) \quad (m)$$

(1) TERZAGHI y PECK
Obra citada, pág. 193.

(2) SPANGLER y HANDY
Soil Engineering.
Ed. Intex Educational Publishers 1973, pág. 550.

siendo "q" la presión de sobrecarga del terreno, que en este estudio se considera nula, por lo que el punto de aplicación estará, simplificando la expresión, a una altura de 1/3 de la profundidad del canal sobre la so lera del mismo, esto es: (1)

$$Y_E = Y_0 / 3 \quad (m)$$

En vista de abaratar los costos de excavación del canal, es conveniente que el ángulo " β " de inclinación del desmonte del terreno sea el máximo posible. Considerando el caso más desfavorable de no tomar en cuenta la cohesión del terreno, el desmonte será estable, cualquiera que sea su altura, si no se sobrepasa el ángulo " ψ " de fricción interna del terreno suelto y que coincide con el llamado ángulo de talud natural del suelo (2). La existencia de taludes con ángulos de inclinación superiores a " ψ " constituye siempre un peligro de deslizamiento sobre el canal, además de impedirlo la fórmula de Coulomb, pues haría negativo el radicando de la raíz cuadrada: $\text{Sen}(\beta - \psi) < 0$.

En definitiva, el ángulo " β " máximo será el ángulo " ψ " de fricción interna para mayor seguridad.

Con estas consideraciones, la fórmula del empuje del terreno se reduce a:

$$E_A = (g \delta_t Y_0^2) \text{Sen}^2(\alpha - \psi) / 2 \text{Sen}^2 \alpha \text{Sen}(\alpha + 2\psi/3) \quad (N/m)$$

(1) FREDERICK S. MERRIT
Manual del Ingeniero Civil.
Ed. Mc Graw-Hill, págs. 7-59.

(2) TERZAGHI y PECK
Obra citada, págs. 98 y 219.

CALCULO DE LA ARMADURA DE ACERO NECESARIA

Para el estudio de la resistencia al empuje del terreno por parte del revestimiento de concreto (ahora reforzado) del canal, hay que tener en cuenta que no sólo aumenta conforme crece la inclinación del mismo (disminución del ángulo " α "), sino que también se aprecia más la ayuda que supone el peso propio del revestimiento que se opone por sí al momento de flexión (compuesta) que ocasiona el empuje del terreno, disminuyendo la armadura de acero necesaria para evitar la rotura de la pared lateral del canal.

En definitiva, las dos fuerzas que hay que considerar, para estudiar los esfuerzos de flexión y compresión en el concreto reforzado, son el empuje del terreno y el peso vertical del revestimiento lateral; este último será simplemente:

$$G = g \delta_c E_0 Y_0 / \text{Sen } \alpha \quad (\text{N/m})$$

siendo " δ_c " la densidad del concreto armado (kg/m^3).

El punto de aplicación, si se considera " E_0 " constante, está en la mitad de su altura:

$$Y_G = Y_0 / 2 \quad (\text{m})$$

En caso de revestimiento de espesor decreciente con la altura, este punto de aplicación sería: (1)

$$Y_G = Y_0 E_1 / (E_1 + E_2) \quad (\text{m})$$

(1) REIMBERT
Obra citada, pág. 216.

Siendo: E_1 : espesor mínimo (superior) (m)
 E_2 : espesor máximo (inferior) (m)
 E_0 : $(E_1 + E_2)/2$ (m)

De la figura mostrada a continuación, se deduce que el momento flector a que está sometido la arista inferior "AB" del paramento lateral con la solera del canal, resulta ser:

$$\begin{aligned} M_0 &= E_{AT} L_E - G_T L_G = \\ &= (E_A \cos \delta)(Y_0/3 \operatorname{Sen} \alpha) - (G \cos \alpha)(Y_0 E_1/2 E_0 \operatorname{Sen} \alpha) = \\ &= E_A Y_0 \cos \delta / 3 \operatorname{Sen} \alpha - G Y_0 E_1 \operatorname{ctg} \alpha / 2 E_0 \quad (\text{N-m/m}) \end{aligned}$$

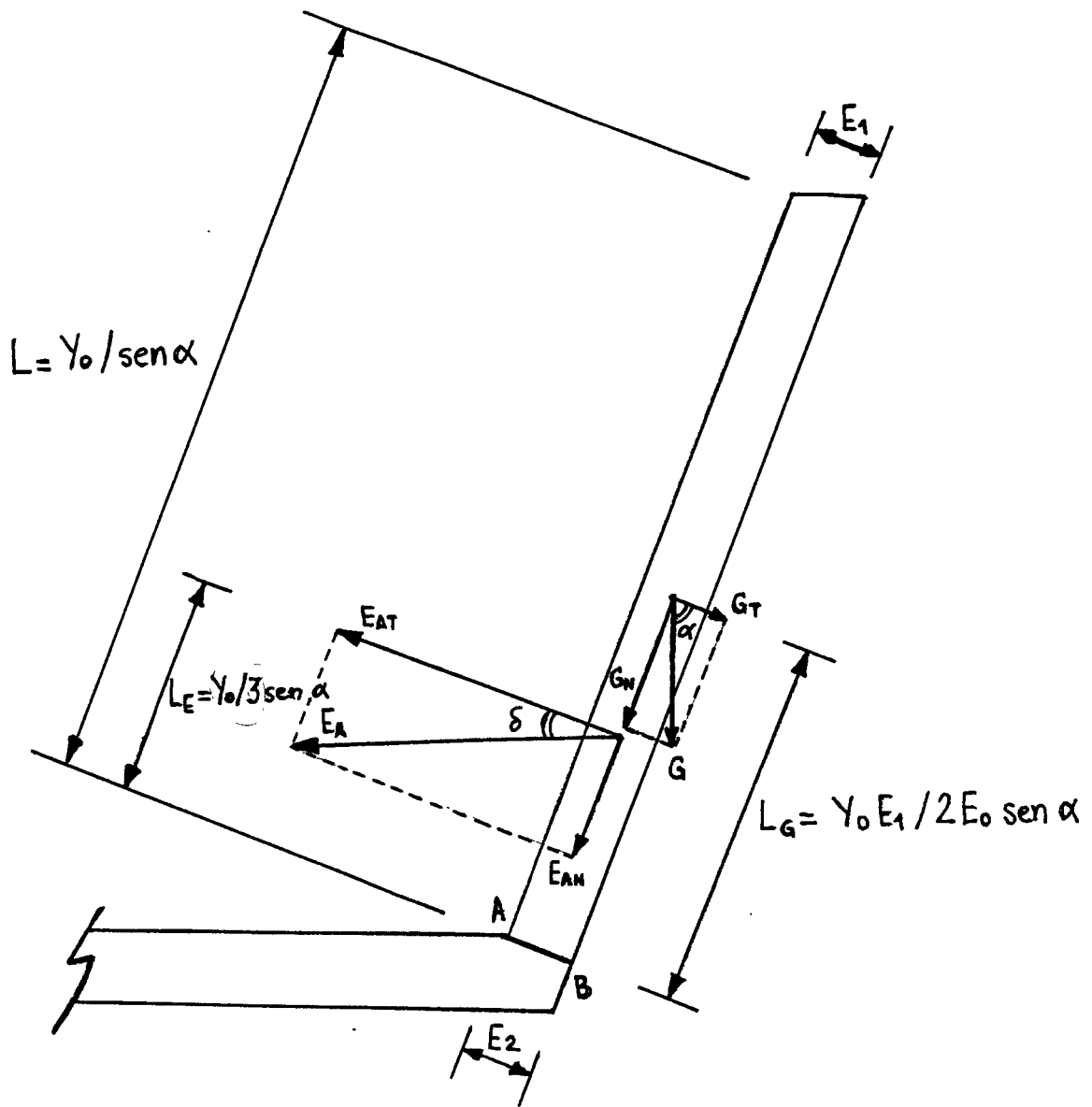
Y la fuerza normal de compresión sobre dicha sección:

$$N = E_{AN} + G_N = E_A \operatorname{Sen} \delta + G \operatorname{Sen} \alpha \quad (\text{N/m})$$

Para un ángulo " α " suficiente para que el momento flector " M_0 " se anule o negativice ($M_0 \leq 0$), no haría falta armadura de refuerzo en el concreto ($W_S = 0$), pues el concreto trabaja bien a compresión y los esfuerzos normales no son muy elevados en ese caso.

Para el cálculo de la sección máxima " A_S " de armadura de acero, dado que es un caso de flexión compuesta (flexión más compresión), se puede utilizar el método de Ehlers, que en definitiva consiste en utilizar las fórmu las correspondientes a flexión simple, sin más que referir el momento " M_0 " (respecto al punto medio de la sección en estudio) a la armadura (de tracción) y disminuir adecuadamente la sección " A_1 " correspondiente a dicha armadura: (1)

(1) P. JIMENEZ MONTIOYA. Hormigón Armado.
 Ed. Gustavo Gili. 6a. Edición, 1971, pág. 193.



Esquema de las fuerzas actuantes sobre el revestimiento del canal.

$$M = Ne = N(M_0/N + d/2) = M_0 + dN/2 \quad (\text{N.m/m})$$

$$A_S = A_1 - N/f_c \quad (\text{m}^2/\text{m})$$

en la que:

d : distancia de la superficie interior del revestimiento del canal al centro del acero de refuerzo, cercano a la superficie exterior, en contacto con el terreno.

f_c : esfuerzo de compresión admisible en el concreto (parte interior del revestimiento), expresado en Pascales ($1 \text{ Pa} = 1\text{N/m}^2$).

Para determinar la sección de armadura a flexión simple " A_1 ", puede emplearse la fórmula siguiente para cálculo rápido de vigas continuas por el método de M. Caquot: (1)

$$A_1 = M/f_s d j \quad (\text{m}^2/\text{m})$$

siendo:

$$j = 1 - k/3$$

$$k = m/(m + f_s/f_c)$$

$$m = E_s/E_c$$

donde:

f_s : tensión admisible de tracción en el acero de la armadura (Pa).

E_s : módulo de elasticidad del acero (M Pa).

E_c : módulo de deformación del concreto (M Pa).

El peralte efectivo " d " de la losa de revestimiento debe reunir dos condiciones: (2)

(1) MARCEL y ANDRE REIMBERT

Cálculo Simplificado de vigas continuas.
Ed. Urmo, 1965, págs. 202 y 208.

(2) HARRY PARKER

Ingeniería Simplificada para arquitectos y constructores.
Ed. Limusa-Willey 1972, pág. 272 y 274.

a) No ser superior al espesor máximo menos 3/4"

(Reglamento ACI 318-63)

$$d \leq E_2 - 0.019 \quad (m)$$

Habitualmente se tomaría:

$$d = E_2 - 0.025 \quad (m)$$

b) Sobrepassar el peralte mínimo:

$$d \geq d_0 = (2M/f_c j k)^{1/2} \quad (m)$$

En este caso, habría que aumentar el espesor inferior del revestimiento a:

$$E_2 = d_0 + 0.025 \quad (m)$$

quedando el área de armadura

$$A_1 = k f_c d_0 / 2 f_s \quad (m^2/m)$$

Por último, si el momento de flexión " M_0 " es positivo, pero la sección de armadura " A_s " resulta negativa, o bien inferior al valor mínimo reglamentado " A_0 ", debe tomarse esta sección mínima de acero.

Para aceros de resistencia normal, esta sección mínima será (1) :

$$f_s = 135 \text{ M Pa} \quad : \quad A_0 = 0.0025 d \quad (m^2/m)$$

$$f_s = 175 \text{ M Pa} \quad : \quad A_0 = 0.0020 d \quad (m^2/m)$$

$$f_s = 205 \text{ M Pa} \quad : \quad A_0 = 0.0017 d \quad (m^2/m)$$

Para el cálculo aproximado del peso de acero a utilizar por metro lineal de canal, debe tenerse en cuenta que la sección de armadura debe ser máxi

(1) Reglamento Nacional de Construcciones. Concreto Ciclopeo y Armado. Sirob Ediciones (PERU), pág. 29.

ma en la parte inferior del revestimiento, y teóricamente nula en la parte superior del paramento (aunque esto no significa que la disminución del esfuerzo sea lineal).

Ya que las barras corrugadas de acero comercial son cilíndricas, suelen ponerse de dos longitudes alternadas: una de longitud igual a la de la pared de revestimiento (L), y la otra aproximadamente la mitad ($L/2$).

Asimismo, hay que continuar la armadura de acero por la solera del canal, al menos en una cierta proporción, por ejemplo, en la mitad de longitud de las barras laterales ($L/2$ y $L/4$).

Considerando un tercio adicional de acero para incluir el doblado de los extremos de las barras y, sobre todo, las barras de reparto de las barras de refuerzo, puede considerarse el peso de acero a utilizar igual a:

$$\begin{aligned}
 W_s &= \delta_s (3/4 \cdot 3/2 \cdot 4/3 L) A_s \simeq \\
 &\simeq 3 L A_s \delta_s / 2 = 3 Y_0 A_s \delta_s / 2 \text{ Sen } \alpha \quad (\text{kg/m}) \\
 &\quad (\delta_s = \text{densidad del acero})
 \end{aligned}$$

OBTENCION DEL DISEÑO OPTIMO PARA CANALES GRANDES

Pretender, con canales grandes, determinar unas fórmulas generales de diseño óptimo es prácticamente imposible, por el gran número de parámetros nuevos que intervienen (relacionados con las características del terreno, del concreto y del acero, incluyendo su costo), además de las anteriores de caudal, talud de la ladera y costo de energía eléctrica, de construcción y de excavación, con su financiamiento, etc.

Lo que sí resulta posible es la preparación de un sencillo programa de cómputo de las dimensiones óptimas del canal para unas circunstancias topográficas, geológicas y económicas determinadas.

A continuación, se hará un ejemplo de aplicación práctica del método de optimización a los tres caudales siguientes:

$$Q_1 = 20 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$Q_2 = 40 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$Q_3 = 80 \text{ m}^3/\text{s}$$

En una región con las siguientes características:

- . Características topográficas: $\gamma = 26^\circ$
 $T_1 = 2 (\approx \text{ctg } \gamma)$
- . Características geológicas (1) : $\delta_t = 1700 \text{ kg/m}^3$
 (terreno promedio de grava, arena y arcilla). $\Psi = 37^\circ$
 $T_0 = 4/3 (\approx \text{ctg } \Psi)$
 $g = 9.80665 \text{ m/s}^2$
- . Características del concreto reforzado (2) : $\delta_c = 2400 \text{ kg/m}^3$
 $f_c = 7.75 \text{ M Pa (79 kg/cm}^2)$
 $\delta_s = 7800 \text{ kg/m}^3$
 $f_s = 205 \text{ M Pa (2100 kg/cm}^2)$
 $m = 10 (= E_s/E_c)$
 $A_0 = 0.0017 \text{ d (m}^2/\text{m)}$

(1) FRANK E. KIDDER y HARRY PARKER
 Manual del Arquitecto y del Constructor.
 Ed. UTEHA. México. pág. 268.

(2) Reglamento Nacional de Construcciones.
 Obra citada, págs. 38 - 39.

$$E_1 = E_2 = E_0 = 0.2 \quad (\text{m})$$

$$d = 0.175 \quad (\text{m})$$

$$n = 0.018 \quad (\text{rugosidad})$$

. Características generales técnico-económicas (1) :

$$A = 0.1 \text{ año}^{-1}$$

$$\eta = 0.8$$

$$U = 4000 \text{ h/año}$$

$$P_e = 0.1 \text{ US \$/kWh}$$

$$P_c = 70 \text{ US \$/m}^3$$

$$P_v = 30 \text{ US \$/m}^3$$

$$P_s = P_c / 100 = \\ = 0.7 \text{ US \$/kg}$$

(El costo de 1 m³ de concreto armado equivalente al de unos 100 kg de armadura de acero) (2).

. Características geométricas:

$$Y_0 = 1.2 Y \quad (\text{m})$$

$$P = X + 2Y (1 + Z^2)^{1/2} \quad (\text{m})$$

$$S_2 = S_0 + 1.4 S \quad (\text{m}^2)$$

$$S_0 = 0.72 (X + 2Y_0 Z)^2 / (T_1 - T_0) \quad (\text{m}^2)$$

$$S = (X + YZ) Y \quad (\text{m}^2)$$

$$R = S / P \quad (\text{m})$$

(1) T. NOZAKI

Obra citada, "Guía para la estimación de metrados...". pág. 114.

(2) REIMBERT

Obra citada, "Muros de Contención". pág. 205.

Con los valores asignados a las variables y parámetros del caso, se procede a observar la siguiente secuencia de cálculo anteriormente explicada:

$$\delta = 2 \varphi / 3$$

$$E_A = (g \delta_t Y_0^2) \text{Sen}^2(\alpha - \varphi) / 2 \text{Sen}^2 \alpha \text{Sen}(\alpha + 2 \varphi / 3)$$

$$G = g \delta_c E_0 Y_0 / \text{Sen} \alpha$$

$$M_0 = E_A Y_0 \text{Cos} \delta / 3 \text{Sen} \alpha - G Y_0 E_1 \text{ctg} \alpha / 2 E_0$$

$$M_0 \leq 0 \rightarrow W_s = 0 \quad (\text{No hace falta refuerzo de acero})$$

$$N = E_A \text{Sen} \delta + G \text{Sen} \alpha$$

$$M = M_0 + d N / 2$$

$$k = m / (m + f_s / f_c)$$

$$j = 1 - k / 3$$

$$A_1 = M / f_s d j$$

$$d_0 = (2M / f_c j k)^{1/2} < d \rightarrow d = d_0 ;$$

$$E_2 = d_0 + 0.025 ;$$

$$A_1 = k f_c d_0 / 2 f_s ;$$

$$A_s < 0.0017 d \rightarrow A_s = 0.0017 d$$

$$A_s = A_1 - N / f_c$$

$$W_s = 3 Y_0 A_s \delta_s / 2 \text{Sen} \alpha$$

$$P_0 = \eta U P_e$$

$$F = P_0 Q^3 n^2$$

$$P_1 = A E P_c$$

$$P_2 = A P_v$$

$$P_3 = A P_s$$

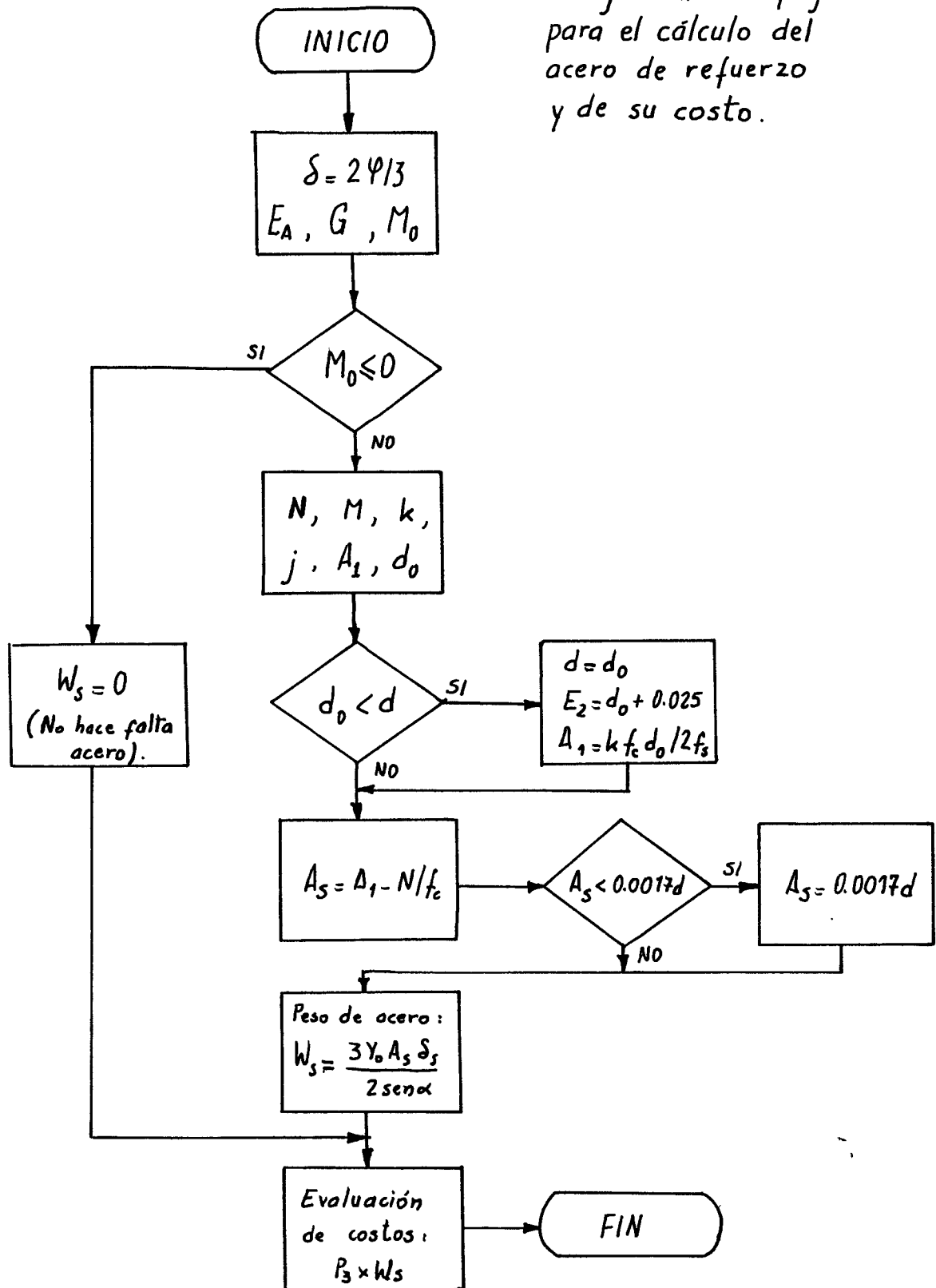
$$C_0 = g F / R^{4/3} S^2$$

$$C_1 = P_1 P$$

$$C_2 = S_2 P_2$$

$$C_3 = W_s P_3$$

Diagrama de flujo para el cálculo del acero de refuerzo y de su costo.



Función a minimizar:

$$C = C_0 + C_1 + C_2 + C_3$$

El proceso de cálculo descrito permite obtener la cantidad y costo del acero de refuerzo necesario, pero, como se ha visto, ésta es una parte de la minimización, de los costos totales, que hay que realizar. Esta parte hay que integrarla al método que se ha venido aplicando en los casos anteriores. El cálculo de la cantidad y costo de acero, debe venir inmediatamente después de la estimación de los nuevos valores de "X", "Y" y "Z", porque para efectuarlo son necesarios los valores de "Y₀" ($Y_0 = 1.2 Y$) y de " α " ($\alpha = \text{arc ctg } Z$), es decir, que se le considera como lo que es, un costo más, y por lo tanto se le calculará junto con los demás costos, pero siempre considerando la secuencia de cálculo anteriormente explicada.

Resultados del diseño optimizado:

Para $Q = 20 \text{ m}^3/\text{s}$:

$$X = 2.63 \text{ m} \quad Y = 5.52 \text{ m} \quad Z = 0 \quad E_0 = 0.2 \text{ m} \quad W_S = 23.1 \text{ kg/m}$$

$$\text{Costo total} = 141.67 \text{ US\$ / año m}$$

$$\text{Costo de energía perdida} = 35.67 \text{ US\$ / año m}$$

$$\text{Costo de excavación} = 21.05 \text{ US\$ / año m}$$

$$\text{Costo de revestimiento} = 83.33 \text{ US\$ / año m}$$

$$\text{Costo de acero} = 1.61 \text{ US\$ / año m}$$

Para $Q = 40 \text{ m}^3/\text{s}$:

$$X = 3.65 \text{ m} \quad Y = 6.55 \text{ m} \quad Z = 0 \quad E_0 = 0.2 \text{ m} \quad W_S = 27.4 \text{ kg/m}$$

$$\text{Costo total} = 242.15 \text{ US\$ / año m}$$

$$\text{Costo de energía perdida} = 70.94 \text{ US\$ / año m}$$

$$\text{Costo de excavación} = 25.79 \text{ US\$ / año m}$$

$$\text{Costo de revestimiento} = 143.5 \text{ US\$ / año m}$$

$$\text{Costo de acero} = 1.92 \text{ US\$ / año m}$$

Para $Q = 80 \text{ m}^3/\text{s}$:

$$X = 5.87 \text{ m} \quad Y = 6.55 \text{ m} \quad Z = 0 \quad E_0 = 0.2 \text{ m} \quad W_S = 27.3 \text{ kg/m}$$

$$\text{Costo total} = 441.56 \text{ US\$ / año m}$$

$$\text{Costo de energía perdida} = 137.26 \text{ US\$ / año m}$$

$$\text{Costo de excavación} = 29.21 \text{ US\$ / año m}$$

$$\text{Costo de revestimiento} = 273.17 \text{ US\$ / año m}$$

$$\text{Costo de acero} = 1.91 \text{ US\$ / año m}$$

CONCLUSIONES

La principal conclusión del presente estudio es la obtención de un método numérico que permite determinar las dimensiones y costos óptimos para el diseño de canales de alimentación de centrales hidroeléctricas.

Los únicos datos requeridos por este método son los que dan razón de las condiciones geológicas y topográficas del terreno, por el cual se pretende hacer discurrir el canal, así como de las condiciones técnicas y económicas bajo las cuales se realizará la construcción del canal. Todos estos datos han sido agrupados, a fin de hacer simple y sencillo su manejo y se exponen más adelante. Aplicándolos a los programas de cómputo de los capítulos IV, V y VI, se obtienen las dimensiones para diseños comunes, especiales y reforzados, respectivamente. Sin embargo, en el caso de los canales de alimentación para pequeñas y medianas centrales hidroeléctricas (caudales comprendidos entre $0.1 \text{ m}^3/\text{s}$ y $10 \text{ m}^3/\text{s}$), se ha logrado expresar las dimensiones y costos óptimos directamente, sin necesidad del computador, como funciones potenciales de los parámetros de construcción.

Estos programas de cómputo o expresiones directas, proporcionan, con la suficiente aproximación para un anteproyecto, los valores óptimos de las dimensiones y los costos del canal de alimentación de la central; la información proporcionada por estas expresiones es de vital importancia para quien proyecte canales de este tipo, ya que, de manera rápida y sencilla, puede estimar las dimensiones y costos, y, por lo tanto, la conve-

niencia de la construcción del canal bajo determinadas condiciones de terreno, precios, financiamiento, etc. Se expone a continuación el método a seguir en el cálculo.

1. Canales pequeños y medianos, en concreto no reforzado

1.1. Datos Hidráulico-Energéticos

- n : coeficiente G.K. de rugosidad del revestimiento del canal.
- E : espesor promedio del concreto de revestimiento (m)
- Q : caudal nominal de la central. (m³/s)
- U : utilización anual de la central (h/año)
- η : rendimiento general estimado en central o en plaza.

1.2. Datos Económico-Financieros

- P_e : precio de la energía eléctrica en central o
en plaza (UM/kWh)
- P_c : precio de construcción en concreto (UM/m³)
- P_v : precio de excavación (UM/m³)
- A : factor de amortización de capital e intereses (año⁻¹)

1.3. Datos Geológico-Topográficos

- (Variables, probablemente, a lo largo del recorrido del canal)
- T_1 : talud lateral de descenso del cerro
- T_0 : talud del desmonte del cerro

1.4. Cálculos Auxiliares

- P : potencia nominal de la central (kW)
- $P(t)$: potencia producible, a lo largo del año (kW)
- $Q(t)$: caudal turbinable, a lo largo del año (m³/s)

i = interés (real, complementado) del dinero

N = vida útil de la central (o período de financiación)

(años)

$$U = \int_0^{8760} P(t) dt/P \simeq \int_0^{8760} Q(t) dt/Q \quad (\text{h/año})$$

$$A = i(1+i)^N / ((1+i)^N - 1) \simeq (1+iN) / (N + iN(N+1)/2) \quad (\text{año}^{-1})$$

1.5. Dimensionamiento óptimo

Solera:

$$X = 1.44(\eta n^2 U P_e Q^3)^{0.15} (EP_C)^{-0.072} P_V^{-0.077} A^{0.15} (T_1 - T_0)^{0.021} \quad (\text{m})$$

Tirante:

$$Y = 1.52(\eta n^2 U P_e Q^3)^{0.15} (EP_C)^{-0.14} P_V^{-0.0037} A^{-0.14} (T_1 - T_0)^{-0.075} \quad (\text{m})$$

Inclinación lateral:

$$Z = 151.10^{-7} (\eta n^2 U P_e Q^3)^{-0.32} (EP_C)^{2.53} P_V^{-2.09} A^{0.44} (T_1 - T_0)^{3.64}$$

1.6. Costos específicos

$$C = 19(\eta n^2 U P_e Q^3)^{0.21} (EP_C)^{0.46} P_V^{0.32} A^{0.78} (T_1 - T_0)^{-0.077} \quad (\text{UM/m.año})$$

$$I = 14.5(\eta n^2 U P_e Q^3)^{0.21} (EP_C)^{0.49} P_V^{0.30} A^{-0.21} (T_1 - T_0)^{-0.069} \quad (\text{UM/m})$$

2. Datos adicionales para diseños especiales de canales no reforzados

S_1 : sección recta de revestimiento	(m ²)
S_3 : sección interna del canal	(m ²)
S_0 : sección recta de excavación en el cerro	(m ²)

Función a minimizar por computador

$$C = C_0 + AI =$$

$$= C_0 + AP_C S_1 + AP_V (S_0 + S_1 + S_3) \quad (\text{UM/m.año})$$

3. Datos adicionales para diseño de canales grandes reforzados

δ_t : densidad del terreno	(kg/m ³)
δ_c : densidad del concreto reforzado	(kg/m ³)
δ_s : densidad del acero de refuerzo	(kg/m ³)
f_c : esfuerzo admisible de compresión del concreto	(Pa)
f_s : esfuerzo admisible de tracción del acero	(Pa)
E_c : módulo de deformación del concreto	(Pa)
E_s : módulo de elasticidad del acero	(Pa)
A_0 : sección mínima del acero de refuerzo	(m ²)

Función a minimizar por computador, según programa:

$$C = C_0 + C_1 + C_2 + C_3 \quad (\text{UM/m.año})$$

```

SET DOUBLE
10   REM Programa REY: Método de ROSENBROCK con función Polinómica
40   REM Definiendo la función de prueba XYZ
50   X=.1\Y=.1\Z=.1\ REM Punto inicial para la iteración
60   DEF FNF(X,Y,Z)=ABS(X-1)^2+ABS(Y-2)^2+ABS(Z-3)^2+4
70   DEF FNM(M)=(ABS(A(M,1))^2+ABS(A(M,2))^2+ABS(A(M,3))^2)^.5
90   E(1,1)=1\E(1,2)=0\E(1,3)=0\ REM §   Base inicial
100  E(2,1)=0\E(2,2)=1\E(2,3)=0\ REM §   de vectores
110  E(3,1)=0\E(3,2)=0\E(3,3)=1\ REM §   ortonormales
120  A(4,1)=0\A(4,2)=0\A(4,3)=0
130  X1=X\Y1=Y\Z1=Z
140  REM Inicio de Iteraciones
150  FOR M=1 TO 3\D=.1\ REM Magnitud del avance en cada dirección
160  PRINT 'M=';M
170  G1=FNF(X,Y,Z)
180  G2=FNF(X+D*E(M,1),Y+D*E(M,2),Z+D*E(M,3))\ REM Evalúa en punto avanzado
190  PRINT 'G1=';G1,'G2=';G2
200  IF G2>G1 THEN D=-D/2\ GOTO 180\ REM Compara valores de función
210  REM Si el avance es bueno,reduce avance y repite
220  REM Si el avance es malo,aumenta avance y calcula nuevos valores
230  REM con nuevo avance
240  G3=FNF(X+2*D*E(M,1),Y+2*D*E(M,2),Z+2*D*E(M,3))
250  G4=FNF(X+D*E(M,1),Y+D*E(M,2),Z+D*E(M,3))
260  PRINT 'G3=';G3,'G4=';G4
270  IF G3<G4 THEN D=2*D\ GOTO 240\ REM Compara valores de la función
280  REM Si el avance es bueno ,aumenta avance y repite
290  REM Si el avance es malo,pasa a probar otra dirección
300  X=X+D*E(M,1)\Y=Y+D*E(M,2)\Z=Z+D*E(M,3)\D(M)=D
310  PRINT 'X=';X;'Y=';Y;'Z=';Z
320  NEXT M
330  REM El valor de K se refiere a la aproximación entre los puntos
340  REM de dos iteraciones sucesivas
350  K=ABS(X1-X)^2+ABS(Y1-Y)^2+ABS(Z1-Z)^2
360  K1=K1+1\ REM K1 cuenta las iteraciones realizadas
370  IF K>.00001 THEN 420\ REM Verifica grado de aproximación
380  REM Si la aproximación no es buena busca mejores direcciones
390  REM de avance ;en caso contrario detiene proceso
400  PRINT 'X=';X;'Y=';Y;'Z=';Z;'K=';K
410  PRINT 'MINIMO=';FNF(X,Y,Z),'ITERACIONES=';K1\ STOP
420  REM Calcula vectores que proporcionan mejor dirección
430  FOR M=3 TO 1 STEP -1\ FOR N=1 TO 3
440  A(M,N)=A(M+1,N)+D(M)*E(M,N)
442  NEXT N
444  NEXT M
450  REM Proceso de ortogonalización de vectores arriba calculados
460  FOR N=1 TO 3\E(1,N)=A(1,N)/FNM(1)
470  PRINT 'E(1,';N;')=';E(1,N),
480  NEXT N
490  PRINT
500  R0=A(2,1)*E(1,1)+A(2,2)*E(1,2)+A(2,3)*E(1,3)
510  FOR N=1 TO 3\A(2,N)=A(2,N)-R0*E(1,N)
512  NEXT N
520  FOR N=1 TO 3\E(2,N)=A(2,N)/FNM(2)
530  PRINT 'E(2,';N;')=';E(2,N),
540  NEXT N
550  PRINT
560  R1=A(3,1)*E(1,1)+A(3,2)*E(1,2)+A(3,3)*E(1,3)
570  R2=A(3,1)*E(2,1)+A(3,2)*E(2,2)+A(3,3)*E(2,3)
580  FOR N=1 TO 3\A(3,N)=A(3,N)-R1*E(1,N)-R2*E(2,N)
582  NEXT N
590  FOR N=1 TO 3\E(3,N)=A(3,N)/FNM(3)
600  PRINT 'E(3,';N;')=';E(3,N),
610  NEXT N
620  PRINT
630  GOTO 130

```

```

SET DOUBLE
10 REM
20 REM Programa REY: Método de ROSENBROCK con fórmulas de tesis
30 REM Aplicación a la optimización del diseño general
35 PRINT 'Método de optimización de canales.Algoritmo ROSENBROCK'\ PRINT
40 REM Definición de parámetros relativos a la construcción del canal
41 PRINT 'Valor del factor de energía :';\ INPUT F0
42 PRINT 'Precio anualizado del concreto de revestimiento:';\ INPUT P1
43 PRINT 'Precio anualizado de la excavación:';\ INPUT P2
44 PRINT 'Valor del talud equivalente:';\ INPUT T
46 REM Dimensiones iniciales del canal a optimizar
47 PRINT 'Valor inicial del fondo del canal:';\ INPUT X
48 PRINT 'Valor inicial del tirante :';\ INPUT Y
49 PRINT 'Valor inicial del talud de paredes:';\ INPUT Z
51 REM DEFINICION DE FUNCIONES
57 DEF FNP(X,Y,Z)=X+2*Y*(1+Z^2)^.5
58 DEF FNS(X,Y,Z)=(X+Y*Z)*Y
62 DEF FNS2(X,Y,Z)=2*FNS(X,Y,Z)+ABS((1.2*(X+2.6*Y*Z)))^2/(2*T)
63 DEF FNR(X,Y,Z)=ABS(FNS(X,Y,Z)/FNP(X,Y,Z))
64 DEF FNJ(X,Y,Z)=ABS(.018/(FNR(X,Y,Z)^(2/3)*FNS(X,Y,Z)))^2
65 DEF FNC0(X,Y,Z)=9.80665*F0/(FNR(X,Y,Z)^(4/3)*FNS(X,Y,Z)^2)
66 DEF FNC1(X,Y,Z)=P1*FNP(X,Y,Z)
67 DEF FNC2(X,Y,Z)=P2*FNS2(X,Y,Z)
68 DEF FNF(X,Y,Z)=FNC0(X,Y,Z)+FNC1(X,Y,Z)+FNC2(X,Y,Z)
69 DEF FNI(X,Y,Z)=FNC1(X,Y,Z)+FNC2(X,Y,Z)
70 DEF FNM(M)=(ABS(A(M,1))^2+ABS(A(M,2))^2+ABS(A(M,3))^2)^.5
80 REM Base inicial de vectores
90 E(1,1)=1\E(1,2)=0\E(1,3)=0
100 E(2,1)=0\E(2,2)=1\E(2,3)=0
110 E(3,1)=0\E(3,2)=0\E(3,3)=1
120 A(4,1)=0\A(4,2)=0\A(4,3)=0
130 X1=X\Y1=Y\Z1=Z
140 REM Inicio de Iteraciones
150 FOR M=1 TO 3\D=.1\ REM Magnitud del avance en cada dirección
160 PRINT 'M=';M
170 G1=FNF(X,Y,Z)
171 K9=X+D*E(M,1)\ IF K9<0 GOTO 207\ REM § Estas instrucciones
173 K9=Y+D*E(M,2)\ IF K9<0 GOTO 207\ REM § sirven para evitar
175 K9=Z+D*E(M,3)\ IF K9<0 GOTO 207\ REM § valores negativos
180 G2=FNF(X+D*E(M,1),Y+D*E(M,2),Z+D*E(M,3))\ REM Evalúa en punto avanzado
190 PRINT 'G1=';G1,'G2=';G2
200 IF G2>G1 THEN 207
204 GOTO 231
207 D=-D/2\ GOTO 171
210 REM Si el avance es bueno,reduce avance y repite
220 REM Si el avance es malo,aumenta avance y calcula nuevos valores
230 REM con nuevo avance
231 K8=X+1.5*D*E(M,1)\ IF K8<0 THEN 300\ REM § Estas líneas
233 K8=Y+1.5*D*E(M,2)\ IF K8<0 THEN 300\ REM § cumplen igual función
235 K8=Z+1.5*D*E(M,3)\ IF K8<0 THEN 300\ REM § que las 171-172-173
240 G3=FNF(X+1.5*D*E(M,1),Y+1.5*D*E(M,2),Z+1.5*D*E(M,3))
250 G4=FNF(X+D*E(M,1),Y+D*E(M,2),Z+D*E(M,3))
260 PRINT 'G3=';G3,'G4=';G4
270 IF G3<G4 THEN D=1.5*D\ GOTO 231\ REM Compara valores de la función
280 REM Si el avance es bueno ,aumenta avance y repite
290 REM Si el avance es malo,pasa a probar otra dirección
300 X=X+D*E(M,1)\Y=Y+D*E(M,2)\Z=Z+D*E(M,3)\D(M)=D
310 PRINT 'X=';X;'Y=';Y;'Z=';Z
320 NEXT M
330 REM El valor de K se refiere a la aproximación entre los puntos
340 REM de dos iteraciones sucesivas
350 K=ABS(X1-X)^2+ABS(Y1-Y)^2+ABS(Z1-Z)^2\ PRINT 'K=';K
360 K1=K1+1\ REM K1 cuenta las iteraciones realizadas
362 PRINT 'COSTO ANUAL DE ENERGIA=';FNC0(X,Y,Z)

```

```

364 PRINT 'COSTO DE EXCAVACION=';FNC2(X,Y,Z)
366 PRINT 'COSTO DE REVESTIMIENTO=';FNC1(X,Y,Z)
368 PRINT 'COSTO ANUAL TOTAL=';FNF(X,Y,Z)
370 IF K>.00001 THEN 420\ REM Verifica grado de aproximación
380 REM Si la aproximación no es buena busca mejores direcciones
390 REM de avance ;en caso contrario detiene proceso
395 IF ABS(FNF(X1,Y1,Z1)-FNF(X,Y,Z))>.1E-06 THEN 420
400 PRINT 'X=';X;'Y=';Y;'Z=';Z;'K=';K
410 PRINT 'MINIMO=';FNF(X,Y,Z),'ITERACIONES=';K1\ STOP
420 REM Calcula vectores que proporcionan mejor dirección
430 FOR M=3 TO 1 STEP -1\ FOR N=1 TO 3
440 A(M,N)=A(M+1,N)+D(M)*E(M,N)
442 NEXT N
444 NEXT M
450 REM Proceso de ortogonalización de vectores arriba calculados
460 FOR N=1 TO 3\E(1,N)=A(1,N)/FNM(1)
470 PRINT 'E(1,';N;')=';E(1,N),
480 NEXT N
490 PRINT
500 R0=A(2,1)*E(1,1)+A(2,2)*E(1,2)+A(2,3)*E(1,3)
510 FOR N=1 TO 3\A(2,N)=A(2,N)-R0*E(1,N)
512 NEXT N
520 FOR N=1 TO 3\E(2,N)=A(2,N)/FNM(2)
530 PRINT 'E(2,';N;')=';E(2,N),
540 NEXT N
550 PRINT
560 R1=A(3,1)*E(1,1)+A(3,2)*E(1,2)+A(3,3)*E(1,3)
570 R2=A(3,1)*E(2,1)+A(3,2)*E(2,2)+A(3,3)*E(2,3)
580 FOR N=1 TO 3\A(3,N)=A(3,N)-R1*E(1,N)-R2*E(2,N)
582 NEXT N
590 FOR N=1 TO 3\E(3,N)=A(3,N)/FNM(3)
600 PRINT 'E(3,';N;')=';E(3,N),
610 NEXT N
620 PRINT
630 GOTO 130

```

```

SET DOUBLE
10 REM
20 REM Programa REY: Método de ROSENBROCK con fórmulas de tesis
30 REM Aplicación a la obtención de diversos resultados óptimos
35 PRINT 'Método de optimización de canales.Algoritmo ROSENBROCK'\ PRINT
40 REM Definición de parámetros relativos a la construcción del canal
41 F0(1)=.0000162\F0(2)=.00041\F0(3)=.0104
42 F0(4)=.264\F0(5)=6.7\F0(6)=170
43 P1(1)=9\P1(2)=1.85\P1(3)=.375
44 P2(1)=4.5\P2(2)=1.35\P2(3)=.3
45 T(1)=.333333\T(2)=.78\T(3)=1.83\T(4)=4.27\T(5)=10
46 REM Dimensiones iniciales del canal a optimizar
47 X=.3\Y=.5\Z=.5
50 GOTO 7000
51 REM DEFINICION DE FUNCIONES
57 DEF FNP(X,Y,Z)=X+2*Y*(1+Z^2)^.5
58 DEF FNS(X,Y,Z)=(X+Y*Z)*Y
62 DEF FNS2(X,Y,Z)=2*FNS(X,Y,Z)+ABS((1.2*(X+2.6*Y*Z)))^2/(2*T)
63 DEF FNR(X,Y,Z)=ABS(FNS(X,Y,Z)/FNP(X,Y,Z))
64 DEF FNJ(X,Y,Z)=ABS(.018/(FNR(X,Y,Z)^(2/3)*FNS(X,Y,Z)))^2
65 DEF FNC0(X,Y,Z)=9.80665*F0/(FNR(X,Y,Z)^(4/3)*FNS(X,Y,Z)^2)
66 DEF FNC1(X,Y,Z)=P1*FNP(X,Y,Z)
67 DEF FNC2(X,Y,Z)=P2*FNS2(X,Y,Z)
68 DEF FNF(X,Y,Z)=FNC0(X,Y,Z)+FNC1(X,Y,Z)+FNC2(X,Y,Z)
69 DEF FNI(X,Y,Z)=FNC1(X,Y,Z)+FNC2(X,Y,Z)
70 DEF FNM(M)=(ABS(A(M,1))^2+ABS(A(M,2))^2+ABS(A(M,3))^2)^.5
80 REM Base inicial de vectores
90 E(1,1)=1\E(1,2)=0\E(1,3)=0
100 E(2,1)=0\E(2,2)=1\E(2,3)=0
110 E(3,1)=0\E(3,2)=0\E(3,3)=1
120 A(4,1)=0\A(4,2)=0\A(4,3)=0
125 REM Inicio de Iteraciones
130 X1=X\Y1=Y\Z1=Z
150 FOR M=1 TO 3\D=.1\ REM Magnitud del avance en cada dirección
170 G1=FNF(X,Y,Z)
171 K9=X+D*E(M,1)\ IF K9<0 GOTO 207\ REM § Estas instrucciones
173 K9=Y+D*E(M,2)\ IF K9<0 GOTO 207\ REM § sirven para evitar
175 K9=Z+D*E(M,3)\ IF K9<0 GOTO 207\ REM § valores negativos
180 G2=FNF(X+D*E(M,1),Y+D*E(M,2),Z+D*E(M,3))\ REM Evalúa en punto avanzado
200 IF G2>G1 THEN 207
204 GOTO 231
207 D=-D/2\ GOTO 171
210 REM Si el avance es bueno,reduce avance y repite
220 REM Si el avance es malo,aumenta avance y calcula nuevos valores
230 REM con nuevo avance
231 K8=X+1.5*D*E(M,1)\ IF K8<0 THEN 300\ REM § Estas líneas
233 K8=Y+1.5*D*E(M,2)\ IF K8<0 THEN 300\ REM § tienen igual función
235 K8=Z+1.5*D*E(M,3)\ IF K8<0 THEN 300\ REM § que las 171-172-173
240 G3=FNF(X+1.5*D*E(M,1),Y+1.5*D*E(M,2),Z+1.5*D*E(M,3))
250 G4=FNF(X+D*E(M,1),Y+D*E(M,2),Z+D*E(M,3))
270 IF G3<G4 THEN D=1.5*D\ GOTO 231\ REM Compara valores de la función
280 REM Si el avance es bueno ,aumenta avance y repite
290 REM Si el avance es malo,pasa a probar otra dirección
300 X=X+D*E(M,1)\Y=Y+D*E(M,2)\Z=Z+D*E(M,3)\D(M)=D
320 NEXT M
330 REM El valor de K se refiere a la aproximación entre los puntos
340 REM de dos iteraciones sucesivas
350 K=ABS(X1-X)^2+ABS(Y1-Y)^2+ABS(Z1-Z)^2
360 K1=K+1\ REM K1 cuenta las iteraciones realizadas
370 IF K>.00001 THEN 420\ REM Verifica grado de aproximación
380 REM Si la aproximación no es buena busca mejores direcciones
390 REM de avance ;en caso contrario verifica diferencia de costos
395 IF ABS(FNF(X1,Y1,Z1)-FNF(X,Y,Z))>.1E-06 THEN 420
396 REM Si la diferencia de costos es aceptable termina el proceso

```

```

398 REM En caso contrario procede a buscar mejores direcciones
400 PRINT 'X=';X;'Y=';Y;'Z=';Z;'K=';K
410 PRINT 'MINIMO=';FNF(X,Y,Z),'ITERACIONES=';K1,TIME$(0)
411 CON=CON+1\K1=0
412 FMIN(CON)=FNF(X,Y,Z)\IMIN(CON)=FNI(X,Y,Z)
413 XOP(CON)=X\YOP(CON)=Y\ZOP(CON)=Z
414 GOTO 1000
415 PRINT 'CLAVE DEL PUNTO:';PREQT$(CON),'PUNTO N°';CON\ PRINT
416 GOTO 6040
420 REM Calcula vectores que proporcionan mejor dirección
430 FOR M=3 TO 1 STEP -1\ FOR N=1 TO 3
440 A(M,N)=A(M+1,N)+D(M)*E(M,N)\ IF ABS(A(M,N))<=.1E-18 THEN A(M,N)=0
442 NEXT N
444 NEXT M
450 REM Proceso de ortogonalización de vectores arriba calculados
460 FOR N=1 TO 3
464 IF FNM(1)=0 THEN E(1,N)=0\ GOTO 480
468 E(1,N)=A(1,N)/FNM(1)
480 NEXT N
500 R0=A(2,1)*E(1,1)+A(2,2)*E(1,2)+A(2,3)*E(1,3)
505 IF ABS(R0)<=.1E-18 THEN R0=0
510 FOR N=1 TO 3\A(2,N)=A(2,N)-R0*E(1,N)
512 NEXT N
520 FOR N=1 TO 3
524 IF FNM(2)=0 THEN E(2,N)=0\ GOTO 540
528 E(2,N)=A(2,N)/FNM(2)
540 NEXT N
560 R1=A(3,1)*E(1,1)+A(3,2)*E(1,2)+A(3,3)*E(1,3)
570 R2=A(3,1)*E(2,1)+A(3,2)*E(2,2)+A(3,3)*E(2,3)
572 IF ABS(R1)<=.1E-18 THEN R1=0
576 IF ABS(R2)<=.1E-18 THEN R2=0
580 FOR N=1 TO 3\A(3,N)=A(3,N)-R1*E(1,N)-R2*E(2,N)
582 NEXT N
590 FOR N=1 TO 3
594 IF FNM(3)=0 THEN E(3,N)=0\ GOTO 610
598 E(3,N)=A(3,N)/FNM(3)
610 NEXT N
630 GOTO 130
1000 REM
1010 PREQT$(CON)=EDIT$(NUM$(I(1))+NUM$(I(2))+NUM$(I(3))+NUM$(I(4)),2)
1020 GOTO 415
2000 ARCH=ARCH+1\ IF ARCH>1 THEN 51
5000 REM APERTURA DE ARCHIVOS
5020 DIM #2,FMIN(270)
5030 OPEN 'FMIN.DAT' AS FILE #2, VIRTUAL
5050 DIM #3,XOP(270)
5060 OPEN 'XOP.DAT' AS FILE #3, VIRTUAL
5070 DIM #4,YOP(270)
5080 OPEN 'YOP.DAT' AS FILE #4, VIRTUAL
5090 DIM #5,ZOP(270)
5100 OPEN 'ZOP.DAT' AS FILE #5, VIRTUAL
5110 DIM #6,PREQT$(270)=4
5120 OPEN 'PREQT.DAT' AS FILE #6, VIRTUAL
5130 DIM #7,IMIN(270)
5135 OPEN 'IMIN.DAT' AS FILE #7, VIRTUAL
5140 GOTO 51
5500 REM CONTROL DE SECUENCIA
5510 FOR J=1 TO 4
5520 I(J)=VAL(MID$(B$,J,1))
5530 NEXT J
5600 GOTO 6040
6010 I(1)=I(1)+1\ IF I(1)=7 THEN STOP
6020 I(2)=I(2)+1\ IF I(2)=4 THEN I(2)=0\ GOTO 6010
6030 I(3)=I(3)+1\ IF I(3)=4 THEN I(3)=0\ GOTO 6020
6040 I(4)=I(4)+1\ IF I(4)=6 THEN I(4)=0\ GOTO 6030

```

```
6060 F0=F0(I(1))\P1=P1(I(2))\P2=P2(I(3))\T=T(I(4))
6070 GOTO 2000
7000 REM ENTRADA AL PROGRAMA
7010 PRINT 'COMIENZA RECIEN EL PROCESO DE OBTENCION DE MINIMOS';\ INPUT A$
7020 IF A$='SI' THEN 6010
7030 PRINT 'CLAVE DEL ULTIMO PUNTO(MINIMO) GRABADO';\ INPUT B$
7040 PRINT 'NUMERO DE ESTE ULTIMO PUNTO';\ INPUT CON
7050 GOTO 5500
```

```

SET DOUBLE
10 REM
20 REM Programa REY: Método de ROSENBROCK con fórmulas de tesis
30 REM Aplicación al diseño particular del ing.Tsuguo Nozaki
35 PRINT 'Método de optimización de canales.Algoritmo ROSENBROCK'\ PRINT
40 REM Definición de parámetros relativos a la construcción del canal
41 PRINT 'Valor del factor de energía: '\ INPUT F0
42 PRINT 'Precio del concreto del revestimiento: '\ INPUT P1
43 PRINT 'Precio de la excavación: '\ INPUT P2
44 PRINT 'Valor del talud equivalente: '\ INPUT T
46 REM Dimensiones iniciales del canal a optimizar
47 PRINT 'Valor inicial del fondo: '\ INPUT X
48 PRINT 'Valor inicial del tirante: '\ INPUT Y
49 PRINT 'Valor inicial del talud de las paredes: '\ INPUT Z
50 REM DEFINICION DE FUNCIONES
51 DEF FNE1(Y)=.1*Y+.08
52 DEF FNE2(Y)=.22*Y+.06
53 DEF FNY0(Y)=1.3*Y+.05
54 DEF FNX0(X,Y)=X+2*FNE2(Y)
55 DEF FNB0(X,Y,Z)=X+2*Z*FNY0(Y)
56 DEF FNW(X,Y,Z)=.15*(FNB0(X,Y,Z)+2*FNE1(Y)+1)
57 DEF FNP(X,Y,Z)=X+2*Y*(1+Z^2)^.5
58 DEF FNS(X,Y,Z)=(X+Y*Z)*Y
59 DEF FNS0(X,Y,Z)=ABS((FNB0(X,Y,Z)+2*FNE1(Y)+FNW(X,Y,Z)))^2/(2*T)
60 DEF FNS1(X,Y,Z)=(FNE1(Y)+FNE2(Y))*FNY0(Y)+FNE1(Y)*FNX0(X,Y)
61 DEF FNS3(X,Y,Z)=(X+Z*FNY0(Y))*FNY0(Y)
62 DEF FNS2(X,Y,Z)=FNS3(X,Y,Z)+FNS0(X,Y,Z)+FNS1(X,Y,Z)
63 DEF FNR(X,Y,Z)=ABS(FNS(X,Y,Z)/FNP(X,Y,Z))
64 DEF FNJ(X,Y,Z)=ABS(.018*Q/(FNR(X,Y,Z)^(2/3)*FNS(X,Y,Z)))^2
65 DEF FNC0(X,Y,Z)=9.80665*F0/(FNR(X,Y,Z)^(4/3)*FNS(X,Y,Z)^2)
66 DEF FNC1(X,Y,Z)=P1*FNS1(X,Y,Z)
67 DEF FNC2(X,Y,Z)=P2*FNS2(X,Y,Z)
68 DEF FNF(X,Y,Z)=FNC0(X,Y,Z)+FNC1(X,Y,Z)+FNC2(X,Y,Z)
69 DEF FNI(X,Y,Z)=FNC1(X,Y,Z)+FNC2(X,Y,Z)
70 DEF FNM(M)=(ABS(A(M,1))^2+ABS(A(M,2))^2+ABS(A(M,3))^2)^.5
80 REM Base inicial de vectores
90 E(1,1)=1\E(1,2)=0\E(1,3)=0
100 E(2,1)=0\E(2,2)=1\E(2,3)=0
110 E(3,1)=0\E(3,2)=0\E(3,3)=1
120 A(4,1)=0\A(4,2)=0\A(4,3)=0
130 X1=X\Y1=Y\Z1=Z
140 REM Inicio de Iteraciones
150 FOR M=1 TO 3\D=.1 REM Magnitud del avance en cada dirección
160 PRINT 'M=';M
170 G1=FNF(X,Y,Z)
171 K9=X+D*E(M,1)\ IF K9<0 GOTO 207\ REM § Estas instrucciones
173 K9=Y+D*E(M,2)\ IF K9<0 GOTO 207\ REM § sirven para evitar
175 K9=Z+D*E(M,3)\ IF K9<0 GOTO 207\ REM § valores negativos
180 G2=FNF(X+D*E(M,1),Y+D*E(M,2),Z+D*E(M,3))\ REM Evalúa en punto avanzado
190 PRINT 'G1=';G1,'G2=';G2
200 IF G2>G1 THEN 207
204 GOTO 231
207 D=-D/2\ GOTO 171
210 REM Si el avance es bueno,reduce avance y repite
220 REM Si el avance es malo,aumenta avance y calcula nuevos valores
230 REM con nuevo avance
231 K8=X+1.5*D*E(M,1)\ IF K8<0 THEN 300\ REM § Estas líneas
233 K8=Y+1.5*D*E(M,2)\ IF K8<0 THEN 300\ REM § cumplen igual función
235 K8=Z+1.5*D*E(M,3)\ IF K8<0 THEN 300\ REM § que las 171-172-173
240 G3=FNF(X+1.5*D*E(M,1),Y+1.5*D*E(M,2),Z+1.5*D*E(M,3))
250 G4=FNF(X+D*E(M,1),Y+D*E(M,2),Z+D*E(M,3))
260 PRINT 'G3=';G3,'G4=';G4
270 IF G3<G4 THEN D=1.5*D\ GOTO 231\ REM Compara valores de la función
280 REM Si el avance es bueno ,aumenta avance y repite

```

```

290 REM Si el avance es malo, pasa a probar otra direccion
300 X=X+D*E(M,1)\Y=Y+D*E(M,2)\Z=Z+D*E(M,3)\D(M)=D
310 PRINT 'X=';X;'Y=';Y;'Z=';Z
320 NEXT M
330 REM El valor de K se refiere a la aproximación entre los puntos
340 REM de dos iteraciones sucesivas
350 K=ABS(X1-X)^2+ABS(Y1-Y)^2+ABS(Z1-Z)^2\ PRINT 'K=';K
360 K1=K1+1\ REM K1 cuenta las iteraciones realizadas
362 PRINT 'COSTO ANUAL DE ENERGIA=';FNC0(X,Y,Z)
364 PRINT 'COSTO DE EXCAVACION=';FNC2(X,Y,Z)
366 PRINT 'COSTO DE REVESTIMIENTO=';FNC1(X,Y,Z)
368 PRINT 'COSTO ANUAL TOTAL=';FNF(X,Y,Z)
370 IF K>.00001 THEN 420\ REM Verifica grado de aproximación
380 REM Si la aproximación no es buena busca mejores direcciones
390 REM de avance ;en caso contrario detiene proceso
395 IF ABS(FNF(X1,Y1,Z1)-FNF(X,Y,Z))>.1E-06 THEN 420
400 PRINT 'X=';X;'Y=';Y;'Z=';Z;'K=';K
410 PRINT 'MINIMO=';FNF(X,Y,Z),'ITERACIONES=';K1
420 REM Calcula vectores que proporcionan mejor dirección
430 FOR M=3 TO 1 STEP -1\ FOR N=1 TO 3
440 A(M,N)=A(M+1,N)+D(M)*E(M,N)\ IF ABS(A(M,N))<=.1E-18 THEN A(M,N)=0
442 NEXT N
444 NEXT M
450 REM Proceso de ortogonalización de vectores arriba calculados
460 FOR N=1 TO 3
465 IF FNM(1)=0 THEN E(1,N)=0\ GOTO 470
468 E(1,N)=A(1,N)/FNM(1)
470 PRINT 'E(1,';N;')=';E(1,N),
480 NEXT N
490 PRINT
500 R0=A(2,1)*E(1,1)+A(2,2)*E(1,2)+A(2,3)*E(1,3)
505 IF ABS(R0)<=.1E-18 THEN R0=0
510 FOR N=1 TO 3\A(2,N)=A(2,N)-R0*E(1,N)
511 IF ABS(A(2,N))<=.1E-18 THEN A(2,N)=0
512 NEXT N
520 FOR N=1 TO 3
525 IF FNM(2)=0 THEN E(2,N)=0\ GOTO 530
528 E(2,N)=A(2,N)/FNM(2)
530 PRINT 'E(2,';N;')=';E(2,N),
540 NEXT N
550 PRINT
560 R1=A(3,1)*E(1,1)+A(3,2)*E(1,2)+A(3,3)*E(1,3)
570 R2=A(3,1)*E(2,1)+A(3,2)*E(2,2)+A(3,3)*E(2,3)
575 IF ABS(R1)<=.1E-18 THEN R1=0
577 IF ABS(R2)<=.1E-18 THEN R2=0
580 FOR N=1 TO 3\A(3,N)=A(3,N)-R1*E(1,N)-R2*E(2,N)
581 IF ABS(A(3,N))<=.1E-18 THEN A(3,N)=0
582 NEXT N
590 FOR N=1 TO 3
595 IF FNM(3)=0 THEN E(3,N)=0\ GOTO 600
598 E(3,N)=A(3,N)/FNM(3)
600 PRINT 'E(3,';N;')=';E(3,N),
610 NEXT N
620 PRINT
630 GOTO 130

```

```

SET DOUBLE
10 REM
20 REM Programa REY: Método de ROSENBROCK con fórmulas de tesis
30 REM Aplicación a grandes canales con necesidad de acero de refuerzo
35 PRINT 'Método de optimización de canales.Algoritmo ROSENBROCK'\ PRINT
40 GOTO 960
46 REM Dimensiones iniciales del canal a optimizar
47 PRINT 'Valor inicial del fondo del canal:';\ INPUT X
48 PRINT 'Valor inicial del tirante:';\ INPUT Y
49 PRINT 'Valor inicial del talud de las paredes:';\ INPUT Z
51 REM DEFINICION DE FUNCIONES
52 DEF FNAF(Z)=ATN(1/Z)
53 DEF FNEA1(Y,Z)=9.80665*DT*(1.2*Y)^2*SIN(FNAF(Z)-FI)^2
54 DEF FNEA2(Z)=2*SIN(FNAF(Z))^2*SIN(FNAF(Z)+DA)
55 DEF FNEA(Y,Z)=FNEA1(Y,Z)/FNEA2(Z)
56 DEF FNPG(Y,Z)=9.80665*DC*E0*1.2*Y/SIN(FNAF(Z))
57 DEF FNM01(Y,Z)=FNEA(Y,Z)*1.2*Y*COS(DA)/(3*SIN(FNAF(Z)))
58 DEF FNM02(Y,Z)=FNPG(Y,Z)*1.2*Y*E1*COS(FNAF(Z))/(SIN(FNAF(Z))*2*E0)
59 DEF FNM0(Y,Z)=FNM01(Y,Z)-FNM02(Y,Z)
60 DEF FNNM(Y,Z)=FNEA(Y,Z)*SIN(DA)+FNPG(Y,Z)*SIN(FNAF(Z))
61 DEF FNME(Y,Z)=FNM0(Y,Z)+PD*FNNM(Y,Z)/2
62 DEF FNWS(Y,Z)=3*1.2*Y*SS*DS/(2*SIN(FNAF(Z)))
63 DEF FNP(X,Y,Z)=X+2*Y*(1+Z^2)^.5
64 DEF FNS(X,Y,Z)=(X+Y*Z)*Y
65 DEF FNS2(X,Y,Z)=1.4*FNS(X,Y,Z)+ABS((1.2*(X+2.4*Y*Z)))^2/(2*Y)
66 DEF FNR(X,Y,Z)=ABS(FNS(X,Y,Z)/FNP(X,Y,Z))
67 DEF FNJ(X,Y,Z)=ABS(.018/(FNR(X,Y,Z)^(2/3)*FNS(X,Y,Z)))^2
68 DEF FNC0(X,Y,Z)=9.80665*F0/(FNR(X,Y,Z)^(4/3)*FNS(X,Y,Z)^2)
69 DEF FNC1(X,Y,Z)=P1*FNP(X,Y,Z)
70 DEF FNC2(X,Y,Z)=P2*FNS2(X,Y,Z)
71 DEF FNC3(Y,Z)=P3*FNWS(Y,Z)
72 DEF FNF(X,Y,Z)=FNC0(X,Y,Z)+FNC1(X,Y,Z)+FNC2(X,Y,Z)+FNC3(Y,Z)
73 DEF FNI(X,Y,Z)=FNC1(X,Y,Z)+FNC2(X,Y,Z)
74 DEF FNM(M)=(ABS(A(M,1))^2+ABS(A(M,2))^2+ABS(A(M,3))^2)^.5
80 REM Base inicial de vectores
81 E(1,1)=1\E(1,2)=0\E(1,3)=0
100 E(2,1)=0\E(2,2)=1\E(2,3)=0
110 E(3,1)=0\E(3,2)=0\E(3,3)=1
120 A(4,1)=0\A(4,2)=0\A(4,3)=0
130 X1=X\Y1=Y\Z1=Z
140 REM Inicio de Iteraciones
150 FOR M=1 TO 3\D=.1\ REM Magnitud del avance en cada dirección
155 PRINT 'M=';M
160 Y2=Y\Z2=Z\ GOSUB 700
170 G1=FNF(X,Y,Z)
171 K9=X+D*E(M,1)\ IF K9<0 GOTO 207\ REM §Estas líneas sirven
173 K9=Y+D*E(M,2)\ IF K9<0 GOTO 207\ REM §para evitar
175 K9=Z+D*E(M,3)\ IF K9<0 GOTO 207\ REM §valores negativos
178 Y2=Y+D*E(M,2)\Z2=Z+D*E(M,3)\ GOSUB 700
180 G2=FNF(X+D*E(M,1),Y+D*E(M,2),Z+D*E(M,3))\ REM Evalúa en punto avanzado
190 PRINT 'G1=';G1,'G2=';G2
200 IF G2>G1 THEN 207
204 GOTO 231
207 D=-D/2\ GOTO 171
210 REM Si el avance es bueno,reduce avance y repite
220 REM Si el avance es malo,aumenta avance y calcula nuevos valores
230 REM con nuevo avance
231 K8=X+1.5*D*E(M,1)\ IF K8<0 THEN 300\ REM §Estas líneas cumplen
233 K8=Y+1.5*D*E(M,2)\ IF K8<0 THEN 300\ REM §igual función
235 K8=Z+1.5*D*E(M,3)\ IF K8<0 THEN 300\ REM §que las 171-173-175
238 Y2=Y+1.5*D*E(M,2)\Z2=Z+1.5*D*E(M,3)\ GOSUB 700
240 G3=FNF(X+1.5*D*E(M,1),Y+1.5*D*E(M,2),Z+1.5*D*E(M,3))
245 Y2=Y+D*E(M,2)\Z2=Z+D*E(M,3)\ GOSUB 700
250 G4=FNF(X+D*E(M,1),Y+D*E(M,2),Z+D*E(M,3))

```

```

260 PRINT 'G3=';G3,'G4=';G4
270 IF G3<G4 THEN D=1.5*D\ GOTO 231\ REM Compara valores de la función
280 REM Si el avance es bueno ,aumenta avance y repite
290 REM Si el avance es malo,pasa a probar otra dirección
300 X=X+D*E(M,1)\Y=Y+D*E(M,2)\Z=Z+D*E(M,3)\D(M)=D
310 PRINT 'X=';X,'Y=';Y,'Z=';Z
320 NEXT M
330 REM El valor de K se refiere a la aproximación entre los puntos
340 REM de dos iteraciones sucesivas
350 K=ABS(X1-X)^2+ABS(Y1-Y)^2+ABS(Z1-Z)^2
355 PRINT 'K=';K
360 K1=K1+1\ REM K1 cuenta las iteraciones realizadas
362 PRINT 'COSTO DE ENERGIA PERDIDA=';FNC0(X,Y,Z)
363 PRINT 'COSTO DE EXCAVACION=';FNC2(X,Y,Z)
364 PRINT 'COSTO DE REVESTIMIENTO=';FNC1(X,Y,Z)
365 PRINT 'COSTO DE ACERO DE REFUERZO=';FNC3(Y,Z)
366 PRINT 'COSTO TOTAL=';FNF(X,Y,Z)
370 IF K>.00001 THEN 420\ REM Verifica grado de aproximación
380 REM Si la aproximación no es buena busca mejores direcciones
390 REM de avance ;en caso contrario detiene proceso
395 IF ABS(FNF(X1,Y1,Z1)-FNF(X,Y,Z))>.1E-06 THEN 420
400 PRINT 'X=';X;'Y=';Y;'Z=';Z;'K=';K
410 PRINT 'MINIMO=';FNF(X,Y,Z),'ITERACIONES=';K1,TIME$(0)\ STOP
420 REM Calcula vectores que proporcionan mejor dirección
430 FOR M=3 TO 1 STEP -1\ FOR N=1 TO 3
440 A(M,N)=A(M+1,N)+D(M)*E(M,N)\ IF ABS(A(M,N))<=.1E-18 THEN A(M,N)=0
442 NEXT N
444 NEXT M
450 REM Proceso de ortogonalización de vectores arriba calculados
460 FOR N=1 TO 3
464 IF FNM(1)=0 THEN E(1,N)=0\ GOTO 470
468 E(1,N)=A(1,N)/FNM(1)
470 PRINT 'E(1,';N;')=';E(1,N),
480 NEXT N
490 PRINT
500 R0=A(2,1)*E(1,1)+A(2,2)*E(1,2)+A(2,3)*E(1,3)
505 IF ABS(R0)<=.1E-18 THEN R0=0
510 FOR N=1 TO 3\A(2,N)=A(2,N)-R0*E(1,N)
512 NEXT N
520 FOR N=1 TO 3
524 IF FNM(2)=0 THEN E(2,N)=0\ GOTO 530
528 E(2,N)=A(2,N)/FNM(2)
530 PRINT 'E(2,';N;')=';E(2,N),
540 NEXT N
550 PRINT
560 R1=A(3,1)*E(1,1)+A(3,2)*E(1,2)+A(3,3)*E(1,3)
565 IF ABS(R1)<=.1E-18 THEN R1=0
570 R2=A(3,1)*E(2,1)+A(3,2)*E(2,2)+A(3,3)*E(2,3)
575 IF ABS(R2)<=.1E-18 THEN R2=0
580 FOR N=1 TO 3\A(3,N)=A(3,N)-R1*E(1,N)-R2*E(2,N)
582 NEXT N
590 FOR N=1 TO 3
594 IF FNM(3)=0 THEN E(3,N)=0\ GOTO 600
598 E(3,N)=A(3,N)/FNM(3)
600 PRINT 'E(3,';N;')=';E(3,N),
610 NEXT N
620 PRINT
630 GOTO 130
700 REM SUBROUTINA PARA CALCULO DE ACERO DE REFUERZO
720 DA=2*FI/3
740 MTO=FNM0(Y2,Z2)
750 IF MTO<=0 THEN SS=0\ GOTO 950
860 KE=MM/(MM+(FS+FC))
870 JE=1-KE/3
875 REM Cálculo de la sección de armadura a flexión simple(Mét. de Caquot)

```

```

880 A1=FNME(Y2,Z2)/(FS*PD*JE)
885 REM Verificación del peralte efectivo de la losa de revestimiento
890 D0=ABS((2*FNME(Y2,Z2)/(FC*JE*KE))^.5
900 IF D0<PD THEN PD=D0\E2=D0+.025\A1=KE*FC*D0/(2*FS)
915 REM Cálculo de la sección máxima de armadura de acero (Mét. de Ehlers)
920 SS=A1-FNNM(Y2,Z2)/FC
930 IF SS<.0017*PD THEN SS=.0017*PD
950 RETURN
960 REM Definición de parámetros relativos a la construcción del canal
962 PRINT 'Angulo de fricción interna del suelo(rad):';\ INPUT FI
964 PRINT 'Densidad del suelo (kg/cm2):';\ INPUT DT
966 PRINT 'Densidad del concreto (kg/cm2):';\ INPUT DC
968 PRINT 'Densidad del acero (kg/cm2):';\ INPUT DS
970 PRINT 'Esfuerzo admisible del concreto (MPa):';\ INPUT FC
972 PRINT 'Esfuerzo admisible del acero (MPa):';\ INPUT FS
974 PRINT 'Relación de módulos de Young de acero y concreto:';\ INPUT MM
976 PRINT 'Espesor superior del revestimiento (m):';\ INPUT E1
980 PRINT 'Espesor inferior del revestimiento (m):';\ INPUT E2
982 PRINT 'Espesor promedio del revestimiento (m):';\ INPUT E0
984 PRINT 'Peralte admisible de la sección del acero:';\ INPUT PD
986 PRINT 'Valor del factor de energía :';\ INPUT F0
988 PRINT 'Precio del concreto del revestimiento:';\ INPUT P1
990 PRINT 'Precio anualizado de la excavación:';\ INPUT P2
992 PRINT 'Precio anualizado del acero de refuerzo:';\ INPUT P3
994 PRINT 'Valor del talud equivalente:';\ INPUT T
996 GOTO 46
999 END

```

```

SET NO DOUBLE
10  REM PROGRAMA DE Regresion Multiple Lineal
20  REM Este programa intenta ajustar una serie de datos contenidos
22  REM en los archivos virtuales abiertos en la línea 5000
24  REM El ajuste que se pretende realizar es sobre las dimensiones
26  REM del canal (X,Y,Z),el costo total y la inversión económica
28  REM En todos los casos se intenta obtener una expresión potencial
30  REM en función de los parámetros constructivos del canal (línea 4000)
32  REM Para obtener una expresión más manejable se pueden aplicar las
34  REM propiedades de los logaritmos sobre la expresión potencial
36  REM Con esto se tiene una expresión lineal a la cual se puede
38  REM aplicar,con las debidas consideraciones del caso,el ajuste lineal
40  PRINT 'NUMERO DE VARIABLES A AJUSTAR:';\ INPUT J1
45  PRINT 'NUMERO DE PUNTOS CONSIDERADOS:';\ INPUT J2
47  CLEAR
50  GOTO 4000
60  DIM PA(4,270)
100 REM Inicio del procesamiento de datos contenidos en los archivos
110 FOR CON=1 TO J2
115 REM Identificación de los parámetros constructivos del canal que
117 REM caracterizan a los valores óptimos procesados
120 FOR J=1 TO J1
130 I(J)=VAL(MID$(PREQT$(CON),J,1))
140 NEXT J
205 K5=K5+1\ REM Esta variable controla el número de datos procesados
207 ICON=2*CON\ REM Con ICON se salva una falla particular del archivo
209 REM Logaritmicación de los valores óptimos
210 LX=LOG(XOP(ICON))
220 LY=LOG(YOP(ICON))
230 LZ=LOG(ZOP(ICON))
240 LF=LOG(FMIN(ICON))
250 LI=LOG(IMIN(ICON))
255 REM Logaritmicación de los parámetros constructivos
257 REM Las variables PA(N,K5) guardan los valores de P(N)
259 REM para su posterior uso
260 P(1)=LOG(F0(I(1)))\PA(1,K5)=P(1)
270 P(2)=LOG(P1(I(2)))\PA(2,K5)=P(2)
280 P(3)=LOG(P2(I(3)))\PA(3,K5)=P(3)
290 P(4)=LOG(T(I(4)))\PA(4,K5)=P(4)
300 REM ACUMULACION DE DATOS SELECCIONADOS
400 REM Acumulación de sumatorias para coeficientes de matriz de ajuste
410 REM y vectores de términos independientes de cada magnitud a ajustar
430 FOR I=1 TO J1+1
440 FOR J=1 TO J1+1
445 IF I>J THEN 645\ REM Calcula sólo la matriz triangular superior
450 IF I=1 GOTO 560\ REM El cálculo de la primera fila es un caso aparte
470 C(I,J)=P(I-1)*P(J-1)+C(I,J)\ REM Cálculo de los demás coeficientes
480 IF J=J1+1 THEN 500\ REM Termina cálculo de primera fila
490 GOTO 640
495 REM Cálculo del elemento I-ésimo del vector de términos independientes
500 BX(I)=LX*P(I-1)+BX(I)
510 BY(I)=LY*P(I-1)+BY(I)
520 BZ(I)=LZ*P(I-1)+BZ(I)
530 BF(I)=LF*P(I-1)+BF(I)
540 BI(I)=LI*P(I-1)+BI(I)
550 GOTO 640
560 IF J=1 THEN 580
570 C(I,J)=P(J-1)+C(I,J)\ REM Cálculo del coeficiente C(1,J)
575 GOTO 640
580 C(1,1)=K5\ REM Este coeficiente coincide con el número de datos
585 REM Cálculo del primer elemento del vector de términos independientes
590 BX(1)=LX+BX(1)
600 BY(1)=LY+BY(1)
610 BZ(1)=LZ+BZ(1)

```

```

620     BF(I)=LF+BF(I)
630     BI(1)=LI+BI(1)
640     C(J,I)=C(I,J)\ REM Esto se aplica por tratarse de matriz simétrica
645     NEXT J\ REM Procede a calcular el siguiente coeficiente de la fila I
650     NEXT I\ REM Procede a calcular coeficientes de la siguiente fila
660     PRINT CON,\ REM Muestra la cantidad de datos procesados
670     NEXT CON\ PRINT \ REM Procede a procesar los siguiente valores óptimos
700     REM Impresión de Matriz de Ajuste
710     PRINT 'MATRIZ DE AJUSTE'
720     PRINT '_____' \ PRINT
730     FOR I=1 TO J1+1
740     FOR J=1 TO J1+1
750     IF ABS(C(I,J))<=.000001 THEN C(I,J)=0\ REM Anula los términos pequeños
760     PRINT C(I,J),\ REM Imprime el coeficiente C(I,J)
770     A(I,J)=C(I,J)\ REM Sacar una 'copia' de la matriz para su posterior uso
780     NEXT J\ REM Procede a buscar el siguiente coeficiente de la fila I
790     PRINT
800     NEXT I\ REM Procede a buscar el primer coeficiente de la siguiente fila
1000    REM Esta parte del Programa realiza la inversión de la Matriz
1010    REM de ajuste.Ha sido tomado de un trabajo de Cálculo Numérico
1020    REM Se omiten comentarios
1030    FOR I=1 TO J1+1\F(I)=I\G(I)=I\ NEXT I
1040    FOR H=1 TO J1+1
1050    M=0\ FOR I=H TO J1+1\ FOR J=H TO J1+1
1060    IF ABS(A(F(H),G(H)))>M THEN U=I\O=J\M=ABS(A(F(H),G(H)))
1070    NEXT J\ NEXT I
1080    F=F(H)\F(H)=F(U)\F(U)=F\G=G(H)\G(H)=G(O)\G(O)=G
1090    IF M=0 THEN PRINT ,\ PRINT , 'NO HAY UNICA SOLUCION'\ GOTO 9999
1100    FOR J=1 TO J1+1
1120    IF G(J)=G(H) THEN 1140
1130    A(F(H),G(J))=-A(F(H),G(J))/A(F(H),G(H))
1140    NEXT J
1150    FOR I=1 TO J1+1\ FOR J=1 TO J1+1
1160    IF G(J)=G(H) THEN 1200
1170    IF F(I)=F(H) THEN 1210
1180    A(F(I),G(J))=A(F(I),G(J))+A(F(H),G(J))*A(F(I),G(H))
1190    IF ABS(A(F(I),G(J)))<.000001 THEN A(F(I),G(J))=0
1200    NEXT J
1210    NEXT I
1220    FOR I=1 TO J1+1
1230    IF F(I)=F(H) THEN 1250
1240    A(F(I),G(H))=A(F(I),G(H))/A(F(H),G(H))
1250    NEXT I
1260    A(F(H),G(H))=1/A(F(H),G(H))
1270    NEXT H
1280    PRINT ,
1285    REM Impresión de Matriz Inversa
1287    REM Se sigue similar proceso al usado para Matriz de Ajuste
1290    PRINT 'MATRIZ INVERSA'\ PRINT \ PRINT
1300    FOR I=1 TO J1+1\ FOR J=1 TO J1+1
1340    IF ABS(A(I,J))<=.000001 THEN A(I,J)=0
1350    PRINT A(I,J),
1360    NEXT J\ PRINT \ NEXT I
2000    REM Prueba de Matriz Inversa : Verificación por Matriz Identidad
2005    REM Se realiza multiplicación de Matriz de Ajuste por su Inversa
2010    PRINT \ PRINT ,\ PRINT 'PRUEBA : MATRIZ IDENTIDAD'\ PRINT
2020    FOR I=1 TO J1+1
2030    FOR J=1 TO J1+1
2040    FOR JJ=1 TO J1+1
2050    R(I,J)=C(I,JJ)*A(JJ,J)+R(I,J)
2060    NEXT JJ
2065    IF ABS(R(I,J))<=.000001 THEN R(I,J)=0
2070    PRINT R(I,J),
2080    NEXT J
2090    PRINT
2100    NEXT I

```

```

2110 REM Cálculo de los Coeficientes de Regresión
2115 REM Los coeficientes se obtienen multiplicando la Matriz Inversa
2117 REM por los respectivos vectores de términos independientes
2120 PRINT \ PRINT 'COEFICIENTES DE REGRESION\ PRINT
2125 PRINT ',X','Y','Z','C','I'\ PRINT
2127 REM Multiplicación de Matriz Inversa y vectores de términos independ.
2130 FOR I=1 TO J1+1
2140 FOR J=1 TO J1+1
2150 EX(I)=A(I,J)*BX(J)+EX(I)
2160 EY(I)=A(I,J)*BY(J)+EY(I)
2170 EZ(I)=A(I,J)*BZ(J)+EZ(I)
2180 EF(I)=A(I,J)*BF(J)+EF(I)
2190 EI(I)=A(I,J)*BI(J)+EI(I)
2200 NEXT J
2204 IF I>1 THEN 2210
2206 PRINT 'K',EXP(EX(I)),EXP(EY(I)),EXP(EZ(I)),EXP(EF(I)),EXP(EI(I))
2208 GOTO 2220
2210 PRINT \ PRINT 'E(';I-1;')',EX(I),EY(I),EZ(I),EF(I),EI(I)
2220 NEXT I
2300 REM Cálculo de los Coeficientes de Correlación
2305 REM Cálculo de los valores medios de los óptimos procesados
2310 VMX=BX(1)/K5
2320 VMY=BY(1)/K5
2330 VMZ=BZ(1)/K5
2340 VMF=BF(1)/K5
2350 VMI=BI(1)/K5
2360 REM Evaluación de valores óptimos según fórmula obtenida con el ajuste
2370 FOR I=1 TO K5
2380 FOR J=2 TO J1+1
2390 SUMX=EX(J)*PA(J-1,I)+SUMX
2400 SUMY=EY(J)*PA(J-1,I)+SUMY
2410 SUMZ=EZ(J)*PA(J-1,I)+SUMZ
2420 SUMF=EF(J)*PA(J-1,I)+SUMF
2430 SUMI=EI(J)*PA(J-1,I)+SUMI
2440 NEXT J
2450 FX=EX(1)+SUMX\SUMX=0
2460 FY=EY(1)+SUMY\SUMY=0
2470 FZ=EZ(1)+SUMZ\SUMZ=0
2480 FF=EF(1)+SUMF\SUMF=0
2490 FI=EI(1)+SUMI\SUMI=0
2491 REM Este cálculo de logaritmos es usado para calcular las desviaciones
2492 LXA=LOG(XOP(2*I))
2494 LYA=LOG(YOP(2*I))
2496 LZA=LOG(ZOP(2*I))
2497 LFA=LOG(FMIN(2*I))
2498 LIA=LOG(IMIN(2*I))
2499 REM Cálculo de las desviaciones respecto a los valores medios
2500 D1X=LXA-FX\D2X=LXA-VMX\S1X=ABS(D1X)^2+S1X\S2X=ABS(D2X)^2+S2X
2510 D1Y=LYA-FY\D2Y=LYA-VMY\S1Y=ABS(D1Y)^2+S1Y\S2Y=ABS(D2Y)^2+S2Y
2520 D1Z=LZA-FZ\D2Z=LZA-VMZ\S1Z=ABS(D1Z)^2+S1Z\S2Z=ABS(D2Z)^2+S2Z
2530 D1F=LFA-FF\D2F=LFA-VMF\S1F=ABS(D1F)^2+S1F\S2F=ABS(D2F)^2+S2F
2540 D1I=LIA-FI\D2I=LIA-VMI\S1I=ABS(D1I)^2+S1I\S2I=ABS(D2I)^2+S2I
2550 NEXT I
2555 REM Cálculo de los coeficientes de correlación
2560 RX=(1-S1X/S2X)^.5
2570 RY=(1-S1Y/S2Y)^.5
2580 RZ=(1-S1Z/S2Z)^.5
2590 RF=(1-S1F/S2F)^.5
2600 RI=(1-S1I/S2I)^.5
2605 REM Impresión de los coeficientes de correlación
2610 PRINT \ PRINT 'COEFICIENTES DE CORRELACION'
2620 PRINT '_____'\ PRINT
2630 PRINT 'X:',RX
2640 PRINT 'Y:',RY

```

```
2650 PRINT 'Z:',RZ
2660 PRINT 'C:',RF
2670 PRINT 'I:',RI
3000 GOTO 9999
4000 REM PARAMETROS DE CONSTRUCCION DE CANALES
4010 P1(1)=9\P1(2)=1.85\P1(3)=.375
4020 P2(1)=4.5\P2(2)=1.35\P2(3)=.3
4030 T(1)=.333333\T(2)=.78\T(3)=1.83\T(4)=4.27\T(5)=10
4040 F0(1)=.0000162\F0(2)=.00041\F0(3)=.0104
4050 F0(4)=.264\F0(5)=6.7\F0(6)=170
5000 REM APERTURA DE ARCHIVOS PARA SU LECTURA
5010 DIM #2,FMIN(270)
5020 OPEN 'FMIN.DAT' AS FILE #2, VIRTUAL
5030 DIM #3,XOP(270)
5040 OPEN 'XOP.DAT' AS FILE #3, VIRTUAL
5050 DIM #4,YOP(270)
5060 OPEN 'YOP.DAT' AS FILE #4, VIRTUAL
5070 DIM #5,ZOP(270)
5080 OPEN 'ZOP.DAT' AS FILE #5, VIRTUAL
5090 DIM #6,PREQT$(270)=4
5100 OPEN 'PREQT.DAT' AS FILE #6, VIRTUAL
5110 DIM #7,IMIN(270)
5120 OPEN 'IMIN.DAT' AS FILE #7, VIRTUAL
5130 GOTO 60
9999 END
```

BIBLIOGRAFIA

- BOWLES, Joseph E. "Foundation Analysis and design". Editorial Mc Graw-Hill, Kogakusha Ltd. 1968.
- CAPPER, P.L. y CASSIE, W.F. "The mechanics of Engineering Soils". 5a. Edición. Edit. E. & F.N. SPON. Londres, 1969.
- COHEN, A. M. y otros. "Análisis Numérico". Editorial Reverté, S.A. España, 1977.
- COLEGIO DE INGENIEROS DEL PERU. "Reglamento Nacional de Construcciones - Concreto Ciclopeo y Armado". Ediciones SIROB, Perú.
- CUSTODIO, E. y LLAMAS, R. "Hidrología Subterránea". Tomo I. Ediciones OMEGA, Barcelona, 1975.
- DAVIS, S.N. y DE WIEST, R.J.M. "Hidrogeology". Wiley. New York, 1966.
- ESCOLA, Rafael. "Optimización de Magnitudes en Ingeniería". Ediciones CEDEL. Barcelona, 1982.
- FERRERO, José H. "Manual de Hidráulica". Editorial Alhambra, S.A.
- GÖKCESU, Suhan. "Apuntes personales sobre canales".
- HÜTTE, ACADEMIA. "Manual del Ingeniero". Tomo III. 2a. edición. Editorial Gustavo Gili, S.A., 1950; Editorial Gustavo Gili S.A., Barcelona, 1971.
- JIMENEZ MONTOYA, P. "Hormigón Armado". 6a. edición. Editorial Gustavo Gili, S.A., 1971.

- KIDDER, Frank y PARKER H. "Manual del arquitecto y del constructor". Editorial UTEHA. México.
- LINSLEY, R.E. y FRANZINI, J.B. "Ingeniería de los recursos hidráulicos". Editorial CECSA. México.
- MERRIT, Frederick S. "Manual del Ingeniero Civil". 1a. edición en español, 2a. edición en inglés. Editorial Mc Graw-Hill.
- MILLS, Richard L. "Estadística para Economía y Administración". Editorial Mc Graw-Hill Latinoamericana, S.A.
- NOZAKI, Tsuguo. "Guía para la elaboración de Proyectos de pequeñas centrales hidroeléctricas destinadas a la electrificación rural del Perú". JICA (Japan International Cooperation Agency), 1980.
- NOZAKI, Tsuguo. "Guía para la estimación preliminar de los metrados y costos para la estructura de una central hidroeléctrica". 2a. edición. Ministerio de Energía y Minas. Perú, 1985.
- ORDÓÑEZ, A. y SALAS, J. "Tablas de diseños de canales". Ministerio de Agricultura. Perú. Oficina General de Ingeniería y Proyectos. Departamento de Ingeniería. Lima, 1974.
- PARKER, Harry. "Ingeniería simplificada para arquitectos y constructores" Editorial LIMUSA Willey, S.A. México, 1972.
- RAMIREZ, V.J. y BELTRAN, V.L. "Centrales Eléctricas". Enciclopedia CEAC de Electricidad. 4a. edición. Ediciones CEAC, S.A. 1980.
- REIMBERT, Marcel y André. "Cálculo simplificado de vigas continuas". Editorial Urmo, 1965.

REIMBERT, Marcel y André. "Muros de Contención". Tomo I. 3a. edición. Editorial Técnicos Asociados S.A. Barcelona, 1976.

REMENIERAS, G. "L'Hidrologie de l'Ingénieur". Eyrolles Editeur, París, 1960.

SAMPER O., Miguel. "Complementos de Algebra". Tomos I y II. Ediciones Universidad de Piura, 1983.

SANTOS S., Fernando. "Apuntes de Máquinas Hidráulicas y Fluidos". Primera Parte: Turbinas Hidráulicas. Universidad de Piura, 1981.

SCHNEIDER, Klaus-Jürgen. "Bautabellen mit Berechnungshinweisen und Beispielen". Editorial Werner-Verlag, 1982.

SCHOKLITSCH, A. "Construcciones Hidráulicas". Tomos I y II. 3a. edición. Editorial Gustavo Gili, S.A.

SHAO, Stephen P. "Matemáticas y métodos cuantitativos para Comercio y Economía". South Western Publishing Co. Cincinnati, Ohio, E.U.A., 1978.

SPANGLER, M. y HANDY, R. "Soil Engineering". Edit. Intext Educational Publishers. New York, 1973.

STREETER y WILIE. "Mecánica de los fluidos". Mc Graw-Hill, 1979.

TERZAGHI, K. y PECK, Ralph B. "Mecánica de suelos en la Ingeniería práctica". Librería "El Ateneo" Editorial. 1960.

VEN TE CHOW. "Hidráulica de los canales abiertos". Editorial DIANA. México.