



UNIVERSIDAD
DE PIURA

FACULTAD DE INGENIERÍA

Análisis de desgaste de neumáticos en un entorno de motorsport en base a un banco de pruebas convencional

Tesis para optar el Título de
Ingeniero Mecánico-Eléctrico

Carlos Jesús Sánchez Maceda

Asesor:
Dr. Ing. Miguel Buenaventura Castro Sánchez

Piura, agosto de 2025



Declaración Jurada de Originalidad del Trabajo Final

Yo, Carlos Jesús Sánchez Maceda, egresado del Programa Académico de Ingeniería Mecánico-Eléctrica de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Piura, identificado(a) con DNI: 72749199, declaro que:

Soy autor del trabajo final titulado:

“Análisis de desgaste de neumáticos en un entorno de motorsport en base a un banco de pruebas convencional”

El mismo que presento bajo la modalidad de Tesis para optar el Título profesional de Ingeniero Mecánico-Eléctrico.

El texto de mi trabajo final es original y no vulnera los derechos de terceros o, de ser el caso, derechos de los coautores, incluidos los derechos de propiedad intelectual, datos personales, entre otros. En tal sentido, el texto de mi trabajo final no ha sido plagiado total ni parcialmente, para lo cual, he respetado las normas internacionales de citas y referencias de las fuentes consultadas. Asimismo, el texto del trabajo final que presento no ha sido publicado ni presentado antes en cualquier medio electrónico o físico; y que la investigación, los resultados, datos, conclusiones y demás información presentada que atribuyo a mi autoría son veraces.

En caso de detectarse el incumplimiento de lo declarado asumo frente a terceros, la Universidad de Piura y/o la Administración Pública toda responsabilidad que pueda derivarse por el trabajo final presentado. Lo señalado incluye responsabilidad pecuniaria incluido el pago de multas u otros por los daños y perjuicios que se ocasionen.

La asesoría del trabajo estuvo a cargo de los siguientes docentes de la Universidad de Piura:

- Dr. Ing. Miguel Buenaventura Castro Sánchez, identificado con DNI: 02821943

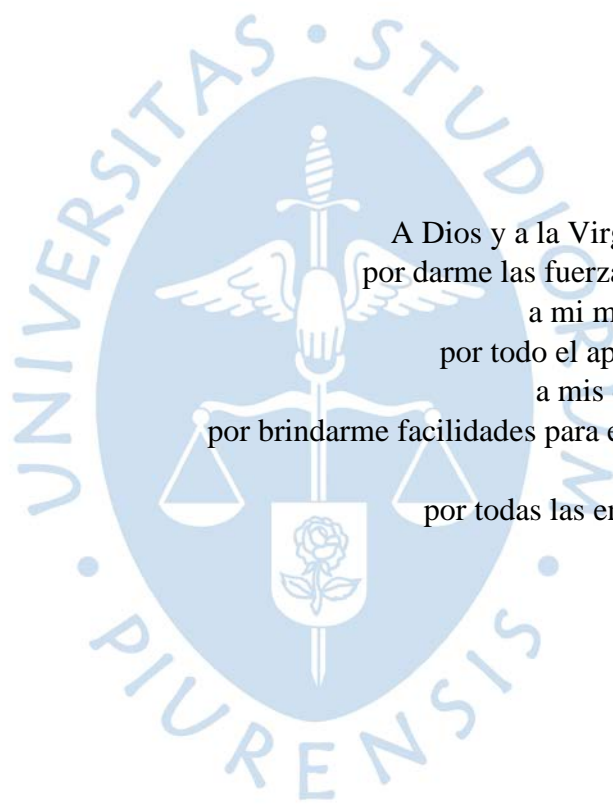
Declaro (declaramos) que:

Luego de haber empleado el software de coincidencia Turnitin, revisado las fuentes de información señaladas por el autor, y en razón de mi (nuestra) experiencia como investigador(es), declaro (declaramos) que las ideas expuestas en el trabajo final alcanzan las condiciones de calidad, integridad y originalidad acorde a los objetivos institucionales y estándares en materia de investigación. Finalmente, no asumo (asumimos) responsabilidad por la posible vulneración de derechos de autor en el trabajo final referido, pues tal responsabilidad es exclusiva del autor.

Fecha: 07/07/2025.

Firma del autor

Firma del asesor



A Dios y a la Virgen María Auxiliadora,
por darme las fuerzas para seguir adelante;
a mi madre, padre y hermana,
por todo el apoyo y confianza en mí;
a mis compañeros de trabajo,
por brindarme facilidades para el desarrollo de la tesis;
y a mis mentores,
por todas las enseñanzas compartidas.

Resumen

Se construyó un banco de ensayos convencional con el propósito de recopilar datos experimentales de desgaste de neumático para establecer un modelo matemático capaz de determinar el desgaste mediante la variación de velocidad y carga a la cual se someta la muestra analizada en un entorno ideal en una superficie de asfalto, donde la configuración de la suspensión no influye en la tasa de desgaste del neumático.

Primero, se identificó las variables que permiten definir el comportamiento del neumático en distintos entornos de acuerdo a su compuesto, así como los bancos de pruebas existentes que permiten medir dichas variables. Posteriormente, se realiza el diseño del banco de pruebas y análisis de esfuerzos que permitan identificar la eficiencia del banco durante su operatividad.

Finalmente, posterior a su construcción, se realizaron los ensayos junto con la estimación del modelo matemático hipotético que permitió medir la tasa de desgaste en función de la velocidad y carga, estableciendo una relación entre las gráficas de superficie experimentales y modeladas.



Tabla de contenido

| | |
|---|----|
| Introducción | 6 |
| Capítulo 1 Neumáticos: Mundo de Competición..... | 8 |
| 1.1 Neumáticos en el mundo del Motorsport: Conceptos Previos | 9 |
| 1.1.1 El contact patch y el agarre del neumático..... | 9 |
| 1.1.2 Diseño de carcasa del neumático | 9 |
| 1.2 Fenómenos producidos en neumáticos: Fuerzas | 10 |
| 1.2.1 Fuerza lateral | 11 |
| 1.2.2 Fuerza longitudinal..... | 18 |
| 1.2.3 Fuerzas aerodinámicas: Downforce y Drag | 21 |
| 1.3 Fenómenos producidos en neumáticos: Momentos | 26 |
| 1.3.1 Aligning torque (<i>M_{zsinγ}</i>)..... | 26 |
| 1.3.2 Overtuning moment..... | 27 |
| 1.3.3 Rolling resistance momento (<i>M_{ycosγ}</i> + <i>F_{xRI}</i>)..... | 27 |
| 1.4 Otros efectos sobre el neumático | 27 |
| 1.4.1 Presión | 27 |
| 1.4.2 Temperatura..... | 28 |
| 1.4.3 Velocidad..... | 28 |
| 1.4.4 Condiciones ambientales | 28 |
| 1.4.5 Composición del neumático | 28 |
| Capítulo 2 Diseño y construcción de banco de pruebas empleando software CAD..... | 30 |
| 2.1 Aspectos generales | 30 |
| 2.2 Sistemas de análisis de neumáticos | 30 |
| 2.2.1 Force & Moment measurement | 30 |
| 2.2.2 Tread wear simulator | 31 |
| 2.2.3 Rolling resistance measurement | 32 |
| 2.3 Dimensiones de la muestra: El contact patch..... | 32 |
| 2.4 Diseño de banco para análisis de neumático | 34 |
| 2.4.1 Propuesta inicial | 34 |
| 2.4.2 Propuesta final | 38 |
| 2.4.3 Simulación de esfuerzos | 48 |
| 2.4.4 Construcción de banco de análisis – parte mecánica..... | 52 |
| 2.4.5 Alimentación eléctrica a banco de pruebas | 57 |
| Capítulo 3 Modelación matemática, experimentación y resultados..... | 60 |
| 3.1 Relación entre energía y trabajo. Modelo matemático 1 | 60 |
| 3.1.1 Energía cinética y fuerzas no conservativas | 60 |
| 3.2 Ajuste de la ley de Archard: Modelo matemático 2 | 62 |
| 3.3 Experimentación..... | 63 |
| 3.3.1 Procedimiento para la realización de pruebas | 63 |
| 3.3.2 Variaciones en el banco de pruebas..... | 64 |
| 3.4 Resultados..... | 65 |
| Capítulo 4 Convergencias y divergencias entre modelo y resultados..... | 69 |
| 4.1 Análisis de resultados experimentales..... | 69 |
| 4.2 Análisis de modelo matemático propuesto..... | 70 |
| 4.3 Estimación del coeficiente de desgaste | 71 |
| Conclusiones | 74 |
| Referencias | 76 |

Introducción

El mundo de competición automovilístico es muy amplio debido a sus diversos campeonatos como los muy conocidos Fórmula 1, las 24 Horas de Le Mans, o como los populares Rally, Endurance Championship, MotoGP, Fórmula E. Los mencionados son solo unos cuantos campeonatos de todas las existentes en este mundo de competición también conocido como el mundo del motorsport.

El motorsport es el auge de la investigación, desarrollo y rendimiento automovilístico, debido a que el rendimiento del coche tiene que ser el máximo posible para cumplir con las expectativas del campeonato. En las 24 Horas de Le Mans se evalúa la resistencia del auto de manera que logre permanecer compitiendo, como su mismo nombre lo indica, las 24 horas; la Fórmula 1, evalúa la velocidad de los monoplazas y su rendimiento en los circuitos; el Rally, es una mezcla de resistencia y velocidad con la particularidad de que los circuitos de competición no son terrenos uniformes.

Como se aprecia, cada competición tiene diferentes parámetros que enfrentar por lo que los factores para el diseño de las diversas piezas que conforman el coche a competir son distintos. Los neumáticos de los coches en competición son un factor fundamental para el buen performance durante las carreras. Un prematuro desgaste de ellos puede ser la diferencia entre ganar la competición o una desventaja. El tipo de neumáticos que se usan varían según el tipo de competencia y condiciones ambientales.

Un factor común de estas competencias es que, a diferencia de un coche convencional, un auto de competición no se centra en el confort o seguridad del pasajero sino más bien en el rendimiento del coche. He ahí el porqué del uso de los implementos de seguridad de los pilotos; además de la alta velocidad, la poca seguridad del auto son situaciones críticas a la que los pilotos se enfrentan.

La presente tesis se centra en la investigación y análisis de un modelo matemático capaz de medir el desgaste del neumático en función de las variables principales de velocidad y carga a los cuales se somete un auto de competición simulando el peso del coche más las fuerzas externas incluyendo las fuerzas aerodinámicas, esto con la finalidad de poder tener data en tiempo real que ayude a definir mejores estrategias a los equipos de competición. Fue necesario el diseño y construcción de un banco de pruebas que, mediante la variación de velocidad y carga, permita obtener las superficies experimentales de desgaste para comparar y contrastar el modelo matemático propuesto.

Para establecer un óptimo diseño del banco de pruebas se tomó en cuenta las características de funcionalidad y configuración de los componentes que lo conforman, especialmente la dinámica del cubículo de muestras durante los ensayos.

Primero se estableció la forma del cubículo, el cual sea capaz de albergar distintas cargas y a la vez sea capaz de ejercer presión sobre una superficie determinada definida por el *contact patch*, término que conocerá más adelante.

Posteriormente se definió la transmisión de movimiento mediante elementos mecánicos capaces de transmitir el torque, manteniendo una velocidad constante en la muestra. La estructura que permite soportar el elemento generador de movimiento se define finalmente de tal manera que no afecte la libertad de movimiento del cubículo.

En el capítulo 1, se definen los conceptos relacionados al neumático, así como las variables que son capaces de determinar su comportamiento durante competición. En el capítulo 2, se define el diseño del banco de pruebas que sea capaz de realizar las mediciones experimentales de desgaste en una muestra. En el capítulo 3, se exponen los ensayos realizados y los resultados obtenidos, exponiéndolos en una gráfica de superficie para determinar la tendencia del desgaste y relación con sus variables de entrada. En el capítulo 4, se establece el modelo matemático capaz de medir la tasa de desgaste y su relación con los datos experimentales mediante un coeficiente de desgaste. Finalmente se exponen las conclusiones y recomendaciones a las cuales se llegó al realizar la presente tesis.

Capítulo 1

Neumáticos: Mundo de Competición

El manejo del vehículo es uno de los factores importantes en el motorsport debido a que, mediante este, el desgaste en las piezas del auto puede ser prematuro o prolongado dando un efecto negativo o positivo durante la competición, respectivamente. De igual manera, el comportamiento del vehículo está fuertemente influenciado con la interacción entre el neumático y la carretera y esta enlazado a una compleja serie de fenómenos que ocurren en el área de contacto del neumático.(Farroni & Sakhnevych, 2022)

En motorsport, la gestión del desgaste de neumáticos es fundamental para triunfar en la competición. Los principales factores que afectan este parámetro van desde el tipo de goma del neumático, su presión de inflado, temperatura, suspensión, el tipo de circuito y la ya mencionada maniobrabilidad.

En el mundo de la Fórmula 1, los circuitos presentan zonas curvas pronunciadas y largas rectas. Esto ocasiona que la transferencia de carga entre los neumáticos sea variada a lo largo de la carrera, por lo que la tasa de desgaste del neumático es mucho más rápida que en otras competiciones. Una suspensión mal diseñada origina un desgaste prematuro en los neumáticos derechos o izquierdos debido a un inadecuado control de la transferencia de carga entre ellos durante las curvas.

Con respecto al comportamiento frente a la temperatura, si se tiene mayor temperatura en el neumático será más blando y permitirá un mayor agarre en el circuito, aumentando el efecto *tyre load sensitivity*. Esto es beneficioso para competición debido a las curvas abruptas de los circuitos y a las velocidades de más de 200 km/h a las cuales circulan (Milliken & Milliken, 1995). Sin embargo, una temperatura demasiado elevada originaría que el compuesto del neumático se rompa rápidamente alterando su capacidad de agarre. Caso inverso, a menor temperatura, el vehículo tiende a deslizar.

Otro efecto para considerar son las condiciones ambientales, en caso de lluvia, la capacidad de agarre del neumático varía, así como su desgaste, es por ello que existen los denominados neumáticos de lluvia los cuales poseen un mayor agarre que los neumáticos para competiciones convencionales.

Como se puede apreciar, el neumático presenta su máximo rendimiento en un rango estrecho de temperatura y presión, sin tomar a consideración las propiedades de goma por la cual están compuestos, afectando de esa manera el agarre máximo alcanzable (Farroni & Sakhnevych, 2022). Es un componente crítico en el manejo y desarrollo, normalmente deberían de operar en la región cercana al límite de fricción, sin embargo, en este contexto en particular, el analizar el comportamiento del coeficiente de fricción proporciona una gran ventaja competitiva (Grigoriadis et al., 2023).

1.1 Neumáticos en el mundo del Motorsport: Conceptos Previos

El neumático se puede entender como un elemento de seis grados de libertad que actúa entre la superficie del terreno y el eje en que se monta la rueda. Debido a la elasticidad de su material, las fuerzas desarrolladas dependen de las deflexiones originadas debido a las cargas que soportan. Se comportan de alguna manera como un elemento amortiguador, e incluso se simula su comportamiento de dicha manera (Balkwill, 2018).

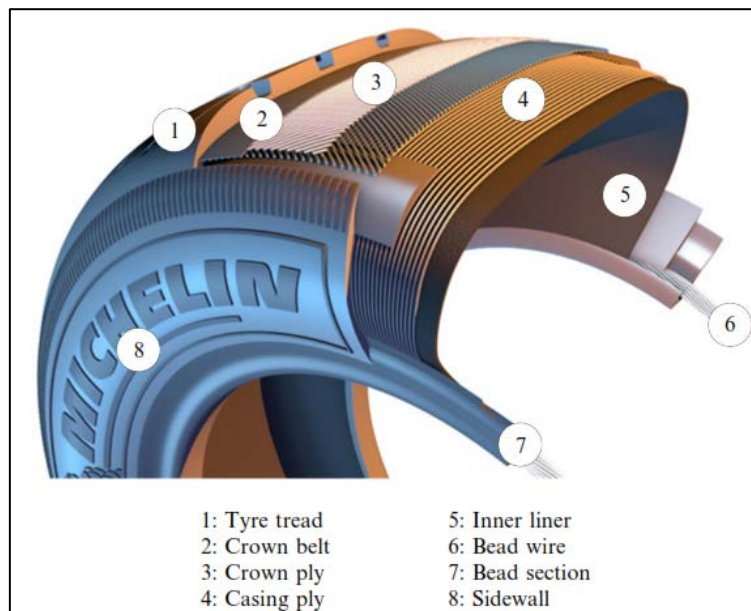
1.1.1 El contact patch y el agarre del neumático

El *contact patch* o *print*, se denomina al área de la huella del neumático, es decir, la parte a la cual está contantemente en contacto con la carretera. Los componentes del neumático en este determinado momento pueden estar en dos situaciones, “fijos” en la carretera o “deslizándose” sobre ella. Estos últimos conceptos dan lugar a la denominación del agarre del neumático, donde se refiere a la capacidad de no deslizarse durante el recorrido del auto, sino más bien de mantenerse firme. Cuando el coeficiente de fricción local del neumático es alcanzado es el momento donde empieza a suceder el deslizamiento (Milliken & Milliken, 1995).

1.1.2 Diseño de carcasa del neumático

El diseño de un neumático es complejo debido a que varía dependiendo de las circunstancias a las cuales será sometido, y las actuales versiones que se encuentran en el mercado y se observan en las diferentes competencias de motorsport son el resultado de años de desarrollo y mejoras competitivas. La estructura se puede resumir en los siguientes componentes.

Figura 1
Construcción interna de neumático radial



Nota. Adaptado de (Balkwill, 2018)

1.1.2.1 Banda de rodadura (Tyre tread). Capa de caucho exterior que siempre está en contacto con el terreno. Proporciona la tracción necesaria para el desplazamiento de acuerdo con las diferentes condiciones exteriores.

1.1.2.2 Capas de corona (Crown Belt). Capas de cordón de acero fino de alta resistencia. Estas capas se colocan transversalmente a las plataformas de revestimiento en forma de triángulos de retención. Sirven para estabilizar la zona de contacto y reducir la deformación que experimenta bajo cargas laterales.

1.1.2.3 Lona de corona (Crown ply). Alambre de acero secundario que proporciona estabilidad mecánica y direccional

1.1.2.4 Lona de revestimiento (Casing ply). Alambre de acero para refuerzo primario que se extiende de talón a talón. Estos alambres tienen una trayectoria radial y es por esta razón el nombre de este tipo de neumático.

1.1.2.5 Revestimiento interior (Inner liner). Como indica su nombre, es un revestimiento hermético capaz de contener el aire del neumático durante su servicio. Encima de ella se coloca una capa de caucho para distribuir la carga de fuerzas.

1.1.2.6 Talón (Bead wire). Son conjunto de hilos de acero ubicados en la base del neumático formando un anclaje de las lonas sobre el aro evitando el balanceo o deslizamiento del neumático. Cuando están en servicio, estos hilos son presionados contra el aro debido a la presión interna, haciendo que se transmita un par de frenado o tracción debido a la fricción.

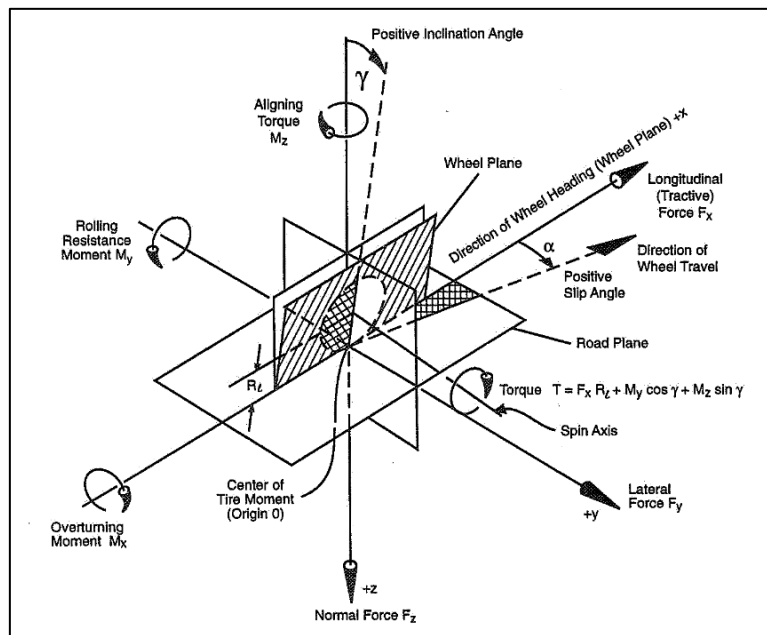
1.1.2.7 Sección del talón (Bead section). Es la sección de caucho que recubren los hilos de acero del talón. Se encuentran en la parte inferior del recubrimiento y están por encima del aro del neumático.

1.1.2.8 Pared lateral (Sidewall). Protección de caucho lateral que incrementan la fuerza y estabilidad general del auto.

1.2 Fenómenos producidos en neumáticos: Fuerzas

Existen diferentes fenómenos externos producidos en el coche durante las competencias, estas son las fuerzas aerodinámicas, fuerzas gravitacionales y las fuerzas que actúan sobre el neumático. Las últimas se refieren a la interacción entre neumático y carretera durante el desarrollo de la competencia. Para poder entender el origen de estas fuerzas es necesario establecer un eje de coordenadas sobre el neumático, el sistema axial que se seguirá será el implementado por la “*Society Automotive Engineers*” (SAE).

Figura 2
Sistema de eje axiales por SAE



Nota. Adaptado de (Milliken & Milliken, 1995)

Este sistema, SAE J670, posee su origen en el centro del *Contact patch*, este a su vez es la intersección del eje Z con el plano de la carretera donde se asume que dicha carretera es totalmente plana. El eje x viene a ser la intersección del plano de la rueda con el plano de la carretera. El eje y es perpendicular al eje x y al eje z, que este último pasa verticalmente por el origen.

En la Figura mostrada se puede apreciar otros parámetros como el radio de carga del neumático, que viene a ser la distancia entre el centro del neumático hasta el centro del *contact patch*, y el slip angle, concepto que se definirá a continuación, teniendo un valor positivo cuando el neumático este “deslizándose” hacia la derecha, esto sucede cuando se gira a la izquierda, y siendo valor negativo en el caso inverso.

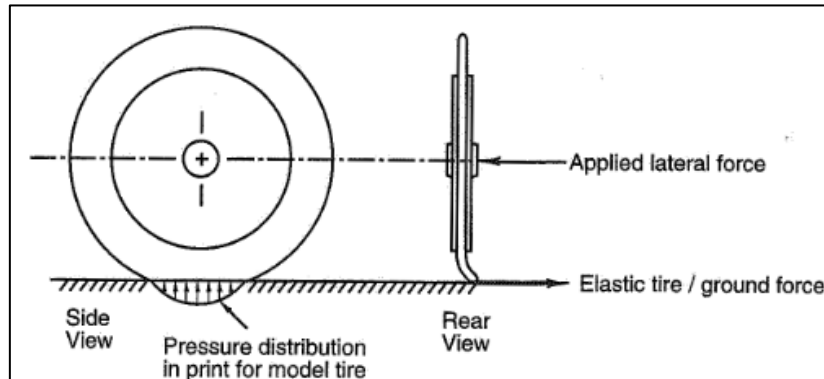
1.2.1 Fuerza lateral

Asumiendo la ausencia de alguna inclinación en la configuración inicial del neumático, la fuerza lateral del neumático se aplica en el origen del sistema de coordenadas SAE J670 o, dicho de otra manera, se aplica en el centro del *contact patch*, es perpendicular a la dirección donde apunta el neumático y se encuentra en el plano de la carretera.

Lo que origina la fuerza lateral sobre el neumático es, dependiendo de la magnitud aparecida, una deflexión en la parte inferior del neumático, originando que en el *contact patch* se produzca una distribución de presión simétrica, cuando el neumático está en reposo, o un deslizamiento lateral que sucede cuando la fuerza aplicada supera el límite de fricción.

Figura 3

Efecto de la fuerza lateral sobre un neumático en reposo



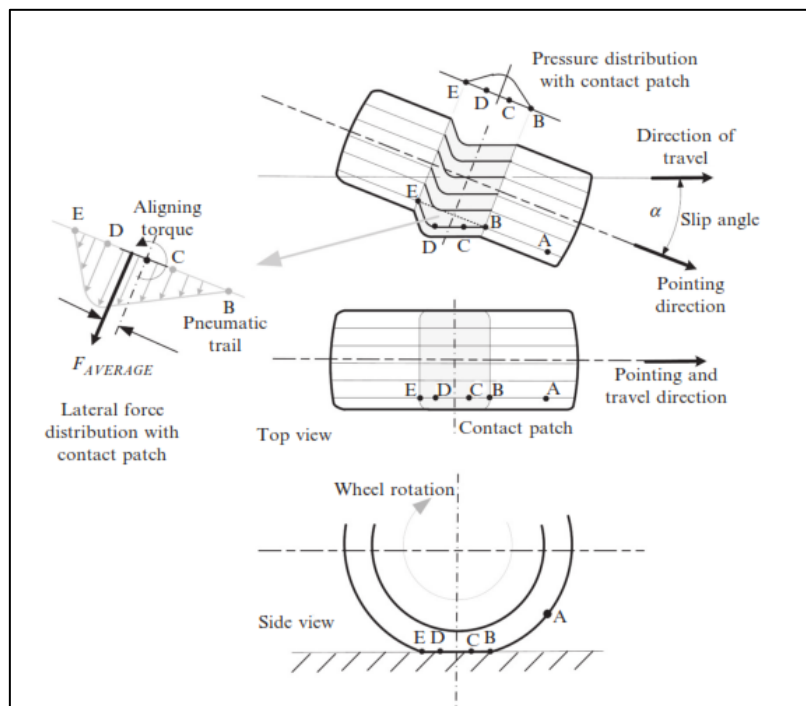
Nota. Adaptado de (Milliken & Milliken, 1995)

Existen dos métodos por los cuales la fuerza lateral puede ser generada, debido al desarrollo del *slip angle* y a través del *camber thrust*.

1.2.1.1 Slip angle. Este fenómeno ocurre cuando el neumático aún no ha deslizado debido a la fuerza lateral. Cuando el neumático sufre una deflexión y sigue rodando, se mueve en una dirección a cierto ángulo del plano del neumático, a este ángulo se le denomina *slip angle*.

Figura 4

Generación de fuerza lateral debido al slip angle



Nota. Adaptado de (Balkwill, 2018)

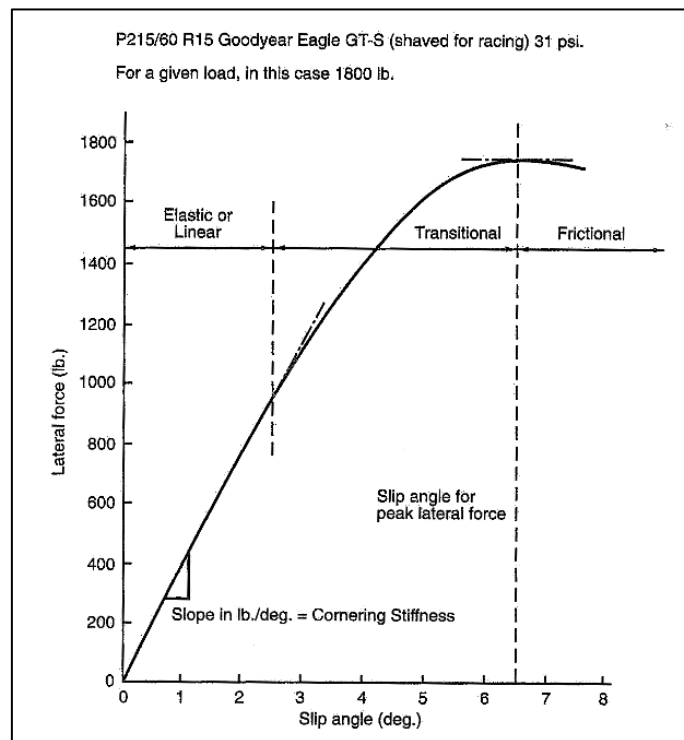
Esto surge de la siguiente manera, el punto A de la figura se encuentra fuera del *contact patch*, por lo que no se ve afectado por la deflexión del neumático en la parte inferior, a medida

que el neumático sigue rodando, los puntos B y C, que ya se encuentran en contacto con la carretera, se desplazan hacia atrás respecto a la huella de la rueda y lateralmente con respecto a la rueda debido a la deflexión natural de la rueda. A medida que el neumático sigue rodando, se llega al punto D, el punto de máxima deflexión, posteriormente, al estar cerca del borde salida, el efecto de la fuerza lateral disminuye y la fuerza de fricción y no puede mantener la distorsión lateral, por lo que el punto E hace referencia a la zona del *contact patch* que vuelve rápidamente a la posición no deformada donde posteriormente abandonará el *contact patch* (Milliken & Milliken, 1995).

La distribución de la fuerza lateral a largo del *contact patch* cuando el neumático rueda no es simétrica, al no ser una distribución uniforme de fuerzas, existirá una fuerza resultante denominada "*F_avarage*" la cual no se encuentra aplicada sobre el origen, sino que esta desplazada cierta distancia del centro debido a la no tener simetría respecto al eje y, dando origen al denominado "*pneumatic trail*". Es lógico pensar que la fuerza lateral es proporcional al *slip angle*, es decir, si aumenta el *slip angle*, la fuerza lateral también lo hará. Esto sucederá siempre y cuando dicha fuerza lateral no supere el límite de fricción.

Figura 5

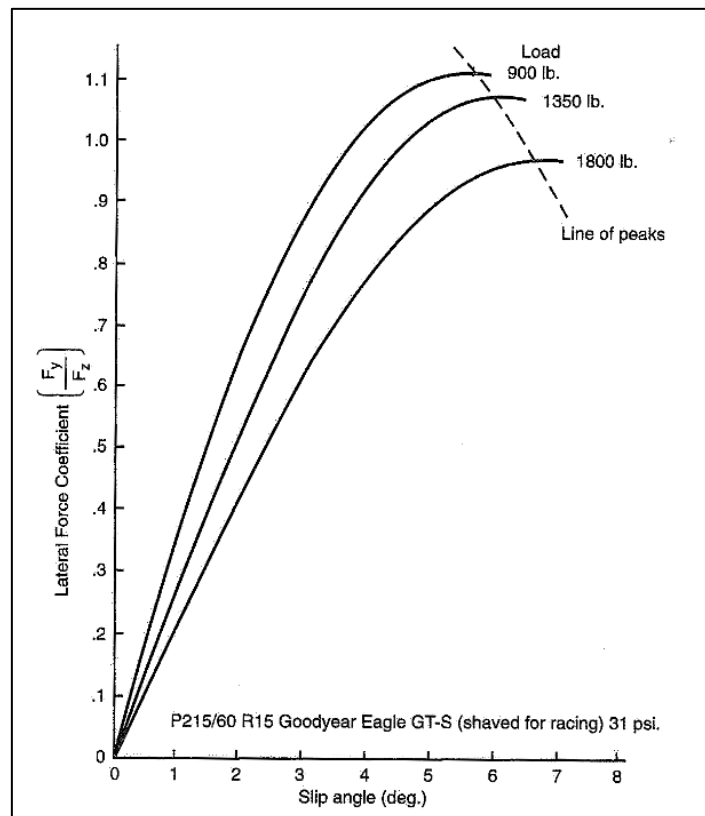
Fuerza lateral vs slip angle de una rueda de carreras



Nota. Adaptado de (Milliken & Milliken, 1995)

1.2.1.2 Sensibilidad de carga en los neumáticos. La sensibilidad de carga de los neumáticos es un factor importante al momento de realizar análisis sobre las ruedas del auto. Este parámetro relaciona lo visto anteriormente, el *slip angle* y su influencia en la fuerza lateral, junto con la carga de los neumáticos.

Figura 6
Coefficiente de carga lateral vs slip angle

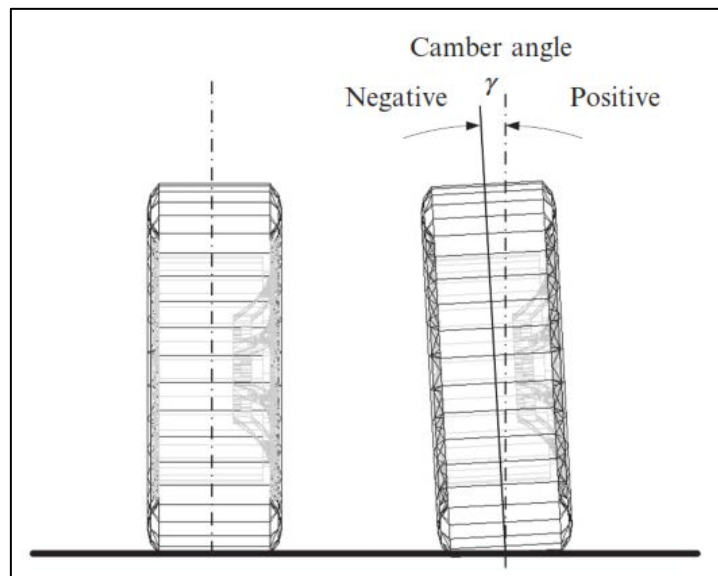


Nota. Adaptado de (Milliken & Milliken, 1995)

La relación entre la fuerza lateral respecto de la carga del neumático es adimensional y se denomina coeficiente de fuerza lateral. Según la gráfica se puede observar que a mayor carga que soporten los neumáticos, este factor será menor. A este efecto se le denomina sensibilidad de carga en neumáticos.

1.2.1.3 Camber. El *camber* o inclinación, se define como el ángulo entre el plano de la rueda y el eje vertical que será positivo cuando la parte superior de la rueda se incline hacia afuera del vehículo y negativo cuando se incline hacia adentro.

Figura 7
Generación de fuerza lateral debido al slip angle

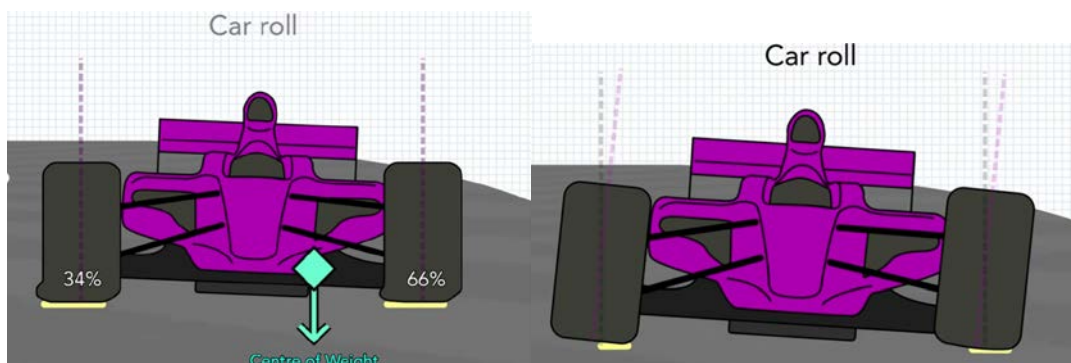


Nota. Adaptado de (Balkwill, 2018)

En el mundo de competición las ruedas poseen un *camber* negativo debido a las ventajas que se obtienen en las curvas. En el mundo del motorsport los circuitos no son completamente lineales, sino que poseen cierta cantidad de curvas. En dichas curvas la transferencia de cargas sobre los neumáticos es muy variada.

Suponer que se entra a una curva cerrada a la derecha con un *camber* nulo, al momento de entrar en ella, la distribución de carga sobre las ruedas se irá en mayor parte a las ruedas que se encuentran en la parte contraria a la dirección de entrada de la curva, en este caso, en las ruedas de la parte izquierda.

Figura 8
Transferencia de carga en un vehículo en una curva



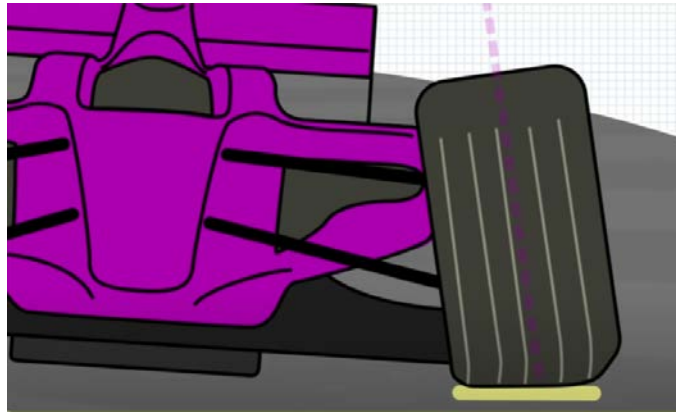
Nota. Adaptado de (Chain Bear, 2020)

Como se puede observar, el neumático exterior se verá más perjudicado debido a la transferencia de carga en un neumático. En este caso, el *contact patch* se ve afectado, al no tener un completo contacto con la carretera, el neumático sufrirá un desgaste no uniforme, desgastándose la parte exterior de ellos mucho más en cada curva,

Al darle cierta inclinación al neumático con un *camber* negativo, se asegura que el *contact patch* en estos casos sea el mayor posible, permitiendo que el desgaste del neumático se dé de manera uniforme.

Figura 9

Efecto en una curva del uso del camber en una rueda



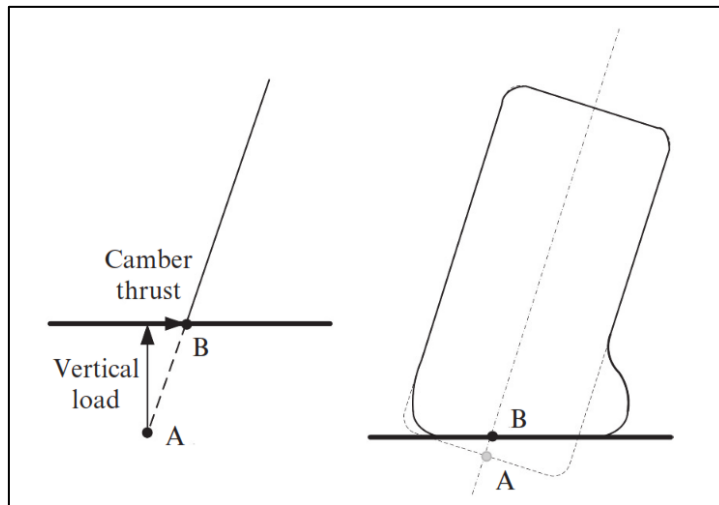
Nota. Adaptado de (Chain Bear, 2020)

Se puede concluir que el efecto del *camber* es provechoso cuando se trata de desplazamiento en curvas, sin embargo, en rectas no es tan beneficioso debido a que no toda el área del neumático está en contacto con la carretera. Sin embargo, al ser ángulos no muy elevados y debido a las características de los circuitos, es provechoso utilizar los efectos del *camber*, es por ello por lo que los autos de fórmula 1 poseen inclinación en la parte delantera de las ruedas.

El caso más crítico donde el efecto del *camber* es perjudicial se da al momento del frenado. Durante el arranque, el peso del coche se concentra en las ruedas traseras debido que este tipo de coches tienen tracción trasera, por lo que los neumáticos de adelante tendrán menos peso y por ende no se ven muy afectados debido a su inclinación. Sin embargo, durante el frenado sucede el caso contrario, los neumáticos delanteros soportan la mayor masa del coche, haciendo que el uso de la inclinación de estos sea perjudicial debido a la reducción del *contact patch*.

1.2.1.4 Camber thrust. El *camber thrust* es uno de los efectos que conlleva el uso del *camber* en las ruedas. Este efecto surge debido a la deformación asimétrica que el terreno provoca sobre la rueda ocasionando que la elasticidad de la rueda por reacción presione sobre la carretera tratando de mantener su forma original. La dirección de esta fuerza lateral es al interior de la curva, por lo que su efecto es provechoso para poder mantener el coche en carretera a altas velocidades evitando su salida.

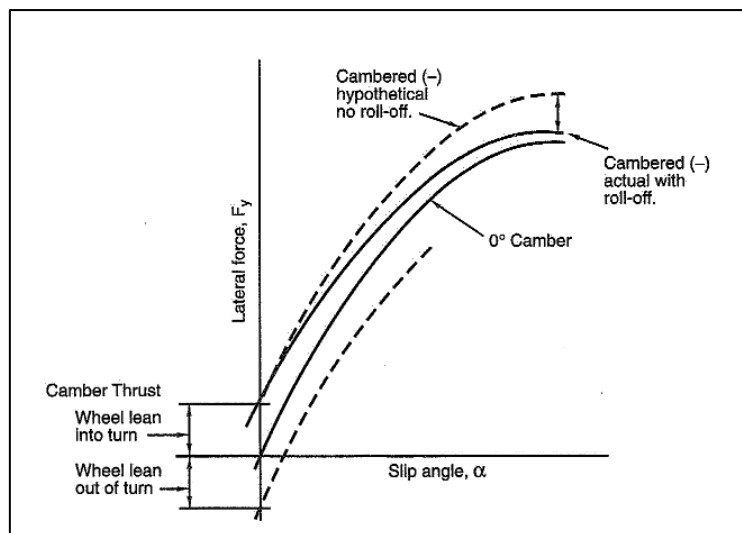
Figura 10
Generación del camber thrust



Nota. Adaptado de (Balkwill, 2018)

Los efectos del *camber thrust* y la fuerza lateral no son efectos contrarios, sino que son aditivos. Este efecto de ambos se da cuando el *cornering stiffness*¹ es constante y a medida que el *slip angle* aumenta el efecto del *camber thrust* desaparece. Como se parecía en la gráfica, lo que origina esta fuerza es desplazar verticalmente la curva, desplazándola hacia arriba cuando la inclinación sea negativa y desplazándola hacia abajo cuando sea positiva.

Figura 11
Efecto del camber thrust en la curva fuerza lateral vs slip angle



Nota. Adaptado de (Milliken & Milliken, 1995)

¹ Pendiente presente en la zona lineal de la curva fuerza lateral vs slip angle. Representa la cantidad de fuerza lateral por desplazamiento angular, referido al slip angle.

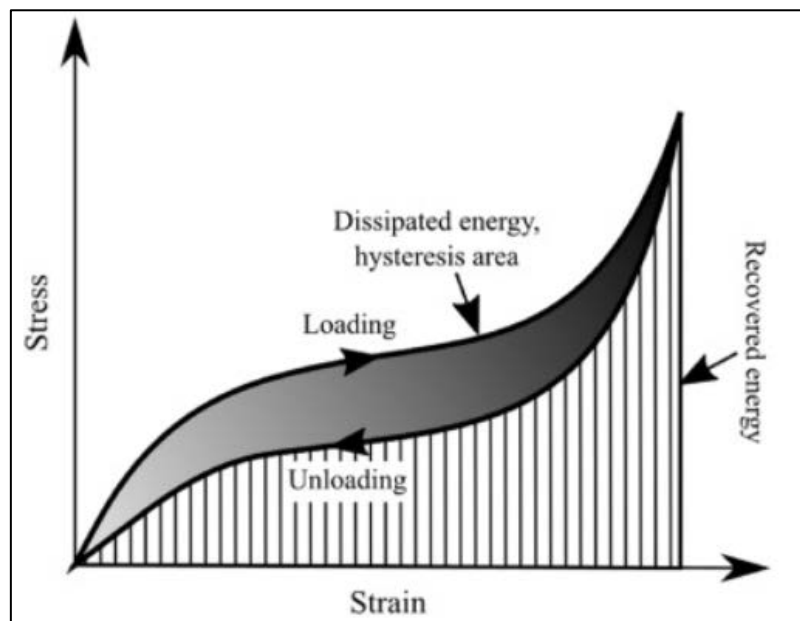
1.2.2 Fuerza longitudinal

Las fuerzas longitudinales tienen lugar en el eje x según el sistema de coordenadas establecidas por SAE J670. Estas fuerzas son resultado de la elasticidad del material y su comportamiento durante su servicio y surgen cuando el vehículo acelera o frena generando las fuerzas longitudinales entre el *contact patch* y el terreno. Las fuerzas longitudinales generadas guardan cierta relación con las fuerzas laterales siempre y cuando exista una distorsión elástica longitudinal y una región de fricción (Milliken & Milliken, 1995).

1.2.2.1 Efecto de histéresis. Debido al tipo de material por el que está compuesto, el neumático se comporta de una manera particular cuando está bajo efectos de fuerzas externas. El caucho al ser un material elástico, su comportamiento durante una compresión es distinto durante la descompresión. Esto quiere decir que una misma magnitud de fuerza distorsiona el material una cierta cantidad durante la compresión, mientras que, en el momento de la descompresión, la misma magnitud de fuerza no origina una deformación igual, a pesar de que en el instante final regresa a su forma inicial. Esta propiedad se denomina histéresis.

Figura 12

Efecto de histéresis durante la compresión y descompresión del neumático



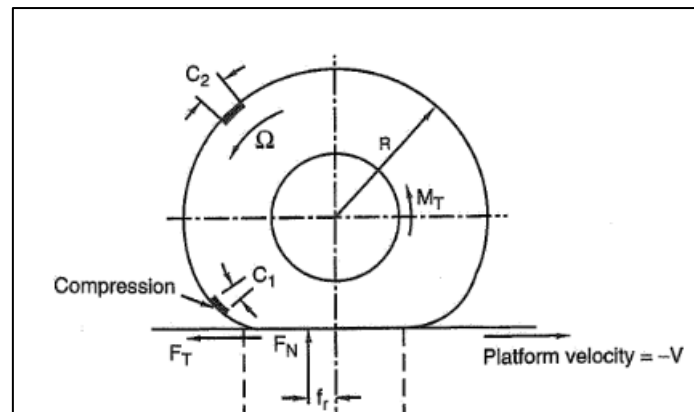
Nota. Adaptado de (Hyttinen et al., 2023)

A medida que la rueda se desplaza se generan dos zonas en esta, una zona deformada y otra no deformada. La zona deformada hace referencia a las partículas del neumático que se van acercando al *contact patch* debido al movimiento. A medida que se acercan al *contact patch* estas partículas se comprimen y cuando tienden a salir de esta zona se descomprimen. Esto quiere decir que el neumático está constantemente sufriendo una compresión y una expansión y debido al material de la rueda, produce el efecto de histéresis que genera una energía perdida, la cual tiende a frenar el neumático denominándose a este efecto el *rolling resistance*.

1.2.2.2 Fuerza de tracción. La fuerza de tracción es una fuerza de reacción debido al movimiento del neumático. Para que el neumático pueda desplazarse es necesaria la aplicación de un torque. Este torque logra el desplazamiento longitudinal ocasionando que se compriman los elementos del neumático que van entrando al *contact patch* y descomprimiendo que se van retirando. De esta manera del área total del *contact patch*, existirá una mayor zona en la parte frontal, es decir, en la zona delante del eje vertical del neumático, tomando como referencia la dirección de la rueda.

Figura 13

Fuerza de tracción en un neumático debido al movimiento

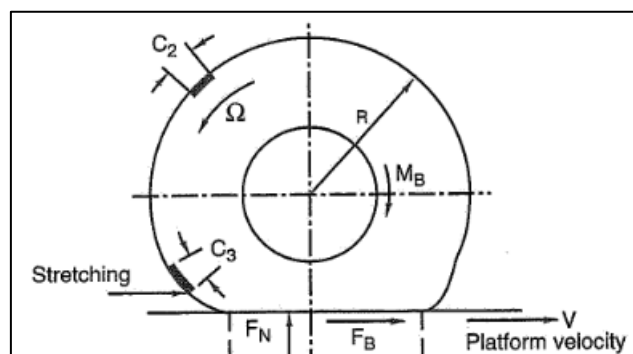


Nota. Adaptado de (Milliken & Milliken, 1995)

1.2.2.3 Fuerza de frenado. De manera similar a la fuerza de tracción, el torque de frenado genera una fuerza de reacción en dirección contrada a la de tracción. En este caso el torque de frenado genera que la parte de salida del *contact patch* se comprima, debido a la dirección del torque de frenado, y que la parte delantera se tense. Al igual que en la fuerza de tracción, también existirá una zona de huella de contacto del neumático mayor a un lado del eje vertical que el otro, en este caso, esta zona será mayor detrás del eje debido al efecto explicado.

Figura 14

Fuerza de frenado en un neumático



Nota. Adaptado de (Milliken & Milliken, 1995)

1.2.2.4 Slip ratio. Existe un término denominado velocidad de deslizamiento longitudinal que viene a estar en función de la velocidad angular de la rueda cuando se le aplica un torque de conducción y de la velocidad angular durante rodamiento libre, es decir, sin torque aplicado. Concretamente viene a ser la diferencia entre ambas. Este parámetro nos permite discernir si la rueda se encuentra desplazando y rodando o deslizando longitudinalmente, es decir, sin rodamiento.

El *slip ratio* es una razón de dicha velocidad de deslizamiento longitudinal ($\Omega - \Omega_0$) respecto a la velocidad angular de rodamiento libre (Ω_0). Esto se puede visualizar en la ecuación 1.

$$SR = \frac{\Omega - \Omega_0}{\Omega_0} = \frac{\Omega}{\Omega_0} - 1 \quad (1)$$

La velocidad angular de rodamiento libre está en función del radio efectivo (R_e), por lo que cuando no existe *slip angle* se puede expresar.

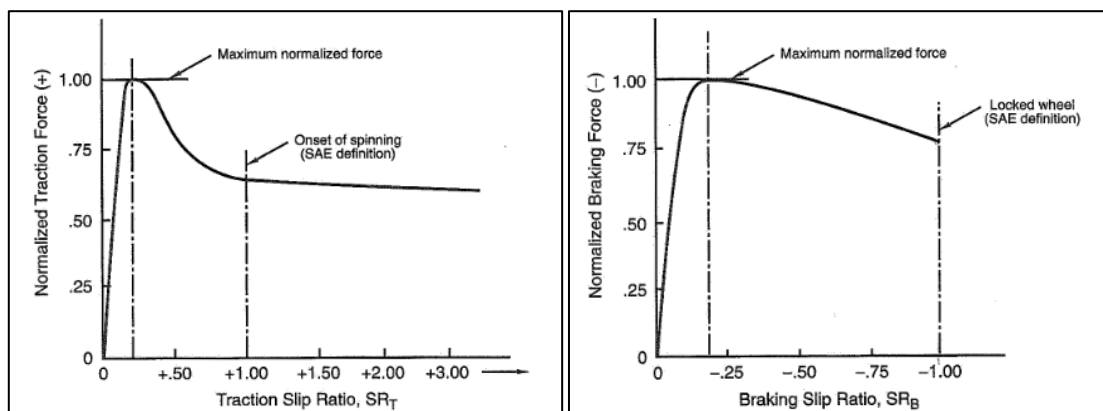
$$SR = \frac{\Omega R_e}{V} - 1 \quad (2)$$

La fuerza de tracción y de frenado están en función del *slip ratio*. Este facto tendrá un valor de 0 cuando el neumático gire libremente y de -1 durante la condición de frenado. Esto debido a que para que un neumático ruede libremente $\Omega R_e/V = 1$ y para la condición de frenado, $\Omega R_e/V = 0$.

A medida que el slip ratio incrementa, estas fuerzas alcanzan su máximo valor entre 0.10 y 0.15, antes de que la fuerza decaiga. Cuando está presente la fuerza lateral, se debe de considerar el efecto del *slip angle*. Para ello se debe de reemplazar el valor de la velocidad por $V \cos \alpha$, siendo α el *slip angle*.

Figura 15

Fuerza de tracción y frenado vs slip ratio



Nota. Adaptado de (Milliken & Milliken, 1995)

1.2.3 Fuerzas aerodinámicas: Downforce y Drag

Para poder entender el fenómeno del Downforce y Drag, se debe hablar primero de las fuerzas en un fluido. En un fluido existen fuerzas corporales y fuerzas cortantes. Las primeras son referidas a las fueras que actúan sobre todo el volumen del cuerpo, como fuerza de gravedad, campo eléctrico y magnético. Los esfuerzos cortantes son referidos a aquellas fuerzas tangenciales que actúan sobre un fluido cuando es sometido a movimiento.

Ambas fuerzas están influenciadas por la presión dinámica del fluido que se cuantifica en base a la ecuación de Bernoulli. Para entender cómo nace esta ecuación, se tiene que partir con la ecuación de la continuidad la cual da origen a la ecuación de Euler.

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{CV} \rho dV + \int_{CS} \rho(\bar{q}\bar{n})dS = 0 \quad (3)$$

Esta ecuación es un análisis que parte de la cuantificación de la masa que atraviesa un volumen de control y una superficie de control, donde ρ se refiere a la densidad del fluido, \bar{q} al vector velocidad y \bar{n} al vector normal respecto a la superficie de control. Al estar analizando ambas integrales la misma variable, es lógico pensar flujo másico medido es congruente, de ahí la igualdad.

Si se busca obtener la forma diferencial de la ecuación de momento lineal es necesario multiplicar cada término integral por la velocidad (q). Aplicando posteriormente el teorema de divergencia a la integral que analiza la superficie de control se obtiene la ecuación de la continuidad generalizada, donde se toma en cuenta el momento lineal del fluido.

$$\rho \left(\frac{\partial q}{\partial t} + \bar{q} \cdot \nabla \bar{q} \right) = \rho \bar{f} - \nabla p + \mu \nabla^2 \bar{q} \quad (4)$$

En la cual \bar{f} hace referencia a las fuerzas corporales que se mencionan previamente al inicio del capítulo y siendo μ coeficiente de viscosidad, el término $(\mu \nabla^2 \bar{q})$ cuantifica los efectos viscosos de un fluido.

Estableciendo un análisis de un fluido no viscoso resultaría la ecuación denominada ecuación de Euler.

$$\frac{\partial q}{\partial t} + \bar{q} \cdot \nabla \bar{q} = \bar{f} - \frac{\nabla p}{\rho} \quad (5)$$

Para determinar la ecuación de Bernoulli que parte de la ecuación de Euler (5), se asume un flujo unidimensional a lo largo de una *streamline*² "S", un estado estacionario y la gravedad como única fuerza corporal presente, obteniéndose la ecuación 6.

² Conjunto de curvas formadas por líneas paralelas al vector velocidad.

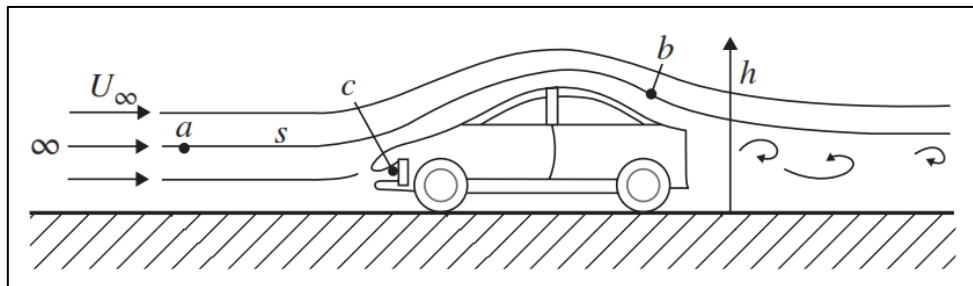
$$u \frac{\partial u}{\partial S} = \frac{\partial}{\partial S} \left(-gh - \frac{P}{\rho} \right) \quad (6)$$

La cual, agrupando las derivadas parciales y resolviendo la ecuación mediante integrales se obtiene la ecuación de Bernoulli.

$$gh + \frac{P}{\rho} + \frac{u^2}{2} = cte \quad (7)$$

Figura 16

Movimiento del aire alrededor de un vehículo



Nota. Adaptado de (Katz, 1995)

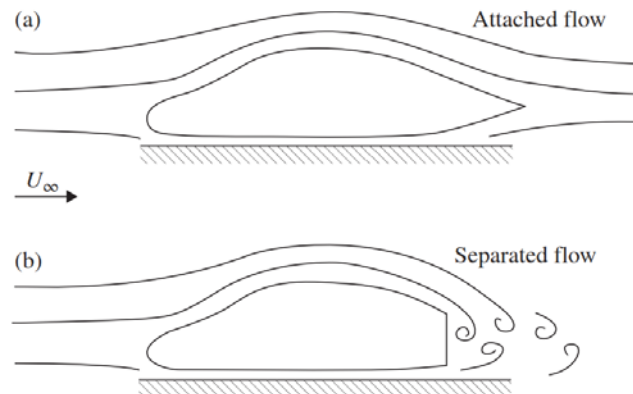
Asumiendo un análisis de un auto moviéndose a una velocidad denominada U_∞ y un flujo incompresible se puede determinar el análisis respecto a una región donde el fluido se detenga relativamente (el punto C en la figura mostrada). Con lo cual se obtendría.

$$P_c - P_\infty = \frac{1}{2} \rho U_\infty^2 \quad (8)$$

Siendo P_c la presión total, P_∞ la presión estática y $\left(\frac{1}{2} \rho U_\infty^2\right)$ la presión dinámica. Este último término es el encargado de medir la presión que ejerce el fluido respecto a su velocidad de movimiento determinada.

“Drag” se denomina a la fuerza que genera resistencia al desplazamiento de un vehículo. En la aerodinámica, “drag aerodinámico” es una fuerza aerodinámica que se opone al movimiento del vehículo la cual es directamente proporcional a la cuadrado de la velocidad.

Figura 17
Comportamiento del streamline de aire respecto a la forma del vehículo



Nota. Adaptado de (Katz, 1995)

Como se parecía en la Figura 17, este fenómeno se genera en las largas separaciones de flujo del vehículo. Mientras más larga la separación, existirá mayor variación en la velocidad de flujo entre las superficies separadas. Esto da origen a una presión de distribución que resulta en “drag aerodinámico”.

$$D = \frac{1}{2} C_D \rho U_\infty^2 S \quad (9)$$

La ecuación 9 nos permite medir el drag aerodinámico al cual un vehículo se somete durante su desplazamiento donde D es el drag, ρ es la densidad del fluido, U_∞ es la velocidad del vehículo y S es la superficie frontal. El término C_D es el coeficiente de drag, se trata de un número no dimensional que cuantifica la influencia de la forma del vehículo frente a la resistencia del flujo de aire.

“Downforce” es el fenómeno inverso del principio de sustentación (*lift*) que emplean los sistemas de avión para poder volar. Se trata de una fuerza aerodinámica que se encarga de presionar el vehículo a la carretera la cual es importante en autos de competición debido a que muchos de estos toman las curvas de los circuitos a altas velocidades, por lo que, al incrementar la adhesión del neumático a la carretera, generará una posibilidad de tomar la curva a mayor velocidad. Es cierto que al agregar carga aerodinámica se vuelve el vehículo más lento, sin embargo, una relación apropiada de carga y drag aerodinámicos origina una mayor estabilidad del auto de carreras durante su recorrido en pista.

Este fenómeno está relacionado con los fenómenos de vorticidad y circulación, dependiendo de la forma del objeto analizar. La manera simple de definir la circulación es una estimación del cambio de la velocidad del fluido a lo largo de una *streamline* respecto de una superficie circular, que se genera debido al movimiento del cuerpo en medio de un fluido. Asumiendo el análisis de un cuerpo cilíndrico se obtiene.

$$\Gamma = 2\omega S = 2\omega\pi R^2 \quad (10)$$

Sin embargo, para nuestro caso, es necesario analizar esa circulación bajo efectos de alerones con determinados ángulos de ataques y dimensiones debido a la necesidad de generación de presión contra el suelo sobre el vehículo. Principalmente para un alerón plano con un ángulo de ataque α y una cuerda³ c

$$\Gamma = \pi U_{\infty} c \alpha \quad (11)$$

Siendo el lift.

$$L = \rho U_{\infty} \Gamma \quad (12)$$

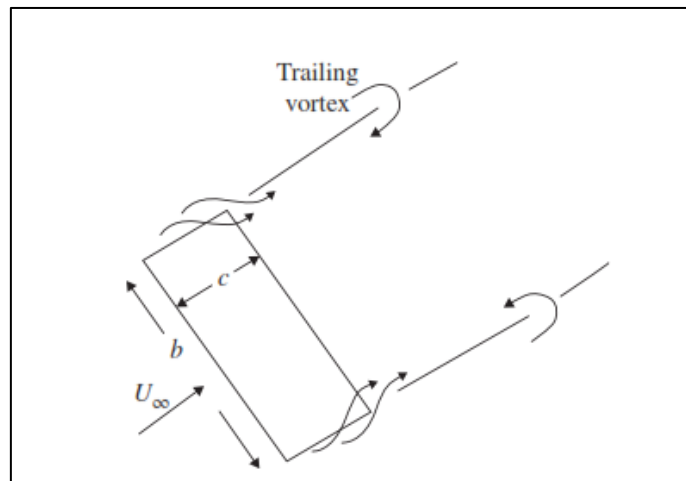
Teniendo como resultado el coeficiente de lift adimensional

$$C_l = \frac{L}{\frac{1}{2} \rho U^2 c \cdot 1} = 2\pi\alpha \quad (13)$$

Si se desea precisar en el análisis del downforce, se tiene que abarcar el sistema tridimensional, donde aparece un fenómeno de velocidad descendente en las puntas de los alerones, generando reducción de lift e incremento de drag. Esto se controla mediante las dimensiones de los alerones, particularmente con ayuda del parámetro *aspect ratio* que relaciona el ancho del alerón junto con su superficie.

Figura 18

Efecto de velocidad descendente en los extremos del alerón.



Nota. Adaptado de (Katz, 1995)

³ Línea recta imaginaria que une el borde de salida con el centro de la curvatura del borde de ataque de un alerón

$$AR = \frac{b^2}{S} \tag{14}$$

La fórmula general para calcular el lift en un sistema tridimensional es.

$$C_L = C_{L\alpha}(\alpha - \alpha_{L0}) \tag{15}$$

Donde

$$C_{L\alpha} = \frac{2\pi}{1 + (1 + \delta_1) \frac{2}{AR}} \tag{16}$$

Siendo δ la relación de conicidad que describe la relación entre longitudes de las cuerdas de punta y raíz.

Como se puede apreciar en ambos casos, tanto en el fenómeno del drag aerodinámico y el downforce están influenciados por la presión dinámica expuesta en la ecuación 8. Por lo que, considerando formas geométricas, se puede estimar la carga total aerodinámica y el drag inducido a diferentes velocidades del vehículo. En resumen, según la Figura 19 se puede estimar los coeficientes adimensionales de drag y lift para distintas configuraciones.

Figura 19
Coeficientes adimensionales de lift y drag para diferentes configuraciones

| | | C_L | C_D |
|--|------|---------------------------|-----------|
| Circular plate | | 0 | 1.17 |
| Circular cylinder | | 0.5 | 1.15 |
| | | 1 | 0.90 |
| | | 2 | 0.85 |
| | | 4 | 0.87 |
| Rectangular plate | | 0 | 1.18 |
| Rectangular cylinder | | 1 | 1.20 |
| | | 5 | 1.30 |
| | | 10 | 1.50 |
| | | 20 | 1.98 |
| Square rod | | 0 | 2.00 |
| Square rod | | 0 | 1.50 |
| Triangular cylinder | | 0 | 1.39 |
| Semicircular shell | | 0 | 1.20 |
| Semicircular shell | | 0 | 2.30 |
| Hemispherical shell | | 0 | 0.39 |
| Hemispherical shell | | 0 | 0.39 |
| Cube | | 0 | 1.10 |
| Cube | | 0 | 0.81 |
| Cone-60° vertex | | 0 | 0.49 |
| Parachute | | 1.20 | |
| Average man $A = 0.5 - 0.8 \text{ m}^2$ | | Average person | 1.00-1.30 |
| Fluttering flag $A=L \cdot D$ | | Fluttering flag | L/D |
| | | 1 | 0.07 |
| | | 2 | 0.12 |
| 3 | 0.15 | | |
| Empire state building | | Empire State Building | 1.4 |
| Tree | | Tree | 0.30-0.45 |
| Low drag body of revolution | | 0 | 0.04 |
| Low drag vehicle near the ground | | 0.18 | 0.15 |
| Generic (older) automobile | | 0.32 | 0.43 |
| Modern coupe | | 0.30 | 0.35 |
| Coupe plus front splitter plate | | 0.20 | 0.35 |
| Same + rear wing | | -0.30 | 0.41 |
| Prototype race car | | -3.00 | 0.75 |
| Motorcycle $A = 0.5 - 0.8 \text{ m}^2$ | | 0.15-0.20 | 0.8-1.3 |
| Bicycle | | Racing | 1.1 |
| | | Drafting | 0.88 |
| | | Streamlined | 0.50 |
| | | | 0.12 |
| Trucks | | Standard | 0.96 |
| | | With fairing | 0.76 |
| | | With fairing and gap seal | 0.70 |
| Six car passenger train | | Six-car passenger train | 1.8 |

Nota. Adaptado de (Katz, 1995)

1.3 Fenómenos producidos en neumáticos: Momentos

De acuerdo con la configuración del neumático, se tienen diferentes momentos que surgen. Cada uno de estos momentos tienen lugar en cada eje del sistema de coordenadas de SAE J670. Se presentan los principales momentos presentes en el neumático. Dependiendo si existe inclinación o no en el neumático, estos efectos deben de tomar en cuenta el efecto del ángulo de inclinación (γ), resumiéndose así la siguiente ecuación que define el torque presente en un neumático.

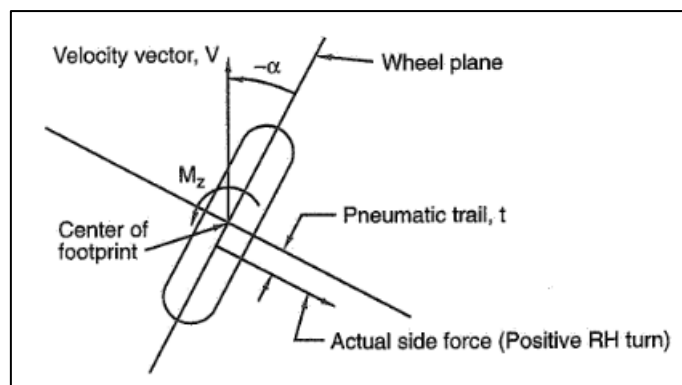
$$T = M_z \sin \gamma + M_y \cos \gamma + F_x R_l \quad (17)$$

Cada término de la ecuación 17 será explicado a continuación

1.3.1 *Aligning torque* ($M_z \sin \gamma$)

El torque de alineamiento tiende a girar la rueda a su posición inicial mediante un torque generado en el eje z. Este torque surge debido a la fuerza lateral y a la distancia del centroide de la distribución de la fuerza lateral al centro del *contact patch*. En bajos y medianos *slip angle* el neumático tiende a alinear su dirección (debida al *slip angle*) con su trayectoria (dirección del neumático). Como se explicó antes, esta distancia se denomina *pneumatic trail* y surge debido a la distribución casi triangular que se produce en el *contact patch* debido a la fuerza lateral

Figura 20
Aligning torque



Nota. Adaptado de (Milliken & Milliken, 1995)

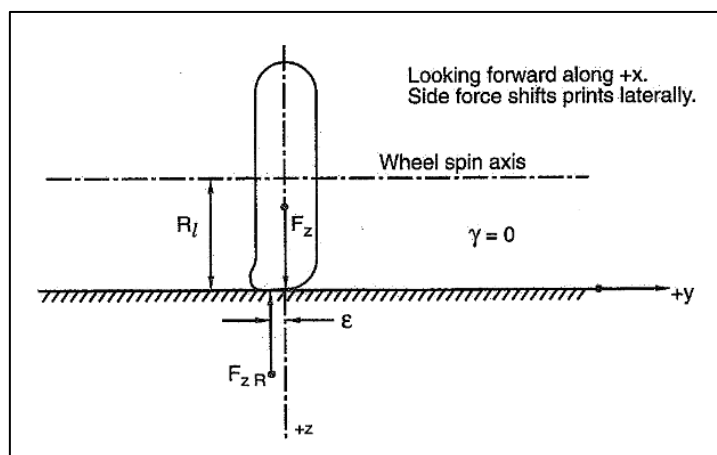
1.3.1.1 Aligning torque due to camber. Debido a la distribución simétrica que surge en el *contact patch* a causa de la inclinación de la rueda, el torque de alineamiento es muy pequeño y desestabiliza la rueda ocasionando un incremento en el *slip angle*. En combinación con la fuerza lateral debido al *slip angle*, estos efectos se contrarrestan, ocasionando muchas veces la necesidad de incrementar el *mechanical trail*⁴ para producir el torque de alineamiento requerido.

1.3.2 Overtuning moment

Este momento surge respecto al eje x siempre y cuando la fuerza de reacción de la carga que soporta el neumático se encuentra fuera del eje z, la reacción multiplicada esta distancia resulta en el *overtuning moment*. Esto surge debido a distintos factores, cuando el *camber* o el *slip angle* es pequeño, el *overtuning moment* será también pequeño. Este efecto es considerable cuando existe una inclinación en el neumático y existe un *slip angle* de no muy bajo valor.

Figura 21

Overtuning momento en neumático



Nota. Adaptado de (Milliken & Milliken, 1995)

1.3.3 Rolling resistance momento ($M_y \cos \gamma + F_x R_l$)

Como se explicó en el acápite 1.2.2.1 este efecto surge debido al tipo de goma del neumático y al efecto de histéresis. La energía liberada resultante de la compresión y expansión constante de este material a la entrada y salida del *contact patch* da lugar al *Rolling resistance*.

1.4 Otros efectos sobre el neumático

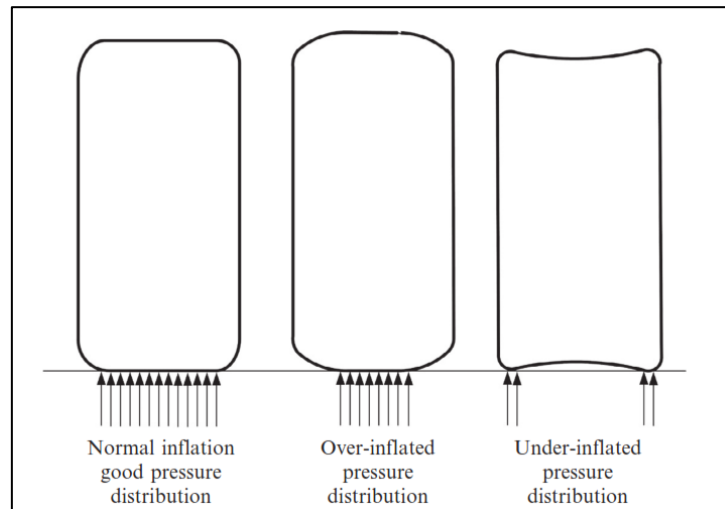
1.4.1 Presión

En la gráfica de la Figura 5 se aprecia una pendiente constante a bajos valores de *slip angle*, esta relación de fuerza lateral-ángulo de deslizamiento se denomina *cornering stiffness*. De acuerdo con el nivel de presión en un neumático, este factor puede ser alto o bajo. A altos valores de presión, el neumático se volverá más rígido o menos fácil de distorsionar, por lo que el *cornering stiffness* será mayor. Lo ideal en un neumático es trabajar con valores de presión

⁴ Distancia el centro del *contact patch* hasta la proyección del eje que contiene la suspensión del vehículo.

no muy elevados para que el *contact patch* del neumático con la carretera sea mayor, produciendo un efectivo coeficiente de fricción.

Figura 22
Efecto de la presión en un neumático



Nota. Adaptado de (Balkwill, 2018)

1.4.2 Temperatura

La temperatura en un neumático afecta tanto en la generación de fuerzas como en su vida útil. El cambio de temperatura en un neumático afecta directamente su módulo de elasticidad lo cual generará una modificación en el *cornering stiffness* afectando la propiedad de agarre.

1.4.3 Velocidad

Un incremento de velocidad conlleva una caída en la capacidad del neumático. A medida que la velocidad aumenta, la temperatura incrementa produciendo los efectos descritos en el anterior acápite. En algunos casos, la capacidad de la fuerza lateral aumenta ligeramente a medida que la velocidad aumenta (Milliken & Milliken, 1995).

1.4.4 Condiciones ambientales

En términos de competición, las condiciones ambientales juegan un papel importante en el rendimiento del vehículo. Una elevada temperatura ambiental calienta la superficie del circuito, lo cual incrementa la temperatura de los neumáticos que les permitiría tener más agarre hasta cierto punto. Si llueve, al mojarse el circuito el vehículo pierde agarre, por lo que un compuesto común no sería suficiente para el desarrollo durante las carreras. A eso se agrega otros efectos como los aerodinámicos y conllevan a una variación en el rendimiento del neumático.

1.4.5 Composición del neumático

El tipo de composición del neumático también influye en gran medida su rendimiento. Por ejemplo, en la fórmula 1 existen neumáticos de diferentes compuestos para diferentes

condiciones ambientales y estrategias de equipo. Existen compuestos más ligeros, que permiten tener mayor agarre sin embargo se desgastan más rápido, otros que son denominados neumáticos duros, los cuales prolongan el desgaste del neumático. Así también se tienen los neumáticos de lluvia los cuales tienen mayor agarre que los anteriores mencionados debido al circuito mojado al cual se enfrentarán. En resumen, dependiendo de la composición del neumático estos se pueden comportar de diferente manera de acuerdo a las condiciones externas a la que se enfrenten.



Capítulo 2

Diseño y construcción de banco de pruebas empleando software CAD

En el presente capítulo se abordarán los prototipos de los equipos elaborados para determinar el sistema ideal que permita realizar el correcto análisis del material que compone el neumático. De esta manera, se mostrará los planos y el modelado 3D del banco de análisis desarrollado con ayuda del software CAD Solid Works además de la construcción del equipo seleccionado.

Primero se analizó cómo se podría representar el movimiento del neumático de manera alternativa a los bancos de análisis de neumáticos existentes mediante un mecanismo que permita medir los parámetros necesarios para estimar la tasa de desgaste del neumático. Debido a que los bancos de pruebas existentes son muy costosos y complejos, se llegó a la conclusión de dos modelos alternativos, basados en el componente biela-manivela.

2.1 Aspectos generales

En la industria del motorsport existen empresas dedicadas a la fabricación y análisis del comportamiento del tipo de neumático empleado en cada competición. Estas empresas poseen distintos bancos para distintos tipos de análisis e incluso se someten a distintos sistemas pruebas para determinar sus parámetros finales.

En el presente acápite se expondrán los distintos sistemas de pruebas para neumáticos que emplean la mayoría de industrias, sin embargo, al analizar la complejidad de los mismos en electrónica, mecánica y materiales, se llega a la conclusión de un sistema alternativo de análisis de desgaste mediante energía de rozamiento y variación de cargas.

2.2 Sistemas de análisis de neumáticos

A continuación, se expone los diversos tipos de pruebas para cada parámetro del neumático como *slip angle*, *camber angle*, etc y sus efectos sobre distintos fenómenos presentes en el neumático durante su recorrido. La data se recoge de la empresa *MTS System Corporation* empresa dedicada a brindar servicios en pruebas y simulación para el ámbito ingenieril.

2.2.1 Force & Moment measurement

Este sistema de análisis permite medir, como su nombre lo indica, las fuerzas y momentos en el neumático. Durante el tiempo de pruebas, el neumático que gira libremente en una superficie plana es sometido a una serie de variaciones de carga vertical, *slip angle*, *camber angle*, dirección, arranque y frenado permitiendo una medición de parámetros más precisa.

Además de medición de fuerza y momentos, se puede emplear para la caracterización de neumáticos para su uso en modelos de neumáticos, historial de simulación y en evaluación de manejo mediante simulación híbrida. Es aplicable a neumáticos comerciales, de camión

ligeros y pesados, buses, motocicletas y en los neumáticos aplicados en competencias de motorsport.

Figura 23

Sistema de medición de fuerza y momento del neumático



Nota. Adaptado de (MTS System Corporation, s. f.-a)

2.2.2 Tread wear simulator

Este sistema analiza el desgaste del neumático mediante cargas progresivas controladas mediante laboratorio. Además de ello, se analiza frente a diferentes escenarios lo que permite un parámetro de mayor confiabilidad. Este sistema de pruebas se realiza en un equipo a en forma de tambor, donde la superficie de contacto no es totalmente plana sino, tangente al tambor giratorio. Al igual que en sistema anterior, también es sometido a variaciones en su configuración inicial como *slip angle*, *camber angle*, etc.

Figura 24

Sistema de pruebas de desgaste



Nota. Adaptado de (MTS System Corporation, s. f.-c)

2.2.3 *Rolling resistance measurement*

Mide la oposición del neumático a rodar mediante la parametrización de la energía perdida durante su rodamiento. Al igual que equipo mencionado en el acápite anterior, se trata de un tambor giratorio, donde al neumático se le realizan diferentes estímulos como variación de carga y presión para determinar el valor correcto de *Rolling resistance*. Los tipos de aplicaciones que MTS ofrece son de medición del *Rolling resistance* en estado estacionario y en estado de picada.

Figura 25

Sistema de pruebas de resistencia a rodadura



Nota. Adaptado de (MTS System Corporation, s. f.-b)

2.3 Dimensiones de la muestra: El contact patch

En primera instancia es necesario establecer qué es lo que se va a analizar, su cantidad, entorno, y en qué condiciones se va a someter. Se busca establecer la tasa del desgaste del neumático, sin embargo ¿qué cantidad debe de medirse? ¿Cómo se relaciona con la realidad? ¿Es la estimación proporcional a la realidad?

En el presente acápite se detalla cómo se selecciona las dimensiones de la muestra a analizar basándose en el *contact patch*. Se sabe que el *contact patch* es el área del neumático la cual está en constante contacto con la superficie del terreno, por lo que es lógico pensar que el tamaño de la muestra debe ser igual al *contact patch* de los autos de competición para poder realizar un correcto análisis.

La estimación del *contact patch* se realiza en función de la fuerza que soportan los neumáticos respecto del área de ellos que se mantiene en constante contacto con la carretera. Dicho de otra manera, para estimar la longitud de contacto es necesario conocer la presión interna del neumático y la fuerza a la cual se somete.

Según (Shi et al., 2024), se puede estimar la longitud del *contact patch* mediante la siguiente fórmula.

$$L_c = \frac{mg}{w(P - P_{atm})} \quad (18)$$

Donde:

- L_c : Longitud del *contact patch*.
- g : Gravedad
- w : Ancho de neumático / ancho del *contact patch*
- P : Presión interna del neumático
- P_{atm} : Presión atmosférica

En (Rimmer, 2023), (PIRELLI CONCLUDES 18-INCH FORMULA 1 TESTING, 2021), (F1TV, 2023) y (Mercedes-AMG Petronas Formula One Team, s. f.) se comparte información acerca del peso del coche de F1, presión de neumáticos, dimensiones del neumático y carga aerodinámica. Con dicha información proporcionadas por revistas y periódicos web se puede estimar el *contact patch* del neumático en condiciones de competencia. La data recuperada se resume a continuación.

Tabla 1

Tabla de datos de un coche de F1

| F1 Car | Pressure | Tyre dimensions |
|---|---|--|
| <ul style="list-style-type: none"> • $m_{F1_car} = 798 \text{ kg}$ • $m_{fuel} = 110 \text{ kg}$ • $m_{pilot} = 80 \text{ kg}$ • $m_{DF_prom} = 798 \text{ kg}$ | <ul style="list-style-type: none"> • $P_{front} = 27 \text{ psi}$ • $P_{rear} = 24.5 \text{ psi}$ | <ul style="list-style-type: none"> • $w_{tyre} = 405 \text{ mm}$ • $\phi_{ex_tyre} = 720 \text{ mm}$ • $\phi_{aro} = 18 \text{ in}$ |

Con los datos de la tabla 1 y la ecuación 18 se estima el *contact patch* existente durante la competición. Para efectos prácticos se asume que la distribución de peso entre las 4 llantas es uniforme, que la presión en ellas es igual a la de los neumáticos frontales presentados en la tabla 1 y una carga aerodinámica de 798 kg según (Mercedes-AMG Petronas Formula One Team, s. f.) a velocidad promedio de 150 km/h.

Además, se ve conveniente analizar el desgaste desde el inicio de la competencia, por lo que se asume el caso en el que el peso total sobre los neumáticos está influenciado, además de la carga aerodinámica, por el tanque de gasolina lleno, junto con el peso del carro y el piloto.

La longitud del *contact patch* será.

$$L_c = \frac{\frac{1786}{4} * 9.81}{(0.405)(27 * 6895 - 101325)} = 0.13 \text{ m} \quad (19)$$

Teniendo en cuenta que el ancho del *contact patch* sería el ancho del neumático que en el presente caso es de 405 mm. La presión en función del peso y el área de contacto se establece como.

$$P = \frac{446.5}{(0.405)(0.13)} = 8481 \text{ [kg/m}^2\text{]} \quad (20)$$

2.4 Diseño de banco para análisis de neumático

El banco de ensayo se basa en los siguientes criterios, los cuales han sido escogidos de acuerdo con las necesidades de investigación en la presente tesis, tomando en cuenta variables como costo, material, eficiencia y funcionalidad final.

- ✓ Se espera que el sistema sea capaz de realizar varias pruebas con variabilidad de carga que soporte la muestra, con la finalidad de suponer los efectos aerodinámicos del coche a distintas velocidades y en distintos escenarios como en curvas y terrenos.
- ✓ Debe de ser capaz de soportar las cargas mencionadas en el acápite anterior sin que afecte su cinemática.
- ✓ Debe ser capaz de someter a la muestra al efecto de frotamiento para determinar su tasa de desgaste, en función de su velocidad y carga.
- ✓ Debe ser de fácil montaje y desmontaje para poder someterlo a prueba en diferentes terrenos como grava, cemento, brea, arena.
- ✓ Debe de ser construido con materiales comerciales y de bajo costo, permitiendo la facilidad de fabricación y facilidad de mantenimiento.

En base al análisis de los bancos de pruebas de neumáticos existentes, se define tres áreas principales para un correcto desarrollo del banco de pruebas. Estructura, generación y transmisión del movimiento. Se toma en cuenta el sistema “*Tread wear simulator*”, basándose en los parámetros a modificar para realizar un correcto análisis de desgaste.

Según los sistemas expuestos anteriormente se necesita someter al neumático a un movimiento rotatorio para realizar las pruebas correspondientes. Ya que en esta investigación se busca medir la tasa de desgaste del neumático, para efectos prácticos se ve conveniente analizar el desgaste del neumático mediante una muestra parcial del material que conforma el neumático. Dicha muestra se somete a un efecto de frotamiento que causa un mayor o menor desgaste según la carga y distancia recorrida que se le aplique.

2.4.1 Propuesta inicial

El primer diseño elaborado se basó en el sistema biela-manivela. Mediante un giro angular proporcionado por una fuente de alimentación, su sistema de transmisión de movimiento permite que la muestra, ubicada en el extremo del émbolo, sea sometida a un movimiento lineal mediante rieles.

2.4.1.1 Diseño de estructura. El sistema cuenta con un soporte necesario para aguantar el peso del motor y en la cual se asientan las bases de las correderas. Estas se encuentran por encima del nivel del suelo debido a que el émbolo, al cual se le ancla la muestra, está en constante contacto con el suelo, lo cual permite la facilidad de realizar pruebas en diferentes tipos de terreno

Figura 26
Diseño 3D del primer banco de análisis propuesto

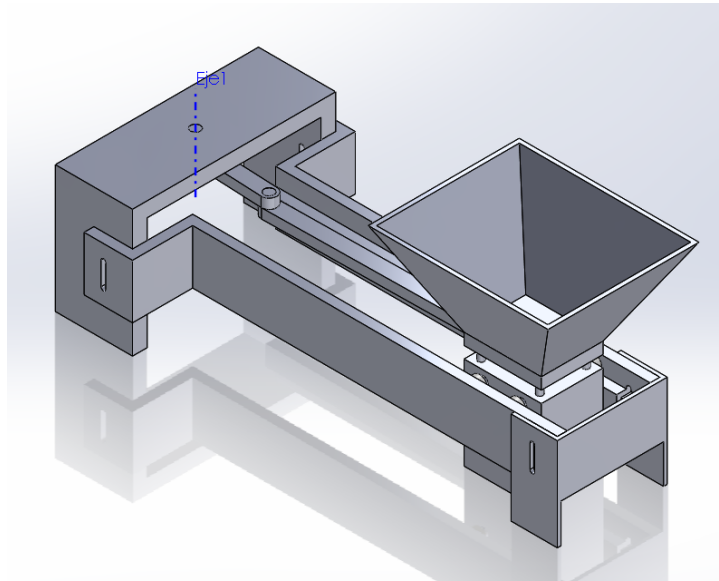


Figura 27
Componentes del primer banco de análisis – Parte 1

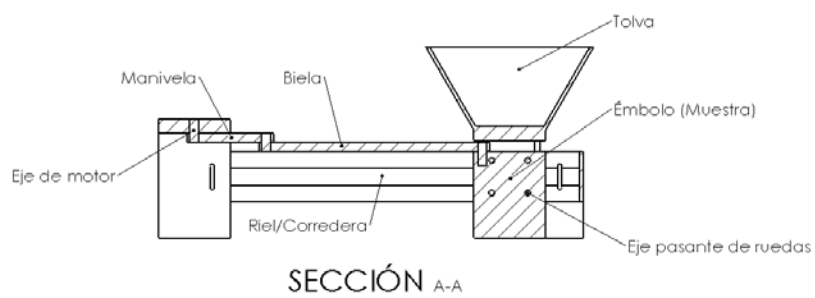
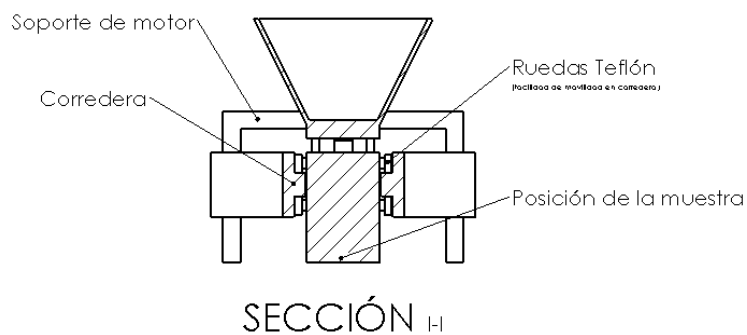


Figura 28
Componentes del primer banco de análisis – Parte 2



La estructura además consta de una biela y manivela, quienes están unidas junto al émbolo mediante pines. Encima del émbolo se tiene una tolva cuya función es de retención y estabilidad del peso al que se somete la muestra en cada prueba de análisis.

2.4.1.2 Generación de movimiento. La generación del movimiento del sistema propuesto se lleva a cabo mediante un motor eléctrico. La selección del motor eléctrico se debe a su amplia gama de selección en el mercado, ya sea según potencia, revoluciones y precios. Además, su poca necesidad de componentes externos para su funcionamiento lo hacen el candidato ideal para la presente investigación, de hecho, es por dichas características que es muy utilizado generalmente en aplicaciones de generación de movimiento.

Figura 29
Motores eléctricos

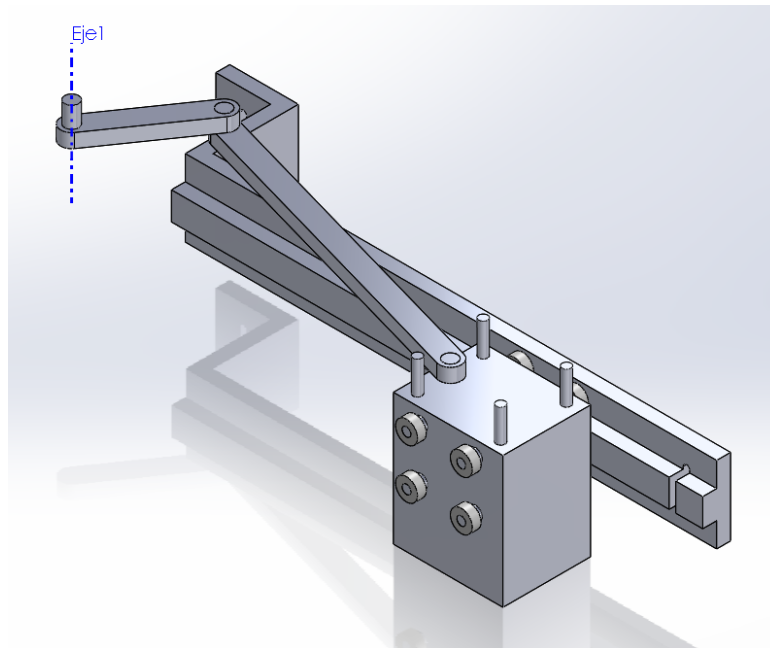


Nota. Adaptado de (Asociación española de desalación y reutilización, 2021)

Para esta primera propuesta se plantea utilizar el motor con una extensión, un reductor, debido a que, según las dimensiones y facilidad de adquisición de datos del banco de pruebas, no es necesario que gire a su velocidad nominal.

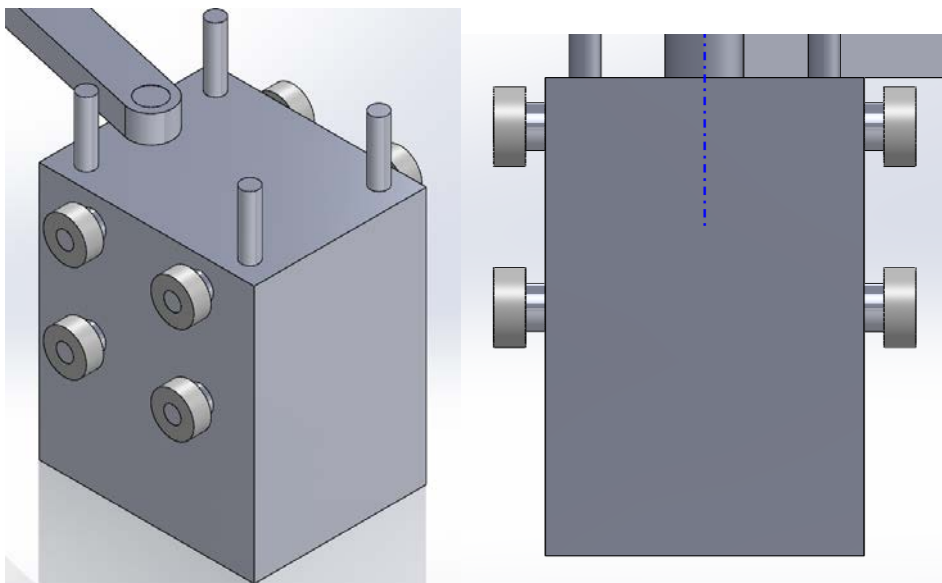
2.4.1.3 Transmisión de movimiento y velocidad de la muestra. Una vez definida la fuente de alimentación del movimiento, se define la transmisión. Dicha transmisión está compuesta por el eje del motorreductor, chaveta, acople, pin, manivela y biela. La necesidad de implementar chaveta junto con acople es debido a la configuración de la estructura elaborada. El motorreductor permite un movimiento menos violento del sistema a diferencia si se conecta de manera directa el motor.

Figura 30
Sistema biela-manivela-émbolo



La configuración biela manivela permite transformar el movimiento rotatorio que ofrece el motorreductor a un movimiento lineal. Mediante la corredera y ruedas de teflón, el movimiento lineal presenta menos obstrucciones a su movimiento. Se vio conveniente elegir material teflón para fabricación de ruedas debido a su bajo coeficiente de fricción por lo que lo convierte en materia ideal para favorecer el desplazamiento del émbolo sobre las correderas como se observa en la Figura 29.

Figura 31
Ruedas teflón conectadas a émbolo

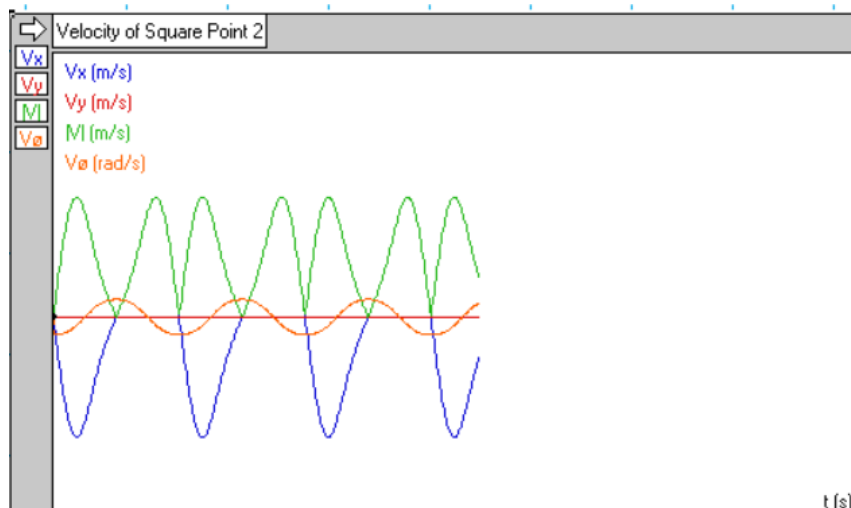


Una característica sobre la muestra es la distribución de velocidad a lo largo del recorrido. Realizando un análisis matemático y validado posteriormente en software Working

Model se aprecia que en los extremos del recorrido lineal su velocidad es cero, teniendo picos de velocidad en el punto medio del recorrido, teniendo la forma de una sinusoide. Esto concluye que se puede tener una velocidad promedio contante mas no una velocidad constante a lo largo del recorrido.

Figura 32

Gráfica de velocidad en el extremo de la manivela modelo inicial



2.4.2 Propuesta final

Las principales desventajas del prototipo anterior son la variabilidad de la velocidad durante el recorrido de la biela-manivela lo cual dificulta el análisis de desgaste a velocidades constantes. Es por ello que en la propuesta final se busca eliminar dicha limitante mediante un mecanismo que produzca una velocidad constante, por lo que el presente diseño presenta un movimiento rotatorio constante con longitud de brazo constante dando origen a una velocidad rotacional constante.

2.4.2.1 Diseño de estructura. Al igual que el modelo inicial, el sistema cuenta con una mesa capaz de soportar el peso del motorreductor. Esta mesa posee un cojinete en su punto medio la cual permite un movimiento rotatorio del eje proveniente del motorreductor a la manivela. La longitud de la manivela es lo suficientemente necesaria para no obstruirse con los soportes de la mesa y soportar el torque constante proveniente del motor y la fuerza de corte ocasionada por el cubículo de muestras.

Figura 33
Diseño 3D del banco de análisis final

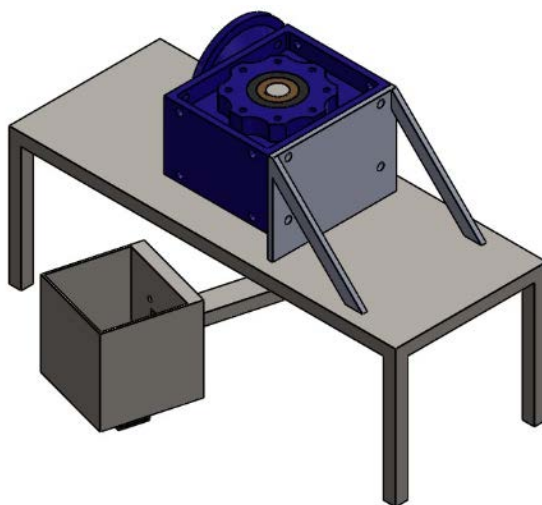


Figura 34
Componentes del banco de análisis final – Parte 1

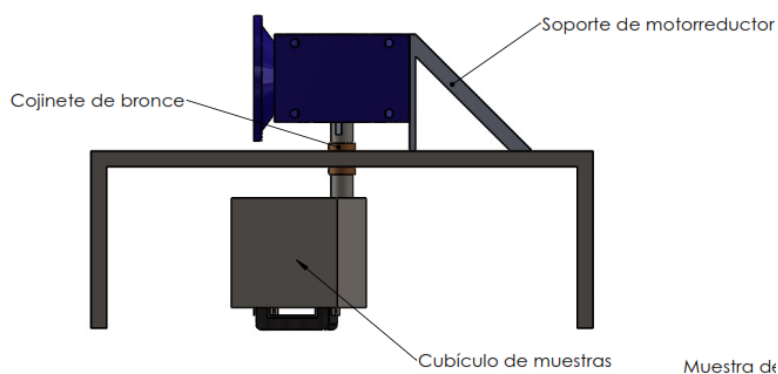
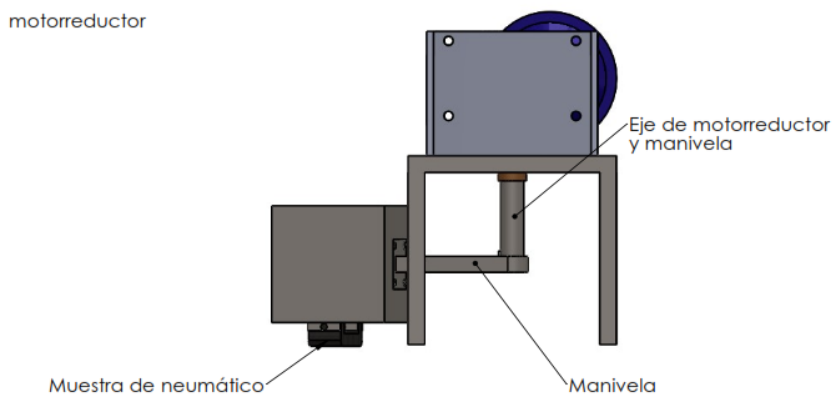


Figura 35
Componentes del banco de análisis final – Parte 2



El cojinete de bronce señalado en la Figura 33 permite un movimiento rotatorio del eje, evitando la necesidad de implementar un rodamiento generando el ahorro de costos. La conexión del eje entre el motorreductor y la manivela se realiza mediante chavetas, capaz de transmitir el movimiento rotatorio. La manivela se ancla al cubículo de muestras mediante una

brida de 4 pernos capaz de soportar los esfuerzos existentes durante el funcionamiento del mecanismo.

El cubículo de muestras es un componente capaz de almacenar pesos variables en su interior simulando los pesos de un auto de competición y cargas aerodinámicas resultantes. Al igual que en el modelo inicial, cuenta con un anclaje en su parte inferior que es capaz de sujetar la muestra de neumático a analizar como se muestra en la Figura 34.

Diseño de cubículo de muestras

Para el diseño de estructura es necesario partir con las dimensiones del cubículo de muestra debido a que este es quien determina la altura mínima de la manivela y altura de la base del motor. Partiendo de la data presentada en la Tabla 1 respecto a las cargas involucradas en un auto de F1 y con la relación de masa sobre área de contacto expuesta en la ecuación 20 se puede estimar, manteniendo la presión constante, las dimensiones proporcionales del *contact patch* y la fuerza aplicada para un diseño más conservador.

Se selecciona un factor de 20 para reducir proporcionalmente la fuerza aplicada y el área de contacto.

$$P = \frac{446.5/20}{(0.405/10)(0.13/2)} [kg/m^2] \quad (21)$$

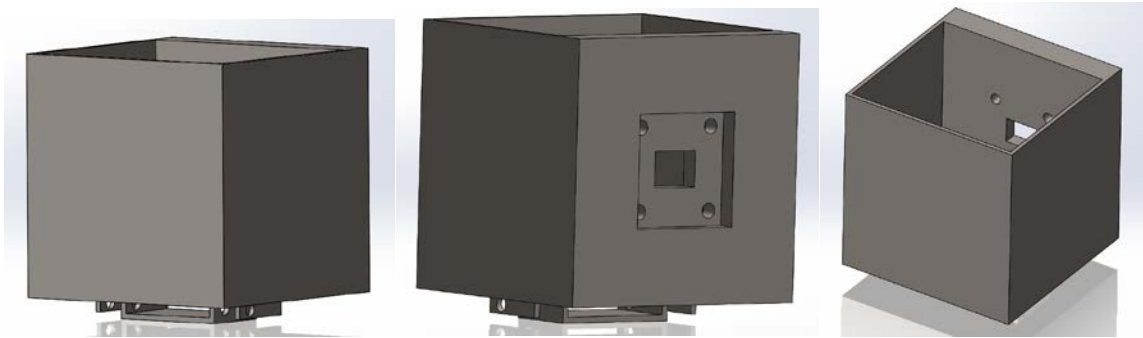
Teniendo como resultado.

$$P = \frac{22.33}{(0.0405)(0.0595)} [kg/m^2] \quad (22)$$

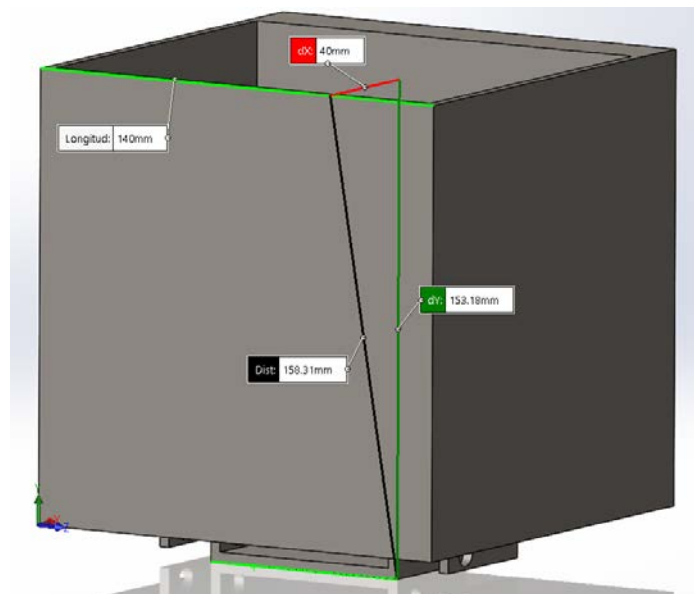
Se interpreta que se necesita un peso de 22.33 kilogramos sobre un área de 4x6cm. Estos valores hacen referencia a la carga que soporta un neumático respecto de su área de contacto.

Se elige acero ASTM A36 con una densidad de 7850 kg/m³ para fabricación del mecanismo. Para cumplir con la carga requerida, se necesita un cubo de dimensiones 14x14x14 cm para que se pueda tener una masa total de 21.5 kg, aproximado al valor de 23 kg requerido.

Esta caja cúbica debe de tener en la parte inferior una zona de anclaje de 4x6cm para el análisis de la muestra la cual será parte de un neumático con aproximadamente 15 mm de espesor.

Figura 36*Diseño del cubículo de muestras*

Con ayuda del software Solid Works se estima la altura de dicho componente para determinar las dimensiones de las estructuras restantes. Según Figura 36 la altura total del cubículo es de 153.18 mm, sin embargo, se necesita tomar en cuenta el espesor de la muestra a analizar que es de 15mm promedio de espesor de un neumático, por lo que la altura total de la muestra en funcionamiento es de 168 mm.

Figura 37*Dimensiones del cubículo de muestras*

Selección de la muestra

Debido a que la industria automovilística y competición en Perú no se encuentra de desarrollada, existe una elevada complejidad en adquisición de neumáticos para competición. Como se expone en el acápite anterior, en este proyecto se hace uso de un pedazo del neumático con dimensiones particulares mas no se hace uso del neumático completo. Esto origina que, además de los costos elevados, los tiempos de entrega no generen rentabilidad en su adquisición.

Es por ello que se procede a realizar el análisis en base a un neumático urbano. Pese a presentar diferencias considerables respecto al tipo de agarre, diseño y resistencia al desgaste,

su comportamiento en la experimentación permite definir la tendencia la cual tendrá un neumático de competición en condiciones similares.

En el tipo de neumático seleccionado, se buscó un neumático radial convencional, concretamente de motocicleta, a diferencia de los que cuentan con refuerzo de alambre que se usan en las industrias, debido a su facilidad de corte y tamaño. Se seleccionó la parte de la banda de rodadura por ser la zona de más alto contacto además de que presenta menos surcos, por lo que permite una aproximación al comportamiento de unos neumáticos lisos usados en la industria del motorsport.

Figura 38
Selección de la muestra



Como se expone en las ecuaciones 21 y 22, la dimensión proporcional del *contact patch* será de 6x4 cm debido al factor de 20 seleccionado. Los 6cm de largo que se están considerando, representarán el *contact patch* a analizar, sin embargo, la longitud total de la muestra será de aproximadamente 16cm, teniendo 5cm más a cada lado para un correcto anclaje de la muestra al banco de pruebas como se muestra en la Figura 40.

Figura 39
Dimensiones de la muestra



Figura 40

Anclaje de la muestra al banco de pruebas.

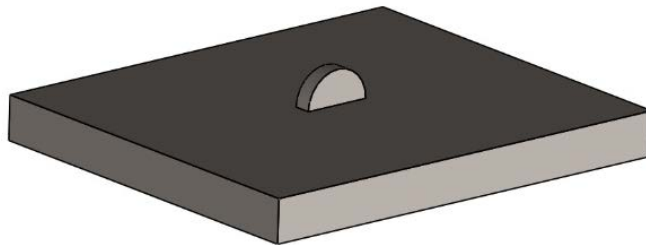


Diseño de pesos para cubículo de muestras

Para poder simular la variación de cargas aerodinámicas y efectos diversos como vaciado de tanque de gasolina, el cubo expuesto cuenta con pesos variables en su interior, permitiendo un aumento o disminución de la fuerza de rozamiento sobre la muestra, generando un mayor o menor desgaste.

Figura 41

Diseño del peso para cubículo de muestras

**Figura 42**

Dimensiones del peso para cubículo de muestras – Parte 1

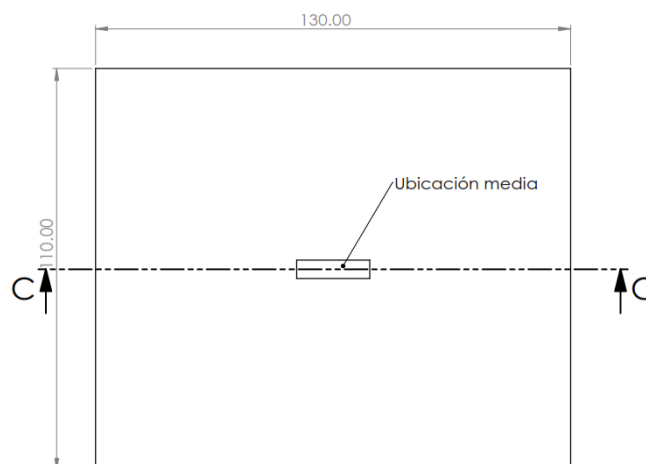
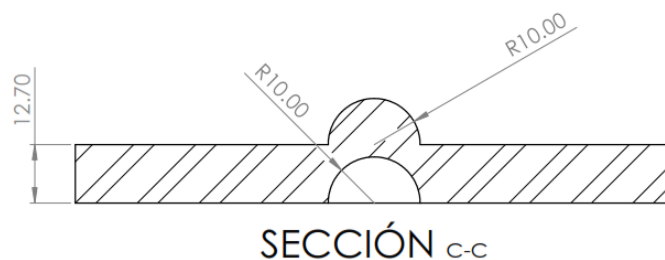


Figura 43

Dimensiones del peso para cubículo de muestras – Parte 2

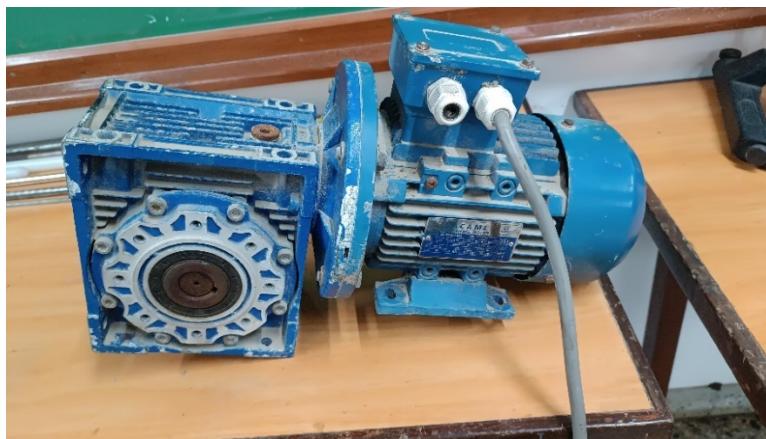


En las Figuras superiores se muestran las dimensiones escogidas que generan un total de 112 kg de carga total en situaciones reales. El elemento en su punto medio es una especie de gancho que facilita su manipulación durante el análisis. Estos pesos conforman el interior del cubículo de muestras de acuerdo con la necesidad de experimento planteado.

2.4.2.2 Generación de movimiento. La generación de movimiento se mantiene igual que en el modelo inicial. Se trata de un motorreductor suministrado por el laboratorio de mecánica de la facultad de ingeniería de la Universidad de Piura. El motor empleado es un SACAMI GL-80M2-4 B35 de 1 HP de potencia y su reductor es un STM WMI75 de una relación de 1/40.

Figura 44

Motorreductor del laboratorio de mecánica

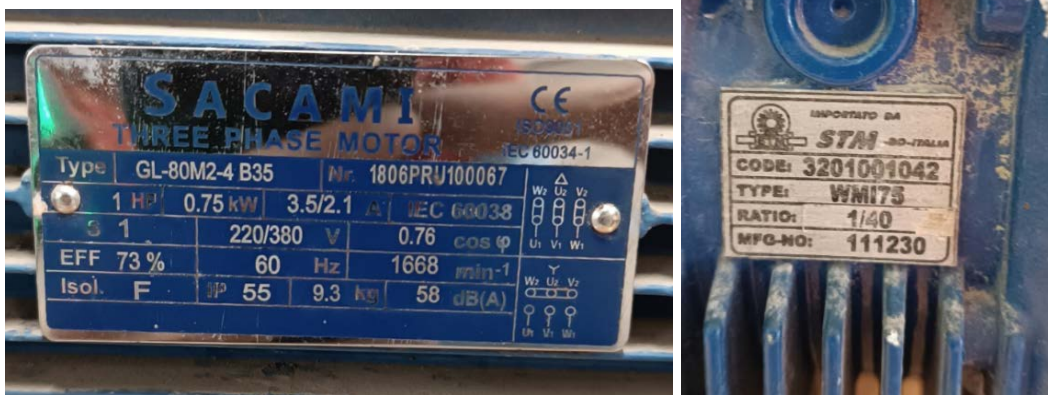


Como se menciona anteriormente, la elección de un motorreductor se debe a su facilidad para trabajos de generación de movimiento y a su amplia gama de potencias que puede suministrar.

2.4.2.3 Movimiento directo y movimiento indirecto. En la presente tesis es preciso analizar el desgaste de neumáticos en condiciones cercanas a la realidad. El modo de operación del mecanismo de generación de movimiento idealmente debe de ser directo, es decir, el motor debe de operar directamente sin necesidad de la influencia de la caja reductora con la finalidad de simular velocidades cercanas a los 100 km/h, sin embargo, la limitante para poder llevar a cabo lo expuesto es la cantidad de carga que moviliza, por lo que el par de carga a vencer debe de ser menor al par motor suministrado.

Figura 45

Placa de motor y relación de motorreductor



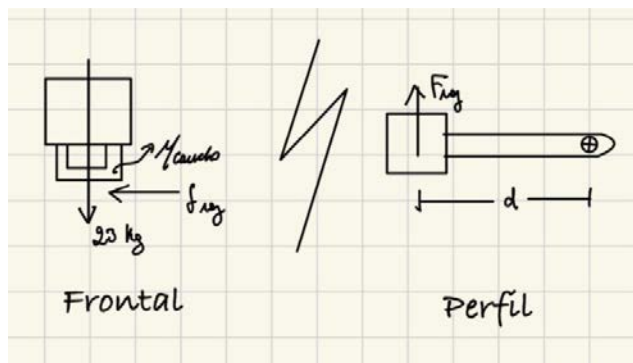
Según la placa del motor, se estima el par motor que puede suministrar

$$P = T_{mot}\omega [W] \quad (23)$$

$$\omega = 1668 \left(\frac{2\pi}{60} \right) = 174.58 \left[\frac{rad}{s} \right]$$

$$T_{mot} = \frac{750}{(174.58)} = 4.3 [N.m]$$

El torque a vencer debido a la carga existente en el cubículo de muestra será



$$T_{mec} = F_{roz}(d) \quad (24)$$

$$F_{roz} = N(\mu_{caucho}) \quad (25)$$

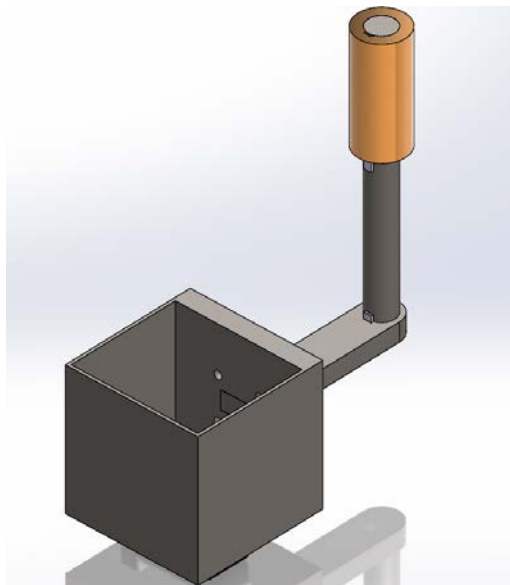
$$T_{mec} = (23)(9.81)(0.9)(0.15) = 50.76 [N.m]$$

En conclusión, debido a que $T_{mec} > T_{mot}$ se debe de emplear un motorreductor. Para simular las altas velocidades se hace uso de un variador de frecuencia.

2.4.2.4 Transmisión de movimiento y velocidad de la muestra. La transmisión de movimiento se produce principalmente por tres componentes: mediante un eje conector, una manivela y un cojinete de bronce. El eje conector es el elemento proveniente del motorreductor y que se una a la manivela. Este eje posee las mismas dimensiones que la salida del motorreductor, siendo un eje de 28mm de diámetro.

La unión del eje tanto a la manivela como al motorreductor es mediante chavetas y el cojinete de bronce, único a la mesa de soporte, permite una facilidad en la fijación del eje y transmisión del movimiento rotatorio.

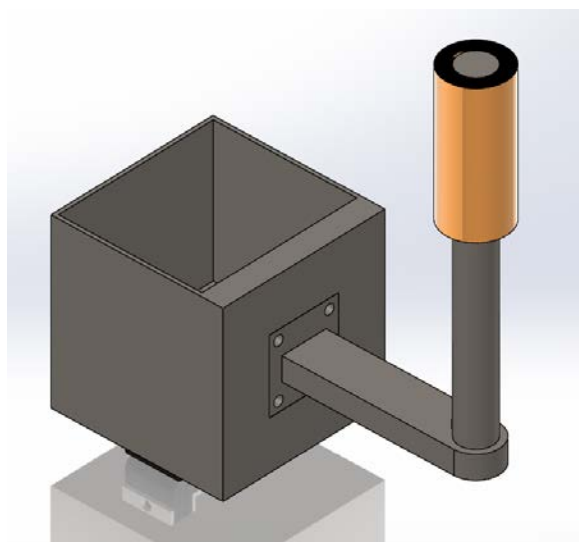
Figura 46
Componentes del sistema de transmisión



La manivela genera un movimiento únicamente rotatorio, debido a que sus dimensiones son constantes y están unidos directamente al motorreductor mediante el eje conector. En su extremo, esta manivela cuenta con una brida soldada capaz de soportar los esfuerzos generados por el movimiento rotatorio.

Figura 47

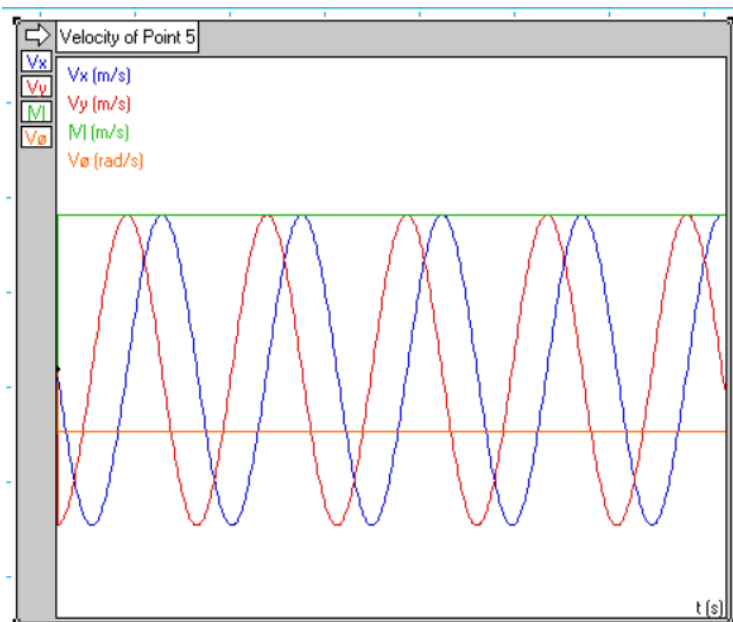
Brida de unión de manivela a cubículo de muestras



Analizando la velocidad de la muestra se puede observar que se corrige la velocidad variable del modelo inicial debido a que se tiene una revolución y longitud de radio constante. Empleando el software Working Model se obtiene una representación visual de lo expuesto donde se puede observar que la velocidad absoluta en color verde es constante.

Figura 48

Gráfica de velocidad en el extremo de la manivela modelo final



A continuación, en la Tabla 2 se expone una comparativa de factibilidad entre el banco de análisis de desgaste inicial y el final.

Tabla 2*Diferencias entre los dos modelos propuestos*

| Sistema | Ventajas | Desventajas | Factibilidad |
|---------|---|--|---|
| Inicial | -Facilidad de manipulación de pesos en cubículos -Mayor rigidez de banco de análisis -Facilidad de desplazamiento de émbolo de muestras | -Velocidad nula en los extremos del desplazamiento del émbolo de muestras -Menor precisión de análisis de desgaste en función de velocidad -Mayor Costo de fabricación | Negativa |
| Final | -Velocidad constante de cubículo de muestras -Menor implementación de material implicando un ahorro de costos -Mayor precisión de análisis de desgaste en función de la velocidad | -Dificultad en la manipulación de pesos variables en el émbolo -Esfuerzos mayores sometidos en los componentes -Movilización del cubículo de muestras netamente dependiente del equipo de generación de movimiento | Positiva (debido a la precisión de medición del desgaste) |

2.4.3 Simulación de esfuerzos

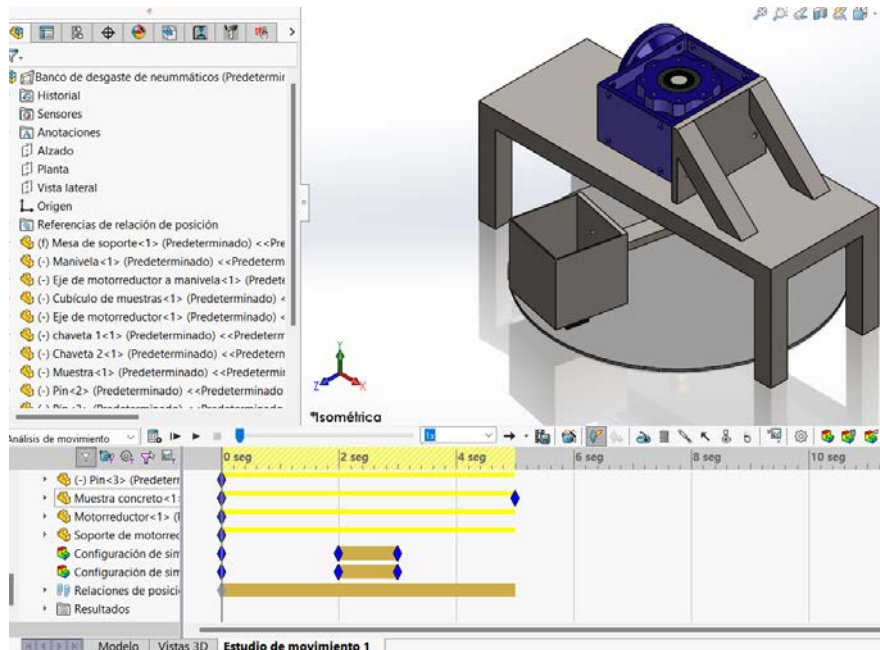
Definidos los componentes finales necesarios para la construcción del banco de desgaste de neumáticos, se procede a simular las fuerzas y esfuerzos presentes durante la moción del mecanismo. Con la ayuda de la herramienta SOLIDWORKS Motion y SOLIDWORKS Simulation se pueden estimar los esfuerzos presentes durante la realización de pruebas.

Se decide realizar dos simulaciones, la primera en vacío haciendo referencia a la ausencia de carga dentro del cubículo y la segunda con la máxima carga posible. Para efectos prácticos de aprovechamiento de recursos del software Solid Works, se decide analizar sobre suelo de concreto, debido a que Complementos de Solid Works cuenta con las propiedades mecánicas de dicho material.

En ambos estudios de movimiento se decidió medir la fuerza de fricción entre la muestra y el suelo, la fuerza de torsión del motorreductor y los esfuerzos durante el movimiento de la manivela y del soporte del motorreductor, estos últimos medidos en N/m^2 .

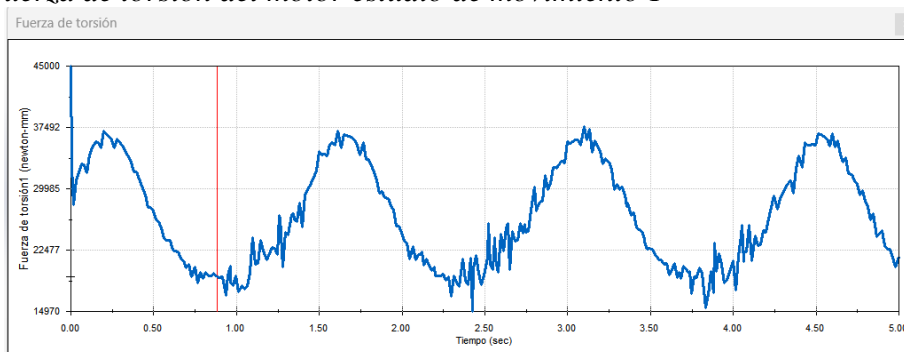
2.4.3.1 Estudio de movimiento 1. Como se menciona este estudio de movimiento es en vacío. Se decide analizar los esfuerzos presentes durante el lapso de 2 a 3 segundos debido a recursos computacionales disponibles, mientras que los análisis de fuerzas se proceden a analizar en un periodo más amplio de 5 segundos. Se asimila que el peso del banco origina una deformación inicial de 1mm en el caucho.

Figura 49
Estudio de movimiento 1 en vacío



Como se puede apreciar, las fuerzas en vacío siguen un comportamiento sinusoidal. La fuerza de torsión presenta valores picos cercanos a 35.5 N.m de torsión en el motor como máximo, 15 N.m como valor mínimo y un promedio de 26 N.m durante toda la simulación aproximadamente.

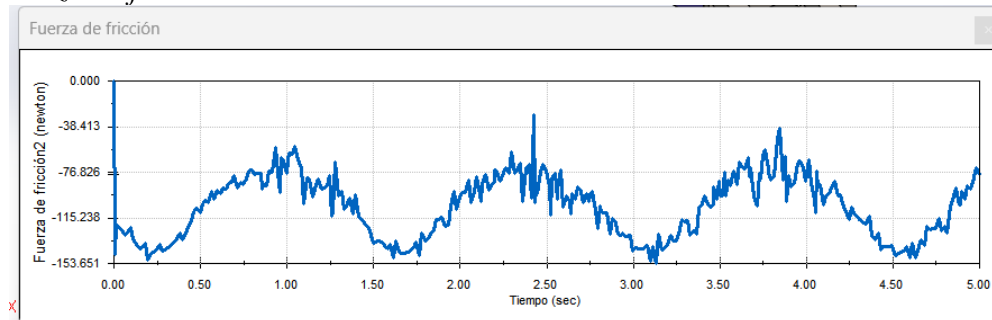
Figura 50
Fuerza de torsión del motor estudio de movimiento 1



Con respecto a la fuerza de fricción, los valores rotan entre 153 N como máximo, 50 N como mínimo y un promedio de 90 N durante el desarrollo del análisis.

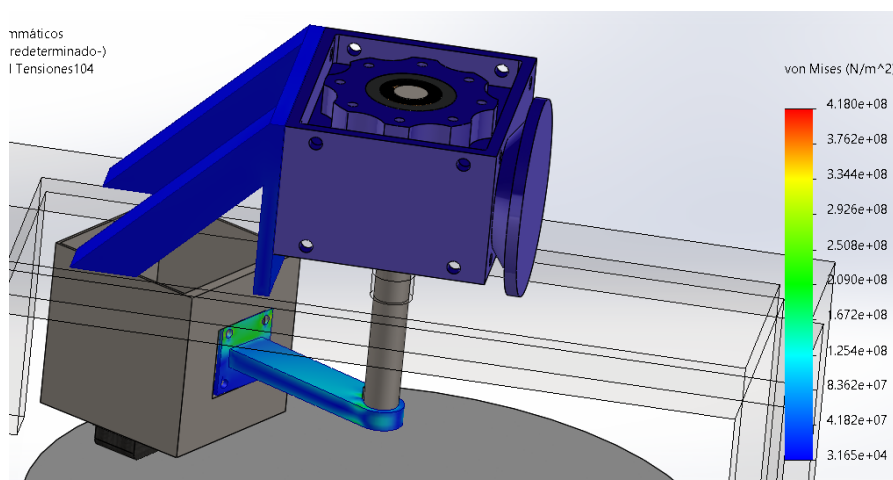
Se observa que tanto la fuerza de torsión como la fuerza de fricción siguen comportamientos sinusoidales, esto debido al movimiento rotatorio que posee la muestra. La fuerza al estar influenciada por la aceleración tiende a tener este comportamiento, debido que el único componente de aceleración presente es la aceleración normal, ya que el mecanismo posee un movimiento rotatorio constante.

Figura 51
Fuerza de fricción estudio de movimiento 1



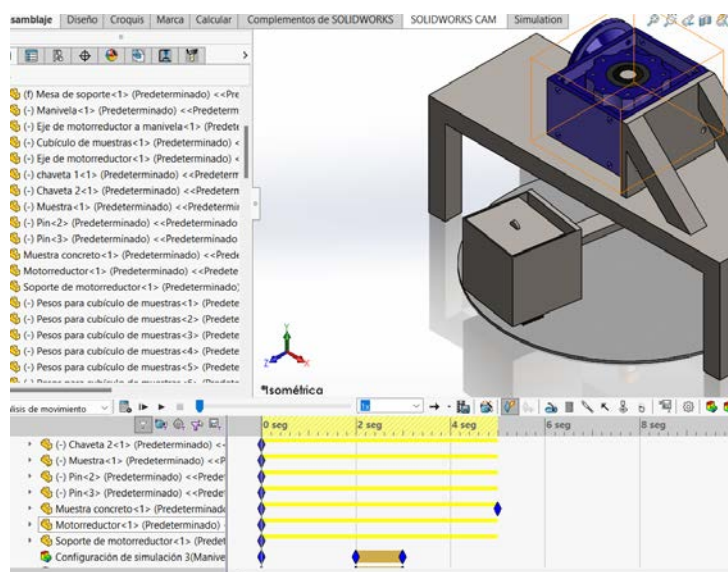
Con respecto a los esfuerzos presentes en los elementos críticos, siendo el soporte del motorreductor y la manivela, se percibe que el dimensionamiento del soporte es el correcto ya que asimila una carga cercana a los 0.032 MPa, siendo indiferente para el esfuerzo de fluencia del acero. En el caso de la manivela, ese componente soporta una mayor carga, sin embargo, no llega a romper el límite de fluencia, ya que, en su zona más crítica, cercana a los pernos y a la chaveta, soporta una carga de aproximadamente 20 MPa.

Figura 52
Análisis de esfuerzos-estudio de movimiento 1



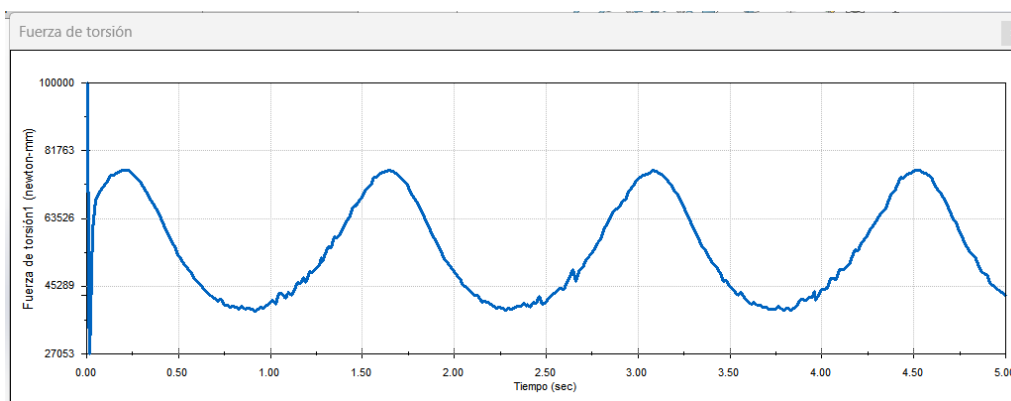
2.4.3.2 Estudio de movimiento 2. El estudio de movimiento 2 se realiza con la máxima carga posible. Se puede intuir que los resultados de fuerzas, esfuerzos y deformaciones serán mayores al estudio de movimiento 1. Se asimila que el peso de las cargas consigue una deformación de 5mm del caucho.

Figura 53
Estudio de movimiento 2 en vacío



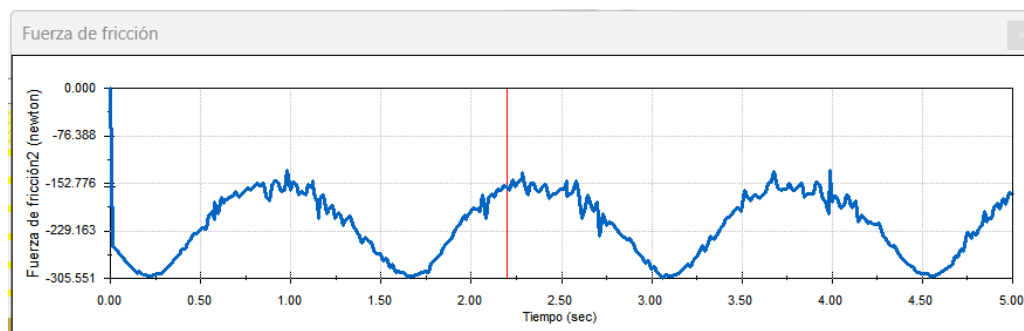
Como se puede observar, la fuerza de torsión que ejerce el motor supera los 70 N.m como valor pico, llegando a tener un valor promedio cercano a los 57 N.m y un valor inferior de 39 N.m. Estos valores son mayores en comparación al estudio de movimiento 1 debido a la carga que soporta el banco de desgaste, incluso llegan a ser valores que duplican el análisis previo.

Figura 54
Fuerza de torsión del motor estudio de movimiento 2



Respecto a la fuerza de fricción, los valores picos son 123 N y 306 N llegando a tener valor promedio de fuerza de fricción durante toda la moción de aproximadamente 230 N. Al igual que en la fuerza de torsión, la diferencia con respecto al anterior análisis vendría a ser cercana al doble.

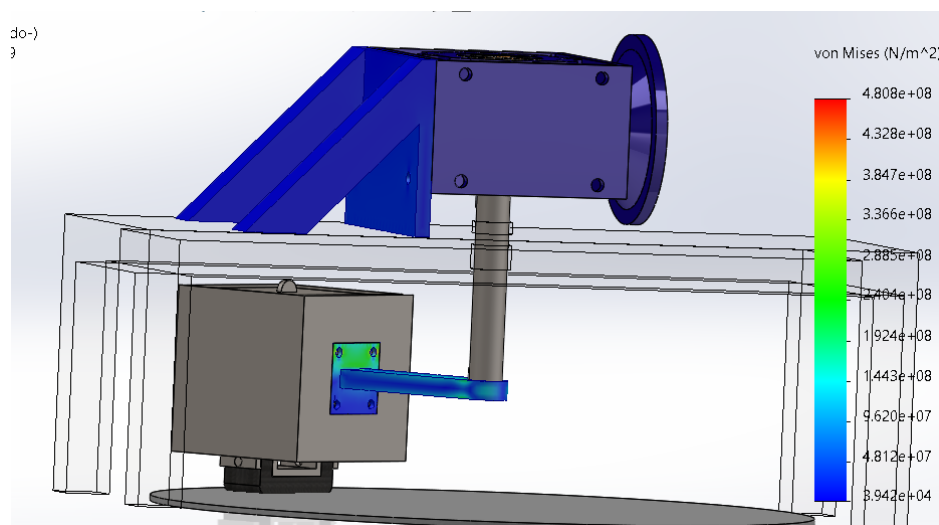
Figura 55
Fuerza de fricción estudio de movimiento 2



En el estudio de movimiento 2, el esfuerzo más crítico se tiene en la manivela. El valor resultante es mayor al expuesto en el estudio de movimiento 1 (24 MPa), sin embargo, sigue sin pasar el esfuerzo máximo de fluencia.

Con ello se concluye que las dimensiones del acero comercial son ideales y óptimas para el desarrollo de las diferentes pruebas de análisis.

Figura 56
Análisis de esfuerzos-estudio de movimiento 2



2.4.4 Construcción de banco de análisis – parte mecánica

El proceso constructivo se basó en los planos expuestos en Apéndice A.

La primera pieza por fabricarse fue el cubículo de muestras y la manivela, esto con la finalidad de obtener un radio de giro exacto para posteriormente poder realizar los cortes de la mesa de manera precisa y así evitar una colisión entre el cubículo de muestras y la posición de los soportes de la mesa al momento de girar.

Una vez realizada la compra de los materiales se realizó el corte según plano, se escuadraron las caras del cubículo de muestras y la manivela en la fresadora como se muestra en la Figura 57. Posteriormente se procedió a realizar el diseño del anclaje de la brida de la manivela, según se indica Figura 58 lo cual se pudo lograr con la ayuda de la máquina CNC de la universidad de Piura, adicional a ello se construyó la brida de anclaje que se soldará a la

manivela para mantener una relación de exactitud entre las piezas que se superpondrán (Figura 59).

Figura 57

Materiales y escuadrado a paredes de cubículo de muestra



Figura 58

Diseño y fabricación de piezas en máquina CNC láser



Figura 59

Pared de mayor espesor de cubículo y brida de anclaje a cubículo de la manivela



Se aprovechó también la máquina CNC que ofrece la universidad para realizar la fabricación de piezas alternas como las uñas que se soldarán en la parte inferior del cubículo que servirán como elementos para poder realizar el anclaje de la muestra neumática, y el corte circunferencial a la manivela por donde pasará el eje del motorreductor.

Posteriormente se realizó la unión de las piezas fabricadas mediante soldadura (Figura 60) teniéndose fabricado el cubículo y la manivela.

Figura 60

Unión de las paredes del cubículo de muestras y de la manivela con brida de anclaje



Una vez realizada la fabricación del cubículo, se procede a anclar el eje junto con el motorreductor y la manivela (Figura 61). Las dimensiones del eje se compraron a medida

referencial según el plano mostrado, las características se extrajeron de la ficha técnica del motorreductor empleado.

Figura 61

Unión del eje con el motorreductor



Una vez definida la longitud exacta entre el motorreductor y la manivela, se procede a fabricar la mesa de anclaje. Con las piezas realizadas previamente, los soportes de la mesa se cortan a medida y el ancho de la mesa es definida por el largo de la manivela más el cubículo demuestras (Figura 62).

Adicional a ello, se maquinó la bocina de bronce en material SAE 64, un material lubricado ideal para cumplir una función de cojinete para el eje que conecta el motorreductor con la manivela, lógicamente se realizó el agujero en la mesa de muestras para la instalación del cojinete (Figura 63)

Por último, se realizó la fabricación de los pesos que se emplearán simulando las presiones. Las dimensiones son las mismas a las del cubículo de muestras, esto para asegurar en gran medida la máxima presión que se puede analizar en el sistema. El anclaje del motorreductor a la mesa se realizó mediante pernos que actúan como reguladores de altura. (Figura 64)

Figura 62
Mesa de soporte de motorreductor



Figura 63
Bocina de bronce / Instalación en mesa de soporte

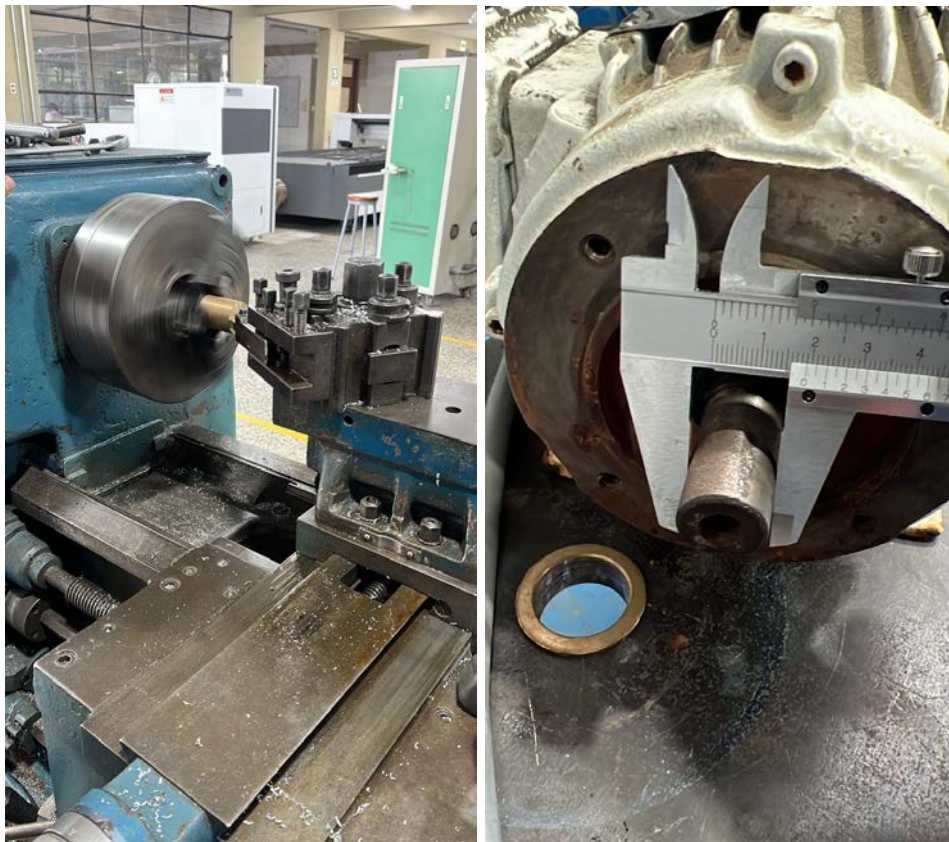


Figura 64
Pesos para pruebas a diferentes presiones

2.4.5 Alimentación eléctrica a banco de pruebas

Para la alimentación eléctrica al banco de pruebas se realizó una conexión a un tablero de 220 V a causa del tipo de alimentación del motor. Debido a la necesidad de poder controlar las revoluciones de la muestra para simular las diferentes velocidades a las cuales un neumático puede estar sometido, se hizo uso de un variador de frecuencia.

El variador de frecuencia empleado es el Lenze AC Tech SCF Series, un variador de frecuencia que se pudo recuperar del área de mantenimiento de la empresa en la cual trabajo al momento que realizo la presente tesis.

Se realiza la alimentación de 220 V en la parte superior, en los terminales L1, L2 y L3 y la salida al motorreductor en los terminales T1, T2 y T3 según lo indica el manual del equipo (Figura 65). Dependiendo de la configuración a realizar, en este caso, siendo un control de encendido y apagado, se procede a realizar las conexiones eléctricas entre los terminales indicados según se muestra en la Figura 66, posteriormente se procede a realizar la configuración de la frecuencia a trabajar según cada caso a analizar. (Figura 67).

Figura 65
Unión del eje con el motorreductor

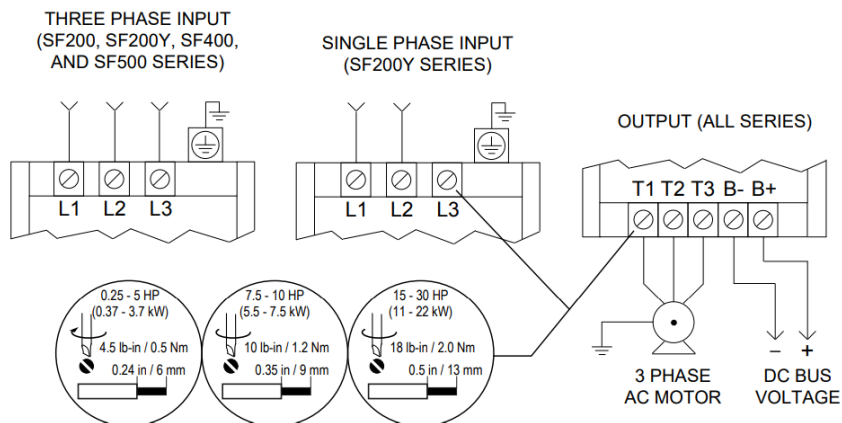


Figura 66
Circuito de conexión para control ON/OFF de motorreductor

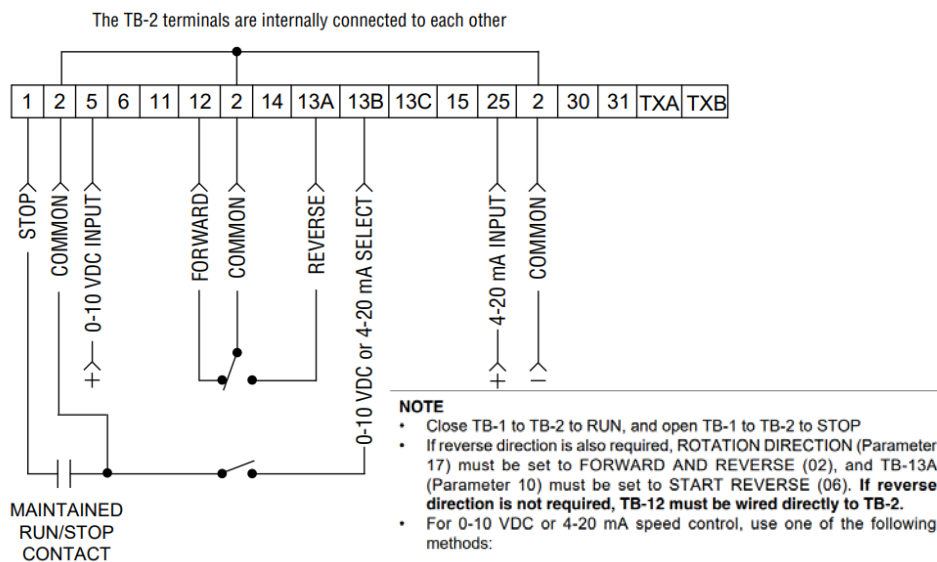


Figura 67
Configuración del VDF

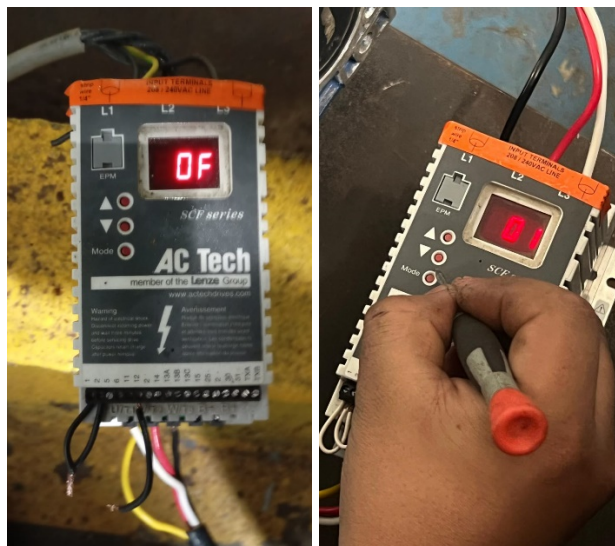


Figura 68

Banco de pruebas finalizado y zona de giro de la muestra



Finalmente se tiene listo el equipo para ser utilizado según se muestra en la Figura 68 lado izquierdo. El cableado es para facilidad de conexión debido a la ubicación de los tableros presentes en planta de producción. Se buscó una zona asfaltada para realizar el análisis lo más cercano a condiciones reales. Se ancló banco de pruebas para contrarrestar la inercia surgida debido a la fuerza del giro del motorreductor.

En la parte derecha se aprecia el radio de giro del banco debido al desgaste de la muestra con la superficie del suelo. Debido a la posición de la muestra (como se visualiza en la figura 40) el caucho logra desprenderse durante la experimentación, dando origen a la zona radial marcada expuesta en la Figura 68.

Capítulo 3

Modelación matemática, experimentación y resultados

En la industria del motorsport, los métodos para estimar el desgaste de un neumático se realizan de manera empírica, incluso en los bancos de pruebas más sofisticados se realizan varias pruebas las cuales recopilan datos progresivamente mediante los sensores que forman parte del banco por lo que un modelo matemático puntual, que precise el desgaste tomando en cuenta todos los factores que lo afecten, es complejo de estimar.

En este capítulo se propone un modelo matemático que relaciona la tasa de desgaste del neumático en función de la velocidad y la carga que puede llegar a soportar el vehículo sobre una superficie asfaltada. El modelo en cuestión se basa en un modelo previo descartado estimado mediante la relación entre energía cinética y fuerzas no conservativas, dicho modelo debe de ser capaz de ajustarse perfectamente a los resultados obtenidos mediante experimentación, estableciendo una relación entre un análisis teórico y uno experimental.

Además, este capítulo detalla el tipo de experimentación y procedimientos para la toma de datos de las diferentes pruebas realizadas, así como los resultados, estableciendo relaciones entre presión, velocidad y desgaste. Estas pruebas se realizan en el banco de pruebas fabricado expuesto en el capítulo 2, en que mediante la variación de pesos y de velocidad del motor, se estiman diferentes datos dando origen a la superficie de datos que se expone en el presente capítulo. Estas pruebas son comparadas con la ecuación previamente estimada, estableciendo la relación teórica y experimental antes mencionada.

Esta experimentación se realiza mediante un código en Matlab, software el cual permite gráficas lineales y de superficies, permitiéndonos comparar el comportamiento del modelo estimado respecto al experimental.

3.1 Relación entre energía y trabajo. Modelo matemático 1

La causa principal del desgaste del neumático durante una competencia es la fricción, idealmente este valor puede variar de acuerdo al tipo de superficie y condiciones climáticas. Para el presente análisis, se asimila una superficie de asfalto perfectamente nivelada, en donde las condiciones climáticas pueden despreciarse, teniendo así un análisis sobre una superficie de asfalto seca. El sistema planteado posee una velocidad constante debido al movimiento circular uniforme que origina el banco de pruebas.

3.1.1 Energía cinética y fuerzas no conservativas

Relacionando las variables que se toman en cuenta durante la experimentación, se procede a realizar un análisis de energía presentes en el sistema. Idealmente no existe energía potencial al considerar una superficie nivelada, ni energía potencial elástica debido a que no existe un modelo de suspensión en este análisis. Además, se intuye que la muestra genera fricción constante durante la prueba por lo que existe un tipo de energía en forma de fricción.

Según Serway en (Serway & Jewett, 2006) la primera propiedad para que una fuerza sea conservativa su trabajo invertido tiene que ser independiente de la trayectoria. En el caso

de la fricción, no cumple con esta propiedad, debido a que según el tipo de medio de desplazamiento y la trayectoria realizada, la fuerza de fricción varía generando un tipo de trabajo dependiente de la trayectoria. Debido a ello es que se concluye que la fuerza de rozamiento es una fuerza no conservativa.

Serway también define que el trabajo realizado por una fuerza conservativa dentro de un sistema es igual a la diferencia de energía potencial y que la energía mecánica del sistema es la suma de la energía cinética y potencial y que cualquier variación que modifique esta energía es debido a las fuerzas no conservativas.

$$W_c = -\Delta U \quad (26)$$

$$W_{mec} = E_c + U \quad (27)$$

En la presente tesis, al ser un mecanismo sin variación en altura, la componente de energía potencial es nula. Por ende, la variación de energía cinética es igual al trabajo realizado por la fricción en el sistema durante la realización de la prueba.

$$W_{nc} = \Delta W_{mec} \quad (28)$$

Siendo la fuerza no conservativa referida a la fricción

$$W_{nc} = \Delta E_c \quad (29)$$

$$W_{nc} = -u_d N d$$

$$W_{nc} = -F_{roz} d$$

$$W_{nc} = -u_d C d$$

Donde:

- ✓ u_d : Coeficiente dinámico de fricción
- ✓ C : Carga que soporta la muestra
- ✓ d : Distancia recorrida

3.1.1.2 Desgaste y energía cinética. La velocidad en el sistema es constante debido al estímulo externo de un motor. Este motor opera a una revolución constante, dando un torque constante. A medida que incrementa el tiempo de prueba del sistema, es inevitable que el desgaste de la muestra incremente debido a la fricción ocasionada con la superficie.

Siguiendo lo expuesto y la ecuación 28, se concluye que, para que exista variación de energía cinética, si se mantiene constante la velocidad, lo que puede variar en dicha ecuación es la masa, haciendo referencia al desgaste de la muestra.

$$\Delta E_c = E_{c2} - E_{c1} = \frac{1}{2}m_2V^2 - \frac{1}{2}m_1V^2 = -\frac{1}{2}\Delta mV^2 = -\frac{1}{2}\dot{m}tV^2 \quad (30)$$

Donde:

✓ $-\Delta m$: Desgaste de muestra y el signo es debido a que $m_2 < m_1$

Por lo que relacionado con la ecuación 27, 28 y 29 se tiene.

$$\dot{m} = \frac{2u_aCd}{V^2t} \quad (31)$$

Donde el desgaste del material queda en función del coeficiente dinámico de fricción de la carretera, la carga que soporta el neumático, velocidad y distancia recorrida.

En primera instancia este modelo matemático sugiere que el desgaste disminuye con la velocidad, lo cual no es realista, ya que, en la realidad, a mayor velocidad, la fricción y desgaste aumentan. Se procede a ajustar esta ecuación para determinar una forma de medición más realista.

3.2 Ajuste de la ley de Archard: Modelo matemático 2

Para el ajuste del anterior modelo mostrado, se toma como base un modelo matemático que realiza un análisis de desgaste de materiales en función de la fuerza normal aplicada, la distancia recorrida y dureza del material. Este modelo matemático se conoce como ley de Archard, donde el desgaste está expresado en mm^3 .

$$W = \frac{KFL}{H} \quad (32)$$

Donde:

- ✓ W : Profundidad de desgaste (pérdida de material)
- ✓ K : Coeficiente de desgaste
- ✓ F : Fuerza normal aplicada
- ✓ L : Distancia de desplazamiento
- ✓ H : Dureza del material

En retrospectiva, en el caso presentado, el desgaste debe de estar en función de las variables analizadas. Según el comportamiento en la realidad, el desgaste debe de ser directamente proporcional a la velocidad de la muestra y a la carga aplicada.

$$\dot{W} \propto VC \quad (33)$$

Para el modelo propuesto se debe de incluir un coeficiente de desgaste, similar al presentado en la ley de Archard, en donde el coeficiente represente un correcto ajuste en el contexto del análisis de la muestra.

$$\dot{W} = \frac{KVtC}{Ht} \quad (34)$$

En comparación con la ley de Archard, se reemplaza la distancia recorrida con la velocidad por tiempo debido a que se trata de un sistema de velocidad constante. Para un aminorar los términos, la constante en este contexto abarcará la dureza del material y en relación con la ecuación 31, se propone que la tasa de desgaste sea directamente proporcional al cuadrado de la velocidad. Teniendo como modelo final propuesto:

$$\dot{W} = KCV^2 \quad (35)$$

La ecuación 35 será comparada con los resultados propuestos, definiendo un K de desgaste del material para las pruebas realizadas y verificando la veracidad del modelo. En teoría, el modelo debe de acoplarse en gran medida a los resultados obtenidos mediante experimentación

3.3 Experimentación

Debido a la complejidad en la adquisición de datos específicos referente a neumáticos en el mundo del motorsport, se ve en la necesidad de elaborar pruebas para determinar dichos parámetros, es por ello por lo que en la presente tesis se implementa una metodología de tipo experimental.

Al ser la finalidad de la presente investigación una modelación matemática del desgaste de neumáticos se ve en la necesidad de la realización de pruebas con distinta configuración de parámetros para determinar su influencia en el desgaste.

Los parámetros por configurar junto con el método de medición a emplear son la variación de presión mediante variación de pesos y de velocidad mediante variación de revoluciones de motor con un VDF.

Los resultados de las pruebas son representados mediante un diagrama cartesiano de tres ejes siendo los siguientes: velocidad (km/h) y carga (kg) vs desgaste (mm³) habiendo en este diagrama distintas curvas de acuerdo con los distintos pesos y velocidades a los que se somete la muestra. Los resultados son representados en una superficie con la que se comparará el modelo matemático propuesto en la ecuación 34.

Estos resultados presentados en gráfica permiten, mediante regresión, identificar una relación entre las variables a estudiar definiendo la veracidad del modelo o la definición de uno nuevo.

3.3.1 Procedimiento para la realización de pruebas

En los capítulos anteriores se especifica la construcción del banco de pruebas formado por una estructura metálica con sistema de transmisión de movimiento, formado por un motorreductor, eje y manivela, además de un cubículo de muestras donde se puede realizar la variación de la carga.

Sin embargo, existe un sistema de medición post prueba, que se emplea para definir el desgaste resultante mediante la medición del espesor final. Este sistema es un medidor de espesores portátil denominado Magna Mike 8600, que utiliza magnetismo para realizar la medición a muestras no metálicas. Se realiza cuando la sonda magnética hace contacto con la superficie de la pieza en evaluación, mientras que en el lado opuesto de esta se posiciona una pequeña esfera de acero o material magnético.

Figura 69

Medición de espesor empleando Magna Max 8600



3.3.1.1 Consideraciones generales. Antes de realizar algún ensayo, es indispensable supervisar las fijaciones del banco de pruebas. Esto debido a que la fuerza de inercia, debido al movimiento del motor, tiene a mover al banco completo. Con unas correctas fijaciones en las articulaciones del banco, se puede contrarrestar ese contra-torque surgido.

Posteriormente, se debe de verificar que el cubículo de muestras tenga completa libertad de movimiento durante el ensayo, debido a que un trabamiento, puede originar un recalentamiento en el motorreductor debido al sobreesfuerzo generado, o en todo caso, un prematuro desgaste en el eje de transmisión.

Finalmente, luego de colocar la carga respectiva para el análisis, se debe de corroborar que la muestra tenga el máximo contacto con la superficie, para lograr una uniformidad en el área de contacto durante el ensayo.

3.3.2 Variaciones en el banco de pruebas

Para el análisis del desgaste se han realizado diferentes ensayos a diferentes velocidades y cargas.

Una vez revisado la viabilidad de la operación del banco de pruebas, se procede a cargar el cubículo de muestras. En el presente proyecto se definieron 5 tipos de carga con las 8 placas fabricadas. Las pruebas se realizan, con 2, 4, 5, 6, y 8 placas, definiendo un peso de 8.12, 11.38, 13.02, 14.64 y 17.9 kg, respectivamente. Estos pesos multiplicados por el factor 20, definido en el capítulo 2 ecuación 21, dan valores de hasta 358 kg, peso aproximado a la carga máxima que un monoplaza adquiere a máxima velocidad según la Tabla 1 mostrada en el capítulo 2.

Además, la variación en las revoluciones del motor se establece mediante un VDF, teniéndose ensayos a altas y medias velocidades. Se establece un rango de variación entre 40 y 110 Hz donde las velocidades expresadas en Km/h se estiman según lo expuesto en la ecuación 36.

$$V = \omega \left(\frac{f_S}{f_N} \right) \left(\frac{2\pi r}{60} \right) 3.6 [km/h] \quad (36)$$

Donde:

- ✓ f_S : Frecuencia seleccionada
- ✓ f_N : Frecuencia nominal
- ✓ r : Distancia desde el eje del motorreductor hasta el centro del cubículo
- ✓ ω : Revoluciones del motorreductor

3.4 Resultados

En la realización de los ensayos antes mencionados, los resultados obtenidos se pueden resumir en la siguiente Tabla 3 mostrada. Nótese que el resultado del desgaste está sometido a una constante de 20/40 debido al factor 20 de la ecuación 21 y a la relación de 1/40 que tiene el motorreductor.

Tabla 3

Resultados de ensayos realizados

| Velocidad [km/h] | Presion [kg] | Espesor_inicial [mm] | Espesor_final [mm] | Desgaste [mm] | Delta_masa [g] |
|---------------------|-----------------|-------------------------|-----------------------|------------------|-------------------|
| 104.80 | 8.12 | 8.72 | 7.42 | 0.65 | 1.72 |
| 104.80 | 11.38 | 8.72 | 6.89 | 0.92 | 2.42 |
| 104.80 | 13.01 | 8.72 | 6.91 | 0.91 | 2.40 |
| 104.80 | 14.64 | 8.72 | 6.58 | 1.07 | 2.82 |
| 104.80 | 17.90 | 8.72 | 6.12 | 1.30 | 3.43 |
| 131.00 | 8.12 | 8.72 | 5.48 | 1.62 | 4.28 |
| 131.00 | 11.38 | 8.72 | 7.34 | 0.69 | 1.82 |
| 131.00 | 13.01 | 8.72 | 6.89 | 0.92 | 2.43 |
| 131.00 | 14.64 | 8.72 | 6.39 | 1.17 | 3.08 |
| 131.00 | 17.90 | 8.72 | 4.47 | 2.13 | 5.62 |
| 183.41 | 8.12 | 8.57 | 7.83 | 0.37 | 0.98 |
| 183.41 | 11.38 | 8.43 | 7.20 | 0.62 | 1.62 |
| 183.41 | 13.01 | 8.46 | 6.79 | 0.84 | 2.20 |
| 183.41 | 14.64 | 7.83 | 6.11 | 0.86 | 2.27 |

Tabla 4

Resultados de ensayos realizados. Continuación

| | | | | | |
|--------|-------|------|------|------|------|
| 183.41 | 17.90 | 6.79 | 6.35 | 0.22 | 0.58 |
| 235.81 | 8.12 | 6.58 | 5.31 | 0.64 | 1.68 |
| 235.81 | 11.38 | 7.34 | 5.80 | 0.78 | 2.05 |
| 235.81 | 13.01 | 6.89 | 6.37 | 0.26 | 0.69 |
| 235.81 | 14.64 | 6.91 | 5.75 | 0.58 | 1.53 |
| 235.81 | 17.90 | 6.89 | 0.00 | 3.45 | 9.09 |
| 288.21 | 8.12 | 6.12 | 5.78 | 0.17 | 0.45 |
| 288.21 | 11.38 | 6.37 | 2.87 | 1.75 | 4.62 |
| 288.21 | 13.01 | 5.48 | 1.66 | 1.91 | 5.04 |
| 288.21 | 14.64 | 8.72 | 4.75 | 1.99 | 5.24 |
| 288.21 | 17.90 | 8.72 | 4.13 | 2.30 | 6.06 |

Durante el desarrollo de las pruebas se obtuvieron algunos datos atípicos, como se observa en la Tabla 3. Estos valores, se ajustaron de acuerdo a la progresión percibida en las demás pruebas, dando como resultado unos valores más ajustados expuestos en la Tabla 4.

Tabla 5*Ajuste de resultado de ensayos realizados*

| Velocidad [Km/h] | Presion [kg] | Espesor_inicial [mm] | Espesor_final [mm] | Desgaste [mm] | Delta_masa [g] |
|---------------------|-----------------|-------------------------|-----------------------|------------------|-------------------|
| 104.80 | 8.12 | 8.72 | 7.42 | 0.65 | 1.72 |
| 104.80 | 11.38 | 8.72 | 6.89 | 0.92 | 2.42 |
| 104.80 | 13.01 | 8.72 | 6.91 | 0.91 | 2.40 |
| 104.80 | 14.64 | 8.72 | 6.58 | 1.07 | 2.82 |
| 104.80 | 17.90 | 8.72 | 6.12 | 1.30 | 3.43 |
| 131.00 | 8.12 | 8.72 | 7.89 | 0.42 | 1.10 |
| 131.00 | 11.38 | 8.72 | 7.34 | 0.69 | 1.82 |
| 131.00 | 13.01 | 8.72 | 6.89 | 0.92 | 2.43 |
| 131.00 | 14.64 | 8.72 | 6.39 | 1.17 | 3.08 |
| 131.00 | 17.90 | 8.72 | 4.47 | 2.13 | 5.62 |
| 183.41 | 8.12 | 8.57 | 7.83 | 0.37 | 0.98 |
| 183.41 | 11.38 | 8.43 | 7.20 | 0.62 | 1.62 |
| 183.41 | 13.01 | 8.46 | 6.79 | 0.84 | 2.20 |
| 183.41 | 14.64 | 7.83 | 6.11 | 0.86 | 2.27 |
| 183.41 | 17.90 | 6.79 | 4.75 | 1.02 | 2.69 |
| 235.81 | 8.12 | 6.58 | 5.31 | 0.64 | 1.68 |
| 235.81 | 11.38 | 7.34 | 5.80 | 0.78 | 2.05 |
| 235.81 | 13.01 | 6.89 | 4.93 | 0.98 | 2.58 |
| 235.81 | 14.64 | 6.91 | 4.42 | 1.24 | 3.28 |
| 235.81 | 17.90 | 6.89 | 3.80 | 1.54 | 4.08 |
| 288.21 | 8.12 | 6.12 | 2.90 | 1.61 | 4.25 |
| 288.21 | 11.38 | 6.37 | 2.87 | 1.75 | 4.62 |
| 288.21 | 13.01 | 5.48 | 1.66 | 1.91 | 5.04 |
| 288.21 | 14.64 | 8.72 | 4.75 | 1.99 | 5.24 |
| 288.21 | 17.90 | 8.72 | 4.13 | 2.30 | 6.06 |

Mediante la elaboración de código en Matlab (Apéndice B) para la visualización de los ensayos realizados, se obtuvieron las siguientes gráficas.

Figura 70
Superficie de desgaste de neumáticos

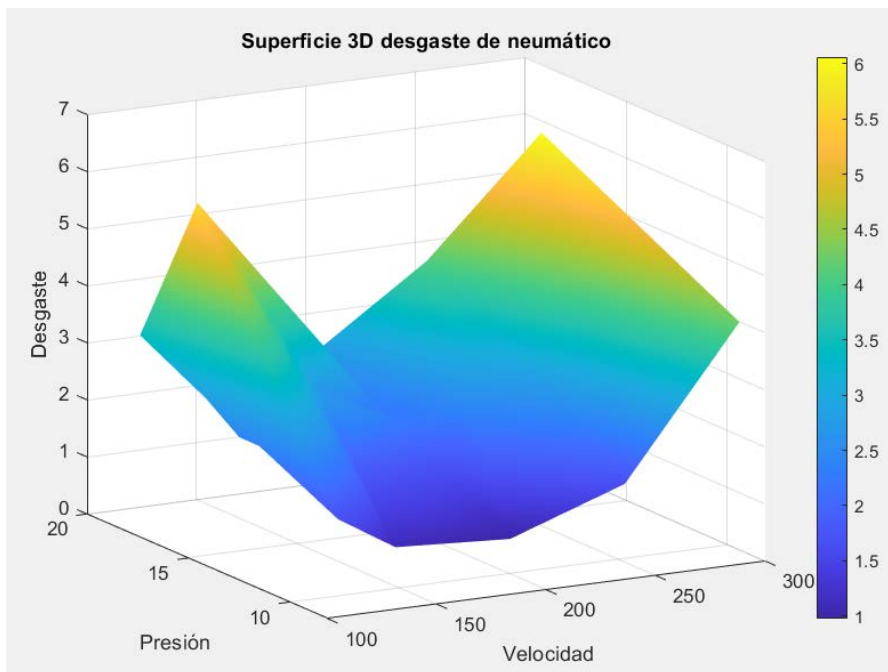


Figura 71
Gráfica de desgaste a distintas velocidades a presión constante

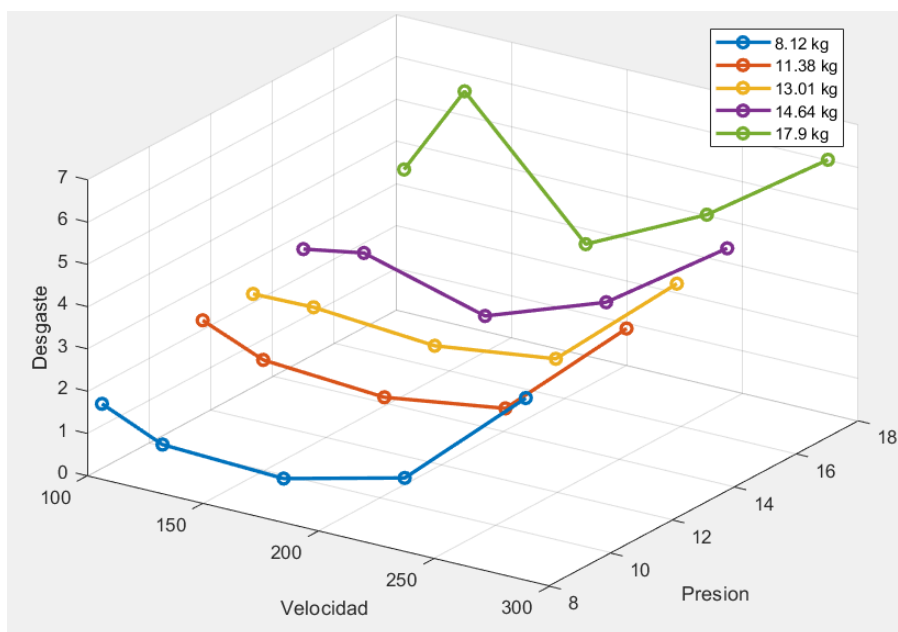
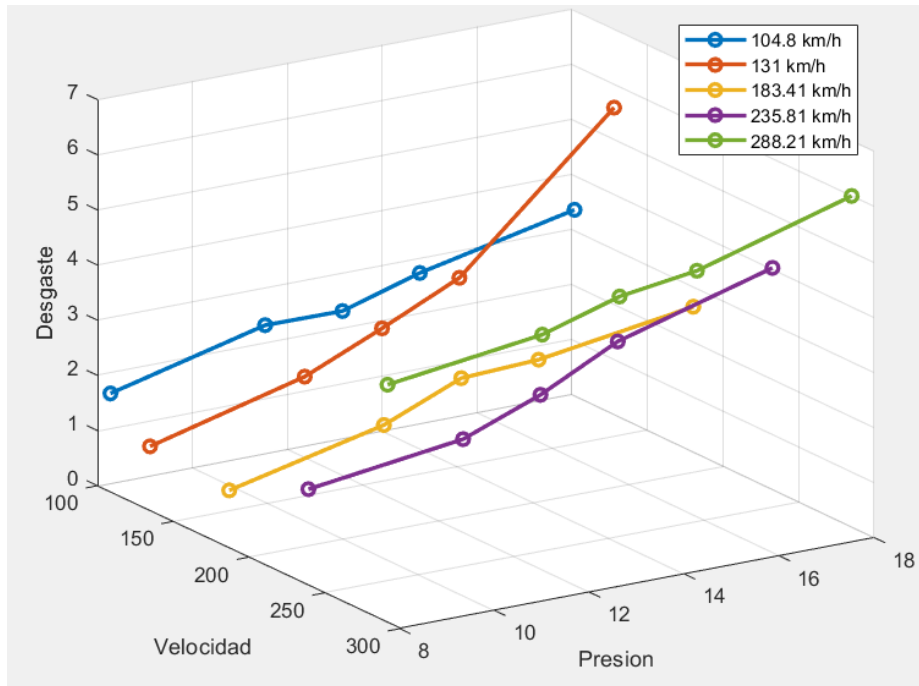


Figura 72

Gráfica de desgaste a distintas presiones a velocidad constante



Capítulo 4

Convergencias y divergencias entre modelo y resultados

Es complicado establecer una relación entre el comportamiento real del fenómeno a analizar y los modelos matemáticos que se crean para estimar estos comportamientos. De hecho, en la realidad el procedimiento es ajustar las ecuaciones a los resultados reales obtenidos mediante coeficientes.

En este capítulo se procede a explicar la relación entre el modelo matemático planteado y los resultados obtenidos en los ensayos. La finalidad es llegar a obtener un modelo matemático que sea capaz de estimar, en base a la variación de velocidad y desgaste, el desgaste que el neumático puede obtener durante su desarrollo a altas velocidades.

Cabe recalcar que el modelo matemático planteado solo considera como variables a la velocidad y carga que soportaría el neumático. Variables como temperatura, condiciones climáticas, tipo de compuesto y superficie de terreno se consideran constantes en este análisis o de influencia irrelevante. Demás consideraciones mecánicas como tipo de suspensión y componentes tampoco se consideran en este análisis. Se buscó desarrollar un modelo que represente la tendencia de desgaste de manera muy aproximada a una situación real manteniendo una limitante en la cantidad de variables influyentes.

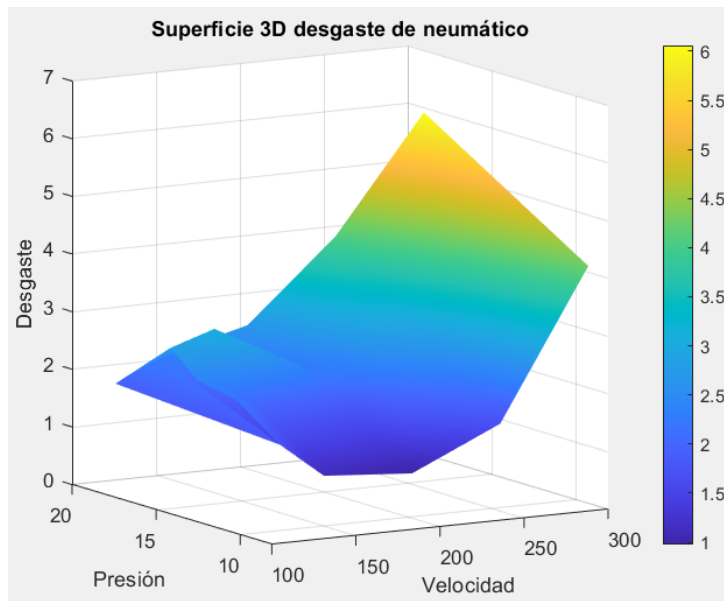
4.1 Análisis de resultados experimentales

La superficie obtenida, mostrada en la Figura 70, muestra un comportamiento cuadrático del desgaste a simple vista. Se entiende que a bajas y altas velocidades el desgaste del neumático será mayor y la pendiente que posee indica que a medida que aumenta la carga en el neumático, el desgaste también incrementará.

De lo expuesto se deduce que existen valores atípicos en los resultados obtenidos, esto debido a que, en la realidad, a menor velocidad el desgaste del neumático es menor. Referente al resto de comportamientos se concluye que es el comportamiento esperado.

Lo indicado en el párrafo anterior se sostiene cuando se analizan las Figuras 71 y 72, se puede apreciar que incluso el valor que da la perspectiva de un comportamiento parabólico es el valor tomado a una velocidad y peso constantes de 131 km/h y 17.9 kg, tratándose de un valor atípico (ver Tabla 4). Un ajuste más preciso a dichos valores resultaría en la superficie mostrada en la Figura 73, que proyecta una tendencia cuadrática a lo largo del eje de velocidad y una relación lineal con relación a la presión

Figura 73
Superficie de desgaste de neumáticos ajustada



Con respecto a la variación de presión a velocidades constantes, se aprecia una tendencia casi lineal incrementando el desgaste a medida que aumenta la carga, concluyendo que los valores atípicos obtenidos son nulos en este enfoque.

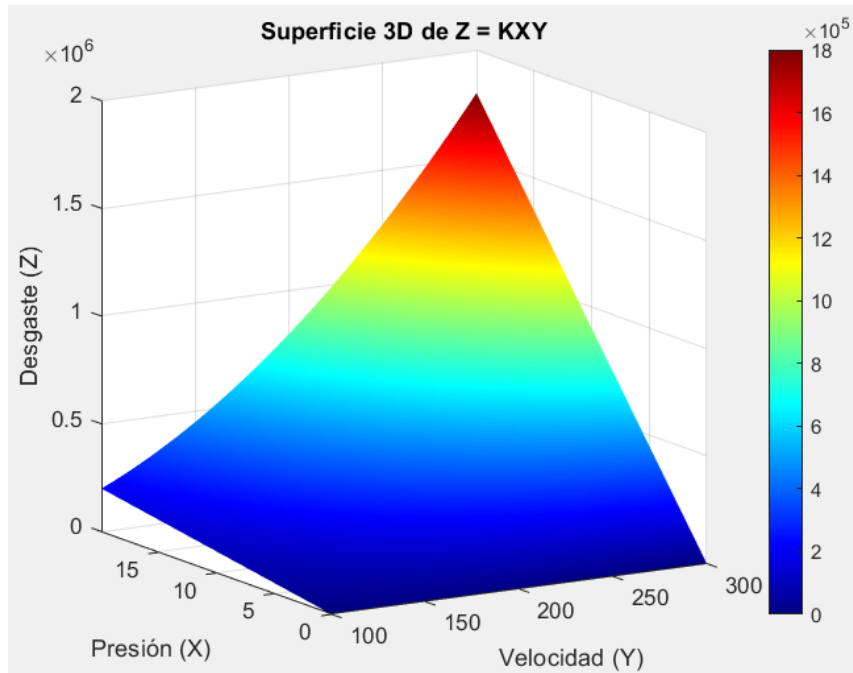
En conclusión, los resultados obtenidos son proporcionales tanto a la velocidad y a la carga aplicada.

4.2 Análisis de modelo matemático propuesto

En el modelo matemático desarrollado en la presente tesis se buscó mantener la proporcionalidad de la velocidad y a carga respecto al desgaste. El coeficiente “k” hace referencia a un coeficiente de desgaste que ajusta de mejor manera los resultados obtenidos de acuerdo con el contexto planteado, en este caso, hace referencia al coeficiente de desgaste de neumático respecto a una superficie de asfalto en ambiente seco.

La representación gráfica de la ecuación 35 sería la mostrada en la Figura 71, asumiendo un valor de coeficiente igual 1. Se aprecia que sigue un comportamiento similar al de los resultados obtenidos durante el ensayo experimental, incluso, el punto más alto de ambas superficies es cuando la velocidad y carga son mayores, resultados que guardan relación con la realidad.

Figura 74
Superficie de desgaste del modelo matemático planteado



Si bien es cierto que la Figura 73 y la Figura 74 guardan relación, se necesita estimar el coeficiente de desgaste que permita ajustar el modelo matemático con los resultados obtenidos, tomando los valores de la Tabla 4, se procede a estimar el modelo matemático final.

4.3 Estimación del coeficiente de desgaste

Al analizar la Figura 74 se percibe que el eje Z está en distinta escala respecto de la superficie obtenida con los valores experimentales. Para poder estimar correctamente el coeficiente de desgaste que nos permita ajustar de mejor manera la superficie se procede a elaborar una función de error en base al método de mínimos cuadrados.

Este método permite estimar el error del valor real respecto del valor estimado con el modelo matemático para cada punto y elevarlo al cuadrado en caso exista algún valor negativo. El valor aceptado del coeficiente de desgaste es aquel mediante el cual la suma de los errores, entre valor obtenido con las variables del ensayo y el valor real, sea el mínimo.

Lo establecido en los párrafos anteriores se puede resumir en siguientes ecuaciones.

Diferencia entre el valor real y el valor predicho para cada variable de ensayo.

$$error = W_i - \widehat{W}_i \quad (37)$$

Donde:

- ✓ W_i : Desgaste real
- ✓ \widehat{W}_i : Desgaste predicho
- ✓ $error$: Diferencia entre valor real y estimado

Método de mínimos cuadrados buscando minimizar la suma de errores al cuadrado.

$$S = \sum (W_i - \hat{W}_i)^2 \quad (38)$$

Donde:

- ✓ S : Suma de errores cuadráticos

Definiendo la función de error para poder estimar el mínimo valor de la ecuación 38.

$$f(K) = \sum (W_i - KC_iV_i^2)^2 \quad (39)$$

Donde:

- ✓ W_i : Desgaste real
- ✓ K : Coeficiente de desgaste
- ✓ C_i : Carga durante ensayo
- ✓ V_i : Velocidad durante ensayo

Estableciendo la derivada de la función de error e igualando a cero para estimar el valor de K que permita establecer una mínima sumatoria de errores cuadráticos se obtiene.

$$f'(K) = 0 \quad (40)$$

$$0 = 2 \sum (W_i - KC_iV_i^2)(-C_iV_i^2) \quad (41)$$

$$K = \frac{\sum C_iV_i^2W_i}{\sum C_i^2V_i^4} \quad (42)$$

Siguiendo la ecuación 42 con los datos expuestos en la Tabla 4 y con ayuda del software Matlab, se obtiene que el valor óptimo de K es igual a 0.0000018 [kg/km/h] teniendo así el coeficiente de desgaste en base al modelo matemático y los resultados experimentales. El modelo matemático final se expone en la ecuación 43.

$$W = (0.18 \times 10^{-5})CV^2 \quad (43)$$

Se puede ajustar la ecuación 43 para estimar la tasa de desgaste, mediante la influencia de variables adicionales como el *contact patch* y el compuesto del neumático mediante la densidad.

$$\dot{m} = \frac{(0.18 \times 10^{-5})CV^2L_cw\rho}{t} \quad (44)$$

Donde:

- ✓ L_c : Longitud del contact patch [m]
- ✓ w : Ancho del contact patch [m]
- ✓ ρ : Densidad del neumático [kg/m³]

- ✓ C : Carga durante ensayo [kg]
- ✓ V : Velocidad durante el ensayo [km/h]
- ✓ t : Duración del ensayo [h]

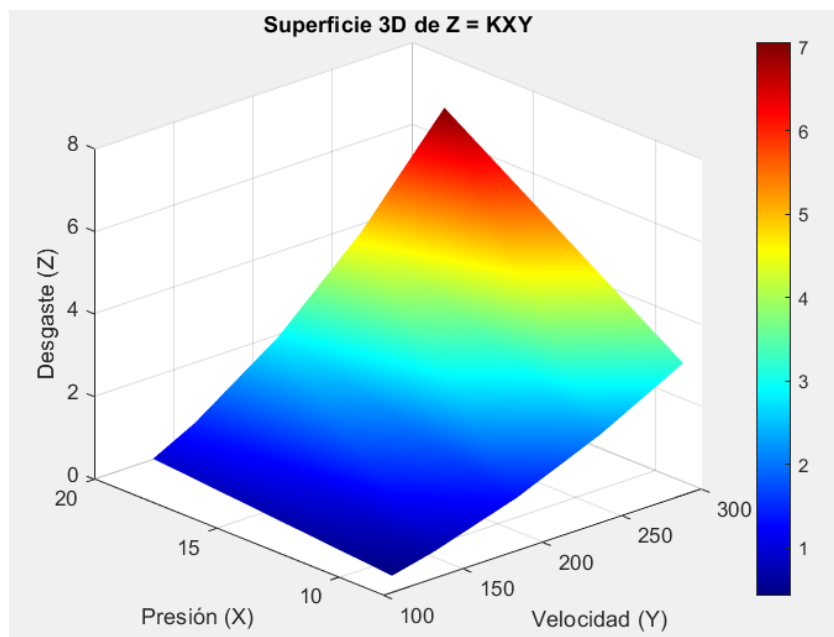
O si se desea estimar directamente el desgaste en función de la masa sería.

$$\Delta m = (0.18 \times 10^{-5}) CV^2 L_c w \rho \quad (45)$$

Donde:

- ✓ Δm : Desgaste del neumático [g]

Figura 75
Superficie de modelo matemático final



Conclusiones

Se diseñó el banco de pruebas con variador de frecuencia y posibilidad de insertar cargas para lograr una aproximación a la realidad en la toma de datos. La variabilidad de las revoluciones en el motor y la facilidad de reemplazo de cargas originan una variación en la medición del desgaste permitiendo establecer la relación buscada de velocidad-carga respecto al desgaste.

Para el óptimo diseño del banco de pruebas se establecieron relaciones físicas como operacionales, priorizando el desgaste uniforme sobre la superficie de contacto analizada y su libre funcionalidad, priorizando que la influencia de factores externos durante los ensayos sea despreciable.

Durante el desarrollo del diseño del banco de pruebas, el principal problema que se tuvo fue lograr un diseño que permita analizar la muestra a una velocidad constante y a su vez ser estable estructuralmente. Se logra lo planteado mediante un movimiento circular uniforme en el que la velocidad absoluta durante todo el tiempo de prueba es constante y se logra la estabilidad mediante la anulación del contratorque originado por el motor del sistema mediante sujeciones perfectamente distribuidas sobre las bases de la estructura del banco de pruebas.

Se plantearon distintas formas de medir desgaste. Se consideraron principalmente dos, medición mediante variación de masa y medición mediante variación de espesor de muestra. Se optó por la medición mediante un medidor de espesores debido a la precisión de medición en micras que otorga y su disponibilidad en el lugar de ensayo.

Se decide establecer una relación entre el desgaste y el cuadrado de la velocidad debido a las relaciones planteadas durante el análisis de conservación de energías, posteriormente con los resultados obtenidos en los ensayos experimentales se deduce que la hipótesis planteada guarda relación con la forma de la superficie experimental obtenida, estableciendo una relación cuadrática con la velocidad y lineal con la carga respecto al desgaste de la muestra.

Con los resultados del ensayo se estiman distintos valores de coeficiente que permiten un ajuste aproximado a la superficie de desgaste experimental. Es recomendable utilizar un método de minimización de error entre las variables medibles y las variables estimadas, para este análisis, se optó por seguir el método del error cuadrático medio estableciendo la función de error permitiendo estimar el valor exacto del coeficiente el cual permite un menor porcentaje de error entre los datos experimentales y los obtenidos mediante el modelo matemático.

Dependiendo del valor a analizar, se puede percibir la influencia de ciertas variables. Se puede observar cómo al analizar el desgaste mediante la profundidad de desgaste influyen solo las variables de velocidad y carga. Sin embargo, cuando se analiza la tasa de desgaste, además influyen variables como el contact patch y el tiempo de prueba.

Se concluye que a medida que la velocidad incrementa, el desgaste es mayor. De igual manera con la carga. Ambas variables son directamente proporcionales.



Referencias

- Asociación española de desalación y reutilización. (2021, julio 30). *Mayor eficiencia energética con el nuevo reglamento europeo de motores eléctricos*. <https://aedyr.com/mayor-eficiencia-energetica-nuevo-reglamento-europeo-motores-electricos-variadores-velocidad/>
- Balkwill, J. (2018). *Performance vehicle dynamics: Engineering and applications*. Butterworth-Heinemann, an imprint of Elsevier.
- Chain Bear (Director). (2020, marzo 14). *Tyre camber explained* [Video recording]. <https://www.youtube.com/watch?v=VC9E1PWokcY>
- F1TV. (2023, noviembre 15). What tyres will the teams and drivers have for the 2023 Las Vegas Grand Prix? *Formula1.Com*. <https://www.formula1.com/en/latest/article/what-tyres-will-the-teams-and-drivers-have-for-the-2023-las-vegas-grand-prix.4D4UZXYbPpq1naoP1QiUpa>
- Farroni, F., & Sakhnevych, A. (2022). Tire multiphysical modeling for the analysis of thermal and wear sensitivity on vehicle objective dynamics and racing performances. *Simulation Modelling Practice and Theory*, 117, 102517. <https://doi.org/10.1016/j.simpat.2022.102517>
- Grigoriadis, K., Mavros, G., Knowles, J., & Pezouvanis, A. (2023). Experimental investigation of tyre–road friction considering topographical roughness variation and flash temperature. *Tribology International*, 181, 108294. <https://doi.org/10.1016/j.triboint.2023.108294>
- Hyttinen, J., Ussner, M., Österlöf, R., Jerrelind, J., & Drugge, L. (2023). Truck tyre transient rolling resistance and temperature at varying vehicle velocities—Measurements and simulations. *Polymer Testing*, 122, 108004. <https://doi.org/10.1016/j.polymertesting.2023.108004>
- Katz, J. (1995). *Race car aerodynamics: Designing for speed*. R. Bentley.
- Mercedes-AMG Petronas Formula One Team. (s. f.). Feature: Downforce in Formula One, Explained. *AMG Petronas Formula One Team*. <https://www.mercedesamgf1.com/news/feature-downforce-in-formula-one-explained>
- Milliken, W. F., & Milliken, D. L. (1995). *Race car vehicle dynamics*. SAE International.
- MTS System Corporation. (s. f.-a). *Flat-Trac® Tire Force & Moment Measurement Systems*. <https://www.mts.com/en/products/automotive/tire-test-systems/flat-trac-tire-system#technical>
- MTS System Corporation. (s. f.-b). *Tire Rolling Resistance Systems*. <https://www.mts.com/en/products/automotive/tire-test-systems/tire-rolling-resist>

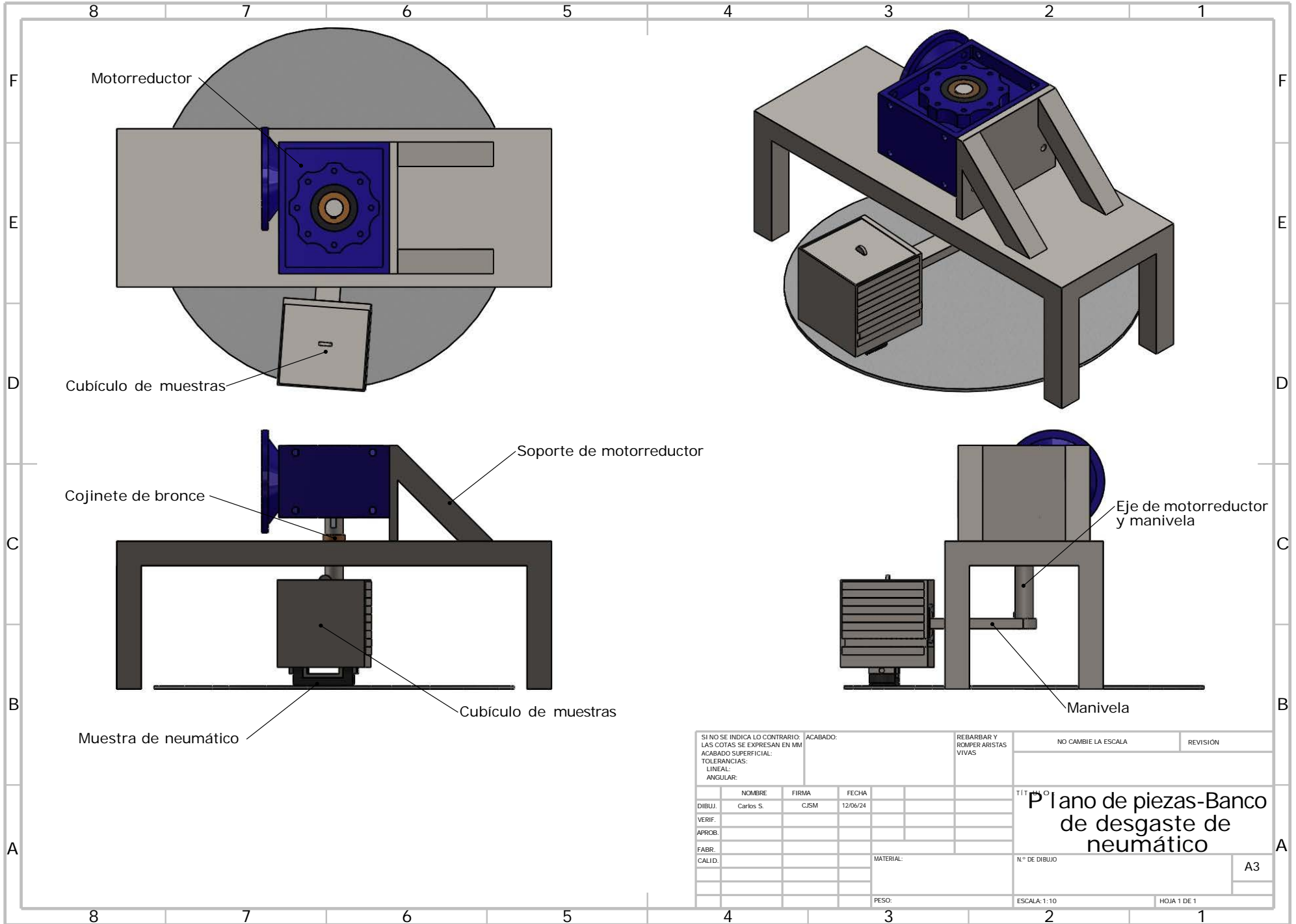
- MTS System Corporation. (s. f.-c). *Tire Tread Wear Simulation Systems*.
<https://www.mts.com/en/products/automotive/tire-test-systems/tire-treadwear>
- PIRELLI CONCLUDES 18-INCH FORMULA 1 TESTING*. (2021).
<https://press.pirelli.com/pirelli-concludes-18-inch-formula-1-testing/>
- Rimmer, L. (2023, junio 15). *HOW MUCH DOES AN F1 CAR WEIGH IN 2023 AND WHAT'S INCLUDED IN THE LIMIT?* <https://www.motorsport.com/f1/news/how-much-does-an-f1-car-weigh-in-2023/10437685/>
- Serway, R. A., & Jewett, J. W. (2006). *Physics for scientists and engineers* (7th ed). Thomson Brooks/Cole.
- Shi, Z., Mohammed, Y. M., Uddin, N., & Chen, G. (2024). A vehicle-bridge interaction model considering contact patch size and vehicle self-generated excitation – A theoretical study. *Engineering Structures*, 298, 117079.
<https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2023.117079>



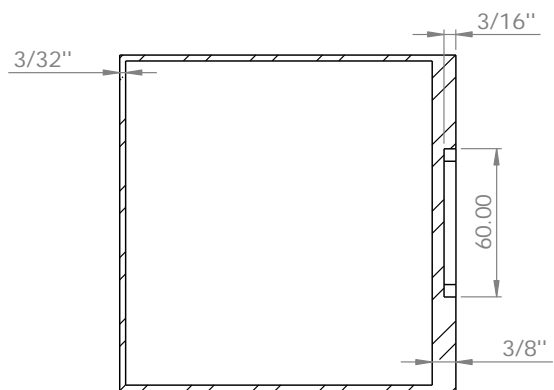


Apéndice 1

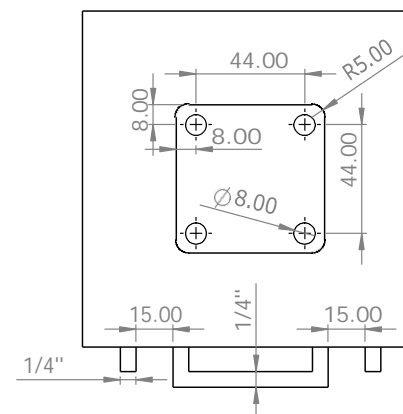
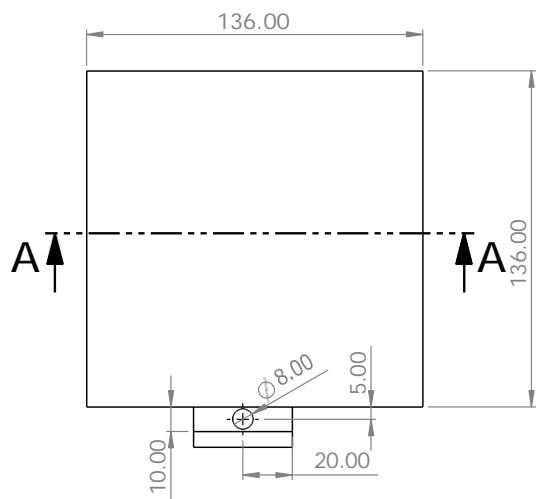
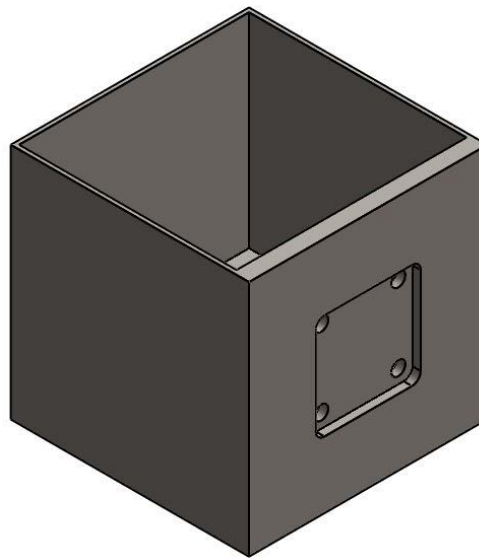
Plano de piezas – Banco de ensayos de desgaste de neumáticos



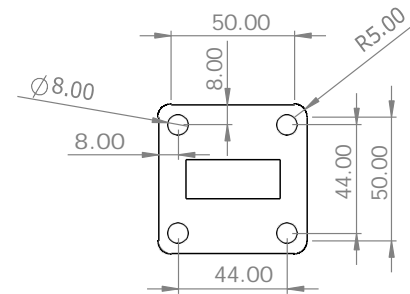
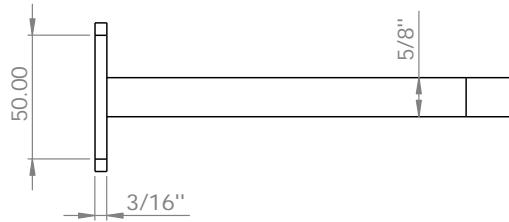
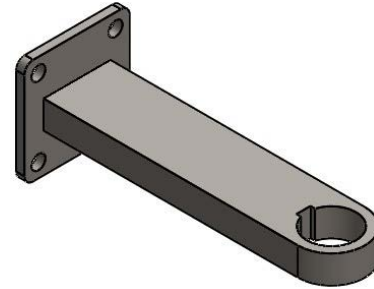
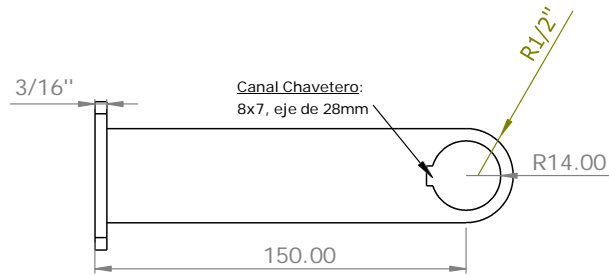
| | | | | | | |
|--|-------|----------|--------------|---------------------------------------|--|----------|
| SI NO SE INDICA LO CONTRARIO: LAS COTAS SE EXPRESAN EN MM | | | ACABADO: | REBARBAR Y ROMPER ARISTAS VIVAS | NO CAMBIE LA ESCALA | REVISION |
| ACABADO SUPERFICIAL: | | | | | TITULO | |
| TOLERANCIAS: | | | | | Piano de piezas-Banco de desgaste de neumático | |
| LINEAL: | | | | | N.º DE DIBUJO | |
| ANGULAR: | | | | | A3 | |
| NOMBRE | FIRMA | FECHA | | | | |
| DIBUJ. Carlos S. | CJSM | 12/06/24 | | | | |
| VERIF. | | | | | | |
| APROB. | | | | | | |
| FABR. | | | | | | |
| CALID. | | | | | | |
| | | | MATERIAL: | | | |
| | | | PESO: | | | |
| | | | ESCALA: 1:10 | HOJA 1 DE 1 | | |



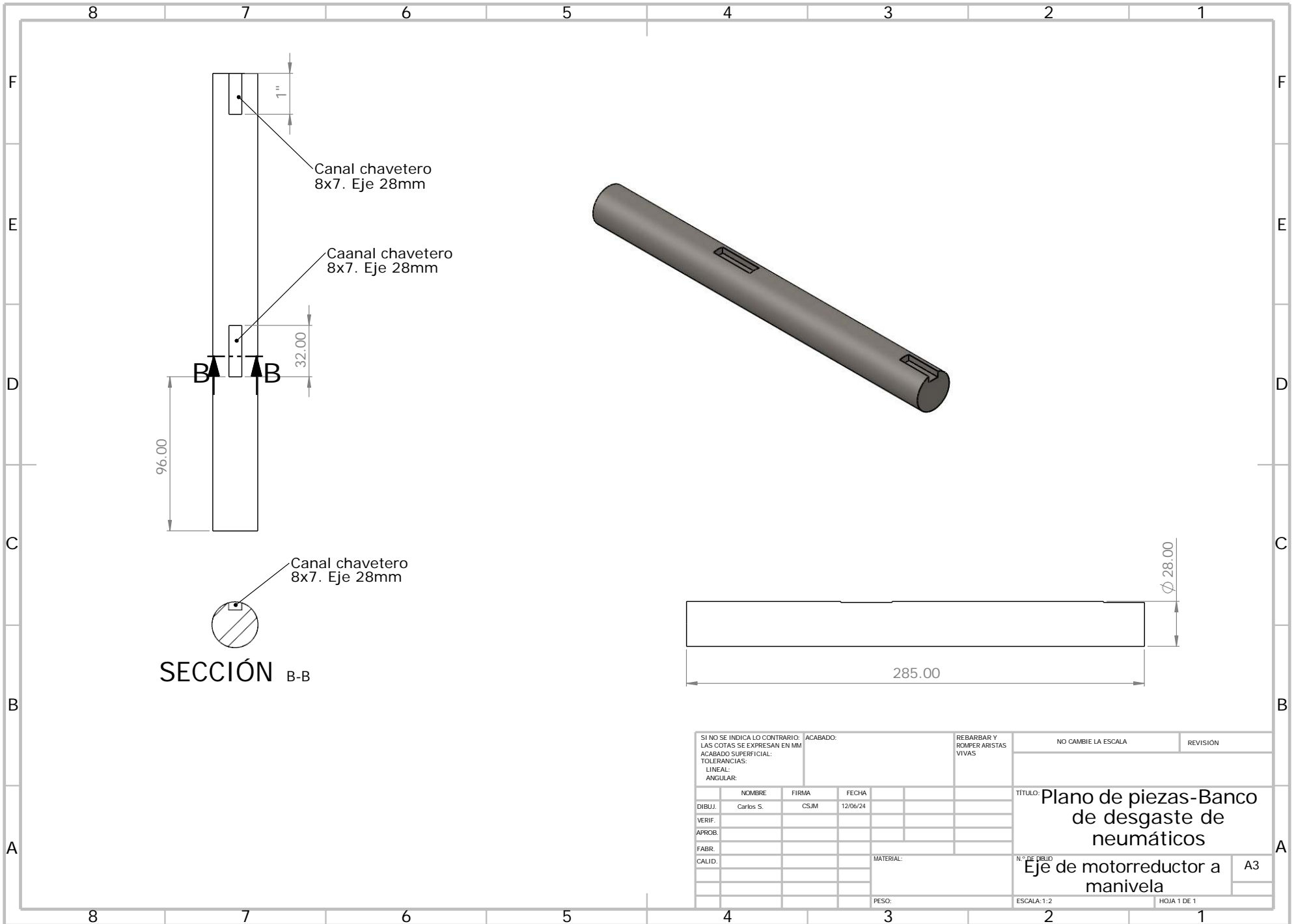
SECCIÓN A-A



| | | | | | | |
|--|-------|----------|---|---------------------------------------|---------------------|----------|
| SI NO SE INDICA LO CONTRARIO: LAS COTAS SE EXPRESAN EN MM | | | ACABADO: | REBARBAR Y ROMPER ARISTAS VIVAS | NO CAMBIE LA ESCALA | REVISION |
| ACABADO SUPERFICIAL: | | | | | | |
| TOLERANCIAS: | | | | | | |
| LINEAL: | | | | | | |
| ANGULAR: | | | | | | |
| NOMBRE | FIRMA | FECHA | TÍTULO: Plano de piezas-Banco de desgaste de neumáticos | | | |
| DIBUJ. CARLOS S. | CISM | 12/06/24 | N.º DE DIBUJO | | | |
| VERIF. | | | Cubículo de muestras | | | |
| APROB. | | | A3 | | | |
| FABR. | | | ESCALA: 1:2 | | | |
| CALID. | | | HOJA 1 DE 1 | | | |
| | | | PESO: | | | |



| | | | | | | |
|--|-----------|-------|----------|---------------------------------------|--|-------------|
| SI NO SE INDICA LO CONTRARIO: ACABADO: LAS COTAS SE EXPRESAN EN MM ACABADO SUPERFICIAL: TOLERANCIAS: LINEAL: ANGULAR: | | | | REBARBAR Y ROMPER ARISTAS VIVAS | NO CAMBIE LA ESCALA | REVISION |
| DIBUJ. | NOMBRE | FIRMA | FECHA | | TÍTULO: Plano de piezas-Banco de desgaste de nuemáticos | |
| VERIF. | Carlos S. | CJSM | 12/06/24 | | N.º DE DIBUJO | |
| APROB. | | | | | Manivela | |
| FABR. CALID. | | | | MATERIAL: | A3 | |
| | | | | PESO: | ESCALA: 1:2 | HOJA 1 DE 1 |

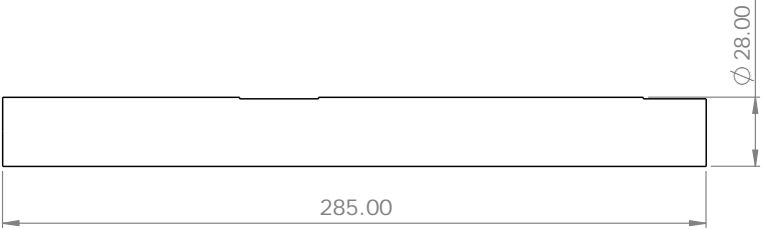


Canal chavetero 8x7. Eje 28mm

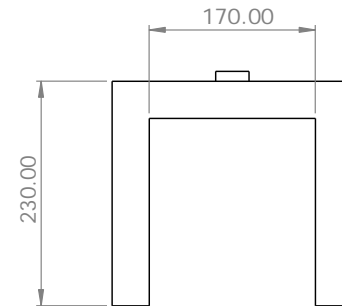
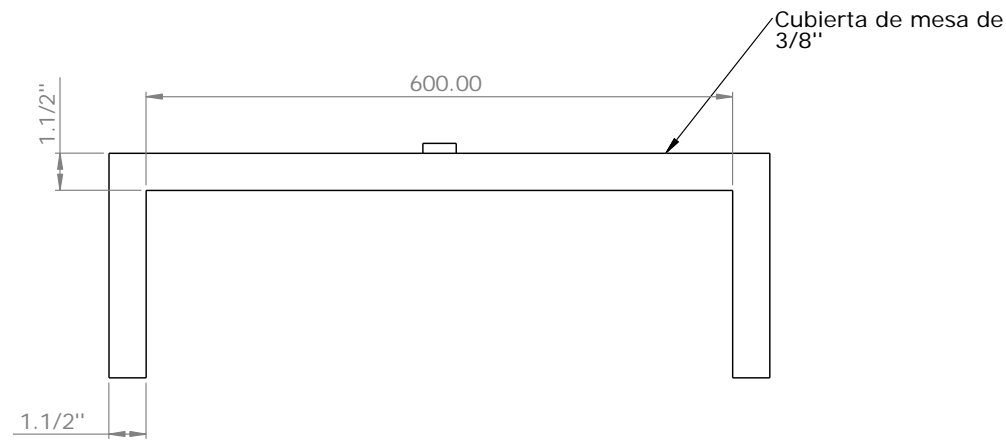
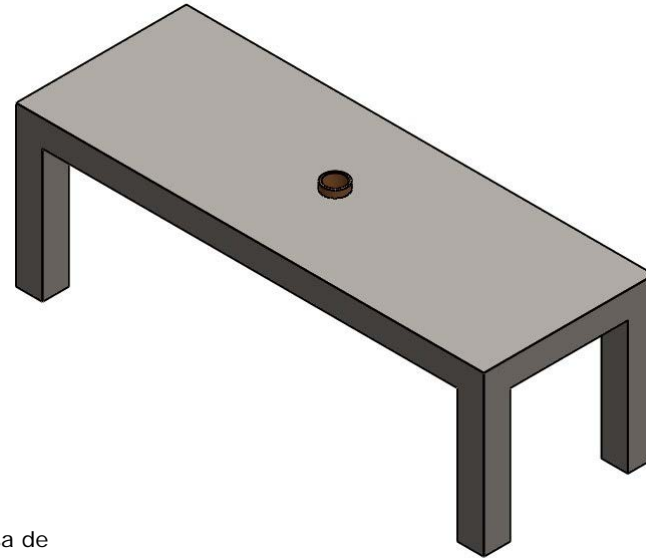
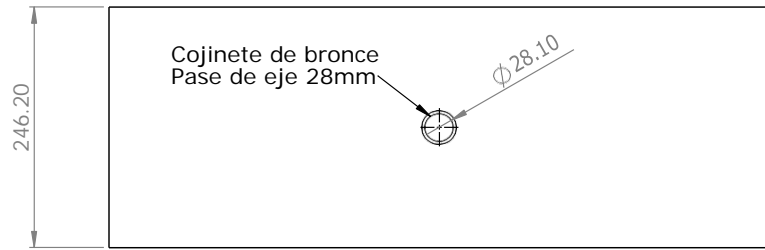
Caanal chavetero 8x7. Eje 28mm

Canal chavetero 8x7. Eje 28mm

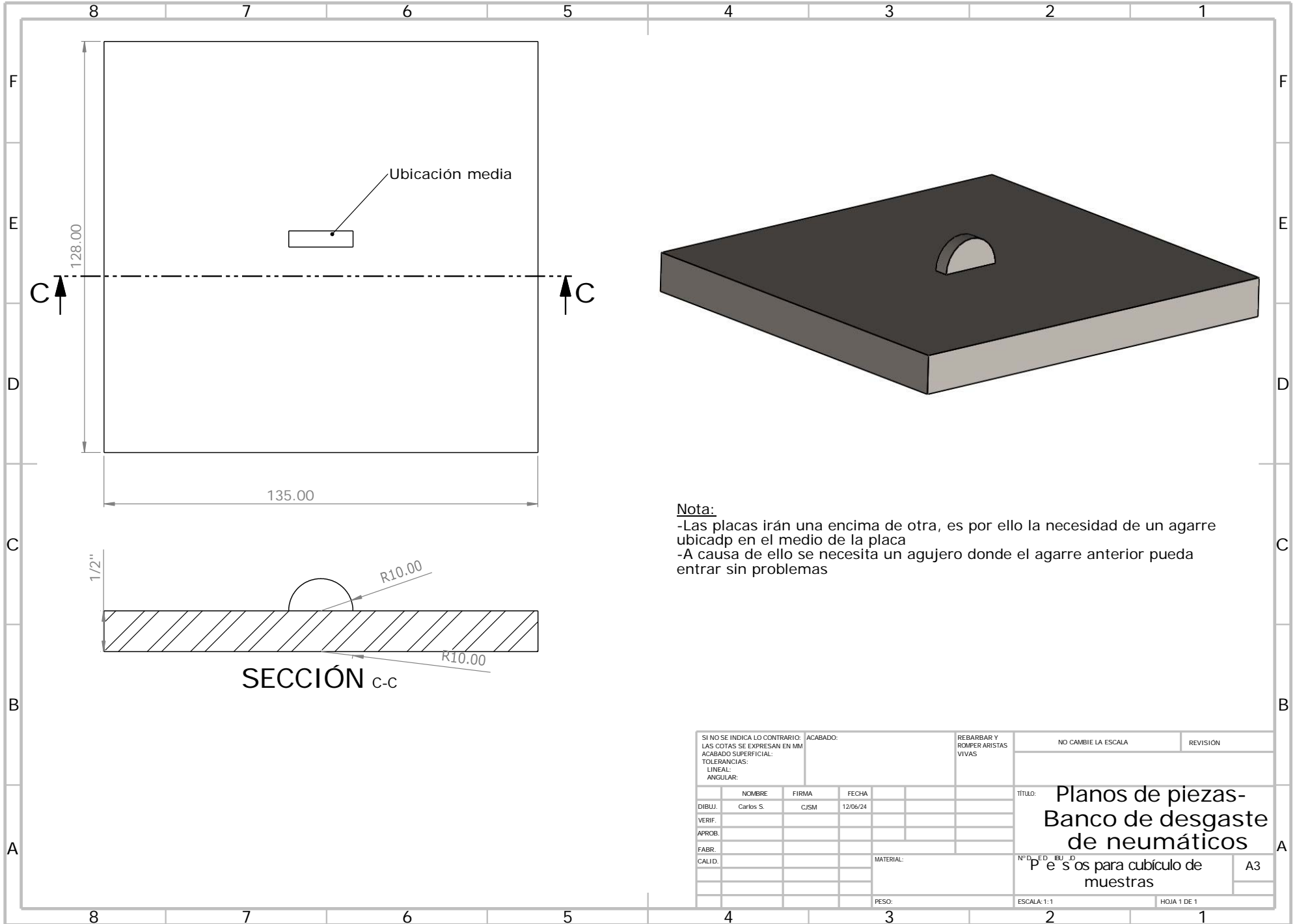
SECCIÓN B-B



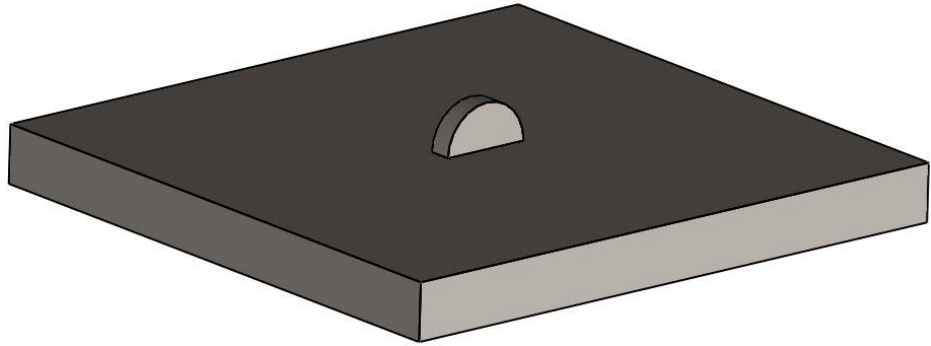
| | | | | | | | | | |
|---|-----------|-------|----------|---------------------------------|-----------|---|--|-------------|--|
| SI NO SE INDICA LO CONTRARIO: ACABADO: LAS COTAS SE EXPRESAN EN MM | | | | REBARBAR Y ROMPER ARISTAS VIVAS | | NO CAMBIE LA ESCALA | | REVISION | |
| ACABADO SUPERFICIAL: TOLERANCIAS: LINEAL: ANGULAR: | | | | | | | | | |
| NOMBRE | FIRMA | FECHA | | | | TITULO: Plano de piezas-Banco de desgaste de neumáticos | | | |
| DIBUJ. | Carlos S. | CSJM | 12/06/24 | | | | | | |
| VERIF. | | | | | | | | | |
| APROB. | | | | | | | | | |
| FABR. | | | | | | | | | |
| CALID. | | | | | MATERIAL: | N.º DE DIBUJO | | A3 | |
| | | | | | PESO: | ESCALA: 1:2 | | HOJA 1 DE 1 | |



| | | | | | | | | | |
|--|-----------|----------|----------|---------------------------------|--|--|--|----------|--|
| SI NO SE INDICA LO CONTRARIO: LAS COTAS SE EXPRESAN EN MM | | ACABADO: | | REBARBAR Y ROMPER ARISTAS VIVAS | | NO CAMBIE LA ESCALA | | REVISION | |
| ACABADO SUPERFICIAL: | | | | | | | | | |
| TOLERANCIAS: | | | | | | | | | |
| LINEAL: | | | | | | | | | |
| ANGULAR: | | | | | | | | | |
| DIBUJ. | NOBRE | FIRMA | FECHA | | | TITULO: | | | |
| VERIF. | Carlos S. | CJSM | 12/06/24 | | | Plano de piezas- Banco de desgaste de neumáticos | | | |
| APROB. | | | | | | N.º DE DIBUJO | | | |
| FABR. | | | | MATERIAL: | | Mesa de soporte | | | |
| CALID. | | | | | | | | A3 | |



Ubicación media

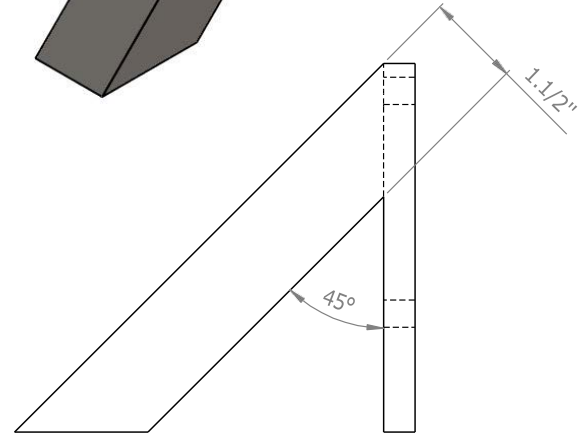
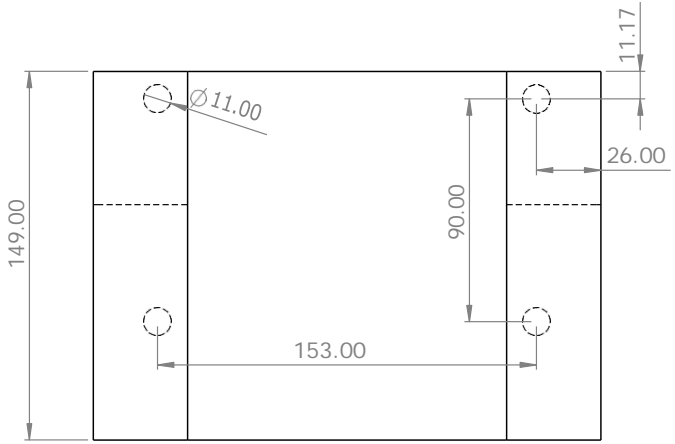
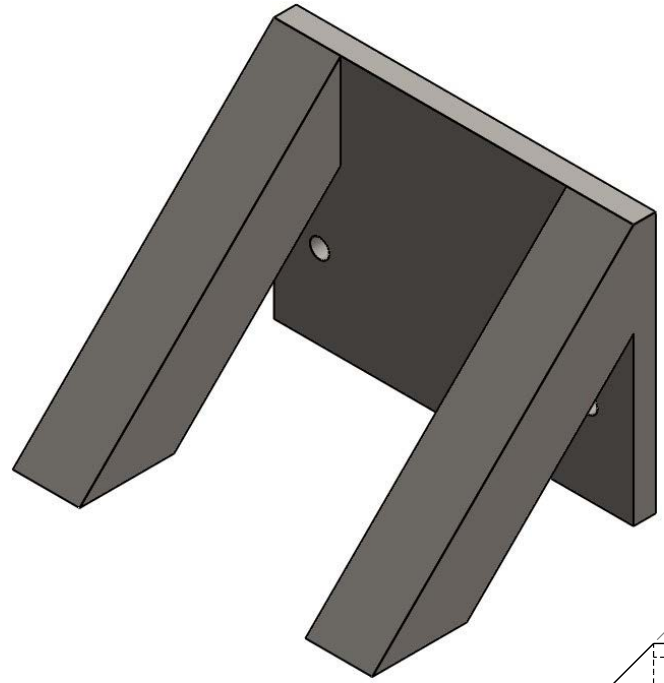
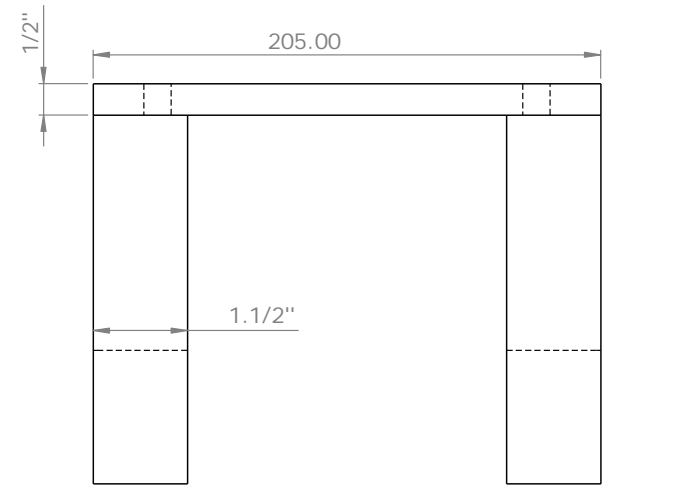


Nota:

- Las placas irán una encima de otra, es por ello la necesidad de un agarre ubicado en el medio de la placa
- A causa de ello se necesita un agujero donde el agarre anterior pueda entrar sin problemas

SECCIÓN C-C

| | | | | | | | |
|---|-----------|-------|----------|-----------|---------------------------------------|---------------------|---|
| SI NO SE INDICA LO CONTRARIO: LAS COTAS SE EXPRESAN EN MM ACABADO SUPERFICIAL: TOLERANCIAS: LINEAL: ANGULAR: | | | | ACABADO: | REBARBAR Y ROMPER ARISTAS VIVAS | NO CAMBIE LA ESCALA | REVISION |
| NOMBRE | FIRMA | FECHA | | | | TÍTULO: | <p>Planos de piezas- Banco de desgaste de neumáticos</p> <p>Placas para cubículo de muestras</p> |
| DIBUJ. | Carlos S. | CJSM | 12/06/24 | | | Nº DE DIBUJO | |
| VERIF. | | | | | | A3 | |
| APROB. | | | | | | | |
| FABR. | | | | | | | |
| CALID. | | | | MATERIAL: | | ESCALA: 1:1 | HOJA 1 DE 1 |
| | | | | PESO: | | | |



| | | | | | | | |
|---|-----------|-------|----------|----------|---------------------------------------|---|-------------|
| SI NO SE INDICA LO CONTRARIO: LAS COTAS SE EXPRESAN EN MM ACABADO SUPERFICIAL: TOLERANCIAS: LINEAL: ANGULAR: | | | | ACABADO: | REBARBAR Y ROMPER ARISTAS VIVAS | NO CAMBIE LA ESCALA | REVISION |
| DIBUJ. | NOMBRE | FIRMA | FECHA | | | TÍTULO: Plano de piezas-Banco de desgaste de neumático | |
| VERIF. | Carlos S. | CJSM | 12/06/24 | | | N° DE DIBUJO | A3 |
| APROB. | | | | | | Soporte de motorreductor | |
| FABR. | | | | | MATERIAL: | ESCALA: 1:2 | HOJA 1 DE 1 |
| CALID. | | | | | PESO: | | |



Apéndice 2

Código Matlab – Gráfica de superficies

Gráfica de superficie de resultados experimentales

```

clc
clear all

data=readtable('Pruebas_sin_valores_atipicos.xlsx');
Velocidad=data.Velocidad;
Masa=data.Masa;
Delta_m=data.Delta_masa;

%% Gráfica de superficie
[X,Y]=meshgrid(Velocidad,Masa);
Z=griddata(Velocidad, Masa, Delta_m, X, Y, 'cubic');
%scatter3(Velocidad,Presion,Desgaste,'filled');
figure;
%subplot(2,2,1);
surf(X, Y, Z);
colorbar;
shading interp; % Suavizar la superficie
xlabel('Velocidad');
ylabel('Presión');
zlabel('Desgaste');
title('Superficie 3D desgaste de neumático');
grid on;

% [X,Y]=meshgrid(Velocidad,Presion);
% Z=griddata(Velocidad, Presion, Desgaste, X, Y, 'cubic');
% scatter3(Velocidad,Presion, Desgaste,'filled');

```

Gráfica lineal de desgaste con velocidad constante

```

%% Gráfico lineal Velocidad constante
% Encontrar valores únicos de X

x_unique = unique(Velocidad);

figure;
%subplot(2,2,3);
hold on;
grid on;

% Iteración de puntos con valores únicos de X
for i = 1:length(x_unique)
    idx = (Velocidad == x_unique(i));
    plot3(Velocidad(idx), Masa(idx), Delta_m(idx), '-o', 'LineWidth', 2,
'MarkerSize', 6);
end

xlabel('Velocidad');
ylabel('Presion');
zlabel('Desgaste');
title('Gráfica de desgaste de neumáticos con velocidad constante');
legend('104.8 km/h', '131 km/h', '183.41 km/h', '235.81 km/h', '288.21
km/h');
hold off;

```

Gráfica lineal de desgaste con presión constante

```

%% Gráfico lineal Presión constante

y_unico = unique(Masa);

figure;
%subplot(2,2,4);
hold on;
grid on;

% Iteración de puntos con valores únicos de y
for i = 1:length(y_unico)
    idy = (Masa == y_unico(i));
    plot3(Velocidad(idy), Masa(idy), Delta_m(idy), '-o', 'LineWidth', 2,
'MarkerSize', 6);

xlabel('Velocidad');
ylabel('Presion');
zlabel('Desgaste');
title('Gráfica de desgaste de neumáticos con presión constante');
legend('8.12 kg', '11.38 kg', '13.01 kg', '14.64 kg', '17.9 kg');
hold off;

```

Gráfica del modelo matemático asumiendo $K=1$

```

clc
clear all
K = 1;

% Definición de rangos
x = linspace(0, 20, 50); % Eje X de 0 a 20
y = linspace(100, 300, 50); % Eje Y de 100 a 300

% Malla de valores
[X, Y] = meshgrid(x, y);

% Función  $Z = KXY$ 
Z = K .* X .* (Y.^2);

% Gráfica
figure;
surf(X, Y, Z);
colormap('jet');

% Configuración de ejes
xlabel('Presión (X)');
ylabel('Velocidad (Y)');
zlabel('Desgaste (Z)');
title('Superficie 3D de  $Z = KXY$ ');
set(gca, 'XDir', 'reverse');

% Ajustar la visualización
shading interp;
colorbar;
grid on;

```

Estimación de coeficiente de desgaste óptimo

```

clc
clear all

data=readtable('Estimación de coeficiente de desgaste.xlsx');
Velocidad=data.Velocidad;
Masa=data.Masa;
Desgaste=data.Desgaste;

% K óptimo
K_opt = sum(Masa.*Velocidad.^2.*Desgaste) / sum((Masa.*Velocidad.^2).^2);
fprintf('El valor óptimo de K minimizando mínimos cuadrados es: %.7f\n',
K_opt);

```

Gráfica de superficie de modelo matemático final

```

clc
clear all

data=readtable('Pruebas_sin_valores_atipicos.xlsx');
Velocidad=data.Velocidad;
Masa=data.Masa;
densidad=1100; %[kg/m3]
area_contacto=(6/100)*(4/100); %[m2]

K = 0.0000018;

% Malla de valores
[X, Y] = meshgrid(Masa, Velocidad);

% Función Z = KXY
Z =(densidad*area_contacto).*K .* X .*(Y.^2);

% Gráfica
figure;
surf(X, Y, Z);
colormap('jet');

% Configuración de ejes
xlabel('Presión (X)');
ylabel('Velocidad (Y)');
zlabel('Desgaste (Z)');
title('Superficie 3D de Z = KXY');
set(gca, 'XDir', 'reverse');

% Ajustar la visualización
shading interp;
colorbar;
grid on;

```